

pour les faibles teneurs en eau ($\theta < 20 \%$) il n'est pas non plus possible d'obtenir des résultats concluants. Il est vrai que dans ce domaine les écoulements d'eau en phase vapeur deviennent prépondérants, et l'on passe alors à une physique différente des écoulements.

Cette méthode permet donc, sans faire aucune hypothèse sur $\psi(\theta)$, de déterminer directement $D(\theta)$ et, en même temps, de vérifier la validité de l'hypothèse de DARCY. La $D(\theta)$ correspondant au sol étudié est reportée fig. 3.25. La discussion générale sur la valeur de $D(\theta)$ sera effectuée à la fin de ce chapitre. Signalons simplement qu'il existe une indétermination pour $\theta = \theta_0$ - indétermination provenant de la difficulté d'obtenir $\frac{\partial \psi}{\partial x}$.

1.5. Détermination de la conductivité hydraulique.

On peut obtenir $k(\theta)$ à partir de $D(\theta)$ par la formule :

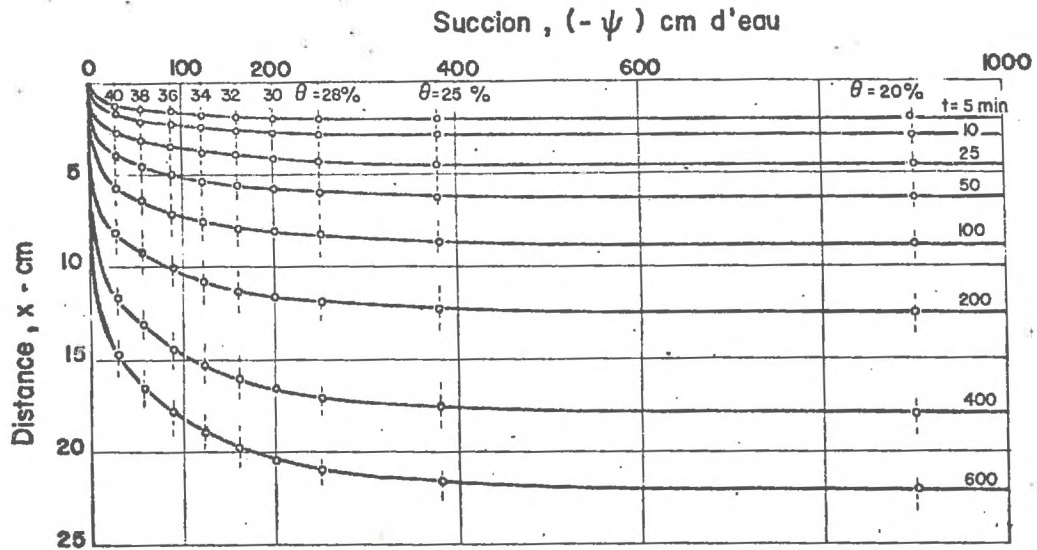
$$D(\theta) = k(\theta) \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (3.11)$$

Il a servi à définir D . Il existe cependant un procédé plus élégant consistant à partir de la loi de DARCY écrite sous la forme :

$$q = -k \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.12)$$

en opérant de façon analogue à § 1.4, à regrouper les termes de valeur $q(\theta_n, t)$, $-\frac{\partial \psi}{\partial x}(\theta_n, t)$.

Infiltration horizontale, "Mont Cenis"



Variation de la succion dans la colonne pendant l'infiltration
 Paramètre: Temps, t - min

t	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$
10	5,05	72	4,95	150	4,77	200	4,57	250	4,42		4,15		3,85		3,45	
25	3,39	50	3,26	88	3,10	120	2,91	150	2,72	210	2,50	350	2,42	500	2,10	
50	2,42	36	2,32	65	2,22	80	2,10	113	2,02	157	1,84	260	1,79	350	1,52	
100	1,68	25	1,65	45	1,55	58	1,47	75	1,39	117	1,31	165	1,23	250	1,10	1000
150	1,36	20	1,32	37	1,28	50	1,20	65	1,11	90	1,05	140	0,96	200	0,88	900
200	1,15	17	1,12	33	1,11	42	1,02	55	0,985	76	0,89	130	0,86	160	0,745	800
300	0,95	15	0,93	26	0,89	35	0,84	47	0,76	60	0,71	100	0,67	150	0,62	700
400	0,815	13	0,81	21,5	0,75	30	0,72	40	0,66	52	0,62	86	0,575	125	0,53	600
500	0,75	12	0,73	20	0,70	27,5	0,66	37	0,595	48	0,55	75	0,51	120	0,47	550
600	0,68	10,5	0,67	18	0,62	24	0,605	33	0,54	43	0,525	68	0,46	110	0,43	500
k	0,7074		0,3326		0,2407		0,1843		0,1296		0,0711		0,0509		0,0127	
q(0)	-0,541		1,105		0,957		0,208		-0,305		0,286		-0,256		0,236	
u	0,617		0,994		0,969		0,821		0,374		0,634		0,506		0,304	
r	0,9997		0,9975		0,9972		0,9989		0,9986		0,9961		0,9963		0,9921	

q

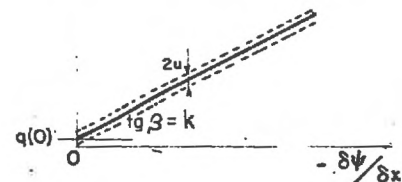
UNITES $\theta, \text{cm}^3/\text{cm}^3$

t, min

 $q, 10^{-2} \text{cm}/\text{min}$ $\frac{\delta\psi}{\delta x}, 10^{-2} \text{cm}/\text{cm}$ $k, 10^{-3} \text{cm}/\text{min}$ $q(0), 10^{-3} \text{cm}/\text{min}$ $u, 10^{-3} \text{cm}/\text{min}$

r, Coefficient de corrélation linéaire

TAB. 3-V



Pour obtenir le gradient de succion $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ nous avons repris les profils hydriques $\theta(t_n, x)$ et tracé les courbes $\psi(t_n, x)$ (fig. 3.12) en remplaçant les valeurs de θ de la fig. 3.11 par les valeurs correspondantes de ψ , données par la courbe $\psi(\theta)$ déterminée pour l'humidification (fig. 3.2). La pente de ces courbes correspond à $\frac{\partial \psi}{\partial x}$; cette pente est négative. Nous admettons donc non seulement qu'il existe une relation biunivoque -pour un cycle donné- entre ψ et θ , mais encore que la loi déterminée statiquement s'applique pour définir un phénomène dynamique. Ce qui sera discuté dans la troisième partie du présent chapitre.

Les couples de valeurs $q(\theta_n, t)$ et $-\frac{\partial \psi}{\partial x}(\theta_n, t)$ sont reportées tableau 3.V sous une forme analogue à celle exposée dans § 1.4 ; on trouvera les courbes correspondantes fig. 3.13.

On peut déduire directement de l'étude du tableau 3.V que les courbes $(q, -\frac{\partial \psi}{\partial x})$ sont issues d'un point statistiquement non distinct de l'origine des axes, et qu'elles forment un réseau de demi-droites dont la pente vaut $k(\theta)$.

Les valeurs de k , $q(0)$ et u du tableau 3.V sont données en 10^{-3} cm/mn.

La courbe $k(\theta)$, correspondant au sol étudié, est reportée fig. 3.14.

Il faut noter que, comme dans le cas précédent, la validité de la loi de DARCY ne peut être vérifiée ni au début de l'écoulement, ni pour les faibles teneurs en eau ($\theta < 25\%$). De plus, il est extrêmement difficile d'évaluer la valeur de $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ pour θ voisin de θ_0 , bien que cette valeur soit finie. La conductivité hydraulique pour $\theta = \theta_0$ a été déterminée à part, par la méthode classique du perméamètre à charge constante, sur l'échantillon ayant servi à obtenir la courbe $\psi(\theta)$, et vaut :

$$K_0 = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm/mn}$$

2. ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA GRAVITE ET DE LA MASSE
VOLUMIQUE DU SOL SEC. SILT "COLUMBIA".

Des essais analogues à celui rapporté précédemment ont été effectués sur des colonnes de silt "Columbia" dans le but d'étudier l'influence de la gravité sur les paramètres caractéristiques de l'écoulement, ainsi que celle de la masse volumique du sol sec (NIELSEN-VACHAUD, 1965).

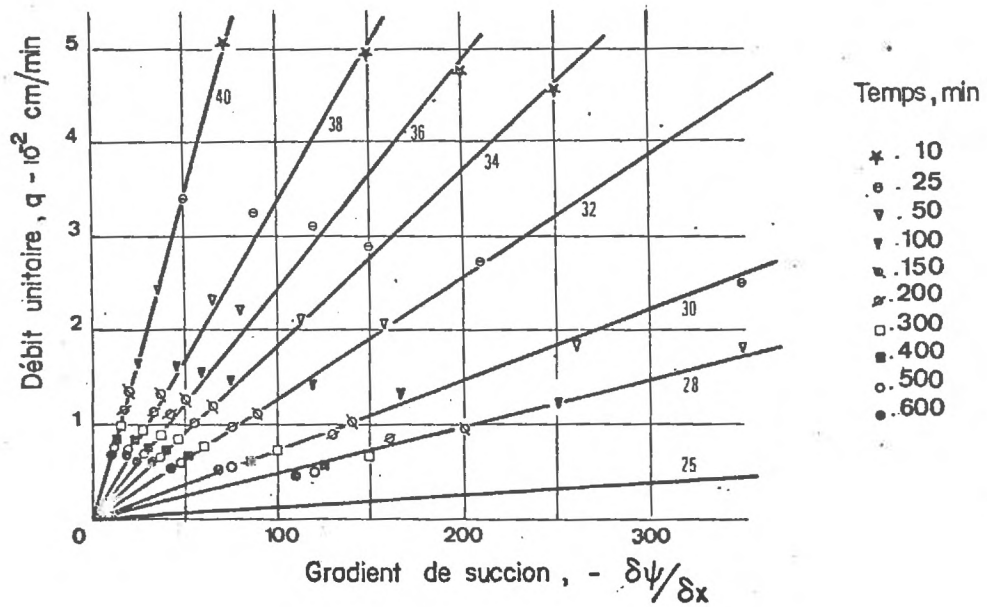
Il est en effet certain que, pour un échantillon de sol donné, l'écoulement sera beaucoup plus rapide lors d'une infiltration verticale que durant une infiltration horizontale, le potentiel gravitaire s'ajoutant, dans le premier cas, au potentiel capillaire. Au contraire, durant une remontée capillaire, la gravité freinera le mouvement d'ascension de l'eau dans la colonne.

De la même façon, on peut penser que l'évolution de l'écoulement dans un sol dense sera sûrement différente, toutes choses par ailleurs égales, de celle obtenue dans un sol de faible masse volumique.

Trois séries d'essais ont été effectuées, en jouant sur la valeur de deux paramètres différents : α , angle de la direction de l'écoulement avec l'axe vertical orienté vers le haut, et ρ_d masse volumique du sol sec. Ces essais peuvent être caractérisés par les conditions suivantes :

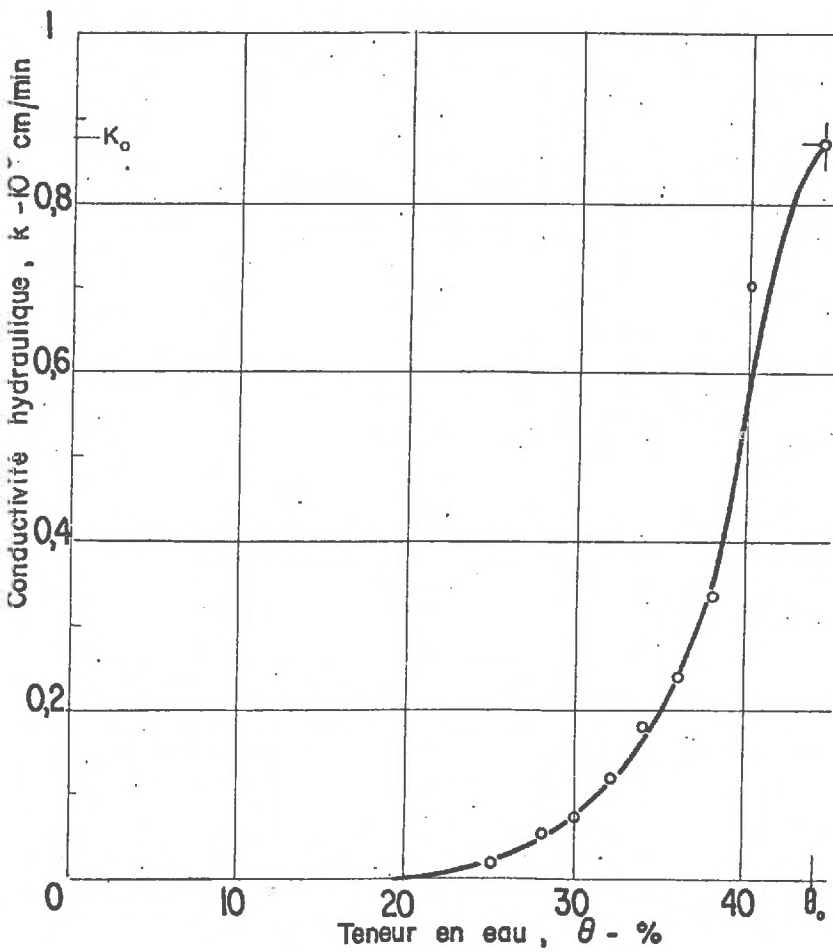
infiltration horizontale	: $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\rho_d = 1,66 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 0,36 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$
infiltration verticale (vers le bas)	: $\alpha = \pi$, $\rho_d = 1,54 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 0,391 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$
remontée capillaire	: $\alpha = 0$, $\rho_d = 1,49 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 0,40 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$

Infiltration horizontale, "Mont Cenis"



Relation entre débit unitaire et gradient de suction
 Paramètre: Teneur en eau, θ - %

Silt " Mont Ceris "



Courbe $k(\theta)$

Nous utiliserons également les résultats obtenus par DAVIDSON, 1963 b, sur le même sol, pour les conditions suivantes :

• infiltration horizontale : $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\rho_d = 1,25 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 0,45 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$

La teneur en eau θ_0 étant liée à la porosité n (θ_0 est même identique à n si le sol est saturé) varie avec la masse volumique. Rappelons que si ρ_s est la masse volumique des grains de sol, on a :

$$n = \frac{1}{\rho_d} - \frac{1}{\rho_s}$$

Ces essais ne pourront cependant pas être comparés directement, compte tenu des variations de conditions aux limites (surtout sur θ_0). Mais il sera possible d'avoir une comparaison relative de l'influence des différents termes.

Nous analyserons ensuite un essai particulier : remontée capillaire, pour déterminer la valeur de $k(\theta)$ et $D(\theta)$.

2.1. Etude de l'influence de la gravité.

Nous avons reporté fig. 3.15 les résultats d'essai sous la forme $x = f(\theta_n, t^{1/2})$, selon le procédé exposé au § 1.1. Cette représentation est en effet liée à la méthode numérique développée par PHILIP (1957) pour résoudre l'équation de l'écoulement, avec présence d'un terme gravitaire, répondant à :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial k}{\partial z} \cos \alpha$$

avec :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_i & \text{pour } t < 0, \quad x > 0 \\ \theta &= \theta_0 & \text{pour } t \geq 0, \quad x = 0 \end{aligned}$$

x étant la direction de l'écoulement et Oz l'axe vertical orienté vers le haut.

La solution proposée par PHILIP (cf. Chapitre I § 4) est présentée sous la forme d'un développement en série du type :

$$x = \lambda t^{1/2} \pm \chi t \pm \omega t^{3/2} \pm \dots \pm f_m t^{m/2} \quad (3.13)$$

avec :

- pour une remontée capillaire
- + pour une infiltration verticale

Les valeurs de $\lambda, \chi, \dots, f_m$ () étant cependant différentes dans les deux cas puisque l'équation de l'écoulement n'est pas une équation différentielle linéaire.

Cette méthode permet dans un premier stade de montrer qualitativement que l'influence de la gravité ne se fait ressentir, aussi bien en infiltration verticale qu'en remontée capillaire, qu'au bout d'un temps fini, les courbes $x = f(\theta_n, t^{1/2})$ confondant initialement avec la demi-droite de pente λ issue de l'origine. De plus l'action de la gravité semble être plus faible et plus importante pour l'infiltration que pour la remontée capillaire.

Les essais ont duré 635 mn pour l'infiltration horizontale et l'infiltration verticale, 3600 mn pour la remontée capillaire : nous n'avons arrêté ce dernier essai que lorsque le front d'humidification est arrivé au sommet de la colonne, soit à une hauteur de 75 cm (voir § 2.3 pour l'étude détaillée). Noter la différence d'échelle de temps *fig. 3.15* pour ce dernier essai.

Afin de pouvoir estimer l'importance du terme gravitaire, représenté par $(\chi t + \omega t^{3/2} + \dots + f_m t^{m/2})$ sur celui du terme capillaire, représenté par $\lambda t^{1/2}$ dans l'équation (3.13), les courbes expérimentales obtenues sous la forme $x = f(\theta_n, t)$ ont été lissées par approximation avec la forme générale donnée

$$x = \lambda t^{1/2}$$

a) Valeur du paramètre λ , obtenu par lissage

θ %	10	25	30	32	34	35
λ cm/min ^{1/2}	1,26	1,225	1,14	1,07	0,925	0,76

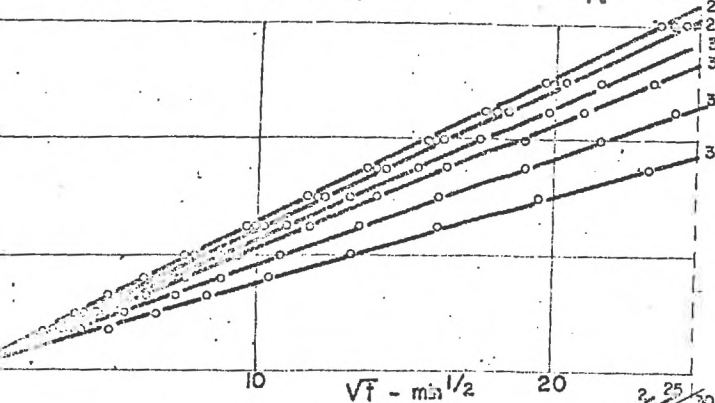
b) Calcul des profils

θ %	$t = 100$ min		$t = 300$ min		$t = 600$ min	
	$\lambda t^{1/2}$ cm	x^e cm	$\lambda t^{1/2}$ cm	x^e cm	$\lambda t^{1/2}$ cm	x^e cm
10	12,6	12,7	21,82	22	30,86	31
25	12,25	12,5	21,22	21,1	30,01	30,2
30	11,4	11,5	19,74	19,5	27,94	28
32	10,7	10,8	18,53	18,5	26,91	26,6
34	9,25	9,5	16,02	16,3	22,65	22,7
35	7,6	7,3	13,16	14	18,61	13,5

x^e : Résultats expérimentaux

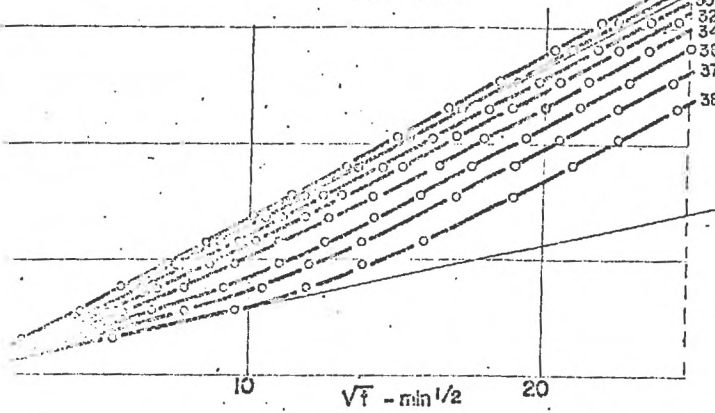
Infiltration, "Columbia"

Influence de la gravité - $x = \lambda t^{1/2} \pm \chi t \pm \omega t^2 \dots \pm f_n t^{n/2}$



Infiltration horizontale
 $\rho_d = 1,66 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 36\%$
 $x = \lambda t^{1/2}$

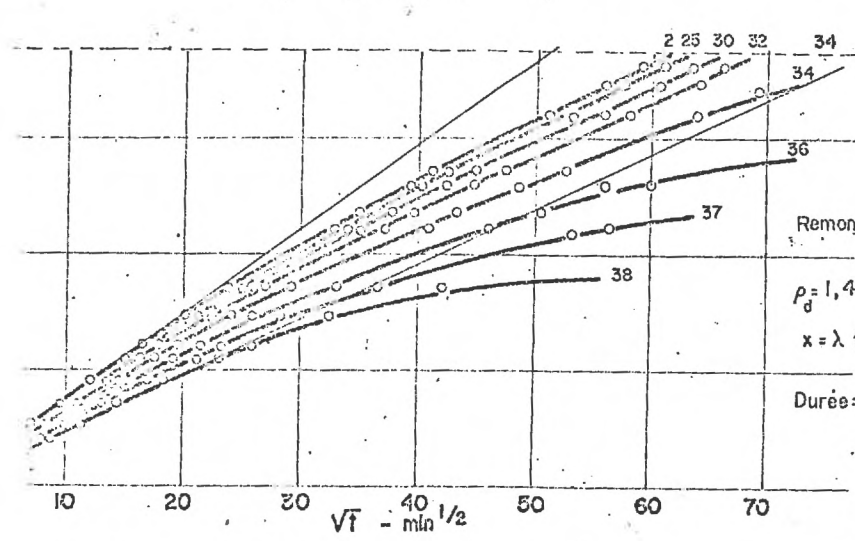
Durée : 635 min



Infiltration verticale
 (alimentation au sommet de la colonne)
 $\rho_d = 1,54 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 39,1\%$

$x = \lambda t^{1/2} + \chi t + \dots$

Durée : 635 min



Remontée capillaire

$\rho_d = 1,49 \text{ g/cm}^3$, $\theta_0 = 40\%$

$x = \lambda t^{1/2} - \chi t - \dots$

Durée : 3600 min

axe : Teneur en eau θ , %

FIG 345

par (3.13). Ce lissage a permis de déterminer les paramètres λ , χ , ω dans les trois cas. En guise de vérification, nous avons également comparé les profils théoriques, obtenus en utilisant ces valeurs des paramètres, avec les valeurs expérimentales. Ces résultats sont reportés tableaux 3.IV à 3.VIII. L'essai d'infiltration verticale n'a cependant pas duré suffisamment longtemps pour permettre de déterminer l'importance de terme en $\omega t^{3/2}$. Ce terme est en effet négligeable pour $t < 1\ 000$ mn, et la valeur maximum atteinte en remontée capillaire (pour $\theta = 37\%$) vaut :

t mn	100	600	3 600
$\omega t^{3/2}$ cm	0,005	0,073	1,08

Les courbes donnant les variations de paramètres λ , χ et ω sont reportées, pour les trois essais, *fig. 3.16*. On notera que les valeurs de χ sont bien supérieures - surtout pour les forts teneurs en eau - pour une infiltration verticale que dans le cas de la remontée capillaire. Afin de pouvoir estimer l'importance de ce terme gravitaire, nous avons calculé, à partir des valeurs de λ et, négligeant donc ω , la valeur du rapport $\beta = \chi t / \lambda t^{1/2}$ pour $t = 100 - 300$ et 600 mn pour l'infiltration et la remontée capillaire. Pour reporter les résultats sur le même graphique, les teneurs en eau ont également été mises sous une forme adimensionnelle : θ / θ_0 .

Ces résultats sont donnés *fig. 3.17*. On voit notamment que pour les teneurs en eau relatives inférieures à 0,5, l'influence du terme gravitaire est, à temps égal, pratiquement analogue dans les deux cas ; on peut notamment noter que pour $t=100$ mn

l'influence de ce terme est à peu près 50 fois plus faible que celui de la capillarité. Pour les teneurs en eau relatives supérieures à 0,5 le terme gravitaire prend une influence de plus en plus grande pour l'infiltration verticale. On observe enfin, dans le cas d'une infiltration verticale, un accroissement important avec le temps de la zone de teneur en eau voisine de θ_0 , ce qui est conforme aux conclusions de PHILIP, 1958.

Il faut cependant prendre garde à ne pas généraliser trop rapidement ces résultats : dans le cas des sables, par exemple, l'influence de la gravité peut être telle que l'eau "tombe" littéralement entre les grains (β est donc alors supérieur à 1).

2.2. Influence de la masse volumique.

Si l'on compare les trois courbes définissant $\lambda(\theta)$ (fig. 3.16) pour les trois essais étudiés précédemment, il est certain que ρ_d doit intervenir comme un paramètre important dans l'allure des profils hydriques. Cette influence peut notamment être démontrée en comparant la répartition des profils hydriques obtenus pour deux infiltrations horizontales, avec le silt "Columbia" :

pour $\rho_d = 1,25 \text{ g/cm}^3$ et $\theta_0 = 45 \%$ (DAVIDSON, 1963 b)

pour $\rho_d = 1,66 \text{ g/cm}^3$ et $\theta_0 = 36 \%$

Les résultats de ces essais sont reportés fig. 3.18. Si l'on ne considère que le déplacement du front, pouvant être caractérisé par $\theta = 10 \%$, on voit notamment que ce front avance pratiquement 5 fois plus vite dans l'essai effectué par DAVIDSON que dans le nôtre.

$$x = \lambda t^{1/2} + \chi t$$

a) Valeur des paramètres, obtenus par lissage

$\theta_{\%}$	10	25	30	32	34	36	37	38
$\lambda_{\text{cm}/\text{min}}^{1/2}$	1,35	1,29	1,20	1,11	0,99	0,82	0,71	0,54
$10^3 \chi_{\text{cm}/\text{min}}$	2,5	3,5	5,4	7,1	9	11,5	14,1	13,5

b) Calcul des profils

$\theta_{\%}$	$t = 100 \text{ min}$				$t = 300 \text{ min}$				$t = 600 \text{ min}$			
	$\lambda t_{\text{cm}}^{1/2}$	χt_{cm}	x_{cm}	x_{cm}^e	$\lambda t_{\text{cm}}^{1/2}$	χt_{cm}	x_{cm}	x_{cm}^e	$\lambda t_{\text{cm}}^{1/2}$	χt_{cm}	x_{cm}	x_{cm}^e
10	13,5	0,25	13,75	13,6	23,38	0,75	24,13	24,1	33,06	1,50	34,56	34,4
25	12,9	0,35	13,25	13	22,34	1,05	23,39	23,2	31,59	2,10	33,69	33,7
30	12,0	0,54	12,54	12,2	20,78	1,62	22,40	22	29,39	3,24	32,63	32
32	11,1	0,71	11,81	11,4	19,22	2,13	21,35	20,9	27,19	4,26	31,45	31
34	9,9	0,90	10,8	10,5	17,14	2,70	19,84	19,6	24,25	5,40	29,65	29,4
36	8,2	1,15	9,35	8,8	14,21	3,45	17,65	17,4	20,08	6,90	26,98	27,2
37	7,1	1,41	8,51	7,8	12,30	4,23	16,53	16,9	17,39	8,46	25,85	25,8
38	5,40	1,35	6,75	6,2	9,35	4,05	13,40	12,8	13,23	8,10	21,33	22,2

x^e : Résultats expérimentaux

$$x = \lambda t^{1/2} - \chi t - \omega t^{3/2}$$

a) Valeur des paramètres, obtenus par lissage

θ %	10	25	30	32	34	36	37	38
λ cm/min ^{1/2}	1,46	1,44	1,39	1,34	1,26	1,14	1,06	0,97
$10^3 \chi$ cm/min	3	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	3,9	4,0
$10^6 \omega$ cm/min ^{3/2}	1,9	1,9	1,9	1,9	2,1	4	5	5

b) Calcul des profils

θ %	$t = 100$ min					$t = 600$ min					$t = 1600$ min				
	$\lambda t^{1/2}$ cm	χt cm	$\omega t^{3/2}$ cm	X cm	X^e cm	$\lambda t^{1/2}$ cm	χt cm	$\omega t^{3/2}$ cm	X cm	X^e cm	$\lambda t^{1/2}$ cm	χt cm	$\omega t^{3/2}$ cm	X cm	X^e cm
10	14,6	0,30	0,002	14,30	14,5	35,76	1,80	0,028	33,93	34,2	58	4,80	0,12	53,08	53
25	14,4	0,33	"	14,07	14,2	35,27	1,93	"	33,22	33,5	57,5	5,27	"	52,11	52
30	13,9	0,34	"	13,53	13,7	34,05	2,04	"	31,93	32,1	55,6	5,43	"	50,05	50
32	13,4	0,35	"	13,05	13,1	32,32	2,10	"	30,29	31,2	53,5	5,59	"	47,79	48
34	12,6	0,35	"	12,30	12,3	30,65	2,18	0,031	28,47	29	50,4	5,75	0,13	44,52	44,5
36	11,4	0,38	0,004	11,01	11,1	27,22	2,28	0,059	25,58	26	45,5	6,08	0,25	39,17	39,7
37	10,6	0,39	0,005	10,20	10,4	25,55	2,34	0,073	23,55	24,1	42,4	6,25	0,32	35,83	36,5
38	9,7	0,40	"	9,29	9,3	23,76	2,40	"	21,29	22,2	38,8	6,40	0,32	32,08	32,7

X^e : Résultats expérimentaux

Pour concrétiser cette influence, nous donnons *fig. 3.19* la variation de $\lambda(\rho_d)$, en utilisant θ comme paramètre, et obtenue à partir des courbes $\lambda(\theta)$ relatives à ces quatre essais.

Ce réseau n'est valable que pour le sol *Columbia*. Il est surtout intéressant de voir l'évolution de la courbe relative à $\theta = 10\%$, qui semble se stabiliser pour $\rho_d > 1,50 \text{ g/cm}^3$.

2.3. Calcul de D et k - Remontée capillaire.

Appliquant la méthode déjà exposée § 1.3 et 1.5, nous proposons enfin d'analyser l'essai de remontée capillaire afin de déterminer les valeurs de k et D .

La distribution des teneurs en eau pendant la remontée capillaire est reportée *fig. 3.20* ; la courbe $\psi(\theta)$ est donnée, pour un échantillon de même masse volumique, *fig. 3.2*.

La valeur de la conductivité hydraulique correspondant à θ_0 est

$$K_0 = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm/mn}$$

(déterminée par perméamètre).

A partir des courbes $\theta(x_n, t)$ et $\psi(\theta)$ nous avons calculé les débits unitaires $q(\theta_n, t)$, les gradients de teneur en eau $-\frac{\partial \theta}{\partial x}$ et les gradients de succion $-\frac{\partial \psi}{\partial x}$.

En regroupant les couples de valeurs $(q, -\frac{\partial \theta}{\partial x})$ pour $\theta = 0,38 - 0,36 - 0,34 - 0,32 - 0,30$ et $0,25$ et $0,20 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, l'on obtient les résultats donnés dans le *tableau 3.IX* et la *fig. 3.21*.

Rappelons que dans le cas d'une remontée capillaire, la loi de Darcy s'écrit sous la forme :

$$q = -D \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} - k$$

Regroupant ($q, -\frac{\partial}{\partial x}$) on doit donc obtenir des demi-droites pente D et d'ordonnée à l'origine $-k$. Si l'on constate pendant d'après le *tableau 3.IX* que pour $\theta \leq 0,32$ les valeurs de $q(0)$ sont du même ordre de grandeur que le résidu quadratique moyen, il n'est pas alors possible, pour ces valeurs de θ , d'attacher une signification physique à la valeur de l'ordonnée à l'origine. On voit d'ailleurs que pour $\theta = 0,25$ et $0,20$, $q(0)$ bien que positif, n'est statistiquement significativement distinct de 0 .

Pour $\theta > 0,32$, les valeurs de $q(0)$ peuvent être assimilées à $-k$, mais cette méthode de détermination de la conductivité hydraulique est sûrement moins précise que la méthode présentée en § 1.5, et reprise ci-après.

Notons que le coefficient de corrélation linéaire est très voisin de 1, et qu'il n'est pas possible de déterminer $D(\theta)$ près de θ_0 , et pour les teneurs en eau très faibles.

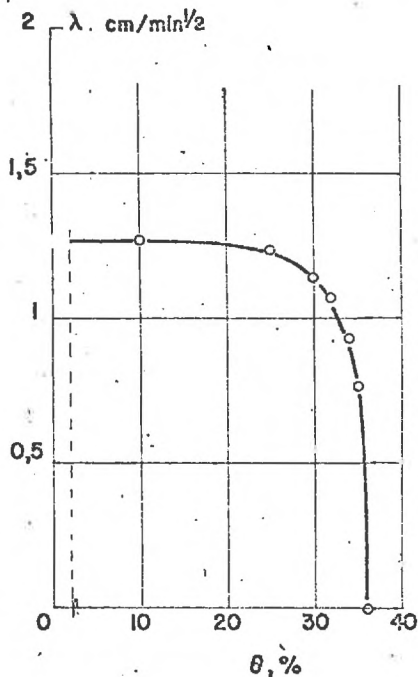
Regroupant maintenant les couples de valeurs ($q, -\frac{\partial}{\partial x}$) pour vérifier l'expression

$$q = -k \cdot \frac{\partial}{\partial x} - k$$

On obtient les résultats reportés dans le *tableau 3.X* et la *figure 3.22*.

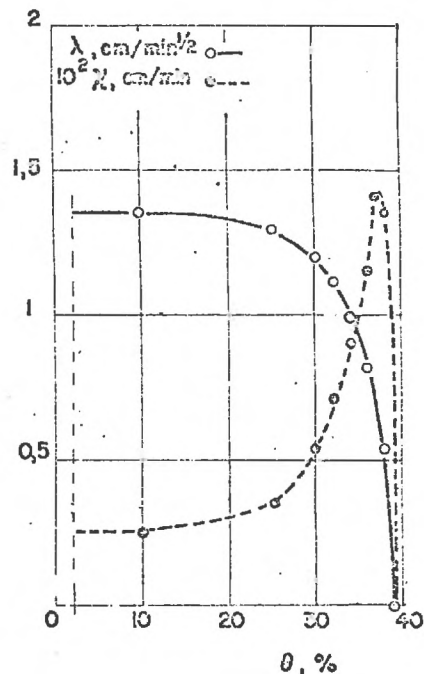
Les valeurs du résidu quadratique moyen sont généralement supérieures à celles obtenues *tableau 3.VI*, car les valeurs des pentes arrivent à être très fortes, donc entachées d'une erreur qui peut être importante. Il en résulte que $q(0)$ n'est statistiquement significatif que pour $\theta > 0,36$, et du même ordre de grandeur que $-k$.

Determination des paramètres caractéristiques



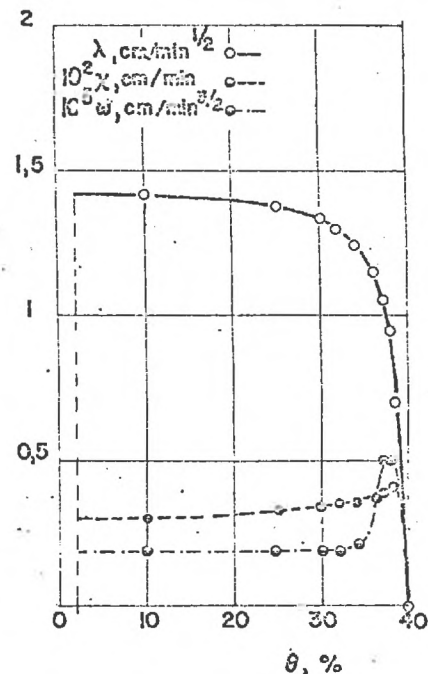
Infiltration horizontale

$$\rho_d = 1,66 \text{ g/cm}^3, \theta_0 = 36\%$$



Infiltration verticale

$$\rho_d = 1,54 \text{ g/cm}^3, \theta_0 = 33,1\%$$



Remontée capillaire

$$\rho_d = 1,49 \text{ g/cm}^3, \theta_0 = 40\%$$

Infiltration "Columbia"

Calcul de $\beta = \frac{Xt}{\lambda t^{1/2}}$

Infiltration verticale, $\theta_0 = 39,1\%$

Remontée capillaire, $\theta_0 = 40\%$

θ	θ/θ_0	t=100	t=300	t=600
10	0,256	0,0185	0,0321	0,0454
25	0,639	0,0271	0,0470	0,0665
30	0,767	0,045	0,078	0,1102
32	0,818	0,064	0,111	0,157
34	0,869	0,091	0,157	0,223
36	0,921	0,140	0,243	0,344
37	0,946	0,198	0,344	0,487
38	0,972	0,250	0,433	0,612

θ	θ/θ_0	t=100	t=300	t=600
10	0,25	0,0205	0,0355	0,0503
25	0,625	0,0229	0,0397	0,0561
30	0,75	0,0245	0,0424	0,0599
32	0,8	0,0261	0,0453	0,0640
34	0,85	0,0276	0,0485	0,070
36	0,9	0,0342	0,0577	0,0816
37	0,925	0,0367	0,0637	0,0901
38	0,95	0,0412	0,0714	0,1010

Infiltration
 Remontée capillaire

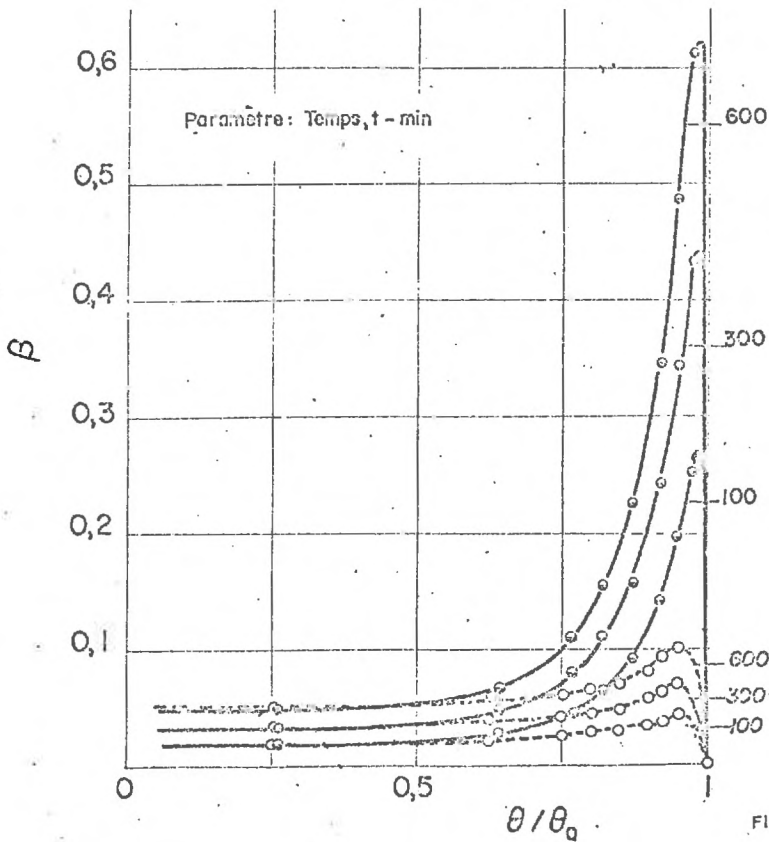
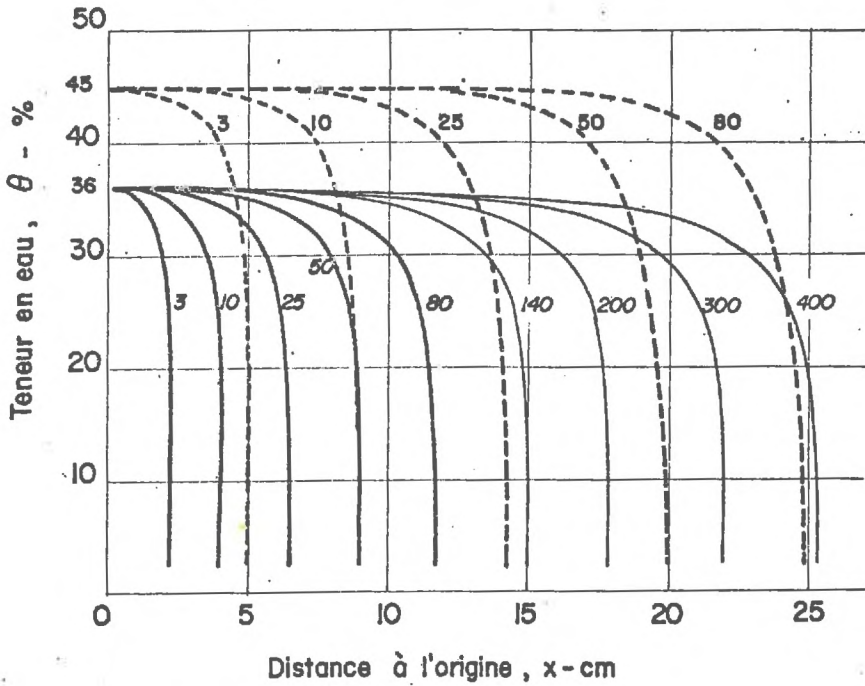


FIG 3-17

Infiltration horizontale, "Columbia"

- influence de ρ_d -

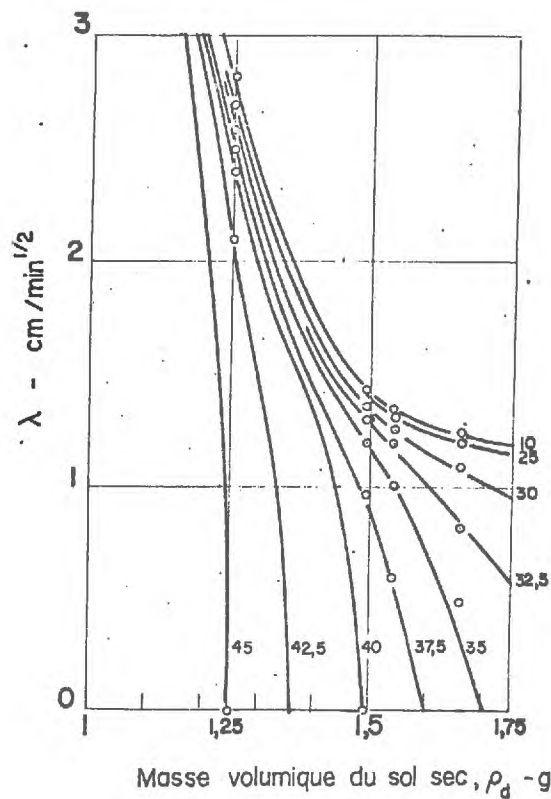
- $\rho_d = 1,25 \text{ g/cm}^3, \theta_o = 45\%$ (DAVIDSON, 1963 b)
——— $\rho_d = 1,66 \text{ g/cm}^3, \theta_o = 36\%$



Paramètre : Temps t -min

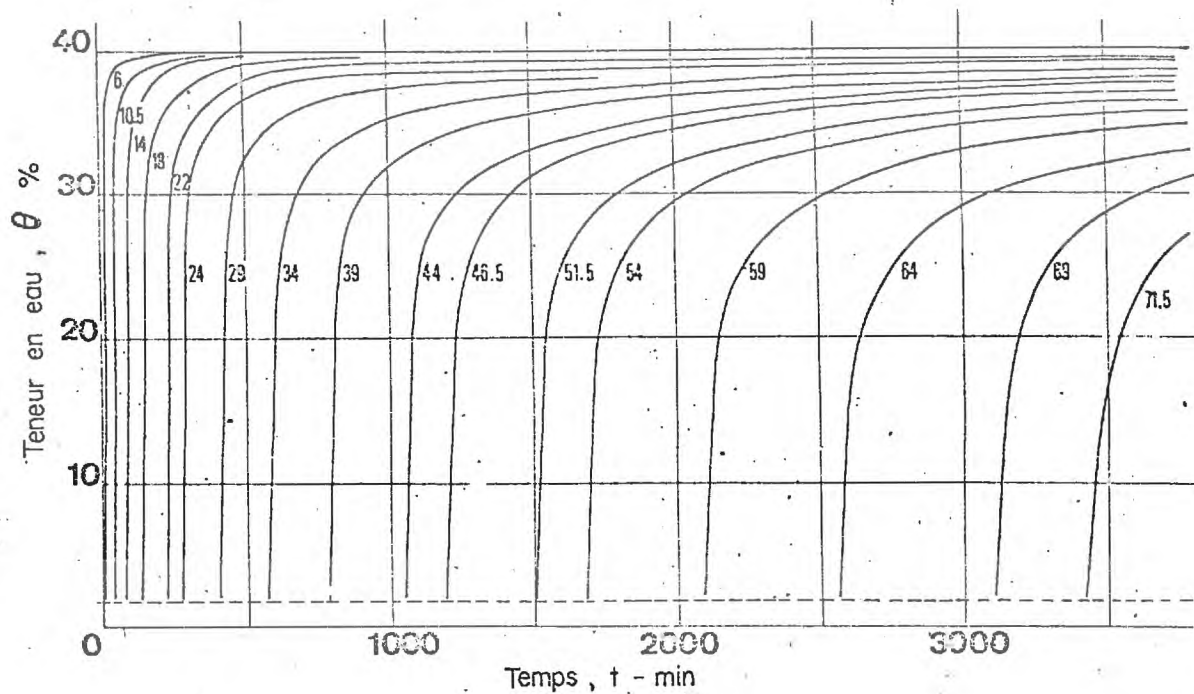
FIG 3-18

Infiltration , "Columbia "



Influence de la masse volumique sur la valeur de λ
 Paramètre Teneur en eau, θ - %

Remontée capillaire, "Columbia"

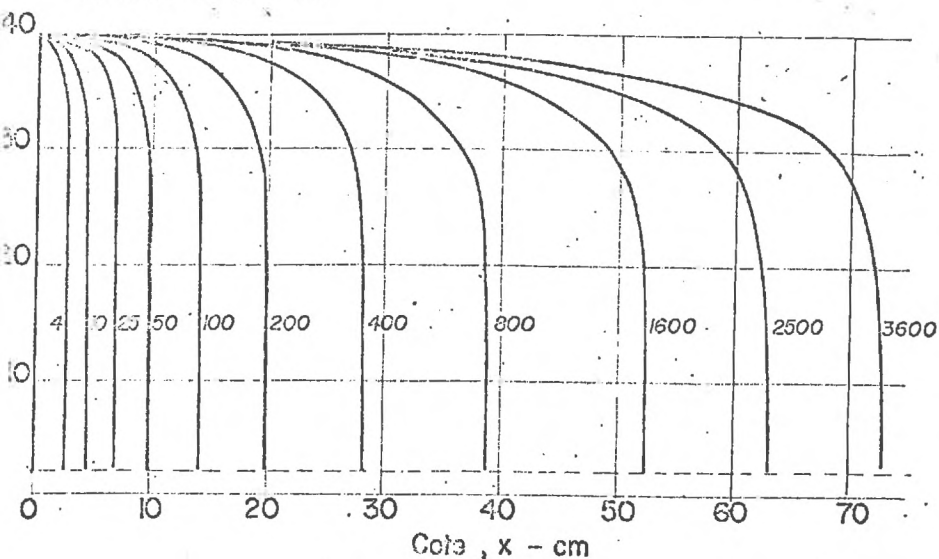


Distribution des teneurs en eau dans la colonne pendant la remontée capillaire
 Paramètre : Distance à l'origine, x - cm

Rémanéscence capillaire, "Columbia"

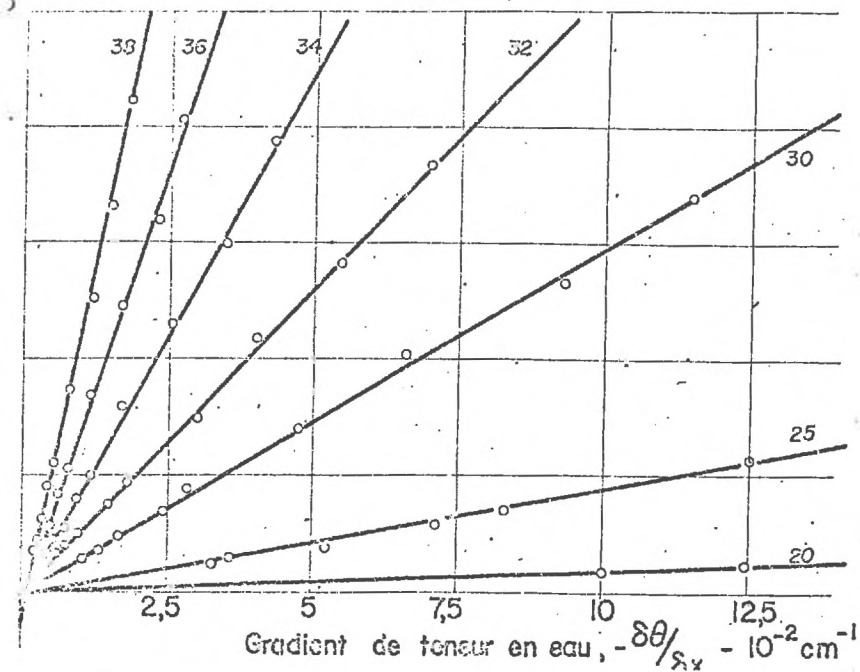
Evolution des profils hydriques

Paramètre: Temps t - min

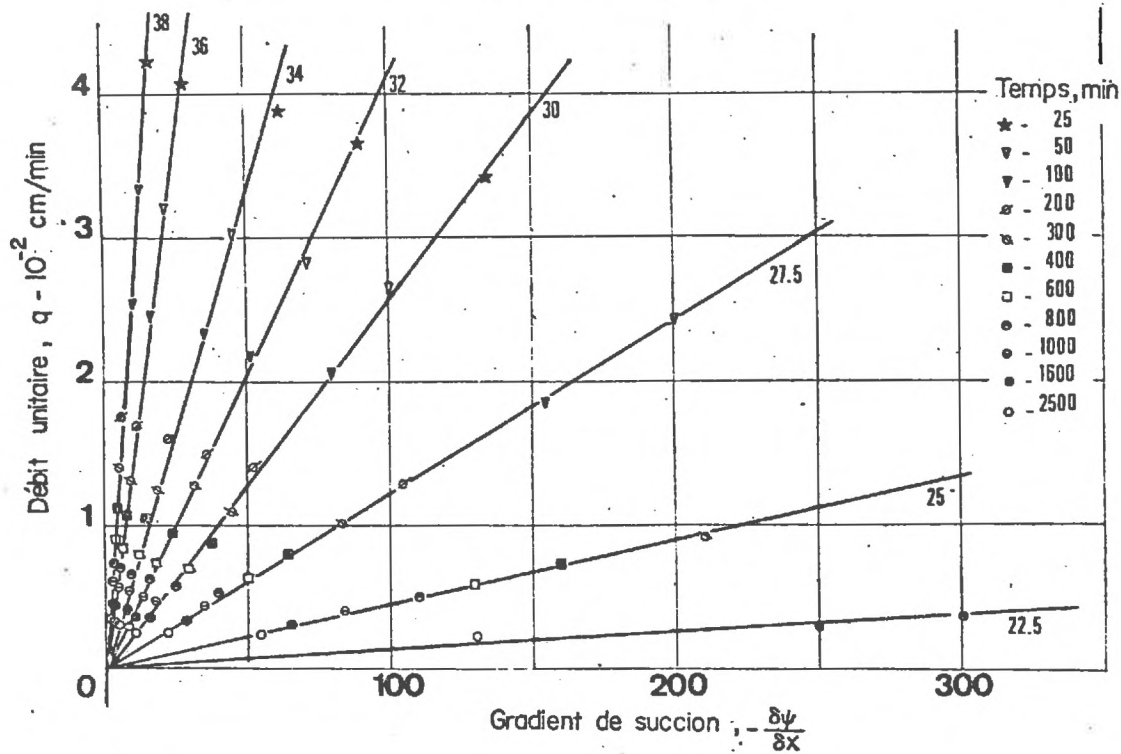


Détermination de D

Paramètre: Teneur en eau, θ - %

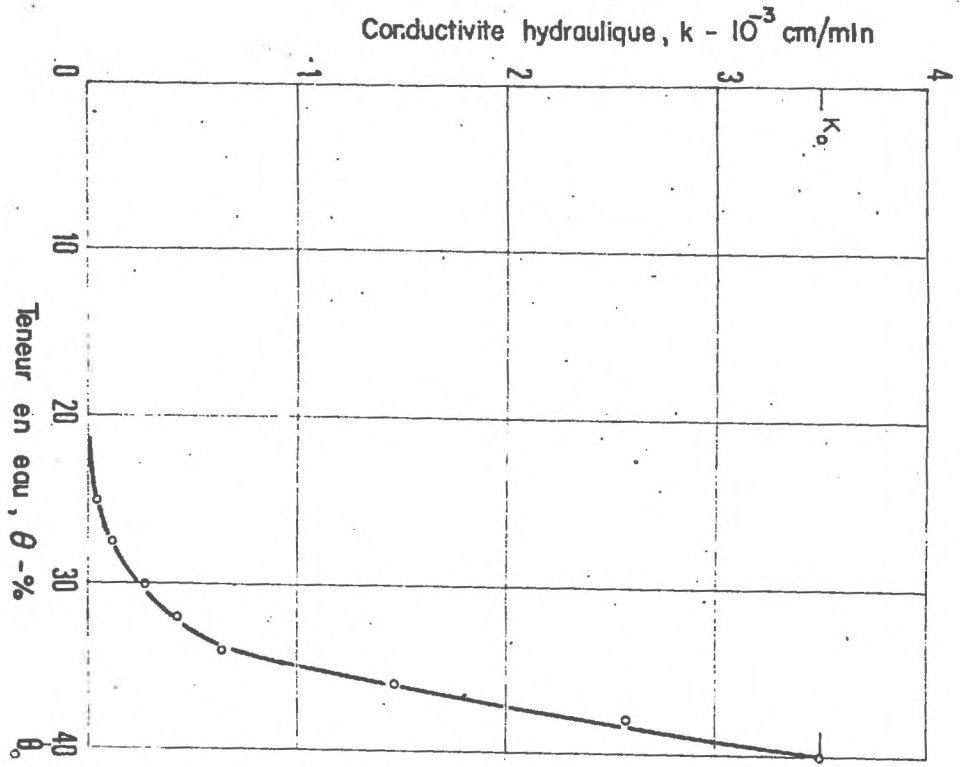


Remontée capillaire, "Columbia"



Relation entre débit unitaire et gradient de suction
 Paramètre Teneur en eau, θ - %

Silt " Columbia "



Remontée capillaire " Columbia "

Courbe $k(\theta)$

FIG. 3-23

t	$\theta=0,38$		$\theta=0,36$		$\theta=0,34$		$\theta=0,32$		$\theta=0,30$		$\theta=0,25$		$\theta=0,20$	
	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\theta}{\delta x}$
25	4,22	1,80	4,07	2,70	3,88	4,3	3,66	7	3,42	11,5	2,94		2,24	
50	3,32	1,50	3,19	2,3	3,01	3,5	2,82	5,5	2,64	9,3	2,22	27	1,73	
100	2,53	1,12	2,45	1,7	2,33	2,55	2,18	4	2,04	6,6	1,68	20	1,31	
200	1,75	0,78	1,69	1,12	1,60	1,70	1,50	3	1,40	4,75	1,16	12,5	0,91	50
300	1,40	0,63	1,32	0,96	1,25	1,45	1,17	2,4	1,10	3,6	0,92	10,5	0,73	38
400	1,12	0,55	1,06	0,8	1,02	1,20	0,94	1,8	0,88	2,86	0,73	8,3	0,58	35
600	0,89	0,45	0,84	0,675	0,80	0,95	0,75	1,5	0,70	2,45	0,59	7,15	0,47	25
800	0,74	0,38	0,70	0,57	0,67	0,82	0,63	1,3	0,59	2	0,51	6,3	0,41	21,5
1000	0,64	0,35	0,57	0,5	0,55	0,75	0,51	1	0,48	1,65	0,40	5,24	0,34	19
1600	0,46	0,30	0,43	0,375	0,405	0,56	0,38	0,775	0,36	1,3	0,31	3,58	0,26	12,5
2500	0,36	0,22	0,34	0,30	0,315	0,475	0,30	0,575	0,28	1,05	0,24	3,3	0,18	10
D	2,421		1,527		0,919		0,526		0,296		0,0840		0,0179	
q(0)	-1,943		-1,513		-0,871		-0,312		-0,023		0,033		0,123	
u	0,378		0,527		0,427		0,313		0,336		0,519		1,219	
r	0,9990		0,9979		0,9985		0,9991		0,9988		0,9973		0,9929	

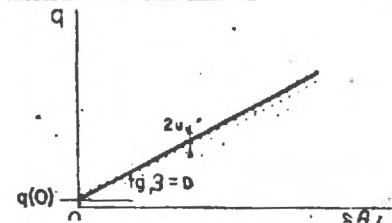
UNITES

 θ , cm^3/cm^3 q, 10^{-2} cm/minD, cm^2/min

t, min

 $\frac{\delta\theta}{\delta x}$, 10^{-2} cm^{-1} q(0), 10^{-3} cm/minu, 10^{-3} cm/min

r, Coefficient de corrélation linéaire



t	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$	q	$-\frac{\delta\psi}{\delta x}$
25	4,22	17,9	4,07	30	3,88	62,5	3,66	90	3,42	135	3,17	—	2,84	—	2,65	—
50	3,32	13,95	3,19	21,7	3,01	45,5	2,82	71,5	2,64	100	2,42	—	2,22	—	1,96	—
100	2,53	10,1	2,45	17	2,33	35	2,18	52	2,04	80	1,86	155	1,68	—	1,49	—
200	1,75	6,47	1,69	12	1,60	22,5	1,50	35,3	1,40	52,5	1,28	105	1,16	—	1,04	—
300	1,40	5,79	1,32	9,8	1,25	18,5	1,17	32	1,10	45	1,01	84	0,91	210	0,82	—
400	1,12	5,22	1,06	7,7	1,02	15	0,94	23	0,88	38	0,80	64	0,73	160	0,66	—
600	0,89	4,94	0,84	6,4	0,80	12,5	0,75	18	0,70	30	0,64	50	0,59	130	0,53	—
800	0,74	3,78	0,70	5,8	0,67	9,6	0,63	16	0,59	25	0,54	40	0,50	110	0,45	400
1000	0,64	3,58	0,57	5,2	0,55	8,8	0,51	14,2	0,48	18	0,44	35	0,40	84	0,36	300
1600	0,46	3,32	0,43	4,6	0,405	8,1	0,38	11	0,36	16	0,34	29	0,31	66	0,28	200
2500	0,36	2,49	0,34	3	0,315	5,2	0,30	9,1	0,28	11	0,26	22	0,24	55	0,22	130
k	2,574		1,455		0,6394		0,4136		0,2645		0,189		0,0430		0,014	
q(0)	-2,334		-1,154		0,280		0,260		0,646		-0,268		0,251		—	
u	1,44		0,895		0,955		0,382		1,26		0,364		0,138		—	
r	0,9928		0,9970		0,9971		0,9984		0,9988		0,9995		0,9981		—	

UNITES

θ , cm^3/cm^3

t, min

q, 10^{-2} cm/min

$\frac{\delta\psi}{\delta x}$, 10^{-2} cm/cm

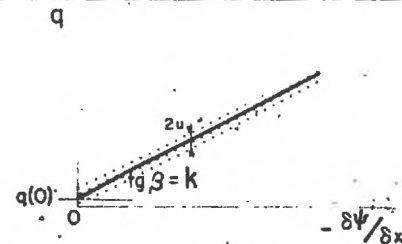
k, 10^{-3} cm/min

q(0), 10^{-3} cm/min

u, 10^{-3} cm/min

r, Coefficient de corrélation linéaire

TAB-3-X



La courbe $k(\theta)$ caractéristique du sol "Columbia", pour $\rho_s = 1,66 \text{ g/cm}^3$, est reportée fig. 3.23. Les valeurs de $k(\theta)$ sont bien supérieures à celles obtenues, pour une teneur en eau identique, pour le sol "Mont-Cenis". Rappelons simplement (cf. fig. 3.1) que dans le sol "Mont-Cenis", il existe 25 % en poids de matériau inférieur à 20μ , alors que cette granulométrie est pratiquement la limite inférieure du sol "Columbia". D'où la forte différence entre les deux valeurs de K_0 .

On peut donc conclure pour ce sol en notant que, dans le domaine de mesures exploitables, la linéarité de la relation de Darcy généralisée est bien établie.

L'analyse des résultats expérimentaux nous permet en outre d'affirmer :

- a- qu'il existe bien une relation linéaire entre le déplacement x et la racine carrée du temps pour une teneur en eau donnée lors d'une infiltration horizontale.
- b- qu'une infiltration verticale conduira à un déplacement plus rapide des profils hydriques, surtout dans les zones de fortes teneurs en eau ; une remontée capillaire à un déplacement moins rapide.
- c- que pour un sol fin, l'influence de la gravité n'intervient que lentement.
- d- que la masse volumique du sol est un paramètre très important, l'écoulement de l'eau dans un sol dense pouvant être beaucoup moins rapide -toutes choses égales par ailleurs- que dans le même sol peu compact.

Il reste cependant, avant de clore ce chapitre, à discuter d'un point important : peut-on justifier que l'hypothèse d'unicité de $\psi(\theta)$, utilisée pour calculer $k(\theta)$, est valable ? Cette discussion nous permettra de choisir entre les deux méthodes (détermination de D ou de k) définies ci-dessus.

3. VALIDITE DE LA DETERMINATION DE $\psi(\theta)$. ALLURE DES LOIS $D(\theta)$, $k(\theta)$.

3.1. Validité de $\psi(\theta)$.

Ce paragraphe répond en fait à une critique récente, et justifiée, de D. SWARTZENDRUBER (1968) sur la méthode utilisée pour obtenir $\psi(\theta)$. La partie la plus intéressante de cet article est la suivante :

On peut cependant soulever une question de principe sur la méthode revenant à utiliser la fonction $\psi(\theta)$, déterminée par un procédé statique, pour calculer la valeur de ψ correspondant à une teneur en eau transitoire θ , et, à partir de cette valeur, pour déterminer le gradient de succion - $\partial\psi/\partial x$. Faire de la sorte revient en effet à supposer non seulement que $\psi(\theta)$ est unique, mais également que $\psi(\theta)$ est identique pour des conditions d'écoulement dynamique transitoire et pour des conditions d'équilibre statique. ..."

Pour étayer ce raisonnement, D. SWARTZENDRUBER se base sur des recherches effectuées par W.R. GARDNER et W.G. GARDNER (1951), DAVIDSON (1966) et TOPP (1967) et ayant conduit aux conclusions suivantes, assez controversées :

ψ pourrait dépendre aussi bien de θ que du gradient de teneur en eau - $\partial\theta/\partial x$ (GARDNER).

La loi $\psi(\theta)$ obtenue par la méthode des plaques de succion pourrait dépendre du pas $\Delta\psi$ appliqué : θ ne serait pas le même à l'équilibre, pour un sol donné, à une masse volumique donnée, pour une succion $\psi = -100$ cm d'eau, par exemple, obtenue en passant de $\psi = 0$ à $\psi = -100$ cm que pour la même succion obtenue en 2 (0-50 ; 50-100) ou 4 (0-25 ; 25-50 ; 50-75 ; 75-100) paliers (DAVIDSON). Ce qui pourrait donc impliquer que la loi $\psi(\theta)$ peut être soumise à des effets dynamiques.

c- les essais récents de TOPP montreraient pour certains sols que les valeurs de $\psi(\theta)$ seraient identiques en régime permanent et pour la condition d'équilibre, mais relativement différentes en régime transitoire.

L'objection de D. SWARTZENDRUBER est donc importante, et mérite une étude plus précise de la validité des hypothèses choisies

La méthode conseillée par SWARTZENDRUBER pour vérifier la validité de notre hypothèse de base avait en fait déjà été employée précédemment (BORELI-VACHAUD, 1965) : il s'agit de comparer les valeurs de D , ou k , obtenues à partir des couples $(q, - \frac{\partial \psi}{\partial x})$ avec celles données par l'analyse des résultats sous la forme $(q, - \frac{\partial \psi}{\partial x})$. La comparaison de ces deux méthodes n'avait pas été faite dans l'article critiqué par SWARTZENDRUBER, uniquement pour des raisons de concision, les premiers résultats ayant déjà été publiés par ailleurs.

Le calcul de D à partir de $(q, - \frac{\partial \psi}{\partial x})$ n'implique en effet aucune hypothèse sur l'unicité de $\psi(\theta)$. La valeur de D ainsi déterminée peut être qualifiée de "coefficient de diffusivité dynamique". Dans l'analyse de la remontée capillaire, l'ordonnée à l'origine des droites $q = f(- \frac{\partial \psi}{\partial x})$ définit en outre la valeur du "coefficient de conductivité dynamique".

Définissons maintenant

$$D_* = k \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

où k est la valeur du coefficient de conductivité obtenu à partir de l'analyse des profils $(q, - \frac{\partial \psi}{\partial x})$ et $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ est la pente de la courbe $\psi(\theta)$ déterminée par la méthode de plaques de succion.

D_* peut être interprété comme le "coefficient de diffusivité statique". Pour une teneur en eau donnée, D et D_* ne seront identiques que si $\psi(\theta)$ est unique pour un écoulement dynamique transitoire et pour l'équilibre statique.

On pourrait également penser à comparer les valeurs des coefficients de conductivité, mais l'analyse statique des demi-droites $q = f(-\frac{\partial\psi}{\partial x})$ montre que l'ordonnée à l'origine de ces demi-droites peut être entachée d'une erreur relative importante.

Nous avons reporté *tableau 3.XI* les valeurs de D et D_* pour les deux sols étudiés, et la corrélation $D = f(D_*)$ *fig. 3.24*. Il n'est pas possible à partir de ces résultats, de conclure qu'il existe une déviation quelconque entre les valeurs transitoire et statique de D , donc de $\psi(\theta)$.

$D(\theta)$ n'ayant d'autre part pas de signification physique, et le coefficient phénoménologique décrivant l'écoulement étant plutôt k , il nous semble préférable d'utiliser la méthode l'analyse des profils développée sous la forme $q = f(-\frac{\partial\psi}{\partial x})$, qui donne directement k .

Cette méthode sera pleinement justifiée si l'on dispose d'un système indépendant de mesure de $\psi(t, x)$ sous forme d'une série de tensiomètres et de capteurs par exemple.

3.2. Allure de $D(\theta)$.

De nombreuses méthodes d'analyse numérique de l'évaluation de l'écoulement (GARDNER-MAYHUGH, 1958 - SCOTT-HANKS, 1962 - etc.) sont basées sur une loi de variation du coefficient diffusivité de la forme :

$$D = D_0 \exp [\beta (\theta - \theta_0)]$$

Les résultats expérimentaux donnant $D(\theta)$ pour l'infiltration horizontale (*Mont-Cenis*) et la remontée capillaire (*Columbia*) sont reportés *fig. 3.25*. Dans le domaine de mesure exploitable, il semble que cette approximation soit valable. Il est cependant bon de signaler les résultats obtenus par D.A. ROSE (1966): si la loi $D(\theta)$ est exponentielle dans le domaine de la continuité de la phase liquide, il semble par contre que pour les très faibles teneurs en eau, donc en phase vapeur, il faille considérer un type d'équation tout à fait différente. Cette loi passerait par un minimum pour augmenter lorsque la teneur en eau se rapproche de θ_i .

3.3. Allure de $k(\theta)$.

De nombreuses équations empiriques ont enfin été proposées pour décrire la variation de $k(\theta)$. A partir d'une étude statistique, basée sur le dépouillement de 23 essais donnant les courbes de conductivité capillaire et de succion (utilisant notamment les données de BROOKS-COREY, 1964 ; IRMAY, 1954 ; GARDNER-MICKLICH, 1962 ; NIELSEN, 1961 ; REISENAUER, 1964 ; WATSON, 1966), nous avons cherché à vérifier la corrélation entre k/k_0 et θ . Cette étude, publiée en 1966 (BORELI-VAGHAUD) montre que dans 82 % des cas, la formule

$$\frac{k(\theta)}{k_0} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_0 - \theta_r} \right)^{3,5}$$

est assez satisfaisante. θ_r , qui représente la teneur en fluide résiduel, ou la limite de continuité de la phase liquide ($k(\theta) \rightarrow 0$ pour $\theta \rightarrow \theta_r$), peut être assez bien estimé par la valeur de la teneur en eau correspondant à une succion de 1/3 d'atmosphère.

$(\theta_0 - \theta_r)$ définit d'autre part la porosité effective ε ; cette valeur représente la quantité réelle de liquide présent dans un milieu poreux qui participe à l'écoulement. Il est évident que pour un matériau grossier (sable) ε tend vers n .

Il faut cependant remarquer que cette relation empirique est surtout satisfaisante pour les sols sableux et silteux. Lorsque la proportion de fines devient importante, il devient difficile de déterminer θ_c , et on observe donc une certaine divergence entre les valeurs de k déterminées expérimentalement et celles obtenues par cette formule.

-:-:-

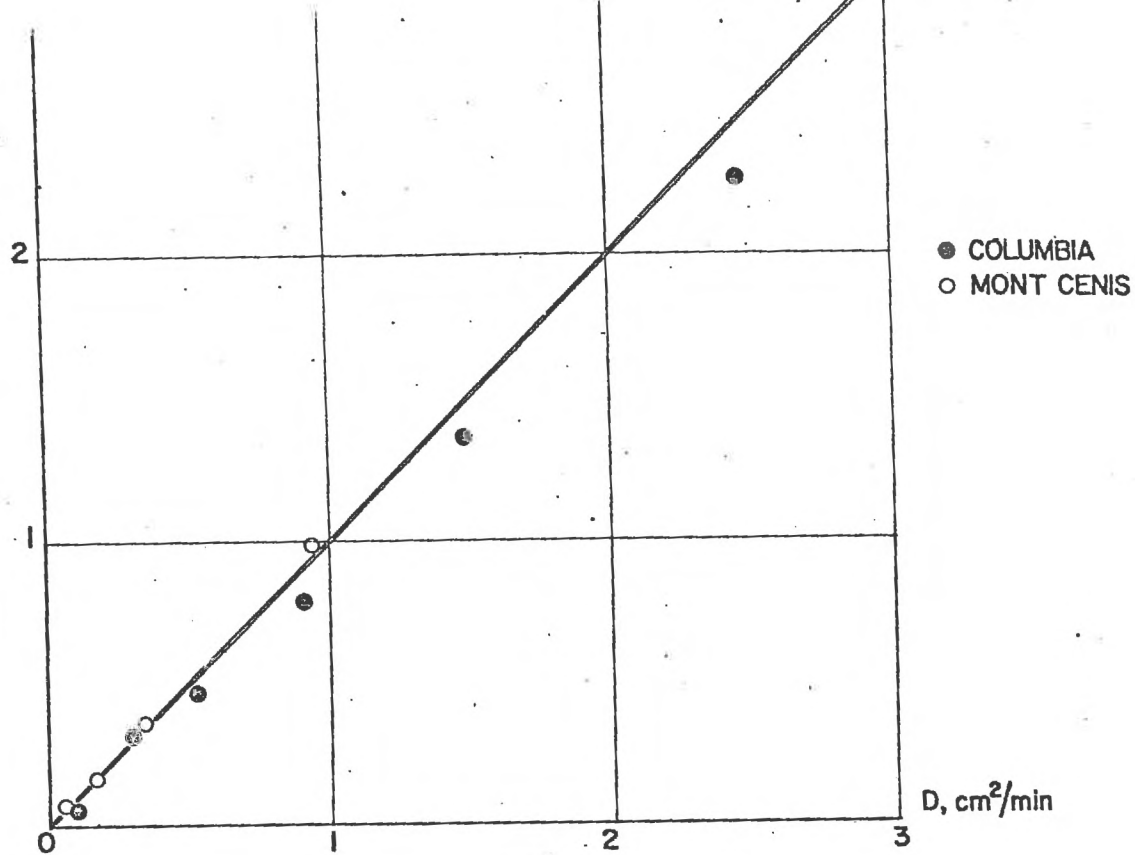


FIG 3-24

Silt COLUMBIA

θ	38	36	34	32	30	25
K	2,574	1,455	0,639	0,414	0,264	0,043
$\delta\psi/\delta\theta$	0,88	0,94	1,09	1,12	1,19	1,45
D_*	2,265	1,368	0,697	0,464	0,315	0,062
D	2,421	1,527	0,909	0,526	0,296	0,084

UNITES = θ , %
 K, 10^{-3} cm/m n
 $\delta\psi/\delta\theta$, 10^3 cm
 D, $cm^2/m n$

Silt MONT GENIS

θ	40	35	30	25
K	0,707	0,205	0,071	0,013
$\delta\psi/\delta\theta$	1,4	1,8	2,06	4,67
D_*	0,955	0,368	0,146	0,059
D	0,962	0,343	0,162	0,053

$$D_* = K \frac{\delta\psi}{\delta\theta}$$

$$D = \frac{-q}{\delta\theta/\delta x}$$

Coefficient de diffusivité, $D(\theta)$

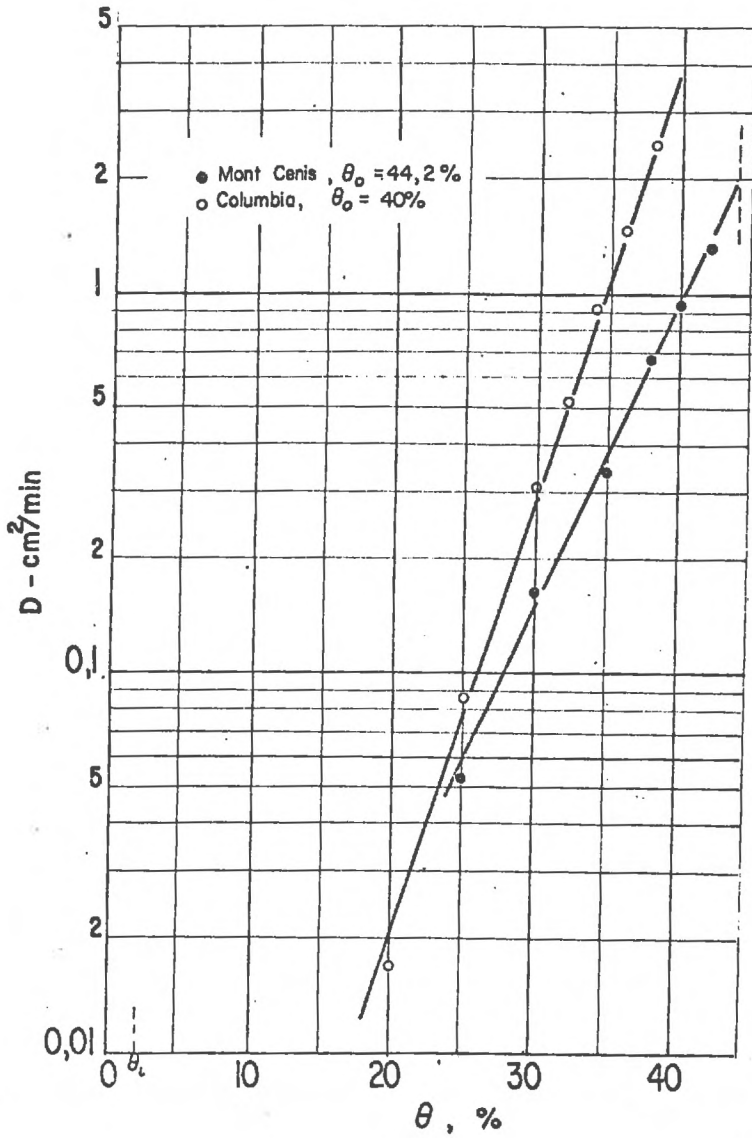


FIG 3-25

B I B L I O G R A P H I ECHAPITRE III

- ELI M.-G. VACHAUD, 1965 - De l'effet de la gravité sur la valeur du coefficient de diffusivité dans les problèmes d'infiltration de l'eau en milieu non saturé.
C.R. Acad. Sci., Paris, 261 : 2286-2289.
- ELI M.-G. VACHAUD, 1966 - Note sur la détermination de la teneur en eau résiduelle et sur la variation de la perméabilité relative dans les sols non saturés.
C.R. Acad. Sci., Paris, 263 : 698-701.
- OKS R.H.-A.T. COREY, 1964 - Hydraulic properties of porous media. Hydrology Paper n° 3, Colorado State Univ., Fort-Collins.
- UDSON J.M.-D.R. NIELSEN-J.W. BIGGAR, 1963-a - The measurement and description of water flow through Columbia Silt loam and Hesperia Sandy loam.
Hilgardia, 34 : 601-617.
- UDSON J.M.-D.R. NIELSEN-J.W. BIGGAR, 1963-b - Gamma-radiation attenuation for measuring density and transient water flow in porous media.
J. of Geophys. Res., 68 : 4777-4783.
- UDSON J.M.-D.R. NIELSEN-J.W. BIGGAR, 1966 - The dependence of soil water uptake and release upon the applied pressure increment.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 30 : 298-304.
- UDSON H.-W.H. GARDNER, 1962 - Water content measurement in soil columns by gamma-ray absorption.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 26 : 11-14.
- NER W.R.-W.H. GARDNER, 1951 - Flow of soil moisture in the unsaturated state.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 15 : 42-50.
- NER W.R.-M.S. MAYHUGH, 1958 - Solutions and tests of the diffusion equation for the movement of water in soil.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 22 : 197-201.
- NER W.R.-F.J. MIKLICH, 1962 - Unsaturated conductivity and diffusivity measurements by a constant flux method.
Soil Sci., 93 : 271-274.

- IRMAV S., 1964 - On the hydraulic conductivity of unsaturated soils.
Trans. Am. Geophys. Union, 35 : 463-467.
- JACKSON R.D., 1963 - Porosity and soil water diffusivity relations.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 27 : 123-126.
- JENSEN M.E.-R.J. HANKS, 1967 - Non steady state drainage from porous media.
Proc. ASCE, J. of Irrigation and Drainage Div., IR 3 : 209-231.
- KLUTE A., 1962 - Some theoretical aspects of the flow of water in unsaturated soils.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 16 : 144-148.
- KLUTE A.-F.D. WHISLER, E.J. SCOTT, 1965 - Numerical solution of the non-linear diffusion equation for water flow in a horizontal soil column of finite length.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 29 : 353-358.
- LIAKOPOULOS A.C., 1965 - Theoretical solution of the unsteady unsaturated flow problems in soils.
Bull. A.I.H.S., vol. 10, 1 : 5-39.
- NIELSEN D.R., 1961 - Study of some soil parameters in describing multiple phase flow in porous media.
Unpublished Report, University of California - Davis.
- NIELSEN D.R., G. VACHAUD, 1965 - Infiltration of water into vertical and horizontal soil columns.
Journal of the Indian Soc. Soil Science, 13 : 15-23.
- PHILIP J.R., 1955 - Numerical solution of Equations of diffusion type with diffusivity concentration dependent.
I-Trans. Faraday Soc., 51 : 885-892.
- PHILIP J.R., 1957 - Numerical solution of Equations of diffusion type with diffusivity concentration dependent.
II- Australian J. Phys., 10 : 29-42.
- PHILIP J.R., 1957 - The theory of infiltration ; 4- Sorptivity and algebraic infiltration equations.
Soil Sci., 84 : 257-264.
- RAWLINS S.L.-W.H. GARDNER, 1963 - A test of the validity of the diffusion equation for unsaturated flow of soil water.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 27 : 507-511.
- REISENAUER A.E., 1963 - Methods for solving problems on multi-dimensional, partially saturated steady flow in soils.
J. of Geophys. Res., 68 : 5725-5733.
- ROSE D.A., 1966 - Water transport in soils by evaporation and infiltration.
Intern. Symposium on Water in the Unsaturated Zone, Wageningen, Pays-Bas, Ib,1.

- TT E.J.-R.J. HANKS, 1962 - *Solution of the one-dimensional diffusion equation for exponential and linear diffusivity functions by power series applied to flow of moisture in soils.* *Soil Sci.*, 94 : 314-322.
- RTZENDRUBER D., 1968 - *Comments on "Determination of the hydraulic conductivity of unsaturated soils from an analysis of transient flow data" by G. VACHAUD.* *En. cours de publication, Water Resources Res.*
- P G.C.-A. KLUTE-D.B. PETERS, 1967 - *Comparison of water content-pressure head data obtained by equilibrium, steady-state, and unsteady-state methods.* *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37 : 312-314.
- HAUD G., 1966 - *Vérification de la Loi de Darcy généralisée et détermination de la conductivité hydraulique à partir d'une infiltration horizontale.* *Intern. Symposium on Water in the Unsaturated Zone, Wageningen, Pays-Bas, Ib-12.*
- HAUD G., 1967 - *Determination of the hydraulic conductivity of unsaturated soils from an analysis of transient flow data.* *Water Resources Res.*, 3 : 697-705.
- ON K.K., 1966 - *An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials.* *Water Resources Res.*, 2 : 709-715.

CHAPITRE IV

REDISTRIBUTION A LA FIN D'UNE INFILTRATION

Toute la théorie précédente, relative à l'étude de l'infiltration, est basée sur l'hypothèse d'une relation unique d'une part entre la succion et la teneur en eau, d'autre part entre le coefficient de conductivité hydraulique et la teneur en eau.

A partir de cette hypothèse, il est possible, comme nous l'avons vu, d'obtenir, dans certains cas, des solutions explicites de l'équation de l'écoulement écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial k}{\partial x} \cos \alpha \quad (4.1)$$

L'on se heurte cependant très rapidement à une difficulté majeure lorsqu'on veut résoudre cette équation pour un problème mixte tel que :

- . drainage après une infiltration, ou
- . infiltration après un drainage.

On sait en effet que les lois $\psi(\theta)$ et $k(\theta)$ sont des lois à hystérésis. Négliger ce phénomène d'hystérésis conduit dans ce cas à des solutions erronées (H.A. IBRAHIM - BRUTSAERT, 1968). Mais comme les courbes de passage d'une branche à l'autre du cycle sont généralement inconnues, on est amené à faire toute une série d'hypothèses sur la nature de ces courbes pour résoudre (4.1).

Après un rappel de la théorie de l'hystérésis et des résultats expérimentaux et théoriques déjà publiés, nous proposons d'étudier des résultats obtenus par mesure directe de l'évolution des teneurs en eau dans une colonne horizontale après arrêt de l'infiltration, et sans évaporation (redistribution).

L'exposé de ces résultats a notamment fait l'objet d'une communication présentée au Symposium de Wageningen (ACHAUD, 1966).

RAPPEL DES RESULTATS ANTERIEURS TRAITANT DE L'HYSTERESIS.

Il est trivial de signaler que si l'on considère deux échantillons A et B du même sol, à la même masse volumique et à la même teneur en eau, mais avec une histoire différente : A étant par exemple amené à la teneur en eau θ en partant de l'état de saturation ; B étant porté à la même teneur en eau en partant de l'état sec, la valeur de la succion correspondant aux deux échantillons A et B sera différente. En valeur absolue, il aura en effet $\psi_A > \psi_B$. Si, de plus, on considère un troisième échantillon C, toujours du même sol, porté à la teneur en eau θ à partir d'une teneur en eau antérieure θ' quelconque, la grandeur de ψ_C sera intermédiaire entre ψ_A et ψ_B .

La courbe de succion obtenue avec l'échantillon A, en décrivant tous les états intermédiaires entre θ_0 et θ_r , partant de θ_0 , définit la courbe de succion en "drainage" ψ_d . La courbe obtenue avec B définit la courbe de succion en "humidification" ψ_h . Ces deux courbes délimitent un cycle d'hystérésis fermé. La courbe obtenue avec C sera une "courbe intermédiaire" (wetting curve) en drainage ou en humidification.

On trouvera *fig. 4.1* les deux branches ψ_d et ψ_h correspondant à l'échantillon de silt "Columbia" étudié lors du chapitre précédent (infiltration horizontale). Nous avons reporté *fig. 4.2* les cycles complets publiés par TOPP et MILLER (1966) pour un matériau artificiel formé de billes de verre. La seule difficulté expérimentale rencontrée pour obtenir ces cycles complets provient de la durée des essais.

Signalons au passage que TOPP et MILLER montrent qu'il existe une hystérésis importante entre ψ et θ , entre k et ψ , mais une relation unique entre k et θ , indépendante de l'histoire précédente du matériau (du moins pour les agrégats qu'ils ont étudiés).

On conçoit dès lors aisément que, si l'on n'est pas sur une des branches extérieures du cycle de succion, où la relation $\psi(\theta)$ est unique et connue, la difficulté essentielle provient de l'estimation de l'allure de la courbe $\psi(\theta)$ correspondant à une "courbe intermédiaire" arbitraire, deux familles de courbes différentes pouvant passer par le même point.

Deux hypothèses sont généralement invoquées pour expliquer ce phénomène d'hystérésis.

La première, due à CASSIE (1948) et ADAM (1948), se base sur les variations d'angle de contact eau-sol durant un processus de drainage ou d'humidification. Ces variations pourraient être notamment dues aux différences de charges de surface sur un sol "sec" où sur un sol "humide". L'angle de contact eau-sol serait voisin de zéro lorsque l'eau se retire d'une surface humide, il serait au contraire fini (et pouvant atteindre jusqu'à 60° d'après ADAM) lorsque l'eau avance sur une surface sèche. Ces résultats ont été partiellement confirmés expérimentalement par COLLIS-GEORGE (1955) et LAGERWERFF (1964).

L'autre hypothèse, due à HAINES (1930), est généralement beaucoup plus connue et adoptée. Elle se base sur des possibilités de blocages de ménisques dans des pores : du fait des sections variables de pores, il existerait pour la même succion deux possibilités essentielles de positions de l'interface eau-air aux extrémités d'un pore : pendant un drainage, la position de l'interface serait bloquée dans l'orifice correspondant au pore plein ; pendant l'humidification, cette position serait au contraire contrôlée par l'orifice correspondant au pore vide.

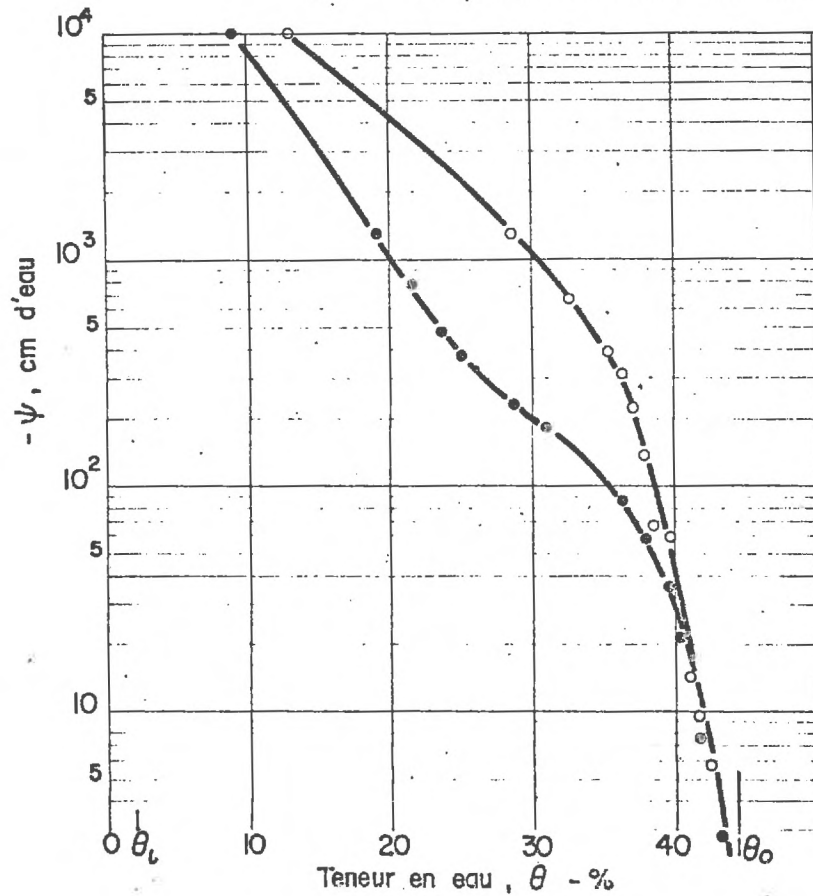
Ce schéma a notamment été repris par MILLER-MILLER (1955) qui ont proposé l'exemple donné *fig. 4.3*. Il est certain d'autre part que pour les sables et les matériaux à porosité régulière, des blocages d'air interviennent différemment durant les processus de drainage ou d'humidification.

Signalons qu'il existe un certain nombre d'études expérimentales de grande valeur permettant d'apprécier l'importance de cette hystérésis. Outre les articles de COLLIS-CHURCH, 1955 et TOPP-MILLER, 1966, déjà indiqués, il faut noter les travaux de ELRICK, 1957 ; MORROW-HARRIS, 1965 ; DAVIDSON-LEWIS-BIGGAR, 1966. Ces travaux ne donnent cependant que des résultats expérimentaux, et il faut admettre qu'une des failles essentielles de la théorie des écoulements en milieux non saturés vient de l'absence de modèles physiques pleinement satisfaisants pour décrire cette hystérésis et en fixer l'importance.

Un certain nombre d'études théoriques ont récemment été effectuées, en essayant d'adapter la "théorie des domaines dépendants", développée par NEEL, 1943 ; EVERETT, 1952, 1954, 1955 et ENDERBY, 1955, aux milieux poreux non saturés pour obtenir l'allure des courbes intermédiaires à partir des branches limites du cycle $\psi(\theta)$.

Silt du Mont Cenis.

Valeur de $\psi(\theta)$ en humidification et en drainage



HUMIDIFICATION

$-\psi_{\text{cm}}$	$\theta_{\%}$
$1,7 \cdot 10^5$	2,15
10^4	9,04
$1,3 \cdot 10^3$	19,12
790	21,30
486	23,67
380	24,88
231	28,74
184	30,97
87	36,36
57	38,03
36	39,65
21	40,15
7,6	41,83
2,6	4,38

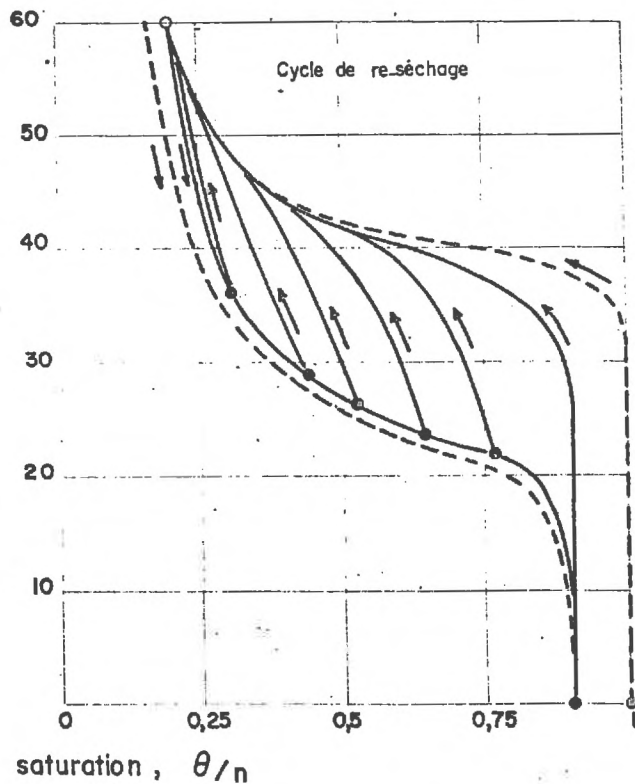
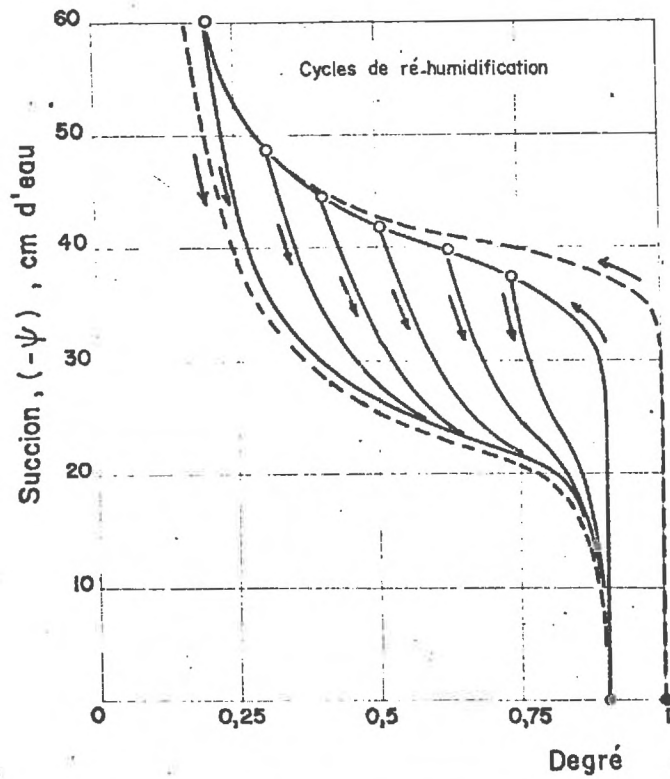
DRAINAGE

$-\psi_{\text{cm}}$	$\theta_{\%}$
0	44,72
6	42,15
9,8	41,25
14,4	40,99
59,4	39,85
67	38,65
139	37,96
221	37,20
305	36,30
397	35,41
670	32,61
$1,3 \cdot 10^3$	28,57
10^4	13,05
$1,7 \cdot 10^5$	4,27

—●— Humidification
—○— Drainage

$$\rho_d = 1,50 \text{ g/cm}^3$$

FIG. 4-1

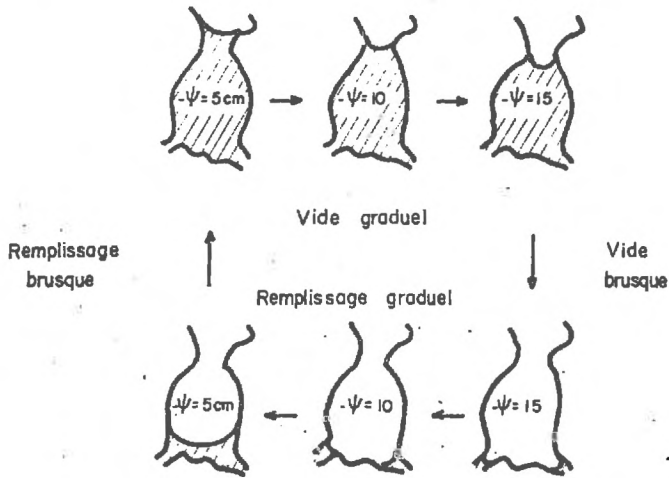


Les courbes en tirets représentent les branches extrêmes partant soit de l'état sec, soit de la saturation

FIG - 4-2

Hysteresis de succion

Schéma de MILLER-MILLER, 1958



Les grandeurs de ψ et du degré de saturation n'ont qu'une valeur symbolique

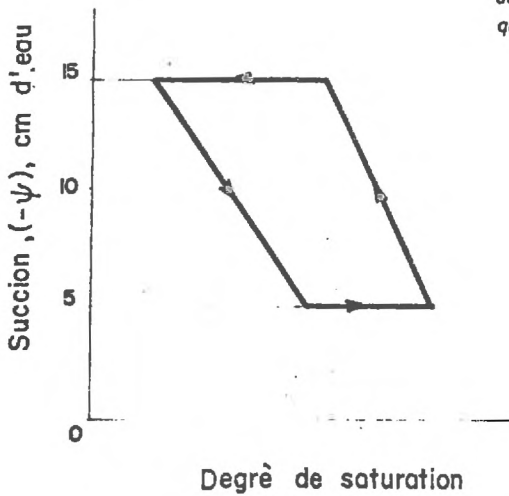


FIG-4-3

L'adaptation de cette théorie repose essentiellement sur les deux hypothèses suivantes :

- a- lors d'une variation de pression, la différence de volume d'eau contenu dans un "pore" entre l'état vide et l'état plein est indépendante de la valeur absolue de la pression : elle ne dépend que de la variation de la pression imposée.
- b- chaque catégorie de "pores" se comporte indépendamment des autres catégories.

Ceci revient donc implicitement à admettre une analogie entre le sol et des séries de tubes capillaires indépendants de diamètre variable (analogie que nous reprendrons en partie Chapitre V, § 3.3, pour l'étude du drainage).

L'adaptation de cette théorie à l'étude de l'hystérésis de la courbe $\psi(\theta)$ a surtout été effectuée par POULOVASSILIS, 1962 et PHILIP, 1964. Si l'on se reporte à la comparaison entre résultats expérimentaux et résultats théoriques, basée sur cette théorie et due à TOPP, 1966, il ne semble pas que ce modèle soit pleinement satisfaisant.

Faute de connaître l'allure exacte des courbes intermédiaires, un certain nombre d'articles, proposant différentes méthodes d'intégration numérique de l'équation (4.1), ont paru ces dernières années, en se basant sur des schémas reposant :

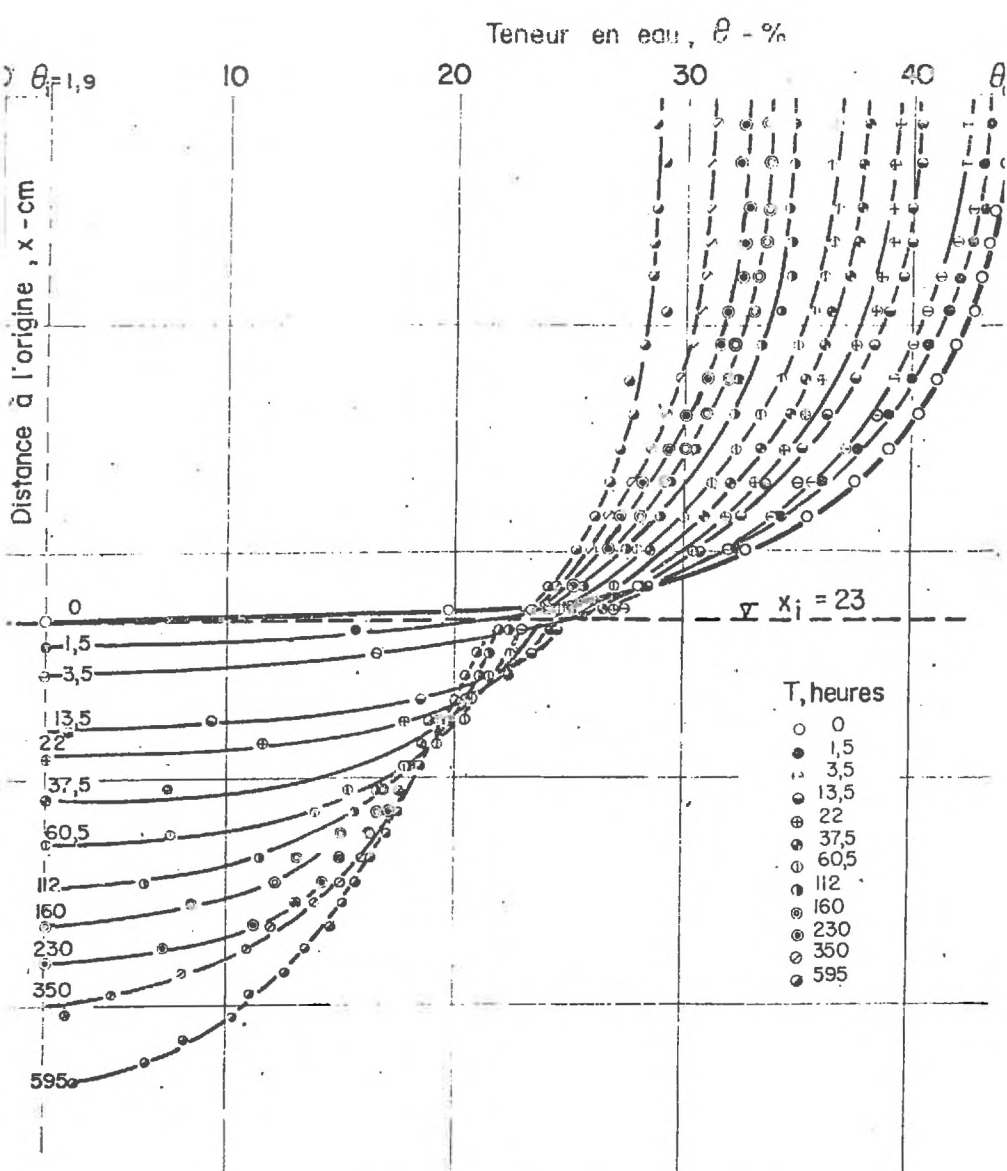
- soit sur une double série de courbes de passage arbitraires pour les cycles d'hystérésis en succion ($\psi(\theta)$) et en conductivité capillaire ($k(\theta)$). C'est notamment le cas de la méthode de calcul proposée par WHISLER-KLUTE, 1965 et 1967.

soit sur une série de courbes de passage arbitraires pour le cycle $\psi(\theta)$, négligeant l'hystérésis en $k(\theta)$. Tel est le cas des travaux de RUBIN, 1967 et IBRAHIM-BRUTSAERT, 1968.

Si l'hystérésis de la loi $\psi(\theta)$ est en effet établie, on ne permet encore nettement de fixer l'importance de celle $k(\theta)$. Les résultats exposés par ces différents auteurs ne sont cependant que des résultats numériques, aucune expérience venant confirmer, ou infirmer, la valeur des hypothèses adoptées. Signalons cependant que le dernier article cité permet d'établir une comparaison, toute relative il est vrai puisque elle est basée sur la valeur des hypothèses de calcul, entre les profils hydriques théoriques obtenus en négligeant l'hystérésis ou en la prenant en compte, toutes choses par ailleurs égales.

Il apparaît enfin que l'on dispose de très peu de résultats expérimentaux traitant de l'évolution des profils hydriques durant une redistribution. Avant la mise au point de la méthode de mesure par absorption de rayons γ , les seuls résultats fiables obtenus sur ce sujet sont ceux de YOUNGS, 1958 et APPLE, 1962. Le premier, utilisant une méthode thermoélectrique pour déterminer la teneur en eau, traite de l'évolution des profils hydriques dans des colonnes verticales de billes de verre de silt ; le second utilise des colonnes théoriquement identiques, en sectionnant chaque colonne à un instant différent pour déterminer le profil hydrique (par gravimétrie), et le profil de suction (en portant chaque élément sur une plaque de suction) au moment choisi pour la mesure.

Signalons enfin la publication simultanée à la nôtre de résultats obtenus en utilisant la même technique de mesure de BISWAS-NIELSEN-BIGGAR en 1966.



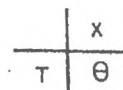
Redistribution après une infiltration horizontale,
évolution des profils hydriques

Paramètre: Temps T, en heures, après l'arrêt de l'infiltration

Redistribution horizontale, "Mont Cenis"

Redistribution horizontale, "Mont Cenis"

Evolution des teneurs en eau dans la zone "humide"
à la fin de l'infiltration



T \ X	1	3	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14	15,5	17	18,5	20	21,5	22,5
0	44,15	43,90	43,47	43,25	42,95	42,62	41,71	41,05	40,13	38,85	37,43	35,36	32,61	27,94	19,67
1,5	43,39	42,68	43,15	42,64	42,06	41,54	40,65	39,82	39,03	37,56	36,22	34,29	32,15	28,03	25,13
3,5	42,45	42,21	42,62	42,05	41,27	40,62	39,98	39,02	38,41	36,92	34,81	33,83	32,06	28,15	27,46
13,5	40,39	40,10	40,12	39,86	39,35	38,88	38,17	37,45	36,17	34,86	33,40	32,48	30,64	28,41	27,52
22	39,52	39,21	38,98	38,83	38,72	38,38	37,36	35,95	35,11	33,83	32,86	31,34	30,46	28,21	26,81
37,5	37,97	37,78	37,54	37,50	37,15	36,67	36,04	35,12	34,54	33,09	31,98	30,57	29,32	27,93	26,45
60,5	36,56	36,62	36,45	36,68	36,13	35,69	34,85	34,13	33,57	31,91	30,83	29,93	28,45	26,91	25,13
112	34,85	34,85	34,41	34,60	34,58	34,05	33,40	32,37	32,03	30,38	29,25	28,76	27,58	25,63	24,51
160	33,58	34,05	33,76	33,32	33,08	32,72	32,07	31,96	30,98	30,17	29,04	27,98	27,19	25,28	24,08
230	32,30	32,68	32,69	32,66	32,28	31,84	31,33	30,74	29,87	29,07	27,84	26,85	26,72	25,17	23,87
350	31,20	31,36	31,08	30,97	30,81	30,67	30,15	29,81	29,00	28,50	27,31	26,55	26,01	24,38	23,37
595	28,52	28,78	28,71	28,40	28,52	29,26	28,25	27,66	27,65	27,08	26,71	25,68	25,06	24,14	23,34

UNITES T - heures (à partir de la fin de l'infiltration)
X - cm
Θ - %

*La zone hachurée caractérise le domaine
en infiltration*

Evolution des teneurs en eau dans la zone "sèche"

à la fin de l'infiltration

	x
T	θ

T \ X	23,5	24,5	25,5	26,5	27,5	28,5	29,5	31,5	33,5	35,5	37,5	38,5	39,5	40,5	41,5	42,5
1,5	15,65															
3,5	22,80	16,56	3,99													
13,5	24,42	23,32	21,13	18,65	9,54											
22	24,23	23,33	22,41	20,42	18,13	11,62										
37,5	23,82	22,32	21,96	21,12	19,23	17,22	15,42									
45,5	23,06	22,47	21,64	20,66	19,30	17,87	16,04	3,53								
52	22,95	22,31	21,71	20,62	19,59	18,53	17,26	10,53								
60,5	23,09	22,56	21,53	20,74	20,38	19,12	17,76	13,84								
86	23,13	21,87	21,36	20,59	20,15	19,16	18,12	15,07	8,04							
112	22,43	21,57	21,34	20,71	19,72	19,31	17,87	15,68	11,41							
160	22,12	21,50	20,91	20,35	19,44	18,47	17,82	16,22	13,07	8,42						
192	22,16	21,21	20,72	20,20	19,41	18,59	17,91	16,37	14,18	12,04						
230	21,85	21,33	20,79	20,16	19,20	18,54	18,20	16,64	14,90	13,07	7,21					
350	22,02	21,20	20,56	20,02	18,91	18,57	18,15	16,48	15,86	13,80	10,90	8,11	5,00	3,04		
525	21,77	21,22	20,58	20,19	19,23	18,68	18,49	17,03	16,05	14,83	12,87	11,75	9,76	8,32	6,61	
595	21,81	21,04	20,39	20,12	19,11	18,62	18,45	17,37	16,18	15,09	13,45	12,67	11,07	10,36	8,26	6,73

UNITES T - heures (à partir de la fin de l'infiltration)

X - cm

θ - %

La zone hachurée caractérise le domaine en infiltration

2. EVOLUTION DES TENEURS EN EAU DURANT UN ESSAI DE REDISTRIBUTION APRES L'ARRET D'UNE INFILTRATION DANS UNE COLONNE HORIZONTALE.

2.1. Méthode expérimentale.

L'essai de redistribution fait suite à l'essai d'infiltration dans la colonne horizontale de silt "Mont-Cenis" (cf. Chapitre III, § 1). Cet essai a été arrêté au bout de 620 mn en retirant la plaque d'alimentation et en la remplaçant par une plaque épaisse de caoutchouc de façon à n'avoir aucune évaporation par la face amont de la colonne.

L'origine des temps sera fixée à la fin de l'infiltration et le temps T sera mesuré en heures. L'évolution des teneurs en eau dans la colonne est étudiée en adoptant la même méthode que celle développée pour l'étude de l'infiltration : en déplaçant la colonne devant la source. Notons simplement que l'écoulement étant extrêmement lent (l'essai de redistribution a duré 1 mois), il est nécessaire d'effectuer régulièrement des corrections de dérive (cf. Chapitre II § 3.2.a).

2.2. Evolution des teneurs en eau.

On trouvera *fig. 4.4* l'évolution des profils hydriques durant la redistribution.

La courbe $T = 0$ correspond au profil hydrique obtenu au temps $t = 620$ mn à la fin de l'infiltration. Le front d'humidification atteint alors l'abscisse $x_i = 23$ cm.

En bloquant tout écoulement par la face $x = 0$, l'eau va s'écouler des zones les plus humides vers les zones les plus sèches, sous l'action du gradient de potentiel capillaire : on aura donc un drainage de la partie initialement humide, une humidification de la partie initialement sèche.

Les conditions initiales et aux limites de l'écoulement seront :

$$\text{pour } T = 0, \quad \theta = \theta(x) \quad \text{pour } x < x_i \quad (1)$$

$$\theta = \theta_i \quad \text{pour } x > x_i \quad (2)$$

$$\text{pour } T > 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } x = 0 \quad (3) \quad (4.2)$$

$$\int_{x=0}^z \theta dx = \text{cte} \quad (4)$$

x_i représente l'abscisse du front au temps $T = 0$ et l'abscisse du front au temps T . La condition (3) indique simplement qu'il n'y a pas d'écoulement par la face amont ; condition (4) représente l'équation de continuité : durant la filtration, le volume d'eau dans la colonne est constant, égal au volume infiltré à l'instant $t = 620$ mn ou $T = 0$.

L'équation de l'écoulement est donnée par :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (4.3)$$

Les relations $k(\theta)$ et $\psi(\theta)$ sont cette fois inconnues et dépendent de l'histoire précédente de chaque point.

Les valeurs de teneurs en eau dans les différentes sections prospectées, et aux moments choisis pour cette proposition, sont reportées tableaux 4.I et 4.II. Choissant x_n le paramètre, on obtient, à partir de ces tableaux et de fig. 4.4 les courbes reportées fig. 4.5 et 4.6.

L'étude de l'évolution des teneurs en eau d'après ces courbes permet de distinguer trois zones différentes dans la colonne

- une zone continuellement en drainage pour $x < 20$ cm,
- une zone d'abord en humidification, puis en drainage,
- une zone uniquement en humidification.

La limite entre les deux dernières zones évolue avec le temps. Il est en effet certain que la condition d'équilibre n'existe pas : si la colonne est semi-infinie, l'écoulement s'arrêtera lorsque toute la colonne sera à la teneur en eau θ_i . Dans les limites de temps et de longueur choisies ($T_{\max} = 600$ h; $l_{\max} = 42$ cm), il n'y a drainage que jusqu'à la section $x = 28,5$ cm.

Ces trois zones apparaissent surtout clairement *fig. 4.6*. Si l'on joint les maxima des courbes $\theta(x_n, t)$ par une courbe Γ , cette courbe représentera la limite entre les zones en humidification et les zones de drainage.

Ces résultats ne sont pas sans rappeler ceux obtenus, par analyse numérique, par RUBIN (1967) et IBRAHIM-BRUTSAERT (1968).

Si l'on essaye enfin de comparer l'écoulement obtenu durant l'infiltration avec celui obtenu durant la redistribution on obtient les résultats reportés *fig. 4.7* sous la forme $x = f(\theta_n, T)$.

L'échelle des temps est la même pour les deux essais, le début de l'infiltration correspondant au temps $T \approx -10$ h. Les courbes relatives à l'infiltration sont les paraboles données *fig. 3.5*. On voit nettement que l'infiltration continue au temps $T = 0$, avec la même vitesse, pour $\theta_2 = 2$ %, puis que cette vitesse diminue très rapidement. On obtient enfin un changement de pente (correspondant au passage brutal de l'infiltration au drainage) pour $\theta > 25$ %.

Nous proposons, à partir de ces résultats, d'analyser un modèle permettant d'établir l'évolution des courbes intermédiaires du cycle de succion.

DETERMINATION DES SUCCIONS PENDANT LA REDISTRIBUTION.

3.1. Hypothèses de base.

Pour obtenir l'évolution de la succion en tout point de la colonne, nous considérons les deux hypothèses de base suivantes :

Hypothèse 1 :

Au temps $T = 0$, la distribution de succion dans la colonne est donnée par la courbe $\psi_h(\theta)$.

En effet, pendant l'infiltration, la loi $\psi(\theta)$ est unique : c'est la branche ψ_h du cycle. Cette branche permet donc calculer directement la valeur de la succion en tout point de colonne au temps $T = 0$ par l'intermédiaire de la courbe $\psi(x, T_n = 0)$ de la fig. 4.4.

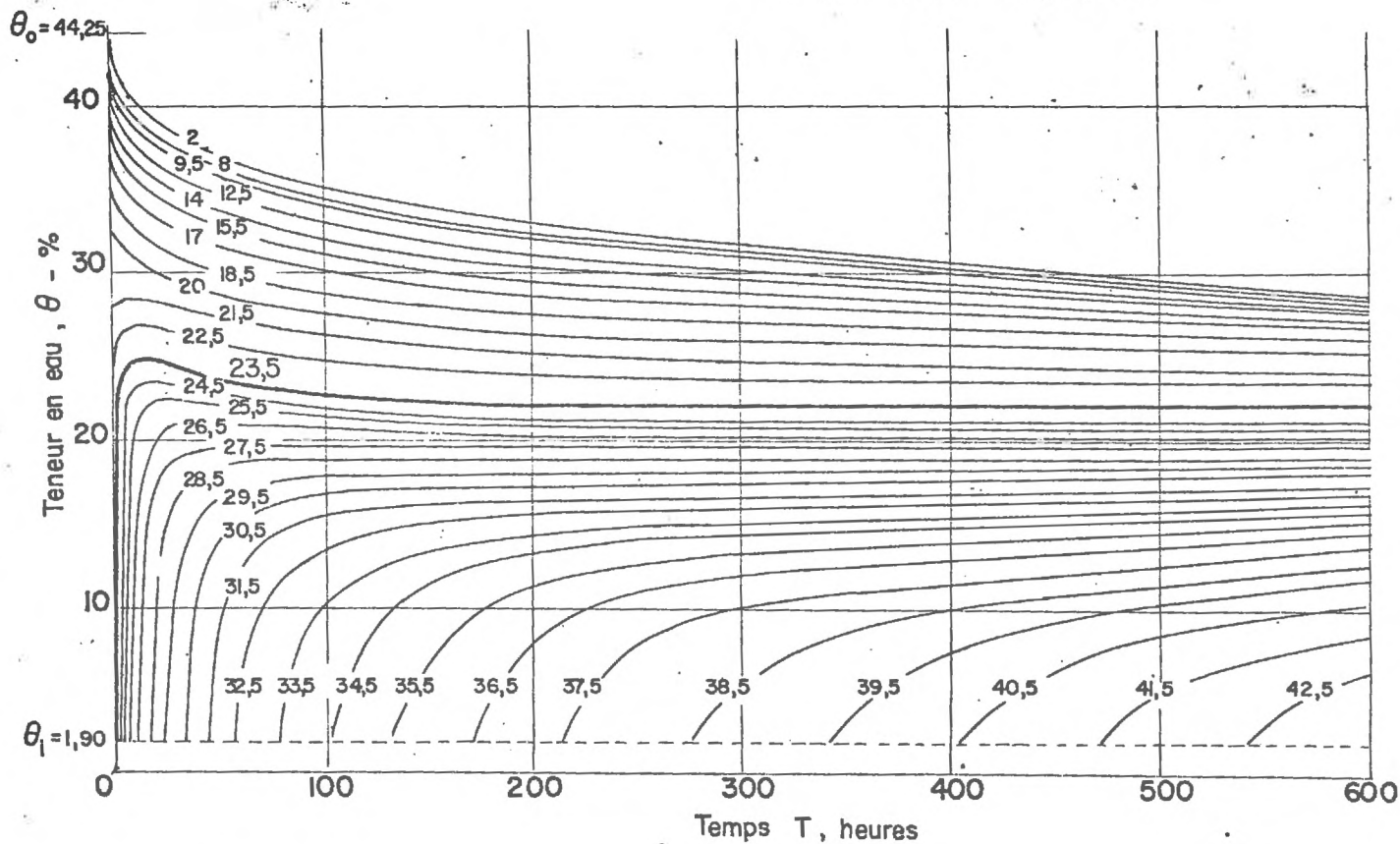
Hypothèse 2 :

La variation de la succion dans la section $x = 0$ pendant la redistribution est donnée par la courbe $\psi_d(\theta)$.

En effet, à l'arrêt de l'infiltration, la section $x = 0$, à la teneur en eau initiale θ_0 , draine immédiatement. La succion évolue donc dans cette section sur la branche de drainage $\psi_d(\theta)$. Ceci permet d'obtenir directement la valeur du potentiel en tout temps T dans cette section par l'intermédiaire de la courbe $\theta(x_n = 0, T)$ de la fig. 4.6.

Redistribution horizontale, "Mont Cenis"

Evolution globale des teneurs en eau pendant la redistribution
Paramètre- Distance à l'origine, x - cm



Evolution des teneurs en eau au début de la redistribution - Détermination de la courbe (Γ)

Paramètre : Distance à l'origine , x - cm

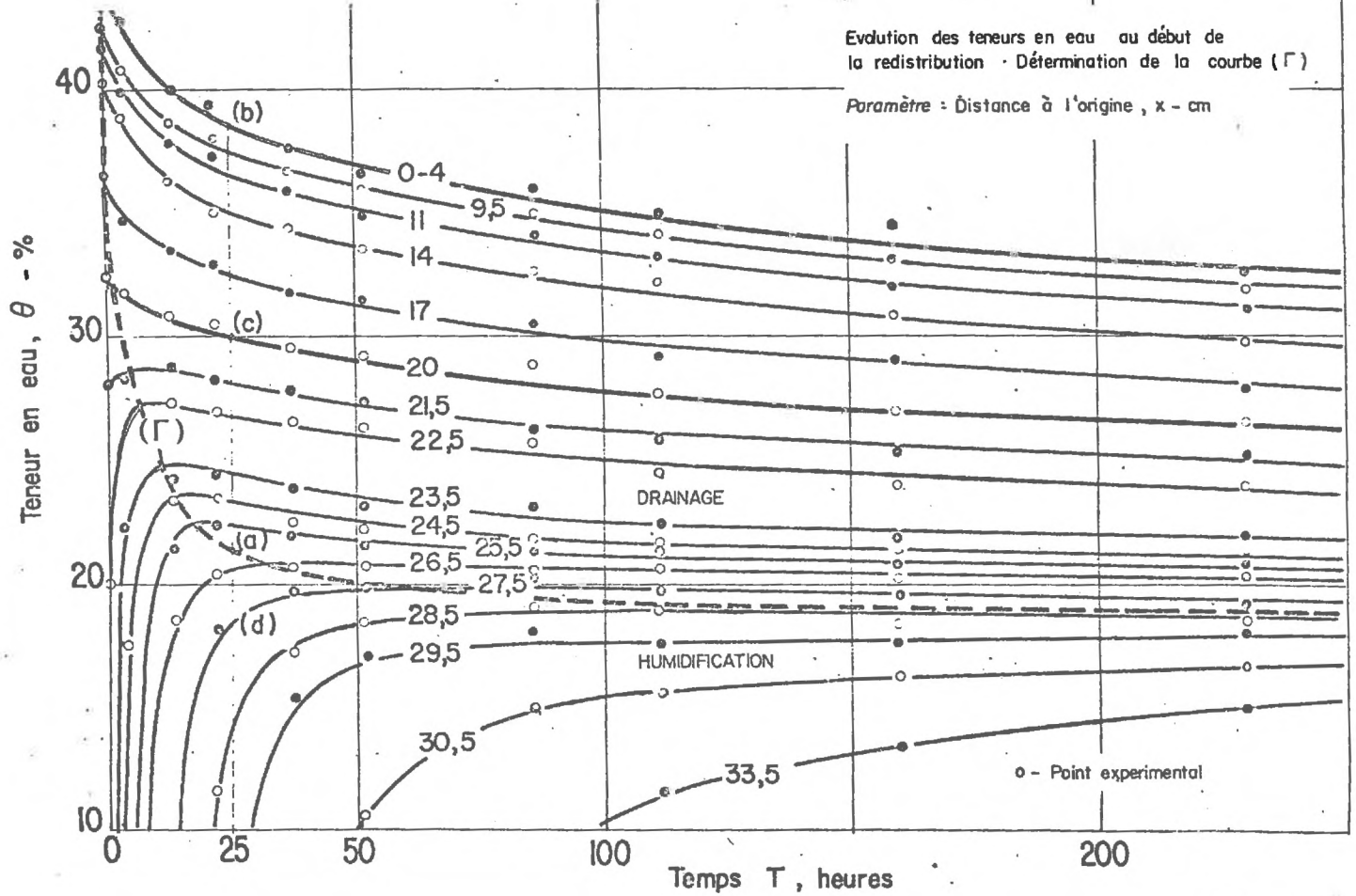


FIG- 4-6

3.2. Distribution des suctions au temps T_n .

Se reportant aux schémas donnés *fig. 4.8*, on peut considérer à un instant T_n quelconque les points caractéristiques suivants :

- soit θ_a la teneur en eau correspondant à l'intersection de la droite T_n avec la courbe Γ . D'après les propriétés de la courbe Γ , les teneurs en eau au temps T_n évoluent en humidification dans les sections où $\theta \leq \theta_a$, en drainage dans les sections où $\theta > \theta_a$. La distribution de suction $\psi(T_n, \theta)$ correspondant à la première zone ($\theta \leq \theta_a$) sera donc directement donnée par l'intermédiaire de la courbe ψ_h : à la teneur en eau θ_a obtenue dans la section x_k au temps T_n correspondra la valeur de la suction donnée par le point J sur la courbe $\psi_h(\theta)$.

- soit θ_b la teneur en eau obtenue au temps T_n dans la section $x = 0$. En fonction de l'hypothèse (2) la valeur de la suction correspondant à cette teneur en eau θ_b sera donnée par le point I sur la courbe $\psi_d(\theta)$.

Pour $\theta_a < \theta < \theta_b$, la distribution de potentiel sera représentée par une branche intermédiaire entre les courbes d'humidification et de drainage. Cette branche est définie par ses deux points extrêmes :

- a correspondant à θ_a sur la courbe $\psi_h(\theta)$,
- b correspondant à θ_b sur la courbe $\psi_d(\theta)$.

L'écoulement se produisant constamment des zones les plus humides vers les zones les plus sèches, on a de plus une condition supplémentaire fixant l'allure des courbes a.b : ces courbes doivent toujours être telles que $\frac{\partial(-\psi)}{\partial \theta} < 0$.

3.3. Evolution des succions dans une section x_n .

Pour mieux définir l'allure des courbes $a-b$, indiquons enfin (fig. 4.8) l'évolution des teneurs en eau et potentiel dans une section arbitraire x_n .

On peut considérer là encore les points caractéristiques suivants :

soit $\theta_{n,0}$ la valeur de la teneur en eau dans la section x_n au temps $T = 0$,

soit $\theta_{n,T}$ la valeur de la teneur en eau correspondant à l'intersection des courbes $\theta(x_n, T)$ et I' .

On voit d'après la fig. 4.8.a qu'il existera, dans les limites choisies pour l'écoulement, trois familles de courbes :

celles où $\theta_{n,0} = \theta_{n,T}$ (pour $x < 20$ cm), ce qui correspond à la zone constamment en drainage (courbe x_0),

celles où $\theta_{n,0} < \theta_{n,T}$ et où $\theta_{n,T}$ existe ($20 < x < 28,5$ cm), ce qui correspond à la zone intermédiaire, d'abord en humidification, puis en drainage (courbe x_n),

celles où $\theta_{n,T}$ n'existe pas ($x > 28,5$ cm), ce qui correspond à la zone constamment en infiltration (courbe x_k).

Si l'on considère la courbe x_n de la fig. 4.8.a, correspondant à la zone intermédiaire, lorsque dans la phase d'infiltration les teneurs en eau évoluent de $\theta_{n,0}$ à $\theta_{n,T}$ les valeurs limites correspondantes seront données par les points 1 et 2 sur la courbe $\psi(\theta)$ (fig. 4.8.b). Une fois passée la teneur en eau $\theta_{n,T}$, la section x_n se draine : la succion évolue alors sur une courbe intermédiaire 2.3, entre les branches d'humidification et de drainage.

Evolution comparée de l'infiltration et de la redistribution

Le temps $T = -10h$ correspond, dans le système d'axes choisi, au début de l'infiltration

Paramètre : Teneur en eau, θ - %

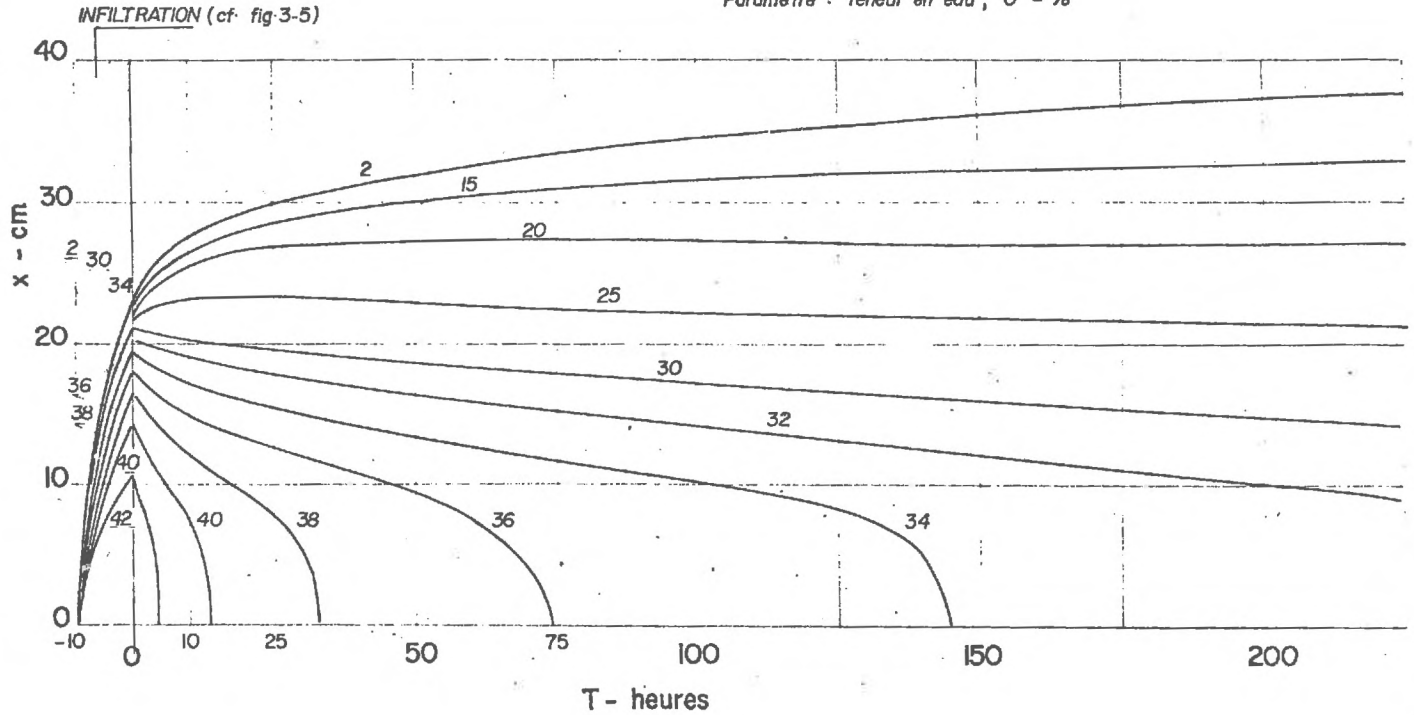
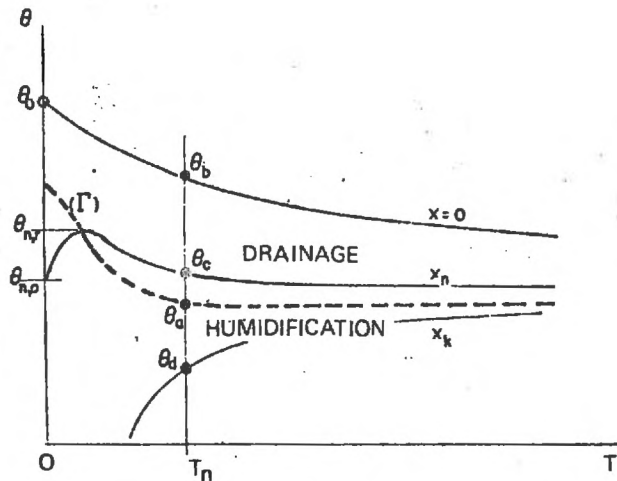


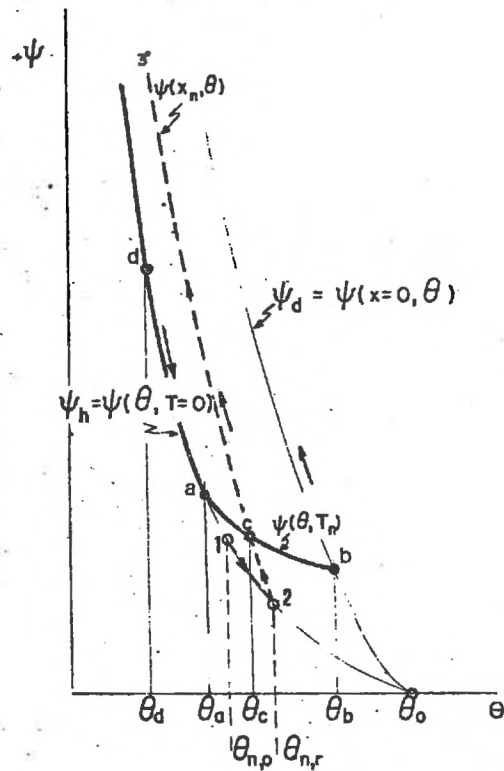
FIG. 4-7

Redistribution horizontale , Mont Genis .



- a -

Représentation schématique de l'évolution des succions



- b -

Au temps T_n la teneur en eau dans la section x_n vaut θ_c . La valeur de la succion correspondante est donnée par le point c qui doit être le point d'intersection des courbes $\psi(\theta, T_n)$ et $\psi(\theta, x_n)$. Enfin, au temps T_n l'écoulement se faisant constamment vers l'extrémité aval de la colonne, on doit avoir $\frac{\partial(-\psi)}{\partial x} > 0$.

3.4. Valeur de $\psi(x_n, T_n)$.

On peut construire les deux réseaux $\psi(\theta, T_n)$ et $\psi(\theta, x_n)$ par une série d'approximations successives.

A partir des points a et b définis en § 2.2, et avec la double condition de pente sur $\frac{\partial(-\psi)}{\partial a}$ et $\frac{\partial(-\psi)}{\partial \theta}$ on peut construire en première approximation l'allure d'une courbe intermédiaire a, b . La courbure doit en être régulière. On sait de plus qu'au temps $T = 0$, la courbe $\psi(\theta, T = 0)$ est confondue avec la courbe ψ_h . En première approximation, on obtient la valeur de la succion correspondant à une teneur en eau θ_c par l'intersection c_1 de cette courbe ab avec la teneur en eau $\theta = \theta_c$.

Joignant ensuite, à partir de ce premier réseau, tous les points $c_{n,1}$ correspondant à la même section x_n , mais à différents temps, on obtient une première approximation de l'autre courbe intermédiaire $\psi(\theta, x_n)$.

En corrigeant la courbure du premier réseau de façon que le second forme un réseau de courbes régulières, et tenant compte du fait que $\psi(\theta, x = 0)$ est donné par la courbe ψ_d , et que le point 2 est connu, on arrive finalement au bout de deux approximations à un réseau régulier.

On trouvera fig. 4.9 le réseau ainsi obtenu pour l'essai de redistribution envisagé. Ce réseau permet d'obtenir :

au temps T_n la répartition $\psi(\theta, T_n)$ des succions dans la colonne : c'est la courbe formée par la branche ψ_h pour $\theta < \theta_a$, puis par la branche intermédiaire ab pour $\theta_a < \theta < \theta_b$ (pointillés *fig. 4.9*). Les valeurs de la succion et de la teneur en eau correspondant aux points a et b pour les temps T_n considérés *fig. 4.9* sont données par le *tableau 4.III*.

Dans la section x_n l'évolution $\psi(\theta, x_n)$ de la succion au cours du temps. Cette évolution est généralement donnée par deux branches différentes : la branche 1.2 sur la courbe ψ_h , correspondant à la phase en infiltration de la section, puis la branche 2.3, comprise entre ψ_h et ψ_a , correspondant à la phase en drainage. Les valeurs de la teneur en eau et de la succion relative au point 2 sont également reportées *tableau 4.III*.

Il est bon de noter que les points 1 et 2 sont confondus pour les sections d'abscisse $x < 20$ cm, qui drainent immédiatement ; que le point 1 est rejeté à l'infini sur la courbe ψ_h pour les sections qui sont encore sèches à la fin de l'infiltration ($x_i = 23$ cm pour $T = 0$) ; et que la branche 2.3 n'existe pas pour les sections qui évoluent constamment en infiltration (dans les limites choisies pour l'essai), soit 28,5 cm.

Nous n'avons reporté *fig. 4.9* que les branches 2.3 (trait plein). La position du point 2 est donnée, pour une section x_n , par le cercle blanc reporté sur la courbe ψ_h .

L'intersection de ces deux réseaux permet de connaître directement la valeur $\psi(x_n, T_n)$ de la succion dans une section au temps T_n . En utilisant les courbes de succions complètes données *fig. 4.1* et le réseau donné *fig. 4.9*, l'évolution de la distribution de succion dans la colonne en fonction du temps

Redistribution horizontale, "Mont Cenis"

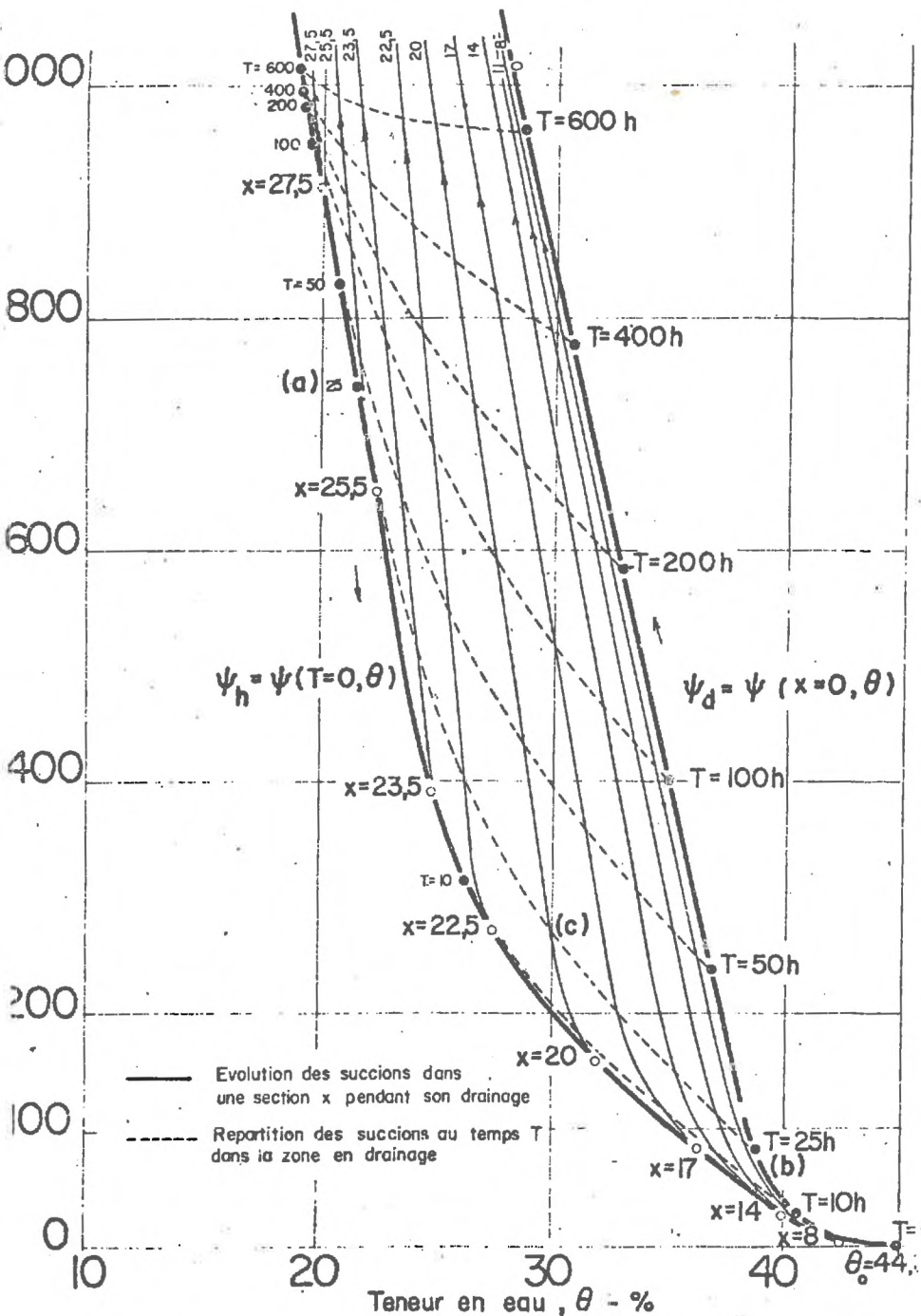


FIG. 4-9

1- Calcul des points a,b des courbes $\psi(\theta, T_n)$, - cf. fig 4-9

Au temps T_n , le point a - sur la branche ψ_h - correspond au passage de la zone en humidification à la zone en drainage et il est fixé par la teneur en eau obtenue à cet instant sur la courbe Γ .

Le point b - sur la branche ψ_d - correspond à la teneur en eau obtenue dans la section $x=0$ au même instant

T_{heure}	10	25	50	100	200	400	600	
a	$\theta \%$	26	21,4	20,5	19,5	19,2	19	18,9
	$-\psi_{\text{cm}}$	325	740	840	915	980	995	1020
b	$\theta \%$	40,6	38,7	37,1	35,1	33	30,7	28,6
	$-\psi_{\text{cm}}$	25	80	235	400	580	776	960

2- Calcul du point 2 des courbes $\psi(\theta, x_n)$, - cf. fig 4-9

Pour une section x_n le point 2 - sur la branche ψ_h - correspond au passage de la zone en humidification à la zone en drainage et il est fixé par l'intersection de la courbe $\theta = f(x_n, t)$ avec la courbe Γ .

x_{cm}	8	11	14	17	20	22,5	23,5	25,5	27,5	
2	$\theta \%$	43	41,8	40,2	36,1	32,1	27,4	24,8	22,4	19,8
	$-\psi_{\text{cm}}$	3	9	26	85	158	273	390	650	925

Redistribution horizontale

Evolution de la succion dans la colonne durant l'écoulement

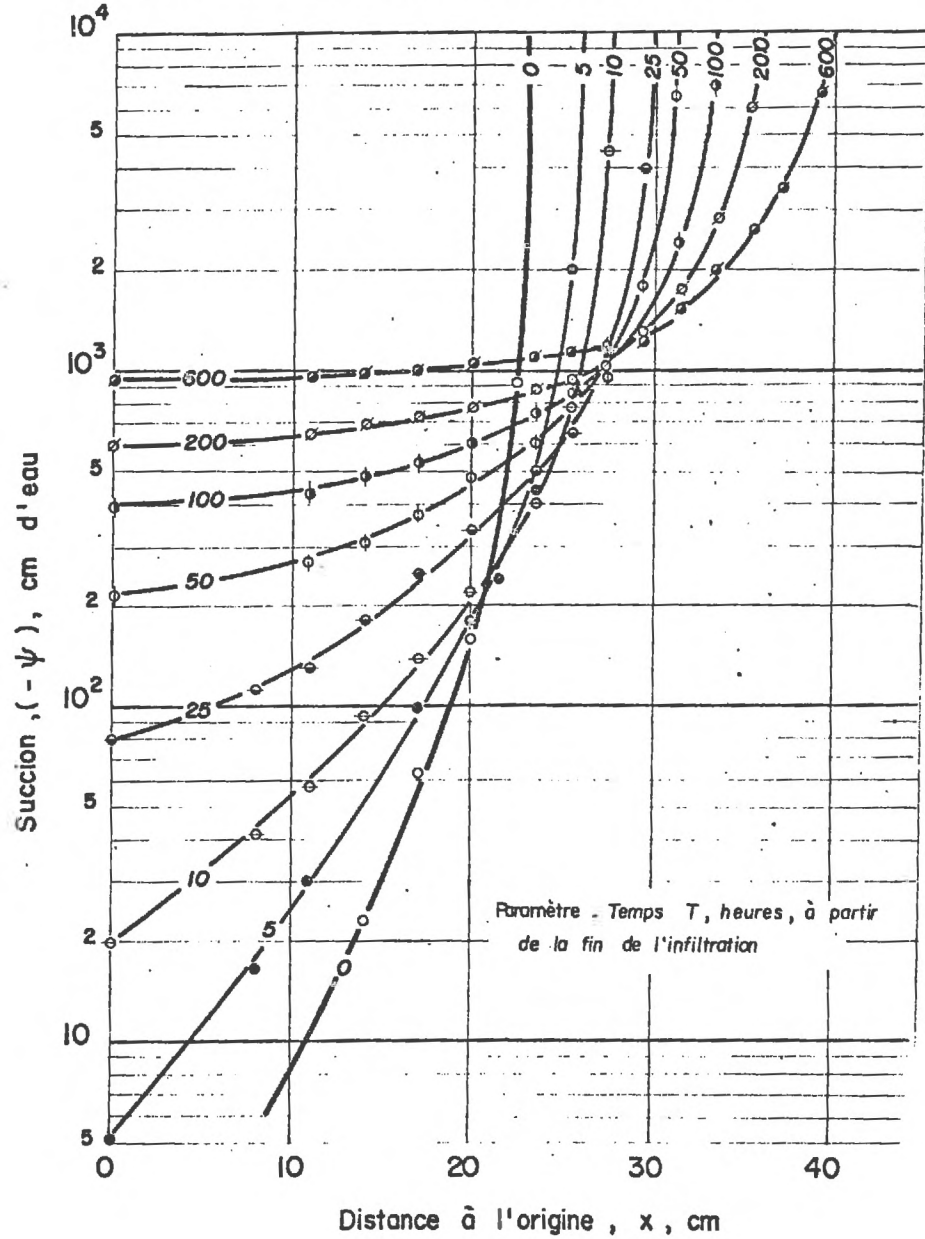


FIG. 4-10

pendant l'essai de redistribution est donnée par la série de courbes reportées *fig. 4.10*. La courbe paramétrée par $T = 0$ correspond à la distribution de succion obtenue à la fin de l'infiltration. On voit qu'au fur et à mesure que l'écoulement se poursuit, le gradient de succion devient de plus en plus faible. Il est également clair que le potentiel étant toujours infini (au signe près) dans les sections sèches situées en aval de la zone humide, l'équilibre est impossible : toute la colonne évoluera dans le sens d'un drainage complet, ce qui n'est pas incompatible avec la condition (4) de l'équation 4.2 si la colonne est infinie.

4. CONCLUSION.

Pour être pleinement justifiée, la méthode proposée devrait être accompagnée d'une mesure expérimentale de l'évolution de la succion pendant la redistribution. On retombe cependant sur la difficulté déjà rencontrée dans le chapitre précédent au sujet de l'estimation des gradients de succion : la technique actuelle ne permet pas encore de disposer de tensiomètres ne se désamorçant pas au contact du sol sec. Seuls les tensiomètres osmotiques pourraient permettre d'effectuer des mesures de succions en partant d'un sol sec.

Cette méthode permet cependant d'expliquer et d'apprécier l'importance de l'hystérésis de succion. Il est pour le moins évident que négliger cette hystérésis peut conduire à des résultats sûrement erronés. Il est clair aussi que la mesure de la succion, ou de l'énergie de l'eau, ne doit pas être considérée comme une méthode de détermination de la teneur en eau. Si l'on se reporte à la *fig. 4.9*, on voit ainsi qu'un tensiomètre peut, pour le sol considéré, indiquer une variation de succion de 200 à 850 millibars (environ), alors que la teneur en eau du sol reste égale à 30 %, en fonction de l'histoire précédente du matériau.

Il semble cependant qu'un des résultats essentiels de cette méthode est d'établir la difficulté que l'on peut rencontrer pour définir les courbes intermédiaires lors des essais de résolution numérique. Si l'on peut en effet, en première approximation, supposer que ces courbes intermédiaires peuvent être obtenues par translation de la courbe $\psi_d(\theta)$, il semble extrêmement difficile de pouvoir prendre en compte le fait que la position du point 2 sur la courbe ψ_n (passage de la branche ψ_n au cycle intermédiaire) dépende, par l'intermédiaire de la courbe Γ , de l'histoire précédente du sol : pour la même colonne de sol, l'allure de la courbe Γ varie en effet en fonction de la quantité d'eau présente dans le sol, donc de la durée de l'infiltration.

Nous sommes persuadés, compte tenu des conditions de drainage et d'infiltration successives imposées au sol en place dans les conditions naturelles, que c'est dans ce domaine de l'hystérésis que le plus grand effort devra être porté dans les années à venir, aussi bien sur le plan de la physique (explication de l'hystérésis) que sur ceux de la mesure (mesure indépendante de ψ et θ) et des méthodes numériques, ces trois plans ne pouvant cependant être dissociés.

B I B L I O G R A P H I ECHAPITRE IV

- ADAM N.D., 1948 - Principles of penetration of liquid into solids.
Disc. Faraday Soc., 3 : 5-11.
- BISWAS T.D.-D.R. NIELSEN-J.W. BIGGAR, 1966 - Redistribution of Soil Water after infiltration.
Water Resources Research, 2 : 513-524.
- CASSIE A.B.D., 1948 - Contact angles.
Disc. Faraday Soc., 3 : 11-16.
- COLLIS-GEORGE N., 1955 - Hysteresis in moisture content-suction relationships in soils.
Proc. Nat. Acad. Sci. (India)-Allahabad 24 A : 80-85.
- DAVIDSON J.M.-D.R. NIELSEN-J.W. BIGGAR, 1966 - The dependence of Soil Water Uptake and Release upon the Applied Pressure Increment.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 30 : 298-304.
- ELRICK D.E., 1957 - Liquid content and conductivity of soils using volumetric pressure plates.
Ph. D. Thesis, University of Wisconsin, Madison.
- ENDERBY A.J., 1955 - The domain model of hysteresis.
1- Trans. Faraday Soc., 51 : 835-848.
2- Trans. Faraday Soc., 52 : 106-210.
- EVERETT D.H.-W.I. WHITTON, 1952 - A general approach to hysteresis-I,
Trans. Faraday Soc., 48 : 749-757.
- EVERETT D.N.-F.W. SMITH, 1954 - A general approach to hysteresis-
2- Development of the domain theory.
Trans. Faraday Soc., 50 : 187-197.
- EVERETT D.H., 1955 - A general approach to hysteresis- 4- An alternative formulation of the domain theory.
Trans. Faraday Soc., 51 : 1551-1557.
- HAINES W.B., 1930 - Studies in the physical properties of soils-
5- The hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith.
J. Agric. Sci., 20 : 97-116.
- IBRAHIM H.A.-W. BRUTSAERT, 1968 - Intermittent infiltration into soils with hysteresis.
Proc. ASCE, J. of the Hydraulics Div., HY 1 : 113-137.

- RWERFF J.V., 1964 - Extraction of clay water systems.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 28 : 502-506.
- ER E.E.-R.D. MILLER, 1956 - Physical theory for capillary flow phenomena.
J. Appl. Phys., 27 : 324-332.
- OW N.R.-C.C. HARRIS, 1965 - Capillary equilibrium in porous materials.
Soc. Petr. Eng. J., 5 : 15-24.
- L., 1942-1943 - Théorie des Lois d'aimantation de Lord Rayleigh.
1- Cahiers de Physique, 12 : 1-13 (1942)
2- Cahiers de Physique, 13 : 19-30 (1943)
- IP J.R., 1964 - Similarity hypothesis for capillary hysteresis in porous materials.
J. Geophys. Res., 69 : 1553-1562.
- OVASSILIS A., 1962 - Hysteresis of pore water, an application of the concept of independent domains.
Soil Sci., 93 : 405-412.
- W J., 1967 - Numerical method for analyzing hysteresis-affected post-infiltration redistribution of soil moisture.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 31 : 13-20.
- LE W.J., 1962 - Hysteresis effects in soil moisture movement.
Can. J. Soil Sci., 42 : 247-253.
- G.C.-E.E. MILLER, 1966 - Hysteretic moisture characteristics and hydraulic conductivities for Glass-bead media.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 30 : 156-162.
- UD G., 1966 - Etude d'une redistribution après l'arrêt d'une infiltration horizontale.
Symp. on Water in the Unsaturated Zone, II a-12, Wageningen, Pays-Bas.
- UD G., 1966 - Essai d'analyse d'une redistribution après l'arrêt d'une infiltration dans une colonne horizontale de sol non saturé.
C.R. Acad. Sci., Paris, 262 : 839-842.
- IS E.G., 1958 - Redistribution of moisture in porous materials after infiltration.
1 : Soil Sci., 86 : 117-125.
2 : Soil Sci., 86 : 202-207.
- ER F.D.-A. KLUTE, 1965 - The numerical analysis of infiltration, considering hysteresis, into a vertical soil column at equilibrium under gravity.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 29 : 489-494.
- ER F.D.-A. KLUTE, 1967 - Rainfall infiltration into a vertical column.
Trans. Am. Soc. Agric. Eng., 10 : 391-395.

CHAPITRE V

ETUDE DU DRAINAGE D'UNE COLONNE DE SABLE

Le dernier point abordé dans le cas de cette recherche représente un problème complexe et important. C'est en effet dans le cas du drainage de nappe à surface libre que les hypothèses simplificatrices admises habituellement pour résoudre les équations de l'écoulement, c'est-à-dire pour déterminer en tout point -et à tout instant- la position de la surface libre de la nappe, sont le plus discutables. Ce chapitre tend donc à être une étude critique de ces hypothèses, de façon à pouvoir estimer la valeur de l'erreur ainsi effectuée et l'importance quantitative des écoulements dans la zone non saturée. On admet généralement que ce type d'écoulement est négligeable, alors que nous verrons qu'il intervient de façon essentielle tant sur la valeur des volumes drainés que sur la durée de l'écoulement.

1. INTRODUCTION BIBLIOGRAPHIQUE.

Le drainage des nappes à surface libre a longtemps été considéré comme un problème d'écoulement en milieu saturé, répondant à l'hypothèse suivante : lors du rabattement d'une nappe il y a drainage instantané de la partie de sol située au-dessus du niveau de la nappe (FERRIS, 1962 - HANTUSH, 1966). Cette hypothèse condui

La détermination de la porosité effective, ou porosité de drainage (specific yield) définie par :

$$\varepsilon = \theta_0 - \theta_r \quad (5.1)$$

θ_0 est la teneur en eau du sol sous le niveau de la nappe,
 θ_r est la teneur en eau résiduelle représentant la quantité d'eau restant fixée aux pores par des forces d'absorption.

Lors d'un rabattement ΔZ d'une nappe, le volume d'eau drainé est alors directement obtenu par :

$$\Delta V_w = \varepsilon \cdot A \cdot \Delta Z \quad (5.1.b)$$

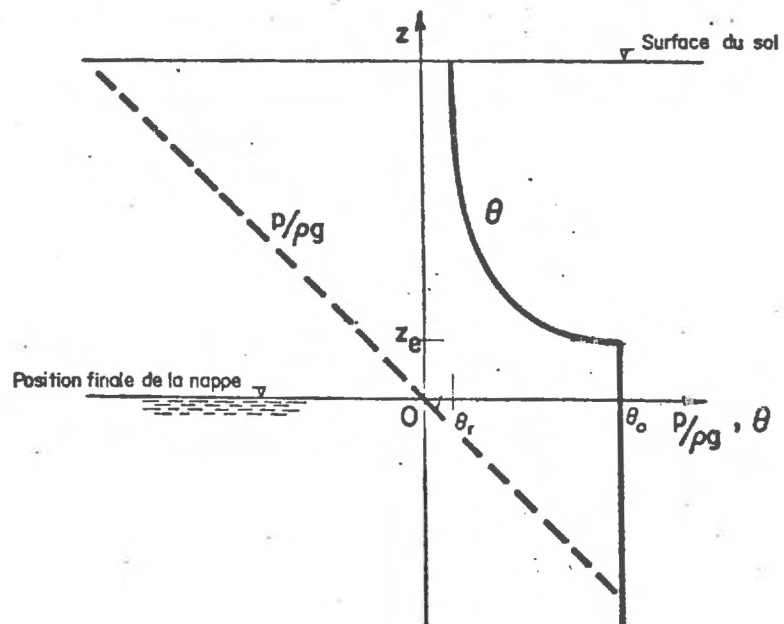
A est la surface de la nappe. La position du niveau de la nappe est calculée à partir des équations de l'hydrodynamique milieux poreux saturés. Ainsi l'on calcule normalement la hauteur h de la surface libre d'une nappe à un instant t , à une distance r d'un puits durant un essai de pompage à partir de l'équation :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\varepsilon}{K_0 h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.2)$$

obtenue à partir de l'équation de continuité (utilisant 5.1.b) et la loi de Darcy) appliquée à un écoulement axisymétrique.

Bien qu'il n'existe pas d'essais normalisés pour déterminer θ_r , on emploie ainsi couramment ε comme une constante caractéristique des écoulements à surface libre dépendant uniquement de la nature du sol (TODD, 1957 - DE WIEST, 1963 - WER, 1963). Une des méthodes classiques de détermination de ε revient à prendre un échantillon de sol saturé, à teneur en eau initiale θ_0 , de le laisser se drainer par gravité, et de

Repartition des teneurs en eau et des pressions a la fin du drainage



mesurer sa teneur en eau lorsque le drainage est "terminé" (MEINZER, 1932), sans que ne soient cependant spécifiées ni la hauteur de l'échantillon, ni la durée du drainage, ni l'importance du rabattement.

On définit enfin généralement la capacité de drainage d'un sol en utilisant le coefficient d'emmagasinement S ("storage coefficient"), donné par :

$$S = \frac{V_w}{V_s} \quad (5.3)$$

où V_w est le volume d'eau drainé par volume de sol drainé V_s . On voit immédiatement que (5.1.b) conduit à écrire :

$$S \equiv \varepsilon \quad (5.3.b)$$

(TODD, 1957 - FERRIS, 1962 - HANTUSH, 1966 - etc.)..

Nous verrons que cette hypothèse revient à admettre :

1. qu'il n'y a pas d'eau au-dessus du niveau de la nappe,
2. que si l'on rabat la nappe de Z instantanément, l'eau s'écoule dans le sol suivant les lois de l'écoulement dans les milieux saturés avec un débit unitaire $q = K_0$,
3. que le drainage s'arrête au temps $t = \frac{Z}{K_0}$.

Si l'on considère cependant le drainage d'un échantillon de sol, l'écoulement durant le drainage sera essentiellement conditionné par la zone non saturée : le drainage ne s'arrêtera en effet que lorsque le profil hydrique au-dessus du niveau de la nappe sera identique à la courbe d'équilibre (courbe de succion) en drainage.

Si l'on définit enfin le niveau de la nappe comme le lieu des points où la pression de l'eau est égale à la pression atmosphérique, la répartition des teneurs en eau et des pressions dans l'état d'équilibre, à la fin du drainage, est la suivante (fig. 5.1) :

Au-dessous du niveau de la nappe, le sol est à la teneur en eau uniforme θ_0 , et l'eau est soumise à une pression supérieure à la pression atmosphérique. De plus, la répartition des pressions est hydrostatique s'il n'y a pas d'écoulement horizontal dans la nappe.

Au-dessus du niveau de la nappe, l'eau du sol est en dépression hydrostatique (à l'équilibre), mais le sol est d'abord saturé sur une épaisseur z_e , puis il existe une zone de teneur en eau variant entre θ_0 et θ_r . La bande z_e , appelée généralement "frange capillaire", n'existe en fait que dans les sables à granulométrie relativement étroite et fine, et correspond à la pression d'entrée d'air dans le sol. Par analogie avec un système de capillaire, z_e correspondrait à la hauteur de remontée capillaire dans un tube de diamètre r tel que

$$z_e = \frac{2\sigma}{\rho g r} \tag{5.4}$$

où σ est la tension de surface eau-air (75 dynes/cm).

La photo 5.1, prise à la fin du drainage d'une colonne de gravier, permet d'apprécier l'importance relative de ces phénomènes. Dans ce sol, de très forte perméabilité ($K_0 \sim 9$ cm/mn) et à granulométrie supérieure à 2 mm, l'épaisseur de la frange capillaire vaut 10 mm. A l'équilibre, la cote de la nappe vaut 28 cm. On voit nettement que la zone saturée s'étend jusqu'à la cote $h + z_e = 29$ cm. Au-dessus, le sol est en désaturation.

Les occlusions d'air deviennent de plus en plus importantes lorsqu'on s'éloigne de la nappe. A partir de la cote 35 cm, il n'existe pratiquement plus d'eau en phase liquide continue dans le sol.

L'équation de l'écoulement, fixant la position de la nappe à un instant t , devra donc être obtenue en écrivant que la zone située au-dessus de la nappe se désature progressivement - donc que l'on a en fait, au lieu de $S = \epsilon$, une certaine fonction $S = f(Z, t, H)$, où H est la profondeur initiale de la nappe et Z la valeur du rabattement - et que l'écoulement dans cette zone est régi par l'équation générale du mouvement de l'eau dans un sol non saturé :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial k}{\partial z} \quad (5.5)$$

On prendra en effet généralement dans ce cas la nappe comme origine des cotes, orientées positivement vers le haut, confondant les axes Ox et Oz .

Les conditions initiales et aux limites dépendront essentiellement, comme nous le verrons par la suite, de la position initiale de la nappe.

L'utilisation de (5.1) et (5.2) masque donc en fait trois réalités :

- a- l'existence d'une frange capillaire, où la teneur en eau vaut
- b- l'existence au-dessus de cette frange d'une zone à teneur en eau variable, où l'énergie spécifique à une teneur en eau donnée est liée à cette valeur par la courbe de succion,

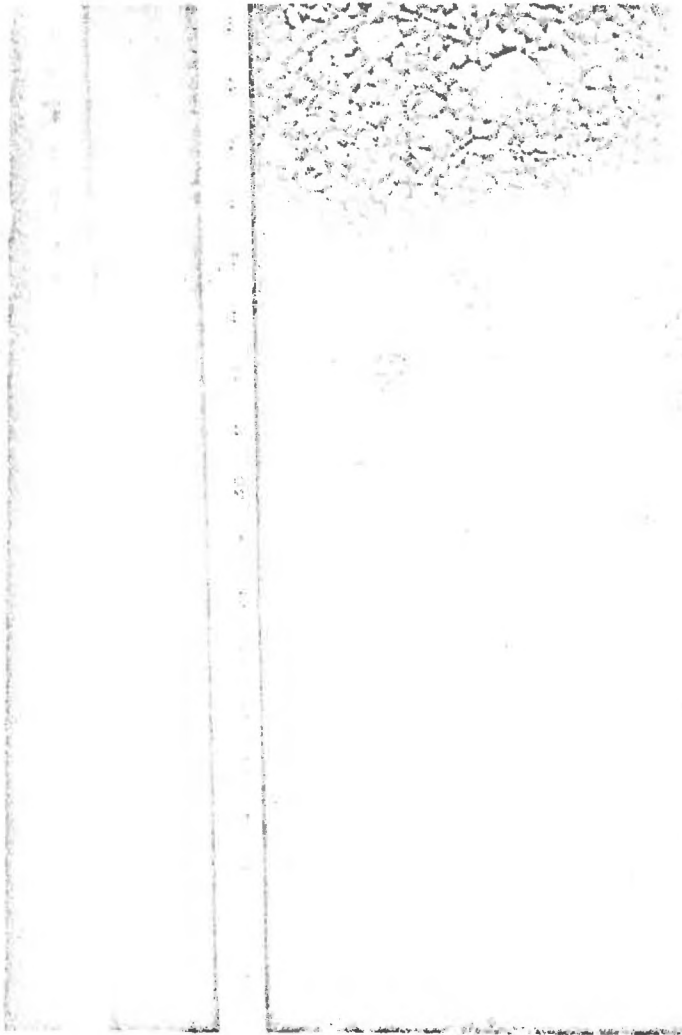
le fait que l'eau située dans cette zone non saturée ne s'écoule pas instantanément, mais que les variations de teneurs en eau $\theta(z, t)$, fonctions des caractéristiques k et ψ du matériau et des conditions initiales et aux limites du problème considéré, sont obtenues en résolvant l'équation (5.5).

Cependant, la solution de cette équation n'est possible qu'en utilisant des méthodes numériques relativement complexes, sur des calculateurs à grande capacité. De plus, le contrôle des solutions $\theta(z, t)$ nécessite la mesure rapide et précise des teneurs en eau durant l'écoulement, mesure qui ne peut s'effectuer valablement qu'avec les techniques d'absorption ou de thermalisation- de rayonnements nucléaires, donc avec un matériel relativement élaboré. Enfin, les lois $k(\theta)$ et $\psi = f(Z, H, t)$ sont généralement inconnues.

Les difficultés rencontrées à ces différents niveaux peuvent expliquer l'utilisation abusive des formules (5.1) et (5.3) et le nombre restreint d'études effectuées sur ce problème de drainage, en tenant compte de l'écoulement dans la zone non saturée.

Les premiers résultats analysant l'erreur introduite dans les calculs de drainage de nappe en adoptant l'hypothèse d'une porosité effective constante, sont dus à LUTHIN-WORSTELL (1957). À partir d'une cuve à sable, et en mesurant l'évolution des pressions capillaires dans le sol et le profil de la nappe durant le drainage, ces auteurs montrent que, pour un sol à granulométrie assez étroite (sable bien calibré), l'hypothèse $S \equiv E$ revient en fait à substituer le niveau de la frange capillaire au niveau de la nappe.

Drainage d'une colonne de gravier



Détail des zones saturées et non saturées

D'autres analyses qualitatives ont ensuite été effectuées par CHILDS (1960), CHILDS-POULOVASSILIS (1962), YOUNGS (1963) et DEGALLIER (1965).

Les premiers essais de résolution de l'équation (5.5) appliquée au problème du drainage des sols sont dus à DAY et LUTHIN (1958). Mais les résultats, obtenus sous la forme : variation de pression totale en fonction du temps, sont peu facilement exploitables. Il semble que le pas d'itération soit trop grand, et la méthode de calcul choisie est longue et laborieuse. Des essais expérimentaux effectués simultanément avec des tensiomètres dans une colonne de sol ne sont guère exploitables non plus, car tout le début du drainage n'est pas exploré du fait de l'inertie des tensiomètres. Ce n'est qu'à partir de 1965 qu'une méthode approchée satisfaisante de résolution numérique de l'équation (5.5) a pu être obtenue (REMSON, 1965 - LIAKOPOULOS, 1965 - WATSON, 1967 - REMSON, 1967), bien qu'il faille noter que seul WATSON apporte des résultats expérimentaux intéressants à l'appui des résultats théoriques.

Entre temps, un certain nombre d'essais d'analyse approximative de la physique du drainage ont été présentés en s'appuyant soit sur une analogie avec l'écoulement de *POISEUILLE* dans un milieu capillaire (YOUNGS, 1960), soit sur une hypothèse de linéarité de la loi $D(\theta)$ (GARDNER, 1962 - FUJIOKA, 1964).

On peut citer les essais de TAYLOR, 1960, mais les seules données utilisables sont en fait celles de PRILL-JOHNSON, 1965, et de WATSON, 1966. Les premiers mesurent l'évolution des pressions capillaires durant le drainage d'une nappe de surface dans des colonnes de sables et billes de verre en utilisant des tensiomètres

le dernier obtient directement les profils hydriques par absorption de rayons γ . Mais WATSON n'étudie que le début du drainage, alors que les méthodes expérimentales utilisées par PRILL-JOHNSON permettent seulement d'analyser l'écoulement au bout d'un temps relativement long (au moins une heure), et jusqu'à la fin du drainage (inertie des tensiomètres).

Signalons enfin la parution toute récente d'une étude de JENSEN, 1967, sur un sujet très proche de celui que nous exposons ici, et se basant sur les mêmes méthodes de mesure.

Après avoir étudié la variation de la valeur limite du coefficient d'emmagasinement, correspondant au volume maximum drainable, en fonction du rabattement et de la profondeur de la nappe, nous exposerons les résultats d'essais transitoires obtenus sur des colonnes de 1,80 m de haut pour différentes valeurs du rabattement et de la profondeur initiale de la nappe.

Ces résultats nous permettront d'étudier notamment la validité des modèles capillaires classiques et de proposer un modèle plus satisfaisant, du moins pour déterminer la valeur du volume drainé.

Nous analyserons enfin ces résultats, en utilisant une méthode analogue à celle développée dans le Chapitre III, pour obtenir la valeur du coefficient de conductivité hydraulique de ce sol.

SIGNIFICATION ET VALEUR LIMITE DU COEFFICIENT D'EMMAGASINEMENT.

Si l'on considère le drainage d'une colonne de sol de hauteur L , et si l'on note :

la profondeur initiale de la nappe (distance entre la nappe et la surface du sol pour $t = 0$),

le rabattement imposé instantanément à la nappe au temps $t = 0$ (Z sera pris comme une grandeur arithmétique),

la cote d'une section de la colonne, l'origine des cotes étant située à la base de la colonne, et l'axe Oz étant orienté vers le haut,

la distance de la même section à la surface de la nappe dans sa position finale,

doit distinguer deux classes de problèmes différents :

nappe affleurant initialement la surface du sol ($H = 0$)
(fig. 5.2.a)

nappe située initialement à une profondeur H , cette position ayant pu être atteinte après un drainage répondant au cas a-
(fig. 5.2.b).

Dans le premier cas, la répartition des teneurs en eau dans la colonne est uniforme avant le début du drainage. Soit θ_0 cette teneur en eau. A la fin du drainage, le profil hydrique dans la colonne sera confondu avec la courbe de succion en drainage.

Dans le second cas, la répartition des teneurs en eau dans la colonne sera initialement donnée par un profil hydrique, avant être identique à la courbe de succion si la nappe est à l'équilibre après un drainage dans la position 1. A la fin du drainage, le profil hydrique 2 final pourra être alors obtenu par translation Z du profil initial 1.

Pour ces deux cas, le volume total d'eau drainé sera donné, par surface unitaire de sol, par intégration de la surface comprise entre le profil hydrique initial et le profil final. Soit V_{∞} ce volume limite, on peut lui associer le coefficient d'emménagement limite défini par :

$$S_* = \frac{V_{\infty}}{V_S} \quad (5.6)$$

Cette valeur limite ne prend donc pas en compte la durée du drainage. Le but de ce premier paragraphe est d'étudier l'évolution de S_* en fonction de la valeur du rabattement et de la profondeur initiale de la nappe -(VACHAUD, 1967-a).

1. Drainage d'une nappe de surface.

On trouvera *fig. 5.3* les résultats d'essais de drainage tenus par PRILL-JOHNSON, 1965, sur une colonne de sable de 505 m de haut, pour les conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} \text{pour } t < 0 & \quad \text{et } 0 < z < L, & \theta = \theta_0 \quad (=36,7 \%) \\ \text{pour } t = 0 & \quad , & z = L \end{aligned}$$

ce qui donne donc dans ce cas $z = L$.

Les profils hydriques obtenus en utilisant des tensièmes, donc en passant par la courbe $\psi(\theta)$ pour obtenir θ à partir de ψ -c'est-à-dire en utilisant le procédé inverse de celui décrit Chapitre III, § 1-5- sont paramétrés en temps. Dans l'essai considéré, la condition d'équilibre en drainage ($\psi = 0$, ou $\psi = -\xi$) est atteinte au bout d'environ 400 h.

Soit θ_x la teneur en eau obtenue à l'équilibre à la distance ξ de la nappe. Le volume drainé maximum vaut :

$$V_{\infty} = A \int_0^Z (\theta_0 - \theta_x) d\xi \tag{5.7}$$

pour un volume de sol drainé $V_s = A.Z$. Dans les conditions de l'essai décrit $S_x = 0,231 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ alors que la porosité effective, définie par (5.1) vaut :

$$\varepsilon = 0,305 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$$

A partir de (5.6) on peut facilement étudier l'influence du rabattement sur la valeur limite S_x , puisqu'il suffit d'intégrer la courbe de succion en drainage dans les limites déterminées pour obtenir (fig. 5.3.b) :

$$|S_x(z)| = \frac{\int_0^Z (\theta_0 - \theta_x) d\psi}{Z} \tag{5.8.a}$$

On voit notamment qu'il n'y a aucun drainage ($V_{\infty} = 0$) tant que le rabattement Z de la nappe est inférieur à la hauteur de la frange capillaire.

L'hypothèse (5.3.b) revient donc en fait à substituer à la courbe d'équilibre en drainage, définie par :

$$\theta_x = \theta_0 \quad \text{pour } \xi < \xi_e$$

$$\theta_x = \theta(\psi) \quad \text{pour } \xi > \xi_e$$

$$\theta(\psi) = \theta_r \quad \text{pour } \xi > \xi_c$$

(ξ_0 étant une distance arbitraire, dépendant de la nature du sol, où la teneur en eau, à l'équilibre après un drainage, est égale à la teneur en eau résiduelle),

une distribution de teneur en eau correspondant à :

$$\theta_* = \theta_0 \quad \text{pour} \quad \mathcal{V} \leq 0$$

$$\theta_* = \theta_r \quad \text{pour} \quad \mathcal{V} > 0$$

Il en résulte que :

$$\lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{\int_0^Z (\theta_0 - \theta_*) d\psi}{Z} \longrightarrow \varepsilon \quad (5.8.b)$$

L'identité $S = \varepsilon$ ne doit donc être considérée, dans le cas du rabattement d'une nappe de surface, que comme une valeur limite obtenue pour un rabattement très grand et au bout d'un temps très long, la "grandeur" de ces deux derniers termes dépendant essentiellement de la nature du sol (de la courbe $\psi(\theta)$ et de la valeur de K_0).

2.2. Drainage d'une nappe profonde.

On peut, avec la même méthode, étudier la variation de la valeur limite du coefficient d'emménagement sous la forme :

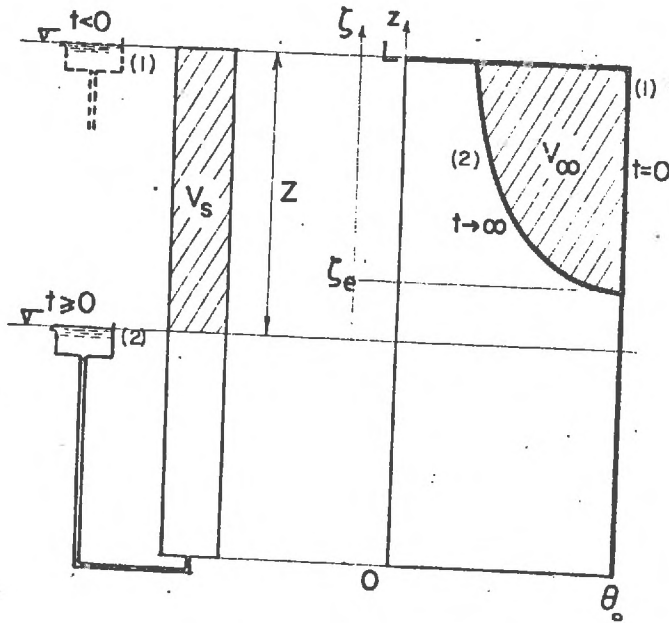
$$S_* = f(Z; H)$$

Mais le problème étant légèrement plus complexe, il est nécessaire de considérer une nouvelle subdivision.

Nous affecterons auparavant toutes les valeurs relatives à la position initiale de la nappe de l'indice 1 ; celles relatives à la position finale de l'indice 2. Nous supposons enfin que la nappe dans sa position initiale 1 est à l'équilibre après un drainage.

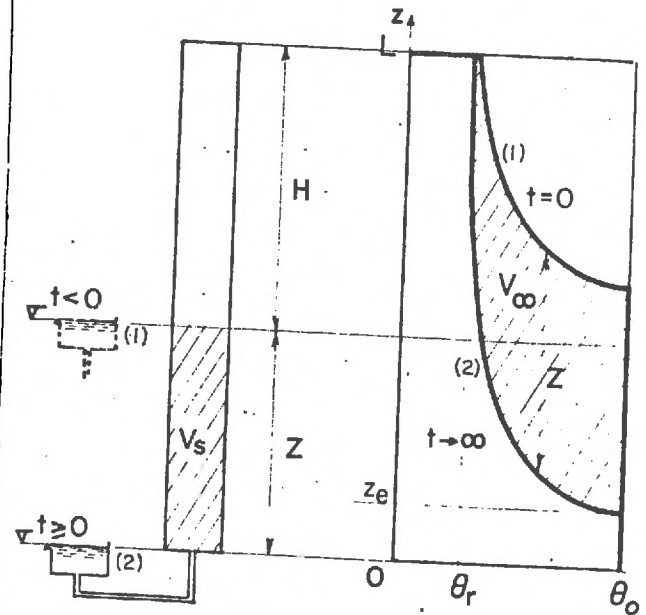
Drainage d'une colonne de sol

Conditions initiales et aux limites



Nappe de surface, $H=0$

FIG. V-2.a



Nappe profonde, $H > 0$

FIG. V-2.b

(d'après PRILL-JOHNSON, 1965)

Parametre - Temps t , en heures, depuis le debut du drainage

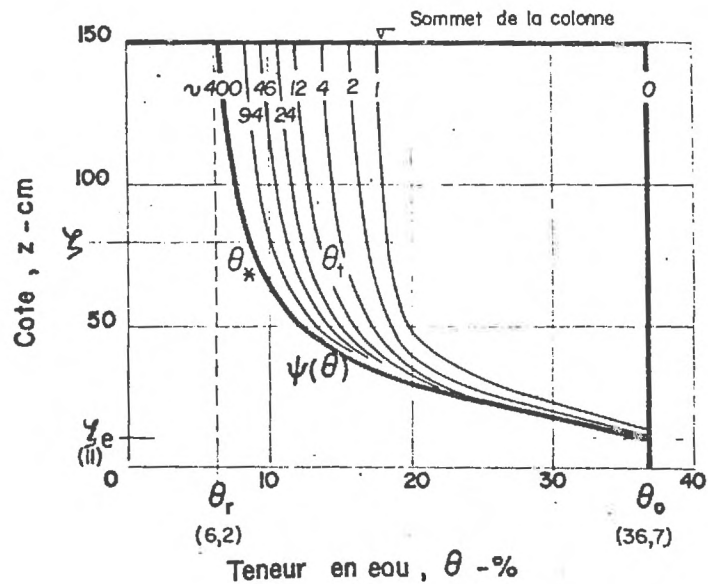


FIG-V-3, a

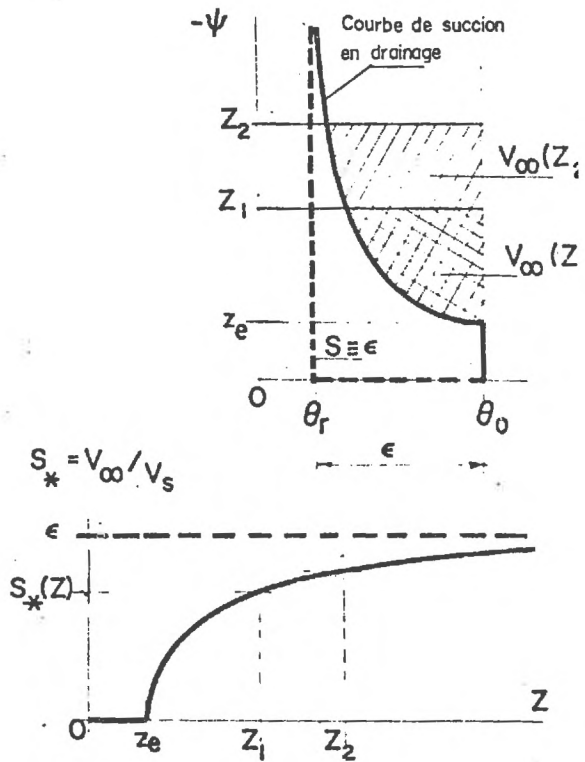


FIG-V-3, b

$$a) H \geq S_{1,c}$$

D'après la définition de S_0 (donnée dans le paragraphe précédent), la teneur en eau à la surface du sol vaudra dans ce cas θ_r . Nous avons simulé ce problème *fig. 5.4.a.*

Le volume drainé maximum vaut :

$$V_{\infty} = A \int_0^{Z+H} (\theta_{1,x} - \theta_{2,x}) dZ_2 \quad (5.9.a)$$

Il est facile de montrer par un raisonnement géométrique simple (CHILDS, POULOVASSILIS, 1962) que l'on a dans ce cas, quel que soit Z :

$$S_x = E \quad (5.9.b)$$

$$b) S_{1,e} < H < S_{1,c}$$

La teneur en eau à la surface du sol vaut initialement θ_1 , intermédiaire entre θ_0 et θ_r selon la valeur de H .

L'expression donnant le volume drainé maximum est la même que dans le cas précédent, mais on voit facilement (*fig. 5.4.b.*) que l'on a :

$$\begin{array}{l} \text{pour} \quad S_x \rightarrow E \\ \quad \quad H \rightarrow H_c \\ \text{ou} \quad \quad Z \rightarrow \infty \end{array}$$

La valeur de S_x dans ce cas dépend donc de H et de Z , mais le drainage commence pour $Z > 0$.

$$c) H \leq \sum_{i,e} \zeta_{i,e}$$

La valeur initiale de la teneur en eau à la surface du sol est θ_0 (fig. 5.4.c), on se ramène donc au cas traité dans le paragraphe 2.1 et il faut noter que le drainage ne commencera que pour :

$$Z > \sum_{i,e} \zeta_{i,e} - H$$

L'expression de S_* est, de plus, différente de celle donnée par (5.8.a) puisque l'on a :

$$S_* = \frac{\int_0^{Z+H} (\theta_0 - \theta_{x,z}) d\zeta_z}{Z} \quad (5.10)$$

avec :

$$\lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{Z+H} (\theta_0 - \theta_{x,z}) d\zeta_z}{Z} = E$$

2.3. Valeur de S_* (H, Z).

Il est donc possible, à partir des simples courbes de succion relatives au drainage, de calculer, pour un sol donné, la valeur limite du coefficient d'emmagasinement, ce calcul ne tenant cependant pas compte de l'influence du temps.

Pour l'exemple considéré (PRILL-JOHNSON), on a : $\zeta_0 = 11$ cm. Les courbes $S_* = f(H, Z)$ ont été calculées par intégration, selon (5.9) et (5.10) et sont reportées fig. 5.5 avec H comme paramètre.

Afin d'établir la valeur de l'erreur provenant de l'utilisation abusive de (5.3.b), les valeurs de S_* ont été également recherchées pour deux matériaux de perméabilité beaucoup plus faible que ce sol :

sable GE 9, $K_0 = 2,74 \cdot 10^{-4}$ cm/s

(REISENAUER, 1963)

silt GE 3, $K_0 = 5,75 \cdot 10^{-5}$ cm/s

et les résultats sont reportés *fig. 5.6* sous la forme :

$$\frac{S_x}{\varepsilon} = f(Z_n, H)$$

Pour le sable GE 9, il est ainsi évident qu'en rabattant de 1 m une nappe située initialement à la profondeur $H = 1$ m, la valeur limite de S_x n'est égale qu'à 80 % de la porosité effective. Cette valeur limite n'est de plus atteinte qu'au bout de plusieurs jours, ce qui peut laisser préjuger de la non validité des équations (5.1.b) et (5.2) pour décrire un rabattement de nappe dans ces conditions. D'autres détails sur ces calculs ont fait l'objet d'une publication précédente (VACHAUD, 1967-a).

On peut donc conclure en notant :

- 1- que la formule (5.3.b) ne peut être considérée que comme une approximation asymptotique. Elle ne sera valable que pour des nappes profondes ($H > \mathcal{Z}_{c,1}$), à condition d'attendre suffisamment longtemps pour atteindre l'état d'équilibre,
- 2- que dans un rabattement de nappe de surface, le volume d'eau drainé est fonction de $(Z - \mathcal{Z}_e)$,
- 3- que ce n'est que pour un rabattement de nappe profonde que le volume d'eau drainé total est seulement fonction de Z .

Afin d'essayer d'évaluer l'influence du temps, nous avons été amené à effectuer toute une série d'essais de drainage sur une colonne de sable, pour différentes valeurs de Z et de H . Ces essais permettent, entre autre, de discuter de la validité de certains modèles d'écoulement (VACHAUD, 1967 b,c).

3. DUREE DU DRAINAGE. MODELES CAPILLAIRES.

3.1. *Description des essais.*

Ces essais ont été effectués sur la portion inférieure à 2 mm d'un sable de rivière. On trouvera *fig. 5.7* la courbe granulométrique de ce matériau, ainsi que la courbe de succion en drainage obtenue séparément, sur un échantillon de masse volumique identique à celui de l'essai par la méthode de plaque de succion. On notera l'existence d'une frange capillaire d'épaisseur :

$$z_e = 16,5 \text{ cm.}$$

Les mesures de teneur en eau durant le drainage ont été déterminées par la méthode décrite Chapitre II. La géométrie de mesure fait l'objet du § 2.4 de ce chapitre.

Les seules différences entre les essais effectués et ceux décrits Chapitre II concernent les points suivants :

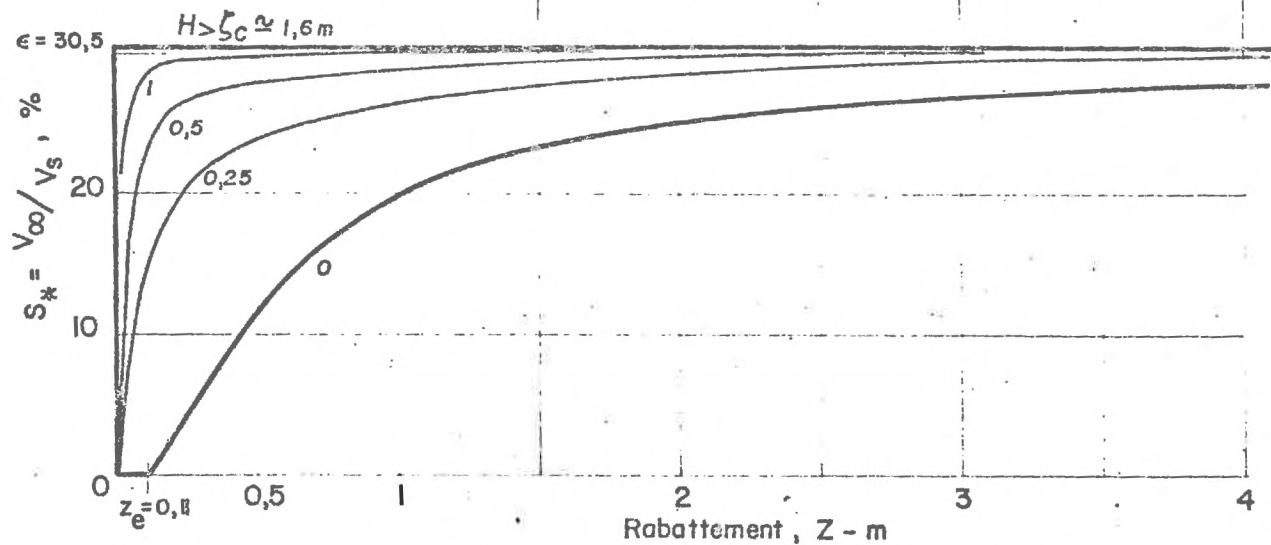
- a- la colonne de sol mesure 1,80 m. Sur cette longueur, le diamètre de la colonne n'est pas homogène. Pour éviter de faire des corrections de diamètre en chaque section, la colonne a été divisée en 4 tronçons où les variations de diamètre sont inférieures à $\pm 0,03$ cm. Le diamètre intérieur moyen du tube employé vaut 9,02 cm.
- b- le sol est différent du point de vue chimique des silts précédemment décrits. Son coefficient d'absorption massique, déterminé selon la méthode décrite Chapitre II, § 3.1.b vaut :

$$\mu_s = 0,07739 \pm 0,00075 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Le coefficient d'absorption massique de l'eau est identique à celui utilisé précédemment.

Influence de Z et H sur la valeur de S_*

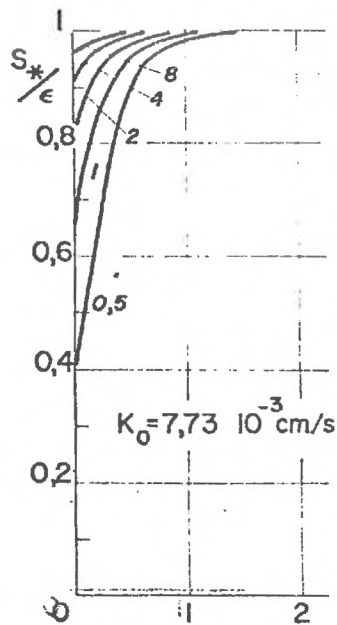
Paramètre - Profondeur initiale de la nappe, H - m



Le calcul de S est effectué selon la méthode décrite Fig. V-4 par intégration de la courbe de succion de ce sol (cf. fig. V-3, a)

FRESNO SAND

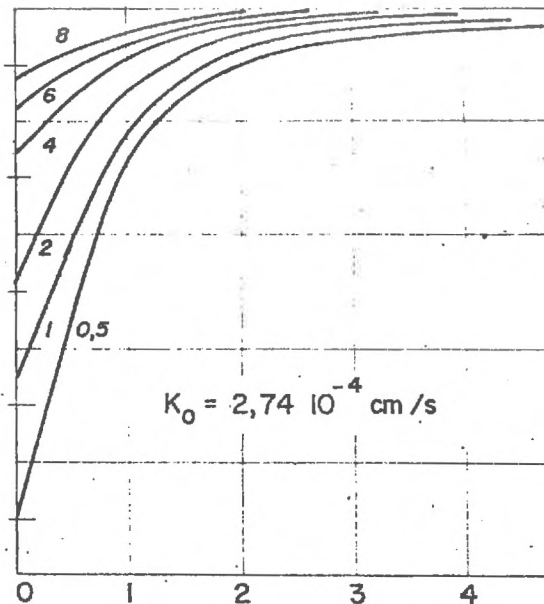
(PRILL-JOHNSON, 1965)



SABLE GE9

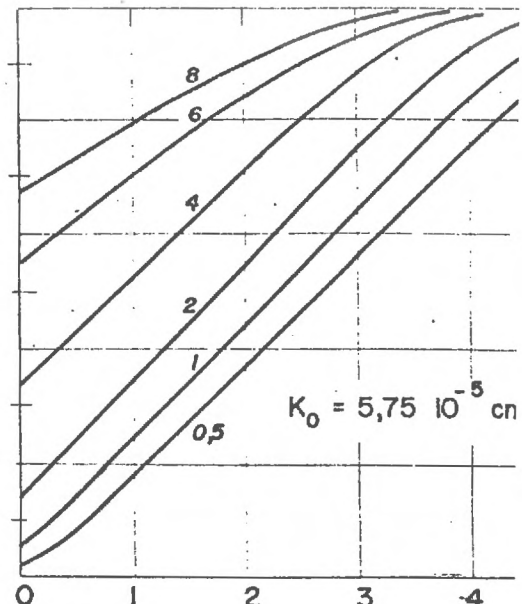
(REISENAUER, 1963)

Parametre - Rabattement, Z, m



SILT GE3

(REISENAUER, 1963)



Profondeur initiale de la nappe, $H - m$

Caractéristiques du sable de rivière
utilisé pour les essais de drainage

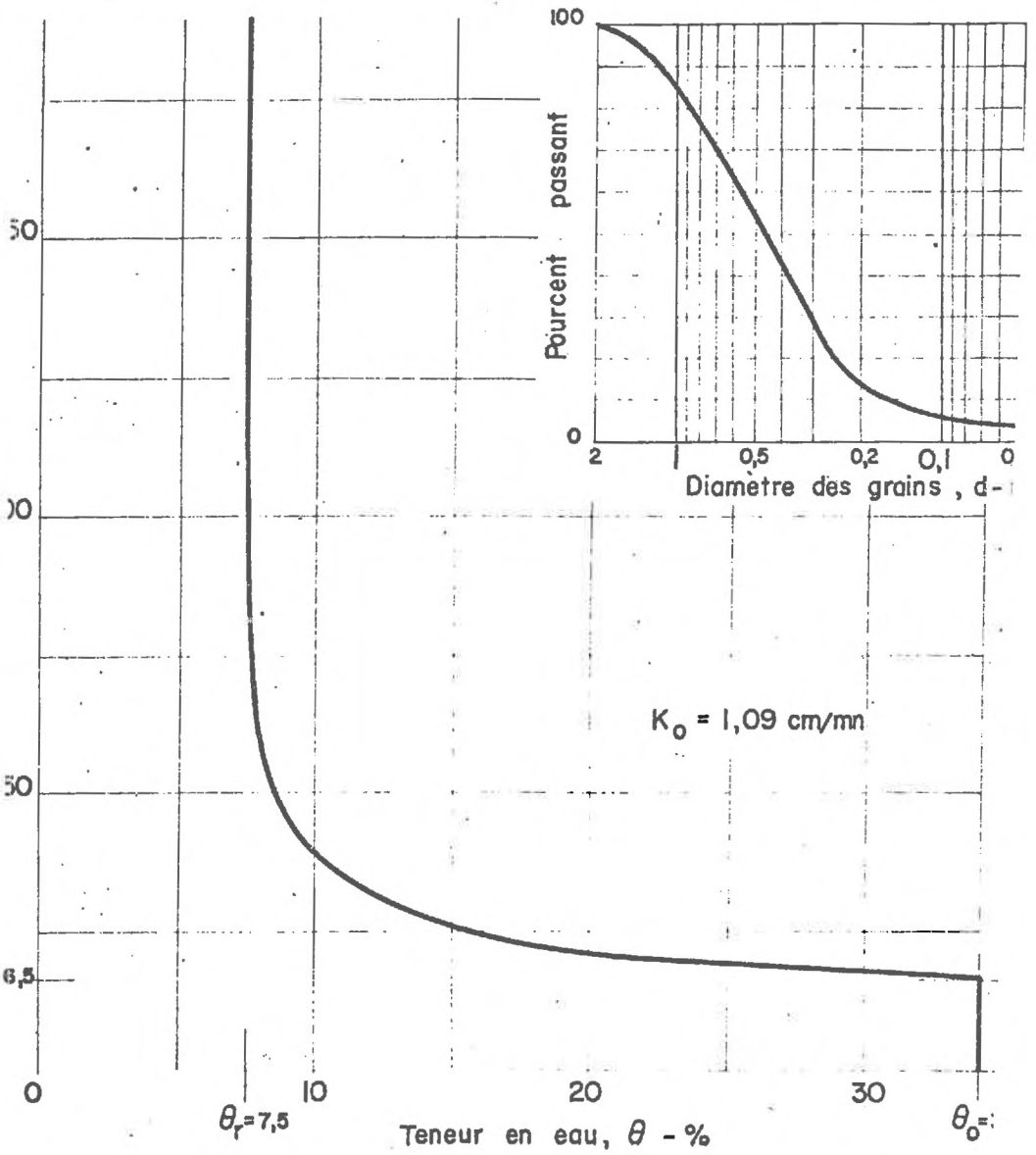


FIG. V-7

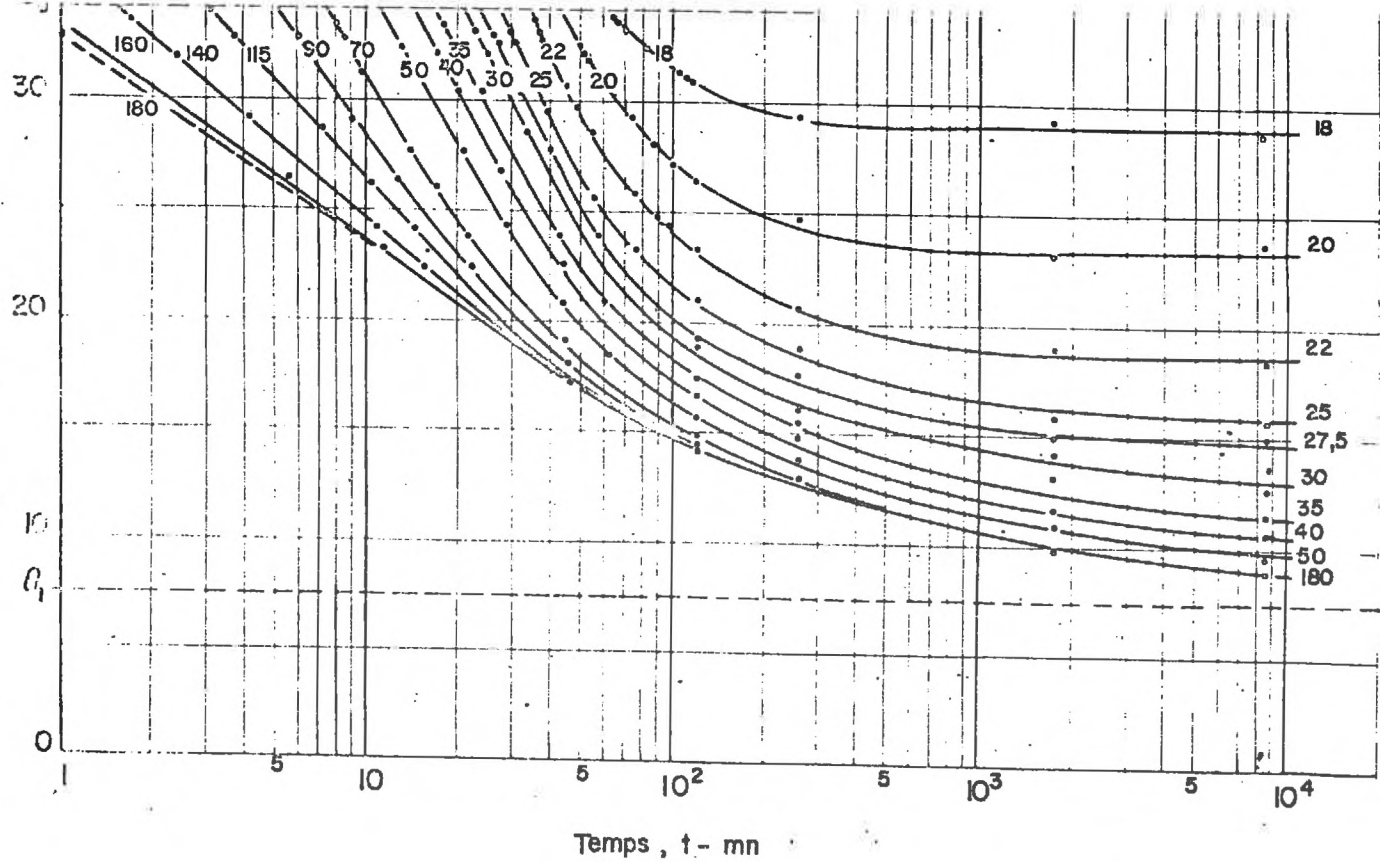


FIG. V-8.

c- l'écoulement est beaucoup plus rapide que dans un essai d'infiltration, surtout au début des essais (le front de teneur en eau passe de la cote 180 à la cote 60 durant les 10 premières minutes pour l'essai $H = 0$, $Z = 180$ cm). La fréquence des mesures étant limitée par la durée des comptages, le nombre des sections explorées est assez restreint au début : elles sont espacées d'environ 20 cm. Leur nombre, et la durée des mesures, augmentent au fur et à mesure de l'évolution du drainage, qui devient très lent au bout de 1 h. On trouvera ainsi *fig. 5.8* les résultats de mesures obtenus pour l'essai $H = 0$, $Z = 180$ cm, chaque point représentant une mesure de teneur en eau dans la section considérée.

En utilisant le procédé de mise en place décrit Chapitre II, § 3.2.a, le sable est compacté, avec une teneur en eau initiale $\theta_i = 0,025 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, à la masse volumique moyenne :

$$\rho_d = 1,61 \pm 0,025 \text{ g/cm}^3$$

La base de la colonne est fixée sur un filtre de 10 cm de gravier, relié à une burette de Mariotte. Avant le début des essais, la burette de Mariotte est remontée progressivement jusqu'à ce que la surface libre de la nappe arrive à 5 mm au-dessus de la surface du sol, et un écoulement permanent est maintenu pour mesurer la perméabilité du sol sous la nappe.

Cette perméabilité vaut : $K_0 = 1,09 \text{ cm/mn}$ pour une teneur en eau moyenne (obtenue par prospection de rayons γ)

$$\theta_0 = 0,342 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$$

Il faut noter que θ_0 est sensiblement inférieur à la porosité du sol, estimée à partir du poids spécifique et de la masse volumique du sol, qui vaut approximativement :

$$n \approx 0,41 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$$

La différence ($n - \theta_0$) représente le volume d'air emprisonné dans le sol durant la remontée de la nappe. Alors que dans les siltés on avait pour les essais d'infiltration $\theta_0 \approx n$, car d'une part les pores sont fins et réguliers, d'autre part la mouillabilité de grains de silt, et de particules argileuses, est forte, cette différence -assez considérable dans les sables- provient surtout de la forme très irrégulière des pores.

Cependant, en accord avec les résultats de CRONEY-LEMAN (1958) et TOPP (1966), cette quantité est remarquablement constante durant les cycles de drainage successifs sur la même colonne de sol : les courbes $\psi(\theta)$ représentent naturellement un cycle d'hystérésis durant les phases successives de drainage et d'humidification, mais ce cycle est fermé θ_0 et les branches de drainage et d'humidification sont liques (cf. fig. 4.2, Chapitre IV). Si le premier drainage avait été au contraire effectué à partir d'une colonne de sol saturé, avec une teneur en eau $\theta_{\text{sat}} = n$, à la seconde remontée capillaire, et aux suivantes, la teneur en eau maximum de la colonne s'établissait à $\theta_0 < \theta_{\text{sat}}$, si bien que les résultats obtenus au premier essai n'auraient pu être comparés aux autres.

Lors d'un premier drainage, la nappe est instantanément rabattue de Z (fig. 5.2.a). A la fin de l'essai, le niveau de la nappe est soit remonté au sommet de la colonne pour un nouvel essai de drainage -à partir de la même teneur en eau pour un sol de même masse volumique, avec un rabattement Z' - soit rabattu d'une nouvelle quantité ΔZ . Dans le premier cas, on obtient des caractéristiques du drainage d'une nappe de surface, dans le second, celles du drainage d'une nappe profonde située initialement

Drainage I , $H=0$, $Z_I=180$ cm

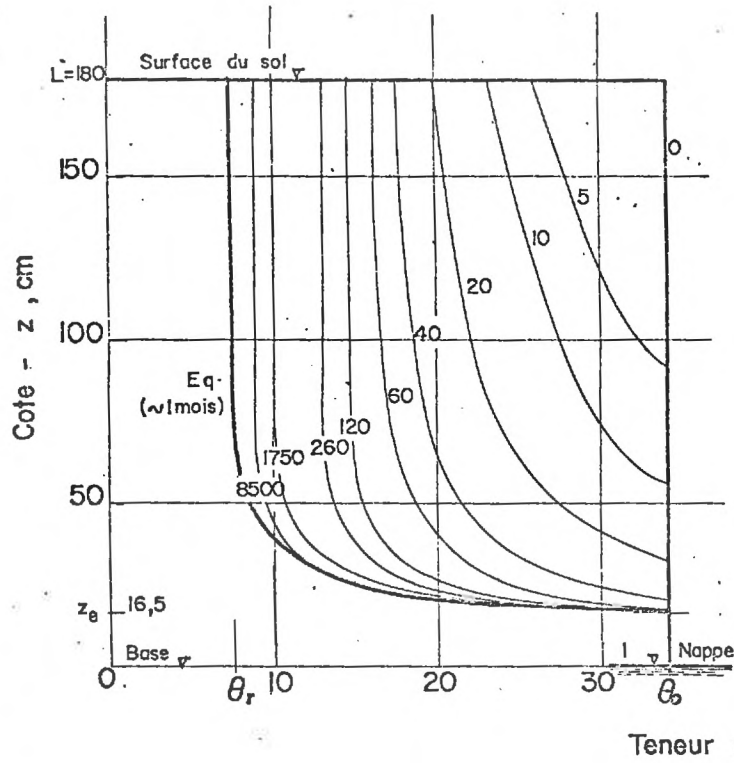


FIG - V - 9, a

Drainage II , $H=0$, $Z_{II}=103$ cm
 Drainage III , $H=103$, $Z_{III}=77$ cm

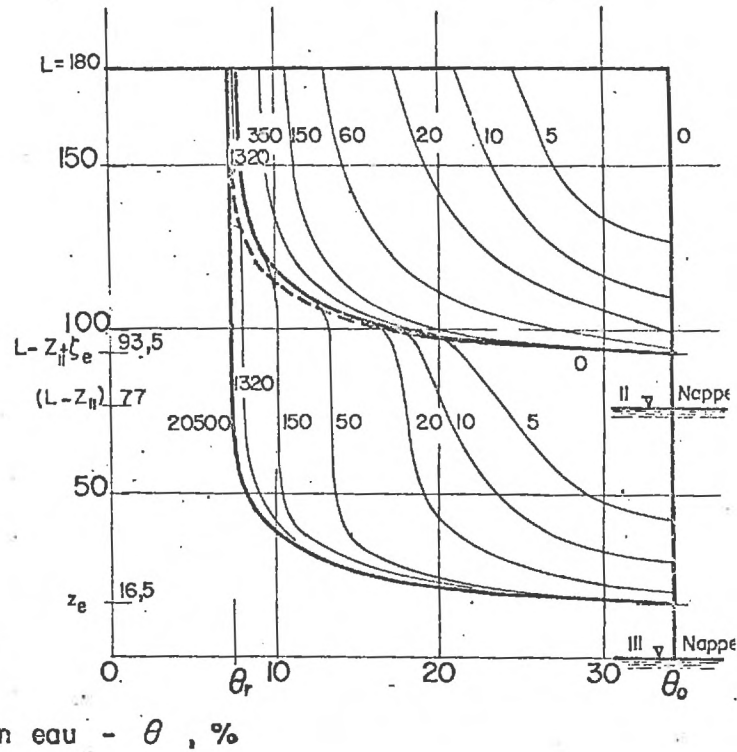


FIG - V - 9, b

Par changement de paramètre on peut facilement, à partir de la *fig. 5.8*, obtenir la variation des profils hydriques dans la colonne durant le drainage. On trouvera ainsi *fig. 5.9.a* les profils hydriques obtenus pour l'essai de drainage défini par $H = 0$, $Z = 180$ cm, dont les résultats directs sont donnés *fig. 5.8*.

La *fig. 5.9.b* représente les résultats de deux essais de drainage successifs correspondant aux conditions suivantes :

$$\begin{array}{ll} H = 0, & Z = 103 \text{ cm} \\ H = 103, & Z = 77 \text{ cm} \end{array}$$

Le second essai a été effectué 22 heures après le début du premier, et avant que la courbe d'équilibre (en pointillés sur la *fig. 5.9.b*) correspondant à cet essai n'ait été atteinte.

L'étude détaillée de l'évolution de $\theta(z, t)$ fera l'objet d'un chapitre spécial.

3.2. Valeurs de $V_w(t)$ et $S(Z, t)$.

Les courbes reportées *fig. 5.10* représentent la variation du volume d'eau écoulé à la base de la colonne en fonction du temps et du rabattement pour cinq essais effectués à partir d'une nappe affleurant initialement la surface du sol ($H = 0$). Les points reportés sur ces courbes correspondent aux valeurs de V_w obtenues soit par lecture de la burette de Mariotte reliée à la base de la colonne, soit par intégration des profils hydriques $\theta(z, t)$.

Ces essais sont relatifs à des rabattements de 49, 77, 103, 143 et 180 cm, pour une colonne de sol de 180 cm de long. Dans chaque cas, la courbe $V_w(t)$ tend vers la valeur limite V_∞ donnée par intégration du profil d'équilibre $\psi(\theta)$ correspondant :

$$V_\infty = A \int_0^Z (\theta_0 - \theta_x) d\psi$$

Pour les essais considérés, V_{∞} vaut respectivement 410, 890, 1 310, 2 010 et 2 630 cm^3 ($A = 63,93 \text{ cm}^2$).

Pour étudier l'influence de la frange capillaire et de la zone non saturée existant initialement au-dessus de cette frange sur les valeurs des volumes d'eau drainés, il est intéressant de comparer les deux essais de drainage reportés *fig. 5.9.b*. Afin de simplifier l'exposé, adoptons les dénominations suivantes :

Drainage I	$H = 0$	$Z = 180 \text{ cm}$
Drainage II	$H = 0$	$Z = 103 \text{ cm}$
Drainage III	$H = 103$	$Z = 77 \text{ cm}$

Compte tenu de l'effet de la frange capillaire, on pourrait, dans un premier stade, essayer de comparer le drainage III à un drainage de nappe de surface effectué avec un rabattement

$$Z_* = Z + z_e = 93,5 \text{ cm}$$

donc avec un essai sensiblement équivalent à l'essai II. Cette comparaison ne peut cependant avoir de valeur qu'en terme de bilan global. En effet, il faut remarquer que dans le cas du drainage III la position finale de la nappe correspond au niveau de la base de la colonne, alors que dans l'essai II il existe une distance de 77 cm entre la nappe (position finale) et la base de la colonne. Si bien qu'avec des rabattements équivalents les gradients initiaux, obtenus en considérant le milieu comme saturé durant les premières secondes du drainage, seront assez différents pour les cas II et III.

Les valeurs des volumes drainés et des débits correspondant aux trois essais I, II, III, sont reportées *fig. 5.11* pour les cent premières minutes de chaque essai. Les courbes $V_w(t)$ relatives aux essais I et II sont naturellement les mêmes

- CAS $H = 0$ -

$$\frac{V_W}{V_\infty} = 99\%$$

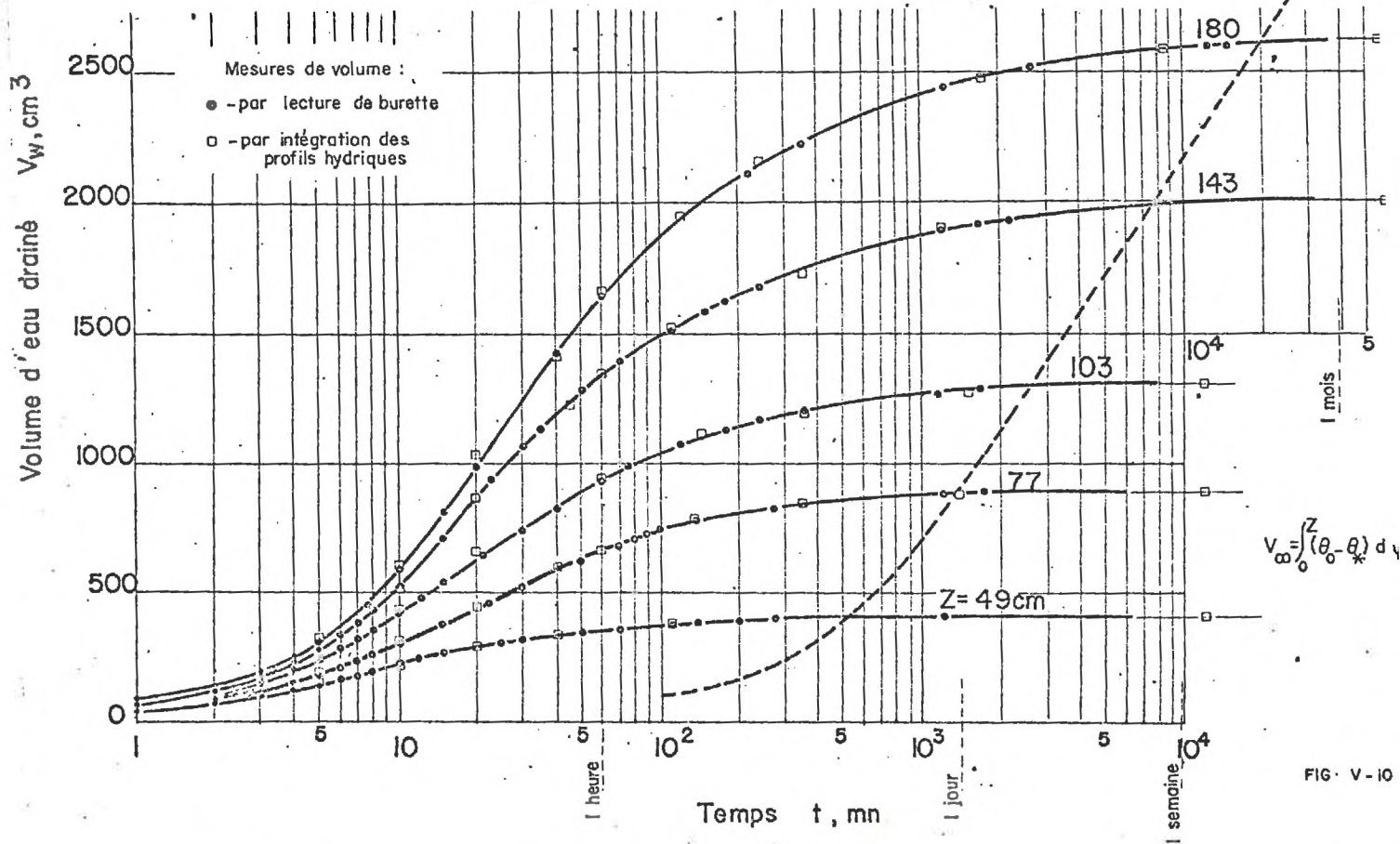


FIG. V - 10

Drainages I, II et III

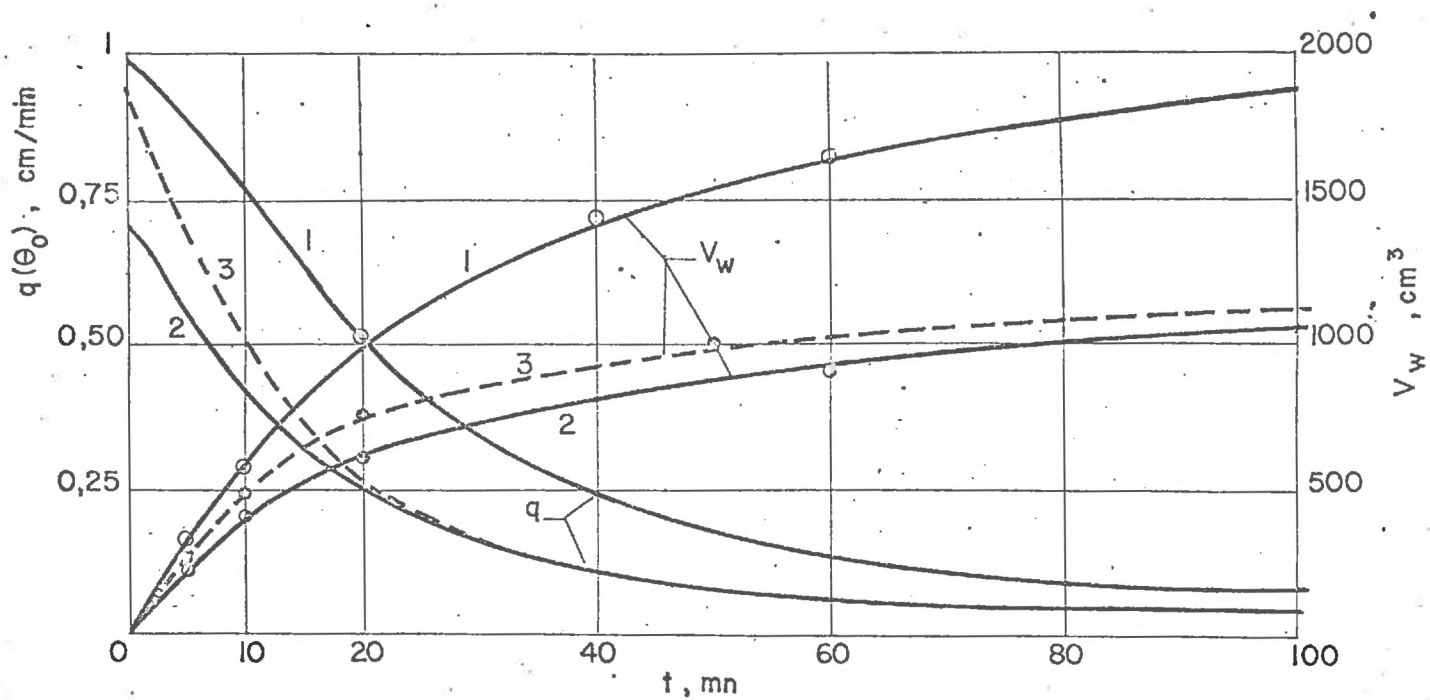
Valeurs comparees de V_w , q , V_w/V_∞ et τ

t	H = 0								H = 103 cm			
	Z = 180 cm				Z = 103 cm				Z = 77 cm			
	V_w	q	$\frac{V_w}{V_\infty}$	τ	V_w	q	$\frac{V_w}{V_\infty}$	τ	V_w	q	$\frac{V_w}{V_\infty}$	τ
0	0	0,930	0	0	0	0,715	0	0	0	0,190	0	0
2	120	0,95	0,046	0,048	70	0,67	0,054	0,070	110	0,82	0,086	0,086
5	305	0,895	0,116	0,120	210	0,55	0,161	0,175	290	0,68	0,216	0,22
10	565	0,77	0,215	0,240	415	0,44	0,317	0,35	495	0,52	0,369	0,43
15	800	0,64	0,304	0,361	540	0,32	0,412	0,524	650	0,36	0,484	0,65
20	980	0,51	0,373	0,491	620	0,24	0,473	0,700	750	0,26	0,558	0,86
30	1240	0,34	0,471	0,722	735	0,13	0,561	1,05	870	0,14	0,647	1,30
45	1500	0,21	0,571	1,085	855	0,09	0,653	1,57	960	0,09	0,715	1,95
60	1635	0,135	0,622	1,444	930	0,059	0,710	2,10	1015	0,058	0,756	2,60
120	1940	0,058	0,739	2,89	1080	0,021	0,825	4,20	1120	0,026	0,834	5,20
240	2150	0,020	0,817	5,78	1170	0,007	0,894	8,38	1210	0,010	0,900	10,50
360	2230	0,010	0,848	8,66	1200	0,0042	0,916	12,60	1250	0,005	0,930	-
600	2340	0,0045	0,869	14,45	1260	0,002	0,961	-	1275	0,003	0,947	-
1440	2460	0,0012	0,935	-	1280	0,0006	0,977	-	1320	-	0,982	-
5000	2560	0,0002	0,973	-	1300	-	0,987	-	1340	-	0,996	-
10000	2590	-	0,985	-								
Equil. (V_∞)	2630		1		1310		1		1345		1	

UNITES : t, mn
 V_w , cm³,

Drainages I, II et III

Evolution comparée des volumes drainés et des débits



- 1 - $H=0, Z=180$ cm
- 2 - $H=0, Z=103$ cm
- 3 - $H=103, Z=77$ cm

que celles données *fig. 5.10*. Les cercles entourant ces courbes correspondent aux valeurs des volumes obtenues par intégration des profils hydriques, reportés *fig. 5.8*, aux temps correspondants. Ces résultats sont également donnés en clair dans le *tableau 5.1*.

On voit que l'influence des gradients initiaux est importante sur la dynamique des écoulements. Alors que les valeurs du volume total drainé V_{∞} sont pratiquement identiques pour les essais II et III, les valeurs instantanées des volumes drainés V_w sont relativement différentes, surtout durant les vingt premières minutes de l'écoulement.

Cette influence apparaît encore plus nettement en termes de débit : les débits deviennent identiques au bout de 20 minutes mais la valeur du débit initial q_0 est nettement supérieure pour l'essai II. Les valeurs des débits q sont obtenues directement à partir de la pente des courbes $V_w(t)$.

Il est enfin évident, si l'on se reporte à la *fig. 5.11*, qu'une erreur considérable résulterait de l'estimation des volumes drainés, et des débits, correspondant à l'essai III à partir des valeurs obtenues pour l'essai de surface $H = 0$, $Z = 77$ cm effectué avec le même rabattement. On négligerait en effet, dans un tel cas, non seulement l'influence de la valeur du gradient initial sur la dynamique de l'écoulement, mais aussi celle de la frange capillaire et de la zone non saturée.

On trouvera également *tableau 5.1* les valeurs de :

$$\begin{aligned} \frac{V_w}{V_{\infty}} &= \text{volume drainé réduit,} \\ \tau = \frac{q_0 \cdot A}{V_{\infty}} \cdot t &= \text{temps réduit} \end{aligned} \quad (5.11)$$

où q_0 , débit initial, correspond à la pente de la courbe $V_w(t)$ à l'origine.

Les valeurs de $\frac{V_w}{V_\infty}$ et de τ seront utilisées par la suite pour tester la valeur des modèles d'écoulement.

Le tableau 5.I permet enfin d'obtenir facilement, partir des mesures de volume d'eau écoulé, la valeur de $S = f(Z, t)$ pour $H = 0$. Cette loi est reportée *fig. 5.12*. Notons simplement qu'au début du drainage, pour $t > 20$ mn, S diminue lorsque Z augmente, alors qu'à partir d'un temps critique, qui vaut approximativement 30 minutes, S est, à l'instant donné, pratiquement indépendant du rabattement sitôt que celui-ci est suffisamment important.

La courbe limite, correspondant à $V_w = V_\infty$, est la courbe $S_*(Z)$ décrite au § 2.1 du même chapitre. Cette courbe tend asymptotiquement vers ϵ .

Enfin, le drainage étant contrôlé par la valeur de la conductivité capillaire à la surface du sol, et par le volume d'eau à drainer, il est naturel que l'écoulement soit d'autant plus long que le rabattement est important.

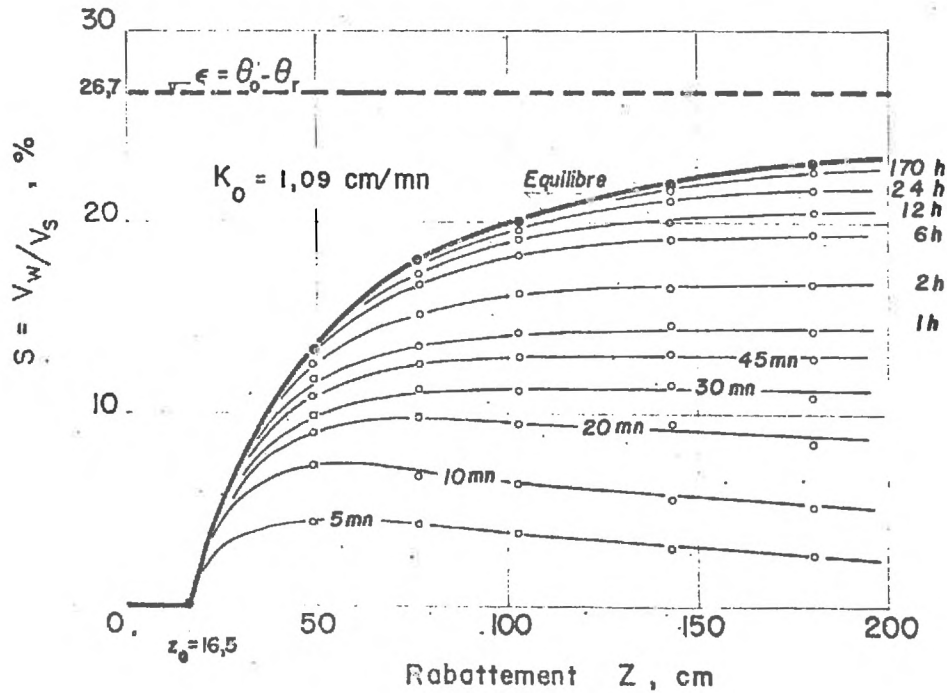
On peut pour chaque rabattement, définir la durée du drainage comme le temps nécessaire pour que 99 % du volume total se soit écoulé ; soit t_{99} ce temps. La courbe en pointillés *fig. 5.10* est obtenue en reliant pour les différents rabatte- mais les points représentant $V_w/V_\infty = 0,99$. La loi $t_{99} = f(Z)$ est reportée *fig. 5.13*. Cette loi a une allure exponentielle lorsque le rabattement est suffisant, mais, comme aucun drainage n'intervient pour $Z \leq z_e$, on doit avoir $t_{99} \rightarrow 0$ pour $Z \rightarrow z_e$, pour un drainage de surface.

La pente de la droite représentant la relation $t_{99} = f(Z)$ en coordonnées semi-logarithmiques doit être une fonction de K_0 . Cette courbe a été entourée par les résultats

Drainages de nappes de surface (H = 0)

Evolution de la valeur de S en fonction du rabattement et du temps

Paramètre - Temps, t



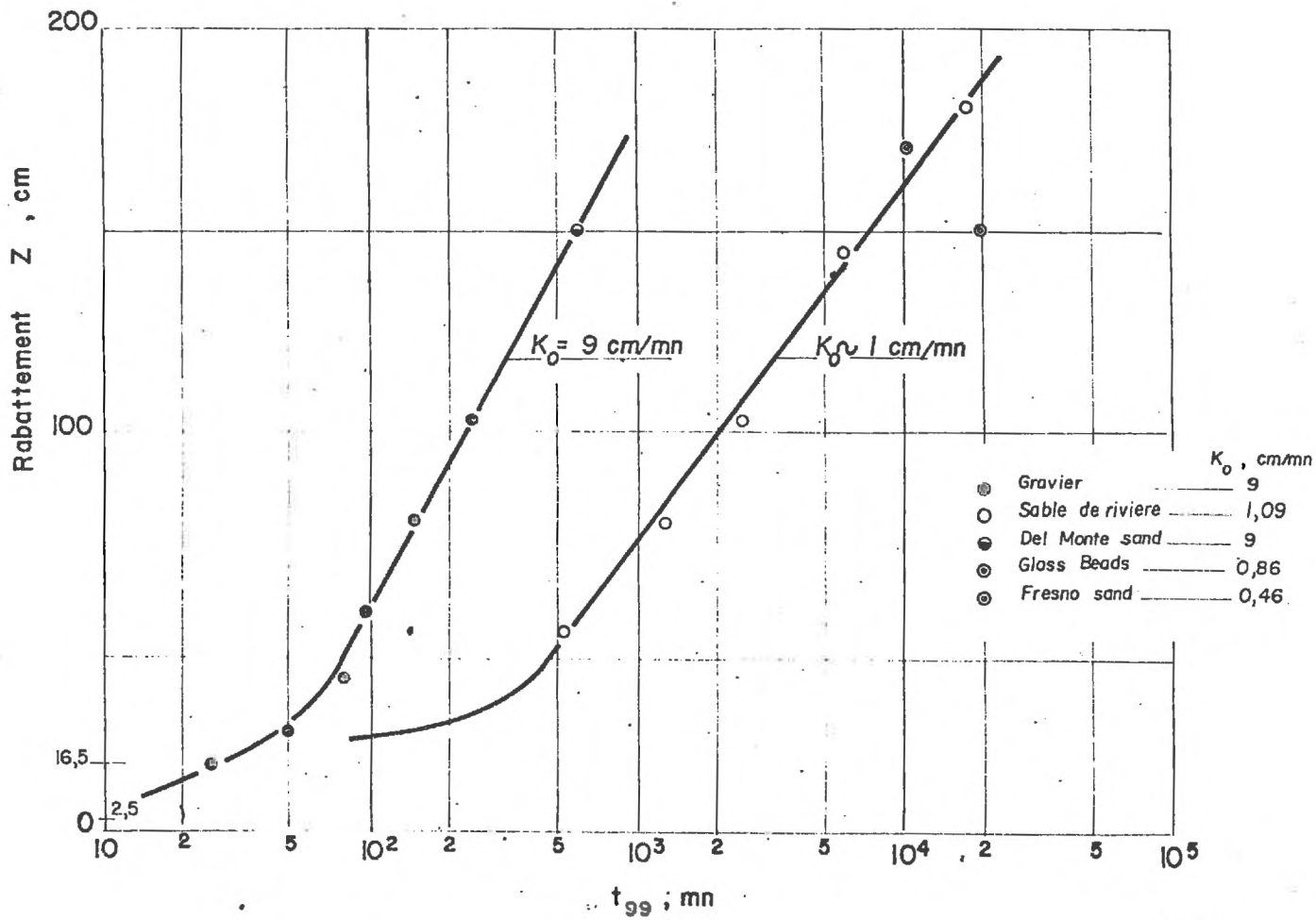


FIG-V-13

obtenus par PRILL et JOHNSON (1963) pour des essais de drainage effectués sur les sols suivants (avec $H = 0$ dans tous les cas) :

. DEL MONTE SAND : $K_0 = 9,3$ cm/mn $Z = 151$ cm, $z_e = 10$ cm

. 0,120 mm GLASS BEADS :

$K_0 = 0,86$ cm/mn $Z = 171$ cm, $z_e = 53$ cm

. FRESNO MEDIUM SAND :

$K_0 = 0,46$ cm/mn $Z = 151$ cm, $z_e = 12$ cm

On trouvera également *fig. 5.13* la loi $t_{99} = f(Z)$ obtenue pour un gravier grossier ($d > 2$ mm), qui est le complément du sable de rivière utilisé pour ce mémoire. Ce gravier est caractérisé par :

$K_0 = 9$ cm/mn $z_e = 2,5$ cm

Les résultats des essais de drainage effectués selon la même méthode sur ce gravier, sont reportés dans (VACHAUD, 1967-c).

Tous les résultats précédents sont relatifs à des drainages de nappe de surface ($H = 0$). Notons simplement, si l'on compare les essais I et III, que le second étant effectué pour une nappe située initialement à une profondeur supérieure à la profondeur critique ($Z_c = 65$ cm), il en résulte que :

. pour l'essai I, la valeur limite de S vaut $S_x = 18,07$ % ;

. pour l'essai III, la même valeur limite vaut $S_x = 26,7$ % = ϵ .

Les conditions initiales et aux limites étant relativement différentes pour ces deux types d'essais, il est difficile de pousser plus loin la comparaison, notamment en ce qui concerne la durée du drainage.

3.3. Etude critique des modèles.

Les modèles courants sont de deux types. Après en avoir étudié les limites, nous proposerons un troisième type plus conforme.

a) Modèle gravitaire.

Ce modèle revient à supposer que la surface de la nappe est la limite entre la zone saturée et le sol sec, que la frange capillaire et la zone non saturée n'existent pas (fig. 5.14.a). C'est le modèle implicitement adopté dans la formulation de (5.1) et de (5.3).

On écrit que lors d'un rabattement Z tout l'écoulement a donc lieu dans la zone saturée, avec un débit unitaire constant :

$$q = K_0 \quad (5.12)$$

Le volume d'eau drainé au temps t vaut alors :

$$V_w = A \cdot \varepsilon \cdot q \cdot t = A \cdot \varepsilon \cdot K_0 \cdot t$$

et le volume total drainable est donné par (5.1.b) :

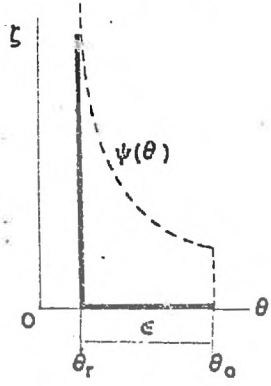
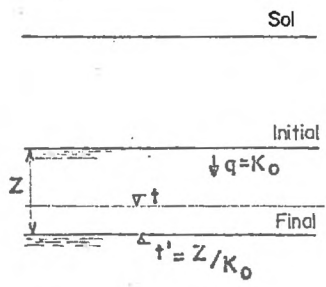
$$V = \varepsilon \cdot A \cdot Z.$$

Le drainage se termine donc au temps t' tel que :

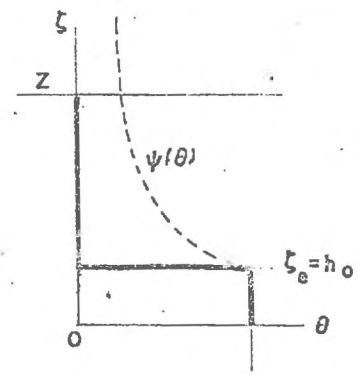
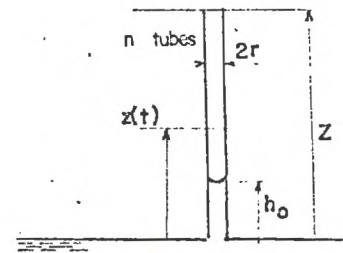
$$t' = \frac{Z}{K_0} \quad (5.13)$$

Drainage - Modèles d'écoulement

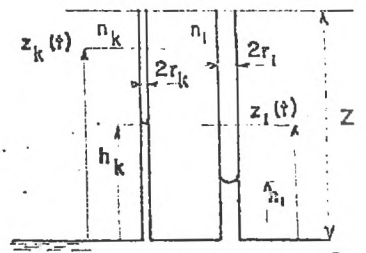
Modèle gravitaire



Modèle capillaire unique



Modèle capillaire multiple



$$n_k r_k^2 = n_i r_i^2 = \dots = \frac{\theta_0 - \theta_i}{j}$$

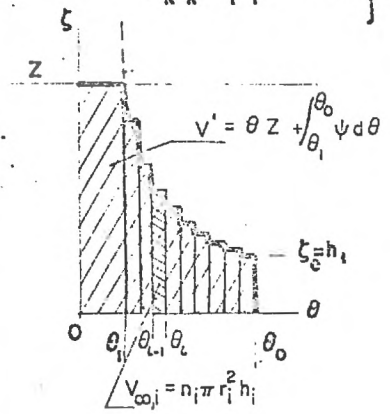


FIG. 14.2

b) *Modèle capillaire unique.*

Ce modèle, proposé par YOUNGS (1960), prend en compte l'influence de la frange capillaire. Il doit donc mieux s'adapter aux cas réels que le modèle précédent, mais il ne revient implicitement qu'à considérer la seule existence de la frange capillaire et à négliger la zone non saturée (*fig. 5.14.b*). Il est basé sur l'analogie entre l'écoulement en milieu poreux et l'écoulement dans un faisceau de capillaires de diamètre uniforme, l'écoulement dans chaque capillaire répondant à la loi de POISEUILLE, et le débit s'arrêtant lorsque, dans chaque tube, la cote au-dessus de la surface de la nappe est égale à la hauteur de la remontée capillaire.

Soient :

r le diamètre de chaque tube

z la cote de l'eau dans un tube à un instant t

h_0 la hauteur de remontée capillaire (loi de JURIN).

Au temps t , le débit est donné pour chaque tube par :

$$- \pi r^2 \cdot \frac{dz}{dt} = \frac{\rho_w g}{8\eta} \pi r^4 \frac{z - h_0}{z}$$

En comparant avec la loi de DARCY, on voit que

$$k_0 \sim \frac{\rho_w g}{8\eta} r^2$$

où η est la viscosité dynamique de l'eau.

La résolution de cette équation différentielle pour un rabattement Z conduit à une expression de la forme :

$$\frac{\rho_w g}{8\eta} r^2 t = Z - z - h_0 \ln \left(\frac{z - h_0}{Z - h_0} \right)$$

Si l'on considère un faisceau de n tubes, et si l'on introduit les valeurs suivantes :

$$V_w = n \pi r^2 (Z - z) \quad \text{= volume de liquide drainé au temps } t$$

$$V = n \pi r^2 (Z - h_0) \quad \text{= volume total drainable}$$

$$q_0 = \frac{\rho_w g}{8 \gamma} r^2 \left(\frac{Z - h_0}{Z} \right) \quad \text{= débit unitaire initial}$$

$$\tau = \frac{n \pi r^2 q_0}{V_\infty} t = \frac{K_0}{Z} t \quad \text{= temps réduit}$$

on peut mettre l'expression ci-dessus, après développement en série et en ne conservant que le terme du premier ordre, sous forme de variables réduites :

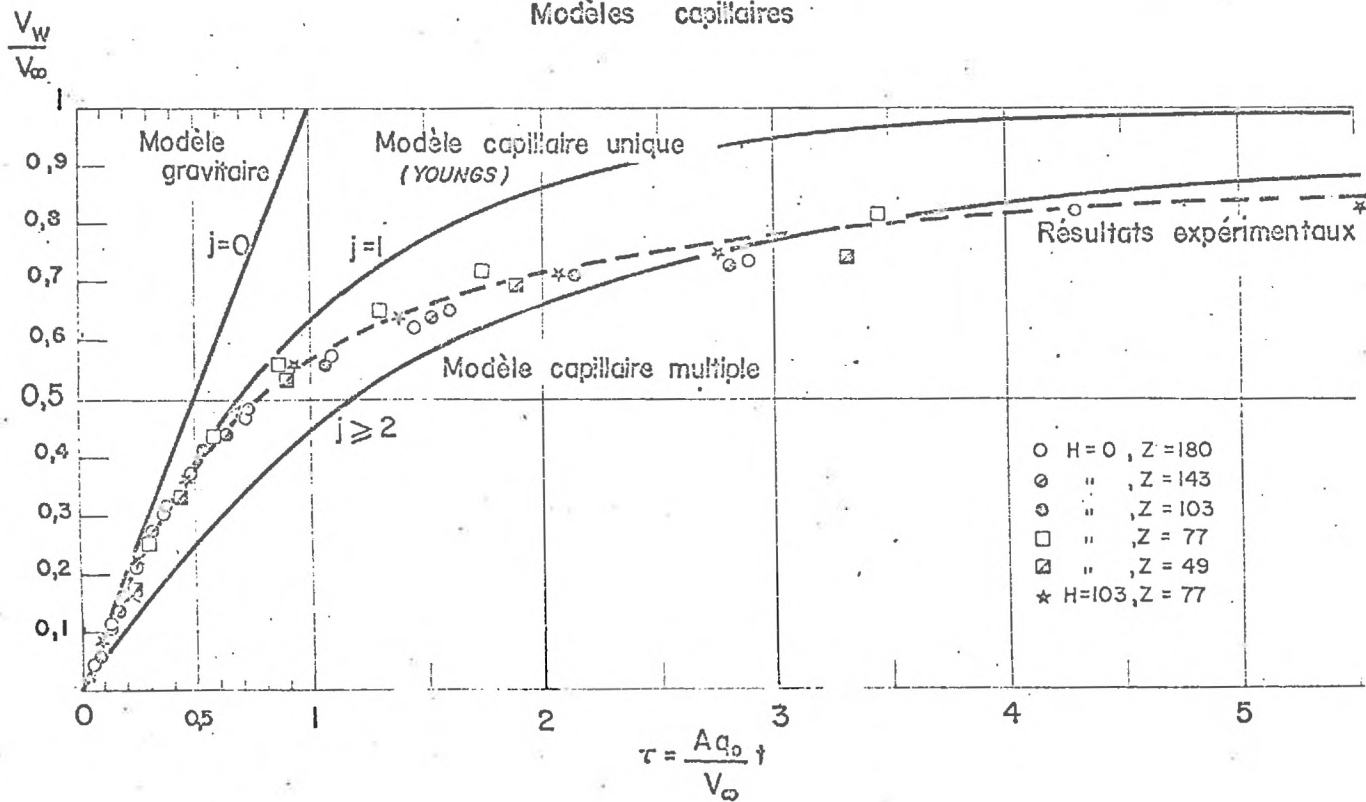
$$\frac{V_w}{V_\infty} = z - e^{-\tau} \quad (5.14.a)$$

On voit facilement qu'en variables réduites, l'expression (5.13), établie pour le modèle gravitaire, se ramène à :

$$\frac{V_w}{V_\infty} = \tau \quad (5.14.b)$$

Pour étudier la validité de ces modèles à simuler, en terme de bilan, le drainage des sols, nous avons reporté *fig. 5.15* les résultats expérimentaux de drainage, en utilisant les mêmes variables réduites. Pour passer du modèle capillaire au sol, on voit que l'analogie ne tient compte que de la hauteur de la frange capillaire. Il suffit donc de remplacer h_0 par S_e . V_w , V_∞ et q_0 , intervenant dans l'expression de τ sont directement obtenus à partir des mesures de volumes. La surface de la colonne de sol vaut : $A = 63,93 \text{ cm}^2$. Les points reportés *fig. 5.15* sont relatifs aux cinq essais de drainage effectués avec $H = 0$ et à l'essai III.

Modèles capillaires



On voit d'après la *fig. 5.15* que la courbe expérimentale, correspondant à un sol donné, est une courbe unique. Il faut cependant noter que pour chaque essai interviennent dans l'expression de τ la valeur du débit initial q_0 , donc l'influence du gradient, et celle de V_∞ , donc l'influence de H et Z sur S . Au début du drainage, cette courbe coïncide avec celle résultant du modèle capillaire, mais assez rapidement le modèle capillaire conduit à des valeurs de volume drainé bien supérieures à celles obtenues expérimentalement. Il suffit d'ailleurs de se référer aux résultats reportés *fig. 5.9* pour constater que le drainage n'est pas terminé lorsque le front de teneur en eau θ_0 atteint la cote z_e , comme l'impliquerait la théorie du modèle capillaire.

Il est d'ailleurs normal que ce modèle ne puisse correctement décrire le drainage, puisqu'il revient en fait à substituer à la distribution de teneur en eau donnée par la courbe $\psi(\theta)$ une distribution correspondant à :

$$\theta = \theta_0 \quad \text{pour } z \leq z_e$$

$$\theta = 0 \quad \text{pour } z > z_e$$

c) Distribution homogène de capillaires multiples.

Afin d'obtenir un modèle plus apte à représenter la physique du drainage, nous proposons de considérer tout d'abord une famille de n_i tubes de rayon r_i choisis de façon à approcher au mieux la courbe d'équilibre en drainage.

Considérons (*fig. 5.14.c*) une courbe d'équilibre en drainage après un rabattement Z de la nappe, et soient :

- θ , la valeur de la teneur en eau à la surface du sol
- θ_0 , la valeur de la teneur en eau au niveau de la nappe
- z_e , la hauteur de la frange capillaire.

Le volume d'eau maintenu dans le sol par "capillarité", à la fin du drainage, est :

$$V' = \theta_1 z + \int_{\theta_1}^{\theta_0} \psi d\theta$$

Prenons j familles de n_i tubes de rayon r_i tels que

$$\sum_{i=1}^j n_i \pi r_i^2 h_i = \int_{\theta_1}^{\theta_0} \psi d\theta$$

où n_i est la densité de tubes par surface unitaire, et h_i est la hauteur de remontée capillaire dans chaque tube. Fixons entre les n_i et les r_i une relation de la forme :

$$n_1 r_1^2 = n_2 r_2^2 \dots \dots = n_j r_j^2 = \frac{\theta_0 - \theta_1}{j}$$

Ce qui revient à considérer que les sections d'écoulements sont égales pour chaque famille de tubes, ou à découper la zone de teneur en eau $\theta_0 - \theta_1$, en $j \Delta\theta$ segments identiques.

Choisissons enfin pour la première famille de tubes un rayon r_1 correspondant à une remontée capillaire h_1 telle que :

$$h_1 = \sum e$$

Le choix des h_i est donc fixé facilement, de façon à approcher au mieux, pour chaque segment $\Delta\theta_i$, l'aire limitée par la courbe d'équilibre, les valeurs de θ_{i-1} et θ_i et l'axe $\psi = 0$.

Pour chaque faisceau de tubes, il est possible d'écrire indépendamment la loi de POISEUILLE comme dans le cas d'un faisceau de tubes uniformes, ce qui conduit à j relations de la forme :

$$\frac{V_{w,i}}{V_{\infty,i}} = 1 - e^{-\tau_i}$$

avec, dans chaque cas, $\tau_i = \frac{\alpha r_i^2}{Z} t$; $\alpha = \frac{\rho_w g}{8 \eta}$

Si l'on se réfère aux tubes de rayon r_1 , correspondant à \sum_e , on peut définir une nouvelle variable adimensionnelle :

$$\xi_i = \frac{\sum_e}{h_i}$$

Soit τ le temps réduit de référence fixé par la famille de tubes r_1 , on a alors entre les τ_i une relation du type :

$$\tau = \tau_1 = \frac{\tau_2}{\xi_2^2} = \dots = \frac{\tau_i}{\xi_i^2}$$

Soit

$$\frac{V_{w,i}}{V_{\infty,i}} = 1 - e^{-\tau \xi_i^2} \tag{5.14.c}$$

avec : $V_{\infty,i} = n_i \pi r_i^2 (Z - h_i)$

Le volume total drainable pour l'ensemble des tubes vaut :

$$V_{\infty} = \sum_{i=1}^j V_{\infty,i} = n \pi r^2 (jZ - \sum_{i=1}^j h_i)$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{V_{\infty,i}}{V_{\infty}} = \frac{Z - h_i}{jZ - \sum_{i=1}^j h_i}$$

qui permet de réécrire (5.14.c) sous la forme :

$$\frac{v_{wi}}{v_{\infty}} = \frac{Z - \xi_i \xi_e}{jZ - \xi_e \sum_{i=1}^j \xi_i} (1 - e^{-\tau \xi_i^2})$$

le dénominateur de la fraction du second membre est une constante pour le système choisi. On aura donc finalement, avec $v_w = \sum_i v_{wi}$:

$$\frac{v_w}{v_{\infty}} = \frac{\sum_{i=1}^j [(Z - \xi_i \xi_e)(1 - e^{-\tau \xi_i^2})]}{jZ - \xi_e \sum_{i=1}^j \xi_i} \tag{5.15}$$

Afin de tester la convergence des séries utilisées, nous avons, selon cette méthode, considéré des découpages en 2, 4 et 8 tranches. On trouvera ainsi *tableau 5.II* le calcul des volumes partiels effectués pour le découpage en quatre tranches, pour un rabattement $Z = 103$ cm. Dans ce cas, $\theta_1 = \theta_r$, ce qui fixe un pas de $\Delta\theta = 0,067$ cm³/cm³. Les diamètres des familles de tubes sont fixés par :

$$\xi_e = 16,5 \text{ cm} ; h_2 = 20 \text{ cm} ; h_3 = 23 \text{ cm} ; h_4 = 37 \text{ cm}.$$

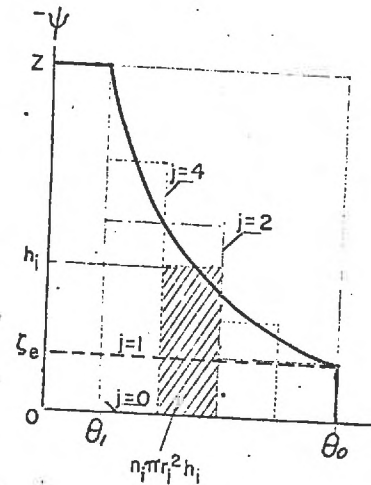
Les résultats obtenus sont également reportés *fig. 5.15*. On notera que pour le type de sol considéré, la convergence est extrêmement rapide puisqu'on obtient une courbe unique pour $j = 2 ; 4 ; 8$. Notons que le modèle gravitaire correspond à $j = 0$. En fait, dans tous les cas, le temps de référence est bien fixé par la géologie avec la famille de tubes de rayon r_1 correspondant à la hauteur de la frange capillaire ξ_e . Les valeurs de $\frac{v_w}{v_{\infty}}$ pour $j = 0, 1, 2, 4, 8$, sont reportées *tableau 5.III*.

$$Z = 103 \text{ cm} ; \quad jZ - \zeta_e \sum_{i=1}^4 \zeta_i = 315,5 \text{ cm}$$

τ	$i = 1$			$i = 2$			$i = 3$			$i = 4$			V_W/V_∞
	τ_1	$(\frac{V_W}{V_\infty})_1$	$\frac{V_{W,1}}{V_\infty}$	τ_2	$(\frac{V_W}{V_\infty})_2$	$\frac{V_{W,2}}{V_\infty}$	τ_3	$(\frac{V_W}{V_\infty})_3$	$\frac{V_{W,3}}{V_\infty}$	τ_4	$(\frac{V_W}{V_\infty})_4$	$\frac{V_{W,4}}{V_\infty}$	
		$h_1 = 16,5$	$\xi_1 = 1$		$h_2 = 20$	$\xi_2 = 0,825$		$h_3 = 23$	$\xi_3 = 0,717$		$h_4 = 37$	$\xi_4 = 0,446$	
		$\tau_1 = \tau$			$\tau_2 = 0,681 \tau$			$\tau_3 = 0,253 \tau$			$\tau_4 = 0,209 \tau$		
		$V_{\infty,1}/V_\infty = 0,2741$			$V_{\infty,2}/V_\infty = 0,2631$			$V_{\infty,3}/V_\infty = 0,2535$			$V_{\infty,4}/V_\infty = 0,2092$		
0,05	0,05	0,045	0,0123	0,034	0,034	0,0093	0,026	0,025	0,0065	0,01	0,01	-	0,028
0,10	0,1	0,095	0,0260	0,068	0,068	0,0179	0,051	0,051	0,0129	0,0199	0,020	0,005	0,062
0,25	0,25	0,225	0,0617	0,17	0,16	0,0421	0,129	0,124	0,0314	0,0497	0,050	0,0104	0,145
0,50	0,5	0,39	0,107	0,34	0,29	0,0763	0,258	0,23	0,0583	0,0995	0,098	0,0205	0,262
0,75	0,75	0,53	0,145	0,51	0,40	0,1052	0,386	0,32	0,0811	0,149	0,140	0,0293	0,360
1	1	0,63	0,173	0,68	0,495	0,130	0,515	0,41	0,104	0,199	0,165	0,0367	0,445
2	2	0,865	0,237	1,36	0,745	0,196	1,03	0,65	0,165	0,398	0,33	0,069	0,667
3	3	0,95	0,260	2,04	0,87	0,229	1,54	0,79	0,200	0,696	0,455	0,095	0,784
5	5	0,991	0,271	3,41	0,965	0,254	2,54	0,92	0,233	0,995	0,63	0,133	0,891

Evolution du volume drainé en fonction du nombre j de familles de tubes

τ	$\frac{V_w}{V_\infty}$				
	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 4$	$j = 8$
0,05	0,05	0,045	0,031	0,028	0,029
0,1	0,1	0,095	0,064	0,062	0,060
0,25	0,25	0,225	0,153	0,145	0,148
0,5	0,5	0,39	0,273	0,262	0,266
0,75	0,75	0,53	0,376	0,360	0,369
1	1	0,63	0,453	0,445	0,451
2	1	0,865	0,663	0,667	0,666
3	1	0,95	0,771	0,784	0,792
5	1	0,991	0,877	0,891	0,897



La convergence rapide s'explique facilement par l'allure de la courbe d'équilibre du matériau considéré. Passant du cas $j = 1$ au cas $j = 2$, on passe d'un cas où toute la section d'écoulement est composée de tubes de rayon identique r_1 , à celui où la moitié de la section d'écoulement est composée de tubes de rayon r_1 , l'autre moitié de tubes de rayon $r_2 = \frac{r_1}{2}$. Soient n_1 et r_1 la densité et le rayon des tubes dans le cas 1 on a donc, par surface unitaire de sol :

. pour $j = 1$, une section d'écoulement $s = n_1 \pi r_1^2$

. pour $j = 2$, une section d'écoulement $s = \frac{n_1}{2} \pi r_1^2 + 2n_1 \pi \frac{r_1^2}{4}$

Ce qui revient donc à remplacer $\frac{n}{2}$ tubes de rayon r_1 par $2n$ tubes de rayon $\frac{r_1}{2}$.

Le drainage des tubes de rayon $r_2 = \frac{r_1}{2}$ étant bien plus lent que celui des tubes de rayon r_1 , il en résulte pour le cas $j = 2$ des volumes drainés bien plus faibles que dans le cas $j = 1$. D'où la variation assez brutale de $\frac{V}{V_\infty}$ passant d'un cas à l'autre. Augmenter ensuite la valeur de j revient à affiner la valeur des volumes obtenus pour $j = 2$ sans avoir de grosses variations globales

Il est enfin intéressant de situer la courbe expérimentale. Il est clair que le modèle à tube unique convient bien pour décrire le drainage pour $\tau < 0,5$, ce qui, pour $Z = 180$ cm, correspond à un temps réel de $t = 15$ minutes, alors que le modèle à tubes multiples représente assez bien le sol pour $\tau > 2$, soit $t > 60$ minutes pour le même rabattement. Cette constatation est importante, car elle permet d'établir, s'il est encore utile de préciser ce point, qu'aucun modèle simple de type "capillaire" ne peut représenter l'écoulement en milieux poreux non saturés.

En effet, dans le cas $j = 1$, nous avons constaté que l'écoulement s'arrête lorsque le niveau de l'eau dans le tube atteint la cote h_0 , ce qui n'est pas le cas dans un sol. Dans le cas $j = 2$, le modèle est au contraire relativement satisfaisant lorsque le temps est assez grand, puisque le drainage se poursuit dans les tubes les plus fins après que les tubes les plus gros se soient vidés.

Cependant, le modèle à tubes multiples ne satisfait pas la condition initiale des écoulements en milieux poreux, puisqu'avec un faisceau de capillaires tous les tubes commencent à se vider en même temps alors que, comme le montre la *fig. 5.9.a*, les pores les plus fins du sol ne commencent à drainer que lorsque les plus gros, correspondant à une distribution de tubes de rayon r_1 , sont pratiquement déjà vides, ce que confirme la coïncidence, pour les faibles temps, entre la courbe expérimentale et la courbe tracée pour $j = 1$.

On pourrait finalement penser à obtenir un système plus perfectionné en pondérant l'influence de certaines catégories de capillaires grâce à un réajustement des surfaces d'écoulement.

Au lieu de considérer, comme dans le cas précédent, que l'on a j classes de tubes définis par :

$$n_1 r_1^2 = \dots \dots \dots n_i r_i^2 \dots \dots$$

on peut donner une importance plus grande à la classe de tubes de rayon r_i par rapport aux autres tubes. Ce qui revient à choisir un nouveau paramètre :

$$S_i = \frac{n_i r_i^2}{n_1 r_1^2}$$

(dans le cas précédent, on avait $S_i = 1$ pour tout i).

La formule (5.15) devient alors :

$$\frac{v_w}{v_\infty} = \frac{\sum_{i=1}^j \left[\delta_i (Z - \xi_i \xi_e) (1 - e^{-\tau \xi_i^2}) \right]}{\sum_{i=1}^j \delta_i (Z - \xi_i \xi_e)} \quad (5.16)$$

A titre d'exemple, on peut traiter le problème précédent en choisissant les valeurs suivantes :

$$n_1 \quad r_1^2 = 0,6 (\theta_0 - \theta_1) \quad \text{avec} \quad h_1 = 16,5 \text{ cm}$$

$$n_2 \quad r_2^2 = 0,3 (\theta_0 - \theta_1) \quad \text{avec} \quad h_2 = 28 \text{ cm}$$

$$n_3 \quad r_3^2 = 0,1 (\theta_0 - \theta_1) \quad \text{avec} \quad h_3 = 45 \text{ cm}$$

Les variables réduites sont alors :

$$\begin{aligned} \sqrt{z_1} = 1 & \quad ; \quad \tau_1 = \tau & \quad ; \quad \delta_1 = 1 \\ \sqrt{z_2} = 0,59 & \quad ; \quad \tau_2 = 0,35 \tau & \quad ; \quad \delta_2 = 0,5 \\ \sqrt{z_3} = 0,368 & \quad ; \quad \tau_3 = 0,136 \tau & \quad ; \quad \delta_3 = 0,166 \end{aligned}$$

En adoptant le même principe de calcul que celui donné par le tableau 5.II, on obtient :

τ	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	1	2	3	5
v_w/v_∞	0,05	0,072	0,171	0,302	0,417	0,499	0,717	0,821	0,912

Comparant ces résultats avec ceux donnés *tableaux 5.III*, on obtient une courbe intermédiaire entre la courbe expérimentale et la courbe $j \geq 2$ pour $\tau < 2$, et une courbe intermédiaire entre les courbes $j \geq 2$ et la courbe $j = 1$ pour $\tau > 3$.

Les différents modèles étudiés ne permettent donc pas d'obtenir une solution satisfaisante permettant d'apprécier la variation du volume d'eau drainé. Le seul modèle satisfaisant serait en fait celui où la distribution des familles de tubes n_i, r_i varierait avec le temps, passant d'une distribution unique $j = 1$ avec une section d'écoulement $n_1 \pi r_1^2$ en début de drainage, à une distribution multiple j_n au fur et à mesure de l'évolution du drainage, la loi $j(t)$ étant une caractéristique du matériau, fonction du rabattement et du temps, donc analogue au coefficient d'emmagasinement. Dans la dernière période du drainage, on reviendrait à une distribution unique $j = 1$ de tube de diamètre très fin.

Signalons cependant que les deux courbes $j = 1, j = n$, peuvent être utilisées comme les limites de la courbe expérimentale.

ANALYSE DES PROFILS HYDRIQUES ET DETERMINATION DE $k(\theta)$.

L'analyse de l'écoulement transitoire durant le drainage, adoptant la méthode exposée Chapitre III, § I, permet de déterminer la conductivité hydraulique du sable et de donner une signification physique du drainage. Cette analyse a été effectuée pour deux essais répondant à des conditions initiales et aux limites différentes :

l'essai I, correspondant au drainage d'une nappe de surface avec un rabattement $Z = 180$ cm,

l'essai II, correspondant au drainage d'une nappe profonde.

L'évolution des profils hydriques pour ces deux essais donnée *fig. 5.9.a* et *5.9.b*.

4.1. Drainage d'une nappe de surface.

L'étude de l'évolution du débit global et du volume drainé correspondants à cet essai a déjà fait l'objet du § 3.2 de ce chapitre.

Durant le drainage de la colonne, chaque tranche de sol d'épaisseur Δz se comporte comme une zone de transmission, avec perte de masse, la différence entre le débit entrant et le débit sortant provenant d'une diminution du volume d'eau stocké dans cette tranche.

Le calcul du débit unitaire s'effectue à partir de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial q}{\partial z} = - \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

En utilisant la méthode itérative développée au Chapitre III, on obtient :

$$q_{k+1} - q_k = \bar{v}_k (\theta_{k+1} - \theta_k) \quad (5.17)$$

où \bar{v}_k représente la vitesse d'avancement $\frac{dz}{dt}$ de la teneur en eau $(\theta_{k+1} - \theta_k)/2$ entre deux instants t_j et $t_j + 1$.

Il suffit ensuite de relier les valeurs des débits unitaires aux gradients de potentiel ayant produit le mouvement pour obtenir la valeur du coefficient de conductivité hydraulique.

a) Evolution des débits unitaires.

Les débits unitaires sont calculés par récurrence à partir de (5.17) en partant, à un instant t , de la valeur du débit total, obtenu à partir des mesures volumétriques effectuées par burette (et reportée fig. 5.11).

Soit $\theta_{L,t}$ la valeur de la teneur en eau au même instant t au sommet de la colonne (à la cote $z = L$). Puisqu'il n'y a aucun drainage pour $\theta < \theta_{L,t}$ on devra avoir $q = 0$ pour $\theta = \theta_{L,t}$.

La valeur de v est calculée à partir des résultats de mesure reportés sous la forme :

$$z = f(\theta_n, t)$$

(fig. 5.16). A un instant t , la pente de ces courbes donne en effet $v(\theta_n, t) = \frac{dz}{dt}$.

On trouvera *tableau 5.IV* le calcul du débit unitaire $q(\theta, t)$ aux temps $t = 5, 10, 20, 40, 60$ et 120 mn. Pour chaque série de calcul la valeur initiale est q_0 , définie ci-dessus. Nous donnons également la valeur de $\theta_{L,t}$, de $\bar{v}_{L,t}$ et du résidu sur q à la fin de chaque série. Ce résidu devrait être nul, mais compte tenu de l'erreur d'approximation de $\bar{v}_{L,t}$, le bouclage est satisfaisant.

Les courbes correspondantes sont reportées *fig. 5.17*.

b) Evolution des gradients de potentiel.

Durant le drainage, le potentiel en toute section située à la distance z du fond de la colonne (position de la nappe à l'équilibre) est donné, d'après l'eq. 1.6.b du Chapitre I, par :

$$\Phi = \psi + z$$

où ψ est la succion correspondant à la teneur en eau θ obtenue à l'instant t dans la section considérée. $\psi(\theta)$ est directement donné par la courbe d'équilibre en drainage reportée *fig. 5.7*.

Drainage I

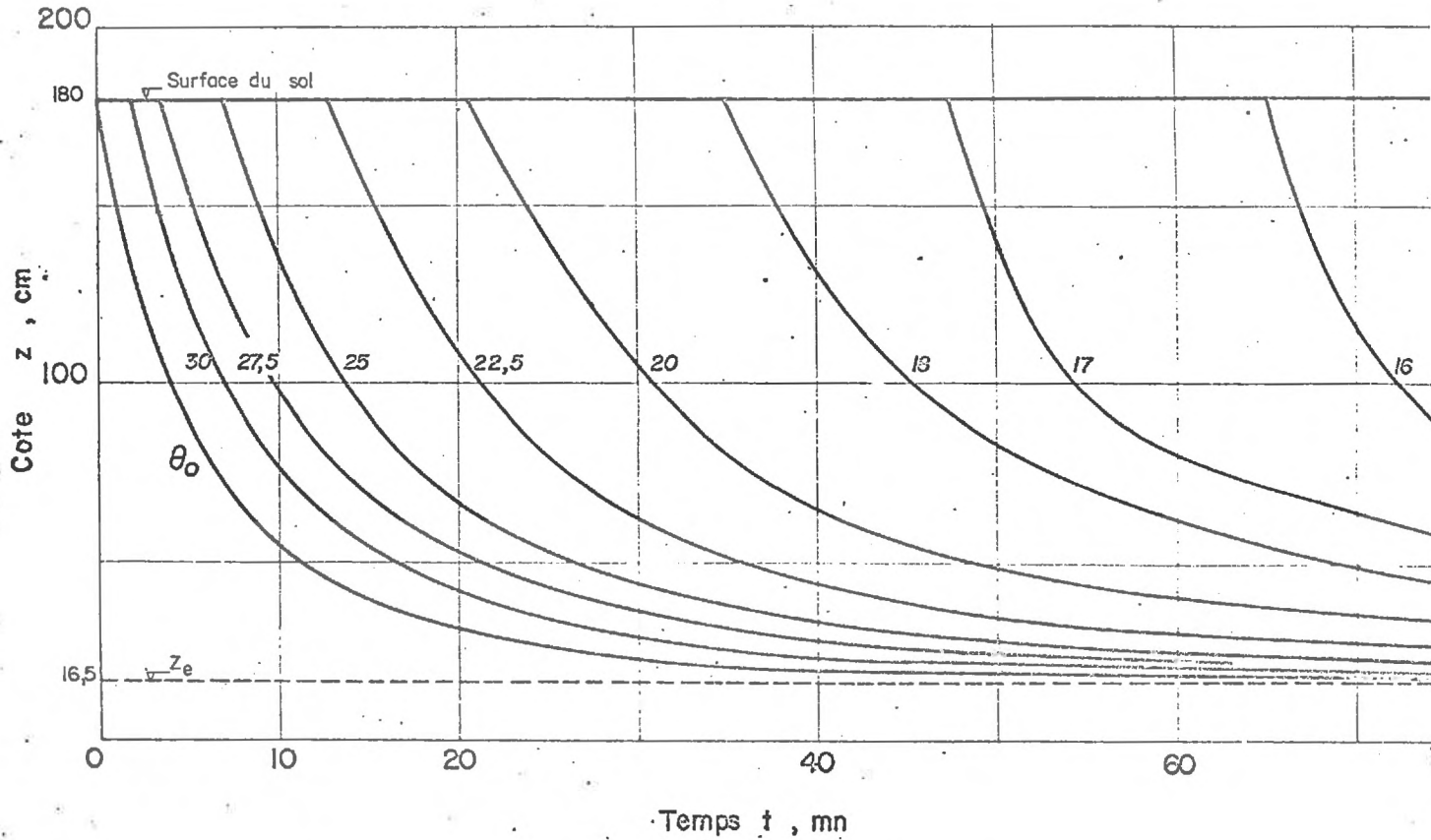
Calcul des débits unitaires

$$\text{d'après : } q_{k+1} = q_k - \frac{v_{k+1} + v_k}{2} \Delta\theta$$

θ	t = 0		t = 5 mn		t = 10 mn		t = 20 mn		t = 40 mn		t = 60 mn		t = 120 mn	
	v	q	v	q	v	q	v	q	v	q	v	q	v	q
θ ₀ = 34,2	35	0,99	10	0,895	4,4	0,77	1,15	0,51	0,25	0,235	0,035	0,135	0	0,0582
32			11	0,664	5	0,666	1,46	0,481	0,36	0,228	0,065	0,1339		
30			11,5	0,439	5,8	0,558	1,82	0,448	0,47	0,220	0,095	0,1323	0,025	0,0577
28			12	0,204	7	0,431	2,3	0,407	0,59	0,209	0,13	0,1301	0,036	0,0571
26					8,8	0,273	3	0,354	0,74	0,196	0,18	0,1270	0,052	0,0563
24			θ _L = 26,4	-0,026	12	0,065	4,4	0,280	1	0,1787	0,25	0,1227	0,08	0,055
22			v _L = 17				6,8	0,168	1,5	0,1537	0,35	0,1167	0,15	0,0527
20					θ _L = 23,5	-0,0012			2,6	0,1127	0,57	0,1075	0,20	0,0492
19					v _L = 14,5		θ _L = 20,3	0,017	3,3	0,0832	0,8	0,1007	0,25	0,0470
18							v _L = 11		7,5	0,0292	1,75	0,088	0,36	0,044
17											5	0,054	0,50	0,0397
16									θ _L = 17,6	-0,0078			0,72	0,0336
15									v _L = 11		θ _L = 16,5	0,0063	1,5	0,0225
14											v _L = 19			
													θ _L = 14,6	-0,040
													v _L = 30	

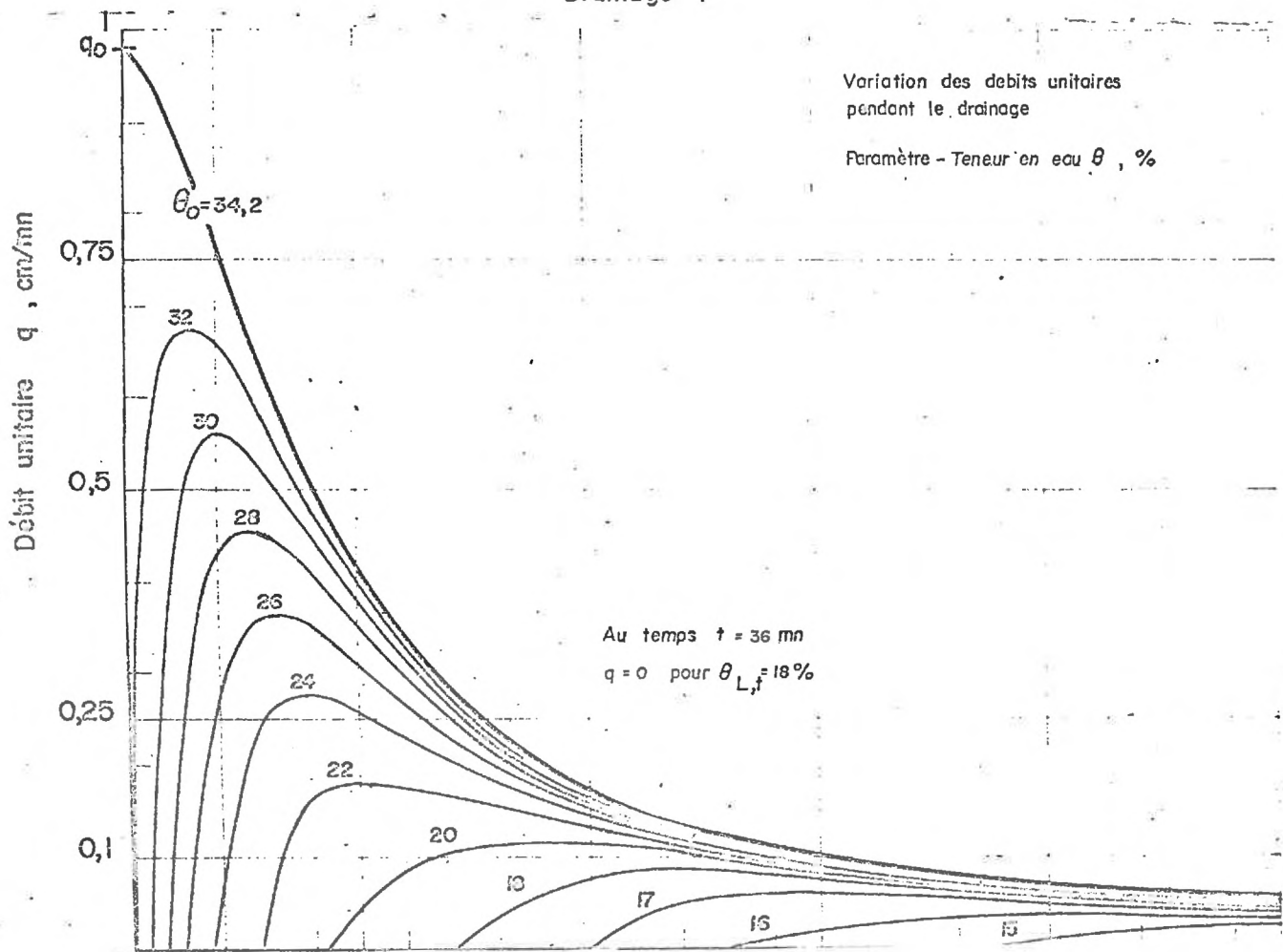
UNITES : θ - %
 v - cm/mn
 q - cm/mn

Drainage 1 (H=0, Z=180 cm)



Evolution du drainage dans la colonne

Drainage I



Avant le début du drainage, toute la colonne est saturée. On commence l'écoulement avec une légère charge au-dessus du sommet de la colonne et soit $t = 0$ l'instant où la nappe arrive à la cote $z = L$. A l'instant $t = 0_+$, infiniment voisin, la teneur en eau à la surface de la colonne passe de θ_0 à $\theta_0 + \Delta\theta$, et l'on a un brusque saut dans les valeurs de ψ et Φ .

Avec ces conditions; on obtient en effet :

$$\begin{aligned} \text{pour } t = 0 \quad \psi = 0 \quad , \quad \Phi = z \quad \text{pour tout } 0 \leq z \leq L \\ \text{pour } t = 0_+ \quad \psi = -z_e \quad , \quad \Phi = L - z_e \quad \text{pour } z = L \end{aligned}$$

A la base de la colonne, on aura enfin pendant tout l'essai :

$$\psi = \Phi = 0 \quad \text{pour } z = 0 \quad \text{et } t > 0$$

cette charge étant fixée par la burette de Mariotte.

La répartition de succion dans la zone saturée sera donc une répartition linéaire (fig. 5.18) avec :

$$\begin{aligned} \psi = 0 \quad \text{pour } z = 0 \\ \psi = -z_e \quad \text{pour } z = L \end{aligned}$$

A l'instant $t = 10$ mn (cf. fig. 5.9.a), la zone de teneur en eau θ_0 atteint la cote $z = 55$ cm dans la colonne. Pour $0 \leq z \leq 55$ cm, la colonne est saturée, et la répartition de succion est une répartition linéaire variant de $\psi = 0$ à $\psi = -z_e$. Pour $55 \text{ cm} < z \leq L$, la répartition $\psi(z)$ est obtenue à partir de l'évolution des profils hydriques (fig. 5.9.a)

et de la courbe de suction. Cette répartition est curviligne. On obtient assez rapidement $\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$ à la surface de la colonne, du moins pour le sol utilisé.

Enfin, à mesure que le drainage évolue, $\psi(z)$ se rapproche de la première bissectrice, et le drainage est terminé dans toute la zone où $\psi = -z$; cette zone ne sert plus que de zone de transfert, sans perte de masse, entre les parties de la colonne encore en drainage et la nappe.

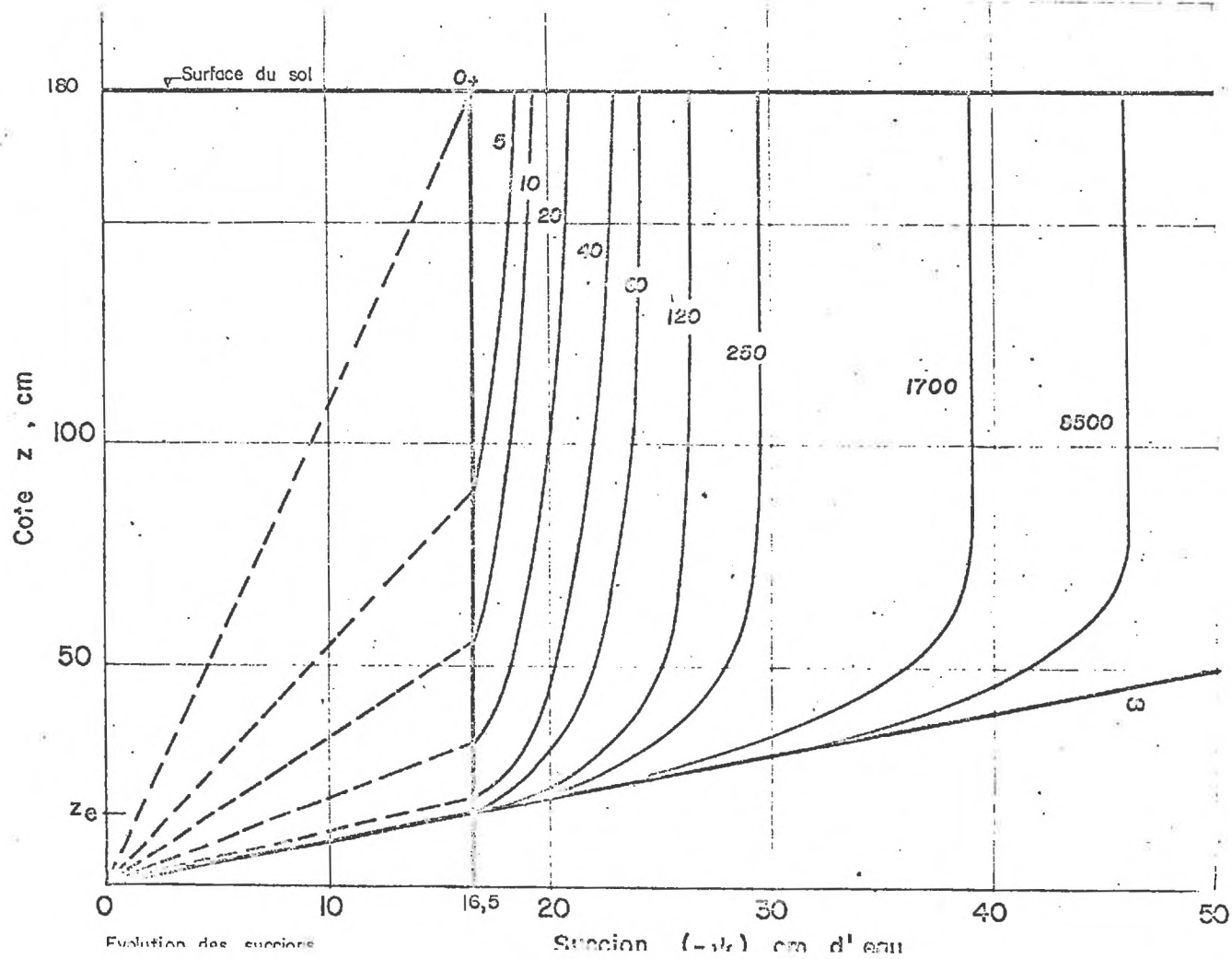
L'évolution du potentiel Φ est obtenue simplement, dans chaque section, en faisant la somme algébrique $\psi + z$. On veillera au fait que ψ est un terme négatif; au temps t la valeur de $(-\psi)$ dans chaque section de cote z est donnée fig. 5.18. Il en résulte une répartition de potentiel correspondant aux courbes reportées fig. 5.19. La pente de ces courbes donne la valeur du gradient de potentiel $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$.

A un instant t , ce gradient est constant dans la zone saturée.

Au temps $t = 0_+$, il vaut $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0,909$ dans toute la colonne.

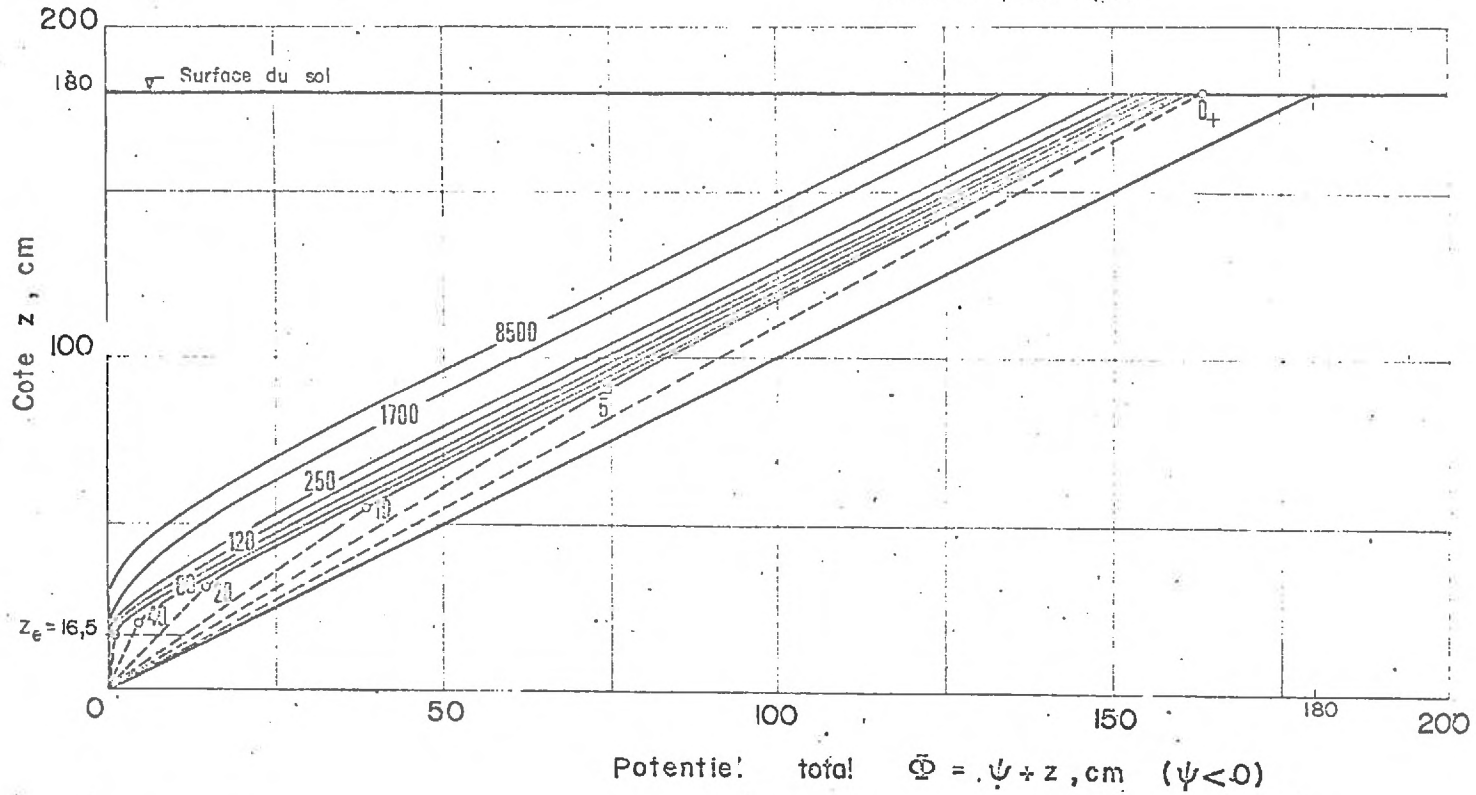
Au temps $t = 10$ mn, $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0,70$ pour $z \leq 55$ cm, et il varie ensuite de 0,70 à 0,99 pour $55 < z \leq 180$ cm.

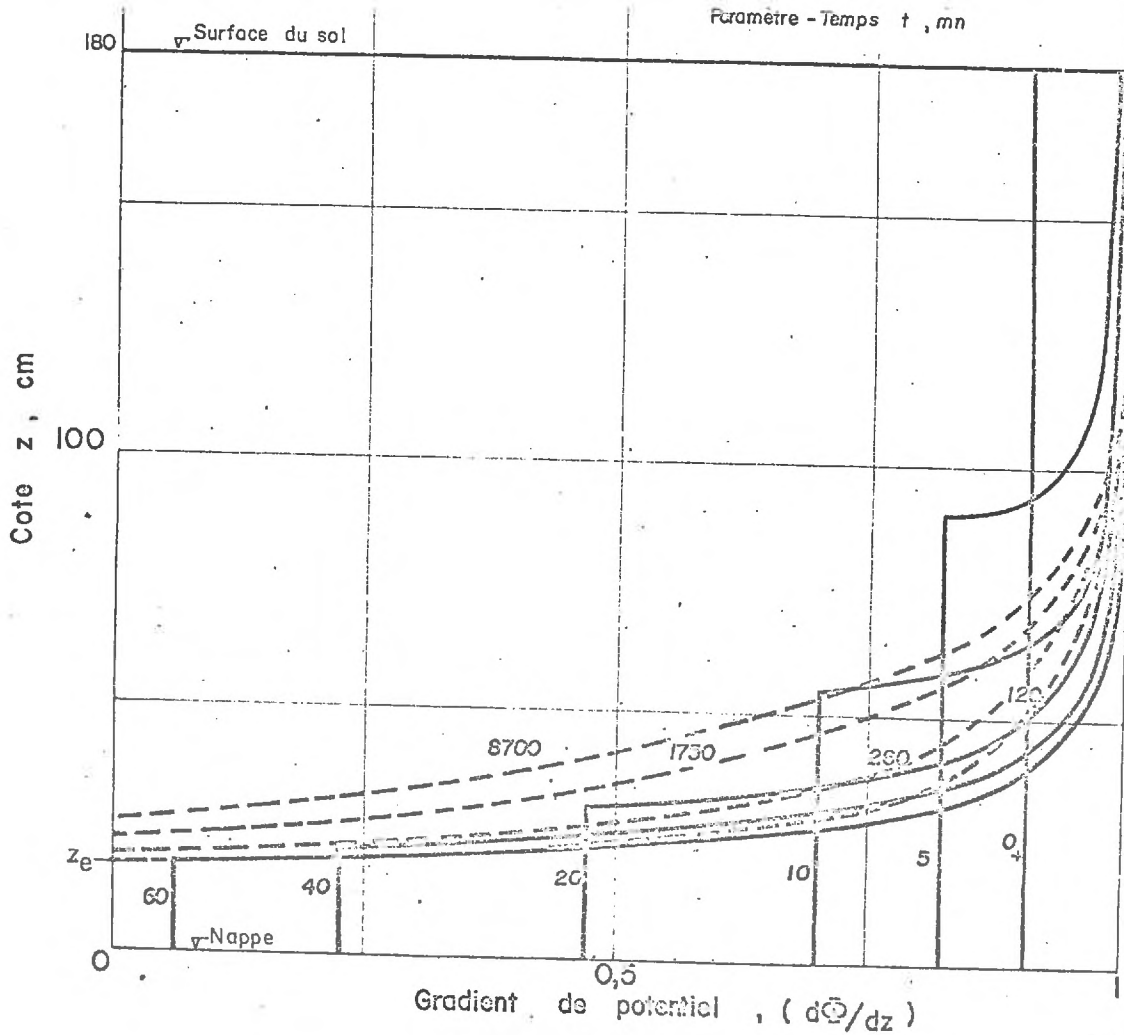
Les courbes donnant la valeur de $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = f(z, t_n)$ sont reportées fig. 5.20. Il est à noter que ce gradient vaut très rapidement 1 au sommet de la colonne. Les courbes données en pointillés fig. 5.20 sont relatives à la période de drainage lent, période qui commence lorsque la teneur en eau θ_0 atteint la cote $z_e = 16,5$ cm (au bout d'environ 80 mn).



Drainage I

Evolution du potentiel total
Parametre - Temps t , mn





c) Détermination de la conductivité hydraulique.

A un instant t , dans la section à la cote z , la teneur en eau vaut θ (fig. 5.9.a). Le débit unitaire correspondant peut être obtenu fig. 5.17, et le gradient de potentiel fig. 5.20. En regroupant les couples de valeurs q et $\partial\Phi/\partial z$ on doit obtenir, si la loi de DARCY est satisfaite, le coefficient de conductivité hydraulique.

Le tableau 5.V donne, pour différents temps t , les valeurs de θ , q , $\partial\Phi/\partial z$ et k dans une section de cote z . Regroupant les valeurs de k (θ), on obtient la courbe reportée fig. 5.21. Pour des teneurs en eau très voisines, et pour des valeurs très différentes de q et $\partial\Phi/\partial z$, k est pratiquement unique. On obtient ainsi :

t_{mn}	θ_z	$q_{cm/mn}$	$\partial\Phi/\partial z$	$k_{cm/mn}$
5	25,8	0,255	0,986	0,259
40	26,4	0,198	0,66	0,300
120	25,4	0,056	0,23	0,244

On peut donc valablement considérer, aux erreurs de mesure près, qu'à une teneur en eau donnée correspond une valeur donnée de la conductivité hydraulique.

4.2. Drainage d'une nappe profonde ($H = 103$, $Z = 77$ cm).

On applique les mêmes méthodes que dans le cas précédent, seules changent les conditions initiales et aux limites.

Se reportant à la *fig. 5.9.b*, on voit en effet qu'au temps $t = 0$, juste avant le début de l'écoulement, la distribution des teneurs en eau dans la colonne, au-dessus de la nappe, est voisine de la répartition d'équilibre. Le profil d'équilibre n'étant cependant pas atteint, la répartition initiale de la succion est une répartition curviligne, voisine d'une droite parallèle à la première bissectrice, et coupant l'axe $\psi = 0$ à la cote $z = 77$ cm (cote de la nappe avant le début du drainage). Cette courbe est reportée *fig. 5.20.b*.

Lorsque le drainage évolue, la distribution de succion évoluera entre deux enveloppes : la courbe $\psi(z)$ obtenue au temps $t = 0$, et la première bissectrice passant par l'origine des axes. Cette évolution est donnée par la *fig. 5.20.b*.

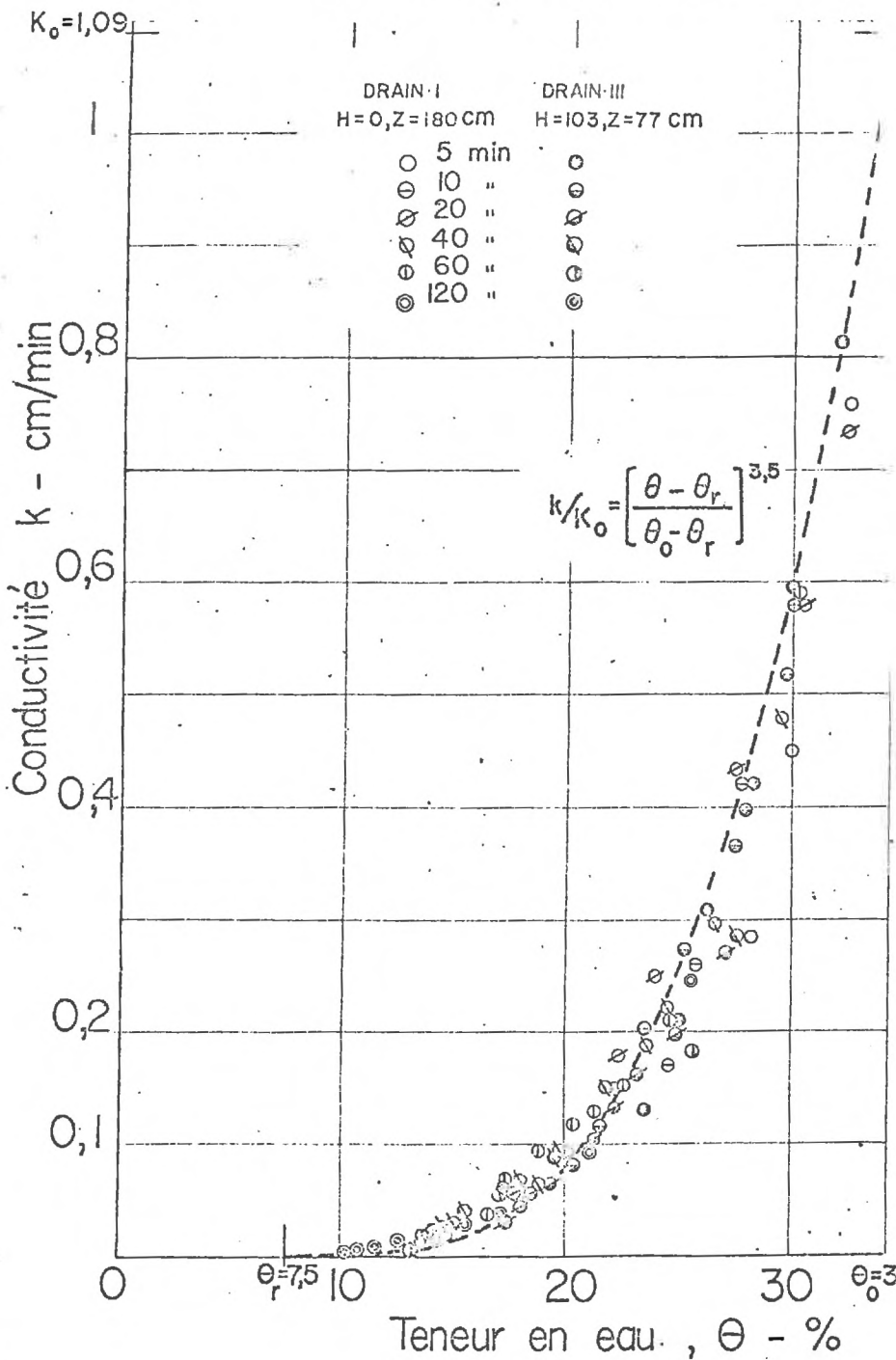
Les variations de débit unitaire sont calculées par la même méthode que dans le cas précédent. L'évolution des débits durant le drainage peut être obtenue par la *fig. 5.20.a*.

Les valeurs de θ , q , $\frac{\partial \psi}{\partial z}$, et k obtenues au temps t dans une section z sont reportées *tableau 5.VI*. Les valeurs de $k(\theta)$ sont également regroupées *fig. 5.21*.

Il est clair que la loi $k(\theta)$ est une loi unique, pour ce sol, quelles que soient les valeurs de q et $\frac{\partial \psi}{\partial z}$, indépendamment des conditions initiales et aux limites imposées à l'écoulement.

La courbe reportée en pointillés *fig. 5.21* n'est pas

Coefficient de conductivite du sable



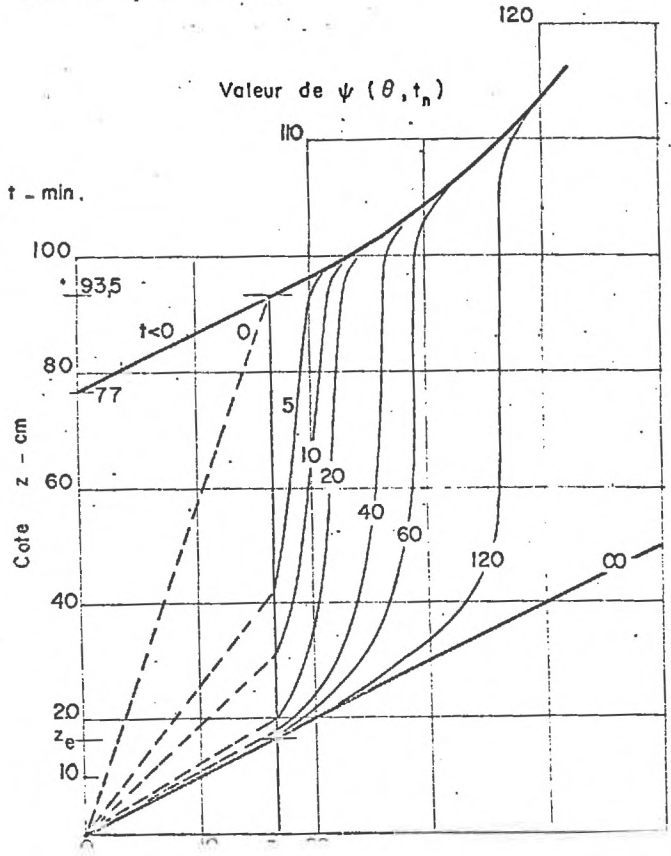
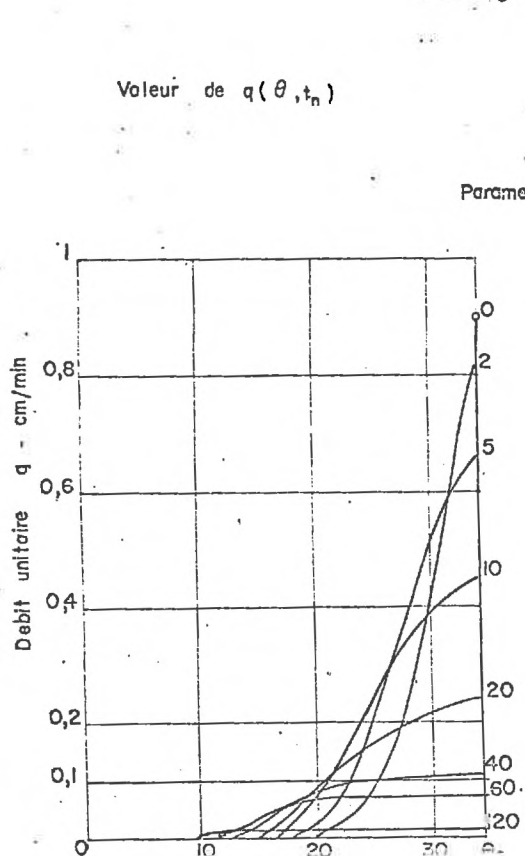
Drainage I

Calcul de $k(\theta)$

z	t = 5 mn				10 mn				20 mn				40 mn				60 mn				120 mn				
	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\Phi}{dx}$	k	
180	27		0,99		23,5		0,99		20,3		0,995		17,6	0,054	1	0,054	16,5	0,04	1	0,04	14,6	0,021	1	0,021	
50	28,2	0,28	0,98	0,29	24,6	0,17	0,988	0,172	20,6	0,07	0,99	0,071													
125	30	0,44	0,974	0,45	25,8	0,255	0,985	0,26	21,2	0,102	0,988	0,103													
100	32,5	0,72	0,95	0,758	27,8	0,41	0,98	0,42	22,2	0,176	0,98	0,18	18,7	0,064	0,985	0,065	16,7	0,04	0,995	0,04					
75	34,2	0,895	0,82	1,092	30	0,56	0,965	0,58	24	0,24	0,97	0,25	19,6	0,098	0,975	0,099	17,2	0,07	0,98	0,071	14,8	0,022	0,965	0,023	
50					34,2	0,77	0,70	1,10	27,6	0,396	0,91	0,436	21,5	0,144	0,945	0,152	18,8	0,096	0,96	0,100	15,5	0,027	0,895	0,030	
40									30,4	0,452	0,78	0,58	23,4	0,168	0,88	0,191	20,2	0,106	0,905	0,117	16,4	0,036	0,845	0,043	
35									32,4	0,484	0,66	0,734	24,4	0,182	0,81	0,225	21,2	0,112	0,88	0,130	17,4	0,042	0,80	0,052	
30									34,2	0,51	0,47	1,082	26,4	0,198	0,66	0,300	22,5	0,118	0,77	0,153	18,7	0,046	0,70	0,065	
25													29,4	0,216	0,45	0,48	24,6	0,123	0,59	0,208	21	0,051	0,52	0,098	
20													34,2	0,235	0,225	1,046	30,2	0,133	0,225	0,592	25,4	0,056	0,23	0,244	

UNITES : z - cm
 q - cm/mn
 k - "
 θ - %

Drainage III (H=103, Z=77 cm)



Calcul de $k(\theta)$

z	t = 5 mn				10 mn				20 mn				40 mn				60 mn				120 mn									
	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k	θ	q	$\frac{d\phi}{dx}$	k		
90	23,4	0,124	0,95	0,131	20,15	0,075	0,97	0,077	17,4	0,031	0,985	0,032	14,5	0,020	1	0,020														
80	24,8	0,196	0,945	0,208	21,4	0,112	0,97	0,115	18,0	0,044	0,98	0,045																		
70	26,3	0,288	0,94	0,307	22,3	0,144	0,96	0,150	18,6	0,055	0,97	0,058																		
60	28	0,39	0,93	0,42	23,6	0,195	0,95	0,206	19,15	0,064	0,965	0,066	14,8	0,024	0,985	0,025	13,2	0,010	1	0,010										
50	30	0,522	0,875	0,596	25,2	0,255	0,93	0,274	20,2	0,080	0,95	0,084	15	0,028	0,98	0,029														
45	32,1	0,610	0,75	0,814	27,5	0,33	0,905	0,365	21	0,096	0,94	0,102	15,6	0,040	0,97	0,041	13,6	0,016	0,98	0,017	10,7	0,005	0,96	0,005						
40	34,2	0,66	0,616	1,07	28	0,342	0,86	0,398	22,1	0,122	0,92	0,133	16,8	0,053	0,96	0,055	14,2	0,024	0,95	0,025	11,4	0,009	0,93	0,010						
35					29,8	0,388	0,75	0,517	23,3	0,145	0,89	0,163	18	0,064	0,94	0,068	15,4	0,045	0,92	0,049	12,4	0,012	0,90	0,013						
30					34,2	0,46	0,45	1,02	24,8	0,168	0,85	0,197	19,6	0,080	0,91	0,088	17	0,052	0,86	0,061	13,4	0,015	0,8	0,018						
25									27,1	0,196	0,72	0,272	21,6	0,095	0,81	0,117	19,2	0,070	0,75	0,093	17,1	0,017	0,25	0,068						
20									34,2	0,24	0,22	1,09	27,6	0,105	0,37	0,284	26,3	0,073	0,30	0,182										

UNITES : z - cm
q - cm/mn
k - "
 θ - %

TAB - V - 6

la courbe moyenne correspondant aux points expérimentaux, mais la loi empirique correspondant à l'expression donnée § 3.3 du Chapitre III :

$$\frac{k(\theta)}{k_0} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_0 - \theta_r} \right)^{3,5}$$

θ_0 et θ_r valent respectivement (cf. fig. 5.7) 34,2 et 7,5 %. Cette approximation est assez satisfaisante, sauf dans les zones de faibles teneurs en eau (pour $\theta < 15$ %).

5. CONCLUSION.

Nous avons donc exposé une méthode expérimentale qui permet d'analyser la validité d'une hypothèse de base couramment utilisée dans les problèmes de drainage : celle concernant la définition du coefficient d'emmagasinement, et de mieux définir la physique du drainage en tenant compte de l'écoulement se produisant dans la zone non saturée.

Les résultats concernant le premier point montrent clairement que l'identité $S \equiv E$, associée avec le modèle gravitaire (cf. équation 5.2), conduit assurément à des estimations bien trop fortes des volumes d'eau drainés.

Les modèles de type capillaire, formés par une série uniforme de tubes de rayon r_1 , associés à la hauteur de la frange capillaire, ou par des séries multiples de n_2 tubes de rayon r_2 , conduisent à des estimations plus favorables. Mais il faut noter que le drainage d'une nappe n'est pas un phénomène aussi simple que le drainage d'un tube capillaire, ou d'une série de tubes. Dans ce dernier cas en effet, tous les tubes commencent à drainer en même temps, alors que l'on peut grossièrement caractériser le drainage d'une nappe par deux phases successives :

dans une première période -au début de l'écoulement- le sol peut être associé à une série de tubes uniformes de rayon r_1 . Le débit est alors contrôlé par la position du front de teneur en eau θ_0 , et l'analogie avec le modèle $f = 1$ est satisfaisante. Pour le sol considéré, la durée de cette période vaut, en temps réduit, $\tau \approx 0,5$. Selon la granulométrie et la perméabilité du sol, cette durée pourra être plus ou moins étendue.

dans une seconde période, qui commence lorsque le front se rapproche de sa valeur d'équilibre, on doit considérer l'analogie avec un modèle formé de plusieurs familles de tubes de rayon $r_i < r_1$. Le volume drainé est équivalent à celui donné par ce modèle à tubes multiples pour $\tau > 2$, pour le sol considéré.

Pour $0,5 < \tau < 2$, il faudrait pouvoir imaginer un modèle où la densité de tube varierait graduellement d'un modèle formé uniquement par des tubes de rayon r_1 , pour $\tau < 0,5$, à un modèle formé uniquement de tubes très fins.

Le drainage dure d'autant plus que le rabattement est long, et le sol fin. On notera, d'après les courbes données en fig. 5.10, que pour le sol considéré, il faut attendre plus de 60 jours pour que 99 % du volume drainable se soit écoulé pour un rabattement de 180 cm. Si l'on se reporte à la fig. 5.9.a, on voit notamment que, pour ce rabattement, durant la seconde période de drainage considérée ci-avant (pour $\tau > 2$, soit $t > 60$ mn), les gradients de potentiel deviennent négligeables à la base de la colonne, dans la zone où les profils hydriques se rapprochent de la courbe d'équilibre, alors que ces gradients

valent 1 à la surface du sol. Au fur et à mesure que l'écoulement progresse, c'est donc la valeur de la conductivité capillaire k , correspondant à la teneur en eau à la surface du sol, qui tend à fixer la valeur du débit drainé, les tranches inférieures de la colonne se bornant à transmettre les volumes d'eau reçus, sans apport complémentaire.

L'analyse des profils hydriques obtenus par absorption de rayons γ permet enfin de calculer la conductivité hydraulique et de vérifier la validité de la loi de DARCY généralisée selon une méthode identique à celle développée dans le Chapitre III, sauf peut-être au début de l'écoulement qui reste inaccessible à la mesure.

Connaissant la loi $k(\theta)$, il peut être alors possible d'obtenir, par résolution de l'équation (5.5) l'évolution réelle de $\theta(z, t)$ et de $\psi(z, t)$ sous forme de données numériques pour un essai de drainage quelconque. Un procédé numérique de résolution de cette équation a récemment été tenté. (GUELIN, 1967).

-:-:-

B I B L I O G R A P H I ECHAPITRE V

- OWER J.-J. VAN SCHILFGAARDE, 1963 - Simplified method of predicting the fall of water table in drained land.
Trans. ASAE, 6 : 228-291.
- ILDS E.C., 1960 - The non steady state of the water table in drained land.
J. of Geophys. Res., 65 : 780-782.
- ILDS E.C.-A. POULOVASSILIS, 1963 - The moisture profiles above a moving water table.
J. of Soil Sci., 13 : 271-285.
- ONEY D.-J.D. COLEMAN-W.P. BLACK, 1958 - Movement and distribution of water in soil in relation to highway design and performance.
Highway Res. Board, Spec. Rep. 40 : 226-252.
- P -J.N. LUTHIN, 1956 - A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 20 : 443-447.
- CALLIER R., 1965 - Mécanisme de l'alimentation des nappes souterraines.
Chronique d'Hydrogéologie, n° 8 : 85-98.
- BRIS G.- KNOWLESS D.B., 1962 - Theory of Aquifer Test.
U.S.G.S., Water Supply Paper 1536-E.
- IOKA Y.-KITAMURA T., 1964 - Approximate solution of a vertical drainage problem.
J. of Geophys. Res., 69 : 5249-5255.
- RDNER W.R., 1962 - Approximate solution of a non-steady drainage problem.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 26 : 129-132.
- ELIN P., 1967 - Intégration d'une équation de diffusion comme préliminaire à la simulation numérique des écoulements de fluide en milieu poreux non saturé.
C.R. Ac. Sci. Paris, 265 : 876-879.
- TUSH M.S., 1966 - Analysis of data from pumping tests in anisotropic aquifers.
J. of Geophys. Res., 71 : 421-426.

- JENSEN M.E.-R.J. HANKS, 1967 - Non steady state drainage from porous media.
Proc. A.S.C.E., J. of the Irrigation and Drainage Div.,
 vol. 93, IR 3 : 209-231.
- LIAKOPOULOS A.C., 1965 - Theoretical solution of the unsteady unsaturated flow problems in soils.
Bulletin de l'A.I.H.S., 10 : 5-39.
- LUTHIN J.N.-R.V. WORSTELL, 1957 - The falling water table in tile drainage. A laboratory study.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 21 : 580-584.
- MEINZER C.E., 1932 - Outline of methods for estimating ground water supplies.
U.S.G.S., Water supply paper, 638-C.
- PRILL R.C.-A.I. JOHNSON-D.A. MORRIS, 1965 - Specific Yield-Laboratory experiments showing the effect of time on column drainage.
U.S.G.S., Water Supply Paper 1662 B.
- REGINATO R.J.-C.H.M. VAN BAVEL, 1964 - Soil Water Measurement with Gamma Attenuation.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 28 : 721-724.
- REISENAUER A.E., 1963 - Methods for solving problems of multi-dimensionnal partially saturated flow in soils.
Journal of Geophys. Res., 68 : 5725-5733.
- REMSON I.-R.L. DRAKE, and al, 1965 - Vertical drainage of an unsaturated soil.
Proc. ASCE, J. of the Hydraulics Division, vol. 91, HY I : 55-74.
- REMSON I., and al, 1967 - Numerical Analysis of Soil Moisture Systems.
Proc. ASCE vol. 93, IR 3 : 153-166.
- Van SCHILFGAARDE J., 1957 - Theory of Land drainage, p. 97-107, in "Drainage of Agricultural Land", J.N. LUTHIN Ed.
- TAYLOR G.S., 1960 - Drainable porosity evaluation from outflow measurement and its use in drawdown equation.
Soil Sci., 90 : 338-343.
- TODD D.K., 1957 - Ground Water Hydrology.
 J. Wiley and Sons Ed.
- TOPP G.C., MILLER E.E., 1966 - Hysteretic Moisture Characteristics and hydraulic conductivities for glass bead media.
Soil Sci. Soc. Am. Proc., 30 : 156-162.

- HAUD G., 1967-a- Etude de la valeur du coefficient d'emmagasinement des nappes à surface libre.
 Symp. Intern. de l'Aménagement des Nappes - Haifa -
 Publ. n° 72 de l'A.I.E.S. : 69-82.
- HAUD G., 1967-b- Determination of the hydraulic conductivity of unsaturated soils from an analysis of transient flow data.
 Water Resources Res., 3 : 697-705.
- HAUD G., 1967-c- Transfert de l'eau dans les sols non saturés.
 86e Congrès AFAS-Bordeaux (en cours de publication dans la Chronique d'Hydrogéologie).
- CON K.K., 1966- An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials.
 Water Resources Res., 2 : 709-715.
- CON K.K.-1967- Experimental and numerical study of column drainage.
 Proc. ASCE, J. of the Hydraulics Division, vol. 93, HY 2: 1-15.
- PIEST R.J.M., 1965- Geohydrology.
 J. Wiley and Sons, Ed.
- IGS E.G., 1960- The drainage of liquids from porous materials.
 J. of Geophys. Res., 65 : 4025-4030.
- IGS E.G.-SMILES D.E., 1963- The pumping of water from wells in unconfined aquifers. A note on the applicability of Theis' formula.
 J. of Geophys. Res., 68 : 5905-5907.

CONCLUSION

Les recherches ayant donné lieu à l'élaboration de ce mémoire nous ont donc permis, dans certains cas simples, de définir la physique des écoulements et l'importance relative de certains facteurs agissant sur ces écoulements.

Il est en premier lieu évident que la zone de sol non saturée comprise entre la surface d'une nappe et la surface du sol n'est pas, comme on l'a longtemps laissé entendre, une zone où l'eau est figée dans le sol, c'est au contraire une zone de transferts permanents. Ces transferts sont conditionnés par des gradients de succions, de potentiel chimique, de température, de potentiels électriques. Ils sont loin d'être négligeables, car ils représentent la plus grande partie de l'alimentation en eau des plantes, et, le plus souvent, le seul mode de recharge des nappes. Ces transferts interviennent enfin d'une façon très importante sur l'hydrodynamique des nappes souterraines, et il nous semble difficile de dissocier l'écoulement dans la zone saturée, classiquement décrit par l'équation de Laplace, de l'écoulement dans la zone non saturée.

Plutôt que de considérer le problème des transferts dans son ensemble, l'influence des gradients osmotiques pouvant interférer avec celle du gradient de potentiel capillaire ou avec celle des gradients thermiques, nous avons préféré simplifier, au maximum même si le problème étudié n'est plus qu'une image grossière de ce qui se passe in situ - afin de nous pencher en détail sur l'étude de l'influence de la succion et de la gravité, négligeant tous les autres termes pouvant intervenir dans l'expression de l'énergie.

En utilisant une méthode de mesure permettant, sans destruction des échantillons, d'obtenir des résultats précis nombreux, nous nous sommes ainsi intéressé aux problèmes de infiltration de l'eau dans un sol sec, de la redistribution après une infiltration, et du drainage.

Le premier point nous a ainsi permis de montrer, à partir de l'analyse des profils hydriques, que la loi de Darcy généralisée, fixant une relation linéaire entre débit unitaire et gradient de potentiel pour une teneur en eau donnée, était satisfaite pour les sols considérés. Nous avons notamment pu proposer une méthode permettant d'obtenir rapidement la valeur du coefficient de conductivité hydraulique. Ce coefficient varie très fortement avec la teneur en eau, si bien que les transferts relatifs aux faibles teneurs en eau sont très lents, même si les gradients de potentiel sont importants. Ces essais nous ont également permis d'effectuer une étude comparative de l'influence de la gravité lors d'une infiltration verticale vers le bas et d'une remontée capillaire.

Nous nous sommes ensuite attaché pour l'étude du second point à définir l'influence de l'hystérésis de succion et à proposer un schéma permettant d'obtenir les branches intermédiaires du cycle d'hystérésis. Nous reviendrons par la suite sur l'importance de cette hystérésis.

Le dernier point, relatif à l'étude du drainage, nous a enfin permis de contester la notion classique de coefficient d'emmagasinement et d'étudier l'influence du temps, du rabattement et de la profondeur initiale de la nappe sur la valeur de ce terme qui est généralement considéré - dans les équations classiques d'hydrodynamique des nappes à surface libre - comme une constante.

Ce mémoire ne prétend cependant pas être une étude exhaustive de la physique des écoulements dans les milieux poreux non saturés, et nous aimerions le terminer en rappelant quels sont les points importants qu'il est nécessaire de développer encore.

Nous considérons d'abord qu'il est primordial de revenir sur l'interdépendance de k , ψ et θ . Comme nous l'avons déjà signalé, un sol considéré comme matrice d'écoulement ne peut être pleinement défini que si l'on détermine indépendamment chacun de ces trois paramètres. On peut à la limite, si l'on est certain d'être sur la branche de drainage, ou sur celle d'humidification, utiliser les courbes limites du cycle $\psi(\theta)$ pour obtenir -comme nous l'avons fait- ψ à partir de la mesure de θ . Mais ceci ne peut valablement être effectué que pour des essais de laboratoire. Même si cette remarque doit être considérée comme triviale, nous ne saurions trop recommander, in situ, de ne pas chercher à obtenir la quantité d'eau stockée dans un sol en mesurant son énergie, ou vice-versa. L'hystérésis de succion peut en effet être si importante que pour une même teneur en eau, la succion peut évoluer d'une façon considérable. Un tensiomètre ne doit donc être considéré que comme un appareil de mesure de ψ et il nous semble indispensable, sur tous les sites de mesures, de grouper des tensiomètres et des sondes de mesures radioactives. Il faut cependant savoir qu'un tensiomètre ne mesurera en général qu'une partie de l'énergie du sol, et que son emploi est relativement limité par sa gamme de mesure (en général de 0 à -500 millibars). C'est pourquoi nous estimons nécessaire de mettre au point le plus rapidement possible un tensiomètre de type osmotique permettant, grâce à une gamme de mesure étendue de 0 à -20 ou -50 bars, d'obtenir la gamme de variation complète de la succion, ou peut-être de l'énergie, du sol.

29 -

Parmi les autres problèmes fondamentaux, nous avons insisté sur l'importance de la physique de l'hystérésis, surtout lorsque l'on sait que dans les conditions naturelles, drainage et infiltration se succèdent dans la zone de surface. Il est indispensable de pouvoir mieux connaître les cycles de passage à l'intérieur du cycle principal, et il serait bon également de finir, par une série d'essais indiscutables, si cette hystérésis existe ou non pour la courbe de conductivité hydraulique.

Nous n'avons étudié, dans le chapitre consacré au problème du drainage, que le cas le plus simple : celui du rabattement instantané d'une nappe. Il serait intéressant de continuer ce travail en considérant des rabattements lents et progressifs de la nappe, ainsi que des oscillations cycliques.

Le problème de la réalimentation artificielle des nappes pourrait également faire l'objet d'études détaillées.

Il est enfin nécessaire, pour tous ces cas énumérés, de faire étroitement essais in situ, essais en laboratoire et résultats de calculs numériques, de façon à connaître, soit les limites admissibles d'extrapolation du laboratoire au milieu naturel, soit la validité des hypothèses simplificatrices adoptées en laboratoire, et à pouvoir tester les résultats numériques.

Le sujet est donc encore vaste. Nous souhaitons que ce rapport puisse être une contribution à l'étude d'un domaine que la Commission Hydrologique de l' "American Geophysical Union" a désigné, en 1963, comme tête de liste des 63 domaines de recherches devant être développées en hydrologie.

S U M M A R Y

The objective of this study was to examine the validity of some of the current assumptions and models used to describe the flow of water in unsaturated soils.

A γ -ray attenuation technique was used to follow water content changes in the soil under conditions of infiltration, redistribution (after infiltration) and drainage.

With regard to infiltration, a method is described for determining the hydraulic conductivity function $k(\theta)$ from a transient flow analysis of the water content profiles. The generalized DARCY's law, used to describe the flow of water in unsaturated soils, was found to be valid. A comparative evaluation of the effect of gravity on the flow process was also obtained from experiments on horizontal infiltration, vertical downward infiltration and capillary rise.

Hysteresis effects during the redistribution process have been considered. In particular a method for obtaining the scanning curves in the water content-suction relationship by an analysis of the water content profiles during redistribution of the horizontal infiltration has been proposed.

The aim of the drainage experiments was to evaluate the effect of time, depth of the water table and drawdown on the value of the storage coefficient. This coefficient has often been assumed to be constant and equal to the specific yield when considering problems of free surface flow in ground-water hydrodynamics. An attempt has also been made to adopt capillary models to drainage problems. From the transient flow analysis of water content during the drainage of soil columns another method for determining the hydraulic conductivity $k(\theta)$ has also been proposed.

LISTE DES SYMBOLES

- A : Surface
- a : Activité d'une source radioactive
- c_i : Concentration massique du constituant i d'un système
- D : Coefficient de diffusivité
- F : Champ de force
- G : Energie de GIBBS
- g : Accélération de la pesanteur
- H : Distance entre la surface du sol et le niveau de la nappe avant un drainage
- I : Intensité d'un rayonnement
- i : Infiltration cumulée
- J ou \mathcal{J} : Flux
- K_0 : Coefficient de perméabilité (sol saturé)
- k : Coefficient de conductivité hydraulique
- L : Coefficient phénoménologique de transfert
- l : Epaisseur de matière traversée par un rayonnement
- M : Masse
- N : Nombre de photons reçus pendant un temps t
- n_i : Concentration molaire du constituant i d'un système
- P ou p : Pression
- p_v : Pression de vapeur
- q : Débit unitaire ou flux

- : Constante des gaz parfaits
- : Rayon de capillaire ou
Rayon de courbure d'un ménisque ou
Coefficient de corrélation linéaire
- : Coefficient d'emménagement
- : Coefficient de "sorptivité"
- : Température
- : Temps
- : Résidu quadratique moyen
- u γ : Volume
- : Vitesse
- : Teneur en eau pondérale (g/g)
- : Force généralisée
- : Direction du mouvement
- : Rabattement
- : Cote
- : Direction verticale (Oz est orienté positivement vers le haut)
- : Entropie
- : Energie

- : Angle de la direction du mouvement avec l'axe Oz orienté vers le haut
- : Porosité effective
- : Distance d'une section à la surface d'une nappe
- : Viscosité dynamique
- : Teneur en eau volumique (cm^3/cm^3)

- λ : Coefficient de "BOLTZMAN"
- μ : Coefficient d'absorption massique
- ξ : Hauteur réduite
- π : Pression osmotique
- ρ : Masse volumique
- σ : Ecart-type ou
Production d'entropie ou
Tension de surface.
- τ : Temps réduit
- Φ : Potentiel de l'eau = $\psi + z$
- ψ : Succion (terme négatif)
- $\tilde{\mu}$: Potentiel chimique massique ou
Energie de GIBBS partielle massique.

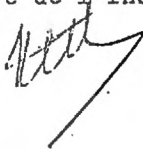
VU

Grenoble, le

Le Président de la thèse

L. NEEL

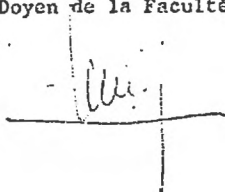
Membre de l'Institut



VU

Grenoble, le

Le Doyen de la Faculté des Sciences



VU, et permis d'imprimer,

Le Recteur de l'Académie de Grenoble

