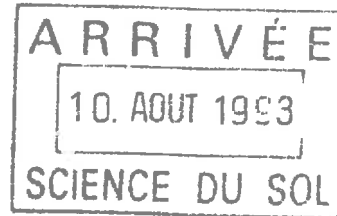


Laurent

TH-HB55

THESE
(version provisoire)

présentée par



Marinho BASTOS QUADRI

Engenheiro Químico - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Mestre em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina

Pour obtenir le titre de **DOCTEUR** de

L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

(Arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 23 novembre 1988)

Spécialité: Mécanique

**L'INFILTROMETRIE MULTI-DISQUES
POUR LA CARACTERISATION HYDRO-DISPERSIVE
DES SOLS NON SATURES:
MODELISATION DES TRANSFERTS ET APPLICATIONS**

Date de soutenance: 23 septembre 1993

Composition du jury:

M. F.X. LE DIMET Président

M. L. BRUCKLER Rapporteurs
M. B. CLOTHIER

M. A. MERMOUD Examineurs
M. J-L THONY
M. M. VAUCLIN

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Etude des Transferts
en Hydrologie et Environnement (LTHE)
INPG - UJF - CNRS (URA 1512)

TH - HB55

*Minha terra tem palmeiras
onde canta o sabiá
as aves que aqui gorjeiam
não gorjeiam como lá.*

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I - Définitions et modèles relatifs à l'infiltrométrie appliquée aux transferts hydriques et de soluté dans la zone non-saturée.	5
1.1-Introduction	5
1.2-L'échelle spatiale considérée	6
1.3-Les variables fondamentales	6
1.3.1-Teneur volumique en eau	6
1.3.2- Pression effective de l'eau	6
1.3.3- La concentration en soluté	7
1.4- Equations de base	7
1.4.1-Ecoulement de l'eau	7
1.4.2-Transport de soluté	9
1.5-L'infiltrométrie appliquée aux sols non saturés	11
1.5.1-Historique de l'évolution de l'infiltromètre à disques	12
1.5.2-Les méthodes d'analyse des données obtenues avec l'infiltromètre	16
1.5.2.1-L'analyse aux temps courts	17
1.5.2.2-L'analyse aux temps longs	17
1.5.2.3-L'addition d'un soluté	21
1.5.3-D'autres techniques d'infiltrométrie	23
1.5.3.1-L'infiltromètre à double anneaux	24
1.5.3.2-Le perméamètre de Guelph	25
1.6-Les objectifs de l'étude	27
Chapitre II - Analyse critique de la solution de Wooding à l'aide d'un modèle numérique axisymétrique.	29
2.1-Introduction	29
2.2-Aspects théoriques concernant la solution de Wooding (1968)	30
2.2.1-Linéarisation de l'équation de l'écoulement en régime stationnaire	30

2.2.2-Conditions aux frontières	31
2.2.3-La solution et conclusions résultantes du travail de Wooding	32
2.2.4-L'approximation de Weir (1987)	35
2.3-Elaboration d'un modèle axisymétrique pour une source circulaire posée à la surface du sol	36
2.3.1-Les variables adimensionnelles	36
2.3.2-Géométrie et conditions imposées au domaine de modélisation	37
2.3.2.1-Géométrie	37
2.3.2.2-Equation de l'écoulement axisymétrique	39
2.3.2.3-Conditions initiales	39
2.3.2.4-Conditions aux limites	40
2.3.3-Les caractéristiques de Fujita-Parlange	40
2.3.3.1-La diffusivité capillaire	40
2.3.3.2-La conductivité hydraulique	44
2.3.4-Méthode de résolution	47
2.3.5-Mise en oeuvre et validation du modèle numérique	48
2.3.5.1-Choix du schéma de discrétisation	48
2.3.5.2-Choix du maillage	49
2.3.5.3-Choix du pas de temps	50
2.3.5.4-Stabilité et convergence du schéma numérique	50
2.3.5.5-Vérification du schéma de résolution numérique pour le cas <u>monodirectionnel</u>	52
2.4-Résultats numériques pour le cas axisymétrique	55
2.4.1-Le comportement aux temps longs	55
2.4.2-La cinétique d'humidification	60
2.5-Conclusion	68
Chapitre III - Modélisation axisymétrique du problème couplé: écoulement d'eau - transport de soluté. Comparaison avec des observations.	71
3.1-Introduction	71
3.2-Modèle physique et méthodes de mesure	72

3.2.1-Le modèle physique	72
3.2.1-L'infiltromètre	73
3.2.2-Le sol	74
3.2.3-Le principe de la mesure de la pression	75
3.2.4-Le soluté utilisé	75
3.2.5-Le principe de la mesure des concentrations en eau et en soluté	76
3.3-Les essais réalisés et leur conduite	76
3.4-Modèle mathématique axisymétrique d'écoulement d'eau et du soluté	78
3.4.1-Considérations préliminaires et hypothèses de travail	78
3.4.2-Géométrie du domaine de modélisation	79
3.4.3-Le problème hydrodynamique	80
3.4.3.1-Conditions initiales et aux limites	81
3.4.4-Le problème du transfert de soluté	82
3.4.4.1-Conditions initiales et aux limites	83
3.4.5-Les propriétés du sol	84
3.4.5.1-Caractéristiques hydrodynamiques	84
3.4.5.1.1-La relation pression capillaire - teneur en eau	84
3.4.5.1.2-La conductivité hydraulique	88
3.4.5.1.3-Calcul approché de la sorptivité et vérification de la fonction de Boltzmann	90
3.4.5.2-Caractéristiques dispersives du sol	90
3.4.6-Couplage: écoulement d'eau - transfert de soluté	91
3.4.7-Résolution numérique du problème global	92
3.4.7.1-Choix des pas d'espace et de temps	92
3.4.7.2-Résolution du problème hydrodynamique	93
3.4.7.2.1-Estimation des conductivités hydrauliques inter-nodales	94
3.4.7.2.2-Validation du schéma numérique	97
3.4.7.3-Résolution du problème convecto-dispersif	99
3.4.7.3.1-Stabilité et convergence de la solution	100

3.4.7.3.2-Influence de la diffusion numérique	101
3.4.7.3.3-Vérification de la solution pour le cas monodirectionnel à coefficients constants	104
3.5-Résultats de la modélisation	105
3.5.1-Evolution dans le temps de la lame infiltrée et du flux	105
3.5.2-Simulation des mesures tensiométriques	108
3.5.3-Distribution de l'eau et de soluté dans le sol	111
3.6-Conclusion	116
Chapitre IV - Quelques exemples d'application de l'infiltrométrie multi-disques: Aspects théoriques et expérimentaux.	119
4.1-Introduction	119
4.2-L'infiltrométrie appliquée à un sol argileux de faible perméabilité	120
4.2.1-Les essais réalisés <i>in-situ</i>	120
4.2.2-Les mesures effectuées au laboratoire	122
4.2.2.1-Courbe de rétention, $h(\theta)$	125
4.2.2.2-Courbe de la conductivité hydraulique non saturée, $K(\theta)$	126
4.2.3-Evaluation du procédé expérimental	127
4.2.4-Conclusion sur le cas du matériau de faible perméabilité	135
4.3-Simulations paradigmatiques	135
4.3.1-Les caractéristiques hydrodynamiques	138
4.3.1.1-Relations conductivité hydraulique - teneur en eau	138
4.3.1.2-Relations pression capillaire - teneur en eau	140
4.3.2-Les conditions de simulation	143
4.3.3-Les résultats de simulations	144
4.3.3.1-Simulations réalisées à $h_1 = -5$ mm	144
4.3.3.2-Simulations réalisées à $h_1 = -50$ mm et -100 mm	151
4.3.4-Conclusions sur les simulations paradigmatiques	155
4.4-L'infiltrométrie appliquée aux sols encroûtés	158
4.4.1-Méthodologie	159
4.4.2-Les conditions de simulation	160

4.4.3-Résultats et discussion	162
4.5-Le problème du contact infiltromètre - sol	174
4.5.1-Considérations préliminaires	174
4.5.2-L'arrangement du sable et les conditions de simulation	175
4.5.3-Présentation et analyse des résultats	176
4.6-Conclusion	182
Conclusion Générale	185
Références bibliographiques	191
Annexe A1 - Evaluation numérique de la fonction de Boltzmann.	201
Annexe A2 - Résolution des équations macroscopiques des transferts hydriques et de soluté par la méthode des différences finies (cas axisymétrique).	205
A2-1-Introduction	205
A2-2-Le problème de l'écoulement d'eau	206
A2-2.1-Formulation de Kirchhoff	206
A2-2.2-Formulation de Richards	210
A2-3-Le problème de transfert de soluté	215
A2-4-Choix du maillage et du pas de temps	219
Annexe A3 - La solution optimale de Parlange pour l'infiltration monodirectionnelle. (Condition de Dirichlet imposée à la surface).	221
Annexe A4 - Solution analytique de Cleary et Adrian (1973) pour un cas de transfert monodirectionnel de soluté à coefficients constants.	225

Liste des Principaux Symboles Utilisés

a	rayon adimensionnel de Wooding	[-]
b	paramètre de l'expression de White et Sully, (1987)	[-]
c	concentration en soluté	[M.L ⁻³]
C	capacité capillaire	[L ⁻¹]
D	diffusivité capillaire	[L ² .T ⁻¹]
D_{ap}	coefficient de diffusion-dispersion apparent	[L ² .T ⁻¹]
D_{disp}	coefficient de dispersion hydrodynamique	[L ² .T ⁻¹]
D_{dif}	coefficient de diffusion moléculaire	[L ² .T ⁻¹]
F	flux adimensionnel de Wooding	[-]
h	Pression effective	[M.L ⁻¹ .T ⁻²]
h_g	paramètre de l'expression de van Genuchten (1980)	[L]
H	charge hydraulique	[L]
g	accélération de la pesanteur	[L.T ⁻²]
l	lame infiltrée	[L]
K	conductivité hydraulique	[L.T ⁻¹]
P_{atm}	pression atmosphérique	[M.L ⁻¹ .T ⁻²]
P_c	pression capillaire	[M.L ⁻¹ .T ⁻²]
q	densité de flux volumique	[L.T ⁻¹]
r₁	rayon de la source	[L]
Q	débit volumique	[L ³ .T ⁻¹]
S	sorptivité capillaire	[L.T ^{-1/2}]
S_e	degré de saturation	[-]
t	temps	[T]
t_{geom}	temps géométrique	[T]
t_{grav}	temps gravitaire	[T]
U	potentiel d'écoulement	[L ² .T ⁻¹]
v	vitesse de pore	[L.T ⁻¹]

V.E.R. volume élémentaire représentatif [-]

Indices

1 condition sous la source
 0 condition initial dans le milieu
 r condition de référence
 s condition de saturation
 wd relatif à Wooding
 wr relatif à Weir

Lettres Grecques

α paramètre de l'expression de la diffusivité de Fujita [-]
 β paramètre de l'expression de la conductivité de Parlange [-]
 ε paramètre d'écart pour le pas d'espace [-]
 γ tension superficielle de l'eau [M.L⁻¹.T⁻²]
 ω coefficient de transfert [T⁻¹]
 θ teneur en eau volumique [L³.L⁻³]
 σ dispersivité [L]
 φ facteur d'échelle [-]
 ρ masse volumique [M.L⁻³]
 ρ_e masse volumique de l'eau [M.L⁻³]
 η variable de Boltzmann [M.T^{-1/2}]
 ϕ porosité du milieu [-]
 λ_c échelle intégrale de longueur capillaire [L]
 λ_m rayon effective de pore [L]
 ζ facteur d'ajustement du pas de temps [-]

Introduction Générale

L'étude des phénomènes de transfert d'eau et de substances chimiques dans les milieux poreux concerne de nombreux domaines des sciences physiques et notamment ceux orientés vers les applications à l'environnement. Ainsi, on peut citer, par exemple: l'hydrologie, les sciences du sol, le génie chimique, le génie sanitaire, le génie civil, le génie agricole ...

Dans ce contexte, l'étude et caractérisation des propriétés hydrodynamiques et hydro-dispersives des sols constituent bien souvent un préalable indispensable à une meilleure compréhension et à une gestion plus efficace des différents éléments intervenant dans l'exploitation et la protection des ressources naturelles. Plus spécifiquement les processus de transfert ayant pour siège la tranche de sol partiellement saturée (zone non saturée) méritent une attention spéciale vis-à-vis de la complexité des phénomènes impliqués et de leur rôle primordial dans les applications. Dans plusieurs cas, l'écoulement en tant que tel peut être de première importance. Dans de nombreuses applications liées notamment à l'utilisation de produits chimiques, le transfert de soluté présente un intérêt tout aussi primordial. La liste des exemples serait trop longue pour être exhaustive. Parmi ceux-ci, nous mentionnons:

- le développement des techniques d'irrigation visant à l'amélioration de la production agricole et la minimisation des coûts;
- la prise de mesures contre la dégradation des sols par érosion et l'étude de phénomènes associés tels que l'encroûtement superficiel, le ruissellement, le compactage des tranches superficielles due à la mécanisation dans l'agriculture... ;
- l'utilisation rationnelle des fertilisants, cherchant à optimiser les intrants de façon à permettre leur utilisation optimum par le système racinaire et limiter la pollution des eaux superficielles (fleuves, lacs, ...) aussi bien que souterraines (nappe phréatique);
- l'évaluation et le contrôle de la pollution générée par l'utilisation de produits chimiques à usages domestiques, agricoles ou industriels, notamment pour le maintien de la qualité des réserves naturelles en eau douce représentées par les nappes et essentielles à la consommation humaine;
- le dimensionnement de sites de stockage de déchets divers et notamment radioactifs visant à la meilleure isolation possible des sites vis-à-vis des flux hydriques susceptibles de transporter la contamination vers les écosystèmes environnants;

Devant la nécessité d'élaborer une méthodologie souple, adaptée aux rigueurs des conditions de terrain, et capable de fournir des estimations des paramètres de transfert, on a observé, au cours de ces dernières années, un développement important et une sophistication croissante des techniques et des dispositifs d'infiltrométrie. En opposition aux méthodes de redistribution - méthode du drainage interne (Hillel et al, 1972); méthode du plan de flux nul (Arya et al, 1975) - l'infiltrométrie présente en règle générale l'avantage de demander des temps d'essai relativement courts, ce qui, allié aux faibles coûts d'installation et d'opération devient extrêmement attrayant pour les essais de caractérisation, surtout lorsque on envisage une étude de la variabilité spatiale des propriétés concernées et qui nécessite donc de nombreuses répétitions.

Parmi ces techniques, l'infiltrométrie multi-disques se distingue par sa versatilité et sa simplicité de mise en oeuvre, notamment pour les essais où le soluté est présent. La méthode est fondée sur la solution linéarisée de Wooding (1968) du problème de l'infiltration multidirectionnelle en régime stationnaire à partir d'un disque saturé placé à la surface du sol. Ainsi, la procédure d'obtention des paramètres hydrodynamiques consiste à analyser le comportement asymptotique du régime d'infiltration. L'aspect intéressant de cette démarche réside dans la rapidité avec laquelle ce comportement est atteint dans les cas pratiques. L'introduction d'un soluté dans le système, accompagnée de mesures complémentaires des profils de concentration, permet la caractérisation hydro-dispersive du milieu, soit à l'aide de modèles analytiques approchés (Gelhar et Collins, 1971; Smiles et al, 1981; Clothier et Elrick, 1985) soit par des modèles numériques.

Au vu de ces considérations, le présent mémoire vise à effectuer une étude critique de la méthode multi-disque englobant les éléments théoriques impliqués aussi bien que certaines questions d'ordre pratique susceptibles d'influencer l'obtention et interprétation des observations. Pour ce faire, on s'appuie d'une part sur des résultats expérimentaux et d'autre part sur la modélisation mathématique (numérique) des transferts d'eau et soluté.

Le chapitre I rappelle les notions générales relatives aux phénomènes de transfert d'eau et de soluté dans un milieu poreux non saturé. Un bref historique de l'évolution de l'infiltrométrie à disque de surface avec les principes de fonctionnement est également présenté. A la fin, et à titre comparatif on discute succinctement deux autres techniques (celles du double anneaux et du permeamètre de Guelph).

Le chapitre II est consacré à l'étude des résultats de Wooding (1968). Cette étude est réalisée à l'aide d'un code numérique spécialement conçu pour satisfaire les hypothèses de linéarisation et ainsi permettre de vérifier la pertinence de la solution quasi-analytique. L'analyse s'étend à la cinétique de l'infiltration et son rôle dans l'établissement du régime asymptotique.

Le chapitre III traite des transferts couplés d'eau et de soluté. On utilise des résultats expérimentaux acquis sur un modèle physique et qui servent de support à la vérification d'un modèle hydro-dispersif fondé sur l'équation de Richards pour l'hydrodynamique et l'équation de dispersion-convection pour le transport d'une substance chimique inerte.

Le chapitre IV cherche à étendre les résultats obtenus tout au long des chapitres précédents aux applications concernant les sols en conditions de terrain. L'importance de l'utilisation d'une technique complémentaire, comme la gammamétrie double-sources, est démontrée le un cas d'un sol gonflant. L'influence du type de sol et de certaines dispositions d'ordre expérimental est analysée au moyen de la modélisation mathématique de façon à pouvoir établir quelques critères d'applicabilité de l'infiltrométrie multi-disque et d'apprécier la fiabilité des résultats.

*
* * *

Chapitre I

Définitions et modèles relatifs à l'infiltrométrie appliquée aux transferts hydriques et de soluté dans la zone non-saturée.

1.1 - Introduction.

Ce chapitre présente d'abord un bref rappel de quelques concepts et définitions qui constituent les éléments de base de l'étude développée dans le mémoire. Les équations des transferts et les différents formalismes adoptés pour l'élaboration des modèles mathématiques utilisés sont exposés.

Ensuite, on procède à une description des techniques de l'infiltrométrie appliquée au problème de la caractérisation hydrodynamique des sols, englobant aussi l'aspect du transfert de soluté. L'attention est axée principalement sur l'infiltrométrie multi-disques à succion contrôlée. Néanmoins, deux autres techniques (celles du "guelph" et du "double-anneaux") seront commentées à titre comparatif en cherchant à mettre en évidence les conditions d'applicabilité, les avantages et les difficultés relatives à chacune de ces techniques.

On montre comme l'utilisation des disques infiltromètres chargés avec une solution contenant un traceur peut fournir des estimatives au sujet du volume de l'eau stagnant (immobille) présent dans le milieu pour certaines conditions d'écoulement. Naturellement, pour ce type de mesure, d'autres techniques permettant la détermination des profils de concentration dans la région infiltrée doivent être employées simultanément.

Finalement, après cette entrée en matière, on présente les points d'intérêt et les questions à être examinées dans les prochains chapitres. L'objectif, en lignes générales, est la modélisation des transferts d'eau et de soluté dans une géométrie multidirectionnelle (axisymétrique) en régime de non saturation, considérés quelques aspects liés aux conditions naturelles d'expérimentation (*in-situ*). L'analyse de l'évolution du processus d'infiltration dans le temps - englobant les phases cinétique et asymptotique - permet d'une part la vérification de la pertinence des solutions quasi-linéaires en régime stationnaire, lesquelles sont à l'origine des méthodes modernes d'infiltrométrie, et d'autre part la possibilité d'augmenter le nombre des informations pour la caractérisation hydrodynamique.

1.2 - L'échelle spatiale considérée.

En raison de l'extrême complexité de la géométrie de distribution des phases dans un milieu poreux, et à la suite de nombreux auteurs, on adopte ici le point de vue macroscopique dans le traitement des problèmes relatives aux phénomènes de transfert d'eau et de soluté. C'est-à-dire, le mélange polyphasique que constitue le domaine réel est assimilé à un milieu continu en introduisant la notion de valeur moyenne pour toutes les grandeurs qui interviennent dans les lois de transfert.

Pour justifier cette approche, on doit passer par la définition du volume élémentaire représentatif (V.E.R.). Ce concept, développé par Bear (1972), établit les conditions sous lesquelles les valeurs moyennes définies sur un volume sont représentatives. Ainsi, en admettant une sphère de rayon r_{rep} correspondant au V.E.R., il est nécessaire que la grandeur macroscopique calculée en deux points du milieu distants de r_{rep} prenne des valeurs dont la différence est négligeable par rapport aux fluctuations locales. Encore, les moyennes définies ne doivent pas occulter des fluctuations microscopiques intenses.

Naturellement, le V.E.R. doit être suffisamment grand devant l'échelle géométrique des pores pour permettre la prise des moyennes et d'autre part suffisamment petit pour que les mesures puissent être considérées comme des valeurs ponctuelles. Le volume le plus petit respectant ces conditions est défini comme le V.E.R. relatif au domaine en question.

1.3 - Les variables fondamentales.

1.3.1- Teneur volumique en eau.

Cette grandeur représentée par le symbole θ exprime le rapport du volume d'eau contenue dans un V.E.R. au volume total de cet V.E.R. La dimension de θ est: (L^3/L^3) .

1.3.2 - Pression effective de l'eau.

L'interaction entre les phases gazeuse, liquide et solide présentes dans un milieu poreux génère une différence de pression au niveau de l'interface liquide-gaz qui est une fonction de la tension superficielle de la phase liquide et de l'angle de contact entre les phases liquide et solide. La différence entre la pression de la phase gazeuse et celle de la phase liquide est appelée pression capillaire, P_c , donnée par:

$$P_c = P_{atm} - P_e \quad (1.1)$$

où P_{atm} et P_e représentent la pression atmosphérique et la pression de l'eau, respectivement. Ainsi, on considère que la pression de la phase gazeuse (l'air) est en tout temps uniforme et égale à la pression atmosphérique.

La pression effective de la phase liquide est souvent exprimée en termes de hauteur de colonne d'eau, h :

$$h = - P_c / (\rho_e \cdot g) \quad (1.2)$$

avec ρ_e , la masse volumique de l'eau [$M.L^{-3}$] et g , l'accélération de la pesanteur [$L.T^{-2}$]. Cette pression (appelée également succion) est négative dans la zone non-saturée. La dimension de h est: (L).

La grandeur h , à l'échelle macroscopique, dépend directement de la teneur volumique en eau. La relation $h(\theta)$ est spécifique au milieu poreux considéré et normalement n'est pas unique vis-à-vis du phénomène de hystérésis (Thony, 1970) et des effets dynamiques (Vauclin, 1971). Dans l'étude présente, on suppose que cette relation est biunivoque, ce qui conduit à négliger ces deux effets.

1.3.3 - La concentration en soluté.

Cette grandeur est définie comme le rapport de la masse du soluté contenue dans l'eau d'un V.E.R. au volume d'eau contenu dans ce V.E.R. La concentration, désignée par c , présente la dimension (M/L^3).

1.4 - Equations de base.

1.4.1 - Ecoulement de l'eau.

Les lois intervenant dans la description des transferts d'eau dans les milieux poreux sont de deux types: a) le principe de la conservation de la masse et b) une loi phénoménologique qui relie le flux au gradient de potentiel.

L'équation de conservation pour un milieu indéformable et l'eau incompressible s'écrit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (1.3)$$

où \mathbf{q} est le vecteur densité de flux [$L^3.T^{-1}.L^{-2}$] et t est le temps [T].

La loi phénoménologique (équation dynamique) est celle proposée par Darcy (1856) dans sa forme généralisée:

$$\mathbf{q} = - K(h) \nabla H \quad (1.4)$$

le terme $K(h)$ - de dimension $L.T^{-1}$ - est le tenseur de conductivité hydraulique lequel, dans le cas d'un milieu poreux homogène et isotrope, se réduit à un coefficient de transfert unique et indépendant des coordonnées spatiales. H est appelée charge hydraulique et représente le potentiel total de l'écoulement d'eau. Dans notre étude, les seuls termes considérés, sont la capillarité (donnée par h) et la gravitation (rapporté à la cote verticale, z , selon laquelle la charge hydraulique est exprimée). Ainsi, en adoptant l'orientation de l'axe z , positive vers le bas, on écrit:

$$H = h - z \quad (1.5)$$

On notera que les effets thermiques sur l'écoulement sont négligés dans notre analyse.

L'introduction de (1.4) dans (1.3), en considérant (1.5), conduit alors soit une équation en h , soit une équation en θ . Dans le premier cas, on est ramené à la formulation de Richards (1931):

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (K(h) \nabla h) - \frac{\partial K(h)}{\partial z} \quad (1.6)$$

avec

$$C(h) = \frac{\partial \theta}{\partial h} \quad (1.7)$$

Dans le cas où θ est la variable descriptive, on obtient la formulation connue sous le nom de Fokker - Planck (Childs et Collis-George, 1950):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (D(\theta) \nabla \theta) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (1.8)$$

avec

$$D(\theta) = \frac{K(h)}{C(h)} \quad (1.9)$$

Naturellement, on a supposé implicitement l'existence d'une relation entre la conductivité hydraulique et la pression, $K(h)$, de manière à avoir $K(\theta) = K(h(\theta))$. Les coefficients $C(h)$ et $D(\theta)$ sont appelés capacité capillaire [L^{-1}] et diffusivité capillaire [$L^2.T^{-1}$], respectivement.

Une autre possibilité encore est de considérer une nouvelle variable appelé le potentiel d'écoulement, U , et définie par:

$$U = \int_{h_0}^h K(h) dh = \int_{\theta_0}^{\theta} D(\theta) d\theta \quad (1.10)$$

avec $\theta_0 = \theta(h_0)$ et $[U] = L^2.T^{-1}$; l'indice 0 correspond à la condition initiale régnant dans le milieu.

La variable U (appelée aussi transformée de Kirchhoff) appliquée aux Equations (1.6) ou (1.8) permet d'obtenir une formulation du type quasi-linéaire. Ainsi, le formalisme de Kirchhoff peut s'exprimer selon:

$$f(U) \frac{\partial U}{\partial t} = \nabla^2 U - g(U) \frac{\partial U}{\partial z} \quad (1.11)$$

où, si l'on part de la formulation en pression (1.6):

$$f(U) = f(h) = \frac{C(h)}{K(h)} \quad \text{et} \quad g(U) = g(h) = \frac{1}{K(h)} \frac{dK(h)}{dh} \quad (1.12)$$

ou, à partir de la formulation en θ (1.8):

$$f(U) = f(\theta) = \frac{1}{D(\theta)} \quad \text{et} \quad g(U) = g(\theta) = \frac{1}{D(\theta)} \frac{dK(\theta)}{d\theta} \quad (1.13)$$

Comme on le constate, l'écoulement d'eau est décrit par des équations aux dérivées partielles du type parabolique. La nature des coefficients phénoménologiques intervenant dans ces équations leur donnent un caractère très fortement non-linéaire, ce qui empêche l'obtention de solutions analytiques exactes dans le cas général.

1.4.2 - Transfert de soluté.

Le principe de conservation de la masse appliqué à un soluté non interactif avec la phase solide du sol (traceur) conduit à l'expression:

$$\frac{\partial(\theta c)}{\partial t} = -\nabla \cdot j \quad (1.14)$$

où j est la densité de flux de soluté qui résulte de la contribution de deux phénomènes distincts: la convection et la diffusion. Ainsi, le flux total s'écrit:

$$j = - D_{ap} \theta \nabla c + q c \quad (1.15)$$

où le premier terme du membre de droite représente le transport par diffusion et le deuxième par convection. D_{ap} [L^2T^{-1}] est le coefficient de diffusion-dispersion apparent du soluté dans la phase liquide.

L'introduction de (1.15) dans (1.14) nous amène alors à l'équation de dispersion-convection suivante:

$$\frac{\partial(\theta c)}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{ap} \theta \nabla c) - \nabla \cdot (q c) \quad (1.16)$$

Cette équation suppose en outre que toute l'eau présente dans le milieu participe à l'écoulement. Le coefficient D_{ap} est le résultat de l'action simultanée de la diffusion moléculaire et de la dispersion hydrodynamique. A cause de la similarité dans les effets qui produisent, néanmoins les mécanismes différents qu'intervient dans un cas et l'autre, on assume fréquemment la nature additive de ces deux phénomènes. Ainsi, ce coefficient peut être écrit comme suit:

$$D_{ap}(\theta, v) = D_{dif}(\theta) + D_{disp}(v) \quad (1.17)$$

où v est la vitesse de pore ($L.T^{-1}$) définie comme le rapport de la vitesse de Darcy (q) à la teneur en eau(θ); D_{dif} , le coefficient de diffusion moléculaire dans le milieu poreux, qui dépend fortement de θ ; et D_{disp} , le coefficient de dispersion hydrodynamique, qui est une fonction de la vitesse moyenne d'écoulement, englobant plusieurs aspects comme: la nature du fluide, le degré de saturation et la géométrie du milieu.

Selon l'analyse de Pfannkuch (1963), il est possible dans de nombreux cas pratiques, comme le montrent également plusieurs autres auteurs (e.g. Bear, 1972; Bresler, 1972), de considérer une relation du type:

$$D_{ap} \approx \sigma v \quad (1.18)$$

où σ est un paramètre appelé dispersivité, de dimension (L). Cela revient à négliger la diffusion moléculaire. Cette expression sera utilisée ultérieurement. Sa pertinence sera évaluée à partir d'une confrontation entre observations et calculs.

2 Dans le cas d'un écoulement multidirectionnel il faut reconnaître la nature tensorielle du coefficient de diffusion-dispersion. Les études expérimentales et théoriques effectuées (Perkins et Johnston, 1963; Ogata,

1970; Bear, 1972) suggèrent que dans un milieu poreux isotrope et homogène les axes principaux de diffusion-dispersion sont orientés parallèlement et perpendiculairement à la direction du vecteur vitesse moyenne, v . Ceci indique que, par exemple dans le cas axisymétrique, le transfert peut être défini par deux composantes qui sont spécifiées lorsque la direction de v est connue. Dans ces conditions, $D_{i,j}$ (le coefficient de diffusion-dispersion dans la version tensorielle) peut être défini (Bear, 1972), selon l'expression suivante:

$$D_{ij} = \sigma_T |v| \delta_{ij} + (\sigma_L + \sigma_T) v_i v_j / |v| + D_{dif}(\theta) \quad (1.19)$$

où σ_T est la dispersivité transversale; σ_L est la dispersivité longitudinale; δ_{ij} est le δ de Kronecker (soit, $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$); v_i et v_j sont les composantes de la vitesse (v).

Toutefois, nous supposons que les échanges de soluté entre les lignes de courant sont peu importantes par rapport à ceux se produisant dans la direction longitudinale, ce qui revient à considérer le coefficient D_{ap} comme une grandeur scalaire. A titre de justification, on peut citer Perkins et Johnston (1963) qui trouvent $\sigma_T = 0.1$ mm et $\sigma_L = 2$ mm comme valeurs typiques concernant le transfert de sels (Br^- , Cl^-) dans les sols.

1.5 - L'infiltrométrie appliquée aux sols non saturés.

De nombreuses études expérimentales concernant l'infiltration multidirectionnelle ont été effectuées au long de ces dernières années. Les géométries d'apport d'eau sont assez variées: source ponctuelle à la surface (Clothier et Elrick, 1985; Clothier et Sauer, 1988); infiltromètre hémisphérique (Raats, 1971; Bresler, 1978; Clothier et Scotter, 1982); cavités cylindriques (Reynolds et Elrick, 1985); source circulaire (Perroux et White, 1988).

Dans tous ces cas, il est observé une évolution relativement rapide du processus d'infiltration vers un régime apparemment stationnaire. Cette propriété est étudiée par Philip (1986b) à travers la formulation quasi-linéaire de Kirchhoff (Eq. 1.11), appliquée aux cas des sources enterrées. Il montre que, compte-tenu des interactions capillarité-pesanteur et capillarité-géométrie, le régime asymptotique se manifeste beaucoup plus rapidement pour un écoulement tridirectionnel que dans le cas monodirectionnel.

Au plan pratique il apparaît donc l'intérêt d'utiliser cette propriété afin de réduire au maximum la durée d'essais d'infiltration conçus pour la caractérisation hydrodynamique. C'est dans ce contexte qu'il faut placer les techniques d'infiltrométrie à disques, dont les développements ont été importants ces dernières années, notamment pour estimer *in-situ* les propriétés hydrodynamiques des couches superficielles des sols.

1.5.1 - Historique de l'évolution de l'infiltromètre à disques.

Les premières équipements de surface employés pour faire des mesures d'infiltration *in situ* ont été fondés sur l'infiltromètre de type Müntz. Ce type de dispositif, constitué d'un cylindre enfoncé dans le sol sur quelques centimètres, permet l'application d'une charge positive constante ou variable (Talsma, 1969) à la surface du sol, ce qui dans certains cas - notamment en présence d'une macroporosité importante - peut produire des écoulements préférentiels et induire ainsi une mauvaise estimation des propriétés hydrodynamiques relatives à la matrice poreuse. Malgré le caractère tridirectionnel rapidement atteint par le régime d'infiltration, les essais sont généralement analysés en supposant l'écoulement monodirectionnel vertical. On notera que, comme le montre Touma (1984), l'adjonction d'un deuxième cycle de garde centré sur le premier ne permet que très partiellement de s'affranchir de ce problème.

Dirksen (1975), à la suite de Smiles et Harvey (1973), développe un système permettant d'effectuer des mesures sous condition de succion. Son dispositif est montré dans la Figure I-1. L'eau provenant d'un réservoir de Mariotte (type burette) est fournie au sol à travers une plaque céramique poreuse fixée à un anneau cylindrique. Cet anneau, possédant 1.0 cm de hauteur et 15.0 cm de diamètre, délimite la zone de contact plaque poreuse - sol et permet, après enlèvement d'une portion superficielle de sol, l'obtention d'une surface lisse et horizontale. L'auteur suggère déjà l'emploi d'une fine couche de sol sec entre la plaque et le sol afin de favoriser le contact hydraulique. La pression d'eau, communiquée au niveau de l'interface plaque-sol, exprimée en hauteur de colonne d'eau, par rapport à la pression atmosphérique, est :

$$h_1 = h_z - h_{r1} - h_{r2} \quad (1.20)$$

L'analyse des résultats proposée suppose une infiltration monodirectionnel aux temps courts (cf. §1.5.2.1). La possibilité de réaliser plusieurs essais à différentes pressions imposées permettrait d'apprécier les effets apportés par les différents degrés d'insaturation sur les propriétés hydrodynamiques.

Malgré les éléments nouveaux et assez attractifs introduits par ce dispositif, il lui manquait une certaine facilité d'emploi au terrain.

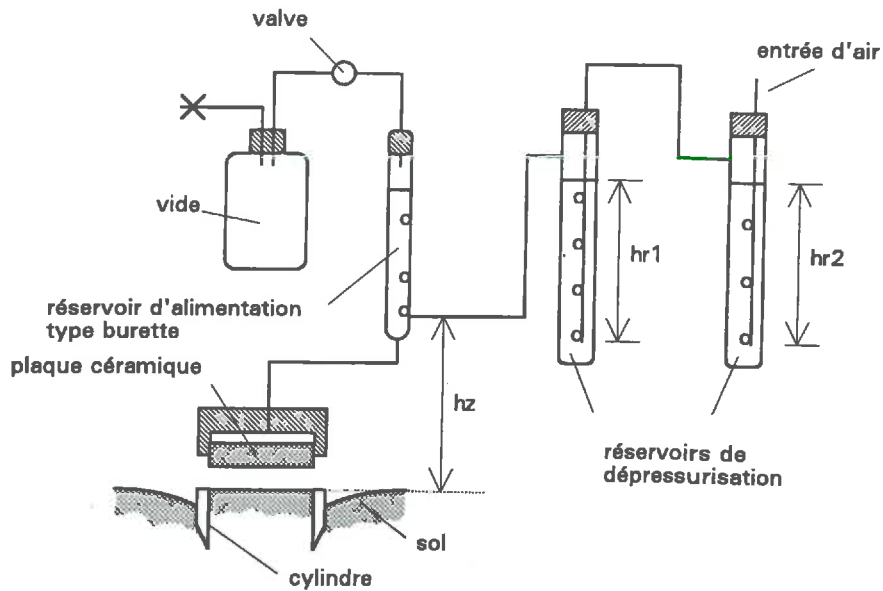


Figure I-1 - Représentation schématique de l'infiltromètre de Dirksen (1975).

Ainsi, Clothier et White (1981) ont présenté un dispositif différent tout en gardant les principes de celui proposé par Dirksen. Ce nouveau système, appelé infiltromètre à tube, de conception plus simple que le précédent, est schématisé dans la Figure I-2. Un cylindre en matériau acrylique enfoncé dans le sol impose un écoulement vertical et permet de visualiser l'avancement du front d'humidification. Une plaque en céramique poreuse de 8.6 cm de diamètre fixée à la base du tube permet de réaliser l'infiltration sous succion. La dépressurisation de l'eau est acquise à l'aide d'une seringue hypodermique munie d'une aiguille à travers laquelle l'air entre dans le réservoir d'alimentation. Dans ce cas, la pression à la base de la plaque peut être calculée de façon approchée en utilisant l'équation de capillarité, ou loi de Laplace:

$$h_1 = z_1 - \frac{2\gamma}{r_{ag} \rho_e g} \quad (1.21)$$

où z_1 représente la hauteur de colonne d'eau surmontant la face inférieure de la plaque jusqu'à l'extrémité de l'aiguille par laquelle l'air entre dans le réservoir d'alimentation; γ est la tension superficielle de l'eau [$M.L^{-1}.T^{-2}$]; et r_{ag} la rayon interne de l'aiguille. La gamme de pressions utilisable est $-10 \leq h_1 \leq 0$ cm, et est imposée, logiquement, par la dimension de r_{ag} et par la hauteur z_1 .

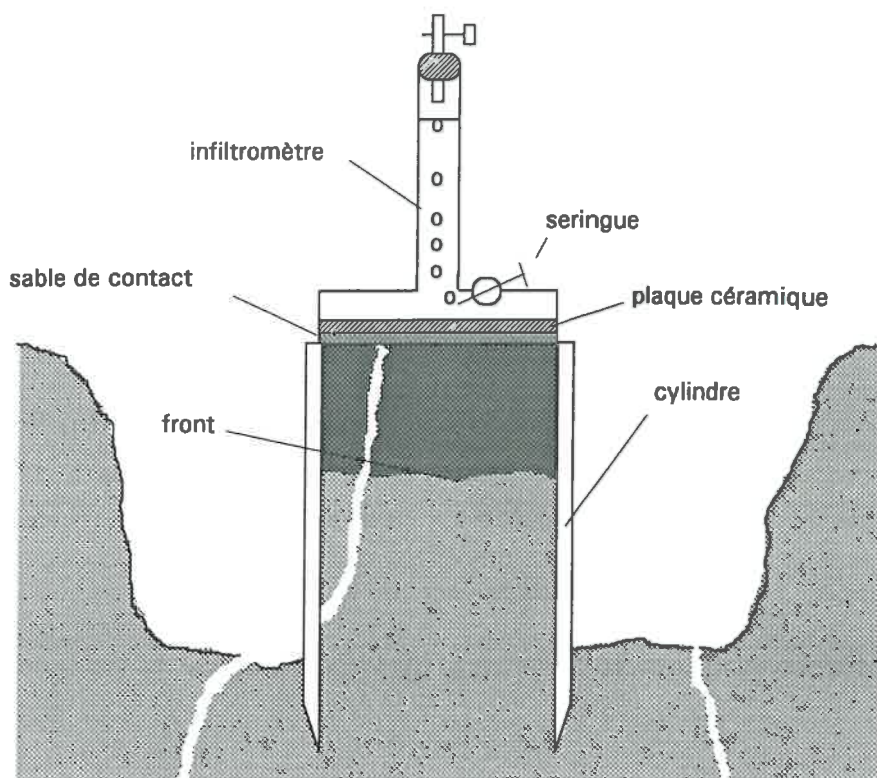


Figure I-2 - L'infiltromètre de Clothier et White (1981) dans sa version monodirectionnelle.

Comme dans le cas précédent, l'analyse des résultats est fondée sur l'approche monodirectionnelle.

Cette configuration a été retenue durant un certain temps et appliquée dans plusieurs études hydrologiques sur plusieurs types de sol (e.g. White et al, 1982; Hamilton et al, 1983; Packer et al, 1984; Walker et Chong, 1986). Néanmoins, au cours des expériences, les auteurs ont constaté quelques limitations, parmi lesquelles on peut citer:

1°- l'insuffisance du système d'entrée d'air à travers l'aiguille pour maintenir constante la pression d'alimentation, h_1 , pendant la phase initiale d'infiltration. En effet, le rayon de l'aiguille ($r_{ag}=0.33$ mm, par exemple) n'est pas suffisamment grand pour garantir le débit d'air nécessaire aux flux d'eau assez élevés qui sont générés au départ du processus. De plus, ce problème est aggravé lorsque les effets capillaires dans le sol sont importants. D'autre part, l'augmentation de r_{ag} élimine la possibilité d'appliquer une succion suffisante sur la plaque poreuse;

2°- la carence de souplesse dans le réglage de la succion, limité uniquement à l'ajustement de z_1 pour un certain r_{ag} donné;

3°- la difficulté de se procurer des plaques de céramique poreuse de rayons importants. Normalement, on reste limité à une valeur maximale de 5 cm environ;

4°- la tendance à l'obstruction partielle ou totale de l'aiguille vis-à-vis des conditions souvent rencontrées au terrain.

Au vu de ces difficultés, Perroux et White (1988) proposent des modifications qui vont conduire à l'infiltromètre à disque. Dans cette version, l'aiguille hypodermique est remplacée par un réservoir cylindrique de dépressurisation partiellement rempli d'eau et dans lequel le tube d'entrée d'air peut coulisser verticalement permettant de cette façon un réglage aisé de la succion à transmettre à la base de l'appareil (voir Figure I-3).

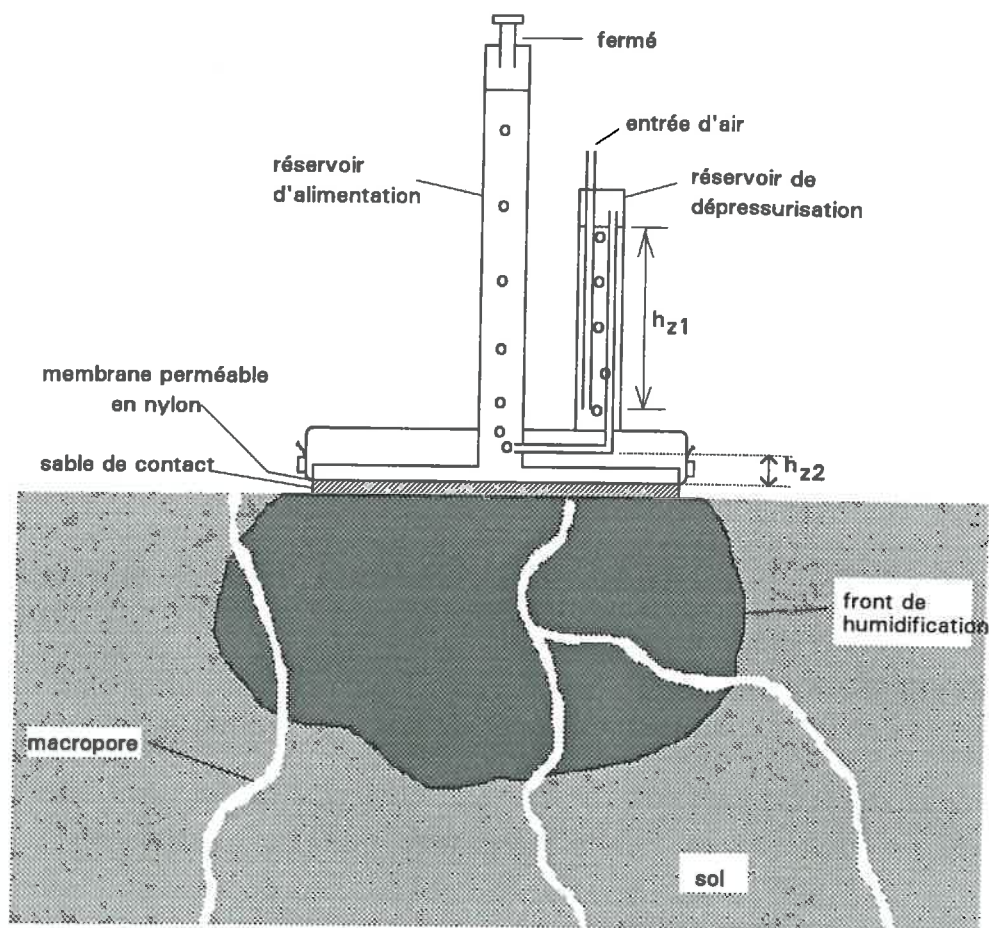


Figure I-3 - L'infiltromètre à disque de Perroux et White (1988).

Un autre changement, qui a contribué grandement à la versatilité de l'infiltromètre, est l'adoption d'une membrane en nylon perméable à la place de la plaque poreuse en céramique. Cette membrane est tendue et fixée à l'aide

d'une bande en caoutchouc sur l'embase constitué par le disque. Ce disque présente une grille en acier sur laquelle la membrane repose de façon à ne pas se déformer. Ainsi, une fois saturée, la membrane assure la transmission de la pression de l'eau au sol. Avec ce système, il est possible d'atteindre facilement des succions de - 25 cm ou même plus.

L'ensemble est complété par un tube d'alimentation gradué et fermé hermétiquement. Les deux réservoirs peuvent être déconnectés de l'embase par occasion du transport de l'équipement ou encore en prévoyant leur remplacement par d'autres de diamètres différentes.

En résumé, le dispositif est constitué d'un vase de Mariotte qui permet d'imposer une charge constante, quel que soit le niveau de l'eau dans le réservoir d'alimentation. La succion imposée, h_1 , pour un essai d'infiltration donné, est alors:

$$h_1 = h_{z2} - h_{z1} \quad (1.22)$$

où h_{z2} et h_{z1} sont les hauteurs indiquées dans la Figure I-3.

A présent, on constate une disposition en pratique la méthode selon l'utilisation de trois disques de rayons différents, ce qui prend le nom d'infiltrométrie multi-disques. Le ensemble du dispositif expérimental est ainsi appelé TRIMS ("Tripple Ring Infiltrometers at Multiple Succion"), selon dénomination introduite par le LTHE.

1.5.2 - Les méthodes d'analyse des données obtenues avec l'infiltromètre.

Un essai d'infiltration consiste à suivre, sur la zone à caractériser, les volumes d'eau infiltrés avec les infiltromètres à différents rayons (afin d'évaluer simultanément la conductivité hydraulique et une propriété intégrale appelé sorptivité, comme on le verra par la suite), jusqu'à l'obtention du régime permanent. Le flux d'infiltration mesuré pour un infiltromètre i ($i = a, b$ et c) est:

$$q_i = \frac{s_{ai}}{S_i} \cdot \frac{\Delta H_i}{\Delta t} \quad (1.23)$$

où (s_{ai}/S_i) représente le rapport entre les sections du réservoir d'alimentation et de l'embase de l'infiltromètre; ΔH_i la variation de niveau de l'eau dans le réservoir durant Δt .

Une fois finie l'infiltration, le prélèvement d'un échantillon de sol remanié ou non permet de déterminer l'humidité finale.

En suivant la théorie de Philip (1969), le processus d'infiltration peut être caractérisé par deux paramètres: la conductivité hydraulique, K_1 , et la sorptivité capillaire, S_1 , où l'indice 1 fait référence à la condition de pression h_1 appliquée par la source. La sorptivité quantifie la capacité du sol à absorber l'eau par capillarité, pour des conditions initiales et aux limites prescrites. Cette propriété correspond à la solution intégrale du problème d'absorption monodirectionnelle tel que la lame d'eau infiltrée soit donnée par:

$$I = S_1 \sqrt{t} \quad (1.24)$$

L'expression définissant mathématiquement la sorptivité s'écrit comme suit:

$$S_1 = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \eta \, d\theta = -2D \left. \frac{d\theta}{d\eta} \right|_{\theta=\theta_1} \quad \text{avec} \quad \eta(\theta) = x t^{-1/2} \quad (1.25)$$

où $\eta(\theta)$ est la variable de Boltzmann et x la position dans le domaine par rapport à l'origine. Elle est encore conditionnée à: $\eta(\theta_1) = 0$ et $\eta(\theta_0) \rightarrow \infty$.

1.5.2.1 - L'analyse aux temps courts.

Durant les instants initiaux de l'infiltration multidirectionnelle, la capillarité domine le processus. La solution quasi-analytique de Philip (1969) pour l'infiltration monodirectionnelle sous pression constante permet donc d'écrire:

$$\lim_{t \rightarrow 0} I \rightarrow S_1 \cdot t^{1/2} \quad (1.26)$$

Ainsi, aux temps courts, la lame infiltrée a un comportement linéaire avec la racine carrée du temps. La pente de la droite doit, évidemment, fournir la valeur de la sorptivité. Néanmoins, en pratique cette procédure est très imprécise car les incertitudes sur les mesures sont importantes. De plus, le régime d'infiltration est perturbé par la présence d'une couche de sable qui permet d'assurer un bon contact entre la membrane et le sol.

1.5.2.2 - L'analyse aux temps longs.

L'approche alternative pour l'estimation des propriétés hydrodynamiques (K_1 et S_1) est fondée sur la solution linéarisée de l'équation de l'écoulement en régime stationnaire proposée par Wooding (1968), comme nous le verrons ultérieurement (chapitre II). Il montre que la densité de flux

moyenne émanant d'un disque posé à la surface du sol peut s'exprimer approximativement par l'expression:

$$q_1 = K_1 + \frac{4U_1}{\pi r_1} \quad (1.27)$$

où r_1 est le rayon du disque; et U_1 , le potentiel d'écoulement à h_1 , défini par l'Eq.(1.10).

Il est intéressant d'introduire ici le paramètre λ_c [L], appelé l'échelle intégrale de longueur capillaire (Philip, 1985; White et Sully, 1987, 1988, 1992) et défini par:

$$\lambda_c = [K_1 - K_0]^{-1} \int_{h_0}^{h_1} K(h) dh \quad (1.28)$$

Mise à part l'introduction de K_0 [la conductivité hydraulique à la condition initiale du milieu (h_0 ou θ_0)], l'Eq.(1.28) est identique à la définition de la hauteur de la frange capillaire (Myers et Van Bavel, 1963) et à la pression "critique" de Bouwer (1964). Raats et Gardner (1971) signalent que λ_c représente une moyenne du potentiel U_1 pondérée par la conductivité hydraulique. Cette grandeur macroscopique peut être assimilée du point de vue physique à une hauteur moyenne de la remontée capillaire au dessus d'une nappe phréatique.

En considérant (1.10), le potentiel d'écoulement peut s'écrire en fonction de λ_c selon l'expression:

$$U_1 = \lambda_c \cdot (K_1 - K_0) \quad (1.29)$$

Le lien entre S_1 et λ_c est établi en utilisant l'expression de Philip et Knight (1974) pour la sorptivité:

$$S_1^2(h_1, h_0) = 2 \int_{h_0}^{h_1} \frac{(\theta - \theta_0) K(h)}{F(h, h_1, h_0)} dh \quad (1.30)$$

où F est la relation flux-concentration (Philip, 1973) définie par:

$$F = \frac{\left[D(\theta) \frac{d\theta}{d\eta} \right]_x}{\left[D(\theta) \frac{d\theta}{d\eta} \right]_{x=0}} = \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} \eta d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_1} \eta d\theta} \quad (1.31)$$

avec $F = 1$ lorsque $h = h_1$ et $F = 0$ lorsque $h = h_0$. La combinaison entre (1.30) et (1.28), compte-tenu de (1.29) conduit à l'expression de White et Sully, 1987:

$$\lambda_c = \frac{U_1}{(K_1 - K_0)} = \frac{b S_1^2}{(\theta_1 - \theta_0)(K_1 - K_0)} \quad (1.32)$$

qui dans le cas où le sol est initialement suffisamment sec pour que $K_1 \gg K_0$, devient:

$$\lambda_c = \frac{U_1}{K_1} = \frac{b S_1^2}{(\theta_1 - \theta_0) K_1} \quad (1.33)$$

où le paramètre b est une fonction de forme englobant $K(h)$ et $\theta(h)$ ou $D(\theta)$, son expression étant donnée par:

$$b = \frac{(\theta_1 - \theta_0) \int_{h_0}^{h_1} K(h) dh}{2 \int_{h_0}^{h_1} \frac{(\theta_1 - \theta_0) K(h)}{F} dh} \quad (1.34)$$

White et Sully (1987) en adoptant une forme exponentielle pour la diffusivité capillaire (Gardner et Mayhugh, 1958; Reichardt et al, 1972) ont proposé $b \approx 0.55$ comme une valeur acceptable pour les applications concernant les sols en général.

Ainsi, si l'on utilise deux disques de rayons différents, r_a et r_b , conduisant à des valeurs de flux asymptotiques q_{1a} et q_{1b} , pour les mêmes conditions hydriques initiales (θ_0) et de pression imposées à la surface, h_1 , la résolution du système d'équations (1.27), donne les expressions suivantes (Scotter et al, 1982):

$$K_1 = \frac{q_{1a} \cdot r_a - q_{1b} \cdot r_b}{r_a - r_b} \quad (1.35)$$

et

$$U_1 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{q_{1a} - q_{1b}}{\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}} \quad (1.36)$$

à partir desquelles, il est possible de calculer la sorptivité, S_1 , à partir de l'Eq.(1.33) compte tenu de la valeur de $b=0.55$ et d'une mesure de la teneur en eau initiale et finale. La Figure I-4 montre la procédure graphique correspondante.

Il apparaît donc la nécessité d'utiliser au moins deux disques de diamètres différents. Pour obtenir une sensibilité raisonnable dans l'application de la méthode, Smettem et Clothier (1989) suggèrent que $r_a > 2.r_b$, où r_b est le rayon du petit disque et r_a celui du grand. On notera que le système développé au sein du LTHE, en collaboration avec B.E. Clothier et appelé TRIMS (Triple Ring Infiltrometer at Multiple Suction) comporte trois disques de diamètres 250, 80, 48.5 mm, afin d'analyser les résultats à l'aide d'une régression linéaire

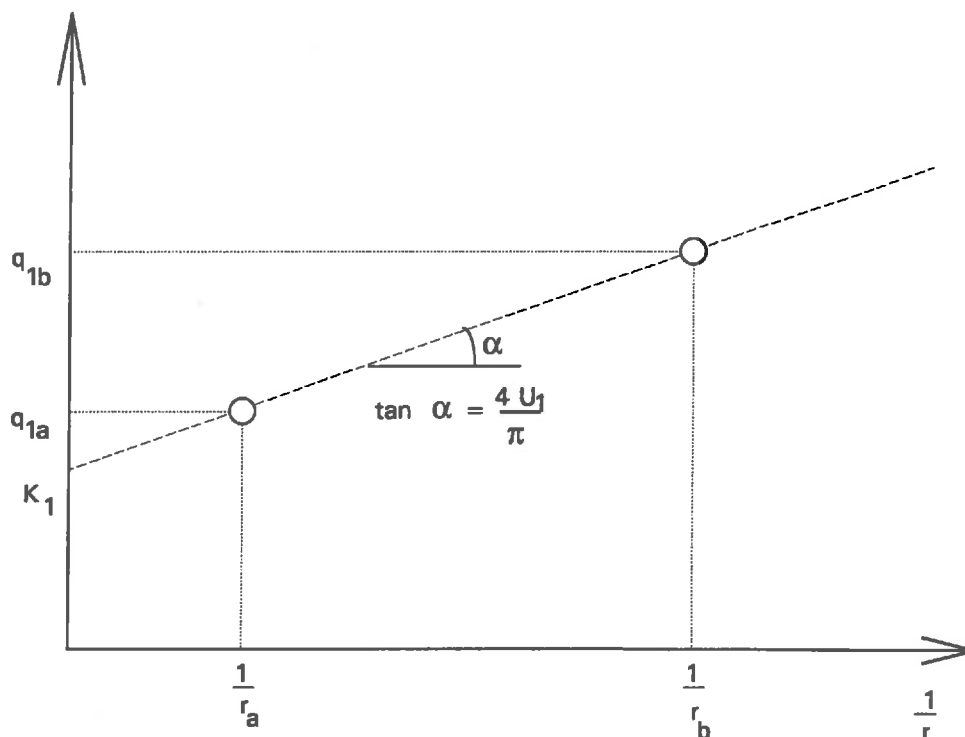


Figure I-4 - Application de la solution de Wooding à deux valeurs différentes de flux asymptotique correspondant à deux rayons de disques différents.

Une fois déterminés K_1 , λ_c et S_1 , d'autres grandeurs caractérisant le processus d'infiltration peuvent également être calculées (Thony et al, 1991):

- le temps gravitaire [Philip, 1969]: défini comme un temps caractéristique pour lequel les effets de la pesanteur sont du même ordre de grandeur que les effets capillaires. Son expression est donnée par:

$$t_{\text{grav}} = \left[\frac{S_1}{(K_1 - K_0)} \right]^2 \quad (1.37)$$

- le temps géométrique [Philip, 1969]: permet d'avoir l'ordre de grandeur du temps à partir duquel le comportement monodirectionnel initial du processus est complètement effacé par les effets de la géométrie multidirectionnelle. Il est défini par:

$$t_{\text{geom}} = \left[\frac{r_1 (\theta_1 - \theta_0)}{S_1} \right]^2 \quad (1.38)$$

- le rayon effectif de pore [Philip, 1987]: correspond à une moyenne caractéristique de la dimension de pore participant effectivement à l'écoulement par capillarité. Son expression vient directement de la théorie de la capillarité:

$$\lambda_m = \frac{\gamma}{\rho_o g \lambda_c} \quad (1.39)$$

1.5.2.3 - L'addition d'un soluté.

A partir de l'établissement du régime hydraulique stationnaire, l'adjonction d'une solution contenant un traceur (Br^- ou Cl^- , par exemple) peut fournir des informations supplémentaires sur l'écoulement et sur la compréhension et la description des mécanismes intervenant dans le transport dans le sol de substances solubles.

C'est dans cette optique que, Clothier et al (1992) ont récemment proposé une méthode d'estimation de la fraction d'eau mobile, θ_m , participant effectivement à l'écoulement, en considérant que:

$$\theta = \theta_m + \theta_{im} \quad (1.40)$$

où θ_{im} , est la fraction complémentaire d'eau stagnante (immobile).

En reprenant l'approche de Coats et Smith (1964), l'Equation (1.16), pour le cas monodirectionnel en régime stationnaire, prend la forme suivante:

$$\theta_m \frac{\partial c_m}{\partial t} + \theta_{im} \frac{\partial c_{im}}{\partial t} = D_{ap} \theta_m \frac{\partial^2 c_m}{\partial z^2} - q_z \frac{\partial c_m}{\partial z} \quad (1.41)$$

où les indices m et im désignent les phases mobile et immobile, respectivement; q_z représente la densité de flux dans la direction z. Les phénomènes de

convection et dispersion sont limités à fraction d'eau mobile. La conservation de masse de soluté conduit à écrire:

$$\theta c = \theta_m c_m + \theta_{im} c_{im} \quad (1.42)$$

Ici, c exprime la concentration globale en soluté tandis que c_m et c_{im} sont les concentrations dans les fractions mobile et immobile, respectivement.

Dans ce modèle, les échanges de soluté entre les deux phases sont considérés selon la relation:

$$\theta_{im} \frac{\partial c_{im}}{\partial t} = \omega (c_m - c_{im}) \quad (1.43)$$

où ω est un coefficient de transfert [T^{-1}].

L'estimation de la fraction d'eau mobile peut être faite sous l'hypothèse que l'eau immobile reste essentiellement libre de traceur durant l'infiltration de la solution et le prélèvement ultérieur des échantillons (cf. Figure I-5). Autrement dit, et en fonction des évidences fournies par des travaux expérimentaux (e.g. Tillman et al, 1991), le coefficient ω est supposé suffisamment petit pour que les échanges de soluté entre les deux phases soient négligeables. Cela, par conséquent, revient à considérer $c_{im} \approx 0$ à la fin des essais (en général quelques dizaines de minutes), ce qui à travers l'expression (1.42) conduit à:

$$\theta_m = \theta \frac{c}{c_m} \quad (1.44)$$

Donc, θ_m est déterminé à partir des valeurs de θ et c mesurées sur des échantillons prélevés au voisinage de la surface sous le disque; c_m est supposée égale à la concentration de la solution chargée dans l'infiltromètre.

Ce type de procédé peut être appliqué sur une gamme de valeurs de succion allant jusqu'à la saturation ($h_1 = 0$) de façon à permettre d'apprécier les effets de la macroporosité dans la partition de l'eau pendant le processus d'infiltration.

Finalement, l'obtention expérimentale des profils de teneur en eau et de concentration en soluté dans la zone infiltrée constitue un élément indispensable pour la description et la modélisation des transferts couplés eau-soluté dans le contexte des applications au terrain.

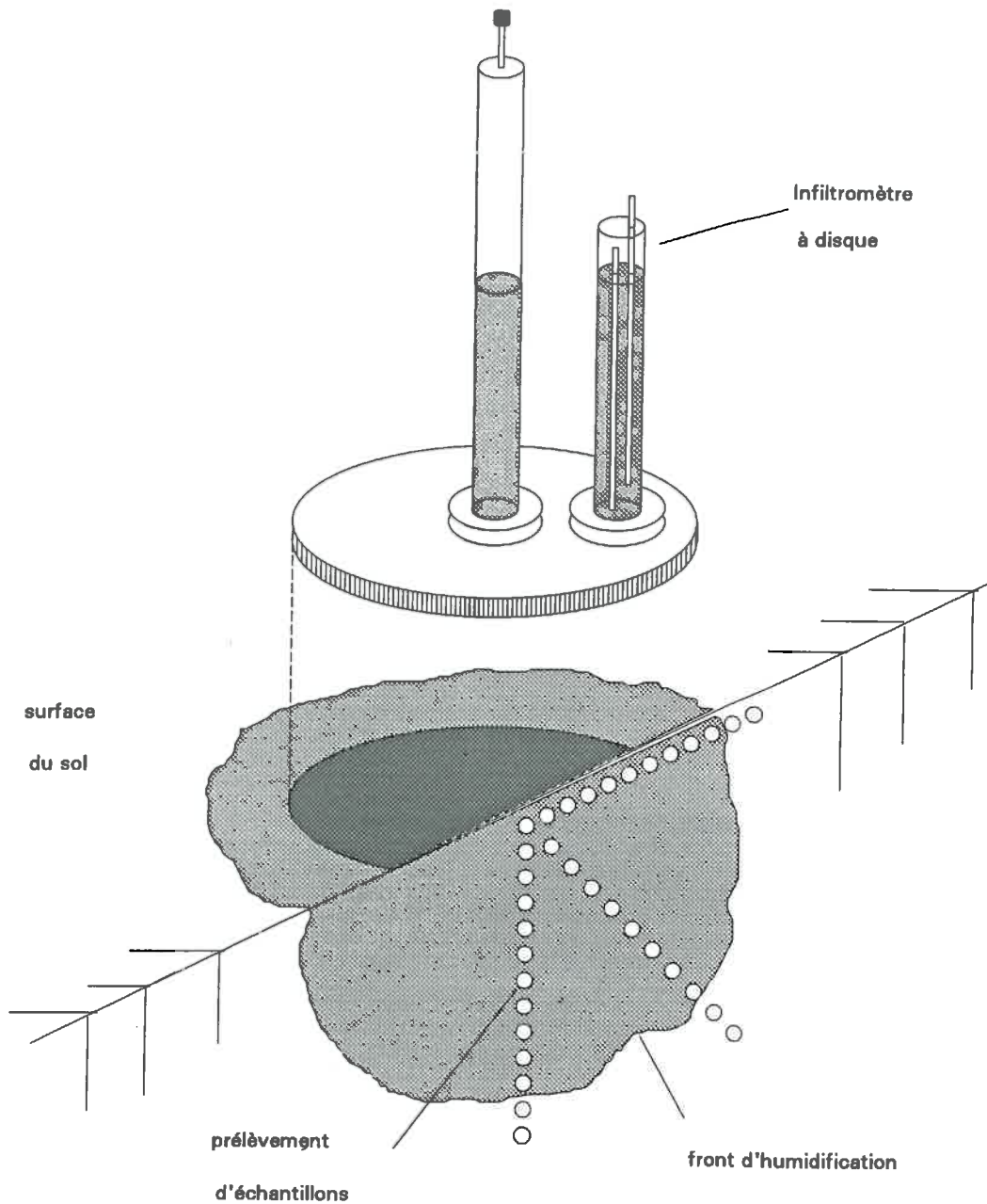


Figure I-5 - Infiltration d'une solution avec l'indication des points de prélèvement des échantillons de sol.

1.5.3 - D'autres techniques d'infiltrométrie.

Dans ce paragraphe, on procède à une brève description de deux autres techniques largement utilisées pour la caractérisation hydrodynamique des sols *in-situ*. Quelques aspects concernant la nature et l'interprétation des mesures fournies par ces méthodes sont également commentés.

1.5.3.1 - L'infiltromètre à double anneaux.

Cette technique consiste à employer deux anneaux concentriques enfoncés d'une dizaine de centimètres dans le sol. Un système d'alimentation à débit variable permet d'imposer une lame d'eau constante et égale à l'intérieur des deux anneaux. La mesure de la lame infiltrée en fonction du temps est effectuée dans le centre en suivant le niveau d'eau dans le réservoir gradué correspondant (voir Figure I-6). Avec ce dispositif, on cherche à limiter la diffusion latérale de l'eau provenant de l'anneau interne de façon à favoriser un écoulement monodirectionnel (vertical)

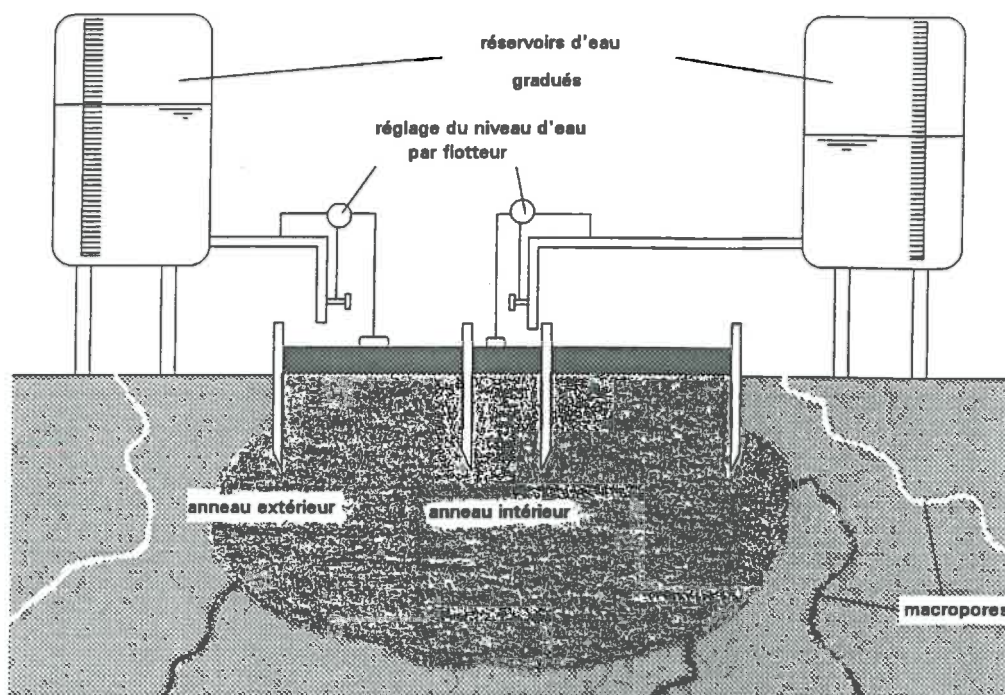


Figure I-6 - Schéma de l'infiltromètre double anneaux.

D'autres techniques complémentaires, comme l'humidimètre neutronique et les mesures tensiométriques à différentes profondeurs, sont souvent employées conjointement (Touma, 1984). Cela rend possible l'obtention de l'évolution spatio-temporelle des humidités et des pressions, ce qui permet éventuellement de déterminer les relations $\theta(h)$ et $K(h)$.

Le problème inhérent à ce type d'essai réside dans la nature multidirectionnel de l'écoulement non prise en compte dans l'analyse. Ainsi, selon les dimensions des anneaux, et les caractéristiques du sol, les effets de l'écoulement latéral en bordure de l'anneau intérieur peuvent se montrer assez importants. Fuentes (1992) a effectué l'analyse des résultats de 21 essais

d'infiltration réalisés sur une parcelle expérimentale du sol "Tzapinco-Montecillo" en utilisant un infiltromètre double anneaux à charge positive constante $h_1 = 8.3$ cm, les diamètres des anneaux extérieur et intérieur étant 1.45 m et 0.35 m, respectivement. Il parvient à démontrer, à l'aide de simulations numériques, que l'application de l'hypothèse d'écoulement monodirectionnel conduit, dans ce cas, à une surestimation de 40% environ de la conductivité hydraulique à saturation.

Encore, l'impossibilité de réaliser des essais, sous condition de succion, empêche d'apprécier l'impact de la macroporosité et d'éventuelles fissures sur l'infiltration et sur les propriétés hydrodynamiques du sol.

De plus, il convient de noter que ce type de dispositif est relativement peu pratique (face à l'infiltromètre à disques, par exemple), grand consommateur d'eau et implique des coûts appréciables d'installations, et de main d'oeuvre, principalement lorsqu'on envisage la caractérisation d'une parcelle importante et de sa variabilité spatio-temporelle.

1.5.3.2 - Le perméamètre de Guelph.

Cet appareil, fondé sur le principe du vase de Mariotte, est constitué de trois tubes cylindriques concentriques, le tube intérieur permettant l'entrée d'air et les tubes extérieurs servant de réservoirs d'eau. Les mesures sont réalisées en suivant le débit d'infiltration à charge constante à partir d'une cavité cylindrique de dimensions réduites (typiquement, 2 - 5 cm de rayon et 20 - 40 cm de profondeur) [voir Figure I-7].

La possibilité d'utiliser des réservoirs d'alimentation de diamètres différents permet d'obtenir une bonne précision sur la mesure des débits qui sont élevés au début et diminuent graduellement dans le temps. Cela donne aussi à l'appareil une grande versatilité dans les applications, permettant son utilisation sous des conditions assez variées d'infiltrabilité et pour une large gamme de sols.

L'estimation des propriétés hydrodynamiques (conductivité hydraulique à la saturation, K_s , et sorptivité capillaire, S) fait appel à la solution linéarisée de l'équation de Richards relative au problème de l'infiltration à partir d'une cavité cylindrique en régime stationnaire (Reynolds et al, 1985), qui peut s'écrire sous la forme:

$$2\pi H^2 K_s + \kappa \pi r^2 K_s + 2\pi H \frac{\lambda_c}{K_s} = \kappa Q \quad (1.45)$$

où H et r sont la hauteur du niveau d'eau et le rayon de la cavité, respectivement; Q est le débit stationnaire [$M^3.L^{-1}$] et κ une constante donné par $\kappa = H/r$.

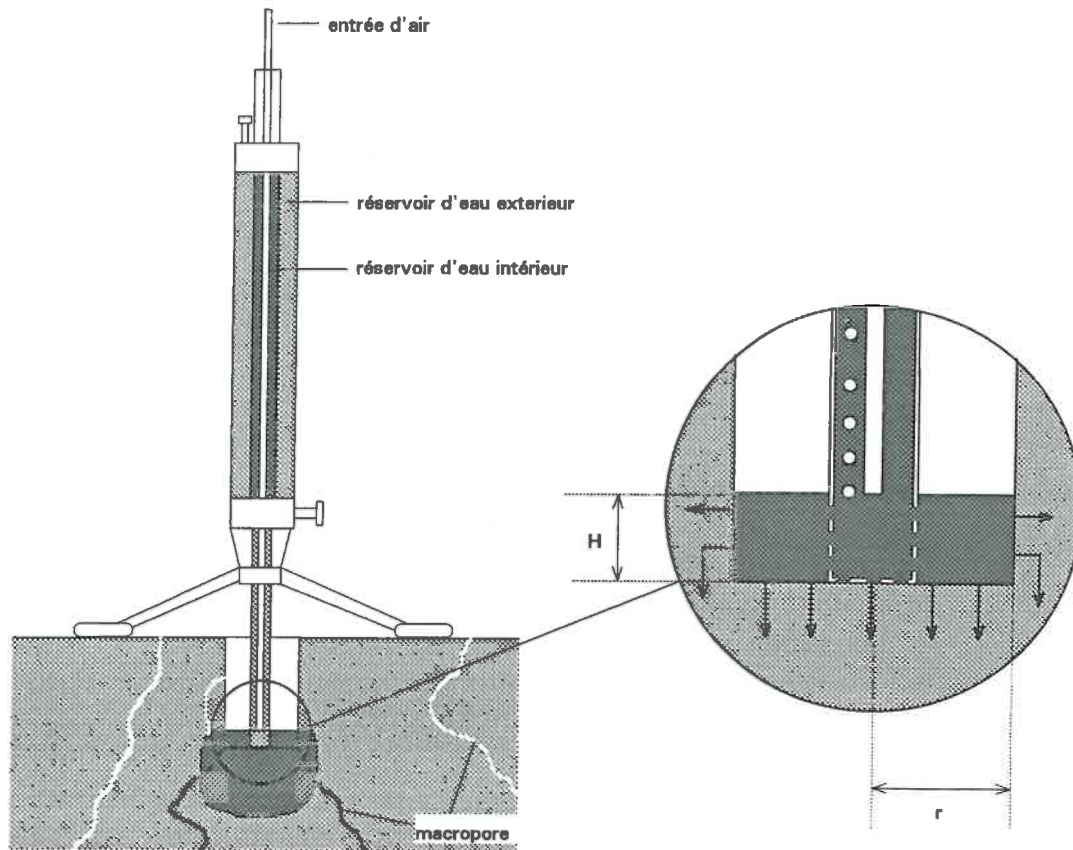


Figure I-7 - Représentation de l'infiltromètre de Guelph avec les détails du système d'alimentation d'eau.

Les valeurs de K_s et λ_c peuvent être obtenues par la résolution simultanée de l'Equation (1.45) appliquée à deux conditions différentes de niveau d'eau, H . La sorptivité vient alors de (1.33) selon:

$$S = \left[\frac{\lambda_c K_s (\theta_s - \theta_i)}{b} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.46)$$

ici θ_s et θ_i sont les teneurs en eau à saturation et initiale, respectivement.

Cette technique, malgré ses aspects attrayants pour les pratiques au terrain, présente quelques limitations. Premièrement, il n'est pas possible d'utiliser l'analyse [Eq.(1.45)] pour la caractérisation de la couche superficielle du sol (par exemple, concernant les premiers 10 cm de profondeur). Comme dans le cas du double anneaux, les essais restent dans le domaine des charges positives appliquées à la source, ce qui rend les mesures extrêmement sensibles aux effets de la macroporosité et des accidents macrostructuraux au niveau de la matrice poreuse. D'autre part, pour les applications relatives à la présence de soluté, le dispositif est nettement moins bien adapté à comparer à l'infiltromètre à disques.

Du point de vue théorique, le perméamètre de Guelph tout comme le double anneaux présentent l'inconvénient de faire apparaître dans le milieu une région saturée, ce qui complique l'analyse du problème et rend nécessaire l'adoption d'approximations supplémentaires pour décrire le comportement global en unifiant les zones saturée et non saturée. Comme exemple, on cite le travail de Philip (1985) concernant l'analyse de l'infiltration à partir d'un trou cylindrique à niveau d'eau constant.

1.6 - Les objectifs de l'étude.

Le présent travail cherche à exploiter et au même temps apprécier les possibilités offertes par l'infiltrométrie à disques appliquée aux problèmes de transfert multidirectionnel d'eau et de soluté dans les sols partiellement saturée en eau, et notamment leur caractérisation hydrodynamique.

Les solutions quasi-linéaires en régime permanent qui sont utilisées dans l'interprétation des mesures d'infiltration présentent un caractère manifestement restrictif. En effet, elles comportent des hypothèses souvent peu réalistes sur les caractéristiques hydrodynamiques des sols, ce qui invalide leur utilisation pour la prédiction du volume de sol intéressé par le régime stationnaire. De plus, à cause de ces hypothèses, la pertinence de ces solutions pour la généralité des sols est toujours objet de doutes et de discussions.

Comme il est déjà signalé, notre attention, tout au long de ce mémoire sera principalement dirigée vers l'infiltrométrie multidisques et à ses aspects pratiques et théoriques. Ainsi, nous sommes amenés à étudier la solution en régime stationnaire proposée par Wooding (1968) afin de vérifier son applicabilité lorsque les hypothèses de linéarisation ne sont pas respectées. Une question particulièrement délicate concernant cette solution réside dans sa dépendance avec le facteur d'échelle, λ_c , qui constitue justement l'une des propriétés hydrodynamiques recherchées dans l'analyse. Ceci pose immédiatement le doute sur l'efficacité de la méthode en absence d'une détermination indépendante de λ_c .

Pour concrétiser l'étude suscitée, compte tenu des limitations imposées par les modèles analytiques, nous allons résoudre numériquement les

équations de transfert. Dans une première étape, les hypothèses adoptées par Wooding seront maintenues à fin de vérifier le déroulement de la solution transiente vers le régime asymptotique prévu. Postérieurement, les hypothèses de linéarisation seront abandonnées permettant alors d'examiner la pertinence de la solution de Wooding face à des conditions plus générales. Additionnellement, la possibilité d'analyser la phase transiente de l'infiltration nous laisse la perspective de pouvoir ajouter des informations pour une caractérisation hydrodynamique complète, englobant pas seulement l'évaluation des propriétés intégrales (λ_c , S , par exemple) mais aussi des fonctions caractéristiques ($h(\theta)$, $K(\theta)$, $D(\theta)$). Une fois surpassé le problème hydrodynamique, le transport de soluté est analysé en considérant les mécanismes de dispersion-convection. A ce point, l'estimation de la dispersivité, σ , et la caractérisation plus fine du régime d'écoulement (presence ou non d'une phase immobile) constituent les questions centrales.

Postérieurement à la validation de notre modèle à travers des résultats expérimentaux (incluant le soluté) et de certaines solutions analytiques exactes pour le cas monodirectionnel, l'étude sera dirigée aux aspects expérimentales relatifs à l'utilisation de l'infiltrométrie multi-disque, notamment pour les conditions trouvées au terrain, en cherchant à établir quelques critères de précision et d'applicabilité de la méthode.

*
* *
*

Chapitre II

Analyse critique de la solution de Wooding à l'aide d'un modèle numérique axisymétrique.

2.1 - Introduction.

R.A. Wooding (1968) a développé, dans un travail devenu classique, une étude du phénomène d'infiltration en régime stationnaire consécutif à un apport d'eau au travers d'une source circulaire placée horizontalement à la surface d'un milieu poreux semi-infini. Ce travail est fondé sur l'hypothèse de l'existence d'un régime asymptotique pour le flux émanant de la source. Strictement parlant, comme Wooding l'a bien noté dans son article, un régime véritablement stationnaire ne peut jamais être atteint pour une source non enterrée. La présence d'un terme logarithmique dans l'expansion pour le calcul du flux stationnaire de Wooding démontre déjà une différence structurale par rapport à la forme analytique du flux issu d'une source enterrée. Cependant, de nombreuses observations expérimentales (Talsma, 1969) indiquent qu'au bout d'un certain temps, le flux devient quasiment indépendant du temps. Cette constatation a été utilisée pour soutenir l'hypothèse du régime asymptotique, en relation notamment avec le développement récent de l'infiltrométrie multi-disque pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques des couches superficielles du sol (cf. chapitre I).

L'objectif visé dans ce chapitre est de vérifier d'une manière moins restrictive, et par une méthode indépendante, les résultats et la validité des hypothèses employées par Wooding. Il est également de notre intérêt d'étudier la cinétique de l'infiltration en mettant en exergue les rôles joués par la capillarité, la pesanteur et la géométrie dans l'établissement du régime asymptotique. Pour ce faire, nous allons construire un modèle mathématique (axisymétrique) dont la résolution sera effectuée par l'intermédiaire de la méthode des différences finies, vis-à-vis de sa simplicité et de son efficacité déjà prouvées par des nombreuses applications concernant les problèmes d'écoulement multidimensionnels. Conjointement, on a employé les fonctions de Fujita-Parlange pour caractériser les propriétés du milieu et satisfaire rigoureusement les conditions de linéarisation de Wooding.

2.2 - Aspects théoriques concernant la solution de Wooding (1968).

2.2.1 - Linéarisation de l'équation de l'écoulement en régime stationnaire.

D'après l'Equation (1.6), l'écoulement stationnaire d'eau dans un milieu poreux non saturé peut être décrit par:

$$\nabla \cdot (K \nabla h) = \frac{\partial K}{\partial z} \quad (2.1)$$

ou par:

$$\nabla \cdot (D \nabla \theta) = \frac{\partial K}{\partial z} \quad (2.2)$$

Ici K et h sont des fonctions connues de θ . Si l'on considère un processus monotone (dans notre cas une humidification), la diffusivité peut être exprimée par $D = K dh/d\theta$.

Dans son approche quasi-linéaire, Wooding a introduit la transformation de Kirchhoff Eq.(1.10), ce qui à partir de (1.11) conduit à la forme suivante:

$$\nabla^2 U = \frac{1}{K} \left(\frac{dK}{dh} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{1}{D} \left(\frac{dK}{d\theta} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (2.3)$$

devenant linéaire en U en posant

$$\frac{1}{K} \left(\frac{dK}{dh} \right) = \omega \quad (2.4)$$

avec ω une constante.

Cela revient à considérer que la conductivité hydraulique est une fonction exponentielle de la pression, soit:

$$K \propto \exp(\omega h) \quad \text{avec } h \leq 0 \quad (2.5)$$

qui correspond au modèle exponentiel quasi-linéaire de Gardner (1958) et Philip (1966). Ainsi, le paramètre ω peut être, de manière optimale, assimilé à l'inverse de l'échelle de longueur capillaire, λ_c , selon la définition donnée par Eq.(1.28), ce qui conduit à:

$$K = K_1 \exp\left(\frac{h - h_1}{\lambda_c}\right) \quad (2.6)$$

Donc, l'Equation (2.3) non linéaire peut être remplacée par une forme linéarisée,

$$\nabla^2 U = \omega \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.7)$$

Le paramètre ω et le rayon de la source, r_1 , sont combinés pour donner le rayon adimensionnel, a , utilisé dans l'analyse de Wooding:

$$a = \frac{\omega r_1}{2} = \frac{r_1}{2\lambda_c} \quad (2.8)$$

2.2.2 - Conditions aux frontières.

La Figure (II-1) montre schématiquement le domaine physique correspondant au problème considéré.

Sur la source, une valeur constante de teneur en eau a été imposée, ce qui conduit à une condition du type **Dirichlet**,

$$U = U_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad r \leq r_1 \quad (2.9)$$

A la surface et au delà de la source, Wooding considère que l'évaporation est négligeable, ce qui se traduit par une condition du type **Neumann**,

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \omega U \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad r \geq r_1 \quad (2.10)$$

soit, flux vertical nul pour cette frontière. Pour arriver à la forme linéarisée (2.10), il suppose que

$$K(\theta_0) = 0 \quad \text{pour} \quad h_0 \rightarrow -\infty \quad (2.11)$$

ce qui revient à considérer l'infiltration dans un milieu initialement très sec.

La dernière condition, pour une distance infinie de la source, est:

$$U \rightarrow 0 \quad \text{lorsque} \quad r^2 + z^2 \rightarrow \infty \quad (2.12)$$

et la condition (2.11) est satisfaite car (2.12) implique $\theta = \theta_0$ à l'infini.

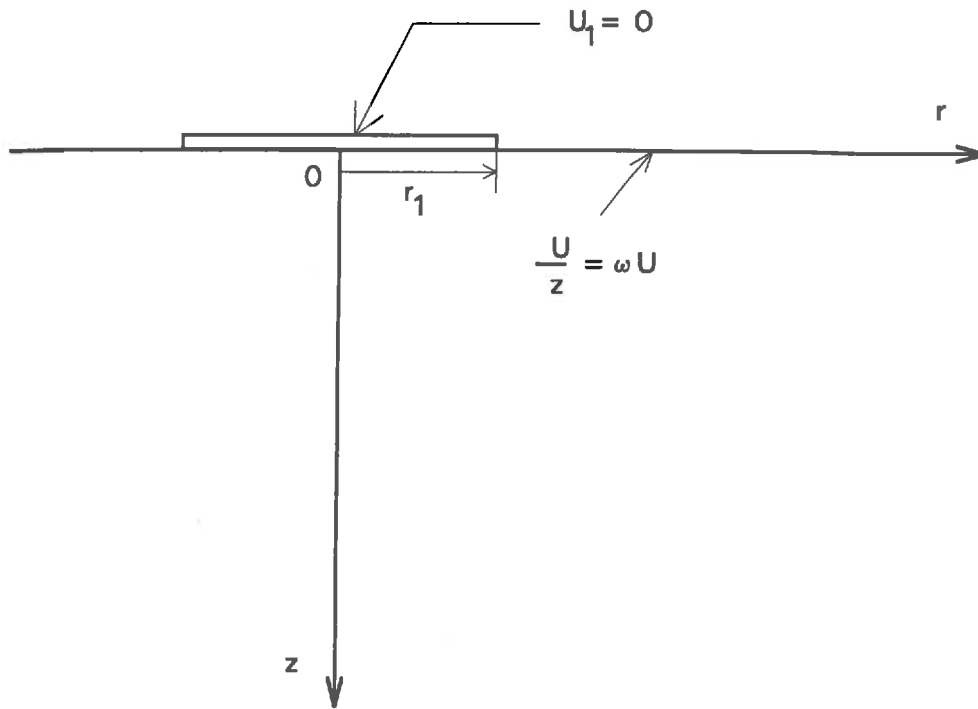


Figure II-1 - Coordonnées et conditions aux frontières correspondant au problème de Wooding (1968).

Le fait de considérer pour la source une géométrie plane et une condition de teneur en eau constante (avec la charge hydraulique, $h \leq 0$) est important pour assurer l'absence de régions saturées dans son voisinage. Ainsi, tout le domaine, sauf évidemment la source dans le cas où $h = 0$, sera en condition de non saturation. Cela garantit la validité de l'approximation quasi-linéaire établie par (2.5).

2.2.3 - La solution et conclusions résultantes du travail de Wooding.

Jusqu'à présent, il n'existe pas à notre connaissance de solution exacte du problème de l'infiltration en régime stationnaire à partir d'une source circulaire posée à la surface du sol. Une approche d'une part numérique et d'autre part analytique a été développée par Wooding (1968) qui a conduit à des résultats valables pour "a", Eq.(2.8), inférieur à 6. Cette solution est fondée sur la méthode de Tranter modifiée pour résoudre le problème de condition mixte décrit par les Equations (2.7); (2.9); (2.10); (2.11); et (2.12). Les résultats ont été obtenus par l'inversion, effectuée numériquement, de l'approximation tronquée du système infini d'équations algébriques linéaires

représenté par (Weir, 1987):

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m I_{mn}(a) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{j_n(a)}{a^n} \quad \text{avec} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.13)$$

où $j_n(a)$ sont des fonctions sphériques de Bessel de première ordre; et

$$I_{mn}(a) = \frac{1}{2^{m+n+1}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left[\pi F_a \left(k - \frac{1}{2} \right) - G(2k+2) F_a(k) + F_a'(k) \right] \quad (2.14)$$

$$\text{avec, } F_a(s) = \frac{[\Gamma(m+n+2+2s) (a/2)^{2s+1}]}{[\Gamma(1+s) \Gamma(m+s+3/2) \Gamma(n+s+3/2) \Gamma(m+n+2+s)]^{-1}} \quad (2.15)$$

$$F_a'(k)/F_a(k) = 2 \ln(a/2) + 2 \psi(m+n+2+2k) - \psi(1+k) - \psi(m+3/2+k) - \psi(n+3/2+k) - \psi(m+n+2+k) \quad (2.16)$$

$$G(2k+2) = \psi(k+3/2) - \psi(k+1) \quad (2.17)$$

où ψ désigne la dérivée du logarithme de la fonction gamma, Γ ; et $F_a'(k)$ est la dérivée première de $F_a(k)$ par rapport à k .

Le débit volumétrique moyen à travers la source est

$$Q_1 = U_1 r_1 F \quad (2.18)$$

où F est la densité de flux volumique moyenne adimensionnelle donnée par:

$$F = 2(2\pi)^{1/2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m j_{m(a)} / a^m \quad (2.19)$$

ici, A_m sont des coefficients inconnus qui doivent satisfaire

$$\lim_{a \rightarrow 0} A_m = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \delta_{m0} \quad (2.20)$$

avec δ_{m0} = fonction delta de Kronecker ($\delta_{00} = 1$ et $\delta_{m0} = 0$ lorsque $m \neq 0$).

A partir de ses résultats numériques, Wooding montre que la densité de flux volumique moyenne (débit volumique par unité de surface) à travers la zone d'infiltration est donnée par:

$$q_1 = K_1 + \frac{4K_1 \lambda_c}{\pi r_1} \quad (2.21)$$

où l'indice 1 correspond à condition régnant à la source.

Alors que le premier terme du membre de droite de L'Equation (2.21) représente la contribution gravitaire, le deuxième terme correspond à la contribution capillaire au flux total. En réécrivant l'Equation (2.21) en termes de débit, Q_1 , on obtient:

$$Q_1 = K_1 \pi r_1^2 + 4K_1 r_1 \lambda_c \quad (2.22)$$

Ainsi, il est possible d'apprécier l'influence de l'augmentation (ou de la diminution) du rayon de la source sur les contributions gravitaire et capillaire: le terme gravitaire varie comme l'aire de la surface d'apport et le terme capillaire comme le rayon du disque. Ceci indique l'importance dominante de la capillarité au bord de la source et l'augmentation de l'importance relative du flux gravitaire à mesure que r_1 croît.

L'expression $a = (\omega.r_1)/2$, initialement présentée comme un rayon adimensionnel peut aussi être interprété comme un indicateur de l'effet gravitaire comparé à l'effet capillaire. Ainsi, une valeur petit pour "a" signifie une contribution importante de la capillarité. Vis-à-vis de l'identité entre ω et λ_c^{-1} , le flux adimensionnel introduit par Wooding, Eq.(2.18), peut également s'écrire:

$$F = \frac{Q_1}{\lambda_c K_1 r_1} \quad (2.23)$$

ce qui compte-tenu de l'Equation (2.22), conduit à:

$$F = 2 \pi a + 4 \quad (2.24)$$

Comme indiqué précédemment, l'Equation (2.24) est valable pour "a" < 6. Pour des valeurs supérieures, la solution diverge. Wooding suggère l'existence d'un développement asymptotique pour lequel les deux premiers termes seraient donnés par (2.24). Cependant, la représentation en séries utilisée, Eq.(2.19), ne permet pas retrouver ces deux termes.

Pour "a" au voisinage de zéro, la solution de Wooding, Eq.(2.19), prend la forme suivante:

$$F = 4 + O(a \log a) \quad (2.25)$$

En admettant que ω reste dans la gamme de 0.1 à 5 m⁻¹ pour la plus grande partie des applications (Philip, 1984) et que le rayon de la source

(infiltromètre) est souvent situé entre 0.1 et 0.2 m, on aura $0.01 < a < 1$. Weir (1987) propose une expression qui produit des estimations plus exactes du flux asymptotique lorsque $a < 0.4$.

Avant de poursuivre, il est nécessaire de remarquer le problème suscité par la singularité engendrée par le bord de la source. Le flux au bord d'une source superficielle non enterrée est de nature différente de celui émanant d'une source enterrée, en raison de l'impossibilité pour l'écoulement d'eau de s'affranchir de la frontière latérale vers l'air et de soulager les gradients de pression capillaire très élevés qui apparaissent au bord de la source. Cette différence se traduit par le terme logarithmique présent dans le développement asymptotique de Wooding [cf. Eq.(2.16) concernant les Eqs.(2.13) et (2.19)] et confirmé par Weir (1987). D'autre part, Philip (1986a) fait remarquer l'absence du terme logarithmique dans les développements relatifs aux problèmes de sources enterrées.

Wooding dans son article trouve que la singularité pour la densité de flux, $q(r,0)$, est de l'ordre de $(r_1-r_2)^{-1/2}$. Du point de vue des applications, on mesure le débit moyen, Q_1 , qui est moins affecté par la présence de la singularité. Cependant, l'augmentation très rapide de "q" lorsque $r \rightarrow r_1$ montre l'importance de l'utilisation d'un dispositif de protection pour le bord du cercle des infiltromètres. Cela permettrait d'obtenir dans la pratique des conditions plus proches de celles imposées par le modèle théorique.

2.2.4 - L'approximation de Weir (1987).

Les résultats engendrés par l'Equation (2.24) sont valables pour "a" inférieur à 6. Wooding (1968) indique que, pour "a" proche à zéro, la solution est mieux représentée par l'Equation (2.25). Néanmoins, son analyse est dépourvue d'un traitement analytique complet.

C'est pour pallier cette lacune que Weir (1987) a développé une expression approchée à partir de la formulation originelle de Wooding. Il effectue la troncature et l'inversion des séries [Eq.(2.13)] prenant en compte seulement le premier terme de chaque série, considéré comme le plus important lorsque "a" tend vers zéro. Ainsi, il parvient à démontrer que le flux adimensionnel peut être donné par:

$$F = \frac{4 \pi \sin^2 a}{\pi a \sin a \cos a + 2 a \sin^2 a \ln a - a^3 [2\psi(3/2) + 1]} \quad (2.26)$$

avec $2\psi(3/2) + 1 = 1.073$, où ψ représente la dérivée logarithmique de la fonction gamma.

Cette expression prévoit des valeurs supérieures de F , par rapport à l'Equation (2.24), avec une précision de 2% pour " a " < 0.4. Weir a testé ses résultats sur des calculs numériques assez précis (Pullan, 1988) et il montre que (2.26) est une excellente approximation analytique pour " a " inférieur à 0.15.

L'expression (2.26) engendre des différences non négligeables par rapport à celle de Wooding (2.24). Cette dernière est souvent employée dans l'estimation d'une valeur apparente ω [Eq.(2.8)] pour les sols en considérant la valeur de F mesurée. Comme dans les applications on est typiquement dans le domaine des "petites" valeurs de " a ", on peut s'attendre à des sous-estimations dans l'évaluation de λ_c ($\omega = \lambda_c^{-1}$) par les Eqs.(2.24) et (2.8).

De cette manière l'analyse de Weir (1987) complète celle de Wooding et peut apporter une "correction" importante au niveau pratique.

2.3 - Elaboration d'un modèle axisymétrique pour une source circulaire posée à la surface du sol.

L'intérêt de résoudre par voie numérique le problème de Wooding vient de la possibilité de pouvoir confronter ses résultats et tester ses hypothèses de travail face à une méthode indépendante et moins restrictive.

Dans le développement de notre solution numérique, on cherchera à rester le plus proche possible des conditions de travail de Wooding, et plus particulièrement en ce qui concerne la linéarisation des équations. La grande différence, par rapport à Wooding, hormis le méthode de résolution du problème, est la prise en compte du terme d'accumulation de l'équation de la continuité, ce qui permettra d'apprécier la manière dont le régime transitoire tend vers le régime permanent.

Pour ce modèle les caractéristiques hydrodynamiques sont décrites par les expressions de Fujita-Parlange (1982). La formulation est adimensionnelle de façon à rendre les résultats plus généraux. Le schéma numérique correspondant sera validé d'une part sur des critères de stabilité et de conservation de la masse et d'autre part sur une solution analytique pour le cas monodirectionnel obtenu lorsque " a " $\rightarrow \infty$.

2.3.1 - Les variables adimensionnelles.

En adoptant l'échelle intégrale de longueur capillaire, λ_c , [cf. définition donnée par Eq.(1.28)] comme une longueur caractérisant la géométrie du système, les variables adimensionnelles ont été considérées:

$$r^* = \frac{r}{\lambda_c} \quad ; \quad z^* = \frac{z}{\lambda_c} \quad ; \quad h^* = \frac{h}{\lambda_c} \quad ; \quad \theta^* = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \quad ;$$

$$D^* = \frac{\theta_1 - \theta_0}{(K_1 - K_0)\lambda_c} D \quad ; \quad K^* = \frac{K - K_0}{K_1 - K_0} \quad ;$$

$$t^* = \frac{K_1 - K_0}{(\theta_1 - \theta_0)\lambda_c} t \quad ; \quad U^* = \int_0^{\theta^*} D^*(\theta^*) d\theta^*.$$

Les composantes adimensionnelles du flux de Darcy sont définies par:

$$q_r^* = \frac{q_r}{K_1 - K_0} \quad \text{et} \quad q_z^* = \frac{q_z - K_0}{K_1 - K_0}$$

Enfin, la lame d'eau infiltrée adimensionnelle est donnée par:

$$I^* = \frac{I - K_0 t}{(\theta_1 - \theta_0)\lambda_c}$$

De la même façon que Wooding, on considère $K_0 = 0$. Pour simplifier l'écriture des équations, les "étoiles" (*), caractérisant les variables adimensionnelles introduites ici seront supprimées dans la suite de ce chapitre, sauf cas contraires expressément explicités.

2.3.2 - Géométrie et conditions imposées au domaine de modélisation.

2.3.2.1 - Géométrie.

La Figure II-2 représente la géométrie relative au problème de la source circulaire de rayon r_1 mise en contact avec la surface d'un milieu semi-infini. En raison de l'existence d'une symétrie axiale autour de l'axe z , les équations sont résolues dans un plan méridien relatif au système de coordonnées cylindriques (r, z) .

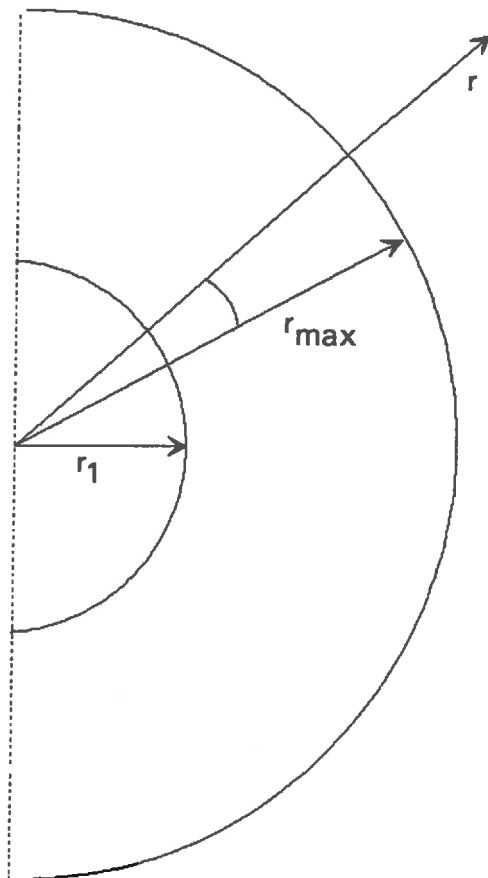
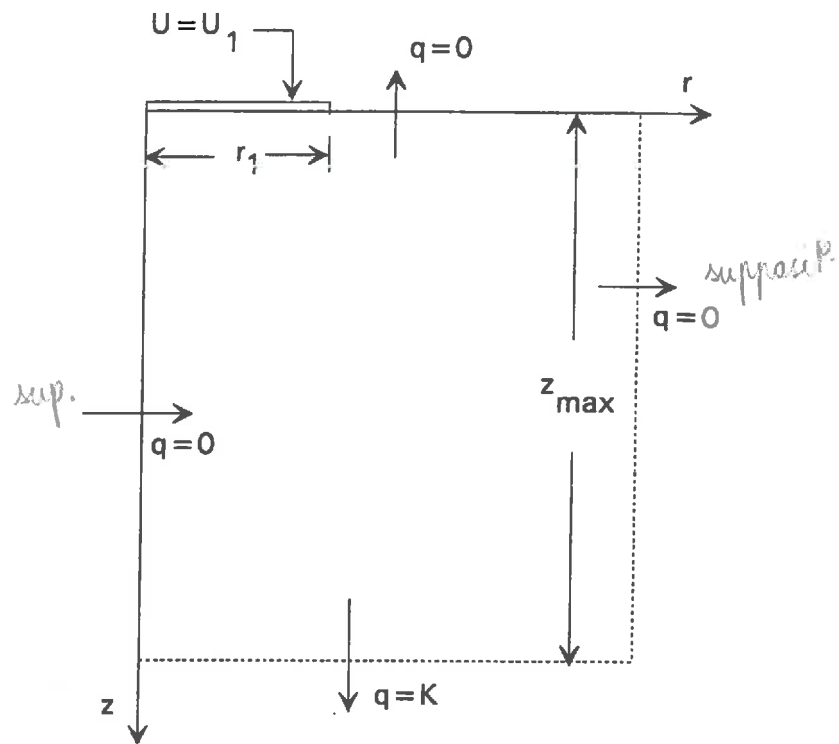


Figure II-2 - Géométrie du domaine d'étude.

2.3.2.2 - Equation de l'écoulement axisymétrique.

En adoptant la formulation de Kirchhoff [cf. chap.I, Eq.(1.11)], le problème de l'écoulement insaturé de l'eau dans le milieu précédemment considéré est décrit par:

$$f(U) \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - g(U) \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.27)$$

Dans le cas présent, l'utilisation des expressions de Fujita-Parlange impose d'utiliser la variable θ pour exprimer les fonctions $f(U)$ et $g(U)$ qui d'après l'Eq.(1.13) s'expriment comme:

$$f(U) = \frac{1}{D} \quad \text{et} \quad g(U) = \frac{1}{D} \frac{dK}{d\theta} = \frac{dK}{dU} \quad (2.28)$$

L'Equation (2.27) avec (2.28) appartient à la classe des Equations aux Dérivées Partielles quasi-linéaires. De cette manière, on s'approche le plus possible de la formulation de départ de Wooding (1968).

La formulation de Kirchhoff présente des avantages au plan de son traitement numérique, en termes à la fois de précision et de stabilité des schémas de résolution (Vauclin et al, 1979). En effet:

- la résolution numérique de l'équation de Fokker-Planck (1.8) pose le problème de l'estimation approchée des diffusivités internodales par interpolation. En utilisant l'équation de Kirchhoff on fait disparaître cette source d'erreurs pouvant être importante au niveau du front d'humectation;
- la nature intégrale de la transformation de Kirchhoff conduit à des gradients de la variable U relativement faibles au niveau du front d'humectation, contrairement aux gradients d'humidité ou de pression, (Ababou, 1981).

2.3.2.3 - Conditions initiales.

Initialement, tout le milieu est supposé uniformément sec ($U = U_0$). Pour rester fidèle au modèle de Wooding, on devrait prendre $U_0 = 0$. Pour des raisons de convergence numérique de notre schéma dans la région du front d'humectation, U_0 sera différent de zéro, mais aussi faible que possible, soit $U_0 = 10^{-6}$. Ainsi, comme on le constate durant la résolution, les variations d'humidité sont négligeables en tout point du milieu non atteint par le front d'humectation.

2.3.2.4 - Conditions aux limites.

a) A la surface supérieure du domaine on a la condition mixte suivante:

$$U(r,z,t) = U_1 \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (2.29)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial z} + K = 0 \quad ; \quad r_1 < r \leq r_{\max} \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (2.30)$$

Ces équations sont formellement équivalentes à (2.9) et (2.10) respectivement.

b) Pour les frontières verticales on impose des flux horizontaux nuls:

$$-\frac{\partial U}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = 0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (2.31)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = r_{\max} \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (2.32)$$

Ainsi, r_{\max} doit être suffisamment grand pour que le flux latéral soit négligeable à $r = r_{\max}$. La condition (2.31) est due à l'axisymétrie du problème qui exige que le flux radial à travers l'axe z soit nul (voir Figure II-1).

c) Finalement, pour la condition de fond, on suppose l'existence d'un flux vertical correspondant à un écoulement gravitaire, soit:

$$-\frac{\partial U}{\partial z} + K = K \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (2.33)$$

z_{\max} doit être suffisamment grand pour garantir $\left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{z = z_{\max}} \approx 0$. Cette condition appliquée au problème numérique nous semble la plus proche de celle du problème analytique semi-infini, dans la mesure où elle empêche l'accumulation d'eau sur la frontière inférieure.

2.3.3 - Les caractéristiques de Fujita-Parlange.

2.3.3.1 - La diffusivité capillaire.

Pour décrire la relation entre la diffusivité capillaire et la teneur volumique en eau, nous avons adopté la deuxième expression analytique de

Fujita (1952), utilisée également par Fuentes (1992):

$$D(\theta) = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha \theta)^2} \quad (2.34)$$

où α est une constante pouvant varier entre zéro et l'unité.

Il est utile de remarquer que l'expression (2.34) est capable de restituer les deux comportements extrêmes d'un milieu poreux:

1.- le milieu linéaire: correspond à $\alpha = 0$, et la diffusivité se réduit à une constante;

2.- le milieu de Dirac: défini par $\alpha = 1$, la diffusivité capillaire se mettant alors sous la forme:

$$D(\theta) = \delta(1 - \theta) \quad (2.35)$$

où δ est la fonction de Dirac. L'équation (2.35) signifie que $D(\theta)$ est très grand au voisinage de $\theta = 1$ et négligeable pour toute valeur inférieure. On rappelle qu'il s'agit de valeurs adimensionnelles définies précédemment. }

Dans la suite, on prendra $\alpha = 0.9$. Ce choix arbitraire conduit à un comportement intermédiaire entre les milieux fictifs "linéaire" et de "Dirac", mais est réaliste pour les sols naturels. La Figure II-3 représente la diffusivité capillaire, $D(\theta)$, ainsi adoptée.

La valeur exacte de la sorptivité (cf. définition §1.5.2), compte-tenu de l'expression (2.34), peut être trouvée à partir de la solution de Fujita (Fuentes, 1992). Cette solution est présentée sous forme paramétrique, de façon à satisfaire les expressions suivantes:

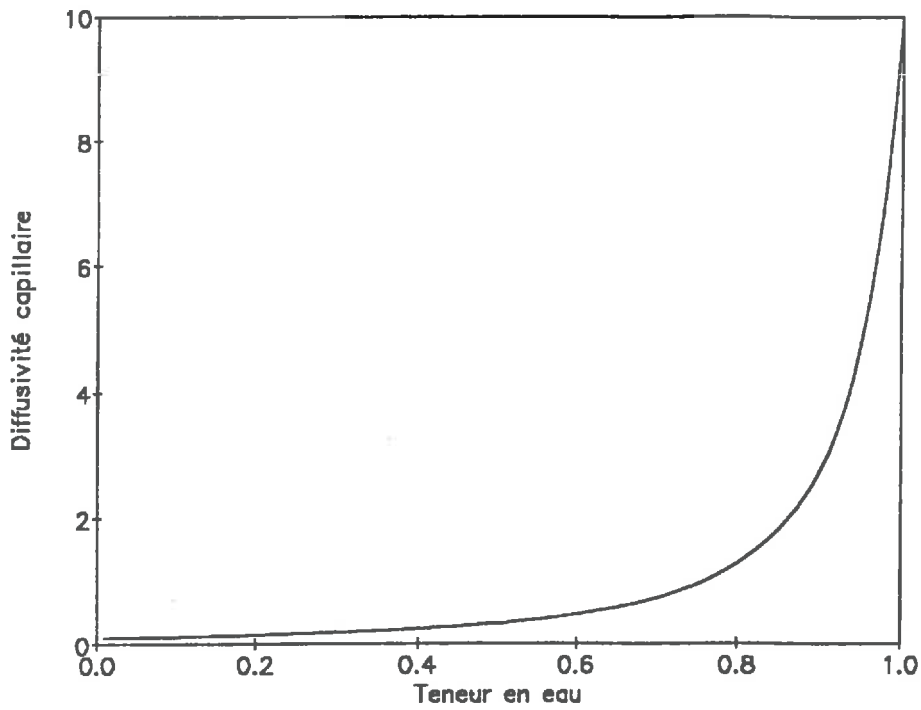


Figure II-3 - Diffusivité capillaire $D(\theta) = \frac{1-\alpha}{(1-\alpha\theta)^2}$, avec $\alpha = 0.9$.

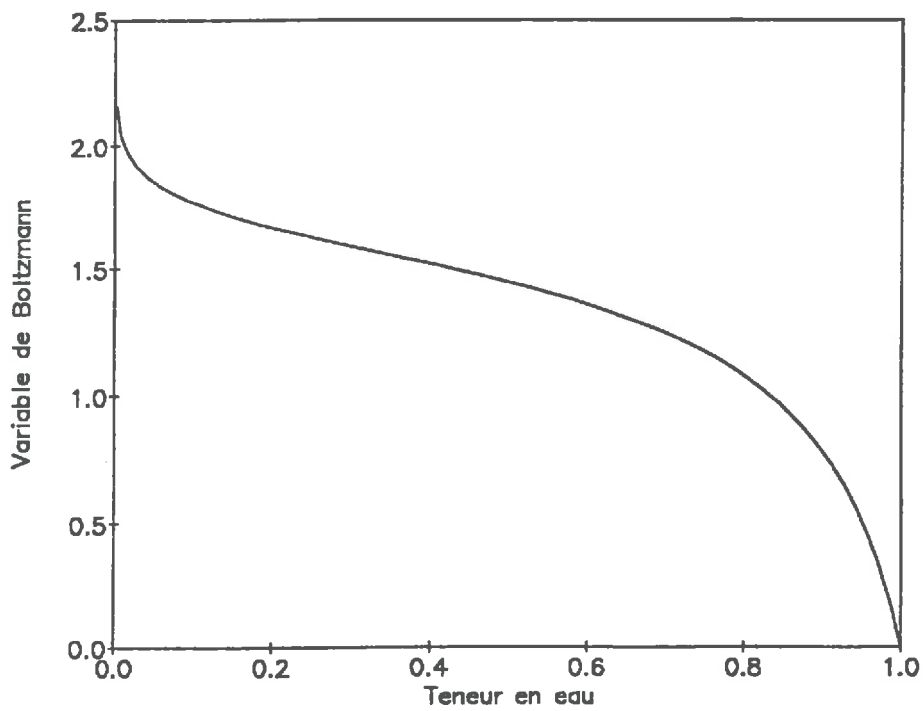


Figure II- 4 - Variable de Boltzmann correspondant à la diffusivité de Fujita [Eq.(2.34)] avec $\alpha = 0.9$.

$$\alpha = \sqrt{\pi} \mu \exp(\mu^2) \operatorname{erf}(\mu) \quad ; \quad (2.36)$$

$$\rho = 2(1 - \alpha) \left(\frac{\mu}{\alpha} \right)^2 \quad ; \quad (2.37)$$

et
$$S = \sqrt{2\rho} \quad , \quad (2.38)$$

où S est la sorptivité adimensionnelle; et μ et ρ sont les paramètres de la solution de Fujita.

Pour $\alpha = 0.9$, la sorptivité adimensionnelle vaut $S = 1.3566$. Avec ce résultat et l'expression (2.34) de la diffusivité capillaire $D(\theta)$, il est possible de calculer numériquement la fonction de Boltzmann correspondante. Sa représentation graphique est présentée dans la Figure II-4. La procédure numérique est expliquée dans l'Annexe A1.

L'expression approchée qui lie λ_c à la sorptivité [Eq.(1.32)], proposée par White et Sully (1987) peut être utilisée pour vérifier si ces caractéristiques sont représentatives des fonctions hydrodynamiques normalement acceptées dans le domaine des études de transferts hydriques dans les sols. Ainsi, en termes dimensionnels nous avons:

$$S^2 = 2 \rho \lambda_c (\theta_1 - \theta_0) (K_1 - K_0) \quad (2.39)$$

et à partir de l'expression (1.32),

$$S^2 = \frac{1}{b} \lambda_c (\theta_1 - \theta_0) (K_1 - K_0) \quad (2.40)$$

En comparant (2.39) et (2.40), on conclut que $2 \rho = 1 / b$. La considération de (2.38) permet de calculer "b" en connaissant la valeur de la sorptivité adimensionnelle:

$$b = \frac{1}{S^2} \quad (2.41)$$

Avec $S = 1.3566$ on a $b = 0.5434$. Cette valeur est très proche de celle proposée par White et Sully ($b = 0.55$).

Notons encore que l'expression (2.34) de Fujita permet de calculer analytiquement la transformée de Kirchoff dans le modèle de simulation numérique. L'intégration de (2.34) conduit à:

$$U = \frac{(1-\alpha)\theta}{(1-\alpha\theta)} \quad (2.42)$$

qui par inversion donne:

$$\theta = \frac{U}{1-\alpha+\alpha U} \quad (2.43)$$

L'introduction de l'Equation (2.43) dans (2.34) produit alors:

$$D(U) = \frac{(1-\alpha+\alpha U)^2}{1-\alpha} \quad (2.44)$$

Il est intéressant de souligner que l'expression de Fujita donne une valeur finie de la diffusivité capillaire pour une condition de saturation éventuelle du milieu. Cela implique qu'il est possible de considérer une condition de saturation sur la source sans avoir les problèmes posés par l'utilisation d'une formulation type Fokker-Planck avec les fonctions couramment employées pour la caractérisation hydrodynamique des sols (eg. Van Genuchten et Brooks et Corey), pour lesquelles la diffusivité prend une valeur infinie lorsque θ tend vers θ_s . Ainsi, même en dépit d'un manque de "réalité physique", il est clair que l'expression (2.34) est pleine d'intérêt au plan de l'analyse théorique.

2.3.3.2 - La conductivité hydraulique.

L'expression décrivant la relation conductivité hydraulique - teneur en eau la plus intéressante pour compléter notre formulation est celle proposée par Parlange et al (1982), qui peut se mettre sous la forme (Fuentes, 1992) suivante:

$$K = \theta \left(1 - \beta \int_0^1 D(\theta) d\theta \right) \quad (2.45)$$

avec $0 < \beta < 1$.

En introduisant la diffusivité de Fujita dans l'Equation (2.45), K prend alors la forme suivante:

$$K = \frac{\theta(1-\beta+(\beta-\alpha)\theta)}{1-\alpha\theta} \quad (2.46)$$

L'introduction de l'expression (2.43) conduit à exprimer la conductivité à l'aide de la variable intégrale U:

$$K = U \frac{(1 - \beta + \beta U)}{(1 - \alpha + \alpha U)} \quad (2.47)$$

dont la dérivation donne:

$$\frac{dK}{dU} = \frac{1 - \beta + \beta U}{1 - \alpha + \alpha U} + (\beta - \alpha) \frac{U}{(1 - \alpha + \alpha U)^2} \quad (2.48)$$

Pour satisfaire la condition de linéarisation (2.4) appliquée à l'Equation (2.27), on doit avoir:

$$g(U) = \frac{dK}{dU} = 1 \quad (2.49)$$

ce qui amène, d'après (2.48) à adopter $\alpha = \beta$. De cette manière la même condition de linéarisation que celle employée par Wooding est strictement respectée.]

Les expressions en termes de pression adimensionnelle se déduisent à partir de la définition $D(\theta) = K(\theta)dh/d\theta$. Ainsi, on peut écrire:

$$\frac{1}{D} \frac{dK}{d\theta} = \frac{1}{K} \frac{dK}{dh} = \frac{dK}{dU} \quad (2.50)$$

Pour notre cas, à partir de (2.47), $K = U$, ce qui à travers (2.50) permet d'écrire:

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dh} = 1 \quad (2.51)$$

dont l'intégration donne:

$$h = \ln U + cte \quad (2.52)$$

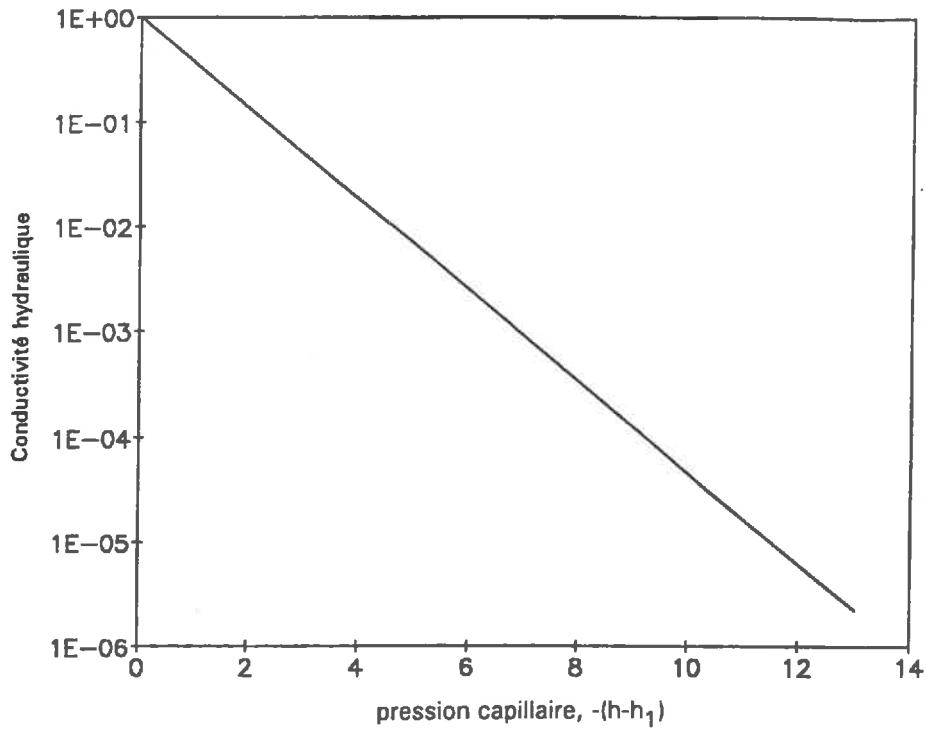


Figure II-5 - Conductivité hydraulique $K(h) = \exp(h - h_1)$

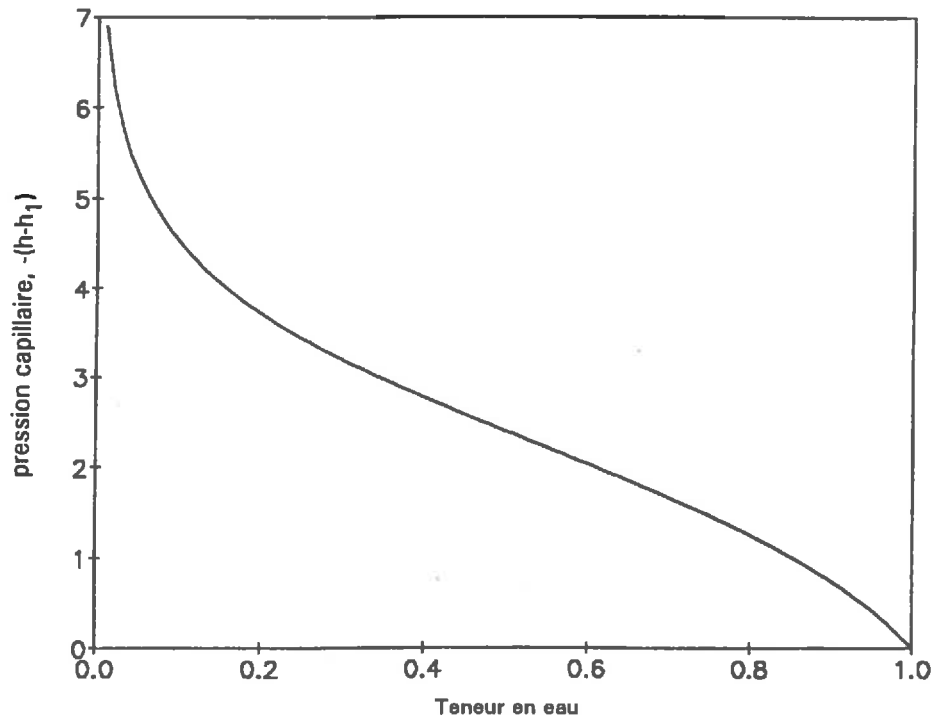


Figure II-6 - Courbe $h(\theta)$ correspondante aux caractéristiques de Fujita-Parlange pour $a = b = 0.9$.

qui correspond à l'expression adimensionnelle de l'Equation de Gardner (2.6):

$$U = K = \exp(h - cte). \quad (2.53)$$

avec $K = 1$ pour $h = h_1$.

La Figure II-5 présente la conductivité hydraulique, $K(h - h_1)$, ainsi adoptée.

L'introduction de l'Equation (2.42) dans (2.52) conduit à :

$$h = \ln\left(\frac{(1-\alpha)\theta}{1-\alpha\theta}\right) + h_1 \quad (2.54)$$

dont la représentation graphique en termes de $h - h_1$ est donnée Figure II-6:

Comme nous pouvons le constater, la formulation résultante de l'utilisation des caractéristiques **Fujita-Parlange** combinées est en mesure de satisfaire les hypothèses adoptées dans l'analyse de Wooding et semble constituer une approche attractive pour la mise en oeuvre de la simulation numérique. L'existence des expressions analytiques bien définies en termes de la variable descriptive choisie, U , évite des approximations additionnelles pour la résolution du schéma numérique. Ce qui permet de garder intacte la précision offerte par la formulation quasi-linéaire.

De plus on notera que l'emploi de ces caractéristiques donne la possibilité d'obtenir des solutions analytiques exactes au problème de l'infiltration monodirectionnelle sous condition de concentration constante. Ce fait, théoriquement important, rend encore plus attrayant notre choix. Pour plus des détails à ce sujet, on pourra se reporter au travail de Fuentes (1992).

2.3.4 - Méthode de résolution.

Comme nous l'avons déjà signalé au début de ce chapitre, la méthode des différences finies a été adoptée pour résoudre numériquement notre modèle mathématique. La simplicité relative de sa mise en oeuvre et sa parfaite adaptabilité au domaine de l'écoulement justifient ce choix.

Le problème réside en la détermination de la distribution spatio-temporelle de la variable de Kirchhoff (directement liée à la teneur en eau) dans un milieu de caractéristiques hydrodynamiques $D(U)$ et $K(U)$ connues

[Eqs.(2.44), (2.47)], par la résolution de l'équation d'écoulement (2.27) compte-tenu des conditions initiales et aux limites données par les équations (2.29), (2.30), (2.31), (2.32) et (2.33).

Le principe de la méthode des différences finies ainsi que les dispositions générales adoptées pour la résolution de ce problème sont présentés dans l'Annexe A2.

Le calcul de la densité moyenne de flux à travers la source pendant un intervalle de temps Δt est effectué en appliquant la loi de Darcy à chaque cellule de calcul appartenant à la source (voir Fig.II-7). Ainsi, le volume total de l'eau qui est passé par ces cellules est divisé par l'aire de la souce.

2.3.5 - Mise en oeuvre et validation du modèle numérique.

2.3.5.1 - Choix du schéma de discrétisation.

Il est fondé sur l'étude de **Vauclin et al (1979)** qui montre qu'un schéma totalement implicite constitue le meilleur compromis entre stabilité, convergence et temps de calcul (coût économique). Cette conclusion résulte de l'analyse des performances de quarante schémas numériques comparées à la solution en série de **Philip (1957)** prise comme référence pour modéliser l'infiltration verticale. Ainsi, il apparaît que:

a) la linéarisation de $D(U)$ et $K(U)$ est explicite dans le temps. Cela signifie que les valeurs de ces deux fonctions, pour un noeud spatial donné (Fig.II-7), restent invariables sur l'intervalle de temps compris entre t et $t+\Delta t$ et égales aux valeurs calculées au temps t ;

b) la conductivité hydraulique inter-nodale est estimée par la moyenne géométrique des valeurs nodales (Fig.II-7). Soit:

$$K_{i-1/2,j} = \sqrt{K_{i-1,j} \cdot K_{i,j}} ;$$

$$K_{i,j-1/2} = \sqrt{K_{i,j-1} \cdot K_{i,j}} \quad ; \quad K_{i,j+1/2} = \sqrt{K_{i,j} \cdot K_{i,j+1}}$$

$$K_{i+1/2,j} = \sqrt{K_{i,j} \cdot K_{i+1,j}} .$$

Cela conduit à affecter un plus grand poids à la conductivité du noeud aval.

Aussi, avons-nous adopté pour la simulation numérique un schéma totalement implicite avec une linéarisation explicite de la diffusivité capillaire et de la conductivité hydraulique et une pondération géométrique de la conductivité inter-nodale. La discrétisation a été appliquée à un modèle de bilan local exprimé à l'aide de la variable de Kirchhoff. Notre préférence est due au caractère conservatif de ce modèle par rapport à la masse [le seul modèle qui soit réellement conservatif, selon Vauclin et al (1979)].

La discrétisation correspondante de l'équation de l'écoulement (2.27) et des conditions aux limites est présentée en Annexe A2.

2.3.5.2 - Choix du maillage.

La précision souhaitée pour le calcul de la densité de flux au voisinage de la source, le type de discrétisation et la nature des conditions aux limites imposées suggèrent un maillage serré auprès de la source et notamment autour de la singularité représentée par le bord du disque. La Figure II-7 présente schématiquement le maillage retenu; m et n désignent le nombre de noeuds dans les directions z et r , respectivement.

Le pas d'espace radial et vertical varient selon la loi logarithmique donnée par l'expression (A2-11). Pour les simulations on a considéré:

- dans la direction verticale: $z_{\max} = 20$; $m = 50$; et, selon définition §A2-4, $1.03 < \varepsilon < 1.14$;
- dans la direction radiale: $r_{\max} = 20$; avec 15 points placés sous la source pour un total de $n = 50$ points. Sous la source et au delà du bord jusqu'à r_{\max} , on a également $1.03 < \varepsilon < 1.14$.

Le nombre et la distribution des points employés, dont les valeurs sont présentées ci-dessus, résultent de plusieurs essais préliminaires. Ces valeurs constituent le meilleur compromis entre temps de calcul et précision de la solution. Les critères pour évaluer cette précision seront discutés dans le paragraphe consacré à la stabilité et à la convergence du schéma numérique (§ 2.3.5.4).

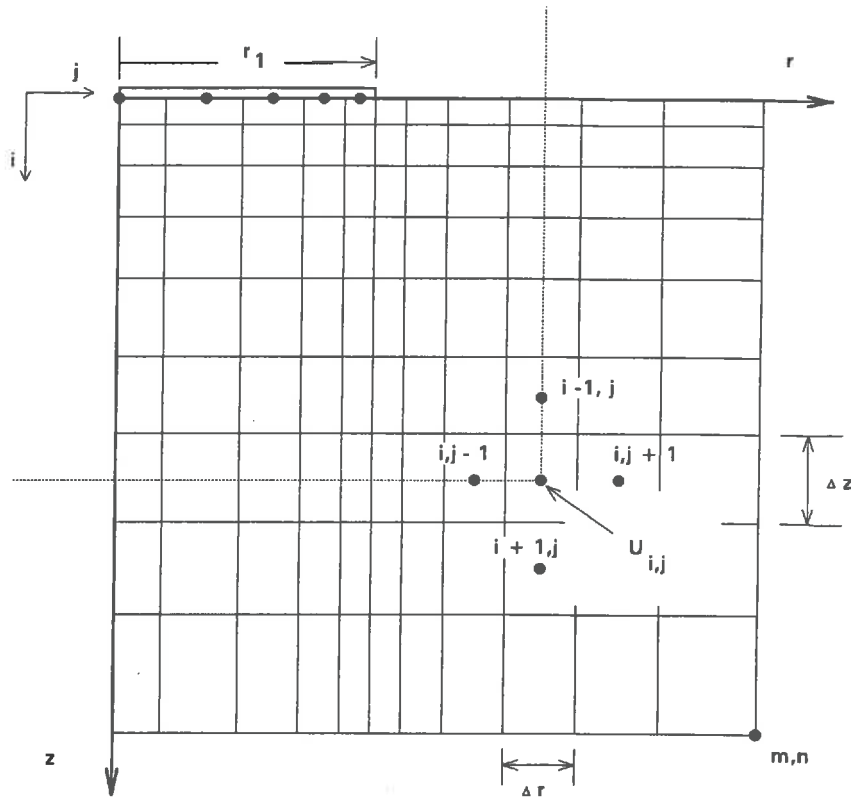


Figure II-7 - Représentation schématique du maillage adopté dans la résolution numérique.

2.3.5.3 - Choix du pas de temps.

Afin de minimiser le temps d'exécution (donc le coût) du modèle, il convient de choisir le pas de temps le plus élevé possible assurant la stabilité du schéma de résolution. En considérant la cinétique d'humectation, on a décidé d'utiliser une loi de variation de Δt dépendant de la valeur maximale du flux internodal, q_{\max} , donnée par l'expression (A2-12), comme proposée par Vauclin et al, 1979.

Le facteur d'ajustement du pas de temps, ζ (défini dans §A2-4), a été déterminé par tâtonnement empirique (pour les cas étudiés nous avons obtenu $0.003 < \zeta < 2$). Dans tous ces cas le pas de temps adimensionnel a été pris égal à 0.001.

2.3.5.4 - Stabilité et convergence du schéma numérique.

La discrétisation de type implicite appliquée aux équations

linéaires rend en principe les schémas numériques inconditionnellement stables (Remson et al, 1971). Cependant pour les équations non linéaires, comme dans notre cas, la stabilité est très difficile à prouver. On en est donc réduit à opérer de façon empirique en tenant compte de certains critères de contrôle.

Pour obtenir une solution stable, il faut que l'erreur totale due à la discrétisation et aux arrondis soit bornée (Smith, 1978). Pour un schéma implicite comme le nôtre, la stabilité peut être assurée, compte-tenu des erreurs de troncature, si la matrice pentadiagonale associée à l'Equation (A2-3) est strictement diagonale dominante (Saliba, 1990) (voir Annexe A2).

La convergence de la solution implique que les différences par rapport à la solution exacte du problème tendent vers zéro lorsque les incréments Δr , Δz et Δt tendent simultanément vers zéro. Bien entendu, ceci est réalisable pour des incréments petits, mais finis. Si les incréments Δr , Δz et Δt sont trop petits, l'erreur systématique de troncature due à la précision du calculateur numérique peut devenir importante, et conduire à de mauvais résultats.

En absence d'une solution analytique exacte au problème d'écoulement considéré, le contrôle de la qualité de la solution numérique a été fait selon les deux critères suivants:

1 - Fermeture numérique du bilan de masse: la différence du contenu en eau dans le domaine entre l'instant initial et l'instant t (soit, la variation du stock hydrique) doit correspondre à la quantité d'eau qui est passée à travers la source. A tout instant, la variation totale du stock $\Delta St(t)$ peut être obtenue par le bilan hydrique de chaque maille du domaine de calcul (cf. Figure II-7). En suivant la notation établie dans l'Annexe A2 (cf. Figs A2-1 et A2-2):

$$\Delta St(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{(U_{i,j}^{k+1} - U_{i,j}^k)}{D_{i,j}^k} \cdot \pi (re_j^2 - ro_j^2) \frac{(dzn_i + dzs_i)}{2} \quad (2.55)$$

où $D_{i,j}^k$, est la diffusivité hydraulique au noeud i,j à l'instant t^k ; et $\Delta St(t^{k+1})$, représente la variation totale du stock entre l'instant t^{k+1} et l'instant initial.

Il est également possible de calculer le volume d'eau qui est entré dans le domaine en appliquant la loi de Darcy pour obtenir les flux à travers la source. Ainsi, la sommation des volumes apportés tout au long du processus d'infiltration peut s'écrire comme suit:

$$\Delta V(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{j=1}^{n_1} - \left[(t^{k+1} - t^k) \frac{(U_{2,j}^{k+1} - U_{1,j}^{k+1})}{dzs_1} - (K_{1,j}^k \cdot K_{2,j}^k)^{1/2} \right] \cdot \pi (re_j^2 - ro_j^2) \quad (2.56)$$

où $\Delta V(t^{k+1})$, représente le volume total d'eau qui entré par la source entre l'instant t^{k+1} et l'instant initial; et n_1 , est le nombre de points sur la source.

Le principe de la conservation de la masse impose évidemment l'égalité $\Delta St = \Delta V$. Pour les simulations effectuées, sauf aux premiers pas de temps, cette égalité a été vérifiée avec une erreur relative typiquement inférieure à 0.1%: soit $(\Delta V - \Delta St)/\Delta St < 0.001$. Pour les premiers pas de temps, l'erreur est plus importante en raison de la difficulté de modéliser des brusques variations de teneur en eau à l'aide d'un schéma numérique fondé sur la discrétisation du temps et de l'espace. Les différences entre ΔSt et ΔV ne doivent pas diverger lorsque $t \rightarrow \infty$.

2 - Absence d'instabilités numériques: un aspect important dans l'appréciation de la solution obtenue est l'absence d'oscillations physiquement injustifiées soit dans les profils de teneur en eau, soit dans l'évolution en fonction du temps de la lame infiltrée et du flux. Dans ce cas, même avec une bonne conservation de la masse, la solution doit être rejetée.

Les profils et courbes d'évolutions relatives aux simulations sont présentés dans la suite. Comme nous pourrons le constater, les solutions obtenues avec les points de fonctionnement adoptés sont numériquement stables.

2.3.5.5 - Vérification du schéma de résolution numérique pour le cas monodirectionnel.

Pour apprécier la précision de notre schéma, la solution numérique est comparée à la solution optimale de Parlange et al (1985) pour l'infiltration monodirectionnelle verticale sous condition de concentration constante imposée à la surface. Par rapport au problème axisymétrique, ce cas correspond à la situation extrême du rayon de la source, r_1 , tendant vers l'infini. Cette solution optimale [Fuentes (1992)], construite de manière à satisfaire la sorptivité, S , est présentée formellement dans l'Annexe A3.

Le problème monodirectionnel est défini mathématiquement à partir de l'Eq.(2.27), en considérant seulement la coordonnée z :

$$\frac{1}{D} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{dK}{dU} \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.57)$$

avec les conditions:

$$U(z,0) = U_0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad t = 0 \quad ; \quad (2.58)$$

$$U(z,t) = U_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad t > 0 \quad ; \quad (2.59)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial z} + K = K \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad t > 0. \quad (2.60)$$

Pour comparer les résultats numériques avec ceux donnés par la solution optimale, il faut considérer les nouvelles définitions des variables adimensionnelles données par les Eqs.(A3-5), (A3-6) et (A3-7).

Pour trouver le rapport entre ces nouvelles définitions et celles présentées dans le paragraphe §2.3.1 (t^* , l^* et q^*), il suffit d'introduire l'expression pour la sorptivité [Eq.(2.39)] dans celles du §2.3.1 et de les comparer avec (A3-5), (A3-6) et (A3-7). Ainsi, il vient :

$$l^* = \rho l \quad \text{et} \quad t^* = \rho t \quad (2.61)$$

ou encore:

$$\frac{dl^*}{dt^*} = \frac{dl}{dt} \quad \rightarrow \quad q^* = q \quad (2.62)$$

Ainsi, l'expression pour le flux reste la même que celle précédemment définie.

En effet, ce changement dans les variables adimensionnelles correspond à une perturbation spatio-temporelle qui permet d'approcher de façon optimale la solution donnée par les expressions (A3-1) et (A3-2) celle correspondante au cas $\alpha=1$: milieu de Dirac pour lequel la solution devient exacte.

Pour les simulations, la sorptivité S a été calculée en considérant $\alpha = 0.9$. Comme il a été déjà dit (§2.3.3.1), $S = 1.3566$. En adoptant $\alpha = \beta$ l'Equation (A3-4) donne $\beta_p = 0.8632$.

Les résultats présentés dans les Figures II-8 et II-9 montrent que la solution numérique du problème monodirectionnel vertical approche assez bien la solution optimale.

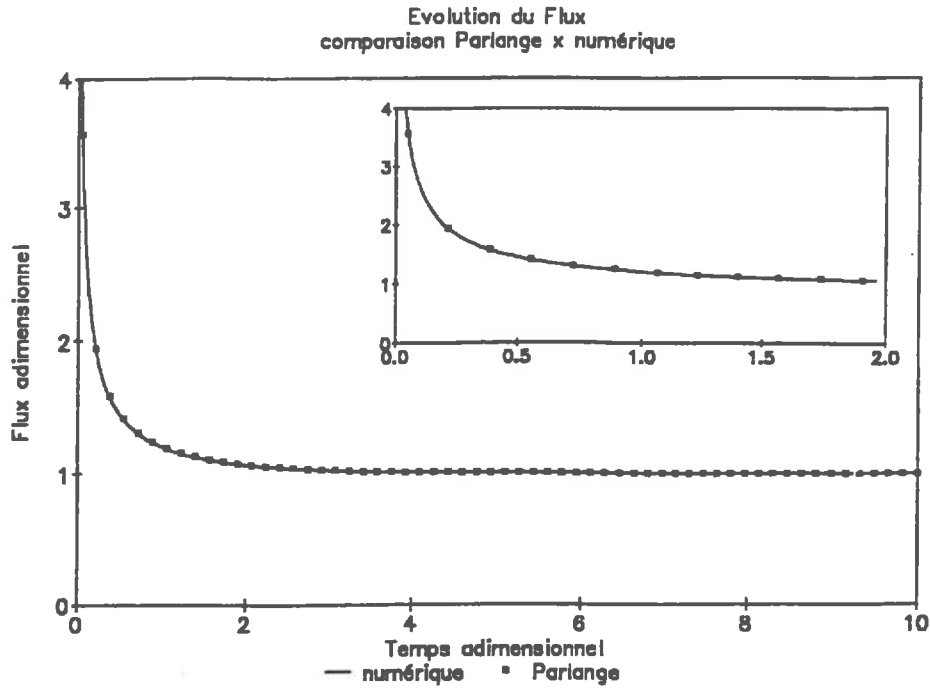


Figure II-8 - Evolution calculée du flux en fonction du temps pour le cas d'une infiltration monodirectionnelle verticale. Comparaison avec la solution optimale de Parlange.

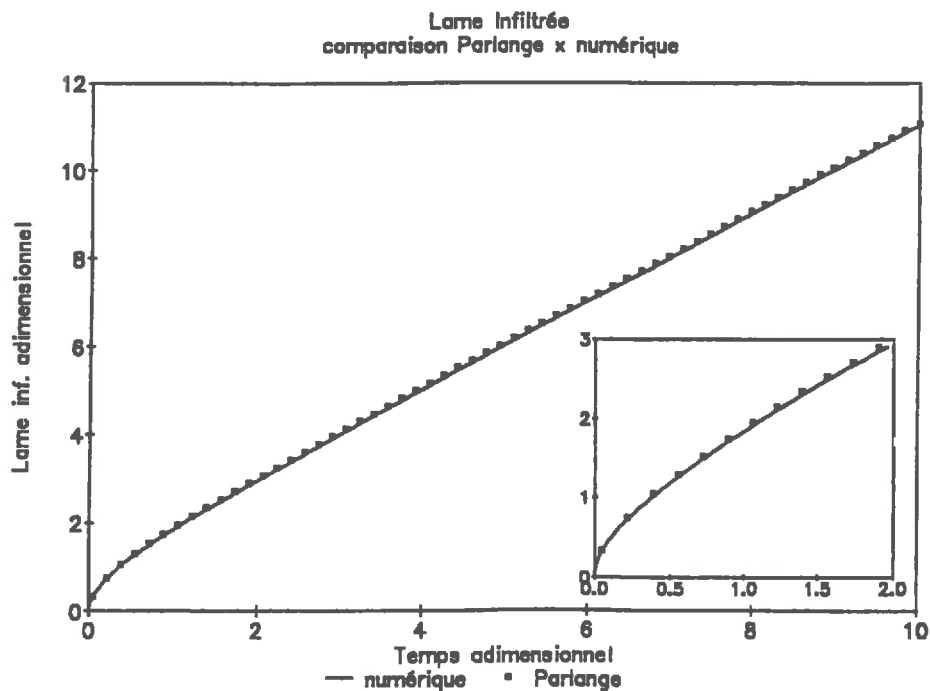


Figure II-9 - Lame infiltrée en fonction du temps pour le cas d'une infiltration monodirectionnelle verticale. Comparaison avec la solution optimale de Parlange.

Evidemment, cette validation pour le cas monodirectionnel ne permet pas d'apprécier l'influence de la singularité (bord de la source) sur la précision de la solution numérique pour le cas axisymétrique. De toute façon, nous savons que la singularité est l'une des principales sources d'incertitudes, comme nous allons le montrer à-dessous.

2.4 - Résultats numériques pour le cas axisymétrique.

Les résultats présentés ici sont relatifs à dix valeurs différentes du paramètre "a" de Wooding [Eq.(2.8)]. Les valeurs retenues cherchent à couvrir toute la gamme des résultats obtenus par Wooding dans son travail (1968). Ainsi, nous avons utilisé $a = 0.05; 0.1; 0.125; 0.15; 0.5; 1.0; 2.0; 3.0; 4.0$ et 5.0 .

Pour $a < 1$, nous sommes également en situation de tester l'expression proposée par Weir (§2.2.4). De cette manière, une analyse complète du problème peut être effectuée en considérant l'ensemble des cas.

Il convient de signaler que le rayon adimensionnel utilisé dans notre modèle (cf. définition §2.3.1) correspond au double de celui de Wooding, soit: $r_1 = 2a$. De plus, le flux adimensionnel, au vu également de §2.3.1 et des Eqs.(2.21) et (2.24), peut s'exprimer par $q_1 = F/(2\pi a)$, où F est la densité de flux adimensionnel de Wooding.

2.4.1 - Le comportement aux temps longs.

Toutes les simulations ont été effectuées jusqu'au temps de 15 unités adimensionnelles. Ce temps peut être considéré comme assez long puisque, comme nous le montrerons par la suite, il correspond à plus de huit fois le temps gravitaire.

Ainsi, en considérant la définition du temps gravitaire [Eq.(1.36); Philip, 1969] avec $S = 1.3566$; $K_1 = 1$ et $K_0 = 0$, on obtient $t_{\text{grav}} = 1.8404$.

Pendant les simulations aucune variation importante d'humidité n'a été observée dans la région du domaine non atteinte par le front d'humectation, défini arbitrairement par une valeur correspondante à 2% de $(\theta_1 - \theta_0)$, soit $\theta_f = 0.02$, où θ_f est la teneur adimensionnelle en eau correspondante au front.

Dans la Figure II-10 nous comparons les valeurs des densités de flux à la fin des simulations ($t^* = 15$) avec la prévision de Wooding donnée par l'équation (2.24). Les mêmes résultats sont encore présentés dans le Tableau II-1, où pour $a \leq 1$ les valeurs calculées par l'expression (2.26) de Weir (1987) ont été ajoutées.

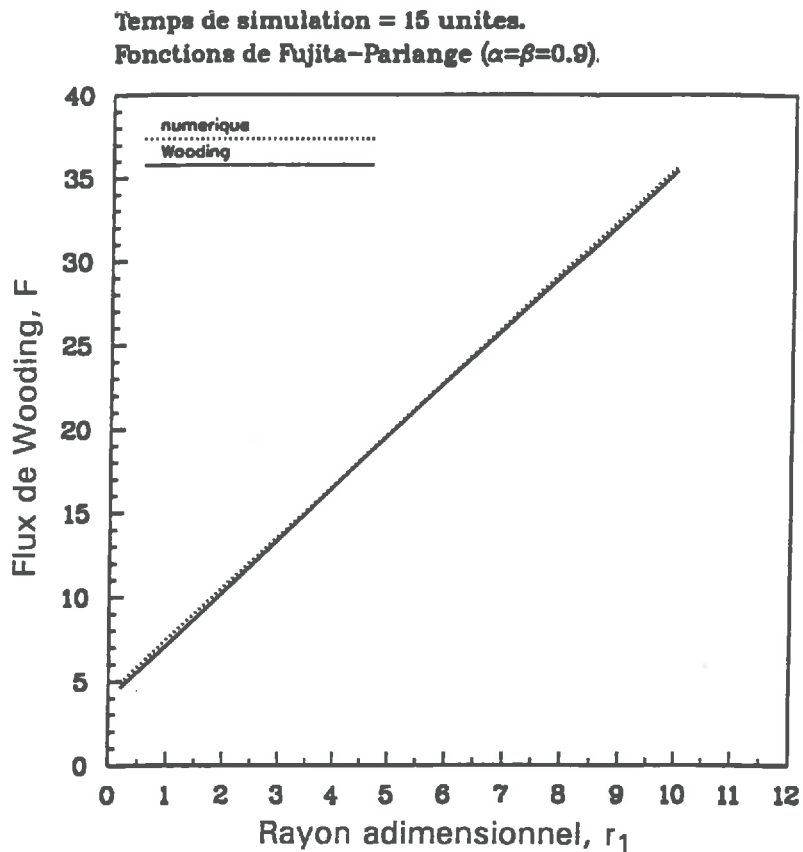


Figure II-10 - Comparaison entre les valeurs des densités de flux à la fin des simulations avec la prévision de Wooding.

a	r_1	numérique F_n	Wooding F_{wd}	F_n/F_{wd}	Weir F_{wr}	F_n/F_{wr}
0.05	0.1	4.5173	4.3142	1.053	4.5110	1.007
0.1	0.2	4.9153	4.6283	1.062	4.9031	1.002
0.125	0.25	5.1027	4.7854	1.066	5.0865	1.003
0.15	0.3	5.2843	4.9425	1.069	5.2652	1.004
0.5	1.0	7.5271	7.1416	1.054	7.8607	0.9576
1.0	2.0	10.6010	10.2832	1.031	25.0419	0.4233
2.0	4.0	16.6600	16.5664	1.006	--	--
3.0	6.0	22.9500	22.8496	1.004	--	--
4.0	8.0	29.3630	29.1327	1.008	--	--
5.0	10.0	35.6860	35.4159	1.008	--	--

Tableau II-1 - Comparaison entre les valeurs de densités de flux calculées numériquement et les prévisions de Wooding (1968) et de Weir (1987). Les valeurs numériques correspondent à un temps de simulation de $8 t_{grav}$

L'examen de ces résultats suggère les remarques suivantes:

- Le modèle numérique semble confirmer l'existence d'un comportement asymptotique pour les flux provenant d'une source circulaire posée à la surface d'un sol.
- Les valeurs numériques pour les flux aux temps longs sont assez proches de celles de Wooding. Comme il est naturel, ces valeurs sont toujours supérieures à celles de Wooding qui représente le régime asymptotique.
- Pour $a \leq 1$ (soit, $r_1 \leq 2$) nous retrouvons la déviation des valeurs de flux à la prévision $F = 2\pi a + 4$, comme Wooding le note dans son travail (1968). Weir propose l'expression (2.26) pour corriger cette déviation, à condition que $a < 0.4$. Ainsi, pour les cas $a = 0.05; 0.1; 0.125; \text{ et } 0.15$, Weir apparaît en excellent accord avec les résultats numériques. Dans le Tableau II-1 les valeurs de Weir pour "a" égal à 0.5 et 1.0 sont données uniquement à titre illustratif, puisque son expression n'est pas applicable à ces cas.

La Figure II-11 montre la distribution de la densité de flux adimensionnel sous la source. Pour mieux comparer les cas, nous procédons à une normalisation des distances radiales par rapport au rayon de la source. Dans cette figure nous pouvons apprécier la forte augmentation du flux au voisinage du bord de la source ($r \rightarrow r_1$). Il est visible que cette l'augmentation devient de plus en plus brusque à mesure que r_1 croit, ce qui pose des difficultés croissantes à une bonne représentation (précision numérique) du phénomène à l'aide d'un schéma en différences finies.

La Figure II-12 présente également quelques exemples de profils d'isoteneurs en eau exprimés à l'aide de la variable de Kirchhoff adimensionnelle et obtenus à la fin des simulations. La même échelle a été conservée pour faciliter la comparaison des différents cas. Le lien entre la variable de Kirchhoff et la teneur en eau est donné par l'Equation (2.43). Les Equations (2.47) et (2.54) permettent également de traduire cette variable en termes de conductivité hydraulique (dans ce cas $U=K$) et de pression capillaire. Comme il est visible, les profils semblent cohérents. C'est-à-dire, nous ne décelons pas d'instabilités ou de comportements étranges au phénomène physique tel comme nous le connaissons. Il ne faut pas oublier que ces profils correspondent à des caractéristiques hydrodynamiques de type Fujita-Parlange avec $\alpha = \beta = 0.9$. Une modification de la valeur de ces paramètres induira des changements dans les profils et dans la phase transitoire du phénomène d'infiltration. En revanche la valeur du flux adimensionnel asymptotique restera inchangée toute chose égale par ailleurs. Ce fait est déjà évident à l'examen de l'Equation (2.24). Soit, pour un même rayon, r_1 , le flux dépend de la valeur de l'intégrale de la fonction diffusivité mais pas de sa forme.

La Figure II-12 montre également que, à mesure que le rayon de la source croît, la région mouillée s'étend plus fortement verticalement qu'horizontalement.

Fonctions de Fujita-Parlange ($\alpha=\beta=0.9$).
Temps de simulation = 15 unités.

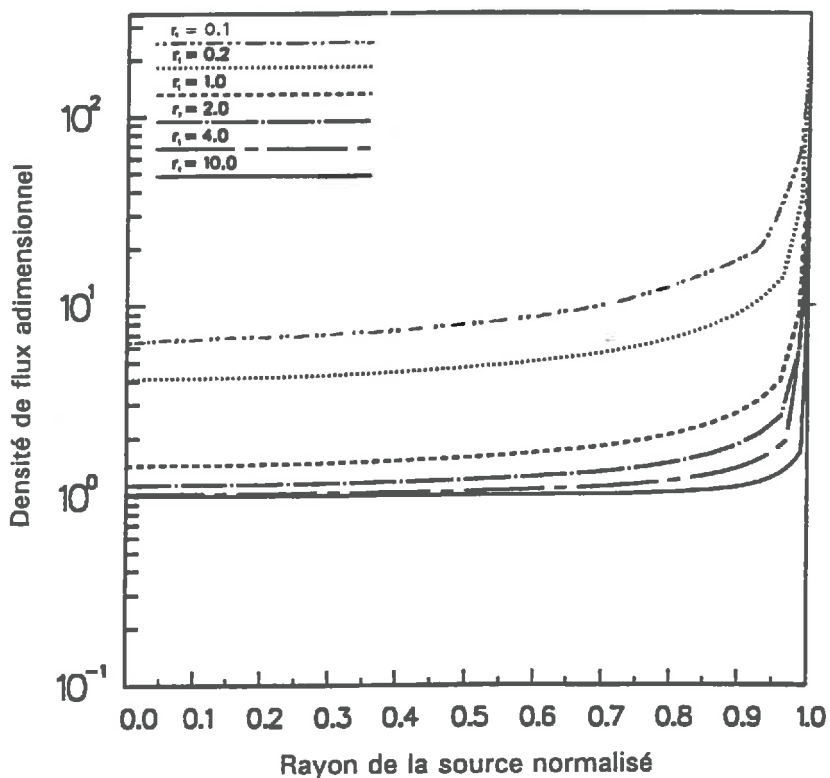


Figure II-11 - Distribution de la densité de flux adimensionnel sous la source.

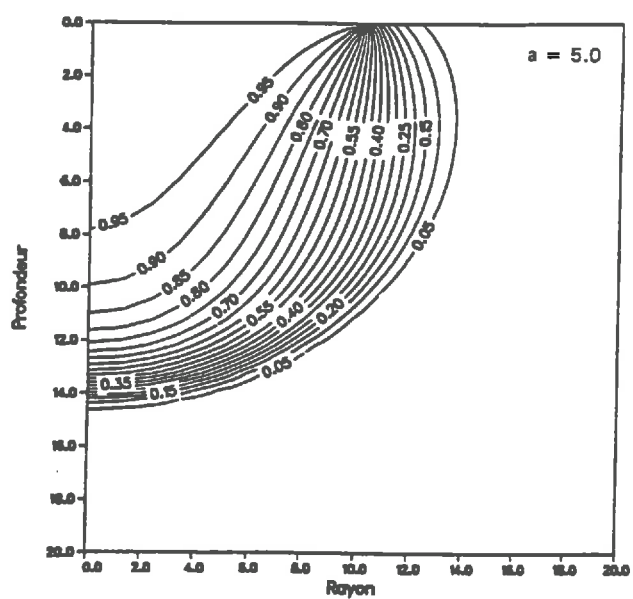
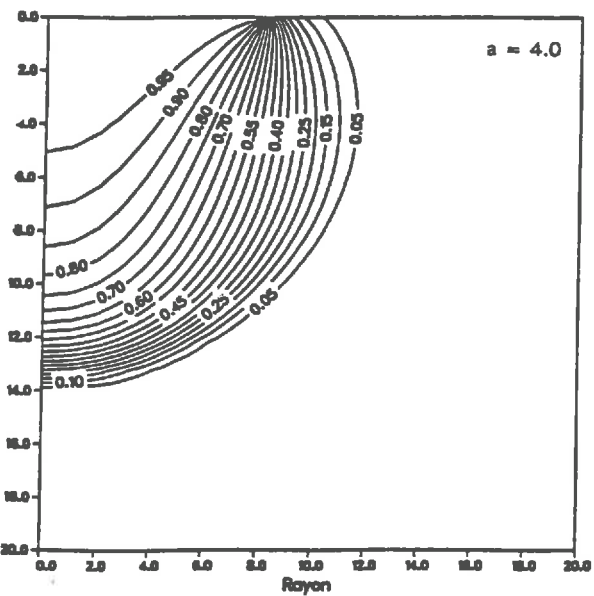
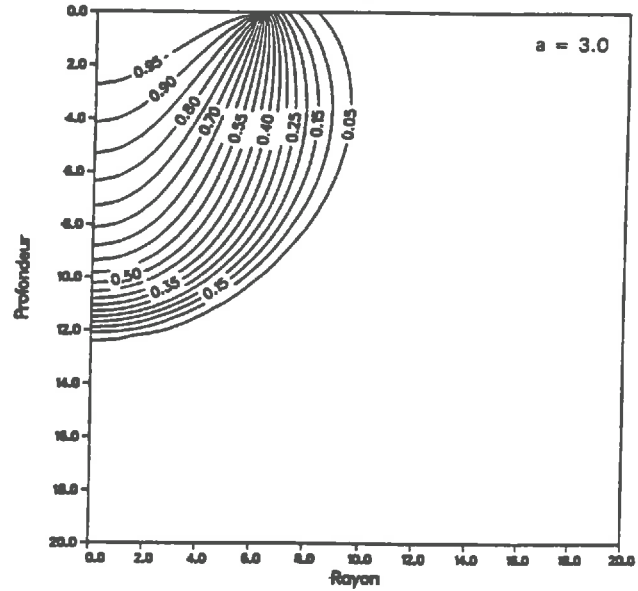
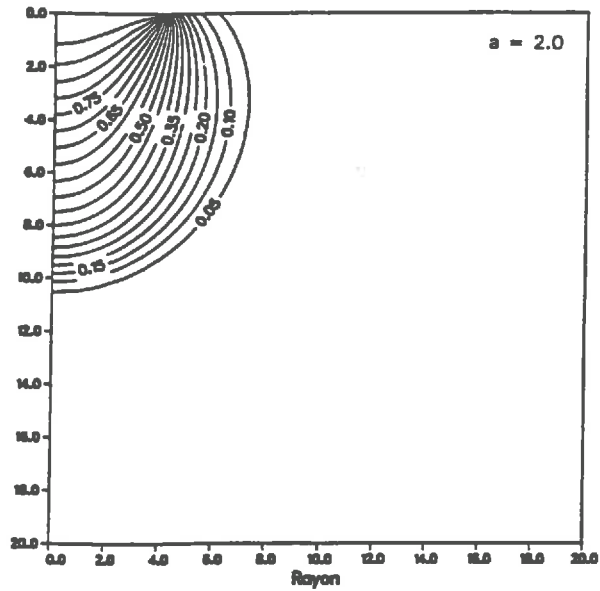
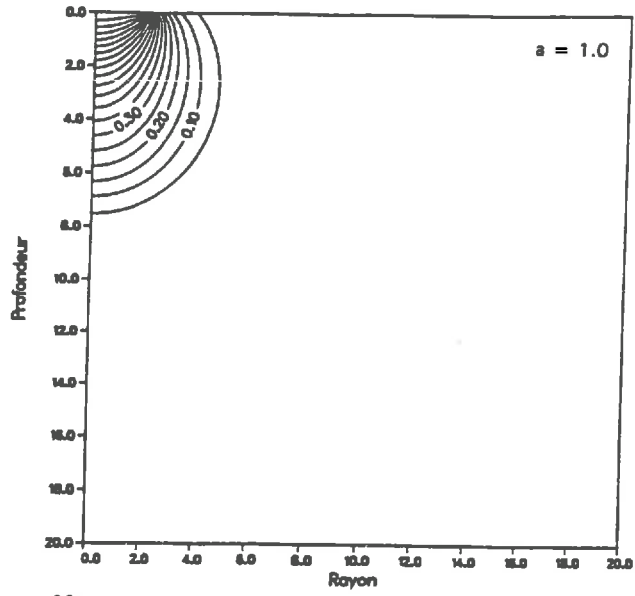
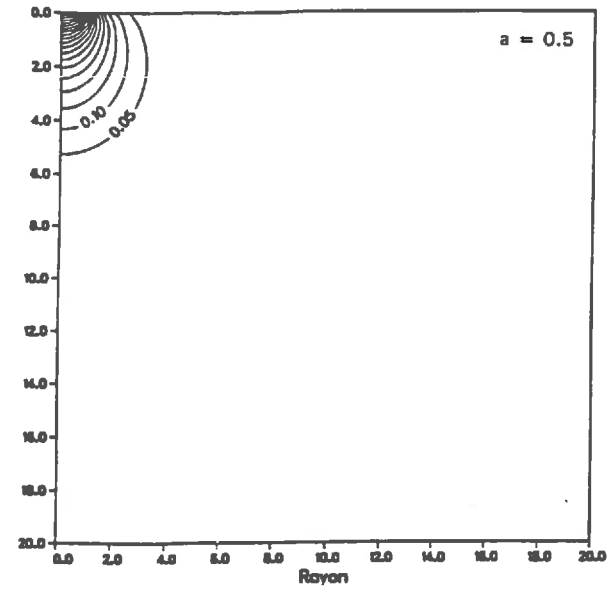


Figure II-12 - Quelques exemples de profils d'isoteneur en eau exprimés par la variable de Kirchhoff adimensionnelle pour différentes valeurs du rayon adimensionnel a .

2.4.2 - La cinétique d'humidification.

Il s'agit ici de mettre en évidence, à l'aide des résultats numériques aux temps courts et longs, les rôles joués par la géométrie, la pesanteur et la capillarité durant le phénomène d'infiltration.

La Figure II-13 présente pour le cas de l'adsorption horizontale l'évolution de la densité de flux en fonction du temps pour différents rayons de source. Ainsi nous pouvons visualiser isolément l'influence de la géométrie dans le développement du processus. Pour le cas monodirectionnel ($a \rightarrow \infty$), on retrouve la loi bien connue pour la vitesse d'absorption donnée par:

$$q_1(t) = \frac{1}{2} S t^{-\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

A mesure que le rayon de la source diminue, la densité de flux augmente sensiblement à cause de l'effet géométrique de la source d'apport qui devient de plus en plus important.

La Figure II-14 présente les mêmes résultats, mais relatifs à une infiltration verticale. Lorsque l'on compare les Figures II-13 et II-14, on observe un déplacement général des courbes d'infiltration vers des flux plus élevés par rapport à ceux de l'absorption. Cet effet est de plus en plus marqué à mesure que le processus se développe dans le temps.

A ce stade, il est intéressant d'essayer de trouver un procédé capable de fournir, même approximativement, le comportement transitoire du flux en fonction du rayon de la source. L'observation des courbes d'évolution du flux pour les différents rayons simulés (Figure II-15), nous autorise à spéculer que la forme avec laquelle le flux tend vers le régime asymptotique est approximativement la même, quel que soit le rayon. C'est à dire que pour prévoir le régime transitoire axisymétrique il semble possible d'utiliser l'évolution du flux monodimensionnel décalée de la valeur correspondante à la contribution de la capillarité au régime asymptotique. Cette valeur de décalage peut naturellement s'obtenir par l'intermédiaire des formulations soit de **Wooding** soit de **Weir**, selon le cas.

Les résultats résultant de ce procédé sont montrés dans la Figure II-16 pour tous les rayons simulés. Ainsi, lorsque nous comparons la prévision fondée sur le cas monodimensionnel avec les simulations multidirectionnelles, les résultats sont assez bons même pour un rayon aussi petit que $a = 0.05$ et à partir des temps aussi courts que 1% du t_{grav} . Sauf pour $a = 0.5$ et 1.0 , lorsque la valeur de Wooding pour le flux asymptotique est moins précise, les erreurs relatives maximales sont de l'ordre de 2%. Pour les

rayons grands ($a = 3.0; 4.0$ et 5.0), nous trouvons des erreurs numériques plus importantes atteignant 2.5% du t_{grav} (soit, 0.05 unités adimensionnelles). Une fois dépassée cette phase initiale, les erreurs diminuent rapidement et la solution se stabilise. Ceci est attribué aux forts gradients au bord de la source, beaucoup plus effectifs pour les rayons grands, comme on l'a déjà montré (Figure II-11). La Figure II-17 présente les évolutions de la lame infiltrée pour différents rayons. On constate, une fois de plus, que les prévisions fondées sur la cas monodimensionnel peuvent restituer correctement le comportement multidirectionnel.

Ce type de comportement observé pour le régime transitoire semble indiquer que les effets apportés par la géométrie s'installent assez tôt sous forme d'une composante capillaire horizontale qui varie très peu après les instants initiaux de l'infiltration. Bien entendu, cette conclusion reste limitée aux milieux dont les caractéristiques hydrodynamiques sont décrites par les expressions de Fujita-Parlange avec $\alpha = \beta = 0.9$.

Ainsi les expressions du régime transitoire peuvent s'écrire tout simplement comme :

$$q_1(t) = q_{\text{mono}}(t) + \frac{4K_1 \lambda_c}{\pi r_1} \quad (2.64)$$

$$I(t) = I_{\text{mono}}(t) + \frac{4K_1 \lambda_c}{\pi r_1} t \quad (2.65)$$

où $q_{\text{mono}}(t)$ et $I_{\text{mono}}(t)$ sont les évolutions du flux et de la lame infiltrée monodirectionnelles verticales, respectivement. Dans ces expressions, Wooding [Eq.(2.21)] est conservé pour approcher le régime asymptotique.

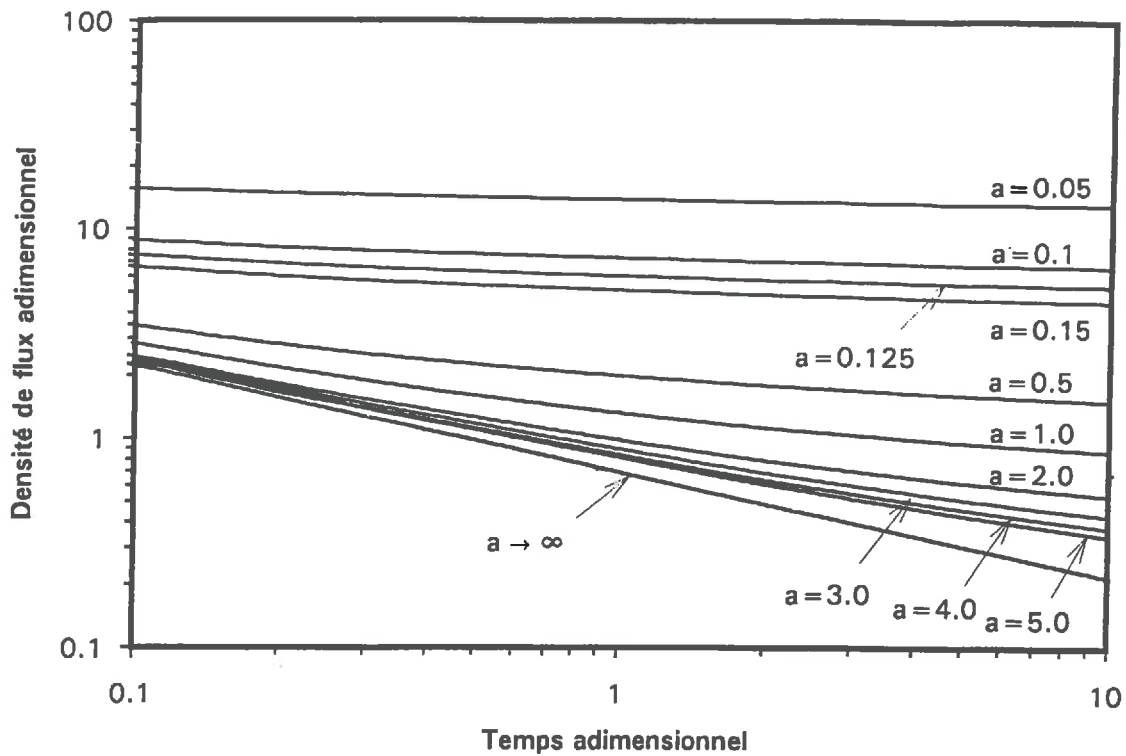


Figure II-13 - Evolution de la densité de flux sous la source concernant le phénomène d'absorption pour différents rayons adimensionnels a .

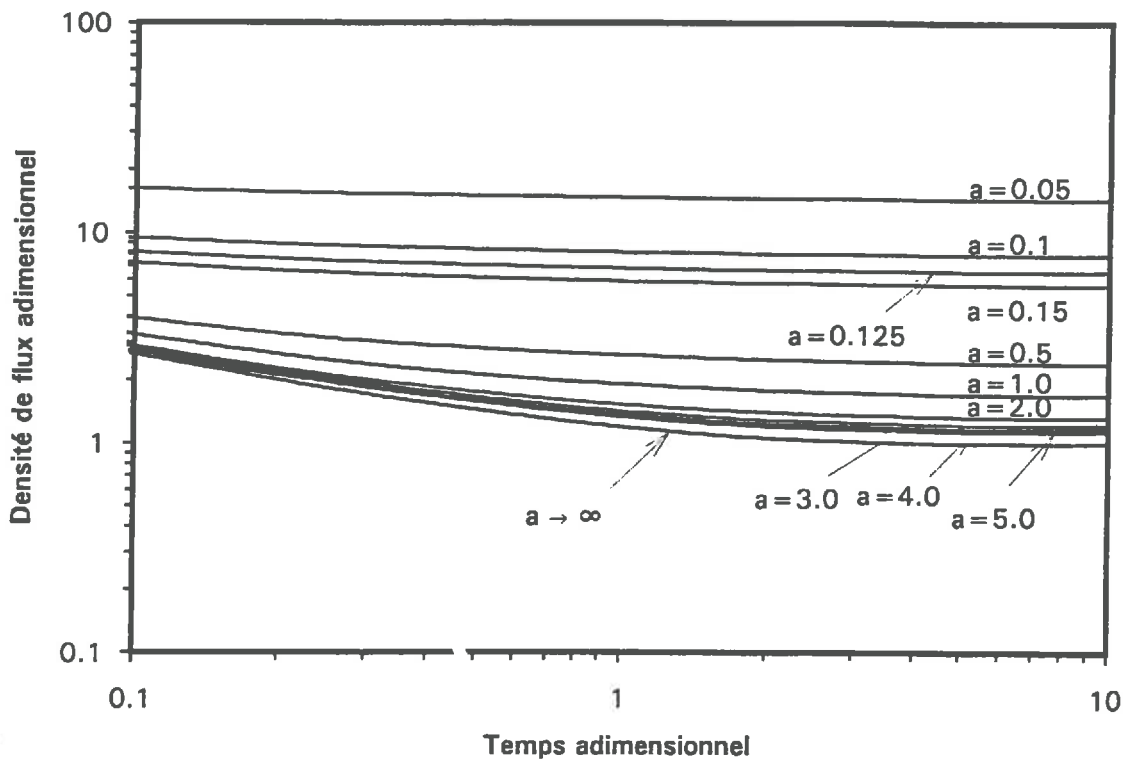


Figure II-14 - Evolution de la densité de flux sous la source concernant le phénomène de l'infiltration pour différents rayons adimensionnels a .

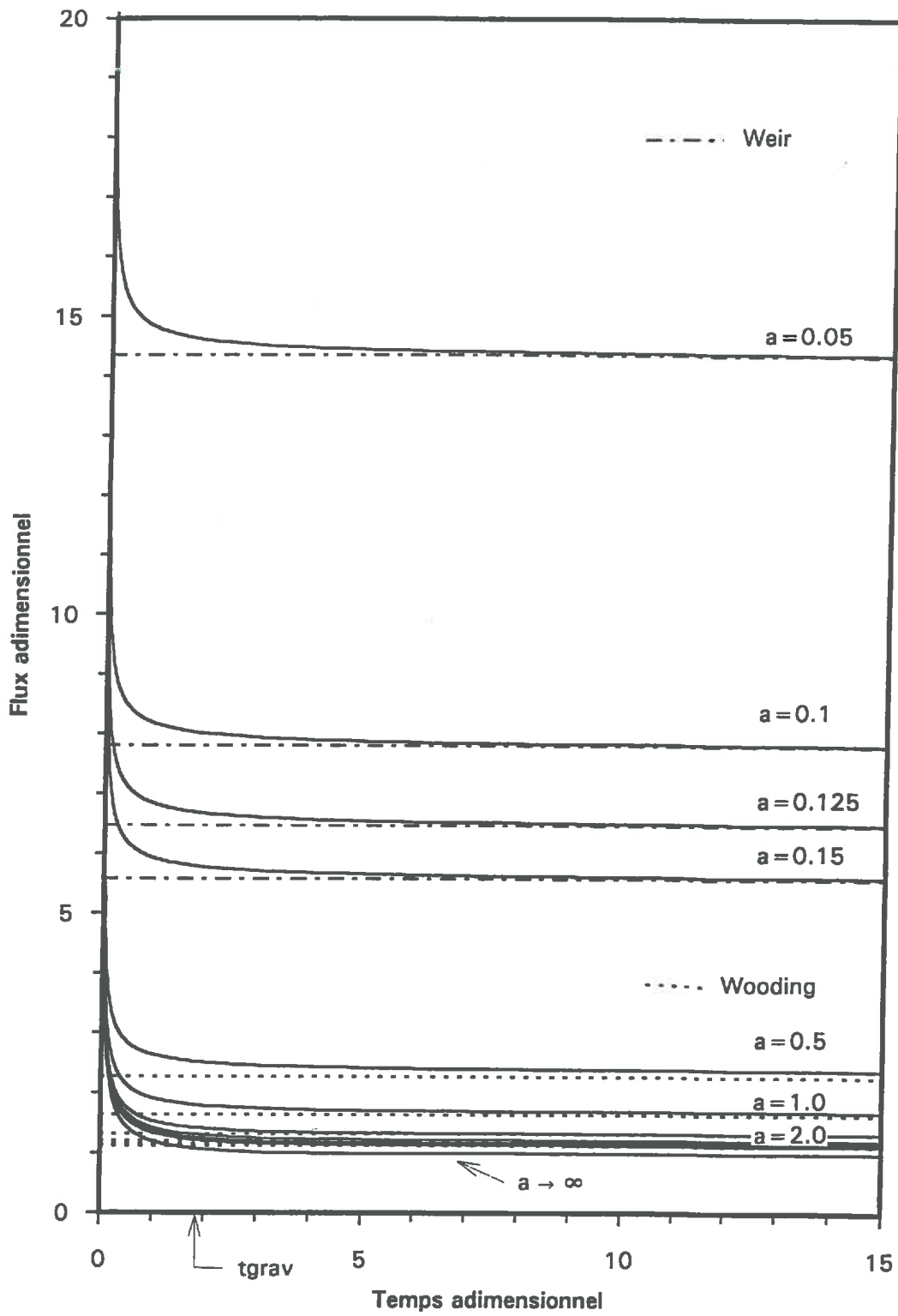


Figure II-15 - Courbes d'évolution du flux pour les différents rayons simulés (infiltration)

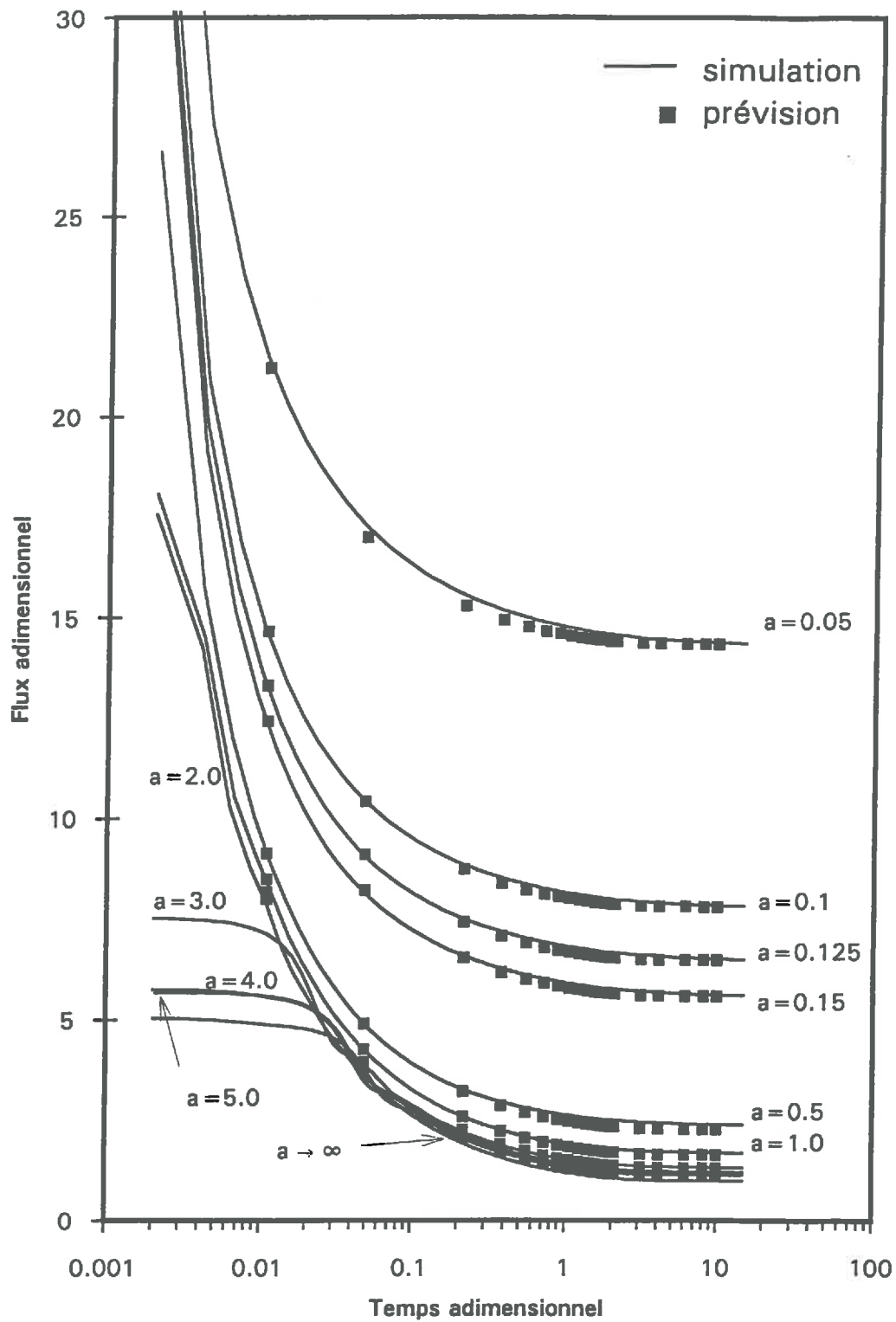


Figure II-16 - Comparaison entre la prévision fondée sur le cas monodimensionnel et les simulations par rapport à l'évolution des flux.

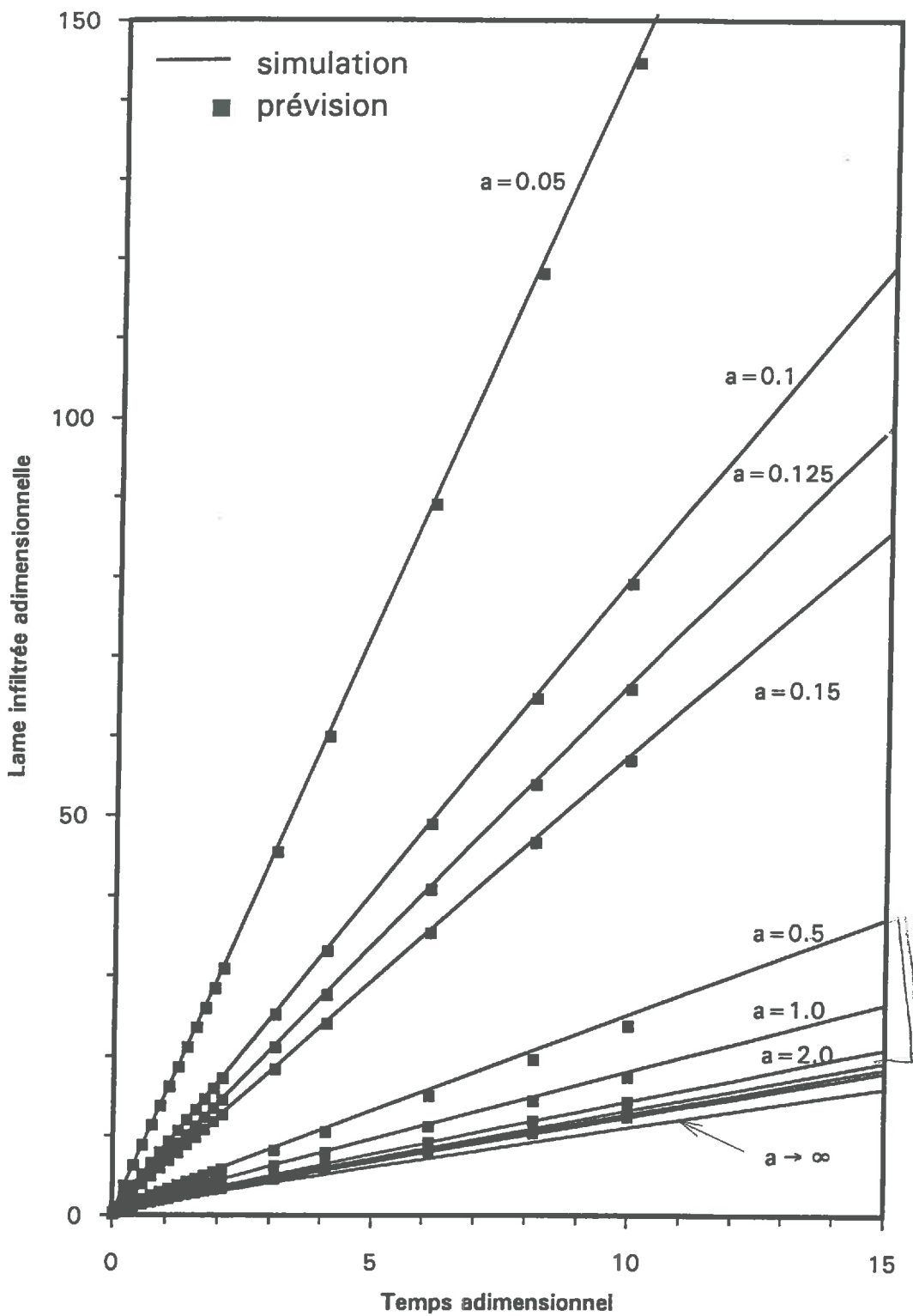


Figure II-17 - Comparaison entre la prévision fondée sur le cas monodimensionnel et les simulations de la lame d'eau infiltrée en fonction du temps.

En effet, les expressions (2.64) et (2.65) correspondent par analogie aux deux premiers termes du développement en série proposé par Philip (1969) pour l'absorption multidirectionnelle:

$$v_0(t) = \frac{1}{2} S t^{-\frac{1}{2}} + \frac{A_{*2}}{r_0} + \frac{3A_{*3}}{2r_0^2} t^{\frac{1}{2}} + \dots \quad (2.66)$$

et

$$i = S t^{\frac{1}{2}} + \frac{A_{*2}}{r_0} t + \frac{A_{*3}}{r_0^2} t^{\frac{3}{2}} + \dots \quad (2.67)$$

où v_0 est la vitesse d'absorption [LT^{-1}]; i est l'absorption cumulative [L]; r_0 = dimension caractéristique de la source; et A_{*2} , A_{*3} sont des constantes de la solution en séries.

On est donc amené à conclure que, pour notre cas de l'infiltration multidimensionnelle avec les caractéristiques hydrodynamiques choisies, le troisième terme de la série de Philip est négligeable.

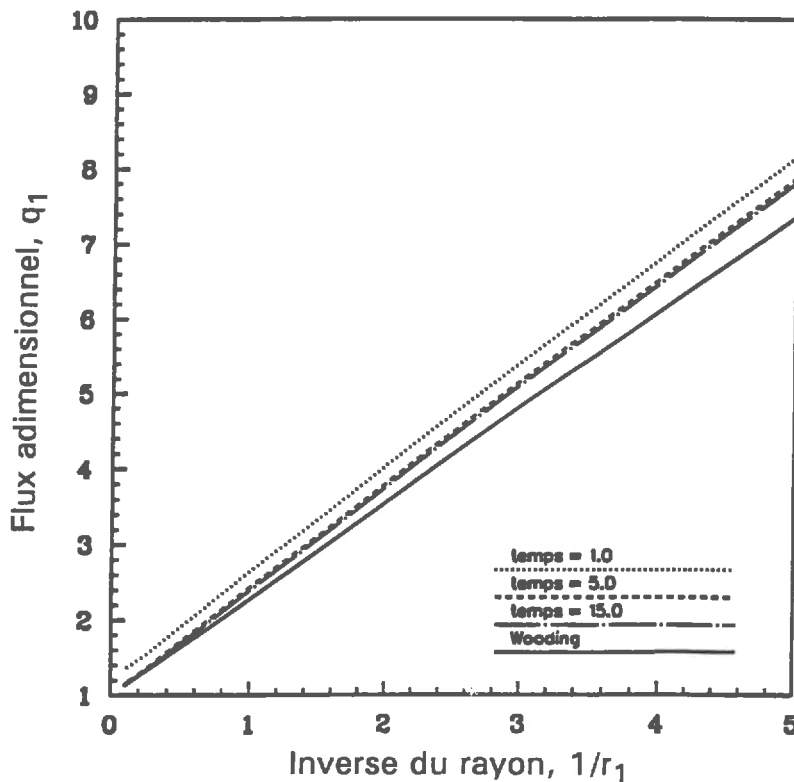


Figure II-18 - Evolution globale des flux pour les rayons étudiés et pour trois temps différents.

La Figure II-18 montre l'évolution globale des flux pour les rayons étudiés et à trois temps différents. On peut voir le parallélisme entre les résultats de simulations, indiquant une cinétique à peu près égale d'avancement vers le régime asymptotique pour tous les rayons. On observe aussi l'écartement à la prévision de Wooding pour des rayons plus petits que l'unité.

Finalement, le Tableau II-2 donne une estimation du temps nécessaire pour atteindre le régime asymptotique. En valeurs relatives, on s'approche évidemment plus rapidement de la valeur asymptotique pour les rayons petits. Néanmoins, il faut souligner qu'en termes de valeurs absolues la vitesse vers la valeur limite est à peu près la même pour tous les rayons. On remarque quand même une faible tendance à une évolution plus lente du flux lorsque le rayon diminue.

a	temps (t_{grav})	flux, q_1	$q_1 - q_\infty$	$\frac{q_1 - q_\infty}{q_\infty}$
0.05	0.2	15.2170	0.8379	0.0583
	1.0	14.6109	0.2318	0.0161
0.10	0.2	8.5549	0.7320	0.0936
	1.0	8.0184	0.1955	0.0250
0.125	0.2	7.2043	0.7074	0.1089
	1.0	6.6855	0.1886	0.0290
0.15	0.2	6.2919	0.6851	0.1222
	1.0	5.7877	0.1809	0.0323
0.5	0.2	2.9785	0.5825	0.2431
	1.0	2.5209	0.1249	0.0521
1.0	0.2	2.2778	0.5896	0.3492
	1.0	1.8022	0.1140	0.0675
2.0	0.2	1.9059	0.5806	0.4381
	1.0	1.4216	0.0963	0.0727
3.0	0.2	1.8161	0.5986	0.4917
	1.0	1.3096	0.0921	0.0757
4.0	0.2	1.7528	0.5843	0.5000
	1.0	1.2554	0.0869	0.0744
5.0	0.2	1.7336	0.5977	0.5262
	1.0	1.2221	0.0862	0.0759

Tableau II-2: Densités moyennes de flux calculées numériquement (q_1) pour deux temps différents (0.2 et 1.0 t_{grav}) pour différentes valeurs du rayon adimensionnel. Les différences absolues et relatives par rapport à la valeur du flux à la fin de la simulation (q_∞) sont présentées.

2.5 - Conclusion.

Dans ce chapitre, nous avons étudié par l'intermédiaire d'un simulateur numérique le problème de l'infiltration à partir d'une source circulaire sous condition de saturation à la surface du sol. Il s'agit d'un problème d'écoulement axisymétrique dont Wooding (1968) a donné la solution linéarisée en régime stationnaire.

Initialement notre but portait sur la vérification des résultats de Wooding selon une méthode de résolution indépendante de la sienne mais permettant de plus une analyse du régime transitoire du phénomène. Pour ce faire, nous avons utilisé les fonctions de Fujita-Parlange pour caractériser les propriétés du milieu poreux et satisfaire rigoureusement les conditions de linéarisation de Wooding. Les valeurs des paramètres adoptées dans ces fonctions ont été choisies de façon à représenter le comportement de sols "réels".

L'expression de Fujita (1952) pour la diffusivité capillaire prend une valeur finie pour une condition de saturation du milieu. Cela rend possible l'utilisation de l'équation de Fokker-Planck pour résoudre le problème. En plus elle est intégrable analytiquement, ce qui permet de passer facilement à la formulation de Kirchhoff. Ensuite, l'introduction de l'expression de Parlange (1982) [Eq.(2.45)] a permis d'exprimer la conductivité hydraulique à l'aide de la variable de Kirchhoff [Eq.(2.47)] conduisant à une formulation quasi-linéaire comparable à celle utilisée par Wooding.

L'emploi des caractéristiques Fujita-Parlange a permis également de déterminer la valeur exacte de la sorptivité et ainsi de calculer précisément la solution optimale de Parlange et al (1985) pour le cas monodirectionnel. Elle nous a servi à la validation du schéma de résolution numérique dans la mesure où elle correspond au cas limite du rayon de source tendant vers l'infini.

Le modèle numérique ainsi vérifié a permis, au travers de plusieurs simulations, d'établir les principales conclusions suivantes:

- aucun résultat numérique n'a infirmé la solution et les conclusions de Wooding en ce qui concerne le régime asymptotique;
- l'expression (2.24) pour la prévision de la valeur asymptotique de la densité de flux sous la source est assez précise pour les grands rayons ($a > 1$). En revanche dans le cas où les rayons sont petits ($a < 0.4$), l'expression (2.26) proposée par Weir (1987) est préférable. Pour $0.4 < a < 1$ Wooding est moins précis mais de toute façon meilleur que Weir;
- dans l'hypothèse où l'on considère arbitrairement que le régime asymptotique est atteint lorsqu'il diffère de moins de 1% du régime transitoire (différence

relative à l'évolution du cas monodimensionnel, $a \rightarrow \infty$), le temps nécessaire est de l'ordre de deux fois le temps gravitaire, comme le montre la Figure II-15;

- la forme de l'évolution de la densité de flux sous la source vers le régime asymptotique se maintient approximativement constante quel que soit le rayon de la source et ce à partir des temps aussi petits que 1% du t_{grav} . Ce fait indique que les effets induits par la géométrie se manifestent assez tôt et que sa contribution à l'établissement du flux asymptotique varie peu après les instants initiaux de l'infiltration;

- il est possible de prévoir le flux transitoire en régime axisymétrique en utilisant l'évolution du flux monodirectionnel décalée de la valeur correspondante à la contribution de la capillarité au régime asymptotique. Les erreurs relatives maximales commises sont de l'ordre de 2%, sauf lorsque $0.4 < a < 1$ où les erreurs peuvent atteindre 6%;

- l'étude du régime asymptotique peut fournir les valeurs de K_1 (conductivité hydraulique à la teneur en eau régnant sous la source) et de λ_c (échelle de longueur capillaire) du milieu poreux étudié. Néanmoins, c'est seulement avec l'étude de la phase cinétique qu'on peut avoir des informations sur la forme des caractéristiques hydrodynamiques.

Une question d'ordre pratique doit encore rester présente dans notre esprit: pour une géométrie donnée, on ne connaît pas a priori la valeur de "a" qui varie d'un sol à un autre (comme $1/\lambda_c$). Autrement dit, on doit connaître la solution du problème afin de déterminer dans quel cas le paramètre "a" se trouve (petit, intermédiaire ou grand). Ainsi, une méthode indépendante de caractérisation du milieu s'impose, comme, par exemple, les techniques de laboratoire fondées sur l'utilisation d'échantillons non remaniés. Toutefois, comme on va le constater dans le déroulement de notre étude, "a" est inférieur à 0.4 pour la plus grande partie des applications relatives aux sols.

A la fin de ce chapitre, nous devons souligner que les résultats et conclusions obtenus prennent en compte les hypothèses de linéarisation de Wooding. Autrement dit, on suppose que la conductivité hydraulique dépend de façon exponentielle du potentiel capillaire.

Dans la suite de notre étude nous allons utiliser des caractéristiques hydrodynamiques différentes de façon à nous affranchir de ces hypothèses. Nous chercherons alors à vérifier la validité des résultats de Wooding et à les généraliser si faire se peut.

*
* * *

Chapitre III

Modélisation axisymétrique du problème couplé: écoulement d'eau - transport de soluté. Comparaison avec des observations.

3.1 - Introduction.

Ce chapitre est consacré à l'étude des transferts couplés d'eau et de soluté dans un milieu poreux non saturé. Nous cherchons ici à mettre en évidence toute la potentialité de l'infiltromètre à disque vis-à-vis de la caractérisation hydro-dispersive d'un tel milieu.

Les résultats obtenus dans le chapitre précédent et relatifs au problème hydrodynamique nous permettent d'envisager une analyse sous des hypothèses moins restrictives que celles employées par Wooding (1968). Ainsi nous allons essayer de construire un modèle représentant aussi fidèlement que possible les phénomènes physiques de façon à pouvoir l'utiliser pour des prévisions concernant un cas spécifique. Naturellement, il sera nécessaire de déterminer expérimentalement les paramètres intervenant dans le modèle. Cela implique la réalisation d'au moins deux expériences différentes: la première qui sert à obtenir les paramètres et la deuxième indépendante de la précédente qui permet d'apprécier la validité du modèle.

La partie expérimentale présentée ici a été développée en coopération avec Brent Clothier du "Department of Scientific and Industrial Research" de Nouvelle - Zélande. Le sol choisi pour les essais est le "Manawatu Soil (a Dystric Fluventic Eutrochrept)" dont l'utilisation dans plusieurs travaux extérieurs effectués par Clothier et collaborateurs donne déjà un volume important d'informations sur des caractéristiques hydro-dispersives.

Nous allons d'abord décrire les essais expérimentaux puis le modèle mathématique dont la résolution, comme dans la chapitre II, est fondée sur la méthode des différences finies. Finalement, après la confrontation entre les résultats expérimentaux et numériques, nous chercherons à aboutir à quelques conclusions sur la pertinence d'une telle approche.

3.2 - Modèle physique et méthodes de mesure.

3.2.1 - Le modèle physique.

Les essais d'infiltration ont été effectués au D.S.I.R. sur le sol Manawatu contenu dans une cuve parallélépipédique de 200 mm par 200 mm de côté et de 300 mm de hauteur à l'aide d'un infiltromètre constitué d'un quart de disque, (voir Figure III-1). La cuve a été construite en acrylique dont la transparence permet de visualiser la cinétique d'humidification et les éventuels changements de structure du sol (fissuration...).

L'objectif de ce dispositif relativement simple, est de pouvoir obtenir les profils de teneur en eau et de soluté résultant d'un procédé d'infiltration sous des conditions connues et pour un temps donné. L'implantation d'un tensiomètre en un point de coordonnées $r = 50\text{mm}$ et $z = 20\text{mm}$ (l'origine est au centre du disque avec l'orientation de l'axe z positive vers le bas) a permis de mesurer l'évolution de la pression de l'eau du sol au cours de son humidification. Ceci constitue un élément de plus pour tester l'efficacité du modèle.

En suivant la méthode d'infiltrométrie exposée précédemment (§1.5.2), la mesure à différents temps du niveau de l'eau dans le réservoir principal de l'infiltromètre permet de suivre l'évolution de la vitesse moyenne d'infiltration (densité moyenne de flux sous le disque) aussi bien que l'évolution de la lame d'eau infiltrée.

Les profils sont obtenus par une technique destructive qui consiste à prélever des échantillons du sol lorsque l'expérience est finie. Pour ce faire la cuve en acrylique est percée de 40 trous répartis selon trois directions différentes et localisés dans un côté voisin à l'infiltromètre. On dispose de 13 trous pour chaque direction (horizontale, verticale et selon la diagonale à 45 degrés) et un dernier proche de l'angle où se trouve le centre du disque. Les trous ont une distance de 15 mm entre leur centre et celui de leur voisin et ceux sur la ligne horizontale sont placés 10 mm au-dessous de la surface. Pendant l'exécution des expériences, ces trous restent fermés. A l'instant où chaque essai est fini, ils sont débouchés et les prélèvements de sol sont effectués aussi rapidement que possible à l'aide d'un instrument extracteur (diamètre intérieur de 6 mm et 15 mm de longueur) qui les effectue tous simultanément.

La Photo III-1 présente l'ensemble du dispositif expérimental avant la mise en place du sol. La disposition des trous dans les parois de la cuve est montrée. On peut également voir l'infiltromètre encore vide suspendu au dessus de la cuve à l'aide d'un support. L'appareil électronique utilisé dans l'obtention des mesures tensiométriques est partialement visible à droite.

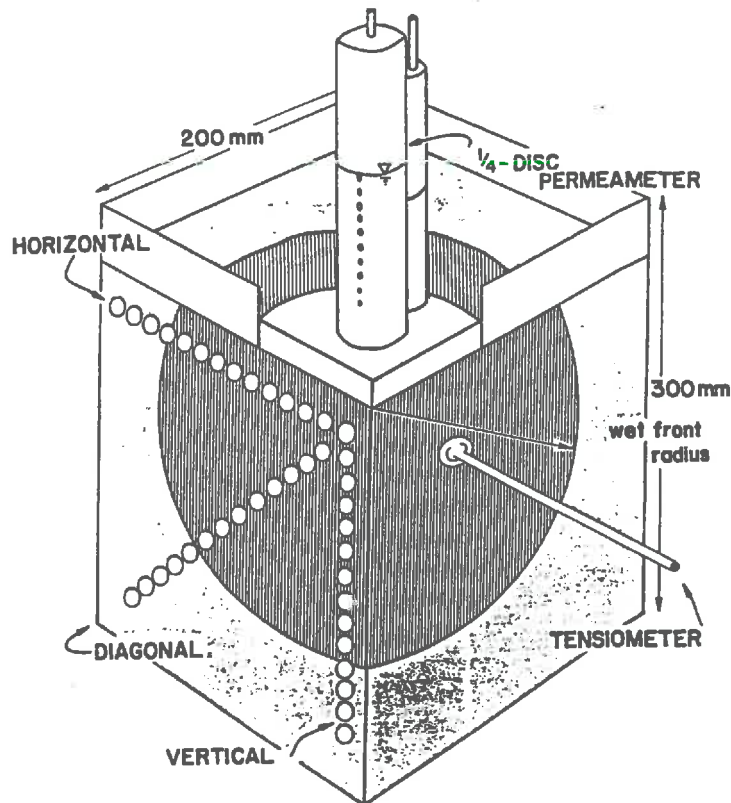


Figure III-1 - Représentation du dispositif utilisé dans les expériences d'infiltration (tiré de M.B. Quadri et al, 1993).

3.2.1 - L'infiltromètre.

L'infiltromètre employé dans les essais est analogue dans son principe à celui de Perroux et White (1988) à l'exception qu'il a la forme d'un quart de disque pour pouvoir être placé avec précision dans un coin de la cuve. Son rayon est de 60 mm. Cette taille est compatible avec les dimensions du modèle physique et avec les caractéristiques hydrodynamiques du sol, comme nous allons le montrer dans la suite du travail.

Le principe de fonctionnement de l'infiltromètre a déjà été présenté dans le chapitre I (§1.5.1). Comme on l'a vu, un système de deux réservoirs permet le réglage de la pression sous la bouteille principale de façon à pouvoir établir un régime d'alimentation en eau sous pression constante imposée au milieu poreux avec lequel l'infiltromètre est mis en contact. A la base de l'appareil il existe une membrane en nylon tendue sur un maillage en acier inox. Cette membrane peut supporter des dépressions comprises entre 0 et -1 mètre de colonne d'eau. Cela autorise à imposer une condition de succion constante sur la frontière délimitée par le cercle de l'infiltromètre (condition de frontière de type Dirichlet). Dans tous les essais effectués, une succion, h_1 , de - 50 mm de colonne d'eau a été adoptée.

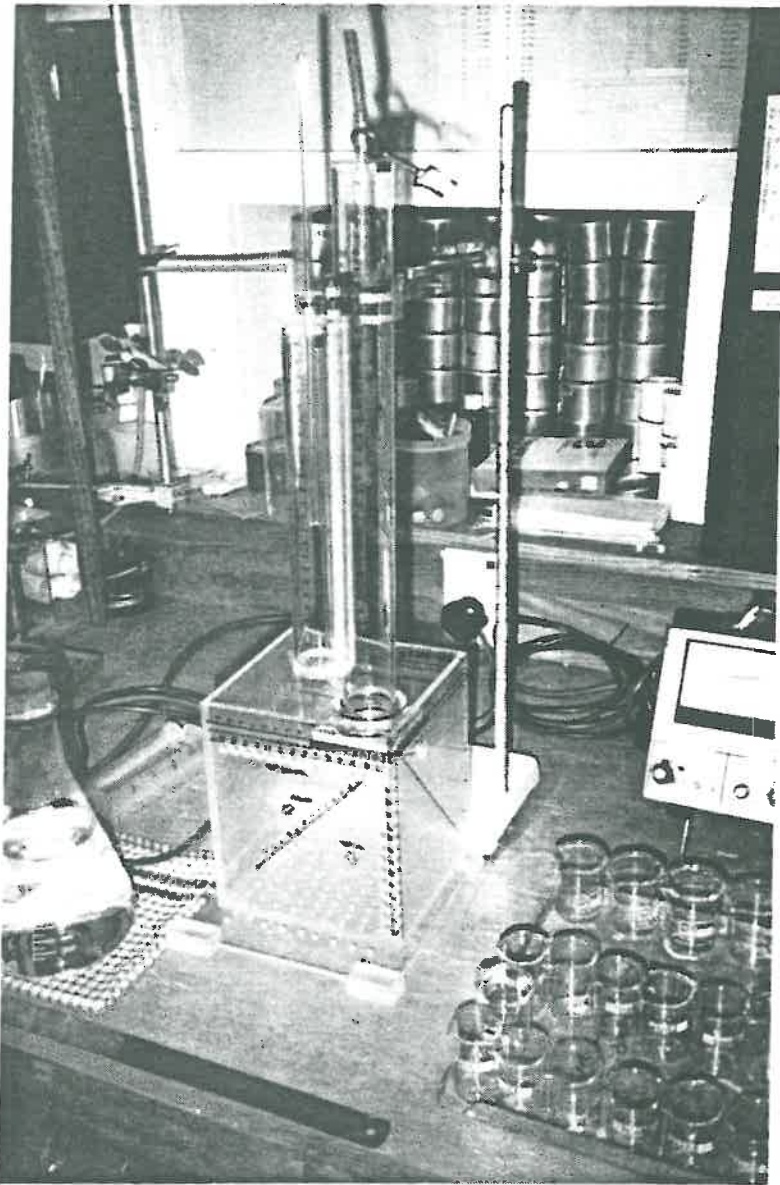


Photo III-1 - L'équipement utilisé dans les expériences.
(communication personnelle de B.E. Clothier)

3.2.2 - Le sol.

Tout d'abord le "Manawatu Soil" a été séché à l'air sec et ensuite tamisé à 2 mm. Ainsi on a obtenu un matériau homogène auquel une certaine quantité d'eau a été ajoutée de façon à obtenir après compactage une teneur en eau volumique uniforme de $\theta_0 = 0.090 \pm 0.015 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$.

Le sol ainsi humidifié a été mis en place et compacté soigneusement par couches successives procurant une densité apparente moyenne de $1.400 \pm 0.030 \text{ g/cm}^3$. De cette manière on a réussi à obtenir un milieu le plus homogène possible. Aucune anomalie dans la distribution du sol n'a été remarquée, aussi bien avant qu'après les essais. L'homogénéité est importante pour notre étude, comme nous allons le souligner plus tard dans l'établissement des hypothèses de travail.

3.2.3 - Le principe de la mesure de la pression.

L'évolution de la pression de la phase liquide au-dessous du quart de disque de l'infiltromètre a été suivie par un dispositif tensiométrique muni d'une capsule en céramique poreuse semi-perméable connectée à un capteur de pression. Le tube capillaire qui soutient la capsule et la relie au capteur de pression passe à travers un trou existant dans le côté voisin à l'infiltromètre et adjacent à celui par lequel on fait le prélèvement des échantillons de sol (Figure III-1).

Le tensiomètre a été mis en place très soigneusement juste avant l'arrivée du front d'humidification suivi visuellement au travers de la paroi transparente de la cuve. Jusqu'au moment de l'insertion, le tensiomètre est resté recouvert d'une fine couche de sol "humide" afin d'éviter le dépassement de l'échelle de mesures de pression de l'appareil tensiométrique, ce qui se produirait pour la condition initiale d'humidité du sol en place. Cette couche permet également d'établir un bon contact entre la cellule poreuse et le sol, de façon à assurer la continuité entre l'eau présente dans le milieu poreux et l'eau du capteur. Ce contact est critique pour pouvoir obtenir un temps de réponse aussi court que possible [Quadri, (1988)].

La gamme des pressions mesurées pendant les expériences est restée située entre - 450mm et -85mm de colonne d'eau.

3.2.4 - Le soluté utilisé.

Les raisons ayant présidé au choix du bromure de potassium (KBr) pour les expériences sont les suivantes:

- Ce soluté ne présente pas d'interactions physico-chimiques avec le sol considéré (Clothier et al., 1988a, 1988b, 1992), ce qui tend à lui conférer la qualité de traceur "idéal";
- il présente une bonne dissociation ionique et une bonne conductivité électrique en solution aqueuse, ce qui donne à la méthode de mesure de concentration fondée sur la résistance électrique de la solution saline une grande sensibilité;

- sa facilité de remise en solution après dépôt sur les particules solides lorsque le sol est séché en vue de la détermination des teneurs en eau par gravimétrie;
- le produit n'est pas dangereux (pas toxique) dans les conditions de travail adoptées (concentrations maximales de KBr de l'ordre de 0.1 M);
- sa grande disponibilité et son faible coût.

3.2.5 - Le principe de la mesure des concentrations en eau et en soluté.

La technique de prélèvement des échantillons du sol, décrite dans §3.2.1, a été employée pour la détermination des profils de teneur en eau et de concentration en soluté à un instant donné, en fait à la fin de l'expérience.

Une fois obtenus les échantillons, la teneur massique en eau de chacun d'entre eux est déterminée par gravimétrie. En connaissant la densité apparente moyenne résultante du procédé de compactage, les valeurs sont converties en teneur volumique.

Après le passage à l'étuve, les échantillons sont conservés pour la détermination de la concentration en soluté. Ainsi à chaque échantillon sec, qui pèse environ 1 gramme, on ajoute 25 millilitres d'eau distillée avec 0.5 millilitres d'une solution tampon de 5 M de NaNO_3 . Cette solution tampon sert à stabiliser le pH dans le milieu permettant le dosage du soluté par la mesure de la résistance électrique de la solution. Ensuite, l'échantillon est soumis à l'agitation périodique destinée à faire passer dans la solution tout le soluté présent sur les grains du sol. Après cette étape on laisse l'ensemble se reposer pendant 12 heures à l'abri de l'évaporation. Finalement le dosage est fait en termes de concentration de Br^- en utilisant une électrode spécifique (modèle Orion 94-35A) et un pH-mètre (modèle Orion 701), les deux fabriqués par Orion Research, Boston, MA. La concentration de KBr dans le sol est exprimée en termes de molarité de la phase liquide.

3.3 - Les essais réalisés et leur conduite.

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre proviennent de trois essais (Figure III-1) utilisant l'eau pure (appelés essais n°1, n°2 et n°3) et d'un quatrième utilisant une solution 0.1 M en KBr (appelé essai n°4).

Les essais n°1, n°2 et n°3 ont été effectués sous conditions expérimentales tout à fait identiques et décrites dans §3.2. La seule différence entre eux concerne le temps final de l'essai. Ainsi, dans l'ordre, les infiltrations ont duré 840, 300 et 720 secondes, successivement.

La photo III-2 montre un essai d'infiltration à la fin de la procédure. Le tensiomètre apparaît à droite fixé dans son logement parietal.

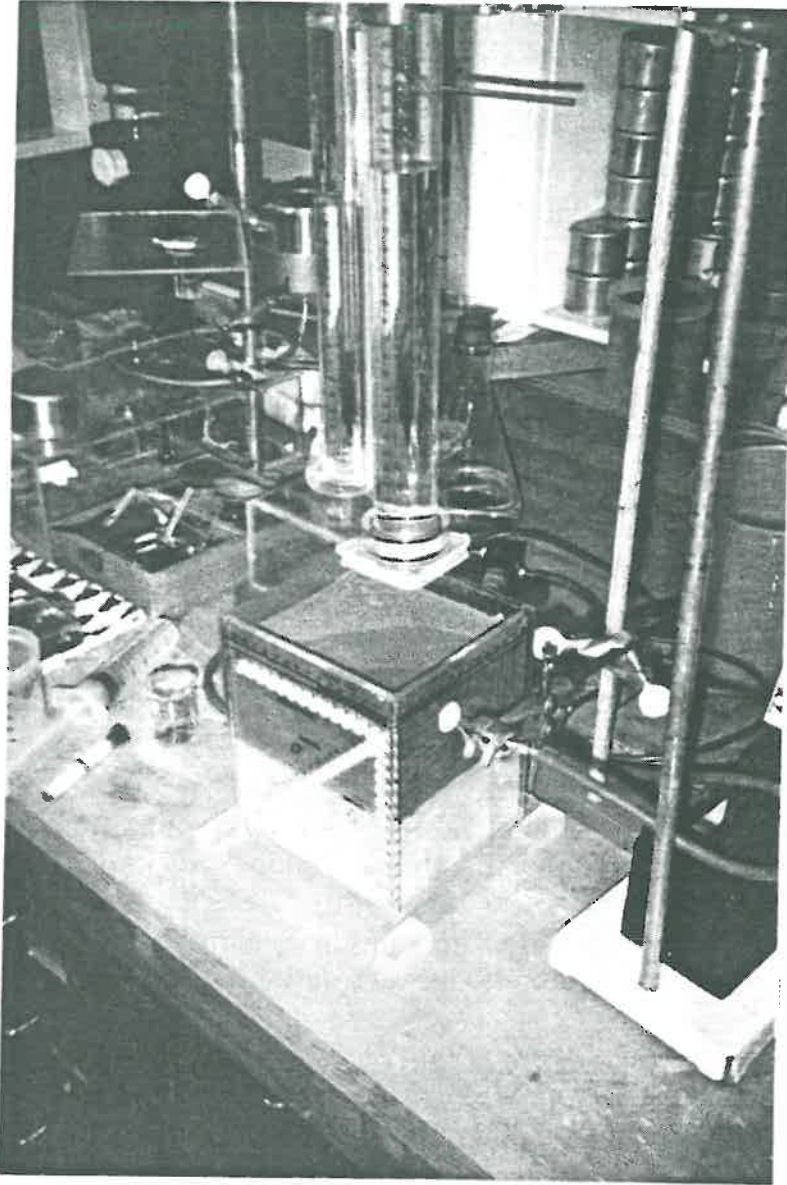


Photo III-2 - L'instant final d'un essai d'infiltration.
(communication personnelle de B.E. Clothier)

L'essai n°4 avec le soluté a été réalisé en trois étapes successives:

a) $0 \leq t < 200$ sec. : la première phase de l'infiltration s'effectue avec de l'eau chimiquement pure et a induit un lessivage du soluté (KBr) résiduel présent dans le sol au moment de commencer l'essai. La concentration moyenne initiale, c_0 , est égale à $0.025 M$;

b) $200 \leq t < 225$ sec. : pendant ces 25 secondes l'infiltration à partir de l'infiltromètre est arrêtée. C'est dans cet intervalle de temps que l'infiltromètre ôté de la surface a été rempli avec la solution de KBr $0.1 M$ ($c_1 = 0.1051 M$). Durant ce laps de temps, il s'est produit une légère redistribution de l'eau dans le sol. On suppose néanmoins que les effets d'hystérésis ainsi générés sont négligeables;

c) $225 \leq t < 840$ sec. : elle correspond à l'infiltration de la solution de KBr pendant 615 secondes. La valeur de concentration effectivement utilisée dans la simulation est $c_1 = 0.1051 M$.

Pour tous les essais les conditions initiales et aux limites sont restées les mêmes. La pression imposée à l'infiltromètre est égale à -50 mm d'eau et la teneur volumique en eau initiale dans le sol, θ_0 , uniforme et égale à $0.090 \pm 0.015 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ (correspondant à $h_0 \approx -888.9$ mm de colonne de l'eau).

3.4 - Modèle mathématique axisymétrique d'écoulement d'eau et du soluté.

La formulation adoptée ici est dimensionnelle puisqu'on considère un cas spécifique où les grandeurs sont bien définies. Ainsi, pour faciliter l'étude de modélisation, les résultats de simulation sont générés directement dans les unités correspondantes aux dimensions physiques.

L'existence de données expérimentales nous permettra d'apprécier la pertinence du modèle dans la représentation du phénomène physique. La considération de solutions analytiques sous des conditions particulières (cas monodirectionnel, coefficient de diffusion-dispersion constant pour le problème du soluté, ...) nous servira comme un test de vérification du schéma numérique lui-même.

3.4.1 - Considérations préliminaires et hypothèses de travail.

Dans ce paragraphe on définit les conditions pour lesquelles le modèle est développé. Les hypothèses posées sont fondées sur les conditions physiques présentes lorsque les essais expérimentaux ont été effectués. Au cours de la modélisation elles seront discutées à chaque fois que cela sera nécessaire. Ainsi on suppose que:

- l'écoulement est isotherme et dû à un gradient de charge hydraulique;
- l'air présent dans le milieu poreux est incompressible, constamment maintenu à la pression atmosphérique;

- la matrice solide est indéformable, et elle est considérée homogène et isotrope à l'échelle macroscopique;
- la matrice solide est inerte, il n'existe pas d'échanges physico-chimiques entre soluté et soi;
- l'écoulement de l'eau n'est pas affecté significativement par la présence du soluté;
- les caractéristiques hydrodynamiques du milieu ne sont pas influencées par le phénomène d'hystérésis.

3.4.2 - Géométrie du domaine de modélisation.

En raison de la nature des essais d'infiltration (§3.2, Figure III-1), nous considérons le problème de la source circulaire en contact avec un milieu fini. Le fait de supposer un milieu homogène et isotrope permet d'adopter la formulation axisymétrique, ce qui revient au cas traité dans le chapitre II avec une différence: la frontière inférieure est considérée étanche. Le schéma du domaine modélisé, avec l'indication des conditions régnant aux frontières, est présenté dans la Figure III-2.

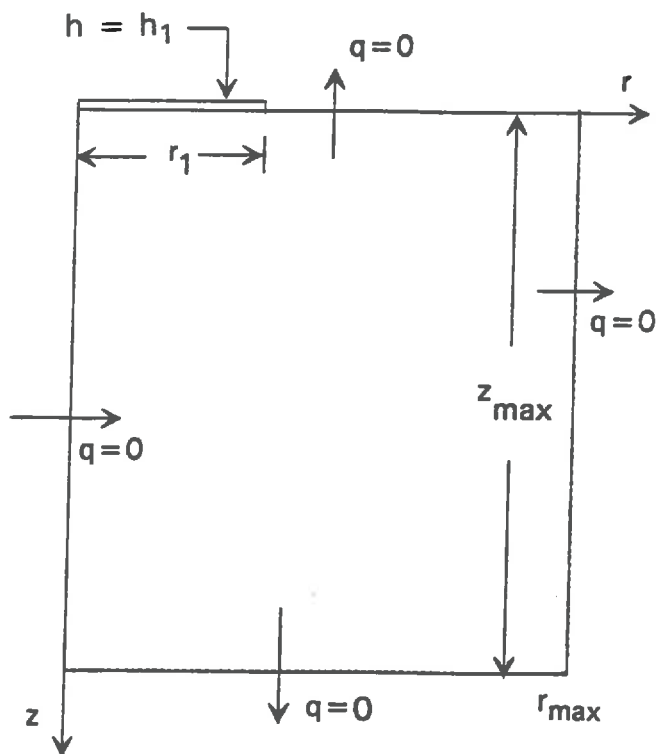


Figure III-2 -Représentation schématique du domaine de calcul dans le plan (r,z) .

Il faut remarquer qu'il ne correspond pas exactement au domaine physique présenté dans la Figure III-1. En raison de la formulation axisymétrique nous sommes amenés à utiliser une géométrie cylindrique à la place d'une géométrie parallélépipédique. Ainsi, l'axe central du domaine cylindrique coïncide avec l'arête verticale de la cuve située sous l'infiltromètre. Le rayon du cylindre correspond à la longueur horizontale d'un côté de la cuve et la profondeur est la même dans un cas et l'autre. Lorsque nous parlons du centre de la source, nous voulons indiquer le centre du disque à partir duquel l'infiltromètre à quart de disque a été dessiné.

3.4.3 - Le problème hydrodynamique.

Afin de donner au modèle un caractère plus général, il est préférable d'utiliser la formulation de Richards [Eq.(1.6)] à celle de Fokker-Planck [Eq.(1.8)]. En effet, cette dernière met en jeu la diffusivité hydraulique qui, avec certaines expressions caractéristiques pour la courbe de rétention, $h(\theta)$, et pour la conductivité hydraulique, $K(\theta)$, (eg. van Genuchten et Brooks et Corey, que nous allons adopter par la suite), prend une valeur infinie lorsque θ tend vers θ_s . De plus l'utilisation de la variable pression effective, h , donne la possibilité de traiter le cas des pressions positives dans le milieu (par exemple, l'infiltromètre à charge positive). Il faut remarquer aussi que la variable descriptive pression qui est toujours continue dans le milieu permet l'étude des milieux stratifiés (continuité de la pression aux interfaces de deux strates).

Ainsi, en réécrivant l'Equation (1.6) pour un système qui présente une symétrie axiale autour de l'axe vertical z orienté positivement vers le bas, il vient:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rK \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (3.1)$$

Pour résoudre le problème de l'écoulement de l'eau il faut évidemment connaître les relations $C(h)$ et $K(h)$. Ceci sera possible grâce à l'obtention expérimentale de données de caractérisation du milieu et à leur représentation au travers des expressions analytiques.

Dans le cas présent, on n'adopte pas la transformée de Kirchhoff [Eq.(1.10)] car son introduction, vis-à-vis des expressions de $C(h)$ et de $K(h)$ résultantes de l'emploi de van Genuchten et Brooks et Corey (§3.4.5.1), ne permet pas d'exprimer la variable descriptive, U , selon une forme analytique simple, ce qui perd de son intérêt.

3.4.3.1 - Conditions initiales et aux limites.

Le problème de l'infiltration de l'eau à partir d'une source circulaire soumise à une condition de charge constante peut être décrit alors par les conditions suivantes:

- au temps initial, $t < 0$, tout le domaine présente la pression uniforme et égale à h_0 :

$$h(r,z,t) = h_0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad ; \quad t < 0 \quad (3.2a)$$

- dans la région occupée par la source, la pression est constamment maintenue à une valeur désignée par h_1 (condition type Dirichlet):

$$h(r,0,t) = h_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_1 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.2b)$$

- à la surface dans la région non occupée par la source, on suppose que l'évaporation est négligeable: le flux vertical est nul à travers cette frontière:

$$K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad r_1 < r \leq r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.2c)$$

- les frontières latérales et de fond sont étanches:

$$K \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad r = r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.2d)$$

$$K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = 0 \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.2e)$$

- la géométrie axisymétrique impose un flux radial nul à travers l'axe z:

$$K \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad r = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.2f)$$

Dans ces expressions r_{\max} et z_{\max} correspondent aux dimensions limites horizontale et verticale du domaine de modélisation, respectivement; r_1 désigne le rayon de la source (infiltromètre). Voir Figure III-2.

Ainsi, on vient de définir mathématiquement le problème de l'écoulement de l'eau.

3.4.4 - Le problème du transfert de soluté.

L'équation qui gouverne le transfert de soluté non interactif dans un milieu poreux non saturé où toute l'eau présente participe à l'écoulement est donnée par l'Eq.(1.16). Pour un système axisymétrique, elle prend la forme suivante:

$$\frac{\partial(c\theta)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\theta D_{ap}^r r \frac{\partial c}{\partial r} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r c) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\theta D_{ap}^z \frac{\partial c}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} (q_z c) \quad (3.3)$$

où q_r et q_z sont les vitesses de Darcy, et D_{ap}^r et D_{ap}^z sont les coefficients de dispersion apparents dans les directions r et z , respectivement. Le terme de gauche exprime la variation de stock de soluté dans l'V.E.R. relative à un intervalle de temps dt . Le premier et troisième termes de droite représentent le transfert de soluté par dispersion. Le second et quatrième sont relatifs au transfert de soluté par convection.

La considération de l'Equation (1.18) nous amène à écrire:

$$D_{ap}^r = \sigma.v_r \quad \text{et} \quad D_{ap}^z = \sigma.v_z \quad (3.4)$$

où v_r et v_z sont les vitesses de pore dans les directions r et z , respectivement.

L'introduction de (3.4) dans (3.3), compte-tenu du fait que $\theta.v_r = q_r$ et $\theta.v_z = q_z$, conduit à l'expression suivante pour la conservation de la masse du soluté:

$$\frac{\partial(c\theta)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\sigma q_r r \frac{\partial c}{\partial r} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r c) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\sigma q_z \frac{\partial c}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} (q_z c) \quad (3.5)$$

C'est en effet cette expression, soumise aux conditions initiales et aux limites présentées ci-dessous qui constitue la base du modèle de transfert utilisé pour la simulation des expériences.

3.4.4.1 - Conditions initiales et aux limites.

Pour compléter la formulation mathématique du problème de transfert du soluté, on doit établir les conditions aux limites du domaine physique considéré aussi bien que la condition de départ du système. Ainsi, en considérant la variable concentration, $c(r,z,t)$, elles s'expriment par:

- initialement, $t < 0$, chaque point du domaine présente la même concentration, c_0 :

$$c(r,z,t) = c_0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad ; \quad t < 0 \quad (3.6a)$$

- à partir de l'instant $t = 0$, la source est soumise à une condition de concentration constante, c_1 , (type Dirichlet):

$$c(r,0,t) = c_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad 0 < r \leq r_1 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.6b)$$

- à la surface dans la région non occupée par la source, on considère le flux de soluté comme nul dans la direction verticale:

$$\sigma q_z \frac{\partial c}{\partial z} = q_z c \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad r_1 < r \leq r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.6c)$$

- comme le modèle physique présente des parois étanches, on a un flux horizontal de soluté nul pour la frontière latérale et un flux vertical nul pour la frontière de fond, donnés respectivement par:

$$\sigma q_r \frac{\partial c}{\partial r} = q_r c \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad r = r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.6d)$$

$$\sigma q_z \frac{\partial c}{\partial z} = q_z c \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad 0 \leq r \leq r_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.6e)$$

- en raison de l'axisymétrie du domaine, le flux horizontal est nul à travers l'axe vertical:

$$\sigma q_r \frac{\partial c}{\partial r} = q_r c \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad r = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.6f)$$

Le problème du transfert de soluté est ainsi complètement défini.

3.4.5 - Les propriétés du sol.

3.4.5.1 - Caractéristiques hydrodynamiques.

La connaissance des propriétés hydrodynamiques du sol constitue un préalable indispensable à la modélisation numérique du problème physique. Dans les simulations les courbes caractéristiques hydrodynamiques seront introduites sous forme analytique, selon van Genuchten (1980) et Brooks et Corey (1964). Le choix de ces expressions analytiques, couramment utilisées dans la littérature, est totalement arbitraire. Bien entendu ces expressions n'ont pas d'origine physique. Son emploi est justifié par la bonne concordance entre les points mesurés et la forme de la courbe ajustée. Les déterminations expérimentales de $h(\theta)$ et $K(\theta)$ sont effectuées suivant les techniques commentées dans les paragraphes §3.4.5.1.1 et §3.4.5.1.2.

On notera que l'emploi des expressions de Fujita-Parlange, utilisées dans le chapitre II, pour le lissage des points expérimentaux de caractérisation du "Manawatu soil" n' a pas produit une concordance aussi bonne que celle obtenue avec les expressions choisies. Pour cette raison on ne les utilise pas ici.

3.4.5.1.1 - La relation pression capillaire - teneur en eau.

La détermination expérimentale de la relation pression capillaire - teneur en eau, appelée courbe $h(\theta)$, a été effectuée en utilisant les informations apportées par des essais d'absorption dans une colonne horizontale: trois essais de durée différente (25.0; 30.0 et 45.0 min.) ont permis d'établir la relation entre la variable de Boltzmann [Eq.(1.25)], et la teneur volumique en eau. Les profils d'humidité ont été obtenus gravimétriquement en découpant à la fin de chaque essai la colonne (voir photo III-3) en 30 sections d'épaisseur variable.

La Figure III-3 montre les résultats expérimentaux obtenus ainsi qu'une courbe de lissage visuel. L'autre courbe appelée "numérique" fait référence au calcul de la fonction de Boltzmann effectué en utilisant la méthode expliquée dans l'Annexe A1 et tenant compte de la valeur approchée de la sorptivité (voir § 3.4.5.1.3).

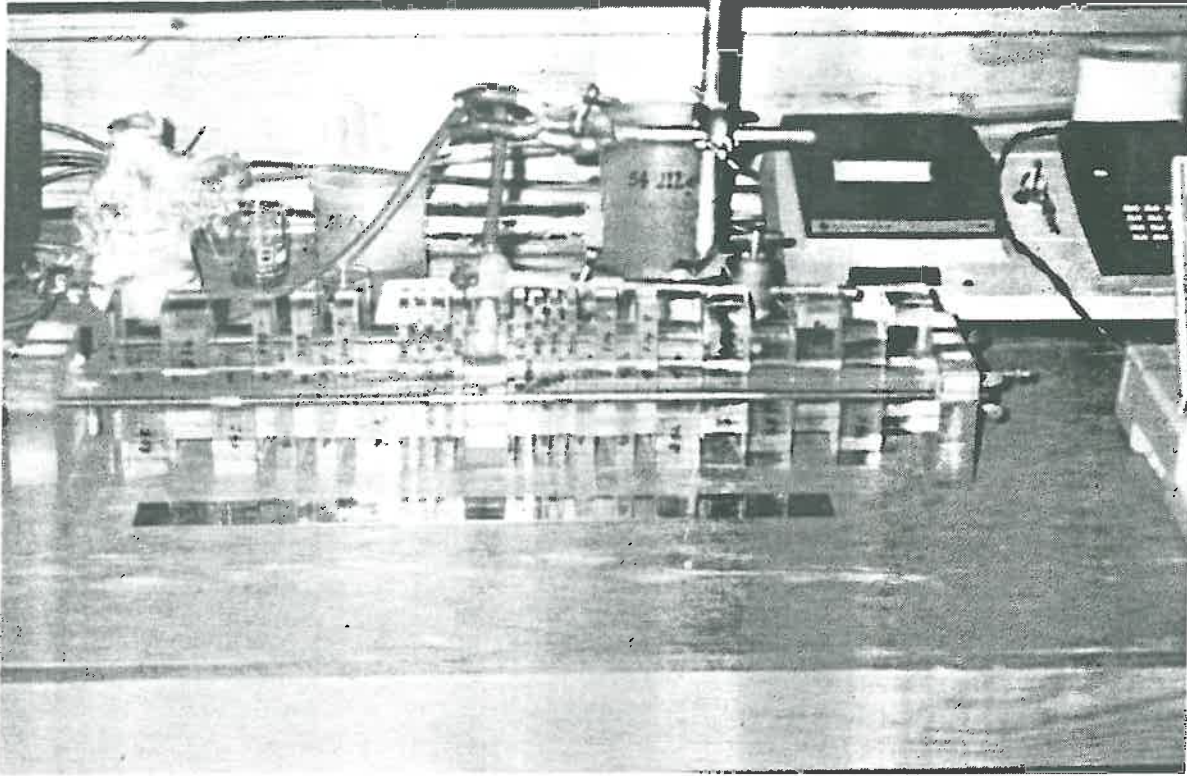


Photo III-3 - Expérience d'absorption horizontale.
(communication personnelle de B.E. Clothier)

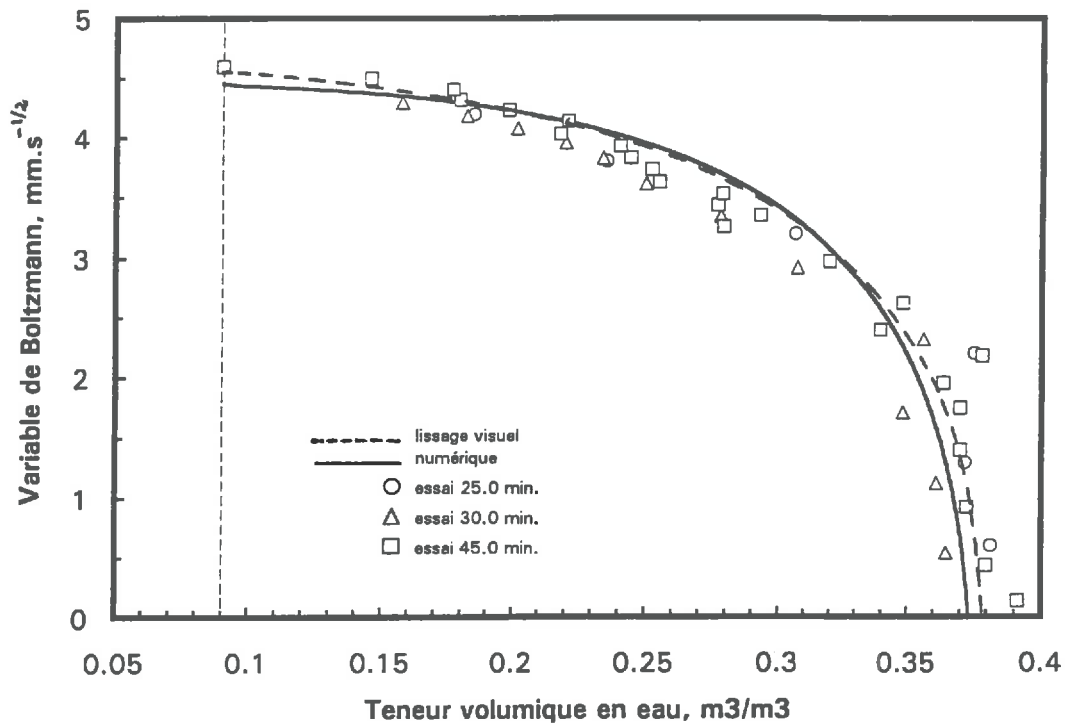


Figure III-3 - Variable de Boltzmann, $\eta(\theta)$, relative au "Manawatu soil". Les points correspondent à trois essais d'absorption de durée différente.

D'autre part, l'implantation d'un tensiomètre à 152 mm de l'entrée de la colonne a donné l'évolution de la pression capillaire au cours de l'humidification de cette section. La Figure III-4 présente les résultats correspondants.

Ainsi, à toute valeur de la pression effective, h_j , en une section donnée ($x = 152$ mm) et à un temps donné t_j correspond une valeur de la teneur en eau, θ_j , fournie par la variable de Boltzmann $\eta_j(\theta_j) = x \cdot t_j^{-1/2}$.

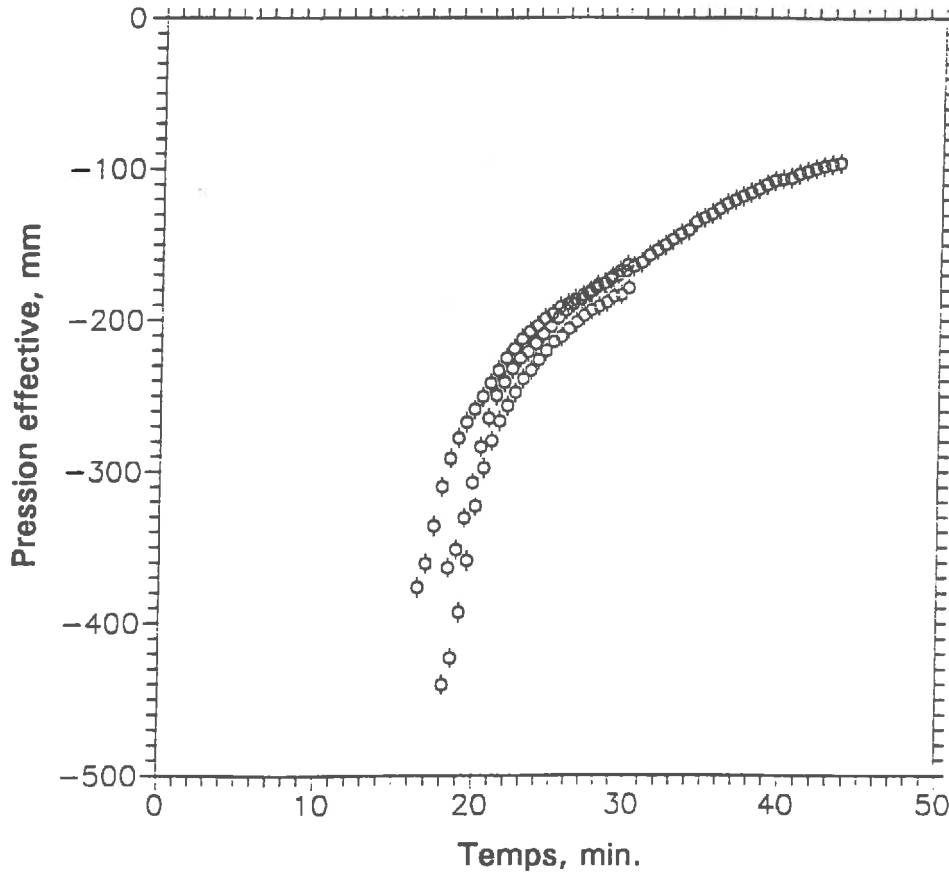


Figure III-4 - L'évolution de la pression effective en fonction du temps pour les trois essais d'absorption. Le tensiomètre est placé à 152 mm de l'entrée de la colonne.

Les points expérimentaux ainsi déterminés sont reportés sur la Figure III-5 ainsi que l'ajustement du modèle de van Genuchten (1980), défini par:

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{h}{h_g}\right)^n\right]^m} \quad (3.7)$$

où θ_s et θ_r sont les teneur en eau à saturation et résiduelle, respectivement. En conséquence directe du modèle de Burdine (1953) on a pris $m = 1 - \frac{2}{n}$ de préférence à $m = 1 - \frac{1}{n}$ (Mualem, 1976) parce que cela assure l'existence des deux premiers moments de la distribution de Laplace de laquelle est issue l'expression de van Genuchten (Fuentes, 1992). Les valeurs des paramètres θ_r , h_g et m ont été obtenues par ajustement de (3.7) aux points expérimentaux par l'algorithme de Marquardt (1963). La valeur $\theta_s = 0.375 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ vient directement des résultats expérimentaux. Les valeurs des paramètres résultant sont:

$$\theta_r = 0.050 \text{ mm}^3/\text{mm}^3; \quad h_g = -185.0 \text{ mm} ; \quad m = 0.4 ;$$

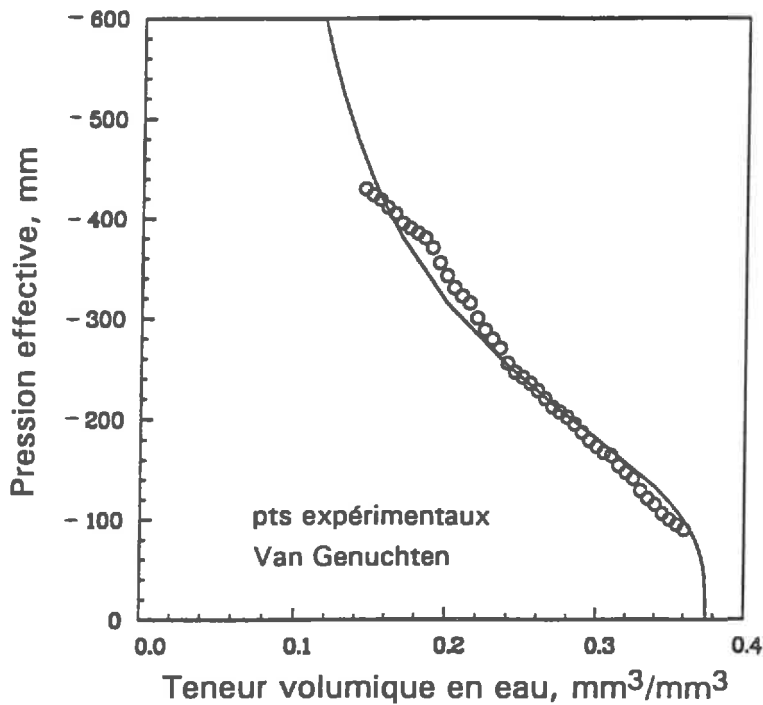


Figure III- 5 - Relation pression effective - teneur volumique en eau, $h(\theta)$.

La capacité capillaire, $C(h)$, est obtenue en dérivant par rapport à h l'Equation (3.7), soit:

$$C(h) = \frac{(\theta_s - \theta_r)mn}{|h_g|} \cdot \left[1 + \left(\frac{h}{h_g} \right)^n \right]^{1-m} \cdot \left(\frac{h}{h_g} \right)^{n-1} \quad (3.8)$$

dont la représentation est montrée dans la Figure III-6.

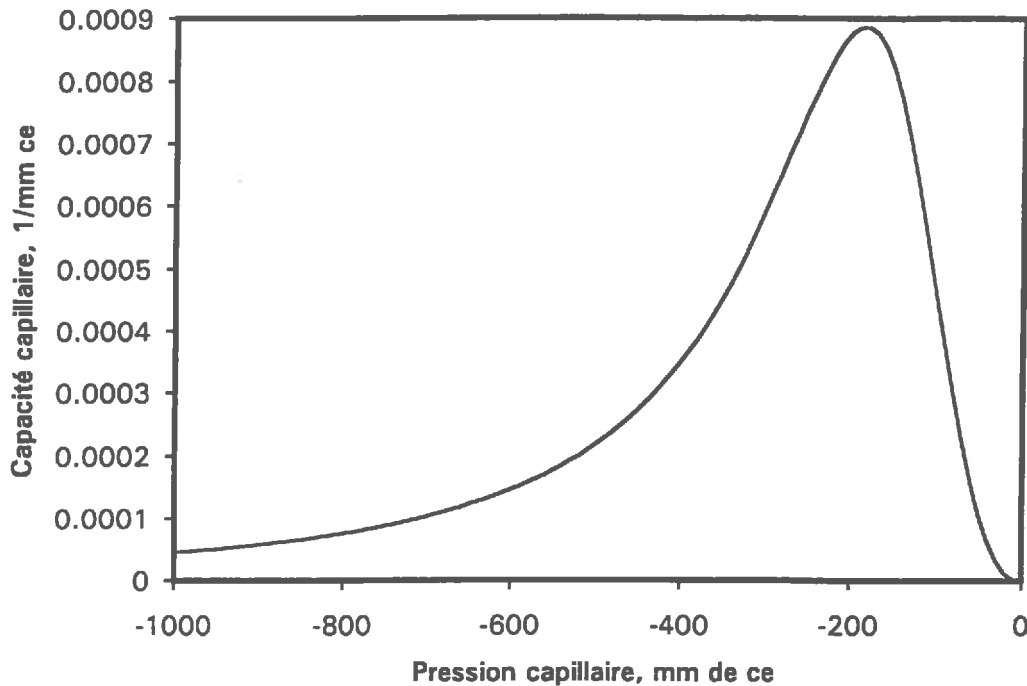


Figure III-6 - La fonction capacité capillaire [Eq.(3.8)] relative à l'expression de van Genuchten [Eq.(3.7)].

3.4.5.1.2 - La conductivité hydraulique.

La détermination de la conductivité hydraulique non-saturée a été obtenue à l'aide d'une colonne de sol contenue dans un cylindre en acrylique. La préparation et la mise en place du sol ont été effectuées de la même manière que celle utilisée pour les expériences d'infiltration dans la cuve.

La technique de mesure adoptée est fondée sur la méthode de Klute (1972). Elle consiste à appliquer une densité de flux à l'entrée de la

colonne et à attendre que l'écoulement atteigne le régime stationnaire (gradient hydraulique unitaire). La teneur en eau au voisinage de la source d'apport d'eau est déterminée gravimétriquement sur un échantillon convenablement prélevé. L'application de la loi de Darcy donne directement la valeur de la conductivité hydraulique qui dans cette condition est égale à la densité de flux appliquée. Le procédé est alors répété pour plusieurs valeurs de flux. L'établissement du régime stationnaire est constaté par la lecture de dispositifs tensiométriques.

Les résultats sont présentés dans la Figure III-7. Une expression analytique du type Brooks et Corey (1964) a été choisie pour représenter d'une façon simple la relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau. Ainsi,

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \quad (3.9)$$

avec, $K_s = 2 \times 10^{-2}$ mm/s ; $\theta_s = 0.375$ m³/m³ ; $\theta_r = 0.050$ m³/m³ ; et $\beta = 4.75$.

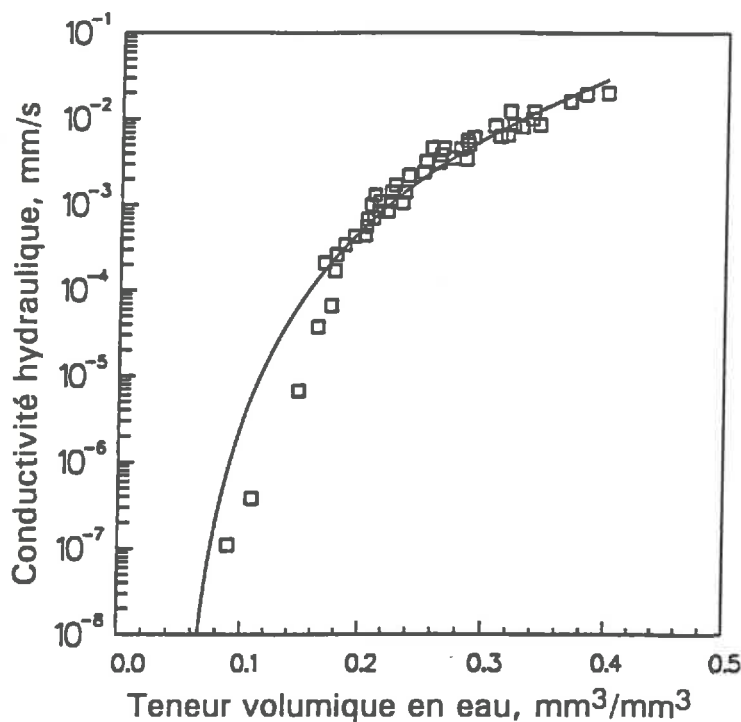


Figure III-7 - Relation conductivité hydraulique - teneur volumique en eau, $K(\theta)$.

La courbe correspondante est donnée Figure III-7. On notera que seul le paramètre β a été ajusté. En effet, les valeurs de θ_s et θ_r sont les mêmes que celles utilisés dans le traitement de la relation $h(\theta)$ et K_s a été obtenu expérimentalement.

La relation $K(h)$ quant à elle peut facilement être obtenue en introduisant $\theta(h)$ dans la relation (3.9), ce qui donne:

$$K(h) = K_s \left[1 + \left(\frac{h}{h_0} \right)^n \right]^{-m\beta} \quad (3.10)$$

3.4.5.1.3 - Calcul approché de la sorptivité et vérification de la fonction de Boltzmann.

Pour estimer la sorptivité, nous utilisons l'expression optimale proposée par Parlange (1975), dont l'ordre de précision est à 0.4% selon une étude de Vauclin et Haverkamp (1985) englobant un ensemble de neuf sols différents. L'expression correspondante est:

$$S^2 = \int_{h_0}^{h_1} (\theta_1 + \theta(h) - 2\theta_0) \cdot K(h) dh \quad (3.11)$$

où h_1 ou θ_1 désignent la condition imposée à la source; et $h_0 < h_1$ ou $\theta_0 < \theta_1$ la condition initiale (uniforme) dans le milieu. L'intégration de (3.11) compte-tenu des relations $\theta(h)$ et $K(h)$, obtenues à partir de $h(\theta)$ et $K(\theta)$ déterminées précédemment, conduit à une valeur de $S = 1.054 \text{ mm.s}^{-1/2}$.

Avec la valeur de la sorptivité ainsi déterminée et les caractéristiques $h(\theta)$ et $K(\theta)$ admises pour représenter le comportement du milieu, la fonction de Boltzmann peut être calculée numériquement. La procédure suivie est présentée dans l'Annexe A1.

Le résultat de ce calcul est reporté sur la Figure III-3 et le bon accord avec les données expérimentales obtenues indépendamment tend à montrer la pertinence des relations $h(\theta)$ et $K(\theta)$.

3.4.5.2 - Caractéristiques dispersives du sol.

Dans le développement du modèle mathématique on suppose que toute l'eau présente dans le milieu poreux est apte à participer de l'écoulement.

Autrement dit, on ne tient pas compte de la possibilité d'une fraction de l'eau stagnante présente dans le milieu. La pertinence de ce type de modèle, appelé à un seul paramètre, D_{ap} , sera jugée en fonction des résultats expérience-modèle. De cette manière, en ce qui concerne les propriétés dispersives, on doit déterminer uniquement le coefficient de dispersion apparent, D_{ap} .

En raison des difficultés à effectuer des mesures directes du coefficient de diffusion-dispersion apparent et considérant le volume des informations existantes dans la littérature (Pfannkuch, 1963; Bear, 1972; Bresler, 1972, 1975; Clothier et Elrick, 1985), on a adopté une expression assez simple pour représenter ce coefficient. Cette expression, donnée par l'Eq.(1.18), consiste en une relation linéaire entre D_{ap} , et la vitesse de pore, v , en introduisant le paramètre dispersivité, σ . Elle a déjà été employée dans l'établissement des Eqs.(3.5) et (3.6). Evidemment dans ce cas, la partie due à la diffusion moléculaire pure est supposée négligeable par rapport aux autres mécanismes de dispersion. Freyberg (1986) donne la valeur de $2.08 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ pour le coefficient de diffusion moléculaire de l'ion bromure, Br^- , en solution aqueuse à 20°C . Cette valeur peut être considérée comme pratiquement indépendante de la concentration.

La valeur adoptée pour la dispersivité, σ , est de 2 mm (Kirda et al., 1973; Clothier, 1988a). L'évaluation expérimentale de σ est très difficile (Watson et Jones, 1981) puisque, à la différence du problème hydrodynamique qui admet la transformation de Boltzmann, il n'existe pas de profil-type de concentration lorsque D_{ap} dépend de la vitesse d'écoulement. De cette manière, la valeur de σ initialement utilisée sera vue comme une première approximation, en laissant ouverte la possibilité de "caler" ce paramètre, c'est-à-dire de le faire varier jusqu'à ce que les résultats du modèle "coïncident" avec les résultats expérimentaux.

3.4.6 - Couplage: écoulement d'eau - transfert de soluté.

La présence d'un soluté en solution dans l'eau peut induire les phénomènes suivants:

- modification des propriétés physiques de l'eau, notamment la masse volumique et la viscosité dynamique susceptible d'engendrer des instabilités hydrodynamiques;
- apparition d'un potentiel osmotique pouvant influencer le transfert de l'eau liquide lorsqu'il existe des gradients de concentration dans le milieu. Ce terme osmotique, P_{osm} , est exprimé selon Bresler (1973) par:

$$P_{osm} = \eta_o \frac{\Pi}{\rho_o g} \quad (3.12)$$

où Π est la pression osmotique ($ML^{-1}T^{-2}$), η_o est appelé le coefficient osmotique efficace. Lorsque Π est rapportée à la concentration c du soluté l'Eq.(3.12) devient:

$$\Pi = \gamma_s c R T \quad (3.13)$$

où γ_s est le coefficient osmotique du soluté, R est la constante des gaz parfaits, et T est la température absolue exprimé en Kelvin (K).

Les résultats de Jegat (1975) et Gaudet (1978) révèlent que les propriétés physiques de l'eau sont très peu affectées pour des valeurs de concentrations de l'ordre de quelques grammes par litre, utilisées dans les essais.

Les travaux expérimentaux de Letey et al. (1969) ont montré que le coefficient osmotique efficace, η_o est assez faible pour les conditions de pression et concentration normalement trouvées dans les sols. Ainsi, sauf dans les cas des sols très secs ou très chargés en sel, l'influence du terme osmotique dans l'écoulement est négligeable face aux termes de potentiels capillaire et gravitaire.

Ainsi, dans la suite de l'étude on considère que l'écoulement de l'eau n'est pas affecté par la présence du soluté. Le problème hydrodynamique est résolu indépendamment du transport du soluté. Cela facilite grandement l'obtention de la solution globale. Ainsi, pour chaque pas de temps dans le schéma numérique, on résoud la partie hydrodynamique dans une première étape et ensuite celle du soluté. Bien entendu, pour résoudre la seconde partie du problème il faut connaître la teneur en eau $\theta(r,z,t)$ et les composantes de la vitesse de Darcy, $q_r(r,z,t)$ et $q_z(r,z,t)$ dans tout le domaine et à chaque instant, ces valeurs étant fournies par la résolution du problème hydrodynamique.

3.4.7 - Résolution numérique du problème global.

Le caractère fortement non linéaire des Equations (3.1) et (3.5) rend vaine la recherche des solutions analytiques quel que soit le type de conditions initiales et aux limites. Il nécessite donc la mise en oeuvre de méthodes numériques. Ainsi le système d'équations (3.1) et (3.5) a été résolu par un schéma aux différences finies présenté en détails dans l'Annexe A2. Nous nous limitons ici en examiner quelques spécificités.

3.4.7.1 - Choix des pas d'espace et de temps.

Le choix du maillage et la procédure d'incrémentation du pas de temps sont les mêmes pour les problèmes hydrodynamique et hydro-dispersif.

Le maillage utilisé suit le même type de distribution présenté dans la Figure II-7, avec $m = 45$; $n = 35$; $r_1 = 60$ mm ; $z_{\max} = 300$ mm; $r_{\max} = 200$ mm; et le nombre de points sous la source, n_1 , est égal à 10. La loi donnée par (A2.11) est également adoptée en considérant le paramètre d'écart, ε , qui fait varier le pas d'espace égal à 1.035 pour les directions verticale et horizontale. De cette façon, le pas d'espace le plus petit vaut 2.96 mm et le plus grand 13.01 mm.

Pour faire varier le pas de temps, de façon à optimiser le temps de calcul compte-tenu de la cinétique du phénomène, la loi proposée par Vauclin et al (1979) [Equation (A2-12)] a été employée. Le facteur d'ajustement, ζ , a été pris égal à 0.025 avec un pas de temps initial de 0.1 seconde.

A l'instant de l'introduction du soluté dans le milieu le pas de temps revient à la valeur initiale (0.1s) pendant quelques dizaines d'itérations et reprend après son cours normal.

Ces valeurs sont le résultat d'une optimisation empirique entre temps de calcul et accumulation des erreurs d'arrondis machine.

3.4.7.2 - Résolution du problème hydrodynamique.

Comme dans le chapitre II, la discrétisation des équations a été effectuée selon les modalités du modèle de bilan local: schéma du type totalement implicite avec linéarisation explicite dans le temps de la capacité capillaire et de la conductivité hydraulique.

Les équations discrétisées sont présentées dans l'Annexe A2. En conséquence de l'application de la méthode numérique, nous sommes amenés à résoudre un système linéaire d'équations représenté comme suit:

$$A_{ij} h_{i,j-1}^{k+1} + B_{ij} h_{i,j}^{k+1} + C_{ij} h_{i,j+1}^{k+1} + D_{ij} h_{i+1,j}^{k+1} + E_{ij} h_{i,j+1}^{k+1} = F_{ij} \quad (3.14)$$

avec $(\forall_i \in [1, m] ; \forall_j \in [1, n])$

où $h_{i,j}^{k+1}$ correspond à la valeur de la pression au point de calcul (i,j) au pas de temps $k+1$. La Figure A2-1 montre schématiquement la discrétisation du domaine de calcul dans le plan (r,z) valable dans le cas présent lorsqu'on considère $h_{i,j}$ (pression) à la place de $U_{i,j}$ (variable de Kirchhoff). Les expressions pour les coefficients A, B, C, D, E et F sont également fournies dans l'Annexe A2.

3.4.7.2.1 - Estimation des conductivités hydrauliques inter-nodales.

L'estimation de la conductivité hydraulique inter-nodale nécessaire au calcul des vitesses de Darcy, q_r et q_z , est délicate et a fait l'objet d'une étude particulière.

La pondération de type géométrique utilisée avec succès dans la formulation de Kirchhoff (chapitre II) a conduit au développement d'instabilités numériques pour les conditions imposées par l'expérimentation. Elles sont illustrées dans la Figure III-8a par l'évolution du flux au travers de la source (ligne pleine). Les oscillations qui apparaissent dès les premiers pas de temps persistent pendant plusieurs dizaines de secondes ce qui permet pas l'obtention d'une solution acceptable.

Pour identifier l'origine de cette instabilité, on a effectué une étude systématique en modifiant les conditions imposées au domaine de calcul et en analysant les conséquences sur la solution numérique. Ainsi, il apparaît que si la valeur initiale de la pression dans le milieu, h_0 , est suffisamment proche de celle appliquée à la source, h_1 , la solution devient stable. Ceci est montré à l'aide des lignes continues dans les Figures III-8a, III-8b et III-8c, pour trois valeurs différentes de h_0 : -888.9, -200.0 et -150.0 mm d'eau correspondant respectivement à 0.09, 0.16 et 0.21 m³/m³ pour la teneur volumique en eau initiale dans le milieu. La condition de pression à la source reste fixée à -50 mm d'eau. On peut voir que, pour des valeurs supérieures à -200.0 mm, le flux tend à devenir stable.

L'examen de la courbe de la capacité capillaire en fonction de la pression (Figure III-6), montre que $C(h)$ est maximum pour $h = -200$ mm. Il semble donc que l'occurrence des instabilités soit liée au caractère non monotone de $C(h)$ et à son influence sur l'estimation des conductivités inter-nodales.

Nous savons que la moyenne géométrique, en raison de son caractère dissymétrique, affecte un plus grand poids à la conductivité hydraulique au niveau du noeud aval ($i+1$ pour $K_{i+1/2,j}$; i pour $K_{i-1/2,j}$; $j+1$ pour $K_{i,j+1/2}$ et j pour $K_{i,j-1/2}$). Ainsi, dans le but de rendre stable le schéma numérique, on a testé d'autres types de pondération en déplaçant le poids du noeud aval vers le noeud amont. La moyenne arithmétique, qui établit des poids égaux pour les deux noeuds, compte parmi nos tentatives. Les résultats (Figure III-9) se sont montrés analogues à ceux obtenus avec la moyenne géométrique.

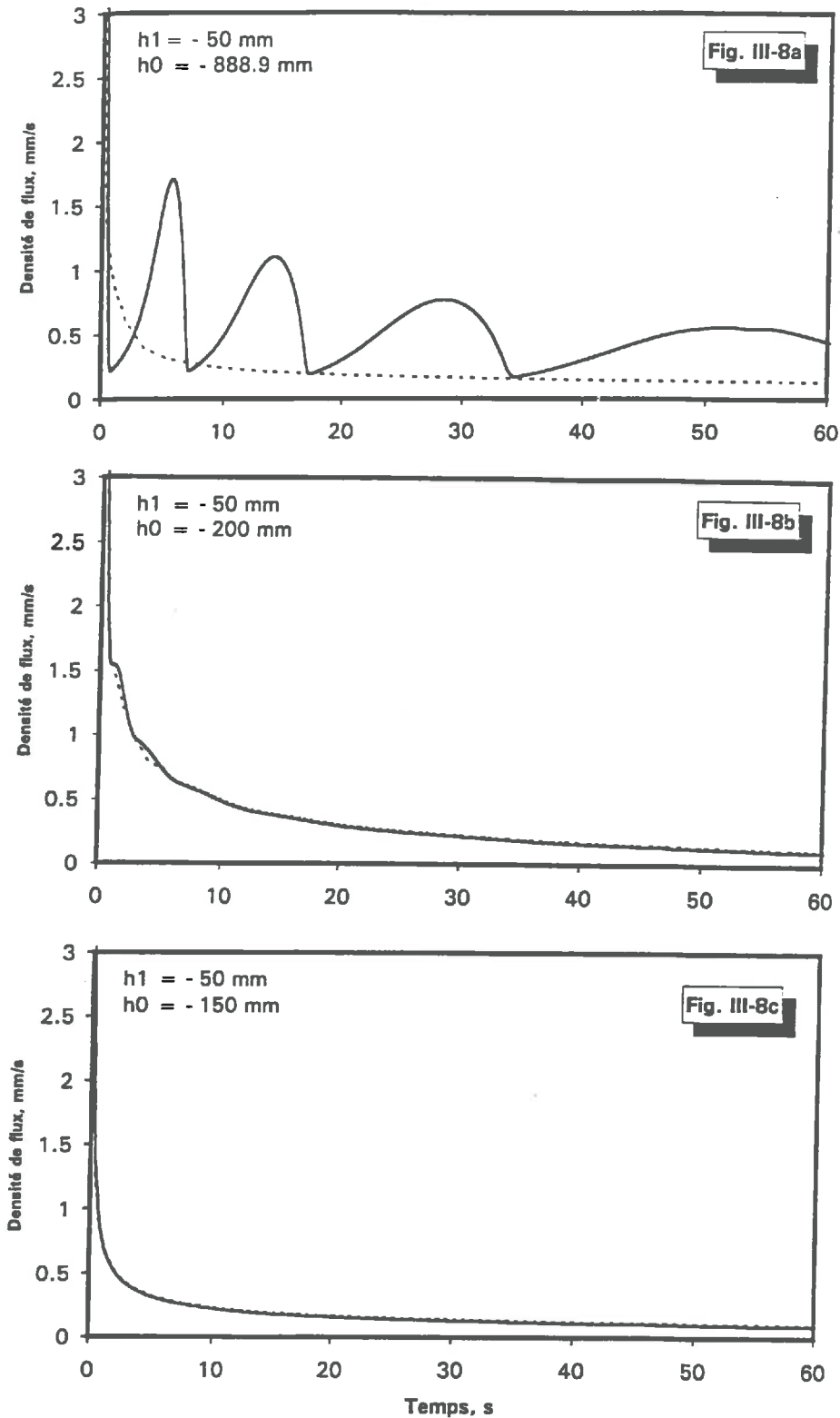


Figure III-8 - Illustration du problème d'instabilité du flux sous la source lorsque la moyenne géométrique est utilisée pour le calcul de la conductivité hydraulique inter-nodale. Ligne pleine: pondération géométrique; ligne discontinue: pondération amont.

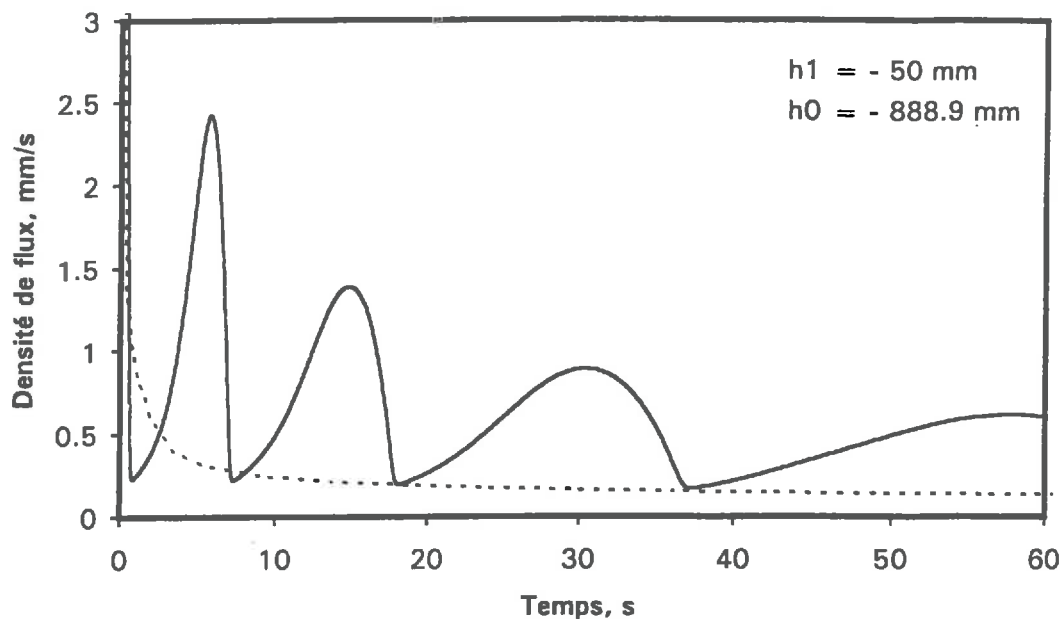


Figure III-9 - L'instabilité du flux sous la source pour le cas de pondération arithmétique de la conductivité inter-nodale. Ligne pleine: pondération arithmétique; ligne descontinue: pondération amont.

Finalemnt l'utilisation d'une pondération totalement amont, comme celle proposée par Phuc & Morel-Seytoux, (1972) et également utilisée par Hills et al. (1989):

$$\begin{aligned}
 K_{i-1/2,j} &= K_{i-1,j} & ; \\
 K_{i,j-1/2} &= K_{i,j-1} & ; & \quad K_{i,j+1/2} = K_{i,j} & ; & \quad (3.15) \\
 K_{i+1/2,j} &= K_{i,j}
 \end{aligned}$$

a permis de s'affranchir du problème. A titre comparatif les résultats obtenus avec ce type de pondération sont montrés en ligne pontillée sur les Figs.(III-8).

3.4.7.2.2 - Validation du schéma numérique.

La qualité de la solution numérique a été appréciée en vérifiant la conservation du bilan de masse. L'expression pour la variation totale du volume d'eau contenu dans le sol entre les instants t^{k+1} et initial s'écrit:

$$\Delta S_e(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{i,j}^k (h_{i,j}^{k+1} - h_{i,j}^k) \cdot \pi \cdot (re_j^2 - ro_j^2) \cdot \frac{(dzn_i + dzs_i)}{2} \quad (3.16)$$

où $C_{i,j}^k$, est la capacité capillaire au noeud i,j à l'instant t^k . D'autre part le volume d'eau apporté par la source au domaine dans ce même intervalle de temps peut s'exprimer par:

$$\Delta V_e(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{j=1}^{n_1} - \left\{ (t^{k+1} - t^k) \cdot K_{t+1/2,j}^k \cdot \left[\frac{(h_{2,j}^{k+1} - h_{1,j}^{k+1})}{dzs_1} - 1 \right] \right\} \cdot \pi \cdot (re_j^2 - ro_j^2) \quad (3.17)$$

La Figure A2-1 fournit les éléments géométriques présents dans ces expressions. La valeur entière n_1 correspond au dernier point placé sur la source.

Pendant la simulation, l'égalité $\Delta S_e = \Delta V_e$, exigée par le principe de la conservation de la masse, a présenté des erreurs relatives $(\Delta V_e - \Delta S_e) / \Delta S_e$ inférieures à 0.5%.

Avec l'adoption de la pondération totalement amont (3.15), aucun problème d'instabilité n'a été observé dans la solution numérique.

Finalement, comme il a été déjà fait dans le chapitre II, on a utilisé la solution optimale de Parlange et al (1985) [Annexe A3] pour vérifier la légitimité du schéma numérique. Ainsi on a résolu numériquement le problème monodirectionnel avec des conditions aussi proches que possible de celles relatives au cas axisymétrique. L'équation de l'écoulement est donc:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (3.18)$$

soumise aux conditions suivantes:

$$h(z,0) = h_0 \quad ; \quad 0 < z \leq z_{\max} \quad ; \quad t=0 \quad (3.19a)$$

$$h(0,t) = h_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.19b)$$

$$K \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = K \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.19c)$$

où $z_{\max} = 300 \text{ mm}$; $h_1 = -50.0 \text{ mm}$; $h_0 = -888.9 \text{ mm}$.

L'utilisation de la solution de Parlange appliquée à d'autres caractéristiques hydrodynamiques que celles de Fujita-Parlange (comme dans le cas présent) doit satisfaire certaines conditions intégrales. Ces conditions (Annexe A3) permettent le calcul des paramètres de la solution de Parlange de manière à réaliser l'équivalence au sens intégrale entre nos caractéristiques (van Genuchten et Brooks & Corey) et celles de Fujita-Parlange (chapitre II).

Les Figures III-10 et III-11 montrent que le schéma numérique développé pour le cas axisymétrique, mais appliqué au cas monodirectionnel produit des résultats tout à fait satisfaisants par rapport à la solution optimale.

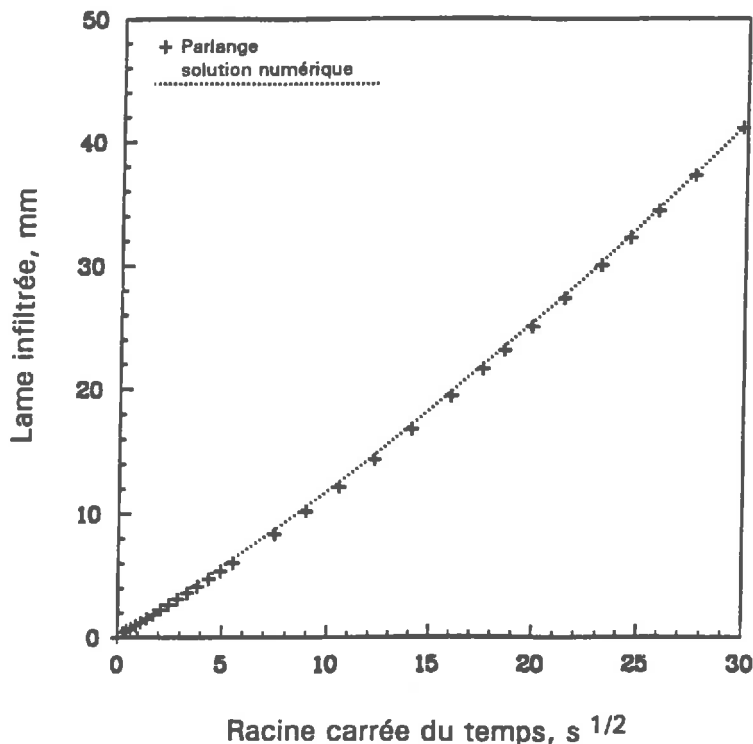


Figure III-10 - Ecoulement monodirectionnel: comparaison entre les lames infiltrées calculées numériquement et analytiquement.

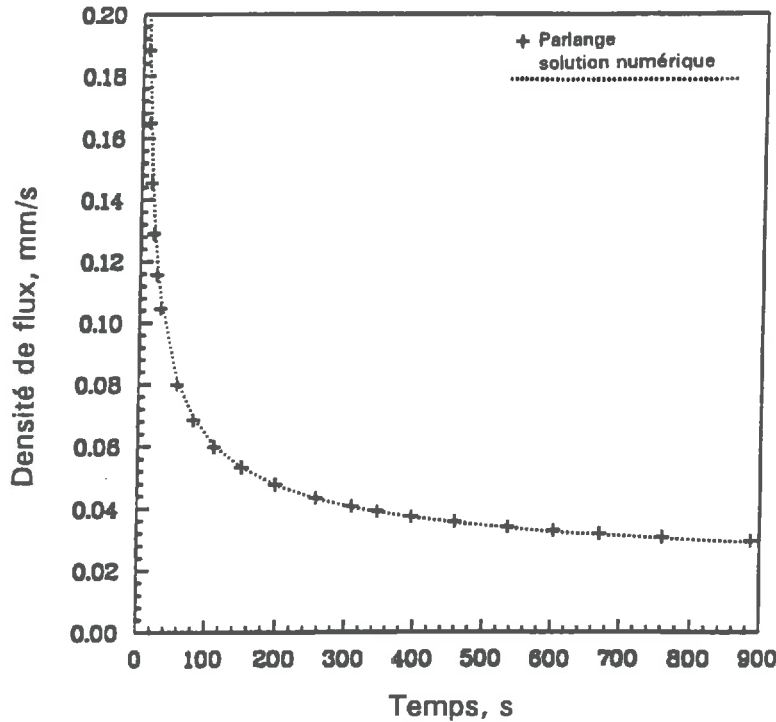


Figure III-11 - Ecoulement monodirectionnel: évolution de la densité de flux sous la source calculée numériquement et analytiquement.

3.4.7.3 - Résolution du problème convecto-dispersif.

Le type de discrétisation utilisé pour résoudre l'équation du transport est analogue à celui utilisé dans le problème hydrodynamique. C'est-à-dire un schéma totalement implicite fondé sur le modèle de bilan local. L'Equation (3.5) assortie des conditions (3.6) conduit, une fois de plus, à un système linéaire d'équations:

$$a_{i,j} c_{i,j-1}^{k+1} + b_{i,j} c_{i,j}^{k+1} + c_{i,j} c_{i,j+1}^{k+1} + d_{i,j} c_{i+1,j}^{k+1} + e_{i,j} c_{i,j+1}^{k+1} = f_{i,j} \quad (3.20)$$

avec $(\forall_i \in [1, m] ; \forall_j \in [1, n])$

où $c_{i,j}^{k+1}$ correspond à la valeur de la concentration au point (i,j) et au pas de temps $k+1$. La discrétisation des équations ainsi que les expressions des coefficients a , b , c , d , e et f sont données dans l'Annexe A2. La Figure A2-1 représente cette discrétisation et les éléments géométriques concernés (dans ce cas on considère $c_{i,j}$ à la place de $U_{i,j}$).

3.4.7.3.1 - Stabilité et convergence de la solution.

Comme nous pourrons le constater par la suite, aucun problème d'instabilité numérique n'a été observé dans la simulation du problème physique.

Les expressions pour vérifier le principe de la conservation de la masse de soluté sont les suivantes:

- pour le calcul de la variation totale de la masse de soluté entre les instants t^{k+1} et t initial:

$$\Delta S_s(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left[\theta_{i,j}^k (c_{i,j}^{k+1} - c_{i,j}^k) + c_{i,j}^k (\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k) \right] \cdot \pi \cdot (re_j^2 - ro_j^2) \cdot \frac{(dz_{n_i} + dz_{s_i})}{2} \quad (3.21)$$

- pour la masse de soluté injectée dans le domaine à travers la source entre t^{k+1} et t initial:

$$\Delta V_s(t^{k+1}) = \sum_{k=1}^{k+1} \sum_{j=1}^{n_1} - (t^{k+1} - t^k) \cdot \left[\sigma q_{s_1} \frac{(c_{2,j}^{k+1} - c_{1,j}^{k+1})}{dz_{s_1}} - q_{s_1} c_{t+1/2,j}^{k+1} \right] \cdot \pi \cdot (re_j^2 - ro_j^2) \quad (3.22)$$

où

$$q_{s_1} = -K_{t+1/2,j}^k \left[\frac{(h_{2,j}^{k+1} - h_{1,j}^{k+1})}{dz_{s_1}} - 1 \right] \quad (3.23)$$

Comme pour le problème hydrodynamique, les erreurs relatives $(\Delta V_s - \Delta S_s) / \Delta S_s$ sont restées inférieures à 0.5%.

3.4.7.3.2 - Influence de la diffusion numérique.

L'erreur commise en assimilant les dérivés partielles à des différences finies peut être appréciée par les développements en série de Taylor. Ainsi, pour le cas présent, l'équation de diffusion-convection relative à un pas de temps, Δt , quelconque et considérant, à titre de exemple, uniquement la direction z , s'écrit:

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} = \theta D_{ap}^z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - q_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.24)$$

où θ , D_{ap}^z , et q_z sont constants dans l'intervalle de temps Δt .

En raison du schéma implicite par rapport à la variable temporelle, l'approximation en série de Taylor de la variable concentration, $c(t)$, est exprimée par:

$$c(t + \Delta t) = c(t) + \Delta t \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} + \frac{(\Delta t)^3}{3!} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} + \dots \quad (3.25)$$

Ainsi, le calcul numérique de la dérivée $\frac{\partial c}{\partial t}$ présente dans le terme de variation de stock de soluté [terme de gauche dans l'Eq.(3.24)] est effectué à partir de (3.25), ce qui donne:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{c(t + \Delta t) - c(t)}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} - \frac{(\Delta t)^2}{3!} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3} - \dots \quad (3.26)$$

L'introduction de (3.26) dans (3.24) en négligeant $\frac{(\Delta t)^2}{3!} \frac{\partial^3 c}{\partial t^3}$ produit alors:

$$\theta \frac{\Delta c}{\Delta t} = \theta \left(D_{ap}^z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + \frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \right) - q_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.27)$$

avec, $\Delta c = c(t + \Delta t) - c(t)$.

Dans la mesure où l'on exprime, comme l'a fait Lantz (1971), $\frac{\partial^2 c}{\partial t^2}$ en termes de $\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$ et considérant $\frac{\partial z}{\partial t} = v_z = \frac{q_z}{\theta}$:

$$\frac{\partial^2 c}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 = \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \left(\frac{q_z}{\theta} \right)^2 \quad (3.29)$$

Lorsque (3.29) est introduite dans (3.27), ceci devient:

$$\theta \frac{\Delta c}{\Delta t} = \theta \left[(D_{ap}^z - D_{num,t}) \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right] - q_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.30)$$

avec

$$D_{num,t} = \frac{1}{2} \left(\frac{q_z}{\theta} \right)^2 \Delta t \quad (3.31)$$

où $D_{num,t}$ est la diffusion numérique due à l'écriture implicite.

Une autre source possible de diffusion numérique est celle liée au calcul de la dérivée $\frac{\partial c}{\partial z}$ présente dans le terme convectif de l'Equation (3.24).

Le développement en série de Taylor de $c(z)$ peut s'effectuer soit en différence "avant" ($z + \Delta z_+$) soit en différence "arrière" ($z - \Delta z_-$):

$$c(z \pm \Delta z_{\pm}) = c(z) \pm \Delta z_{\pm} \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{(\Delta z_{\pm})^2}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \pm \frac{(\Delta z_{\pm})^3}{3!} \frac{\partial^3 c}{\partial z^3} + \dots \quad (3.32)$$

ce qui permet d'exprimer $\frac{\partial c}{\partial z}$ comme:

$$\frac{\partial c}{\partial z} = \pm \frac{c(z \pm \Delta z_{\pm}) - c(z)}{\Delta z_{\pm}} \mp \frac{(\Delta z_{\pm})^2}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \frac{(\Delta z_{\pm})^3}{3!} \frac{\partial^3 c}{\partial z^3} \mp \dots \quad (3.33)$$

En introduisant (3.33) seulement avec les deux premiers termes de droite dans (2.24), on obtient:

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} = \theta D_{ap}^z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - q_z \left(\frac{\Delta c}{\Delta z_{\pm}} \mp \frac{(\Delta z_{\pm})}{2!} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (3.34)$$

avec $\Delta c = \pm [c(z \pm \Delta z_{\pm}) - c(z)]$.

Comme $q_z = \theta \cdot v_z$, l'Eq.(3.34) peut se mettre sous la forme:

$$\theta \frac{\partial c}{\partial t} = \theta (D_{ap}^z - D_{num,z}) \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - q_z \frac{\Delta c}{\Delta z_{\pm}} \quad (3.35)$$

avec

$$D_{num,z} = \mp \frac{1}{2} v_z \Delta z_{\pm} \quad (3.36)$$

où $D_{num,z}$ est la diffusion numérique due à l'écriture "avant" ($D_{num,z} < 0$) ou "arrière" ($D_{num,z} > 0$).

Dans notre cas, un schéma en différence centrée (Annexe A2) est utilisé, ce qui tend à compenser les erreurs prévues par (3.36). Malgré ce fait, l'emploi d'un maillage non régulier ($\Delta z_+ \neq \Delta z_-$) peut entraîner des effets de diffusion numérique non négligeables, soit à partir de (3.36):

$$D_{num,z} = -\frac{1}{2} v_z (\Delta z_+ - \Delta z_-) \quad (3.37)$$

La considération des expressions (3.31) et (3.37) compte-tenu du maillage et des pas de temps adoptés (§3.4.7.1) amène aux conséquences suivantes:

- $D_{num,t}/D_{ap}$ est de l'ordre de 0.0025 dans le voisinage de la source et à l'instant de l'introduction du soluté dans le milieu. En raison de la géométrie du système, les vitesses de pore diminuent rapidement à mesure que la distance à la source augmente ce qui tend à réduire de plus en plus les effets de ce type de diffusion numérique sur le transport du soluté;
- au vu de (3.4) et (3.37), $D_{num,z}/D_{ap} = -(\Delta z_+ - \Delta z_-)/(2\sigma)$, donc indépendante de la vitesse de pore. Dans le voisinage de la source $|D_{num,z}/D_{ap}| < 0.003$ pouvant atteindre 0.0125 dans la zone du front d'infiltration ($\theta \approx 0.1$) à la fin des simulations.

L'adoption ou non de corrections dues à la diffusion numérique n'a pas apporté de différences visibles dans les résultats de simulation.

3.4.7.3.3 - Vérification de la solution pour le cas monodirectionnel à coefficients constants.

Pour tester le schéma numérique nous avons cherché une solution analytique pour un cas plus simple (monodirectionnel) mais proche du problème originel (axisymétrique). La solution retenue a été celle proposée par Cleary et Adrian (1973), et présentée dans l'Annexe A4. Elle s'applique au régime d'écoulement d'eau permanent dans un profil de teneur en eau uniforme. En conséquence le coefficient de dispersion apparent, D_{ap} , la teneur en eau, θ , et la densité de flux, q , sont constantes dans le temps et l'espace.

L'équation à résoudre est celle donnée par (3.24) soumise aux conditions initiales et aux limites suivantes:

$$c(z,t) = c_0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq z_{\max} \quad ; \quad t < 0 \quad (3.38a)$$

$$c(0,t) = c_1 \quad ; \quad z = 0 \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.38b)$$

$$\frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z = z_{\max} \quad ; \quad t \geq 0 \quad (3.38c)$$

Pour la simulation monodirectionnelle on a utilisé les valeurs suivantes $c_0 = 0$; $c_1 = 0.10 M$; $\sigma = 2 \text{ mm}$; $q = 0.10 \text{ mm/s}$; $\theta = 0.375 \text{ m}^3/\text{m}^3$ et $z_{\max} = 300 \text{ mm}$. De plus, vis-à-vis de la nouvelle géométrie, on a adopté un maillage régulier constitué de 100 points et un pas de temps constant de 0.1s.

Suite au pas de temps adopté, le rapport $D_{\text{num},t}/D_{ap}$ vaut 0.0025, comme dans le cas axisymétrique; et , à cause du pas d'espace uniforme, $D_{\text{num},z}/D_{ap}$ est égal à zéro.

Il convient de remarquer que, dans le problème physique originel, le soluté commence à être injecté dans le milieu lorsque le régime d'écoulement dépasse la phase cinétique initiale et entre dans la phase asymptotique (où le phénomène d'infiltration devient lent). Ainsi, mise à part l'aspect géométrique, la version monodirectionnelle proposée n'est pas très éloignée des conditions imposées au cas axisymétrique.

La Figure III-12 présente la comparaison entre les résultats numériques et la solution analytique de Cleary et Adrian, 1973, pour cinq profils de concentration relatifs à cinq temps différents. La bonne concordance entre les deux solutions tend à indiquer la précision du schéma numérique pour la résolution du problème axisymétrique.

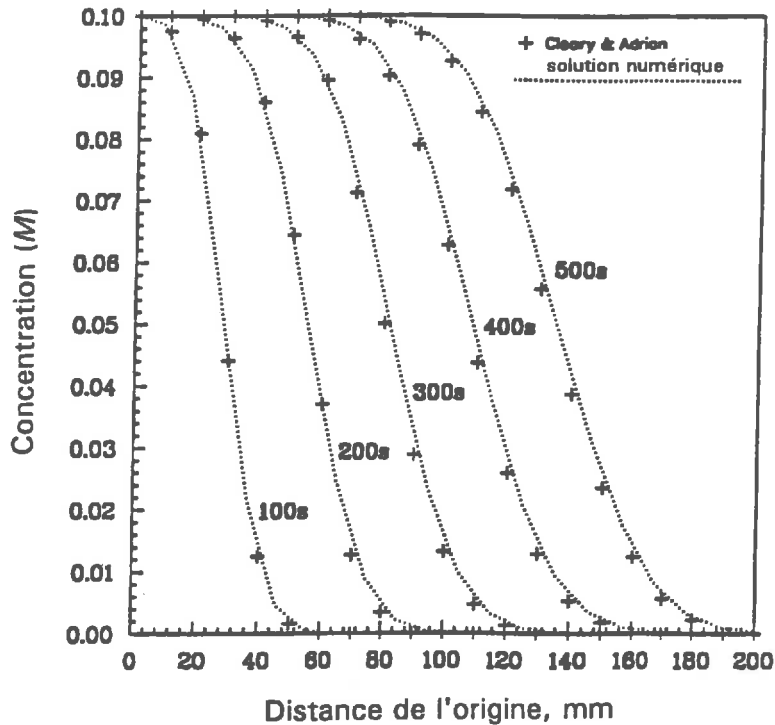


Figure III-12 - Comparaison entre la solution numérique du transport de soluté et la solution de Cleary & Adrian (1973). Cas monodirectionnel à coefficients constants.

3.5 - Résultats de la modélisation.

Les résultats expérimentaux présentés ici et simulés par le modèle mathématique proviennent de quatre essais d'infiltration différents dont la conduite a été exposée dans §3.3.

3.5.1 - Evolution dans le temps de la lame infiltrée et du flux.

La Figure III-13 présente pour les 3 essais réalisés à l'eau pure les mesures de la lame infiltrée. Le premier point de chaque essai correspond à un temps de 10 secondes. En raison de la rapidité de l'écoulement aux temps initiaux ces points présentent une plus grande incertitude que ceux obtenus ultérieurement. Il convient également de noter que les mesures du niveau d'eau dans le réservoir d'alimentation de l'infiltromètre sont effectuées visuellement et sont perturbées, notamment au début de chaque essai, par la montée des bulles d'air.

Le résultat de la simulation apparaît en ligne continue (Figure III-13) et sont en bon accord avec les points expérimentaux. La ligne droite pointillée partant de l'origine indique le comportement pour le cas de l'absorption monodirectionnelle, $l = S \cdot t^{1/2}$, lorsque $S = 1.054 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1/2}$ [valeur théorique calculée à travers l'expression (3.11)]. D'ailleurs, cette valeur est en très bon accord avec l'estimation ($S \approx 1.05 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1/2}$) fondée sur la fonction de Boltzmann compte-tenu du lissage visuel effectué sur les points expérimentaux (Fig.III-3). D'autre part, on constate que l'analyse des données de l'infiltration aux temps courts (sur la Fig.III-13), où un comportement monodirectionnel est attendu, peut induire une surestimation de la sorptivité de l'ordre de 40% ($S \approx 1.5 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1/2}$).

En effet, le temps géométrique [Philip (1969), Eq.(1.38)], avec $r_1 = 60 \text{ mm}$; $\theta_1 = 0.3734 \text{ m}^3/\text{m}^3$; $\theta_0 = 0.0900 \text{ m}^3/\text{m}^3$ et $S = 1.054 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1/2}$, conduit à $t_{\text{geom}} = 260 \text{ s}$. C'est-à-dire, on estime qu'à partir de ce temps la géométrie du système doit s'imposer complètement en effaçant le caractère monodirectionnel des premiers instants de l'écoulement. Néanmoins, le comportement monodirectionnel n'est pas visible dans ce cas parce qu'il doit se limiter aux tous premiers moments de l'infiltration ($t < 10$ secondes). Evidemment les conditions dans lesquelles les essais se déroulent ne permettent pas des mesures précises à des temps aussi faibles.

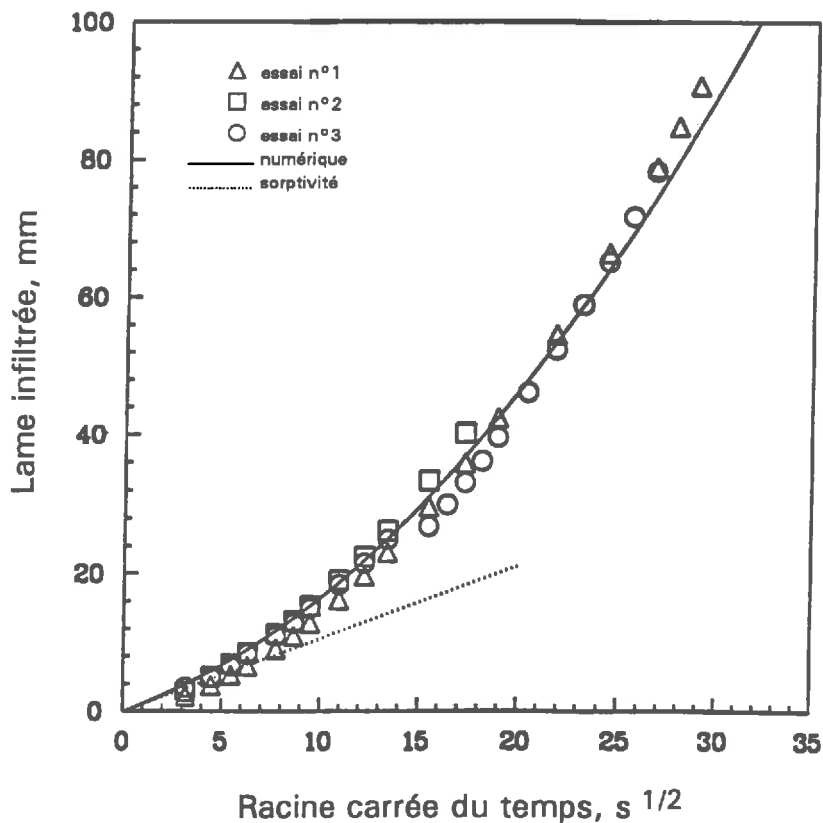


Figure III-13 -Evolution de la lame infiltrée pendant les essais avec l'infiltromètre.

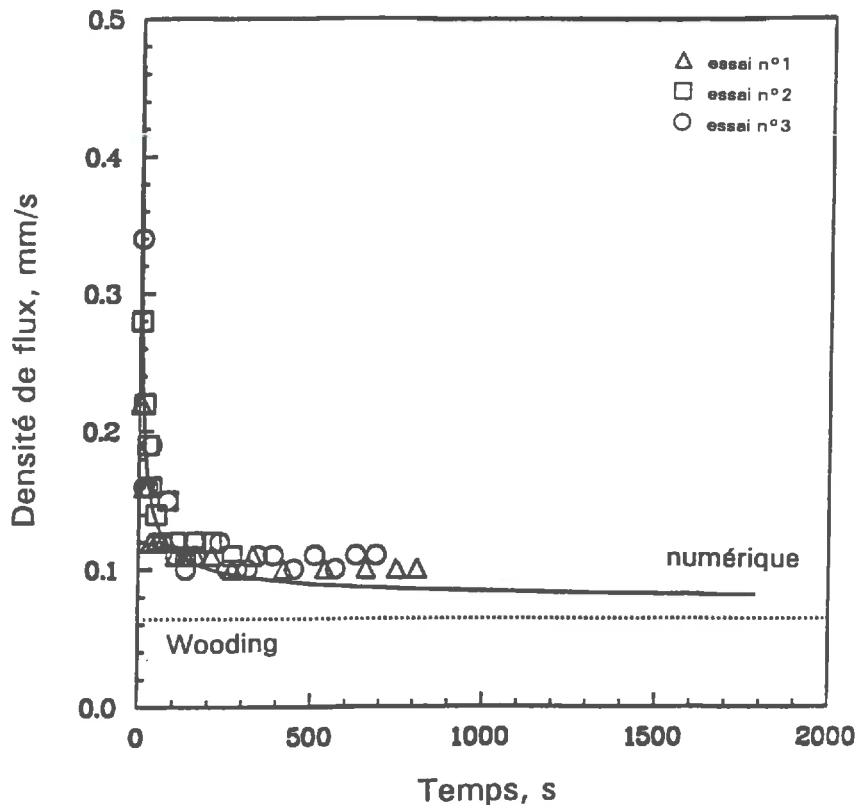


Figure III-14 - Evolution de la densité de flux sous l'infiltromètre.

L'autre possibilité, vis-à-vis du problème de la caractérisation hydrodynamique du sol, consiste à exploiter les données de l'infiltration relatives aux temps longs. Cela nécessite la détermination de la valeur du flux asymptotique et de procéder à l'analyse de Wooding (§1.5.2.2).

L'évolution de la densité volumique du flux sous le disque, est donnée dans la Figure III-14. Les données expérimentales ont été obtenues jusqu'à 840 secondes temps à partir duquel le flux semble stabilisé à la valeur de 0.10 mm/s. La simulation permet d'étendre la durée pour un temps plus long et on notera qu'à 1800s la valeur est 0.081 mm/s. Les valeurs de teneur en eau aux frontières latérale et inférieure du domaine sont restées sensiblement constantes et égales aux valeurs initiales pendant toute la simulation. Cela nous autorise à dire que la valeur de 0.081 mm/s n'est pas influencée par les parois limitant le domaine.

Le calcul théorique du flux de Wooding, compte-tenu des caractéristiques hydrodynamiques du sol, peut se faire assez facilement: l'Equation (1.28) donne $\lambda_c = 107.07$ mm et le flux asymptotique correspondant [Eq.(2.21)] est 0.064 mm/s. Ces valeurs conduisent, d'après l'Eq.(2.8) à un rayon adimensionnel de Wooding de $a = 0.28$. Nous avons vu dans le chapitre II

que pour $a < 0.4$ l'expression de Weir [Eq.(2.26)] conduit à une estimation plus précise du flux asymptotique que celle de Wooding. Les résultats sont synthétisés dans le Tableau III-1:

temps (s)	Densité de flux moyenne sous le disque, mm/s			
	expérimental	numérique	Wooding	Weir
840	0.10	0.086	-----	-----
1800	-----	0.081	-----	-----
∞	-----	-----	0.064	0.068

Tableau III-1 Densité de flux moyen sous le disque en considérant les résultats expérimentaux, numériques et semi-analytiques.

En conséquence, une fois que les caractéristiques hydrodynamiques adoptées sont supposées correctes, une estimation de la valeur du flux asymptotique fondée seulement sur les résultats expérimentaux produit une différence d'environ 47% par rapport à la meilleure estimation disponible, soit celle de Weir.

Le calcul du temps gravitaire [Philip, (1969)] donne un élément de plus pour éclaircir cet aspect. En effet, les valeurs $S = 1.054 \text{ mm.s}^{-1/2}$; $K_1 = 1.952 \times 10^{-2} \text{ mm/s}$; et $K_0 = 9.536 \times 10^{-7} \text{ mm/s}$ appliquées à l'Equation (1.36) donnent $t_{\text{grav}} \approx 2910 \text{ s}$. Ainsi, le temps de 840s, correspondant au dernier point expérimental, représente 29% du temps gravitaire. Comme nous avons pu le constater dans le chapitre II (Figure II-15), il faut que l'infiltration se poursuive au moins jusqu'à deux fois le temps gravitaire avant d'approcher correctement le régime asymptotique (différences de flux de moins de 1% par rapport au régime transitoire). Il est évident par conséquent que la durée des essais n'aurait pas permis une analyse correcte des résultats expérimentaux en vue de la caractérisation hydrodynamique du sol.

En tenant compte de la caractérisation hydrodynamique faite à travers des expériences indépendantes, la simulation présentée dans la Figure III-14 semble cohérente avec notre connaissance du phénomène physique.

3.5.2 - Simulation des mesures tensiométriques.

On rappelle que les mesures expérimentales ont été obtenues à l'aide d'un dispositif tensiométrique installé à la position $r = 50 \text{ mm}$ et $z = 20 \text{ mm}$ (cf. Figure III-1, § 3.2.1).

Les Figures III-15 et III-16 montrent les évolutions de pression mesurées pour les essais n°2 et n°4, respectivement. On remarque que dans les deux cas la réponse initiale mesurée est nettement plus lente que celle simulée. Elle est vraisemblablement explicable par le temps d'équilibrage du tensiomètre, suite à son implantation au passage du front, ainsi qu'à son volume de mesure non ponctuel.

A la fin des mesures une même différence de ≈ 10 mm de pression en colonne d'eau est observée pour les deux essais entre les valeurs mesurées et calculées. Cette différence en pression, en tenant compte du fait que la valeur est de -100 mm, représente une différence très faible de $\approx 0.005 \text{ m}^3/\text{m}^3$ en termes de teneur volumique en eau. Le fait que les pressions finales mesurées pour les deux essais (n°2 et n°4) sont égales atteste la bonne reproduction des conditions de l'expérience.

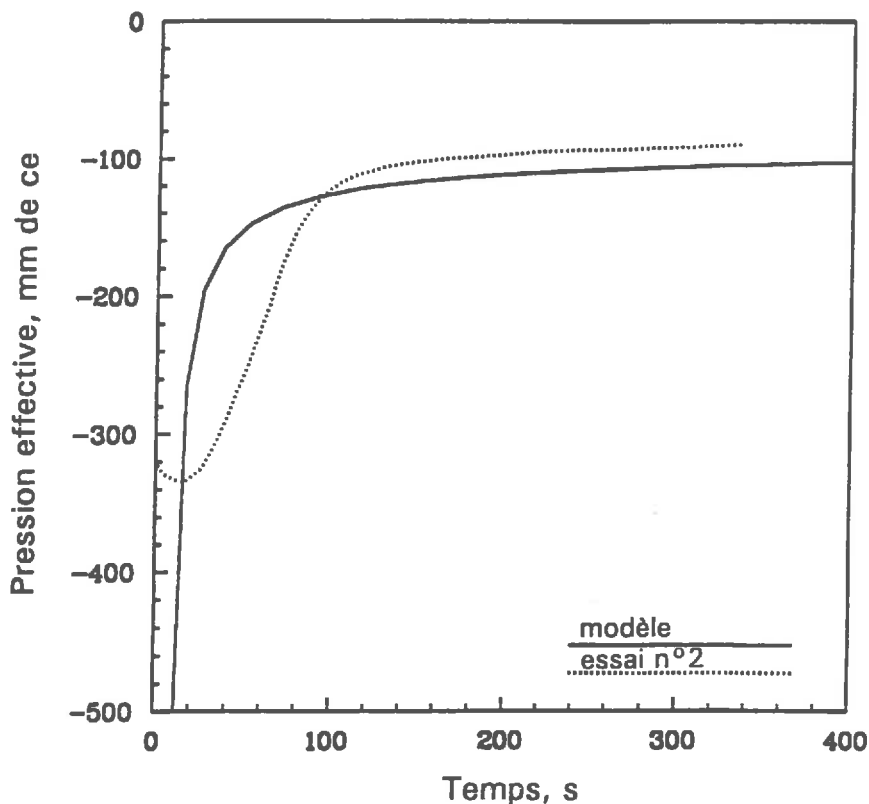


Figure III-15 - La variation de pression sous le disque pendant le essai n°2.

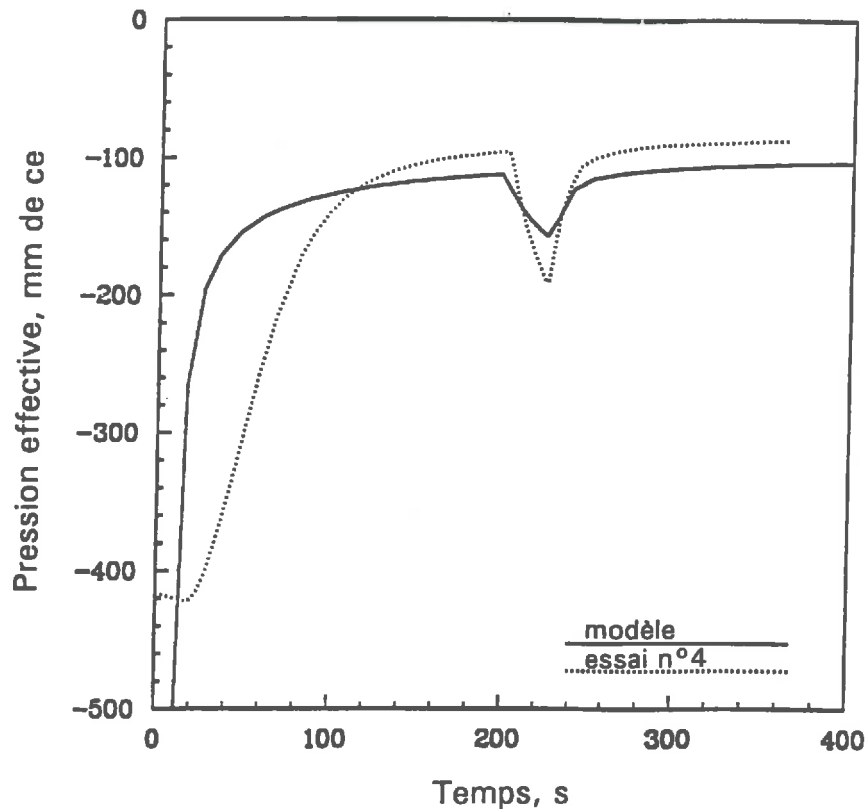


Figure III-16 - Les mesures tensiométriques sous le disque et la simulation correspondante pour l'essai n°4.

Dans l'essai n°4 la chute de pression à partir de 200s correspond la période d'arrêt de l'infiltration pour remplacer l'eau pure par la solution de KBr dans l'infiltromètre. Il est visible que la réponse tensiométrique mesurée présente une amplitude plus importante que celle simulée. Cela est très vraisemblablement dû au phénomène d'hystérésis prenant naissance au cours du processus de redistribution et non pris en compte dans le modèle.

3.5.3 - La distribution de l'eau et de soluté dans le sol.

L'obtention des profils de concentration à la fin des essais expérimentaux réalisés permettent, par la confrontation aux résultats numériques, un jugement plus rigoureux sur l'aptitude du modèle à représenter la réalité physique du phénomène.

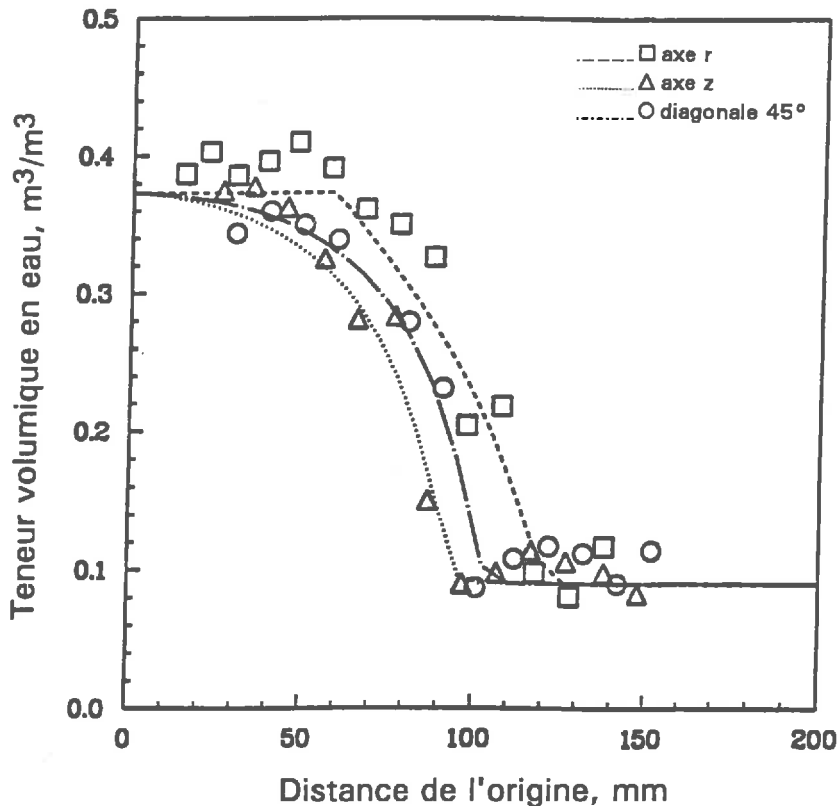


Figure III-17 - Profils de teneur volumique en eau après 300 secondes d'infiltration avec de l'eau pure (essai n°2).

La Figure III-17 présente les profils hydriques relatifs à l'essai n°2 après 300 secondes d'infiltration ininterrompue. Dans la simulation, les valeurs de pression considérées sous la source, $h_1 = -50$ mm, et initiale dans le milieu, $h_0 = -888.9$ mm, correspondent respectivement à $\theta_1 = 0.3734$ m³/m³ et $\theta_0 = 0.0900$ m³/m³. Les points mesurés ont été obtenus selon la technique mentionné dans le §3.2.5. On peut remarquer que les points présentent une certaine dispersion, notamment dans les régions situées sous le disque et proches du front d'humidification. Ceci peut être expliqué par les incertitudes dans les mesures de teneur volumique en eau liées principalement au procédé de compactage du sol (§ 3.2.2). Dans la même figure sont présentés les profils simulés selon les trois axes de prélèvement des échantillons, soit à partir du

centre du disque dans les directions horizontale, verticale et selon la diagonale à 45°. On constate que l'accord général expérience-modèle est assez satisfaisant, principalement en ce qui concerne les directions verticale et diagonale. Pour la direction horizontale, le profil simulé présente un léger retard par rapport à celui qui a été mesuré, surtout dans la région la plus humide ($\theta > 0.3 \text{ m}^3/\text{m}^3$).

Concernant l'essai n°1 (durée total = 840s), on montre dans les Figures III-18, et III-19, pour un temps intermédiaire de 750 secondes, l'état de progression de l'infiltration. La région ombrée dans ces figures correspond à la zone humidifiée aperçue visuellement. La position du front d'humidification peut être suivie facilement à cause du contraste assez net de coloration entre les régions mouillée (plus sombre) et sèche.

La figure III-18 présente la distribution spatiale de l'humidité à l'aide de courbes d'isovaleurs. On peut constater ici l'absence d'instabilités dans la solution numérique et un comportement tout à fait cohérent du point de vue physique. Toutefois, on vérifie que la ligne définissant le front (limite visuel de la zone mouillée) n'est pas parallèle à celles d'isovaleurs, indiquant une vitesse d'infiltration dans la direction verticale légèrement plus faible que celle prévue par le modèle. Ceci suggère pour le modèle physique une perméabilité plus importante dans le sens horizontal que dans le vertical, contrairement à l'hypothèse d'isotropie adoptée dans l'élaboration du modèle mathématique. Cette anomalie peut être liée vraisemblablement au procédé de compactage du sol dans la cuve (§3.2.2) lequel superpose horizontalement couche après couche de matériau. Ainsi, malgré le soin apporté au remplissage de la cuve, une certaine différenciation entre les couches est possible ce qui justifierait la légère anisotropie observée.

Conjointement, la Figure III-19 permet une visualisation de la distribution des densités de flux dans le domaine. Conformément à la conclusion du chapitre II, les valeurs plus intenses de flux se trouvent au bord du disque. On observe également l'augmentation progressive du module du flux sous le disque du centre vers le bord.

Finalement les Figures III-20 et III-21 présentent les profils d'humidité et de concentration en soluté mesurés et calculés à $t=840\text{s}$ lors de l'essai n°4. Les profils d'humidité simulés présentent une grande coalescence pour les 3 directions. Cela vient de l'infiltration plus intense verticalement à cause de la composante gravitaire. Ce fait, visible dans la Figure (III-22), donne aux profils dans les directions verticale et diagonale la possibilité de "rattrapper" le profil horizontal et de le dépasser après un certain temps. Comme on le voit dans la Figure III-20, les profils simulés sont bien positionnés par rapport aux mesures représentées par les points. Cependant il est également visible que les profils expérimentaux montrent un écart plus important que celui trouvé dans la simulation, ce qui pourrait être expliqué en partie par le problème d'anisotropie mentionné antérieurement.

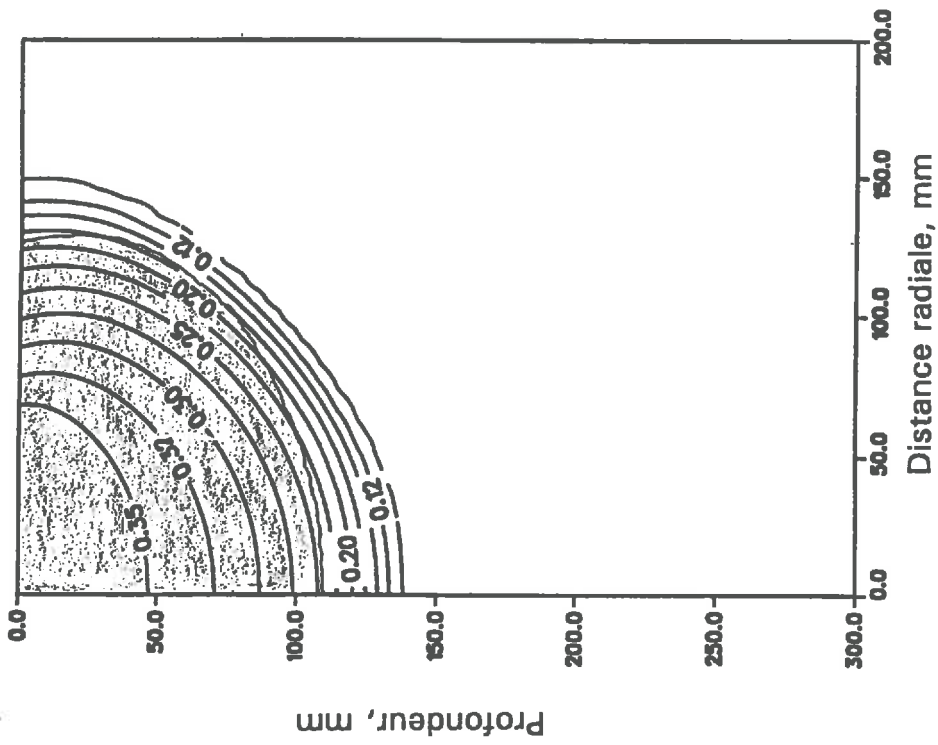


Figure III-18 - Lignes des isovaleurs en teneur volumique en eau après 750 secondes d'infiltration simulée. La région ombrée correspond à la zone humidifiée perçue visuellement.

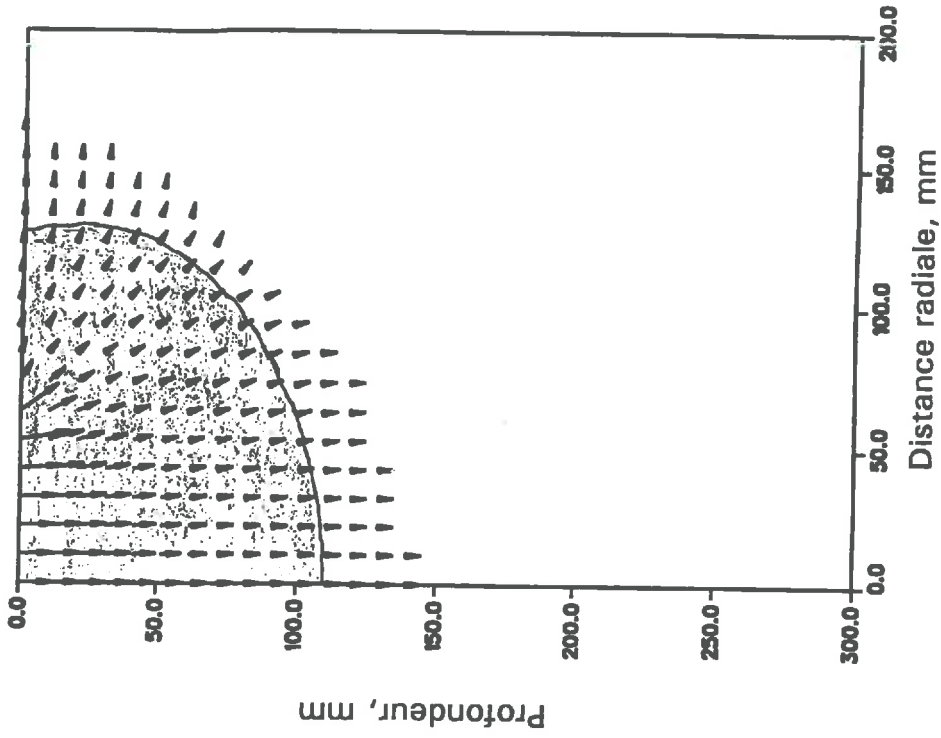


Figure III-19 - Diagramme des densités de flux obtenues après 750 secondes d'infiltration simulée. La région ombrée correspond à la zone humidifiée perçue visuellement.

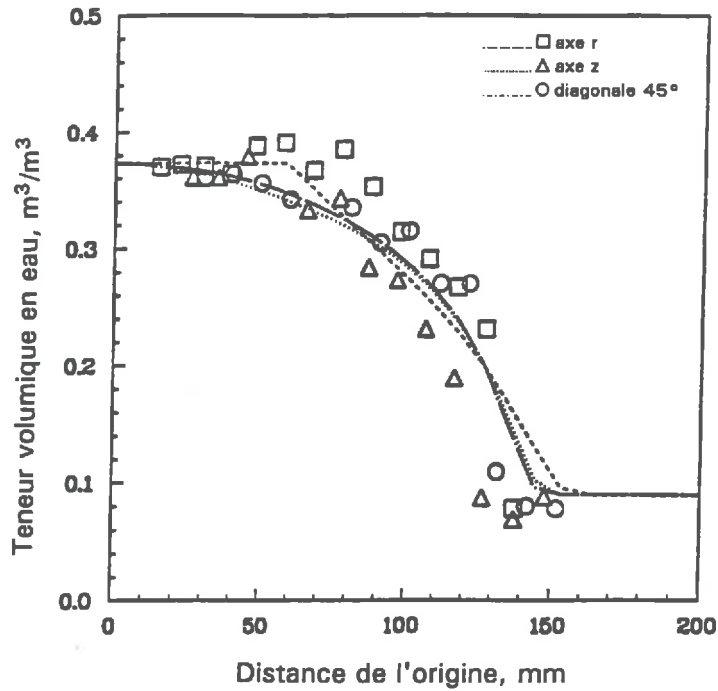


Figure III-20 - Profils de teneur volumique en eau après 840 secondes d'infiltration (essai n°4).

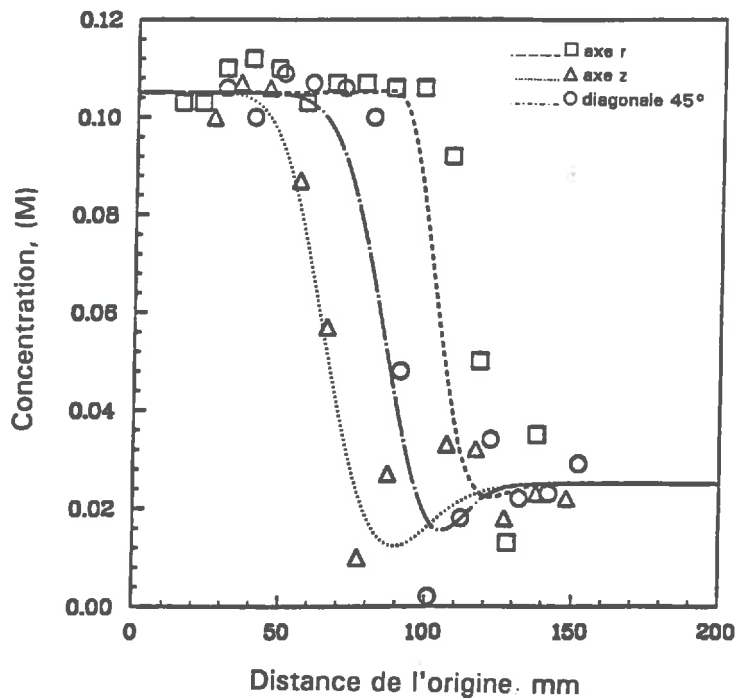


Figure III-21 - Profils de concentration obtenus après 200s d'infiltration avec de l'eau pure suivis de 615 s d'infiltration avec une solution de KBr à 0.105 M(essai n°4).

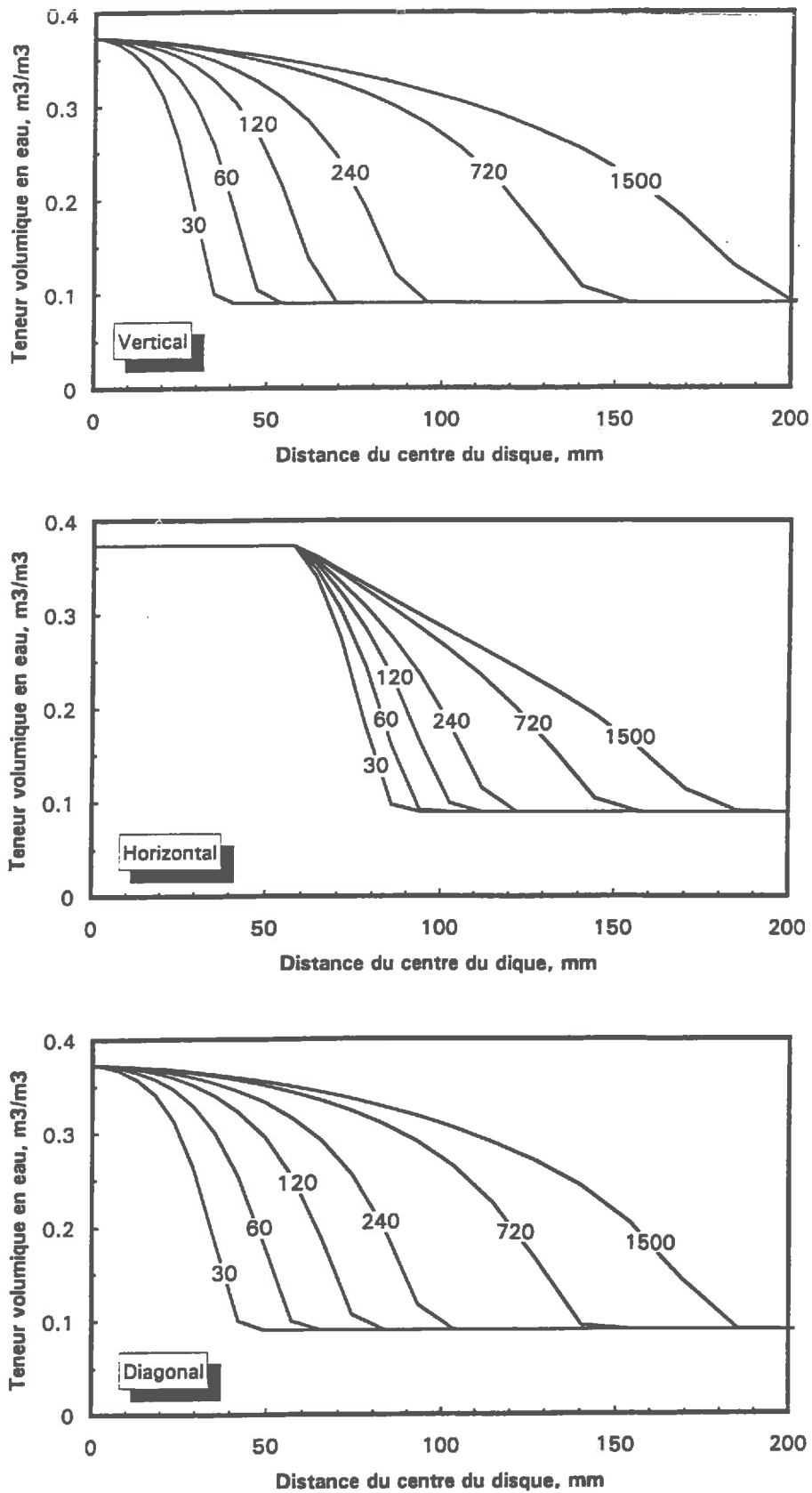


Figure III-22 - Progression de l'infiltration selon les trois directions. Les graduations des courbes indiquent le temps d'infiltration en secondes.

Les profils de concentration en soluté (Fig. III-21) ont été obtenus à partir des mêmes échantillons utilisés pour la détermination des profils d'humidité. Les écartements entre les profils de soluté sont incontestablement plus importants que ceux observés pour l'humidité. Ce fait, dû au processus de dispersion, est très correctement prévu par le modèle. Les profils de soluté simulés sont raisonnablement bien positionnés par rapport aux points expérimentaux. De façon analogue au transfert hydrique, on observe dans la direction horizontale un certain retard du profil simulé par rapport à celui qui a été mesuré.

La relative rapidité avec laquelle le soluté pénètre vers le front d'humidification est en stricte conformité avec la géométrie multidirectionnelle (axisymétrique) du domaine.

L'effet du lessivage provoqué par l'infiltration avec de l'eau pure apparaît particulièrement net aussi bien dans les mesures que dans la simulation. Il est mis en évidence par la diminution de concentration suivie d'une remontée jusqu'à la valeur initialement présente dans le milieu. On constate aussi que le lessivage est plus important dans la direction verticale, ce qui est parfaitement naturel puisque l'écoulement est plus rapide dans cette même direction.

On note encore que les concentrations en KBr mesurées directement sous le disque correspondent, en moyenne, à la valeur de concentration de la solution d'alimentation. Autrement dit, aucune diminution sensible de la concentration n'est observée, comme il serait normal avec la présence d'une phase immobile importante (§1.5.2.3). Par conséquent, il semble que l'hypothèse de l'absence d'une phase liquide stagnante (§3.4.5.2) est tout à fait pertinente dans le cas présent.

La qualité des résultats numériques obtenus et leur bon accord avec les observations nous incitent à considérer que la valeur de la dispersivité ($\sigma = 2\text{mm}$) fondée essentiellement sur la compilation de résultats de la littérature apparaît adéquate pour le problème étudié.

3.6 - Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons utilisé l'infiltrométrie à succion contrôlée pour étudier les phénomènes de transfert de l'eau et de soluté en régime transitoire en condition de non saturation.

Initialement les caractéristiques hydrodynamiques et dispersives du sol ont été déterminées indépendamment des expériences réalisées avec l'infiltromètre. Dans la suite on s'est attaché au développement d'un modèle fondé sur la méthode des différences finies et destiné à la simulation numérique

d'une série d'essais avec l'infiltromètre effectués dans une cuve de sol sous conditions contrôlées.

L'analyse des résultats expérimentaux et numériques a montré que, dans ce cas, une étude de l'infiltration aux temps courts n'est pas capable de fournir une évaluation précise de la sorptivité. D'autre part, le temps nécessaire pour atteindre le régime asymptotique est beaucoup plus long que celui suggéré par les résultats expérimentaux. On estime, par la simulation numérique (chapitre II), qu'il faut au moins deux fois le temps gravitaire avant que l'infiltration n'atteigne le régime dit asymptotique.

La dispersion plus importante des points expérimentaux du soluté par rapport à celle des mesures d'humidité atteste l'extrême sensibilité du processus de transport du soluté aux effets de variations locales (fluctuations du vecteur densité de flux dues à des accidents dans la matrice poreuse, à la macroporosité, à des chemins préférentiels, etc.).

La performance dans l'acquisition de données à partir du modèle physique a confirmé la grande souplesse d'utilisation du disque infiltromètre particulièrement dans les applications où le transfert de soluté est présent. L'introduction de soluté dans l'écoulement à l'aide de l'infiltromètre et la détermination postérieure des profils de concentration dans le milieu à travers des techniques complémentaires apparaît donc comme une approche séduisante pour l'étude des propriétés hydro-dispersives ainsi bien que pour l'identification d'une éventuelle phase liquide stagnante. Ceci concerne particulièrement les applications au terrain où le transport et redistribution de contaminants (pesticides) et de fertilisants (nitrates et nitrites) dans la région racinaire et vers la nappe phréatique fait l'objet d'études importantes.

Finalement, vis-à-vis des résultats obtenus et compte-tenu des limitations du modèle imposées par les hypothèses de travail, il semble que les simulations reproduisent très correctement le transfert d'eau et de soluté dans l'aspect général. Ainsi, le modèle mathématique développé se révèle comme un élément essentiel pour la prévision, l'étude et la compréhension de ces phénomènes physiques.

*

* *

Chapitre IV

Quelques exemples d'application de l'infiltrométrie multi-disques: Aspects théoriques et expérimentaux.

4.1 - Introduction.

Dans ce chapitre on cherche à mettre en évidence quelques aspects liés à l'utilisation de l'infiltrométrie multi-disques dans l'évaluation des propriétés hydrodynamiques des sols "réels". Pour ce faire, on dispose d'une part du modèle mathématique développé dans le chapitre III et d'autre part de certains résultats expérimentaux, notamment des mesures effectuées au terrain, dont la prise en compte dans notre analyse va permettre d'apprécier l'efficacité de la méthode pour des applications *in-situ* où les conditions naturelles donnent la réelle dimension du problème.

L'étude est d'abord axée sur le cas d'un matériau argileux à faible perméabilité. Il nous permet d'appréhender les difficultés lorsque les flux hydriques à mesurer sont très faibles et le temps d'infiltration pour attendre le régime asymptotique particulièrement long.

Ensuite, on passe à une analyse systématique de différents types de sols, à l'aide des paramètres hydrodynamiques issus du triangle des textures des sols (McCuen, Rawls et Brakensiek, 1981). A partir de simulations paradigmatiques, il s'agit essentiellement d'apprécier la durée des essais nécessaire à l'obtention de mesures du flux asymptotique à partir desquelles il est possible d'inférer les paramètres hydrodynamiques (conductivité hydraulique et sorptivité capillaire) avec une précision acceptable.

On examine également l'impact d'une croûte de surface peu perméable et bien individualisée sur le processus d'infiltration et l'estimation des propriétés hydrodynamiques de cette croûte et/ou du sol sous-jacent.

Enfin l'attention est portée vers l'influence d'une couche de sable (matériel assez perméable) souvent utilisée comme élément pour faciliter le contact hydraulique entre la membrane de l'infiltromètre et le sol.

4.2 - L'infiltrométrie appliquée à un sol argileux de faible perméabilité.

4.2.1 - Les essais réalisés *in-situ*.

Les mesures (Vauclin et al, 1992) ont été effectuées sur un matériau argileux (40% illite, 15% smectite) compacté à la densité optimale selon le test de Proctor. Deux disques infiltromètres de rayons 125 mm et 40 mm issus du TRIMS décrit en détails dans Vauclin et Chopart (1992) ont été utilisés. Un schéma des disques est présenté dans la Figure IV-1.

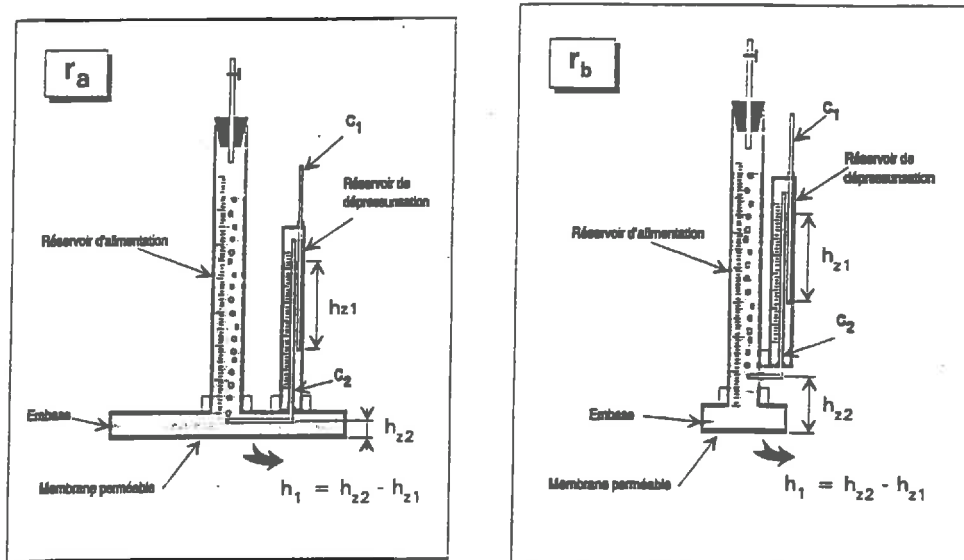


Figure IV-1 - Disques infiltromètres: r_a ($r_1 = 125\text{mm}$) et r_b ($r_1 = 40\text{mm}$).

La succion imposée au niveau des disques, h_1 , pendant tous les essais est de -6 mm. Sur la surface du terrain (20x20 m), quatre essais d'infiltration pour chaque disque, sous les mêmes conditions expérimentales, ont été réalisés. La Figure IV-2 montre les flux mesurés pour les disques r_a et r_b . On peut observer que leur évolution vers le régime asymptotique est très lente et assez difficile à évaluer avec précision.

La détermination des humidités gravimétriques initiale et finale au droit des disques a été effectuée par prélèvement d'échantillons de sol remaniés.

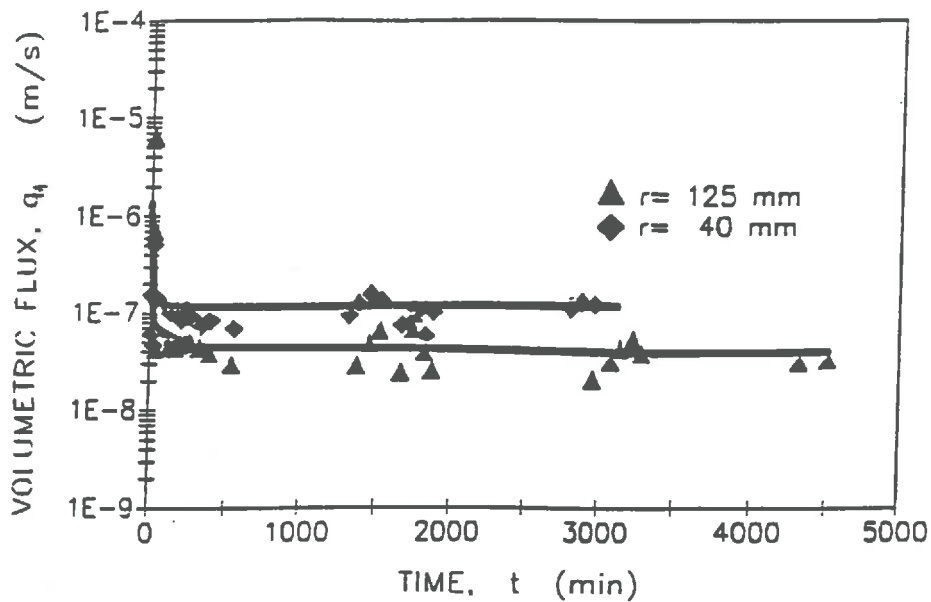


Figure IV-2 - Evolution des flux volumiques d'infiltration émanant de deux disques pour une pression de succion imposée de $h_1 = -6$ mm.

Des échantillons non remaniés (cylindres de 100 mm de rayon et de 50 mm de hauteur) ont été également prélevés pour la détermination des masses volumiques sèches. Les humidités pondérales ont ainsi été converties en teneurs volumiques.

Pour assurer un bon contact hydraulique entre la membrane de l'infiltromètre et le sol, les petites irrégularités de la surface ont été masquées par l'interposition d'une fine couche de sable fin.

Le traitement des valeurs ainsi obtenues et l'emploi de l'Equation de Wooding [Eq.(1.27)] donnent alors une estimation des propriétés hydrodynamiques du sol. Pour ce faire, on a considéré que le régime asymptotique a été atteint à environ 4000 minutes (2.78 jours) pour le grand disque ($r_1 = 125$ mm) et 3000 minutes (2.08 jours) pour le petit ($r_1 = 40$ mm). Les valeurs moyennes associées (avec les écarts types) obtenues sont les suivantes:

$$K_1 = (4 \pm 1) 10^{-8} \text{ m/s} ; \quad U_1 = (2 \pm 4) 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} ;$$

$$\theta_1 = 0.45 \pm 0.02 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 ; \quad \theta_0 = 0.31 \pm 0.02 \text{ cm}^3/\text{cm}^3.$$

Les indices 0 et 1 correspondent aux conditions initiale et finale régnant au droit des disques. L'estimation de la sorptivité, S_1 , par l'expression (1.32) de White et Sully, avec $b=0.55$, donne:

$$S_1 = (1.6 \pm 0.8) 10^{-5} \text{ m/s}^{1/2}.$$

Avec ces valeurs, il est possible d'estimer l'échelle de longueur capillaire (§1.5.2.2) donnée par $\lambda_c = U_1/K_1 = 50\text{mm}$ qui est du même ordre de grandeur que les valeurs rapportées par White et Sully (1987) pour certains sols (eg. Raintree silty loam et Fowlers Gap light clay).

Finalement, on notera que pendant les essais d'infiltration un léger gonflement du matériau argileux a été observé. L'influence de ce phénomène sur les propriétés hydrauliques a été étudiée au laboratoire en utilisant la technique de la spectrométrie gamma double-sources, développée au sein du LTHE (Angulo-Jaramillo, 1989; Angulo-Jaramillo et al, 1990).

4.2.2 - Les mesures effectuées au laboratoire.

La conductivité hydraulique non saturée du matériau argileux est estimée selon cette technique en utilisant simultanément la gammamétrie double-sources et un dispositif tensiométrique permettant de suivre des cinétiques d'infiltration réalisées sur des échantillons non remaniés (30 mm de rayon, 30 mm de profondeur) prélevés au terrain. Pour chaque échantillon, l'eau a été appliquée à la surface, à une pression constante de -2 mm de colonne d'eau, à travers une plaque poreuse montée sur un piston mobile capable de suivre un possible gonflement du sol. Un faisceau colinéaire de photons gamma émis par les deux sources (100mCi d'Américium et 100mCi de Césium) sert à déterminer la teneur volumique en eau et la densité sèche ρ_d (g/cm^3) à plusieurs temps et pour chaque section de 0.5 cm. Un tensiomètre installé à la cote $z=1.5$ cm (à partir de la surface) relié à un capteur de pression différentiel permet de suivre l'évolution dans le temps du potentiel matriciel, donné par:

$$h = \tau - \rho \bar{V} z \quad (4.1)$$

où ρ (g/cm^3) est la masse volumique du sol au-dessus du tensiomètre, \bar{V} (cm^3/g) est la pente de la courbe de gonflement, et τ est la mesure tensiométrique.

Les données $\theta(z,t)$, $\rho_d(z,t)$ et $h(t)$ ont été analysées à travers une description eulérienne des transferts d'eau et de particules solides. Dans ce contexte il est possible de montrer (Angulo-Jaramillo, 1989) que la conductivité hydraulique non saturée, au sens de Darcy, s'exprime par:

$$K_{w/sl} = K_{w/o} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{sl}} \cdot \frac{d\theta_{sl}}{d\theta} \cdot \frac{D_{sl/o}}{D_{w/o}} \right) \quad (4.2)$$

où $K_{w/s}$ est la conductivité hydraulique Darcienne tel que le flux d'eau relatif à la phase solide est proportionnel au gradient de la charge hydraulique. $K_{w/o}$, $D_{w/o}$ et $D_{sl/o}$ sont appelées conductivité hydraulique et diffusivités apparentes relatives à l'eau et aux particules solides, respectivement. Ces coefficients sont définis par rapport à un système de coordonnées en repos. θ_{sl} (cm^3/cm^3) représente la teneur volumique en solides et est calculée par $\theta_{sl} = \rho_d/\rho_s$ où la masse volumique des particules solides a été supposée égale à $\rho_s = 2.73 \text{ g/cm}^3$. Comme il a été démontré par Angulo-Jaramillo (1989), les mesures de $\theta(z,t)$ et $\rho_d(z,t)$ [ou bien de $\theta_{sl}(z,t)$] permettent:

1° - l'estimation de $d\theta_{sl}/d\theta$ qui est la pente de la courbe de gonflement exprimée selon une fonction $\theta_{sl}(\theta)$;

2° - le calcul de $D_{w/o}$ et $D_{sl/o}$ par la méthode des profils instantanés à partir desquels il est possible d'inférer $K_{w/o}$ par la relation:

$$D_{w/o} = K_{w/o} \cdot \frac{dh}{d\theta} \quad (4.3)$$

où $dh/d\theta$ est la pente de la courbe de rétention obtenue expérimentalement par la corrélation entre potentiel matriciel et teneur en eau mesurés au même point.

A titre d'illustration, la Figure IV-3 montre quelques profils typiques de teneur volumique en eau et de densité sèche à différents temps durant un essai d'infiltration. L'avancement du front d'humidification ainsi que le développement du phénomène de gonflement peuvent être observés. Les mêmes profils ont été obtenus pour les quatre échantillons testés. La moyenne globale de gonflement a été de $4.3\% \pm 1.2\%$. A travers l'utilisation de l'analyse de propagation d'erreur, la précision maximale relative aux mesures de teneur volumique en eau est estimée à $0.015 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ et à 0.07 g/cm^3 pour la masse volumique globale sèche.

La dispersion observée dans les estimations montrées ultérieurement sont principalement liées aux hétérogénéités entre échantillons.

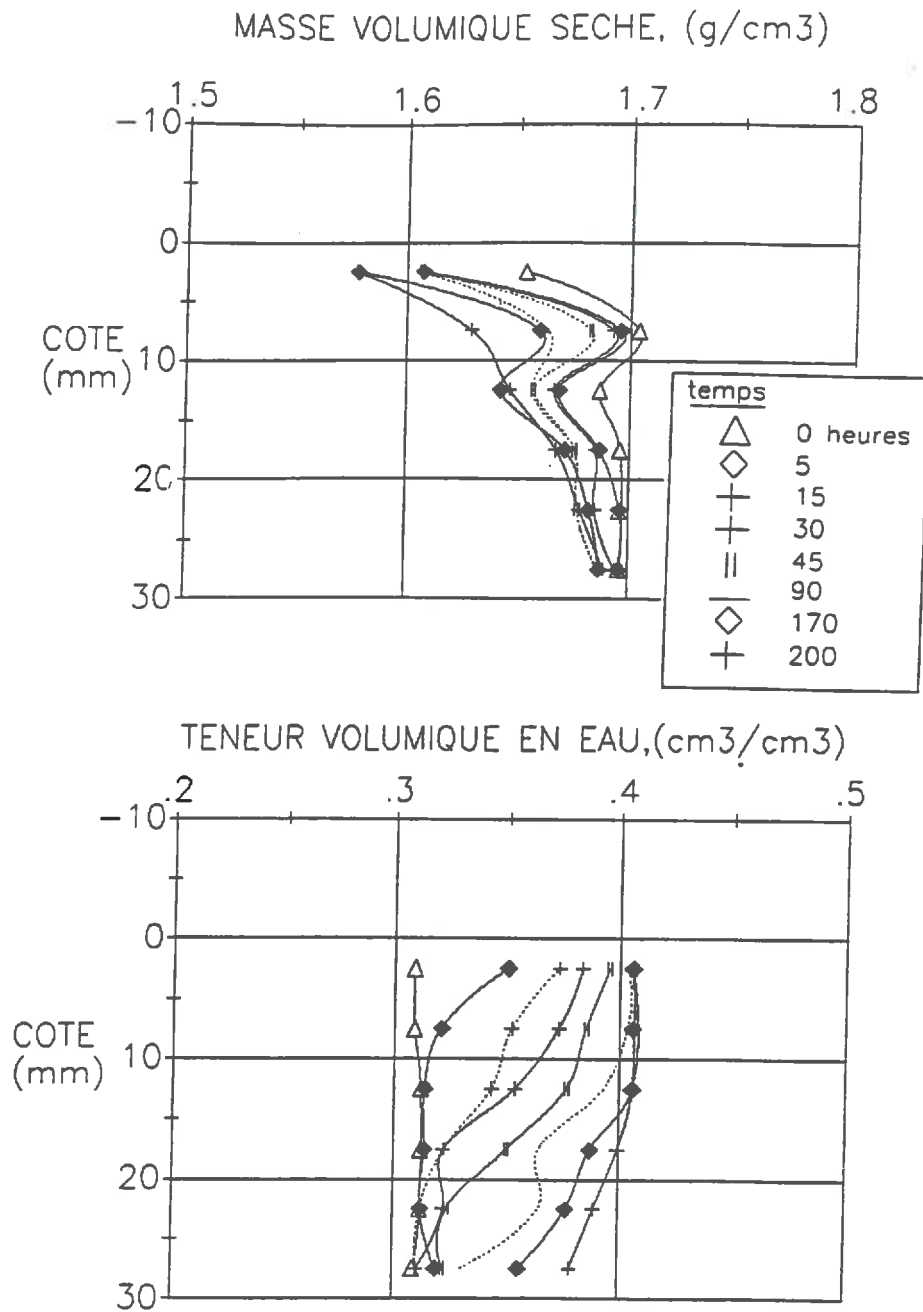


Figure IV-3 - Evolution des profils de masse volumique sèche et de teneur volumique en eau, obtenus par gammamétrie double-sources. L'eau est fournie à la surface à la pression $h_1 = -2$ mm.

4.2.2.1 - Courbe de rétention, $h(\theta)$.

La relation entre le potentiel matriciel et la teneur volumique en eau est présentée dans la Figure IV-4. Elle a été obtenue par trois méthodes différentes mais complémentaires:

a - corrélation entre les mesures tensiométriques et de teneur en eau à la même profondeur ($z = 1.5$ cm);

b - la méthode de sur-pression d'air;

c - et finalement les isothermes d'absorption obtenues par mise en équilibre d'échantillons de matériau avec des solutions salines de différentes concentrations.

La bonne continuité des points entre les différentes gammes de pression, correspondantes aux différentes méthodes utilisées, montre que le phénomène d'hystérésis est de peu d'importance pour ce matériau.

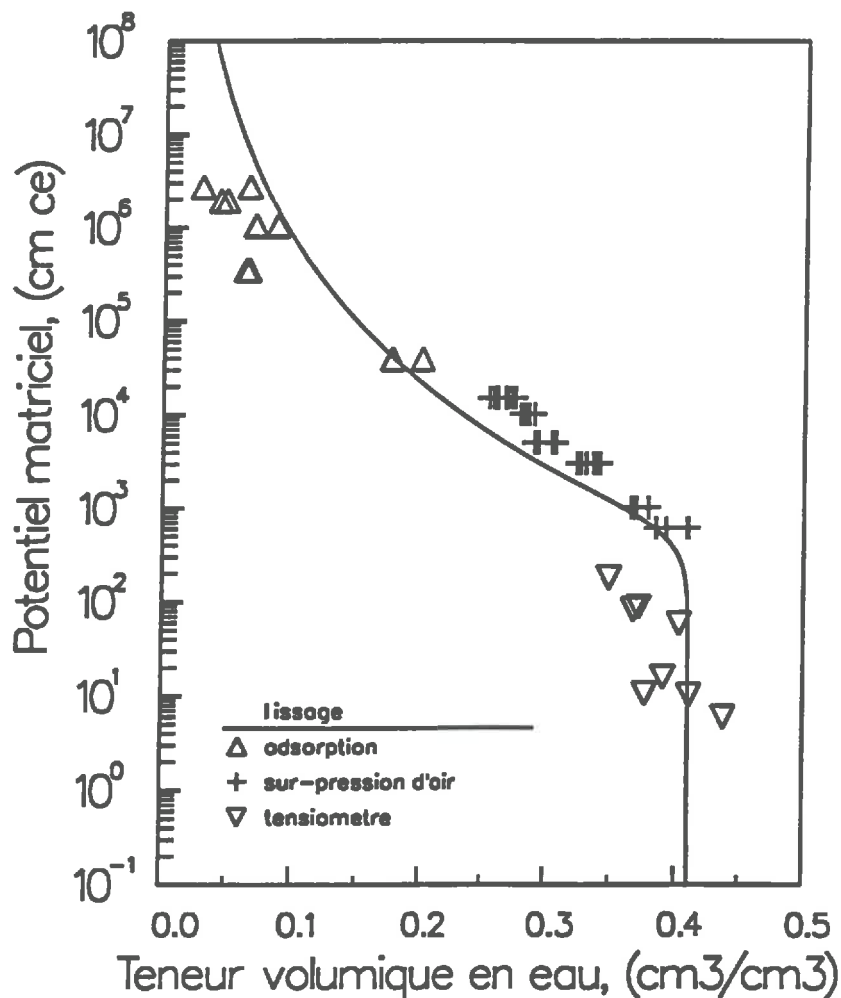


Figure IV-4 - Relation entre le potentiel matriciel et la teneur en eau.

L'expression analytique de van Genuchten (1980), [Eq.(3.7)], a été ajustée aux points expérimentaux. Les paramètres retenus sont les suivants:

$$\begin{aligned} \theta_s &= 0.41 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 ; & \theta_r &= 0 ; \\ h_g &= -590 \text{ cm} ; & m &= 0.09 . \end{aligned}$$

La courbe correspondante est représentée sur la Figure IV-4.

4.2.2.2 - Courbe de la conductivité hydraulique non saturée, $K(\theta)$.

Toutes les données obtenues à l'aide de la spectrométrie gamma double-sources ont été analysées par la méthode transitoire (Angulo-Jaramillo, 1989). Ainsi l'utilisation de l'Equation (4.2) permet de calculer les valeurs de conductivité hydraulique. Les résultats sont présentés dans la Figure IV-5 ainsi que ceux obtenus sur le terrain par l'infiltrométrie.

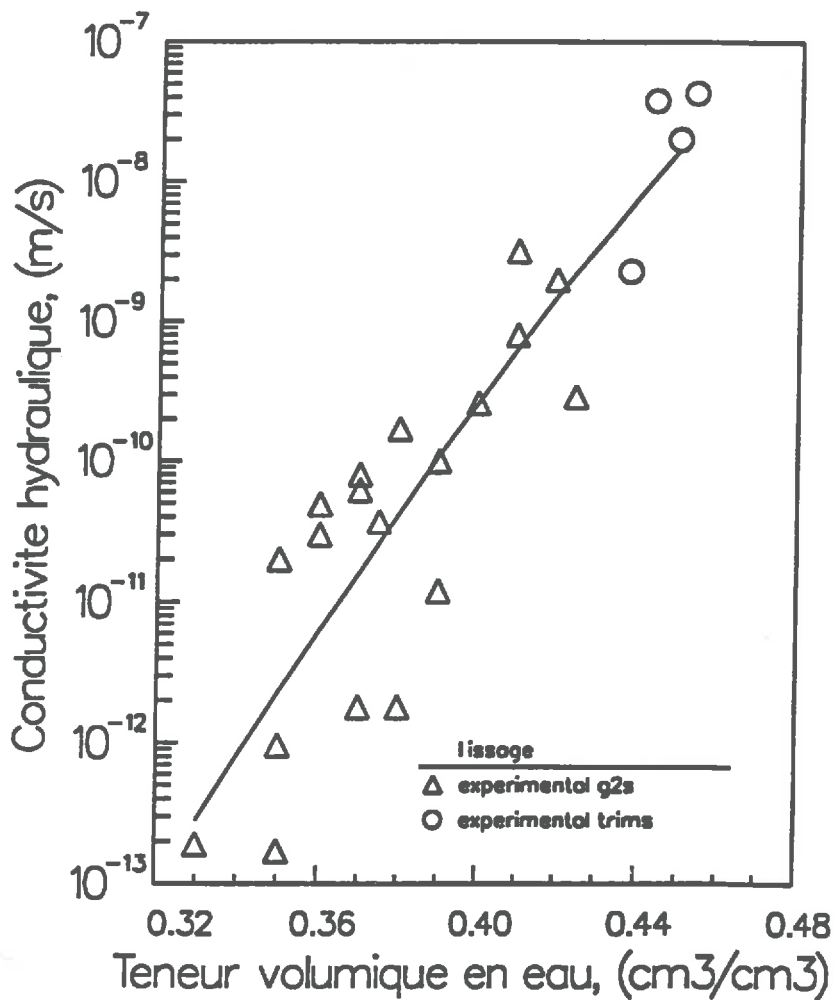


Figure IV-5 - Relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau.

Le modèle de Brooks et Corey (1964), [Eq.(3.9)], a été ajusté à l'ensemble de ces données. Les paramètres résultants sont:

$$\theta_r = 0 ; \quad \phi = 0.45 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 ;$$

$$K_s = 1.7 \times 10^{-8} \text{ m/s} ; \quad \beta = 35.5 .$$

Ici ϕ correspond à θ_s dans l'Equation (3.9). La courbe correspondante est reportée également sur la Figure IV-5.

On peut remarquer une bonne continuité dans les valeurs de la conductivité hydraulique estimées selon les deux techniques différentes appliquées mais couvrant des domaines différents de teneur en eau.

Le comportement fortement non linéaire de la courbe $K(\theta)$ montre l'extrême sensibilité de la conductivité hydraulique, et des flux de Darcy résultants, à de faibles variations de θ ou à des incertitudes dans les mesures de l'humidité.

4.2.3 - Evaluation du procédé expérimental.

Une appréciation des essais d'infiltration réalisés *in-situ* avec les deux infiltromètres est envisageable en utilisant le modèle mathématique présenté dans le chapitre III conjointement avec les caractéristiques hydrodynamiques déterminées au laboratoire. Ainsi, pour les simulations on résoud numériquement l'Equation de Richards dans sa forme axisymétrique [Eq.(3.1)] assortie des conditions initiale et aux limites suivantes:

$$t = 0 \quad h(r,z,0) = h(\theta_0) = - 16938.6 \text{ mm} ; \quad r \geq 0 ; \quad z \geq 0 \quad (4.4a)$$

$$t > 0 \quad h(r,0,t) = h(\theta_1) = - 6 \text{ mm} ; \quad r \leq r_a \text{ ou } r_b ; \quad z = 0 \quad (4.4b)$$

$$K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = 0 ; \quad r > r_a \text{ ou } r_b ; \quad z = 0 \quad (4.4c)$$

$$K(h) \frac{\partial h}{\partial r} = 0 ; \quad r = 0 ; \quad z \geq 0 \quad (4.4d)$$

$$K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = 0 ; \quad r \geq 0 ; \quad z \rightarrow \infty \quad (4.4e)$$

$$K(h) \frac{\partial h}{\partial r} = 0 ; \quad r \rightarrow \infty ; \quad z \geq 0 . \quad (4.4f)$$

Le même système de coordonnées que celui adopté dans le chapitre III est maintenu ici. La discrétisation de ces équations suivant la technique des différences finies est présentée dans l'Annexe A2. On signale que les conditions (4.4e) et (4.4f) sont remplacées dans le schéma numérique par les conditions analogues correspondantes à un domaine fini, comme suit:

$$K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) = K(h) ; \quad r \geq 0 ; \quad z = z_{\max} \quad (4.5a)$$

$$K(h) \frac{\partial h}{\partial r} = 0 ; \quad r = r_{\max} ; \quad z \geq 0 \quad (4.5b)$$

où r_{\max} et z_{\max} représentent les limites latérale et de fond du domaine de calcul, respectivement.

La capacité capillaire $C(h) = d\theta/dh$ et la conductivité hydraulique, $K(h)$, nécessaires pour résoudre ces équations sont inférées à partir des expressions analytiques (§4.2.2.1 et §4.2.2.2) des courbes présentées dans les Figures IV-4 et IV-5.

Le tableau IV-1, présente les valeurs retenues pour la simulation (provenant du laboratoire) conjointement avec celles estimées au terrain.

	θ_s cm ³ /cm ³	θ_0 cm ³ /cm ³	K_s ($\theta = \eta$) m/s
laboratoire	0.41	0.33	1.7×10^{-8}
terrain	0.45 ± 0.02	0.31 ± 0.02	4×10^{-8}

Tableau IV-1: Valeurs de teneur en eau (θ_s et θ_0) et de conductivité hydraulique à saturation estimées au laboratoire et au terrain.

La plus faible valeur de θ_s de laboratoire peut être attribuée à un certain compactage des échantillons lors de leur prélèvement au terrain.

L'évolution des flux calculés pour les deux disques est donnée dans les Figures IV-6a et IV-6b pour les rayons $r_a = 125$ mm et $r_b = 40$ mm, respectivement. Les valeurs moyennes expérimentales avec les écarts types associés sont également reportées. Pour chaque cas, la ligne pontillée indique la solution théorique de Wooding ($K_{wd} = 6.3 \times 10^{-10}$ m/s et $U_{wd} = 2.2 \times 10^{-9}$ m²/s) calculée à partir des estimations de laboratoire des fonctions $h(\theta)$ et $K(\theta)$. L'examen de ces résultats suscite les remarques suivantes:

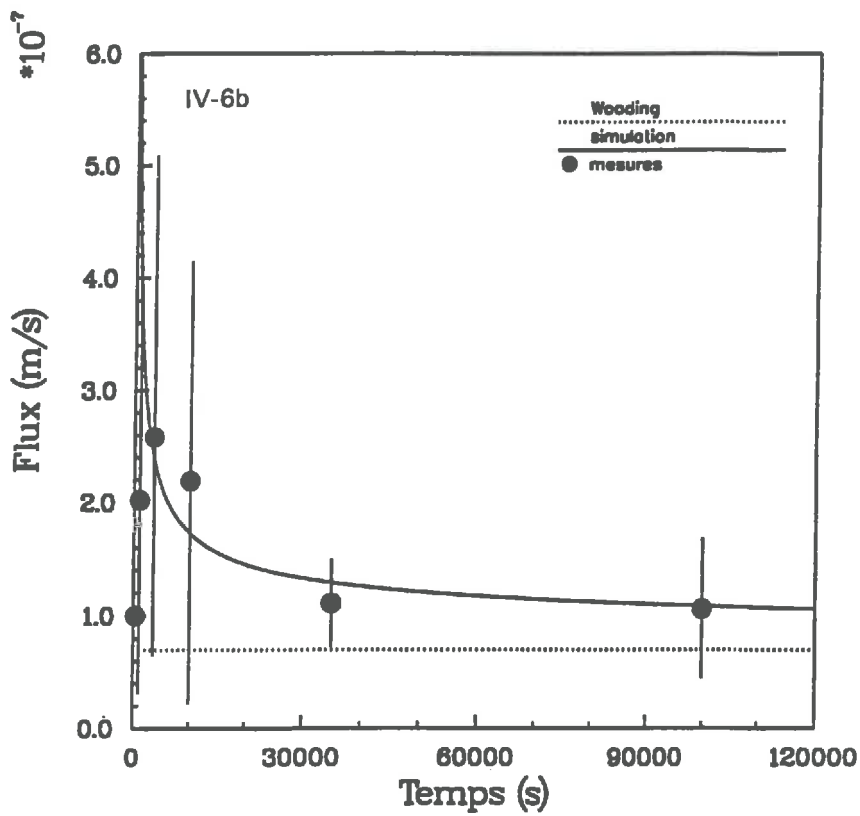
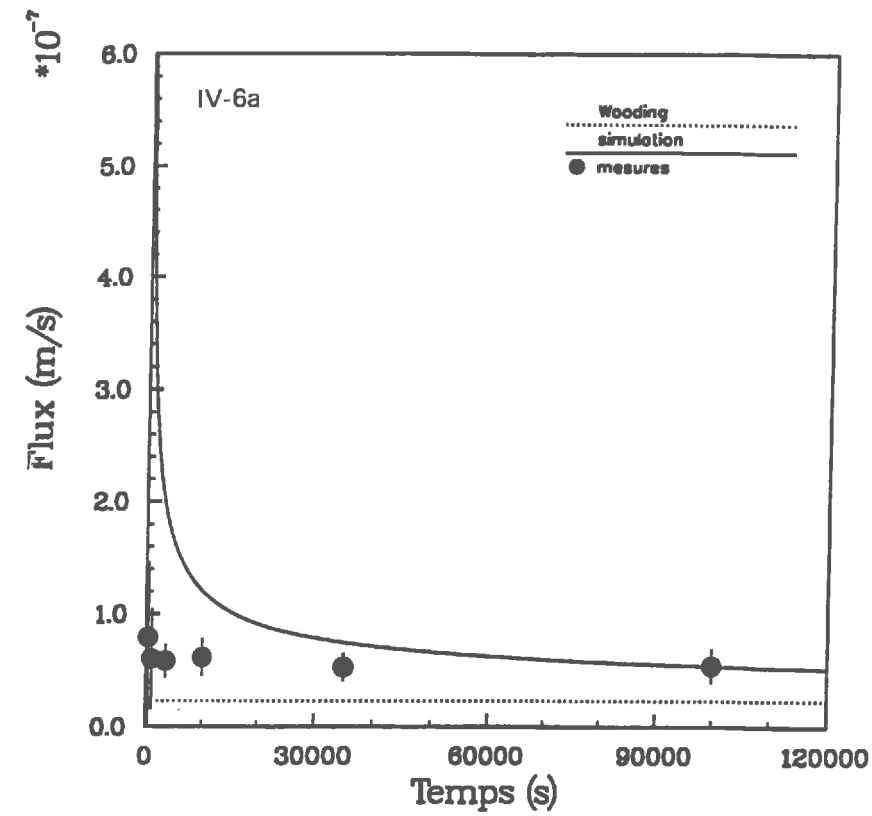


Figure IV-6 - Comparaison entre les flux volumiques mesurés et calculés pour les deux rayons considérés ($r_a = 125\text{mm}$, IV-6a; $r_b = 40\text{mm}$, IV-6b). Les barres verticales correspondent aux écart types associés aux valeurs moyennes mesurées. La ligne pointillée représente la prévision de Wooding.

1 - un très bon accord entre les valeurs calculées et mesurées est observé notamment aux temps longs d'infiltration. Ceci tend à confirmer la validité des courbes de rétention, $h(\theta)$, et de conductivité hydraulique, $K(\theta)$, estimées expérimentalement;

2 - les écarts trouvés aux temps courts peuvent être justifiés par une possible influence du contact entre le disque et la surface du sol (non considérée dans le modèle et sur laquelle nous reviendrons ultérieurement) et/ou par les incertitudes dans la condition initiale d'humidité du sol. Il faut remarquer que le modèle ne prend pas en considération le phénomène de gonflement, c'est-à-dire que la densité sèche est supposée constante dans l'espace et dans le temps. Ainsi, il semble normal que les flux mesurés *in-situ* aux temps courts soient plus faibles que ceux calculés parce que, selon le modèle, le flux se développe dans un matériau plus dense, donc susceptible d'exhiber des effets capillaires plus importants que le milieu réel.

3 - les écarts types des mesures expérimentales plus importantes pour le petit disque que pour le grand montrent sa plus grande sensibilité aux hétérogénéités locales du sol;

4 - les flux tendent très lentement vers le régime asymptotique de Wooding: cela pose inévitablement le problème de l'appréciation expérimentale du temps d'apparition de ce régime, qui pour le matériau considéré peut devenir difficilement compatible avec une durée raisonnable d'essais sur le terrain.

A titre illustratif les Figures IV-7 et IV-8 montrent la simulation du processus d'infiltration pour les deux disques. Les profils d'isoteneurs en eau et les diagrammes de distribution des densités de flux présentés sont relatifs à un, deux et trois jours d'infiltration continue. La taille du domaine exhibée dans les figures correspond effectivement à celle utilisée dans les calculs. On peut constater que la condition initiale d'humidité, θ_0 , aux frontières n'a pas été affectée pendant la durée des simulations. Cela confirme l'hypothèse de domaine semi-infini décrite par les Equations (4.4e) et (4.4f).

La Figure IV-9 présente les flux calculés en fonction de l'inverse du rayon de la source ($1/r_1$) pour trois temps différents (1, 2 et 3 jours) après le début de l'infiltration. Les valeurs mesurées *in-situ*, correspondantes à 100000 secondes (≈ 1.16 jours) d'infiltration et les écarts types associés sont également reportés. De plus on présente la prévision de Wooding calculée à partir des propriétés hydrodynamiques estimées au laboratoire. La lente progression des flux simulés vers les valeurs théoriques est clairement mise en évidence.

Plus précisément, le Tableau IV-2 donne les valeurs relatives à l'évolution vers le régime asymptotique de Wooding (q_{wd}) des densités de flux calculées pour les deux disques.

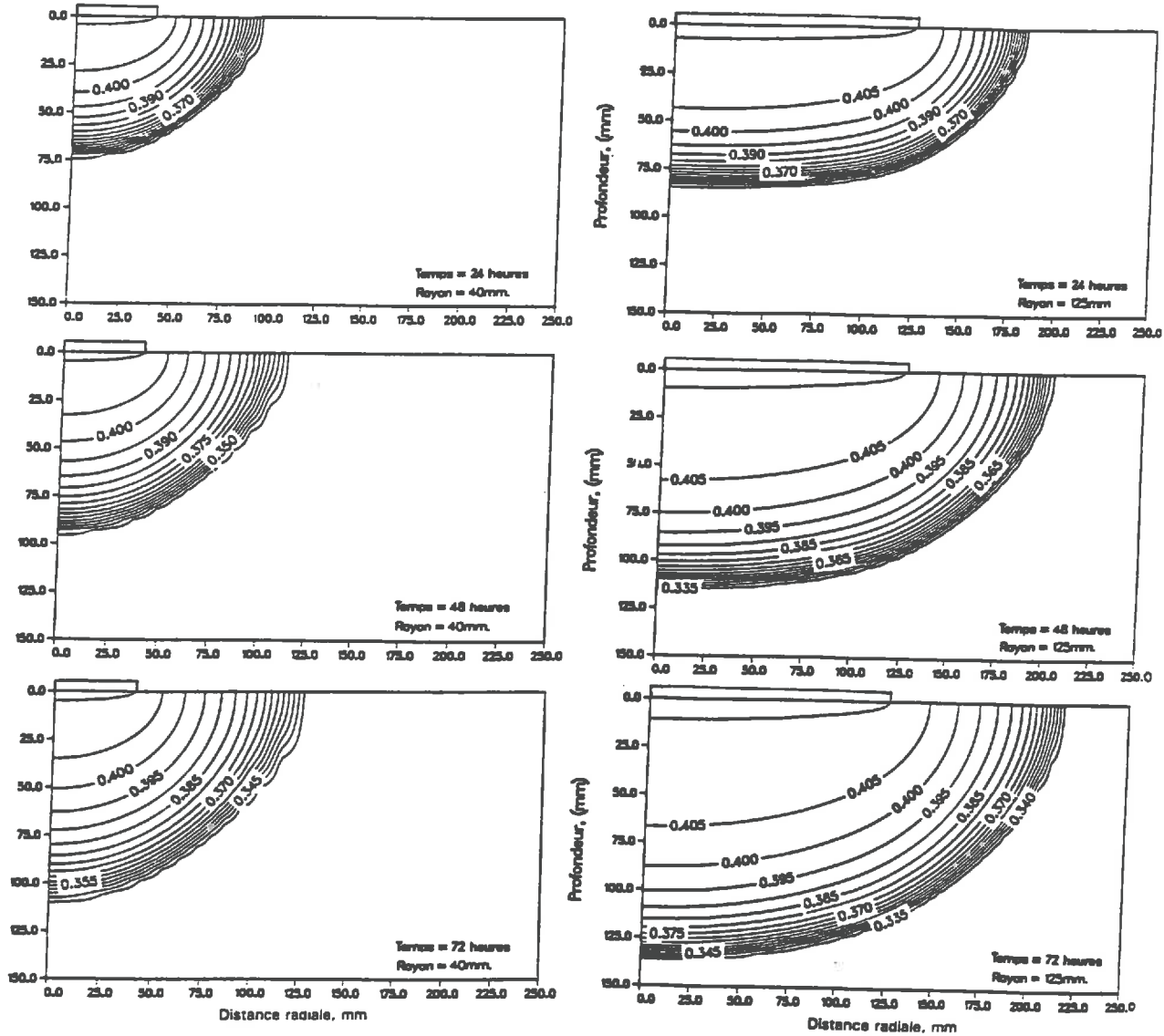


Figure IV-7 - Iso-contours de teneur volumique en eau calculés après 24, 48 et 72 heures d'infiltration.

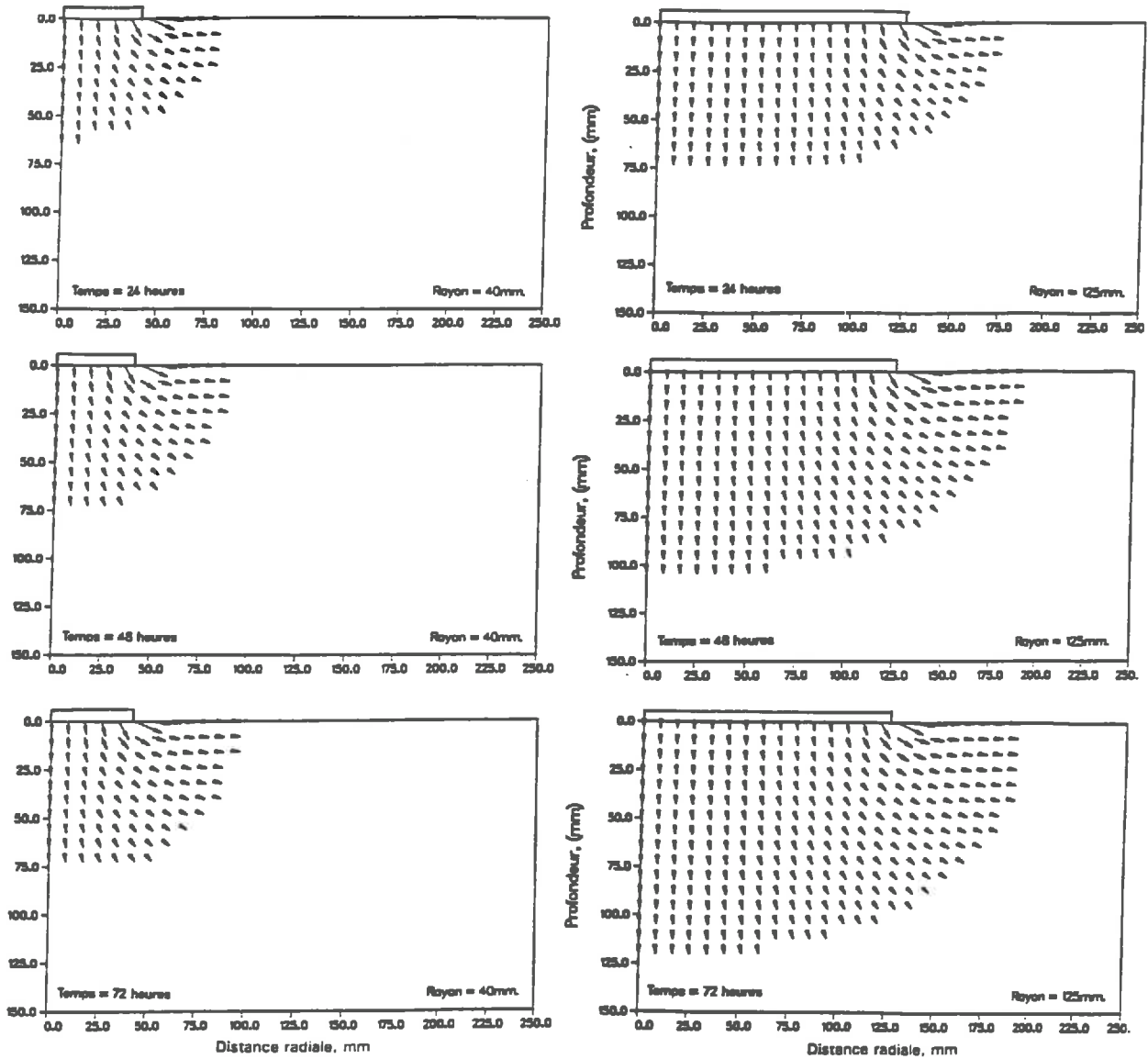


Figure IV-8 - Distribution des densités de flux volumiques calculés après 24, 48 et 72 heures d'infiltration.

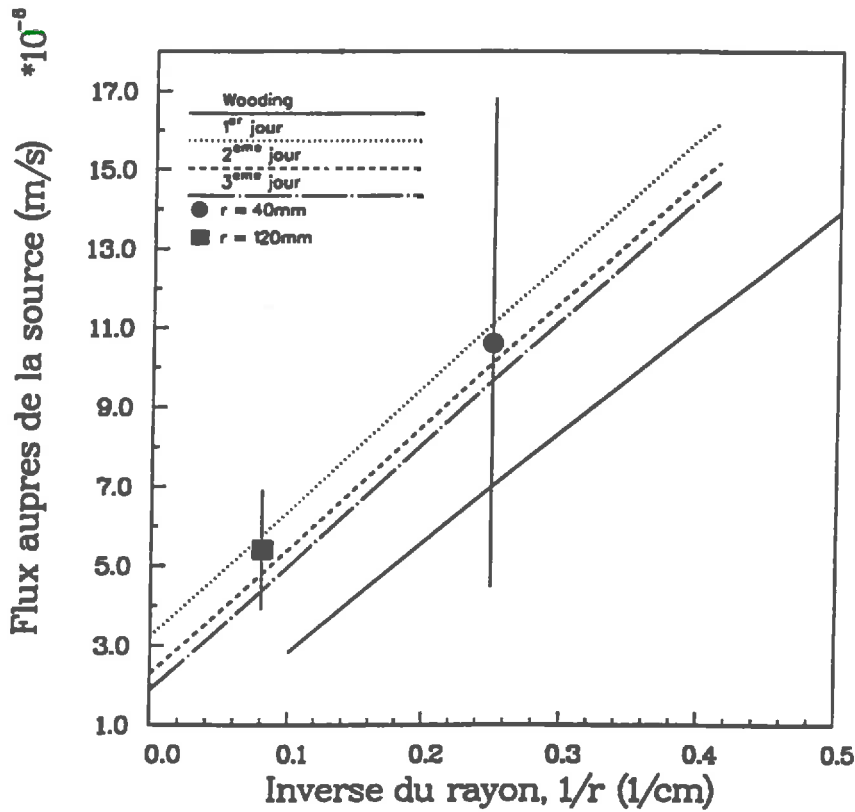


Figure IV-9 - Représentation des flux calculés en fonction de l'inverse du rayon de la source ($1/r_1$) pour trois temps différents. Les symboles avec les barres verticales indiquent les mesures expérimentales avec leurs écart-types. La ligne continue correspond à la solution de Wooding.

	$q_{a1}, m/s$ ($r_a = 125mm$)	$\frac{q_{a1} - q_{wd}}{q_{wd}}$	$q_{b1}, m/s$ ($r_b = 40mm$)	$\frac{q_{b1} - q_{wd}}{q_{wd}}$
1 jour	5.75×10^{-8}	1.52	1.11×10^{-7}	0.59
2 jours	4.79×10^{-8}	1.10	1.01×10^{-7}	0.44
3 jours	4.36×10^{-8}	0.91	9.65×10^{-8}	0.38
Wooding	2.28×10^{-8}	0	6.99×10^{-8}	0

Tableau IV-2: Evolution des flux calculés émanant des disques. L'indice wd désigne Wooding et l'indice 1 évoque les conditions sous le disque.

On peut encore remarquer une certaine différence entre la pente des droites calculées et théorique. Cette divergence à l'expression de Wooding a été déjà observée dans le chapitre II lorsque le rayon adimensionnel de la source, $a = r_1/(2\lambda_c)$, devient plus petit que l'unité. Pour vérifier la grandeur de "a" pour les deux rayons un calcul simple peut être effectué en connaissant la valeur de λ_c .

Un résumé des résultats principaux concernant les caractéristiques hydrodynamiques du sol est montré dans le tableau IV-3 ci-dessous:

	$e_1, m^3/m^3$	$K_1, m/s$	$U_1, m^2/s$	$S_1, m/s^{1/2}$	λ_c, mm	λ_m, mm	t_{grav}, s
terrain	4×10^{-8}	4×10^{-8}	2×10^{-9}	1.6×10^{-5}	50	148	$1.6 \cdot 10^5$
laboratoire	6.3×10^{-10}	6.3×10^{-10}	2.2×10^{-9}	1.8×10^{-5}	3448.5	2.15	8.34×10^8

Tableau IV-3: Comparaison entre les estimations au terrain et au laboratoire des propriétés hydrodynamiques.

Ainsi, l'adoption de $\lambda_c = 3448.5$ mm nous amène aux valeurs de $a=0.018$ pour $r_a = 125$ mm, et $a=0.0058$ pour $r_b = 40$ mm, ce qui démontre que dans ces cas, l'expression de Weir [Eq.(2.26), §2.2.4] est plus appropriée que celle de Wooding [Eq.(2.24)] pour l'estimation du flux asymptotique.

Les résultats présentés dans le tableau IV-3 permettent également de constater que:

- 1 - le temps gravitaire (laboratoire) est d'environ 26.8 ans ce qui atteste l'extrême lenteur du processus d'infiltration dans ce type de matériau qui interdirait l'utilisation de méthodes de caractérisation fondée sur une approche monodirectionnelle verticale telle que l'infiltrométrie double anneaux (§1.5.3.1);
- 2 - la valeur de λ_c beaucoup plus élevée au laboratoire qu'au terrain confirme le compactage assez important des échantillons prélevés;
- 3 - les deux méthodes (terrain et laboratoire) donnent des valeurs semblables de la sorptivité capillaire, S_1 ;
- 4 - l'écart entre les valeurs de conductivité hydraulique, K_1 , est de l'ordre de 100. Cela reflète, outre l'influence de la teneur en eau finale différente dans les deux situations, le fait que les flux émanant des disques à la fin des essais au terrain sont encore relativement loin du régime asymptotique. Il est normal par conséquent que l'emploi de ces valeurs avec l'expression de Wooding [Eq.(1.27)] conduise à une surestimation de K_1 ;

5 - on signale que, en raison du phénomène de gonflement, qui est développé de façon différente sous les conditions du terrain et du laboratoire, les valeurs de teneur volumique en eau au voisinage de la saturation sont sensiblement différentes dans un cas et dans l'autre (Tableaux IV-1 et IV-3). Ainsi une conductivité hydraulique de saturation plus importante au terrain que au laboratoire est attendue.

4.2.4 - Conclusion sur le cas du matériau de faible perméabilité.

Les résultats obtenus montrent l'intérêt et l'efficacité du modèle-simulateur d'écoulement multidirectionnel pour aider à l'interprétation d'essais d'infiltration multi-disques réalisés sur un matériau peu perméable. Il a notamment conféré une plus grande crédibilité aux estimations *in-situ* des caractéristiques hydrodynamiques, et du rôle joué par le léger gonflement du matériau.

Incidentement, les résultats montrent également la complémentarité entre mesures de terrain, effectuées au voisinage de la saturation, et de laboratoire sur une plus grande gamme d'humidité pour avoir accès à l'ensemble des propriétés de rétention et de conduction d'un sol de faible perméabilité.

4.3 - Simulations paradigmatiques.

La pratique des essais d'infiltration multi-disques montre que l'une des difficultés majeures est l'appréciation du temps à partir duquel on peut valablement considérer que le régime permanent est atteint. Afin d'essayer de définir quelques règles de "bonne conduite" des essais *in-situ*, le modèle a été utilisé pour simuler de tels essais en fonction d'une typologie des sols fondée sur la texture.

Les données de base sont issues des travaux de McCuen et al (1981) qui pour différents types de sols (11 catégories texturales, présentées Figure IV-10) ont déterminé systématiquement et sur un grand nombre d'échantillons de chaque classe les variables définissant leur comportement hydrodynamique paramétrisé par les modèles de Brooks et Corey (1964) pour les relations $h(\theta)$ et $K(\theta)$ et de Green et Ampt (1911) pour l'infiltration. Les valeurs correspondantes sont données dans les Figures IV-11 et IV-12 où:

- θ_s = teneur volumique en eau à saturation;
- θ_r = teneur volumique en eau résiduelle;
- λ = un paramètre empirique;
- h_b = la pression de vidange du plus gros pore;
- ϕ = la porosité totale ;
- K_s = conductivité à saturation;
- ϕ_e = la porosité effective définie par $\theta_s - \theta_r$;
- h_f = la pression capillaire au front d'humectation du modèle de Green et Ampt.

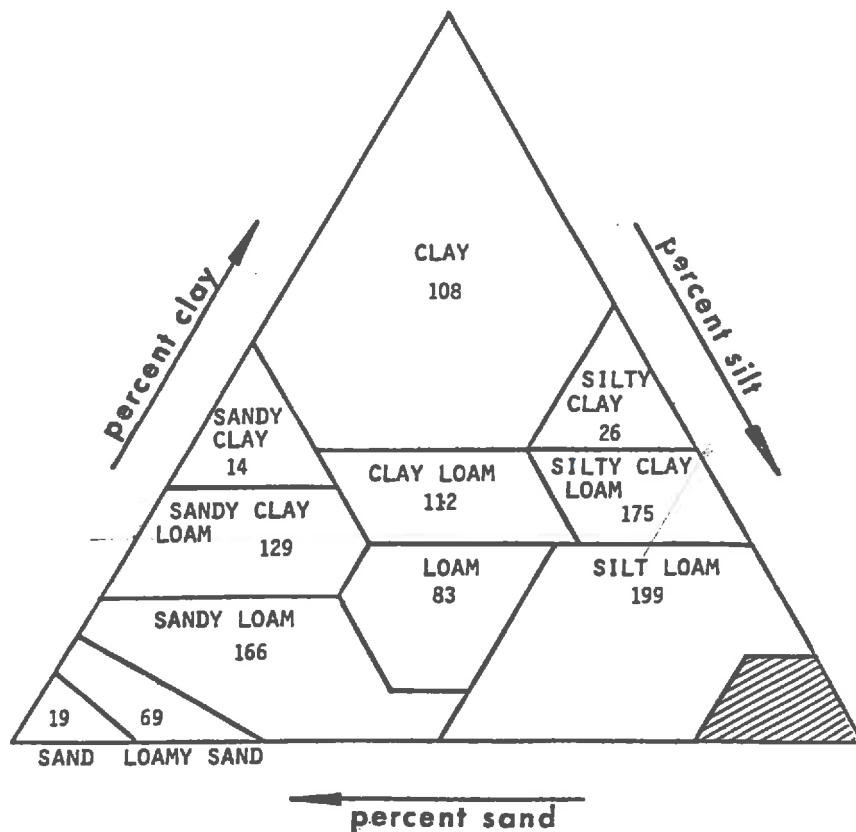


Figure IV-10 - Triangle textural et type de sol. Les nombres de chaque classe indiquent les répétitions étudiées par McCuen et al (1981).

Dans notre étude, nous avons retenu cinq sols:

- Sol n°1: argile (clay);
- Sol n°2: sable limono-argileux (sandy clay loam);
- Sol n°3: limon (loam);
- Sol n°4: silt limoneux (silt loam);
- Sol n°5: sable (sand).

dont les valeurs données dans ces deux figures ont permis de déterminer les caractéristiques hydrodynamiques, préalable indispensable à la simulation des écoulements.

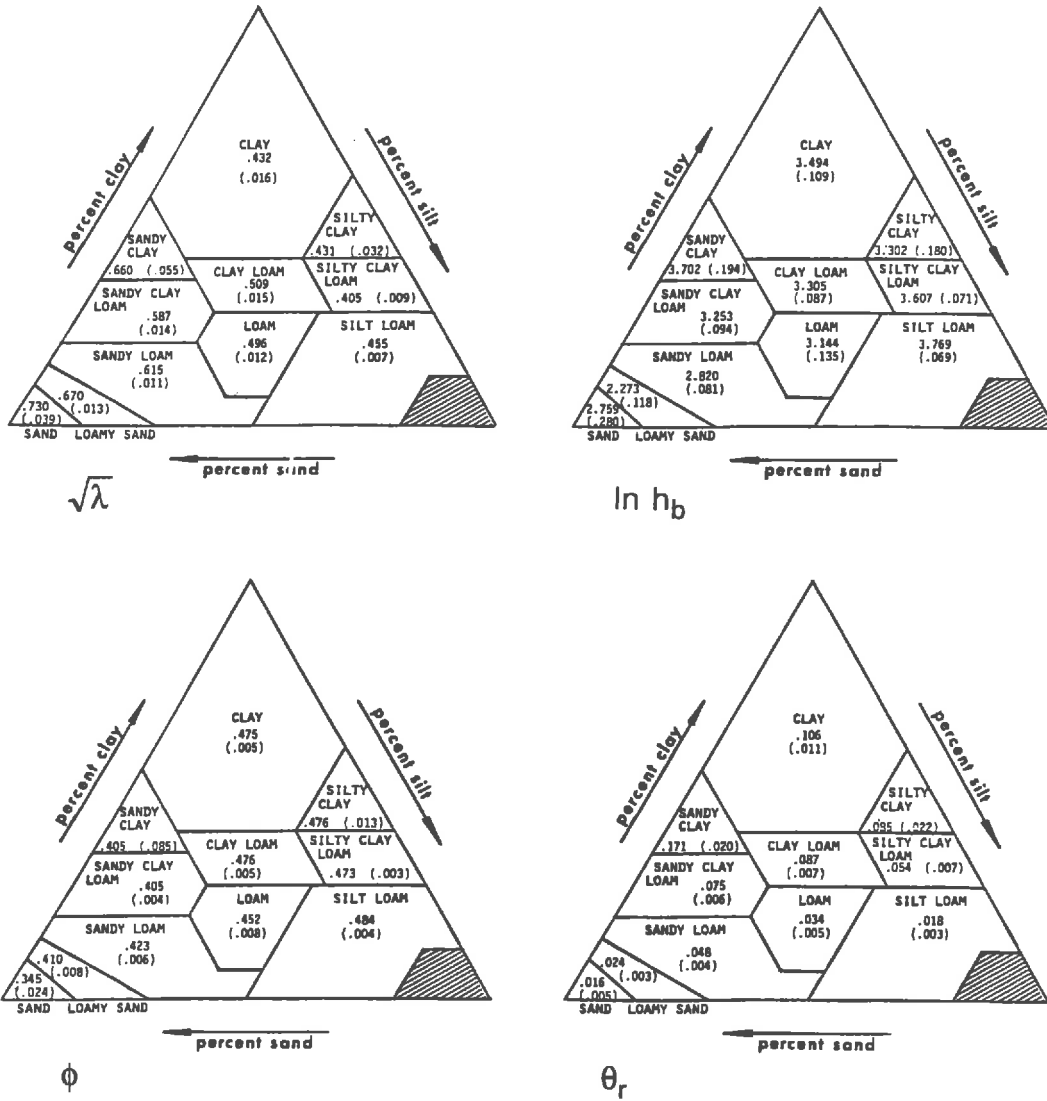


Figure IV-11 Valeurs moyennes des paramètres du modèle de Brooks-Corey pour chaque classe. Les valeurs entre parenthèses correspondent aux écarts types des mesures expérimentales (cf. McCuen et al, 1981).

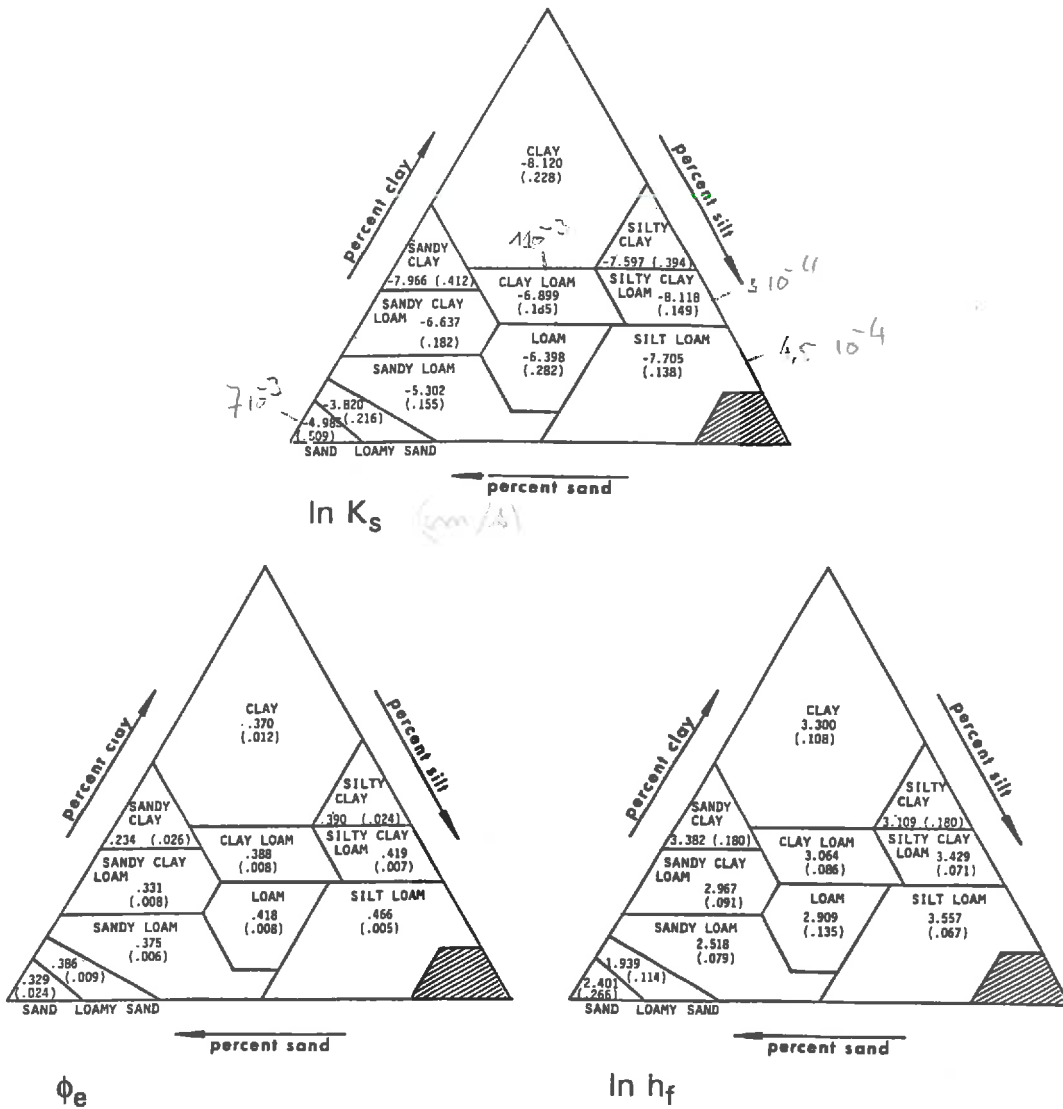


Figure IV-12 - Valeurs moyennes des paramètres du modèle de Green-Ampt pour chaque classe. Les écarts types correspondants figurent entre parenthèses (cf. McCuen et al, 1981).

4.3.1 - Les caractéristiques hydrodynamiques.

4.3.1.1 - Relations conductivité hydraulique - teneur en eau.

L'expression choisie pour définir les courbes K(θ) est celle de Brooks et Corey (1964):

$$K = K_s S_e^\beta \tag{4.6}$$

où $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ est le degré de saturation.

Le paramètre de forme β dépendant de la nature du sol est donné, selon le modèle de Burdine (1953) utilisé par Brooks et Corey, par la relation:

$$\beta = 3 + 2 / \lambda \quad (4.7)$$

Les valeurs du paramètre λ et de K_s sont données dans les Figures IV-11 et IV-12, respectivement. Les courbes $K(\theta)$ et les paramètres relatifs aux cinq sols ainsi choisis sont présentés dans la Figure IV-13 et le Tableau IV-4, respectivement.

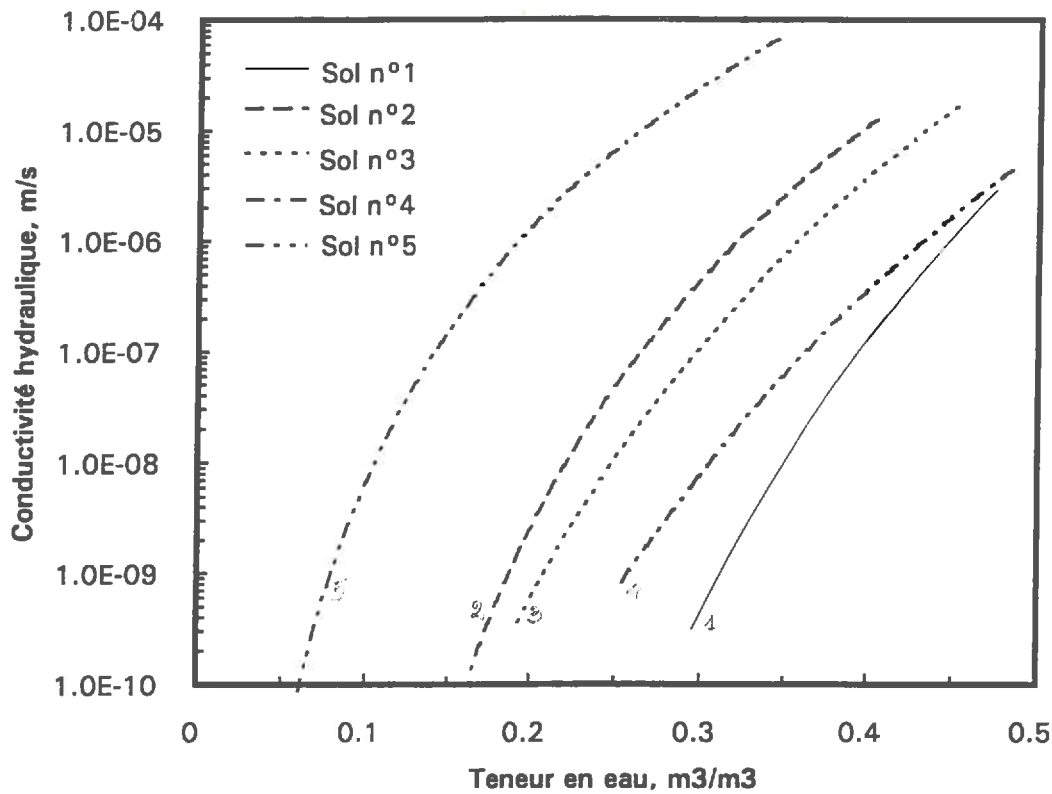


Figure IV-13 - Les courbes $K(\theta)$ relatives aux 5 sols choisis à partir du triangle de textures proposé par McCuen et al (1981).

Sols	Paramètres pour $K(\theta)$			
	K_s , m/s	β	θ_s , cm ³ /cm ³	θ_r , cm ³ /cm ³
Sol n°1	2.98×10^{-6}	13.72	0.475	0.106
Sol n°2	1.30×10^{-5}	8.80	0.405	0.075
Sol n°3	1.70×10^{-5}	11.13	0.452	0.034
Sol n°4	4.51×10^{-6}	12.66	0.484	0.018
Sol n°5	6.80×10^{-3}	6.75	0.345	0.016

Tableau IV-4: Paramètres du modèle de Brooks et Corey pour les cinq sols retenus.

4.3.1.2 - Relations pression capillaire - teneur en eau.

La relation de Brooks et Corey, utilisée pour décrire les propriétés de rétention de l'eau dans le sol présente la forme:

$$\begin{cases} S_e = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda & \text{pour } h \leq h_b \\ S_e = 1 & \text{pour } h > h_b \end{cases} \quad (4.7)$$

Il est évident que cette formulation conduit à une forte discontinuité de la dérivée de la fonction $h(\theta)$ donc de la capacité capillaire au voisinage de la saturation, source d'instabilité dans la résolution numérique de l'équation de Richards. De plus, du point de vue physique, une entrée d'air progressive semble plus adéquate pour la plupart des sols. Ces raisons font qu'il paraisse plus pertinent d'utiliser la forme de van Genuchten pour $h(\theta)$, déjà utilisée précédemment.

Ainsi le problème qui se pose consiste à trouver les paramètres correspondants à l'expression de van Genuchten de façon à avoir une "équivalence" avec l'expression de Brooks et Corey [Eq.(4.7)] pour les paramètres initialement définis. Ainsi, si l'on considère la formule de van Genuchten sous la forme:

$$S_e = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{h}{h_g}\right)^n\right]^m} \quad (4.8)$$

avec $m = 1 - \frac{2}{n}$ (4.9)

et en supposant $h \gg h_g$, la comparaison des Eqs.(4.8) et (4.7) donne:

$$\lambda \approx m.n \quad (4.10)$$

Donc, connaissant la valeur de λ , (d'après les valeurs de la Figure IV-11) les expressions (4.9) et (4.10) permettent de déterminer facilement les paramètres m et n de la relation (4.8).

La relation pour déterminer h_g du modèle (4.8) est obtenue à travers la définition de l'échelle intégrale de longueur capillaire [Eq.(1.28)] s'exprimant par:

$$\lambda_c = \frac{\theta_s - \theta_r}{K_s} \int_0^1 D(S_e) dS_e \quad (4.11)$$

Si la courbe $h(\theta)$ est du type de van Genuchten et celle de $K(\theta)$ du type de Brooks et Corey, la formule de définition $D = K \frac{dh}{d\theta}$ conduit à:

$$D(S_e) = \frac{K_s |h_g|}{mn(\theta_s - \theta_r)} S_e^{\beta - \frac{1}{mn} - 1} \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}}\right)^{n-1} \quad (4.12)$$

L'introduction de (4.12) dans (4.11) donne alors:

$$h_g = \lambda_c \frac{\Gamma(\beta m)}{\Gamma\left(\beta m - \frac{1}{n}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)} \quad (4.13)$$

où $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma complète calculée par la factorielle $(x-1)!$.

Le calcul de λ_c peut être effectué à partir de l'équation:

$$\lambda_c = \frac{1}{K_s} \int_{-\infty}^0 K(h) dh \quad (4.14)$$

où $K(h)$ est obtenu par introduction de (4.7) dans (4.6), soit:

$$K(h) = K_s \left(\frac{h_b}{h}\right)^{\lambda\beta} \quad (4.15)$$

Ainsi, la relation entre λ_c et h_b est:

$$\lambda_c = \frac{\lambda\beta}{\lambda\beta - 1} h_b \quad (4.16)$$

Les données pour chaque sol de K_s , h_b , λ et β (Figures IV-11 et IV-12) permettent donc de calculer les paramètres h_g , m et n définissant le modèle de van Genuchten, les résultats apparaissant dans le Tableau IV-5.

La Figure IV-14 montre les courbes $h(\theta)$ correspondantes à l'expression de van Genuchten pour les cinq sols considérés.

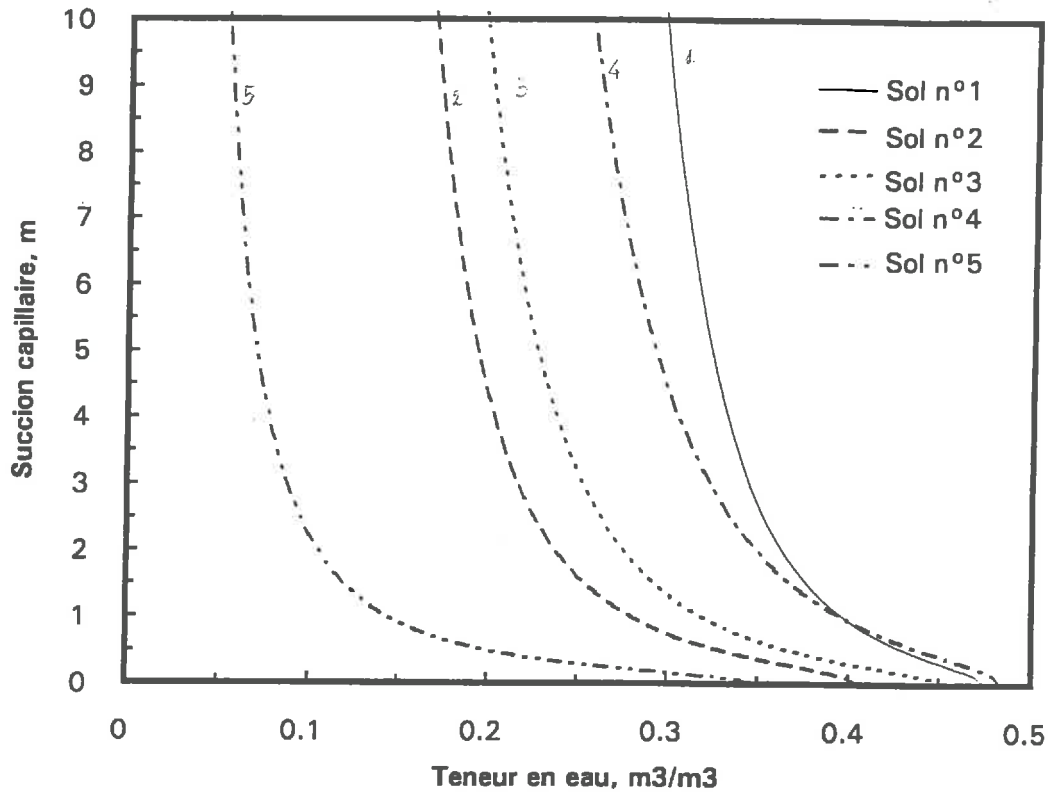


Figure IV-14 - Relations pression-teneur volumique en eau pour les cinq sols retenus.

Sols	Paramètres pour $h(\theta)$		
	h_g , (m)	n	$m = 1 - 2/n$
Sol n°1	0.2895	2.1865	0.0853
Sol n°2	0.2569	2.3447	0.1470
Sol n°3	0.2149	2.2459	0.1095
Sol n°4	0.3884	2.2070	0.0938
Sol n°5	0.1717	2.5329	0.2104

Tableau IV-5: Paramètres du modèle de van Genuchten pour les cinq sols retenus. θ_s et θ_r sont donnés au Tableau IV-4.

A titre indicatif, les relations conductivité hydraulique - pression capillaire $K(h)$ correspondantes sont reportées sur la Figure IV-15.

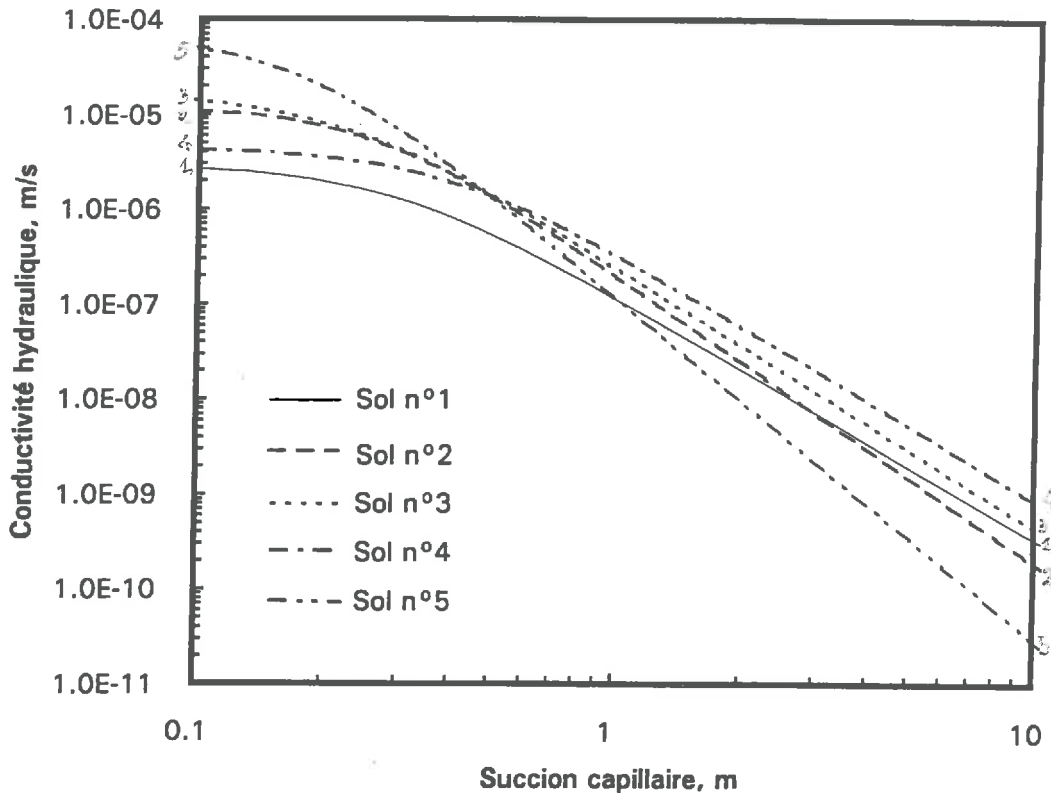


Figure IV-15 - La conductivité hydraulique en fonction de la pression capillaire pour les cinq sols retenus.

4.3.2 - Les conditions de simulation.

Pour les différents sols retenus, il s'agit de "générer" par le modèle des données de flux d'infiltration émanant de deux sources circulaires ($r_a = 125\text{mm}$ et $r_b = 40\text{mm}$); de les "assimiler" à des observations *in-situ* et; d'y appliquer l'analyse classique de Wooding pour estimer les caractéristiques hydrodynamiques, qu'il devient possible de comparer à leur détermination *a priori* à partir du triangle textural.

Dans une première étape, les différentes simulations ont été effectuées avec les conditions suivantes:

- i) teneur en eau initiale uniforme et égale à $\theta_s/2$;
- ii) pression appliquée sous chaque disque $h_1 = -5$ mm d'eau;
- iii) pour le grand disque ($r_a = 125$ mm) la taille du domaine modélisé est 40 x 40 cm;
- iv) pour le petit disque ($r_b = 40$ mm) le domaine de calcul a été réduit à 30 x 30 cm;
- v) le pas initial de temps de calcul varie entre 0.01 et 0.1 seconde selon la perméabilité du sol considéré, soit un pas plus petit pour le sable et plus grand pour l'argile. L'augmentation du pas de temps à mesure que l'infiltration progresse est faite suivant le critère explicité dans l'Annexe A2;
- vi) les simulations ont été arrêtées dès que la condition initiale d'humidité dans un noeud appartenant à l'une des frontières a varié de plus que 5%. Soit, $\frac{\theta - \theta_0}{\theta} \leq 0.05$ pour $r = r_{\max}$ et/ou $z = z_{\max}$;
- vii) les erreurs numériques sur la fermeture du bilan de masse sont toujours restées inférieures à 0.5%, sauf pour le sable (Sol n°5) où elles ont atteint 1%.

La deuxième étape a consisté à simuler les cas extrêmes (sols n°1 et n°5) sous ces mêmes conditions, mais en imposant des suctions de $h_1 = -50$ mm et -100 mm à la source, de façon à donner aux conclusions un caractère plus général.

4.3.3 - Les résultats des simulations.

4.3.3.1 - Simulations réalisées à $h_1 = -5$ mm.

La Figure IV-16 montre pour les cinq sols étudiés l'évolution des flux simulés émanant des deux infiltromètres. Les flux asymptotiques théoriques de Wooding, calculés à partir des paramètres hydrodynamiques de chaque type de sol, sont également indiqués.

Les mêmes résultats sont rassemblés dans la Figure IV-17 pour les premières 250 s d'infiltration afin de mieux mettre en évidence les différences dans les cinétiques initiales.

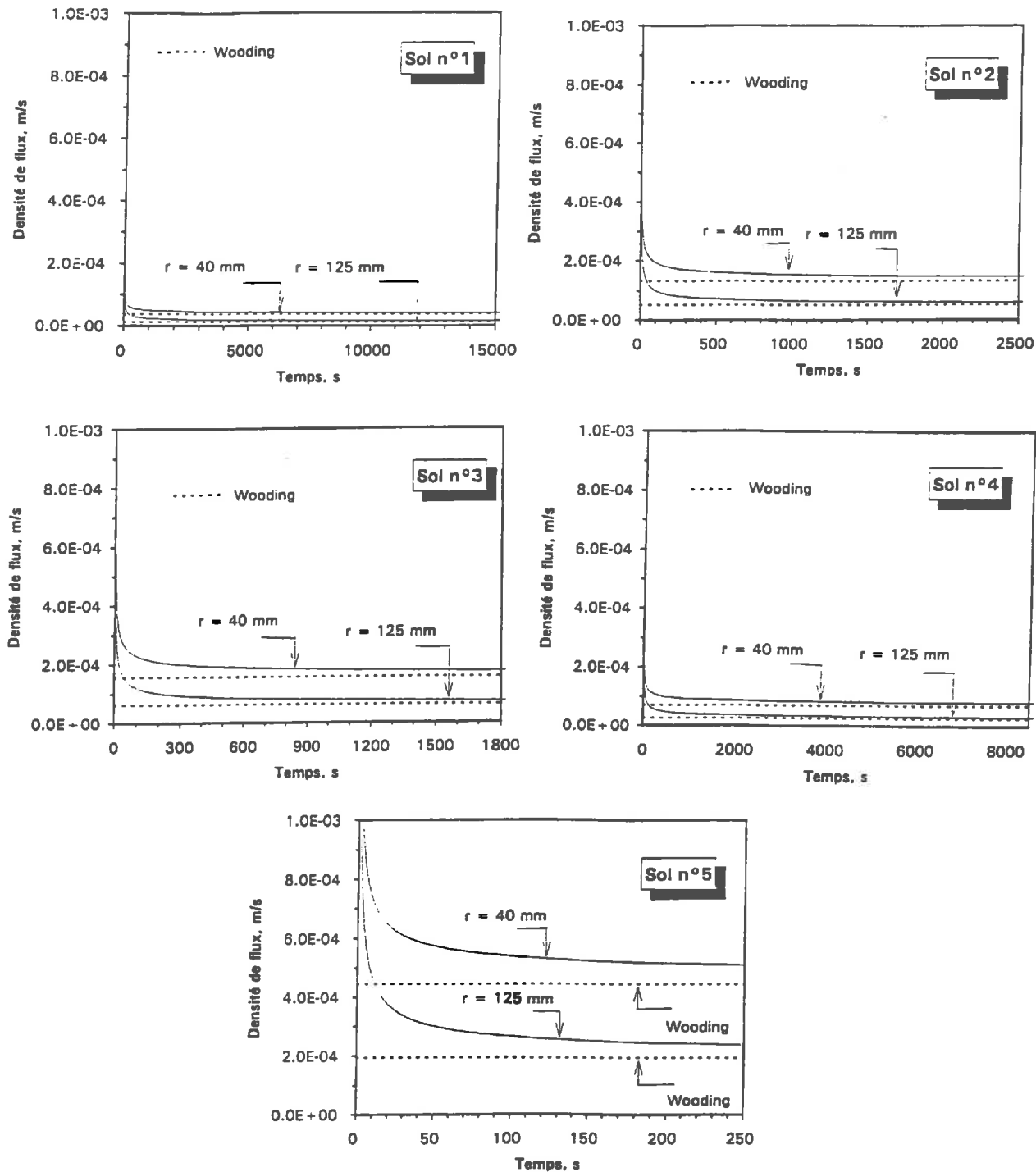


Figure IV-16 - L'évolution des flux simulés pour les 2 disques et les cinq sols retenus: n°1- argile; n°2- sable limono-argileux; n°3- limon; n°4- silt limoneux; n°5- sable. Les lignes pointillées correspondent à la solution théorique de Wooding.

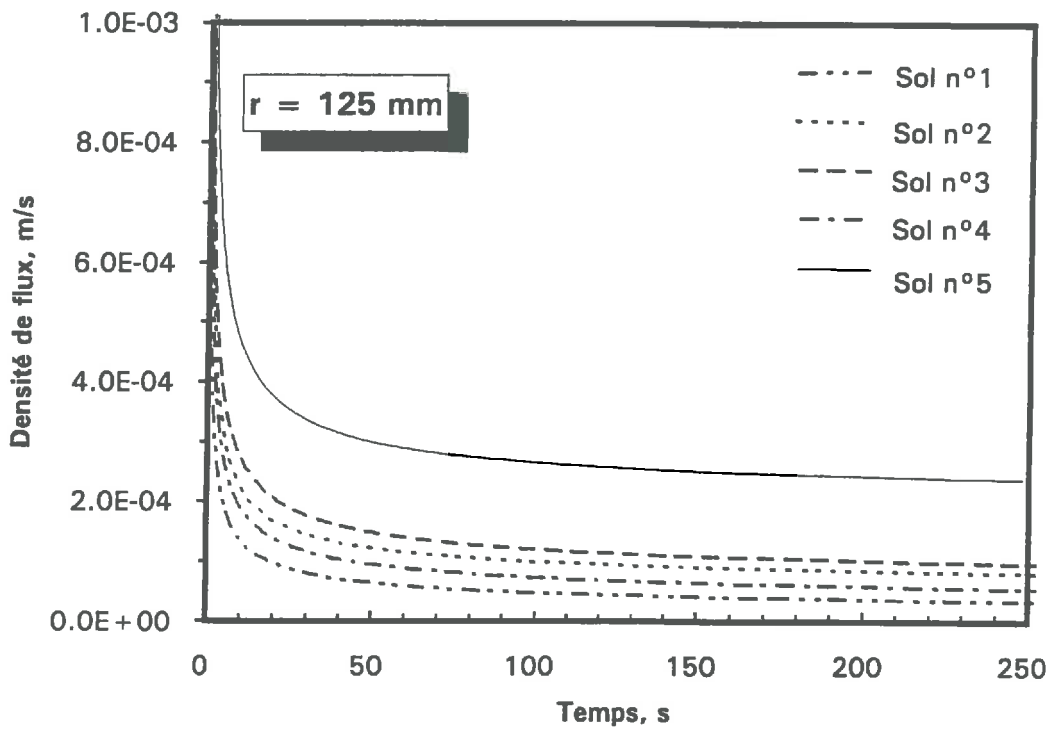
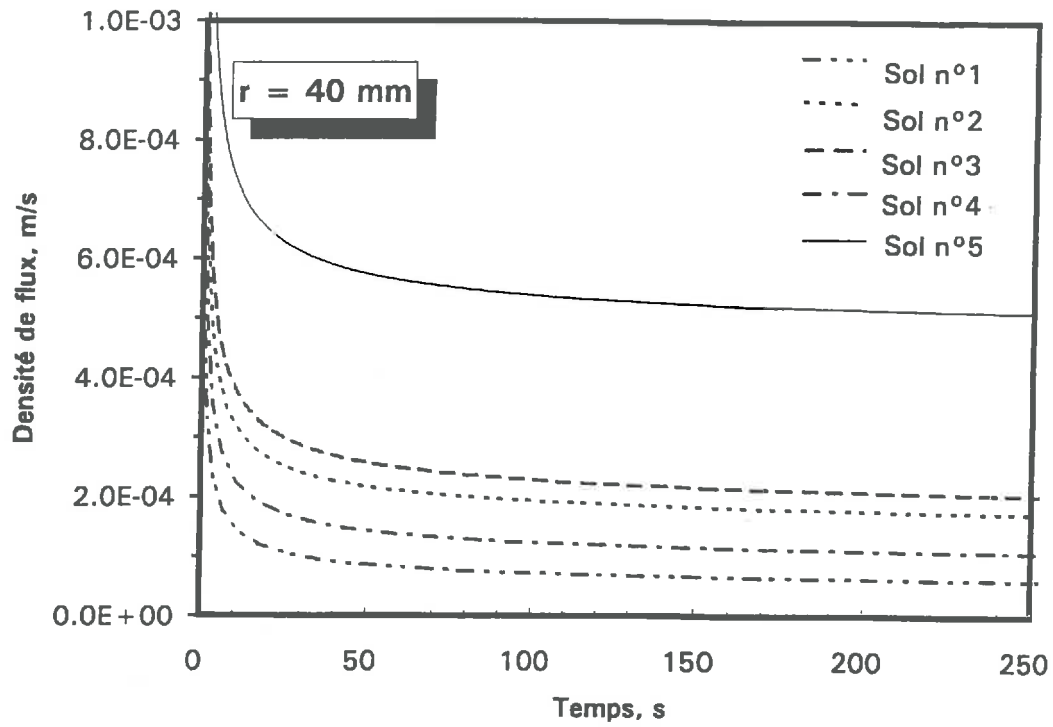


Figure IV-17 - L'évolution des flux pour les premiers 250 s d'infiltration pour les deux disques considérés et les cinq sols: n°1- argile; n°2- sable limono-argileux; n°3- limon; n°4- silt limoneux; n°5- sable.

Comme il est naturel, les valeurs les plus importantes des flux sont observées dans le cas du sable (Sol n°5) et les plus faibles pour le cas de l'argile (Sol n°1). Les autres cas se situent entre ces deux extrêmes, mais quand même plus proches de l'argile que du sable.

Pour chacun des sols, on peut constater un parallélisme notable entre les cinétiques des flux, pour les deux rayons et ce assez rapidement. Ce comportement a été déjà mis en évidence dans le chapitre II au moment de l'étude de la cinétique d'infiltration à l'aide de la formulation de Fujita-Parlange. On peut même retrouver ce parallélisme dans le cas traité précédemment dans la première partie de ce chapitre. Ces résultats suggèrent un comportement général. Autrement dit, pour un certain sol considéré et indépendamment du rayon du disque utilisé, la densité de flux doit s'approcher du régime asymptotique selon approximativement la même cinétique.

Dans la Figure IV-18 l'évolution des flux est représentée en fonction de l'inverse du rayon de la source de manière à permettre une appréciation visuelle du rapprochement des valeurs simulées vers la prévision théorique de Wooding. Dans chacun des cas, cette évolution est présentée à trois temps correspondant chacun à un pourcentage du temps gravitaire (Tableau IV-8). L'examen de ces résultats rend évident le parallélisme commenté ci-dessus.

Un autre aspect à remarquer dans la Figure IV-18 est le fait que, pour chaque cas étudié, la pente des droites relatives aux simulations est visiblement plus importante que celle de la relation de Wooding. Cette déviation, également signalée dans le cas du sol argileux à faible perméabilité (§4.2.3), est attendue lorsque le rayon adimensionnel du disque, $a = r_1 / (2\lambda_c)$, comme adopté par Wooding, est inférieur à l'unité. Une simple vérification, dont les résultats sont donnés dans le Tableau IV-6, confirme que c'est bien le cas ici.

Sols	r_1 , m	λ_c , m	$a = r_1 / (2\lambda_c)$
Sol n°1	0.040	0.3535	0.057
	0.125	0.3535	0.177
Sol n°2	0.040	0.2778	0.072
	0.125	0.2778	0.225
Sol n°3	0.040	0.2491	0.080
	0.125	0.2491	0.251
Sol n°4	0.040	0.4653	0.043
	0.125	0.4653	0.134
Sol n°5	0.040	0.1695	0.118
	0.125	0.1695	0.369

Tableau IV-6 : Le rayon adimensionnel de Wooding, "a", pour les cinq sols étudiés et les deux rayons de disques.

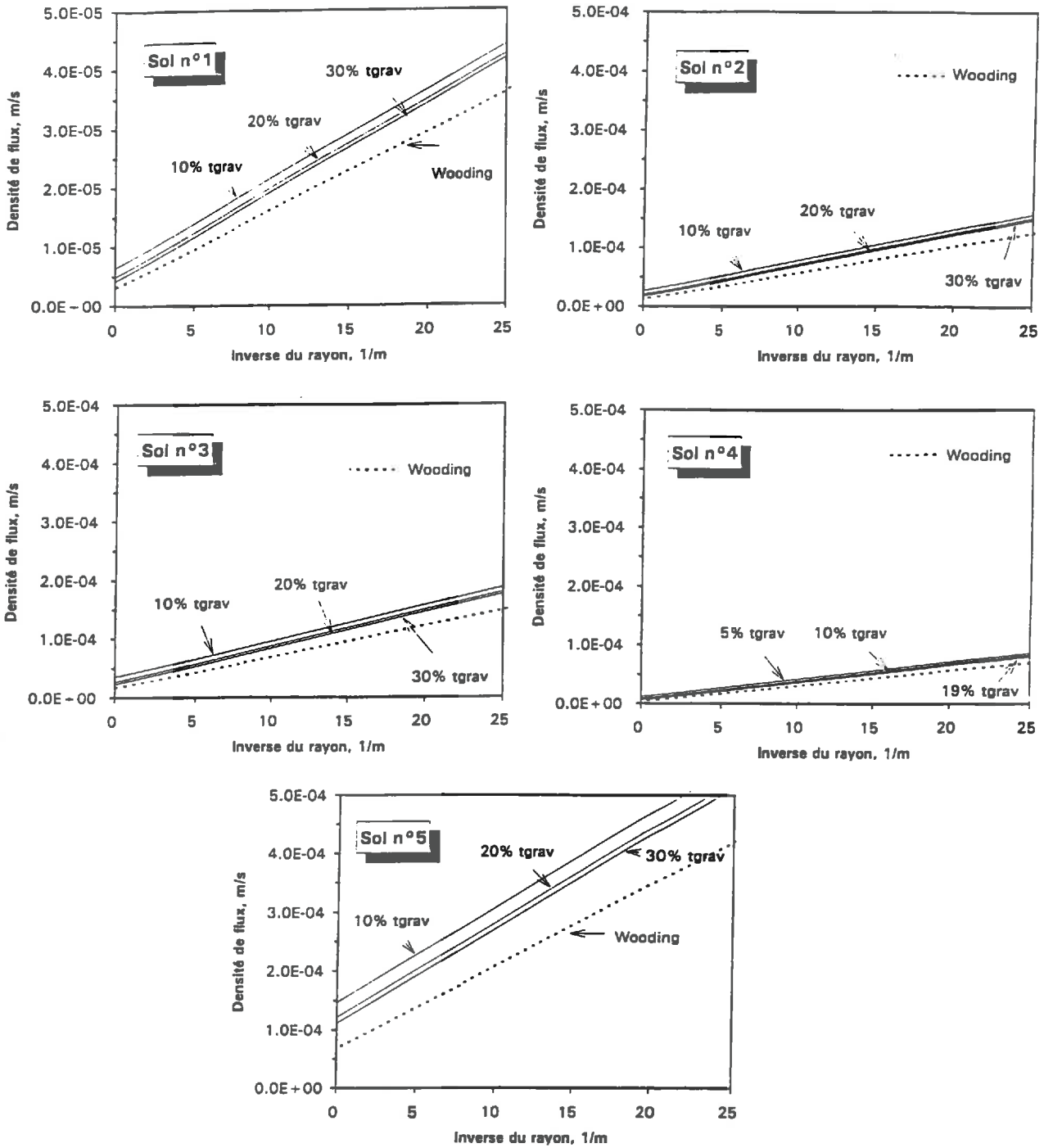


Figure IV-18 - Les flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour trois différents temps d'infiltration.

Ainsi, il semble que, dans les conditions des simulations réalisées, l'équation de Weir (2.26) doit produire des estimations plus précises des flux asymptotiques. Le Tableau IV-7 montre les différences relatives entre les valeurs de flux asymptotique calculées selon Wooding et Weir.

Sols	r_1 , m	Wooding (q_{wd}) m/s	Weir (q_{wr}) m/s	$\frac{q_{wr} - q_{wd}}{q_{wd}}$
Sol n°1	0.040	3.60×10^{-5}	3.77×10^{-5}	0.047
	0.125	1.35×10^{-5}	1.44×10^{-5}	0.067
Sol n°2	0.040	1.26×10^{-4}	1.32×10^{-4}	0.048
	0.125	4.90×10^{-5}	5.24×10^{-5}	0.069
Sol n°3	0.040	1.49×10^{-4}	1.57×10^{-4}	0.054
	0.125	5.92×10^{-5}	6.33×10^{-5}	0.069
Sol n°4	0.040	7.04×10^{-5}	7.34×10^{-5}	0.043
	0.125	2.56×10^{-5}	2.72×10^{-5}	0.063
Sol n°5	0.040	4.20×10^{-4}	4.46×10^{-4}	0.062
	0.125	1.80×10^{-4}	1.94×10^{-4}	0.078

Tableau IV-7 : Comparaison des prévisions de Wooding et de Weir pour les flux asymptotiques.

On peut constater que les flux obtenus par la formulation de Weir sont de 4 à 8% supérieurs à ceux de Wooding.

Néanmoins, il faut rappeler que Weir n'est pas valable lorsque $a > 0.4$. Cela empêche alors toute extrapolation au cas de rayon infini, soit lorsque $\frac{1}{r_1} \rightarrow 0$. D'autre part, son expression ne permet pas une approche linéaire comme celle de Wooding. Ces deux aspects rendent l'expression de Weir inadéquate pour les estimations de conductivité hydraulique et de sorptivité à partir des flux mesurés.

De toute façon, l'approximation proposée par Wooding - il faut le reconnaître - est d'application beaucoup plus simple que celle de Weir. De plus, une estimation de l'ordre de grandeur des erreurs commises en utilisant l'approximation de Wooding pour l'analyse des résultats d'infiltration montre qu'elle est satisfaisante face aux incertitudes expérimentales de terrain. Ainsi, en procédant à l'estimation de la conductivité hydraulique, K_1 , et du potentiel d'écoulement, U_1 , par l'expression $q_1 = K_1 + \frac{4U_1}{\pi r_1}$ appliquée aux résultats

générés par le modèle et présentés dans la Figure IV-18, on obtient les valeurs numériques données dans les Tableaux IV-8 et IV-9.

Sol t_{grav}	temps, s	temps, % t_{grav}	$K_{1\text{exp}}$, m/s (expérimental)	$K_{1\text{est}}$, m/s (estimé)	$\frac{K_{1\text{est}} - K_{1\text{exp}}}{K_{1\text{exp}}}$
Sol n°1	5278.5	10	2.98×10^{-6}	6.48×10^{-6}	1.17
52784.5 s	10556.8	20		4.90×10^{-6}	0.64
	15835.2	30		4.17×10^{-6}	0.40
Sol n°2	791.4	10	1.30×10^{-5}	2.68×10^{-5}	1.06
7914.1 s	1582.8	20		2.06×10^{-5}	0.58
	2374.2	30		1.79×10^{-5}	0.38
Sol n°3	603.7	10	1.70×10^{-5}	3.54×10^{-5}	1.08
6036.6 s	1207.3	20		2.71×10^{-5}	0.59
	1811.0	30		2.34×10^{-5}	0.38
Sol n°4	2305.1	5	4.51×10^{-6}	1.25×10^{-5}	1.77
46102.9 s	4610.3	10		9.19×10^{-6}	1.08
	8656.6	19		6.93×10^{-6}	0.54
Sol n°5	76.8	10	6.80×10^{-5}	1.47×10^{-4}	1.16
768.2 s	153.6	20		1.22×10^{-4}	0.79
	230.4	30		1.12×10^{-4}	0.65

Tableau IV-8: Comparaison entre les valeurs expérimentales (McCuen et al, 1981) et estimées de la conductivité hydraulique à différents temps.

Sols	$U_{1\text{exp}}$, m ² /s (expérimental)	$U_{1\text{est}}$, m ² /s (estimé)	$\frac{U_{1\text{est}} - U_{1\text{exp}}}{U_{1\text{exp}}}$
Sol n°1	1.04×10^{-6}	1.18×10^{-6}	0.13
Sol n°2	3.54×10^{-6}	4.09×10^{-6}	0.16
Sol n°3	4.14×10^{-6}	4.81×10^{-6}	0.16
Sol n°4	2.07×10^{-6}	2.33×10^{-6}	0.13
Sol n°5	1.11×10^{-5}	1.27×10^{-5}	0.14

Tableau IV-9: Comparaison entre les valeurs expérimentales (McCuen et al, 1981) et estimées du potentiel d'écoulement.

La sorptivité capillaire, S_1 , peut alors être évaluée par l'expression approchée de White et Sully (1987) [Eq.(1.32)] avec le paramètre de forme de la fonction diffusivité, $b=0.55$. Ainsi, dans le Tableau IV-10 les valeurs de sorptivité estimées par l'Eq.(1.45), à temps différents de simulation, sont comparées aux valeurs théoriques calculées par l'expression optimale de Parlange [Eq.(3.11)].

Sols	$\theta_1 - \theta_0$, cm ³ /cm ³	S_{1t} , m/s ^{1/2} (théorique)	S_{1e} , m/s ^{1/2} (estimé)	$\frac{S_{1e} - S_{1t}}{S_{1t}}$
Sol n°1	0.2375	6.83×10^{-4}	7.14×10^{-4}	0.046
Sol n°2	0.2025	1.16×10^{-3}	1.23×10^{-3}	0.060
Sol n°3	0.2226	1.32×10^{-3}	1.41×10^{-3}	0.068
Sol n°4	0.2420	9.67×10^{-4}	1.01×10^{-3}	0.044
Sol n°5	0.1725	1.87×10^{-3}	2.00×10^{-3}	0.070

Tableau IV-10: Comparaison entre les valeurs théoriques [Eq.(3.11)] et estimées au travers des simulations [Eq.(1.45)] de la sortivité capillaire.

valen de h ? ; pour autre diamètre de - 50 mm if pass

L'ensemble de ces résultats suggère les remarques et conclusions suivantes:

a) A l'exception du sable (Sol n°5), la conductivité hydraulique est surestimée d'environ 40% lorsque les flux sont analysés à un temps d'infiltration de 30% du temps gravitaire. Pour le sable, la surestimation est d'ordre de 65%. Evidemment, la surestimation sera d'autant plus importante que les flux sont considérés à des temps plus courts.

b) Les résultats fournis dans le Tableau IV-10 montrent que l'erreur relative dans l'estimation de la sorptivité capillaire reste comprise entre 4 et 7% pour les cinq sols étudiés. Dans ce cas, la surestimation n'est pas due à un temps insuffisant d'infiltration, puisque les flux progressent avec la même cinétique vers le régime asymptotique, mais plutôt à l'imprécision de Wooding dans la gamme de rayons adimensionnels considérés (Tab. IV-6). Ainsi, ce type d'estimation peut être effectué à partir de temps assez courts (5 à 10% du t_{grav}) sans perte sensible de précision. Pour les sols à faible perméabilité, le temps d'infiltration peut même se réduire à 0.01% du t_{grav} , comme dans le cas étudié dans la première partie de ce chapitre.

4.3.3.2 - Simulations réalisées à $h_1 = - 50$ mm et - 100 mm.

Les résultats présentés ici sont relatifs à l'argile (sol n°1) et au sable (sol n°5). De cette manière, en testant les cas extrêmes, on cherche à vérifier si les conclusions précédentes (à $h_1 = - 5$ mm) sont encore valables pour d'autres conditions de succion imposée classiquement dans les essais *in-situ*.

Les Figures IV-19a et IV-19b montrent les évolutions des flux à $h_1 = - 5$ mm, - 50 mm et - 100 mm pour les deux rayons de disque considérés et pour les deux sols retenus. On peut constater à nouveau le parallélisme entre les courbes, ce qui signifie que la cinétique reste sensiblement la même pour les différentes pressions imposées.

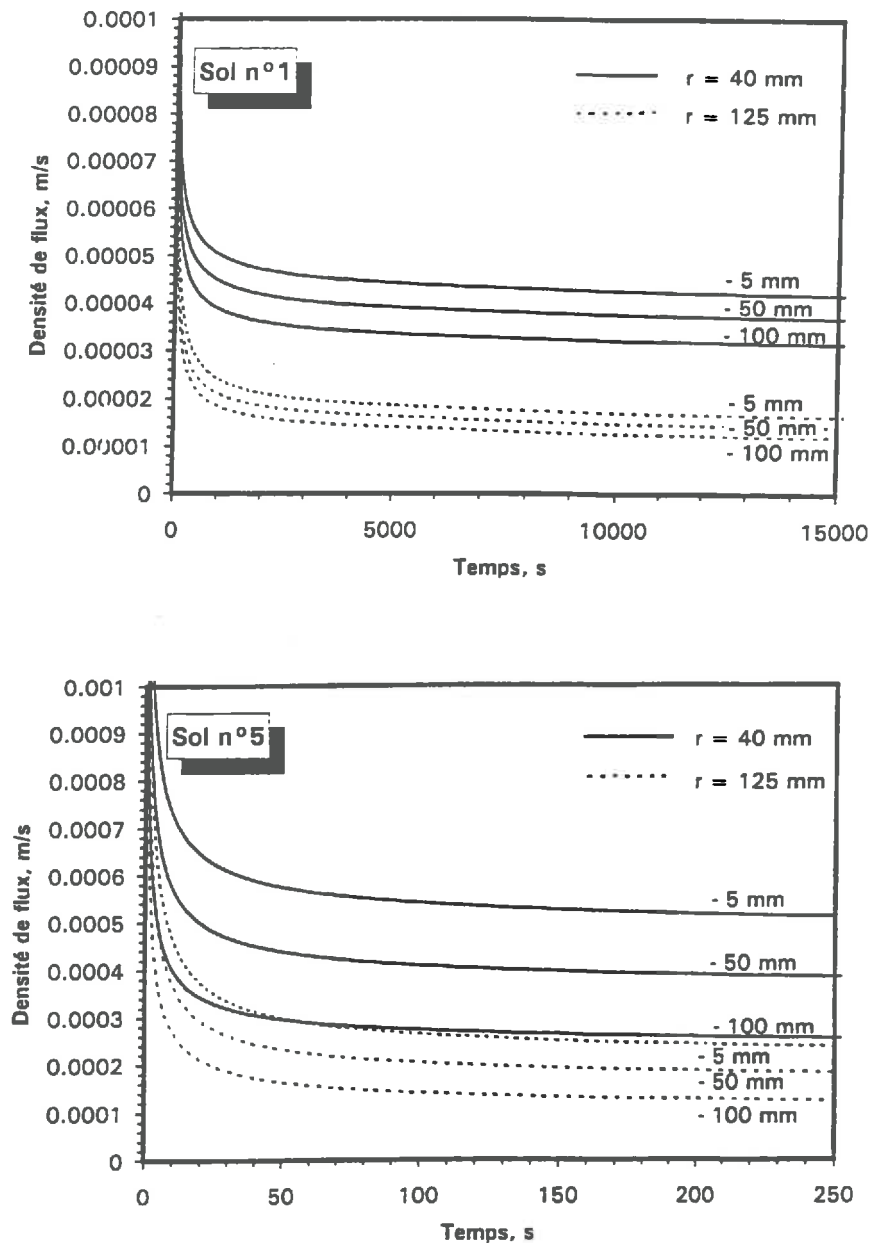


Figure IV-19 - Les évolutions des flux pour les différentes succions imposées. A) Argile (sol n°1); B) Sable (sol n°5).

Dans la Figure IV-20 l'évolution des flux est représentée en fonction de l'inverse du rayon du disque. On présente quatre situations différentes relatives aux deux sols et aux deux succions pour un temps correspondant à 30% du temps gravitaire. Dans chaque cas, les résultats obtenus à $h_1 = -5$ mm, et également à 30% du t_{grav} , sont montrés conjointement à titre comparatif. Les prévisions théoriques de Wooding sont aussi présentées.

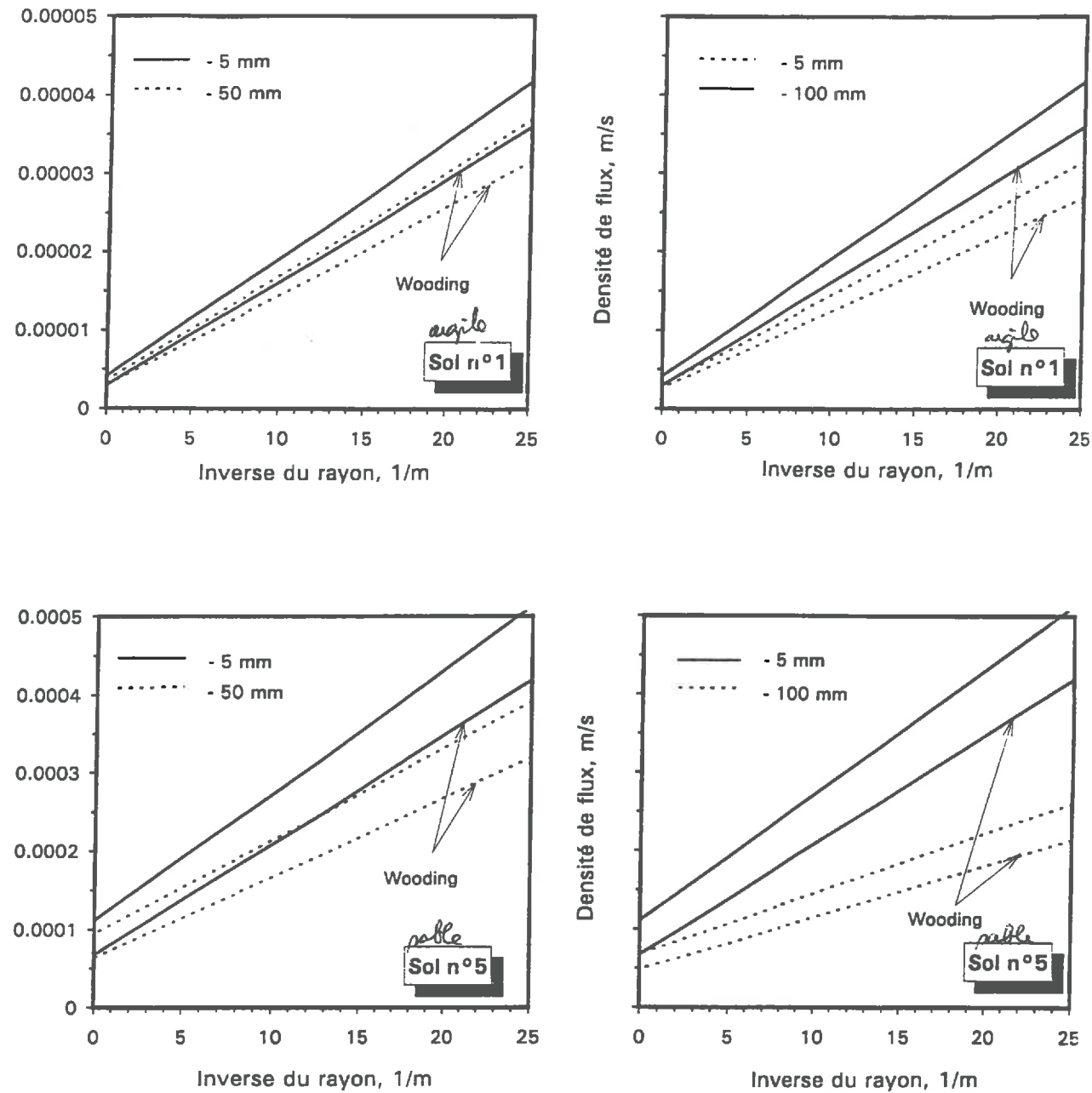


Figure IV-20 - Représentation des flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour les différentes succions imposées et pour les deux sols: Argile (sol n°1) et sable (sol n°5).

Les Tableaux IV-11, IV-12 et IV-13 présentent de façon analogue à celle des Tableaux IV-8, IV-9 et IV-10, les valeurs numériques de la conductivité capillaire, du potentiel d'écoulement et de la sorptivité relatives à $h_1 = -50$ mm et -100 mm pour l'argile et pour le sable.

Sol t_{grav}	h_1 , mm	temps, % t_{grav}	$K_{1\text{exp}}$, m/s (expérimental)	$K_{1\text{est}}$, m/s (estimé)	$\frac{K_{1\text{est}} - K_{1\text{exp}}}{K_{1\text{exp}}}$
Sol n°1	- 50 mm	10	2.90×10^{-6}	5.76×10^{-6}	0.98
		20		4.23×10^{-6}	0.46
		30		3.53×10^{-6}	0.21
Sol n°1	- 100 mm	10	2.67×10^{-6}	5.08×10^{-6}	0.90
		20		3.66×10^{-6}	0.37
		30		3.01×10^{-6}	0.13
Sol n°5	- 50 mm	10	6.40×10^{-5}	1.28×10^{-4}	1.00
		20		1.04×10^{-4}	0.62
		30		9.42×10^{-5}	0.47
Sol n°5	- 100 mm	10	4.93×10^{-5}	9.56×10^{-5}	0.94
		20		7.71×10^{-5}	0.57
		30		6.83×10^{-5}	0.39

Tableau IV-11: Comparaison entre les valeurs expérimentales (McCuen et al, 1981) et estimées [Eq.(1.35)] de la conductivité hydraulique.

Sols	h_1 , mm	$U_{1\text{exp}}$, m^2/s (expérimental)	$U_{1\text{est}}$, m^2/s (estimé)	$\frac{U_{1\text{est}} - U_{1\text{exp}}}{U_{1\text{exp}}}$
Sol n°1	- 50 mm	9.05×10^{-7}	1.05×10^{-6}	0.16
	- 100 mm	7.65×10^{-7}	8.98×10^{-7}	0.17
Sol n°5	- 50 mm	8.06×10^{-6}	9.36×10^{-6}	0.16
	- 100 mm	5.20×10^{-6}	6.06×10^{-6}	0.17

Tableau IV-12: Comparaison entre les valeurs expérimentales (McCuen et al, 1981) et estimées du potentiel d'écoulement à deux pressions imposées.

Sols	h_1 , mm	$\theta_1 - \theta_0$, (cm ³ /cm ³)	S_{1t} , m/s ^{1/2} (théorique)	S_{1e} , m/s ^{1/2} (estimé)	$\frac{S_{1e} - S_{1t}}{S_{1t}}$
Sol n°1 <i>argile</i>	- 50 mm	0.2368	6.35×10^{-4}	6.72×10^{-4}	0.059
	- 100 mm	0.2346	5.79×10^{-4}	6.19×10^{-4}	0.068
Sol n°5 <i>sable</i>	- 50 mm	0.1695	1.56×10^{-3}	1.70×10^{-3}	0.086
	- 100 mm	0.1572	1.19×10^{-3}	1.32×10^{-3}	0.102

Tableau IV-13: Comparaison entre les valeurs théoriques [Eq.(3.11)] et estimées [Eq.(1.45)] de la sorptivité capillaire à deux pressions imposées.

Au vu de ces résultats, on constate que:

a) l'augmentation de la succion imposée au disque est bénéfique pour l'estimation de la conductivité hydraulique, K_1 , à partir de l'expression de Wooding (1.34). Pour un temps d'infiltration correspondant à 30% du temps gravitaire, les surestimations par rapport aux valeurs admises comme correctes (expérimentales) sont de 40%, 21% et 13% pour l'argile (sol n°1) et de 65%, 47% et 39% pour le sable (sol n°5) relatives à $h_1 = -5$ mm, -50 mm et -100 mm, respectivement;

b) la surestimation de la sorptivité capillaire, S_1 , devient légèrement plus importante à mesure que la succion imposée croît: 4.6%, 5.9% et 6.8% pour l'argile et 7.0%, 8.6% et 10.2% pour le sable dans les mêmes conditions citées précédemment.

Une fois que ce comportement est observé dans les cas extrêmes (sols n°1 et n°5), on doit admettre que cela puisse se passer également dans les cas intermédiaires. Effectivement, ces résultats attestent le fait que le flux asymptotique, q_1 , n'est pas strictement une fonction linéaire de l'inverse du rayon, $1/r_1$, comme l'établit l'Equation (1.27). Dans la mesure où la valeur de pression imposée, h_1 , influe directement sur la valeur de λ_c [Eq.(1.28)], la valeur du rayon adimensionnel de Wooding [Eq.(2.8)] varie et par conséquent la précision de l'Eq.(1.27) en est affectée.

4.3.4 - Conclusions sur les simulations paradigmatiques.

A ce point de notre exposé, il convient de rappeler que tous les résultats obtenus après le chapitre II ne considèrent pas l'hypothèse de linéarisation de Wooding (§2.2.1). Comme il a déjà été mentionné, les fonctions de van Genuchten et Brooks et Corey sont utilisées pour décrire les propriétés hydrodynamiques et, par conséquent, les sols étudiés n'appartiennent plus au type de Gardner [Eq.(2.5)]. Pourtant, les simulations ont montré un

comportement tout à fait analogue à celui observé dans le chapitre II. Ce qui incite à la généralisation des résultats de Wooding et en particulier des conclusions relatives au comportement transitoire du phénomène.

Pour essayer de définir un temps d'infiltration à partir duquel les estimations des propriétés hydrodynamiques fondées sur la méthode de Wooding peuvent être considérées comme raisonnables, il est nécessaire de tenir compte des contraintes tant au niveau expérimental qu'au niveau du modèle.

- Point de vue expérimental.

On constate dans les applications trois principales sources d'incertitude:

- 1°- la limite de précision dans l'obtention des mesures imposée par le dispositif expérimental et également par la conduite des essais;
- 2°- la variabilité spatiale des caractéristiques des sols;
- 3°- la présence éventuelle de macroporosité et de chemins préférentiels pouvant entraîner de forts effets sur l'écoulement. Ces effets peuvent être minimisés dans la mesure où la succion appliquée soit suffisamment importante pour exclure de l'écoulement une certaine proportion de macropores et de fissures (Vauclin et Chopart, 1992).

Pour les essais au terrain les incertitudes relatives liées à l'évaluation de la conductivité hydraulique se situent souvent entre 30 et 50% (Smettem et Clothier, 1989; Clothier et Smettem, 1990).

Par rapport à l'estimation de la sorptivité, Perroux et White (1988), montrent que les erreurs relatives varient avec le potentiel de succion appliqué au disque. Ils constatent, par exemple dans le cas d'un silt limono-argileux non remanié, que pour des faibles succions ($h_1 < -10$ mm) les variations sont de l'ordre de 30% et diminuant jusqu'à 17% lorsque la succion atteint -150 mm. En revanche, pour les expériences réalisées au laboratoire avec des matériaux rémaniés et recompressés, on peut s'attendre à une meilleure précision (de l'ordre de 5%, selon White et Perroux, 1987). Cela est sûrement dû aux conditions bien contrôlées dans ce type d'essai.

Il faut encore rappeler que dans les conditions naturelles, les hypothèses préconisées par la méthode de Wooding (milieu homogène et isotropique; profil d'humidité initial uniforme) sont rarement respectées. Ainsi, ce fait doit être présent à l'esprit lorsqu'on cherche à estimer la précision expérimentale avec laquelle la caractérisation hydrodynamique des sols peut être obtenue.

$$t_{\text{grav}} = \left(\frac{S_0}{k_0} \right)$$

- Point de vue du modèle.

En admettant la généralité des conclusions au sujet du régime transitoire (chapitre II), on peut inférer que pour estimer la conductivité hydraulique avec un degré de précision de l'ordre de 1% (différence relative), il serait nécessaire de mener les essais d'infiltration jusqu'à environ deux fois le temps gravitaire. Naturellement, un temps ainsi long est, qui dépend du type de sol, est souvent irréaliste du point de vue expérimental (voire le premier cas traité dans ce chapitre). D'ailleurs, les incertitudes couramment présentes dans les protocoles expérimentaux rendent complètement inutile la tentative de prolonger les essais aussi longtemps pour prétendre atteindre une telle précision.

A partir des résultats relatifs au développement de la phase cinétique d'infiltration, on peut constater que la notion d'un temps "relativement court" pour atteindre le régime asymptotique, comme initialement proposé par quelques expérimentateurs, n'est pas correcte. En effet, comme les simulations le montrent, les valeurs de flux diminuent assez rapidement au départ du processus, mais ensuite la progression vers la valeur asymptotique devient très lente. On peut alors comprendre que, du point de vue expérimental, le flux puisse se présenter comme apparemment "stabilisé", alors qu'en fait il évolue très lentement, de façon presque imperceptible compte-tenu de la technique de mesure et des fluctuations liées au phénomène naturel beaucoup plus complexe que le modèle utilisé ne peut le représenter.

Les résultats de simulation relatifs à un temps d'infiltration de 30% du t_{grav} ont montré que:

- sauf pour le cas du sable, la conductivité hydraulique est surestimée de l'ordre de 10% pour une pression imposée de -100 mm variant jusqu'à 40% pour une pression de -5 mm. Dans les mêmes conditions, la surestimation pour le sable varie de 40 à 65%;
- la sorptivité capillaire est surestimée de l'ordre de 5% pour une pression de -5 mm variant jusqu'à 10% pour -100 mm.

Au vu de ces résultats et considérations, on peut tirer les remarques et conclusions suivantes:

- en pratique, la valeur exacte du temps gravitaire n'est pas connue, ce qui pose le problème de savoir si les flux mesurés au bout d'un certain temps correspondent effectivement à la limite asymptotique ou non. A ce sujet, la classification texturale du sol à étudier s'avère utile dans la mesure où elle peut nous donner une idée de l'ordre de grandeur du temps gravitaire;
- les simulations indiquent qu'un temps d'infiltration correspondant à 30% du t_{grav} est suffisant pour donner aux estimations fondées sur la méthode de

Wooding une précision compatible avec d'autres sources d'incertitudes expérimentales;

- vis-à-vis des difficultés expérimentales à suivre de très faibles variations de flux, il semble que, pour la majeure partie des cas, il est vain de poursuivre les essais au-delà de 30% du temps gravitaire. Une exception possible est les sols sableux (sol n°5), dont les valeurs de flux relativement élevées conjointement avec un temps gravitaire de l'ordre d'un quart d'heure, peuvent justifier d'augmenter la durée des essais en vue d'améliorer les estimations de la conductivité hydraulique;

- les temps d'infiltration recommandés varient entre 30 minutes pour un limon et 4.5 heures pour une argile. Théoriquement, sans considérer les erreurs expérimentales, on peut s'attendre à des surestimations de la conductivité hydraulique de l'ordre de 10 à 40% (selon la pression imposée). Pour le sable entre 5 et 10 minutes peuvent être suffisants pour atteindre une telle précision;

- la valeur estimée pour la sorptivité est indépendante du temps à partir de quelques centièmes du temps gravitaire. La surestimation est de l'ordre de 5 à 10% en fonction de la pression imposée et du type de sol.

4.4 - L'infiltrométrie appliquée aux sols encroûtés.

Après avoir effectué une étude systématique dans le domaine des milieux homogènes, nous nous intéressons maintenant au cas relatif au phénomène assez courant de l'encroûtement des sols dont l'influence peut être déterminante pour l'hydrologie des bassins versants ou des parcelles.

Ce processus apparaît comme une conséquence de l'instabilité structurale du sol. L'action des pluies intenses, les cycles répétés d'humidification-dessèchement, une faible teneur en matière organique, les pratiques d'irrigation et la mécanisation dans l'agriculture sont parmi d'autres, des facteurs qui tendent à provoquer la désintégration et la déliquescence des agrégats du sol (McIntyre, 1958 ; Hillel, 1960 ; Valentin, 1985). La croûte, résultant de ce processus, est caractérisée par une fine couche superficielle de sol compacté et de perméabilité plus faible que celle du sol sous-jacent. L'épaisseur de la croûte est très souvent de l'ordre de quelques millimètres (McIntyre, 1958 ; Farres, 1978), pouvant varier au cours du temps (Hillel et Gardner, 1970).

On se propose ici d'apprécier l'impact de l'encroûtement du sol sur l'infiltration multi-directionnelle à l'aide de l'infiltrométrie à disques et d'inférer les paramètres hydrodynamiques.

4.4.1 - Méthodologie.

Afin de produire les éléments d'analyse nécessaires à l'étude envisagée, le modèle d'infiltration déjà développé et utilisé précédemment est appliqué maintenant au cas d'un sol stratifié constitué de deux couches: la couche supérieure étant moins perméable que la couche sous-jacente.

Naturellement, le premier problème qui se pose est celui du choix, pour chaque couche, des caractéristiques hydrodynamiques à utiliser dans les expériences numériques. En l'absence de données expérimentales relatives à une situation réelle d'infiltration dans un milieu encroûté, nous avons opté pour un cas d'étude théorique constitué d'un sable limono-argileux (sol n°2 du triangle texturale) dont les paramètres hydrodynamiques sont donnés dans les Tableaux IV-4 et IV-5. Ce choix se justifie par l'aptitude à l'encroûtement présentée par ce type de sol (McIntyre, 1958). La Croûte a été considérée comme un milieu en similitude géométrique (Miller et Miller, 1956) avec le sol sous-jacent. Ainsi, ses caractéristiques hydrodynamiques se déduisent de celles du sol par les relations:

$$h_{cr}(\theta) = h_{sol}(\theta) / \varphi \quad (4.17)$$

$$K_{cr}(\theta) = K_{sol}(\theta) \cdot \varphi^2 \quad (4.18)$$

où les indices "cr" et "sol" désignent la croûte et le sol sous-jacent respectivement; φ est le facteur d'échelle dont la valeur peut s'exprimer par le rapport des conductivités à la saturation:

$$\frac{K_{cr,s}}{K_{sol,s}} = \varphi^2 \quad (4.19)$$

Une telle représentation a été récemment utilisée par Aboujaoudé (1991).

A partir d'indications de la littérature (Rawls et Brakensiek, 1983) une valeur $\varphi = 0.10$ a été retenue comme raisonnable. Ainsi la Figure IV-21 présente les propriétés hydrodynamiques relatives à la croûte et au sol. De plus, le Tableau IV-14 fournit les valeurs de quelques propriétés relatives à la croûte.

Il faut encore souligner que dans cette étude on suppose que la croûte maintienne ses caractéristiques constantes au long du processus d'infiltration, ce qui est sans aucune doute, une vue très simpliste du processus.

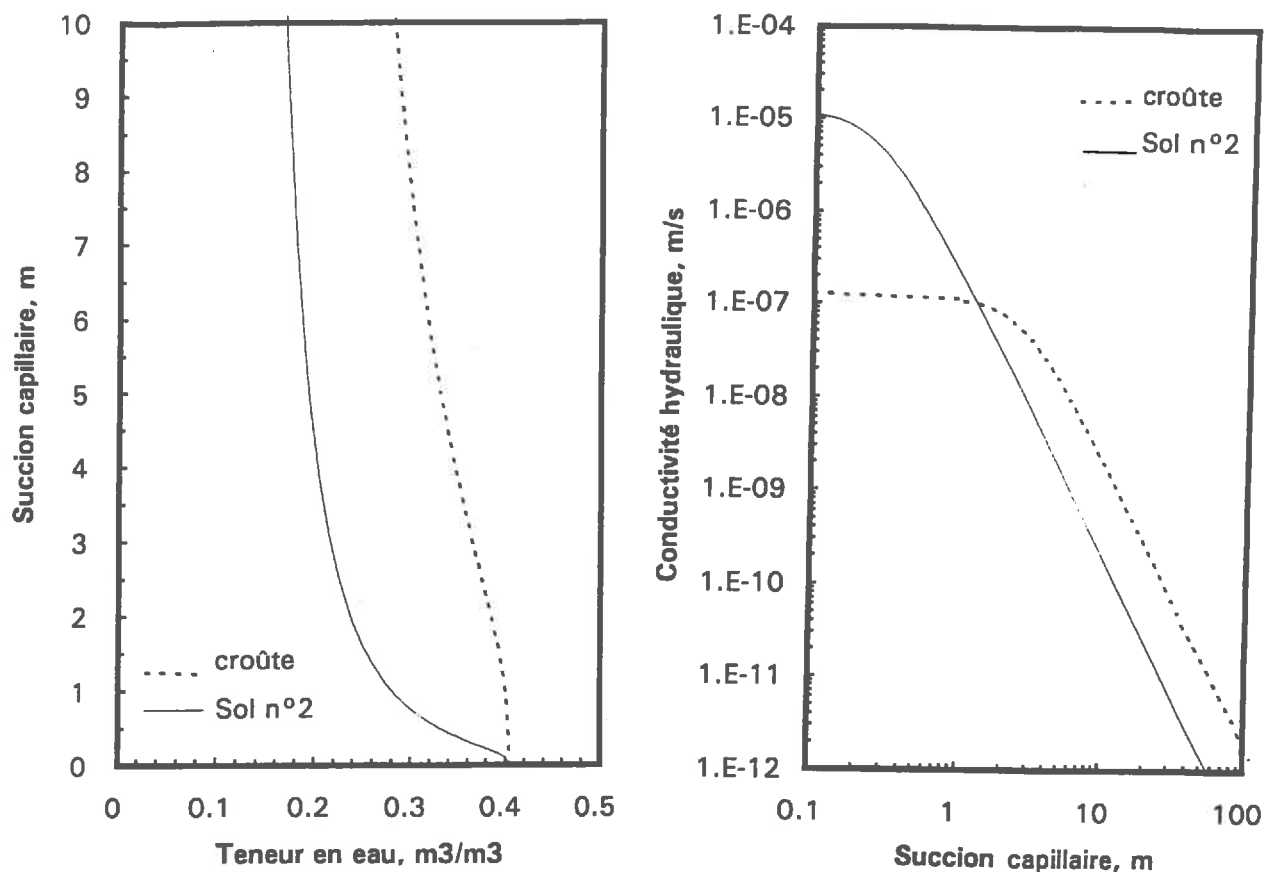


Figure IV-21 - Les courbes $h(\theta)$ et $K(h)$ relatives à la croûte et au sol sous-jacent (sol n°2).

$K_{1, cr}$ (m/s)	$S_{1, cr}$ (m/s ^{1/2})	$\lambda_{c, cr}$ (m)	$t_{grav, cr}$ (s)
1.3×10^{-7}	3.69×10^{-4}	2.7681	8.05×10^6

Tableau IV-14: Propriétés hydrodynamiques de la croûte utilisée dans les simulations.

4.4.2 - Les conditions de simulation.

Là encore, la formulation de Richards a été utilisée pour décrire l'écoulement. On notera qu'elle est ici particulièrement pertinente puisque l'on est en présence d'un milieu physique stratifié, dans lequel la pression est continue contrairement à l'humidité.

L'épaisseur de la croûte (en général quelques millimètres au maximum) exige un maillage de calcul très fin afin de bien représenter le phénomène. En revanche, le schéma numérique présente des contraintes de précision au niveau du pas d'espace de discrétisation et par conséquent on est limité à un faible nombre de points de calcul. Les spécificités liées au cas présent peuvent être résumées comme suit:

- afin de montrer l'influence de l'épaisseur de la croûte, deux valeurs différentes: 2.5 mm et 5.0 mm ont été successivement utilisées;
- la profondeur totale du milieu stratifié (croûte incluse) est de 30 cm pour le disque de rayon $r_b = 40\text{mm}$ et de 40 cm pour celui de rayon $r_a = 125\text{mm}$;
- le maillage dans la croûte est d'espacement vertical uniforme et constitué par 6 noeuds de calcul (sur un total de 50). Le pas d'espace au niveau de l'interface croûte-sol du côté sol est de 1.0 mm et augmente progressivement selon une loi logarithmique (Annexe A2) jusqu'à 16 mm ou 20 mm lorsque $r_b = 40\text{mm}$ ou $r_a = 125\text{mm}$, respectivement;
- le pas de temps initial est de 0.01 seconde et il est incrementé jusqu'à quelques dizaines de secondes selon la méthode expliquée dans l'Annexe A2;
- la pondération internodale de la conductivité hydraulique au niveau de l'interface est maintenue totalement amont, ce qui est en accord avec le fait que le sol le moins perméable impose le régime d'écoulement.

Comme condition initiale, on a imposé un profil de pression uniforme et égal à - 4052.1 mm d'eau correspondant à la moitié de la saturation totale du sol n°2, soit $\theta_0 = 0.2025 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. Pour la croûte cette même pression donne $\theta_0 = 0.3450 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. En principe, on souhaiterait avoir la croûte initialement plus sèche que le sol sous-jacent parce que, en absence de pluie, c'est cette condition qu'on trouve normalement au terrain. Toutefois, cela implique une double discontinuité de la variable descriptive (pression effective) au niveau de la couche supérieure (interface disque-croûte et interface croûte-sol), ce qui, vis-à-vis du besoin d'une certaine précision aux temps courts, complique grandement la solution numérique du problème.

La pression imposée par les disques a été fixée à - 5 mm de colonne d'eau dans toutes les simulations.

La définition mathématique du problème "bicouche" est analogue à celle représentée par les Equations (3.1); (4.4) et (4.5). L'aspect additionnel à considérer, par rapport au cas monocouche, est naturellement l'existence de caractéristiques différentes, $h(\theta)$ et $K(\theta)$, pour chaque couche.

4.4.3 - Résultats et discussion.

Les Figures IV-22a et IV-22b présentent les courbes d'évolution du flux sous les disques ($r_a = 125$ mm et $r_b = 40$ mm) pour le cas monocouche (où tout le domaine est constitué par le matériau de la croûte) et pour le cas bicouche: croûte d'épaisseur 2.5 et 5 mm et sol sous-jacent. Le cas relatif au sol homogène dans toute son extension verticale a déjà été présenté dans la Fig.IV-16 (Sol n°2).

On remarque un écart nettement plus important entre les courbes de flux dans le cas monocouche par rapport à celui vérifié pour le cas bicouche. Ce fait indique que les forces capillaires se manifestent plus intensément dans un domaine constitué uniquement par le matériau de la croûte que dans la situation composite croûte + sol.

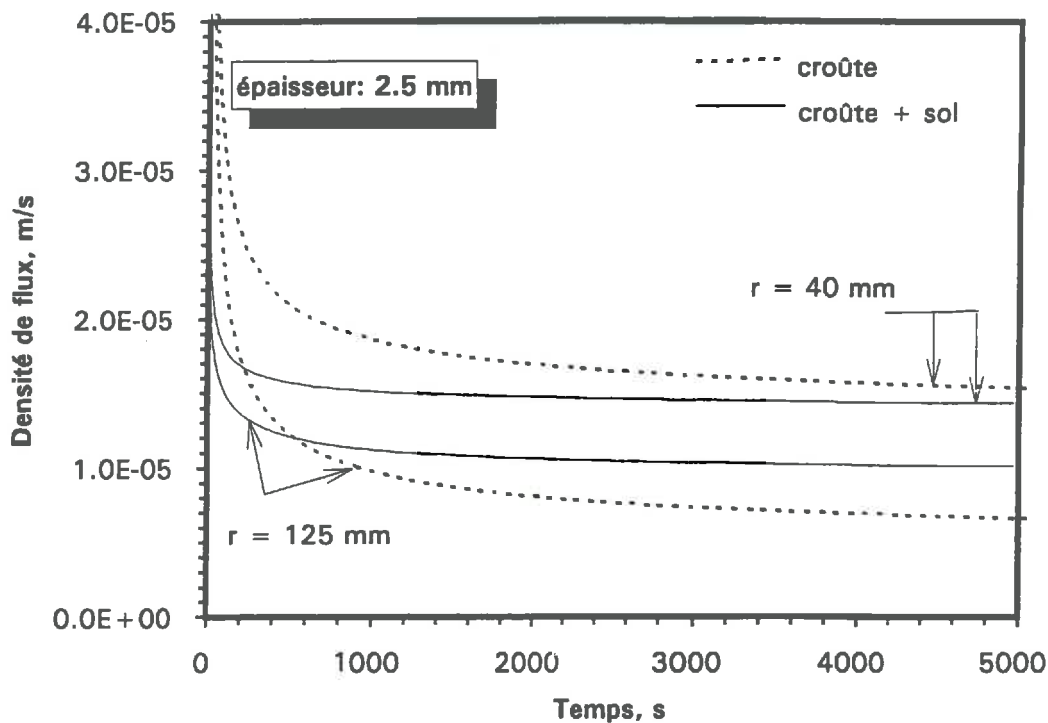


Figure IV-22a - Evolution des flux pour une croûte de 2.5 mm d'épaisseur. Les lignes pointillées correspondent au cas où tout le domaine est constitué par le matériau de la croûte.

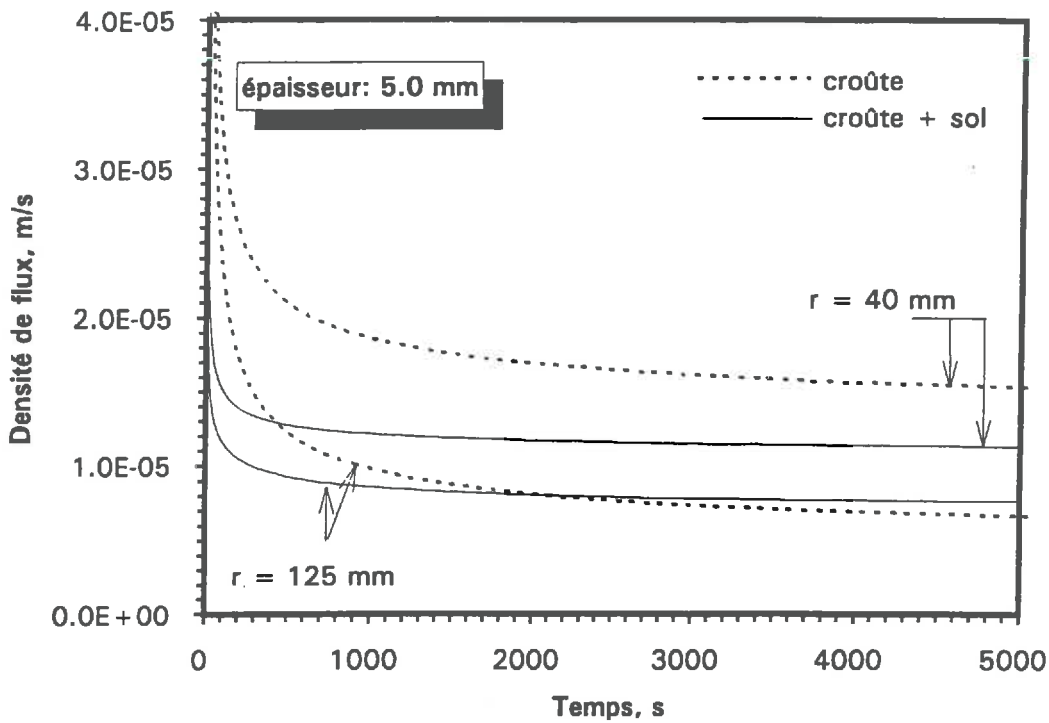


Figure IV-22b - Evolution des flux pour une croûte de 5.0 mm d'épaisseur. Les lignes pointillées correspondent au cas où tout le domaine est constitué par le matériau de la croûte.

Les Figures IV-22a et IV-22b montrent également une différence sensible dans la cinétique des flux entre les deux cas [monocouche (matériau de la croûte) et bicouche]. La plus rapide diminution du flux pour le cas bicouche peut être expliquée par la différence entre les conductivités hydrauliques de la croûte (devenue saturée, après les instants initiaux) et du sol sous-jacent relativement sec, ce qui freine le passage de l'eau et établit un effet de blocage au niveau de l'interface croûte-sol.

La progression des flux vers le régime asymptotique pour les deux cas considérés est aussi représentée dans les Figures IV-23a et IV-23b en fonction de l'inverse du rayon de la source. Les numéros 1, 2 et 3 indiquent trois temps différents correspondant à 10%, 20% et 30% respectivement du temps gravitaire du Sol n°2 (les valeurs en secondes sont données dans le Tableau IV-8). Les Figures IV-23c et IV-23d présentent en détail l'évolution des flux concernant la croûte (monocouche) et la croûte + sol (bicouche). Un examen de ces résultats autorise les commentaires suivants:

- une tentative d'utiliser directement les flux issus d'essais sur le sol encroûté conduit à une sous-estimation assez importante de la sorptivité de la croûte (de l'ordre de 160%, pour les deux épaisseurs testées). La valeur ainsi estimée ne varie pratiquement pas avec le temps d'infiltration puisque, cette fois encore, on observe un parallélisme dans l'évolution des flux. En effet, cette valeur reflète plutôt la sorptivité du sol sous-jacent (compte-tenu de la pression effective à l'interface) que celle de la croûte;

- d'autre part, la conductivité hydraulique de la croûte, à juger par la vitesse de progression des flux (cas bicouche), sera grandement surestimée, même pour des temps longs d'infiltration. Comme il est naturel, cette surestimation augmente avec la diminution de l'épaisseur de la croûte. En effet, plus fine est la croûte (donc présentant une résistance plus faible à l'écoulement) plus importante est la perméabilité apparente du milieu stratifié.

La Figure IV-24 donne les profils de pression après 1000 secondes d'infiltration correspondant à un domaine monocouche pour les deux rayons de disque utilisés. Chaque ligne présentée est relative à une certaine profondeur (cote z) donnée en centimètres. Ici, on présente deux cas: 1) domaine constitué par le sol; 2) domaine constitué par le matériau de la croûte. De la même façon, la Figure IV-25 montre le cas bicouche (croûtes d'épaisseur 2.5 mm et 5mm). L'impact de la présence de la croûte, représentée par une humectation plus faible du milieu, est clairement visible. On peut remarquer encore les forts gradients de pression dans la croûte sous la source et surtout au niveau de l'interface tout au long de la région humidifiée.

Ces zones de gradients intenses de pression, sont détaillées dans la Figure IV-26. On constate que le sol sous-jacent, dans la région de contact avec la croûte et sous le disque, présente des valeurs de pression effective nettement inférieures à celle imposée à la surface par les infiltromètres. Ces valeurs sont d'autant plus négatives que l'épaisseur de la croûte est plus importante et le rayon du disque plus petit.

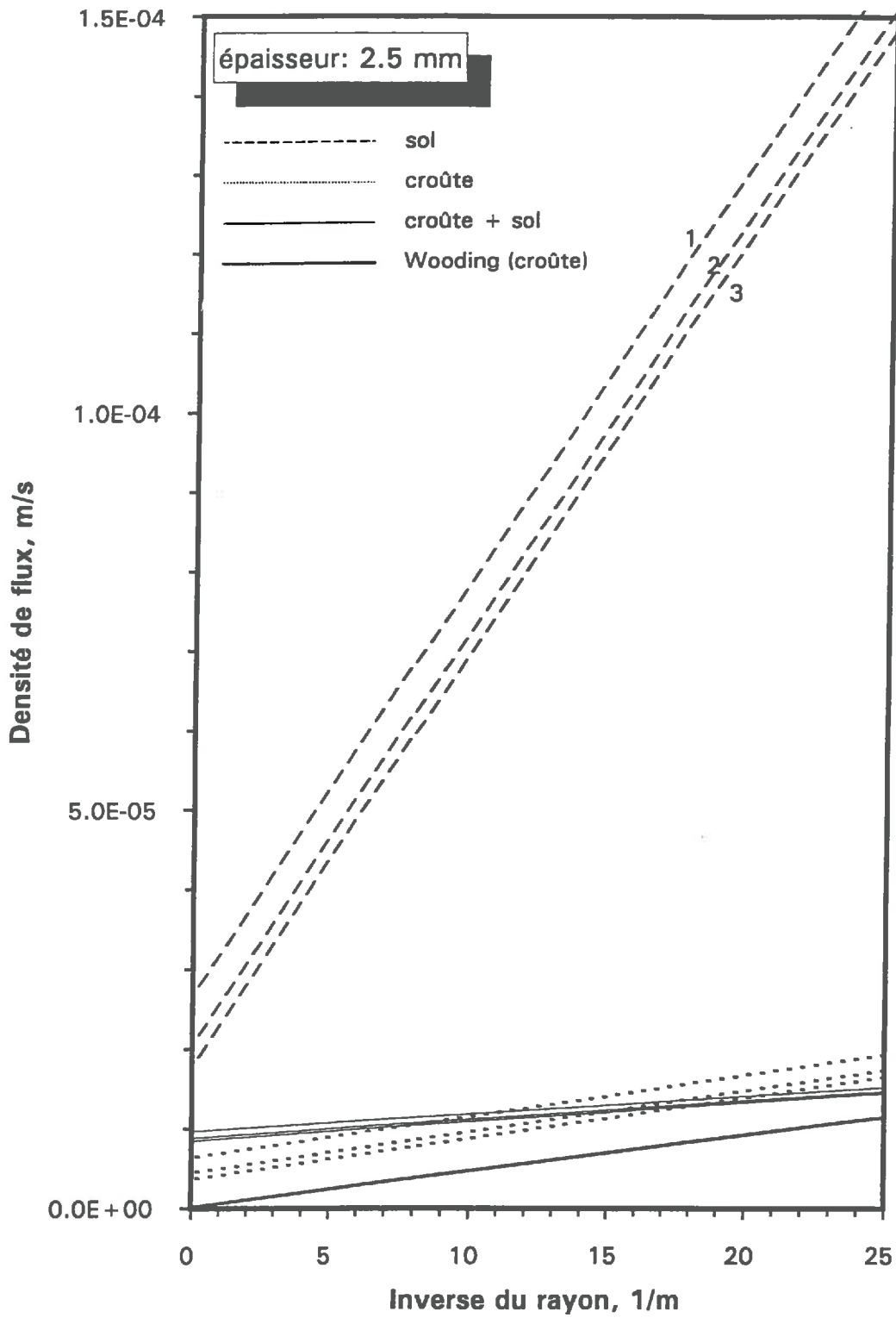


Figure IV-23a - Epaisseur de la croûte: 2.5 mm: flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour trois temps correspondant respectivement à 10% (1), 20% (2) et 30% (3) du temps gravitaire du sol sous-jacent.

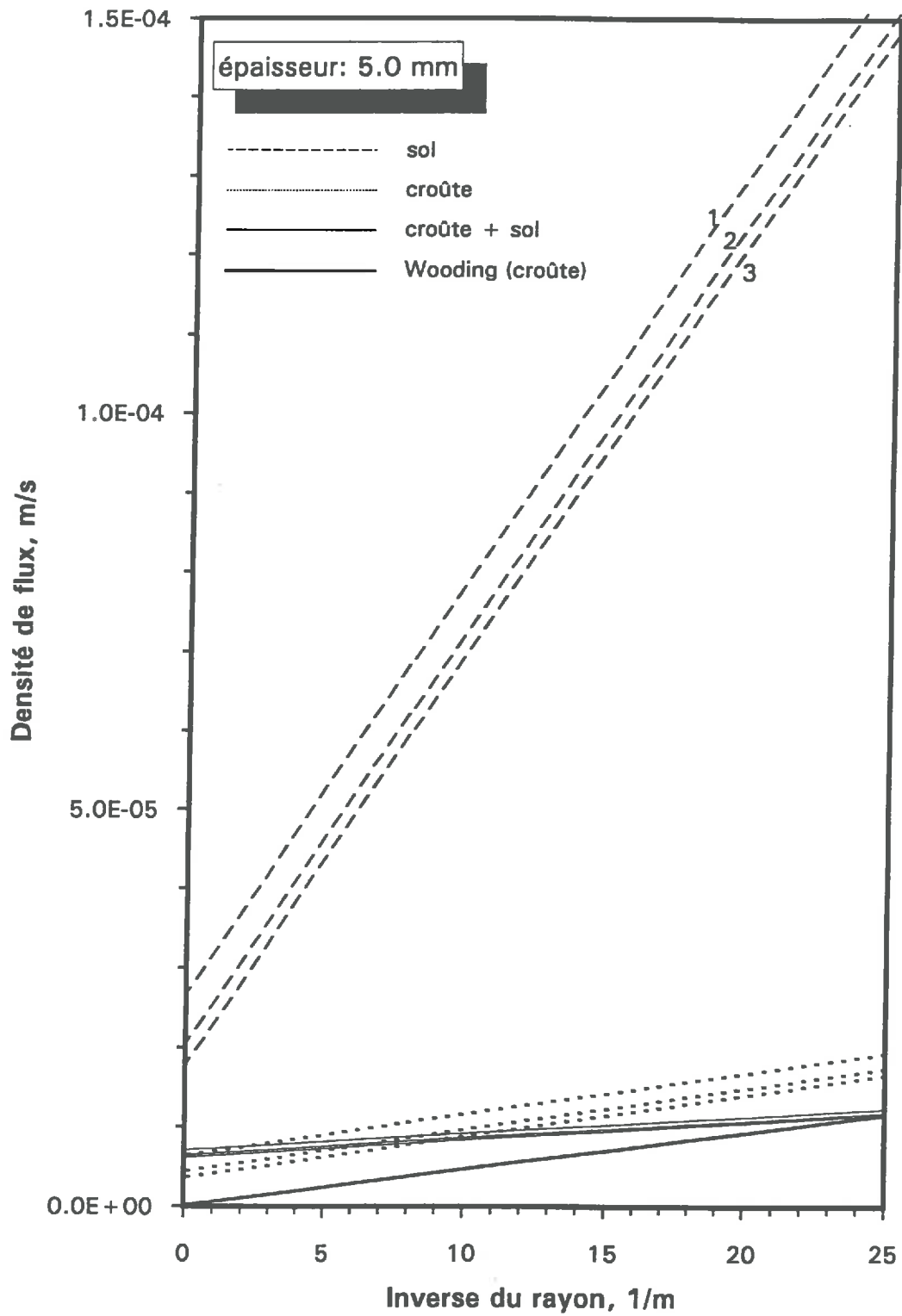


Figure IV-23b - Epaisseur de la croûte: 5 mm: flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour trois temps (cf. Fig.IV-23a).

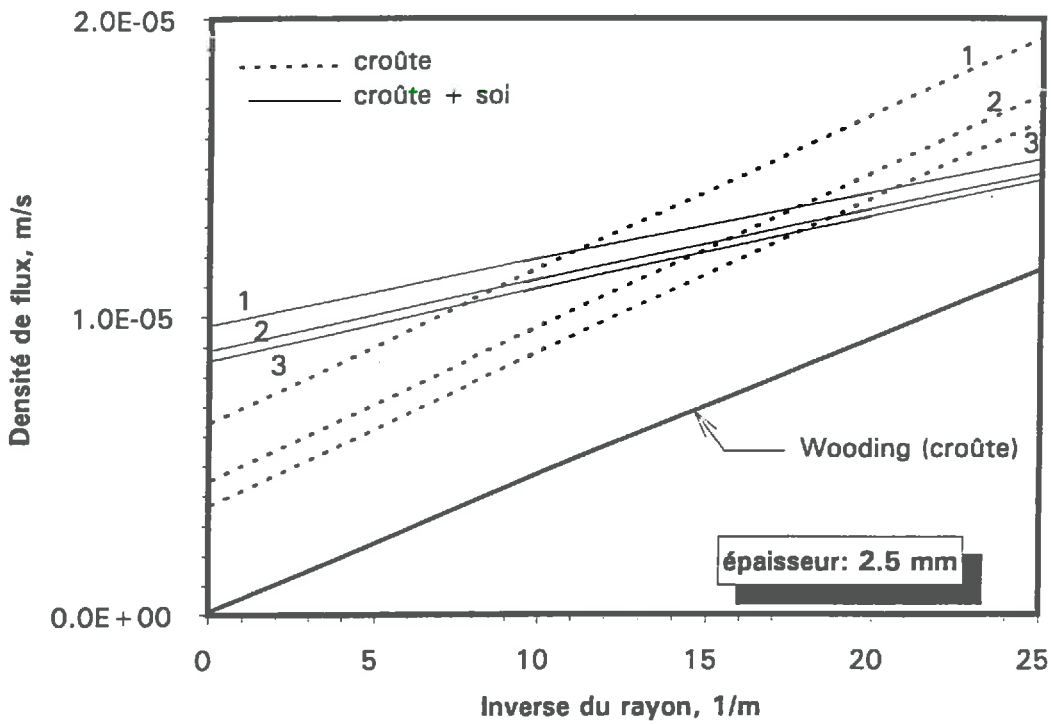


Figure IV-23c - Détail de la Fig.(IV-23a): flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour trois temps correspondants respectivement à 10% (1), 20% (2) et 30% (3) du temps gravitaire du sol sous-jacent.

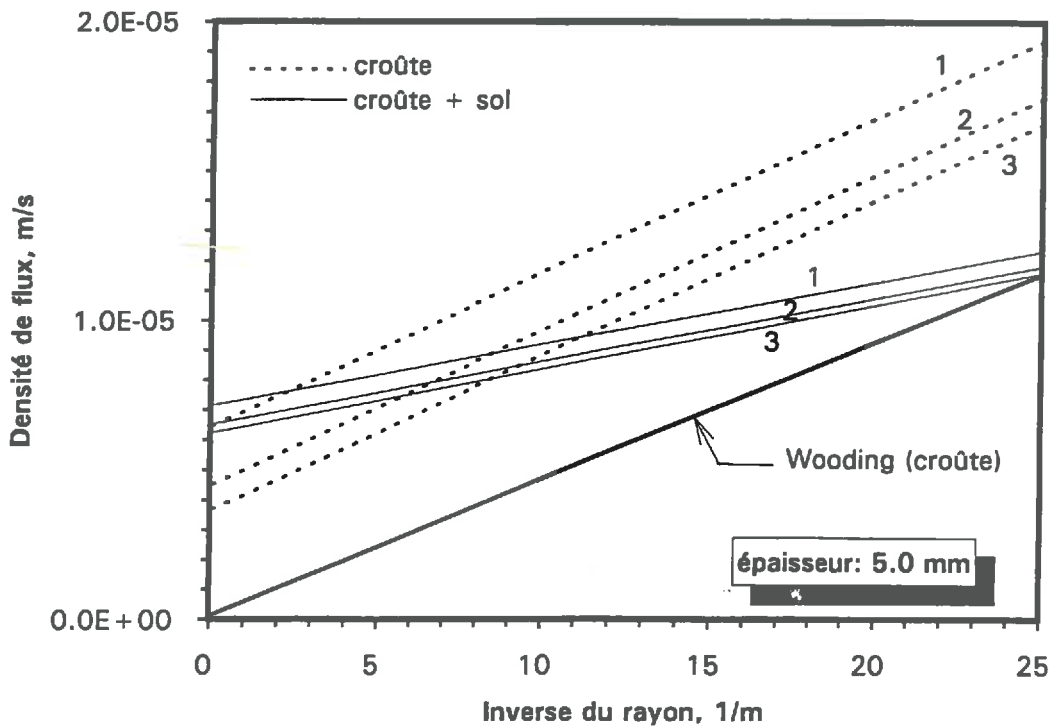
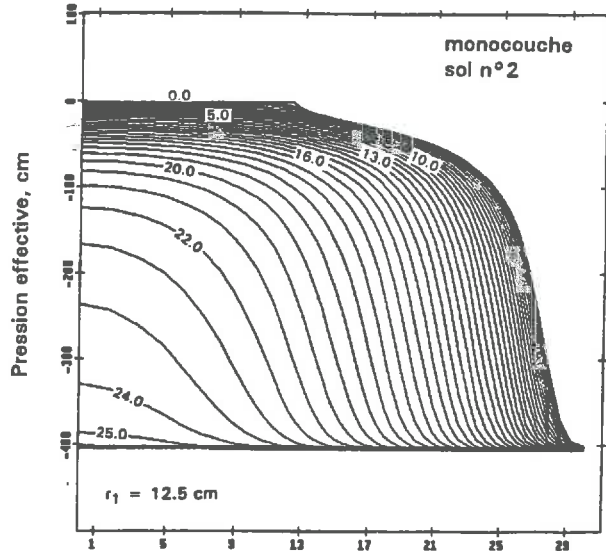
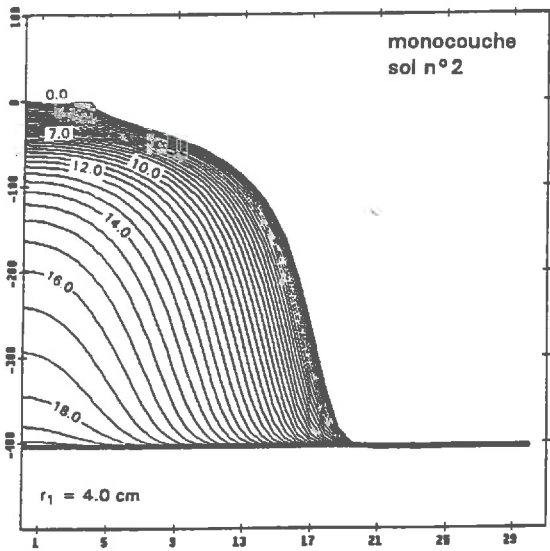
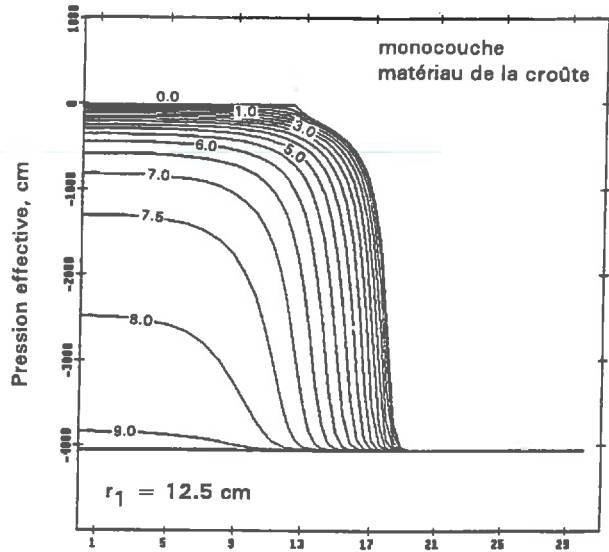
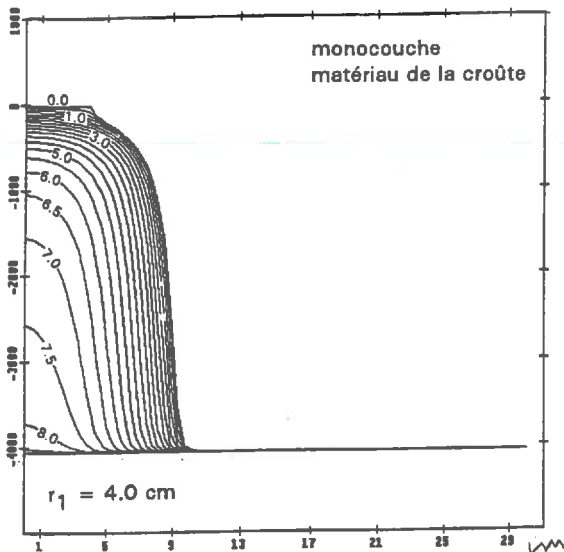
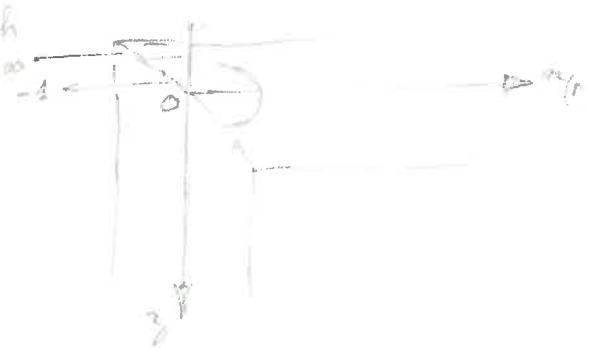


Figure IV-23d - Détail de la Fig.(IV-23b): flux calculés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) pour trois temps (cf. Fig.IV-23c).



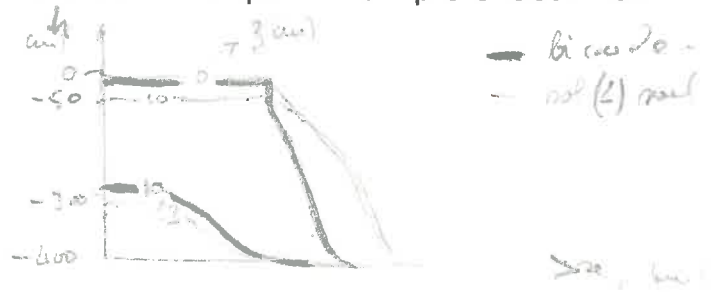
Distance radiale, cm

Distance radiale, cm

Figure IV-24 - Profils de pression pour les cas monocouche après 1000 s d'infiltration. Les graduations des courbes indiquent la profondeur en centimètres.

note 5 cm, r_1 = 12.5 cm

Δx	Δh	Δh_1
5	-20	-20
10	-50	-50
5	-100	-150
10	-270	-400



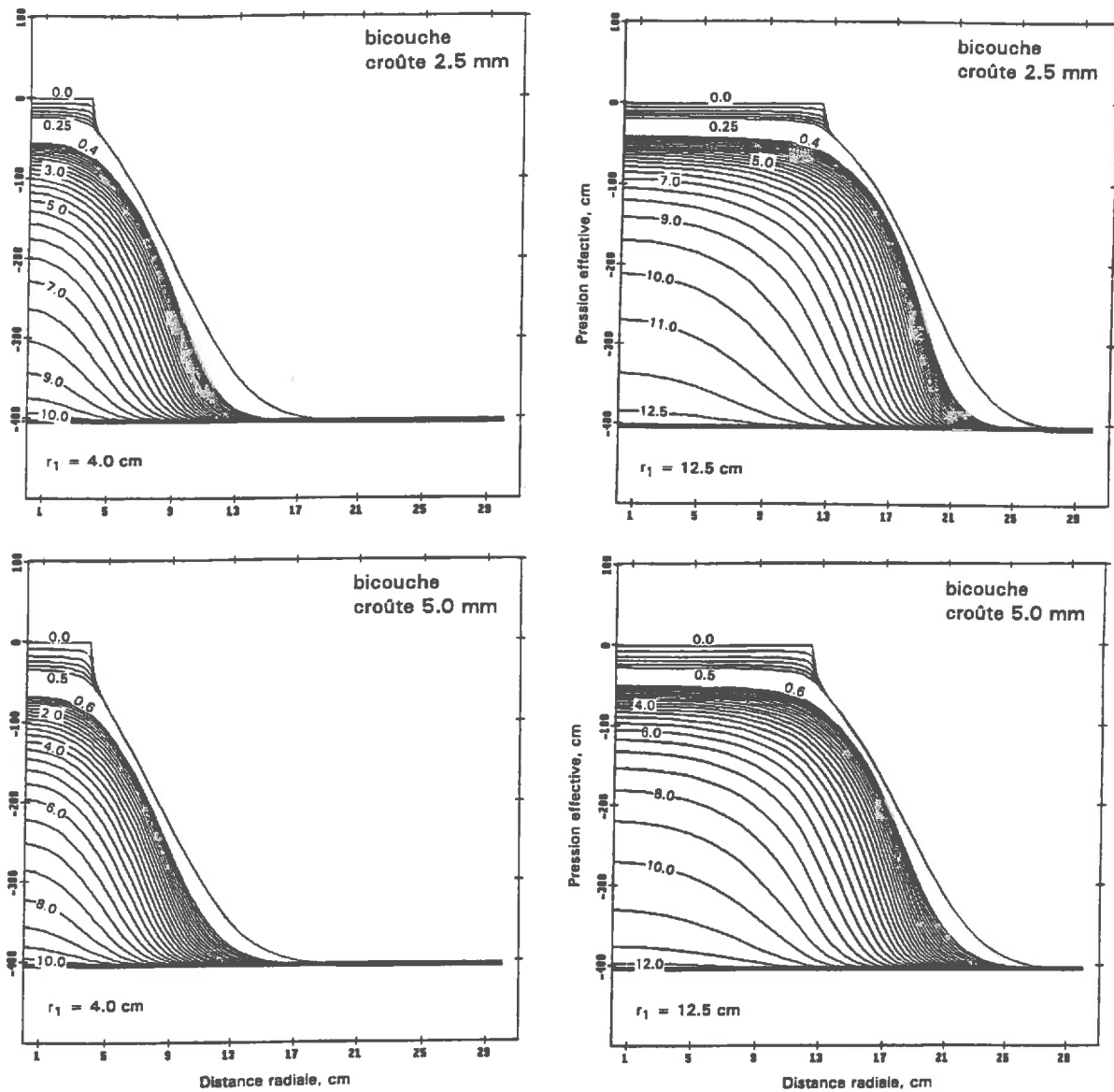


Figure IV-25 - Profils de pression pour le cas bicouche après 1000 s d'infiltration. Les graduations des courbes indiquent la profondeur en centimètres.

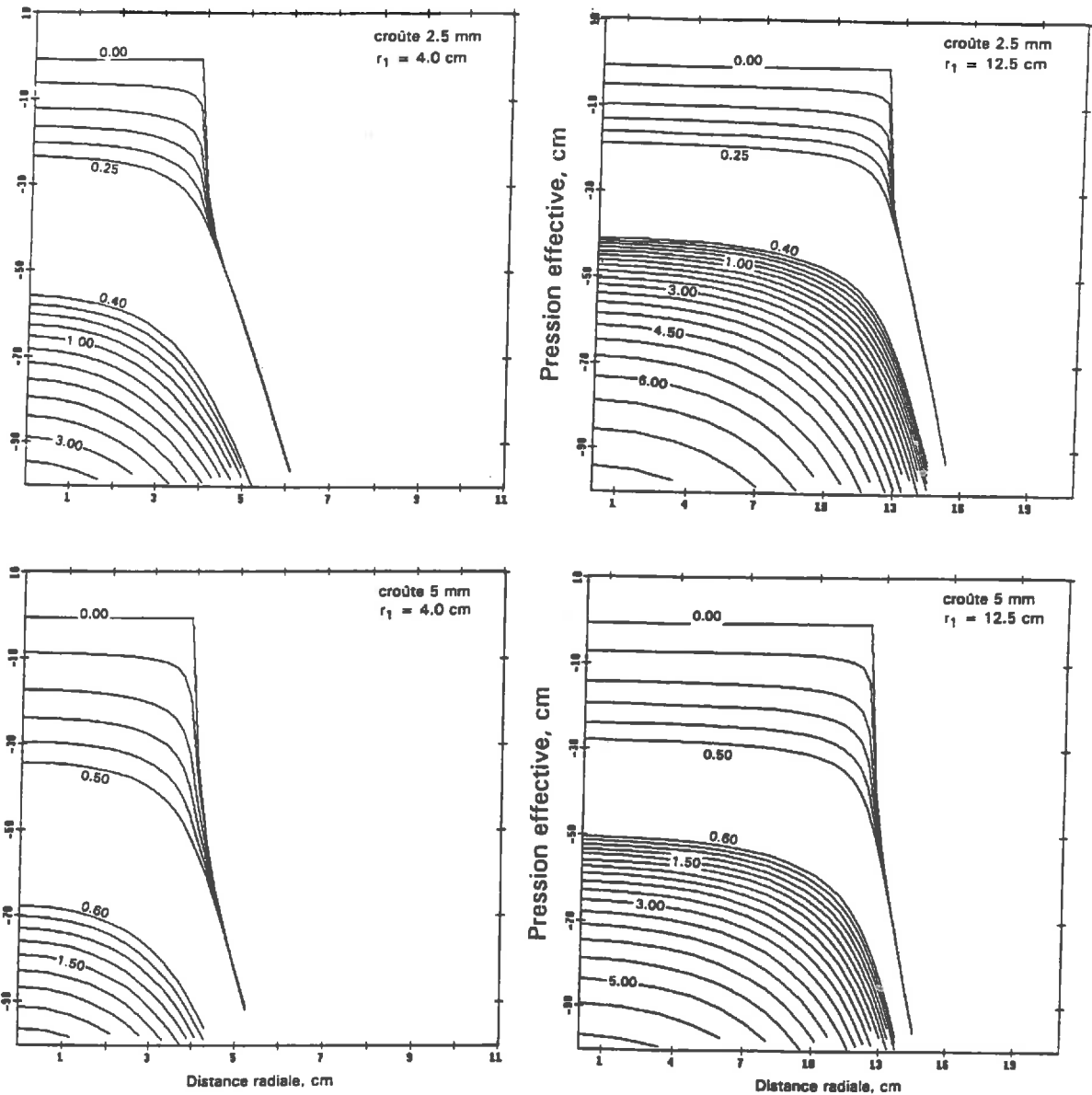
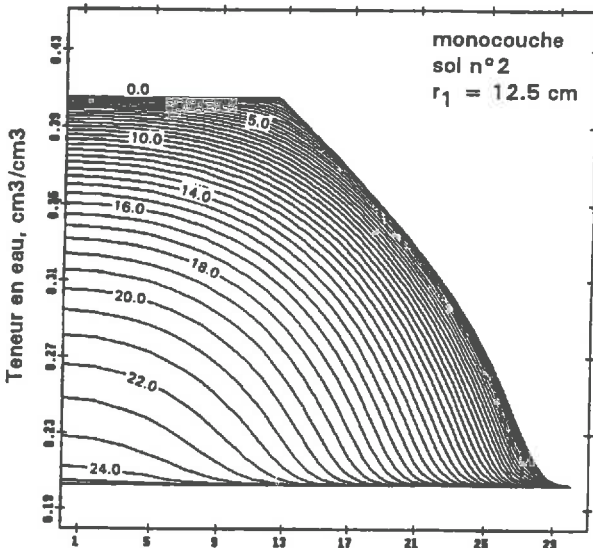
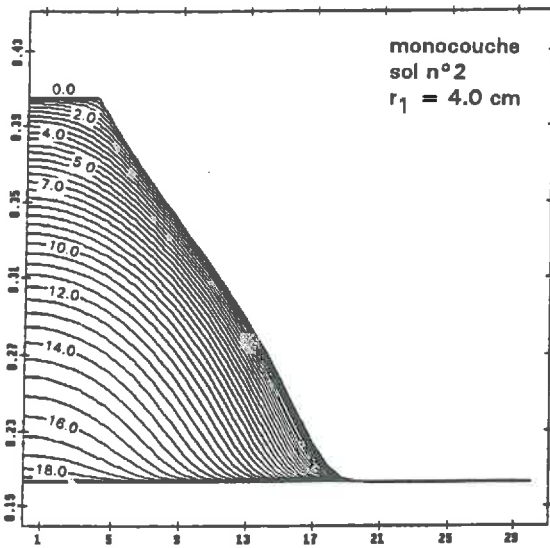
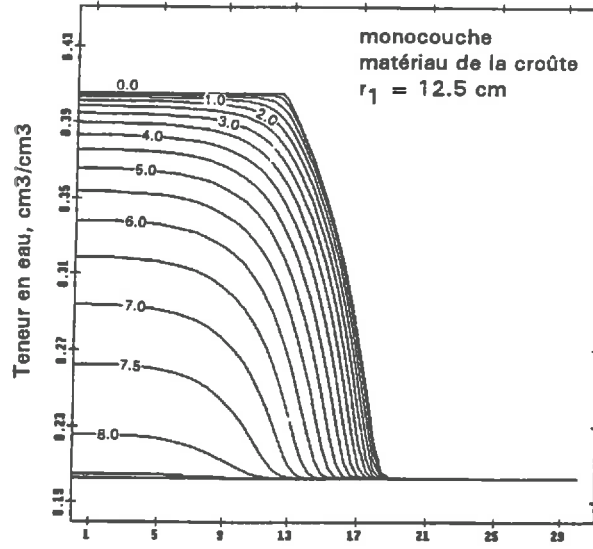
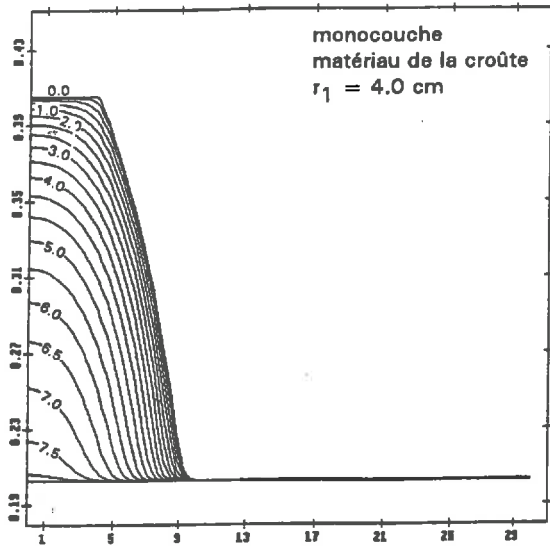


Figure IV-26 - Pressions effectives calculées dans la région proche des disques et à l'interface croûte-sol pour les deux épaisseurs de croûte.



Distance radiale, cm

Distance radiale, cm

Figure IV-27 - Profils de teneur volumique en eau pour les cas monocouche après 1000 s d'infiltration. Les graduations des courbes indiquent la profondeur en centimètres.

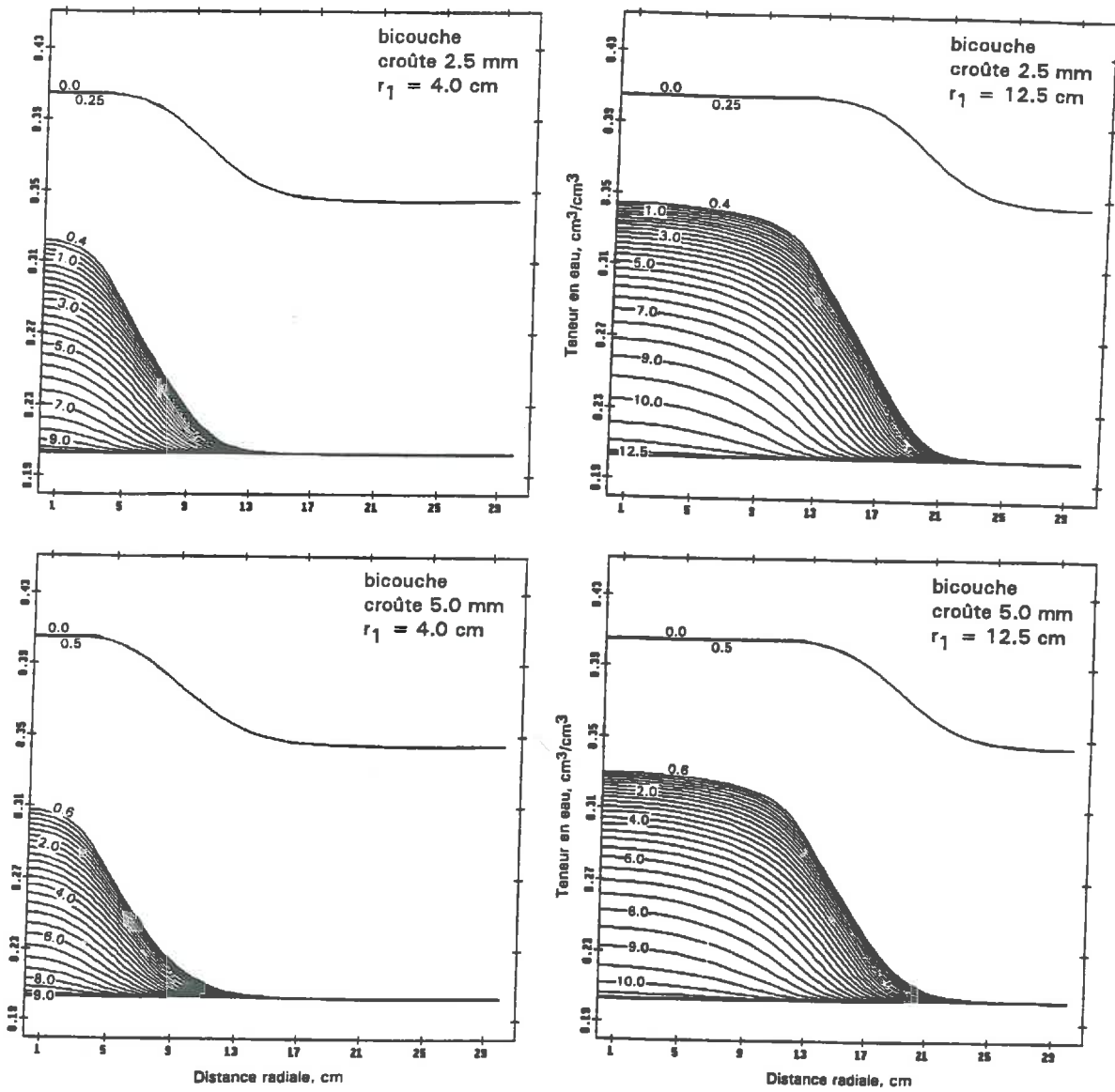


Figure IV-28 - Profils de teneur volumique en eau pour les cas bicouche après 1000 s d'infiltration. Les graduations indiquent la profondeur en centimètres.

L'inspection des profils de pression dans la croûte montre que les gradients verticaux, par rapport aux gradients horizontaux, sont beaucoup plus importants au-dessous du disque qu'au-delà où la situation inverse est observée. Cela signifie que l'écoulement dans la direction radiale est prépondérant dans la croûte.

Dans la Figure IV-27 on présente les profils simulés de teneur volumique en eau après 1000 s d'infiltration pour les cas monocouche: a) sol ; b) matériau de la croûte.

La Figure IV-28 montre pour les différents cas de bicouche simulés l'état d'humification du domaine, à travers les profils de teneur volumique en eau, après 1000 secondes. On constate que le sol sous-jacent est toujours plus sec sous le petit disque que sous le grand. Ce résultat, déjà observé dans les profils de pression, vient du fait que l'importance relative de l'écoulement latéral augmente avec la diminution du rayon de la source.

L'ensemble des résultats des simulations montre que l'infiltrométrie appliquée à un cas de sol encroûté donne peu des possibilités d'effectuer directement la caractérisation hydrodynamique de la croûte. En raison de sa faible épaisseur, la croûte, malgré sa perméabilité réduite, influence le régime d'écoulement. Dans ces circonstances, une procédure alternative, englobant la caractérisation successive des deux couches, semble plus adéquate. Ainsi, on peut penser aux étapes suivantes:

- 1°- tout d'abord, selon la technique expliquée précédemment, on réalise la caractérisation du sol en décapant la croûte de surface;
- 2°- ensuite, on considère les essais d'infiltration avec la croûte afin de déterminer la cinétique des flux dans le milieu stratifié;
- 3°- d'autres informations concernant la croûte pourraient être acquises en analysant la région mouillée au tour du disque. Comme on l'a montré (Fig.IV-26), l'écoulement est essentiellement radial dans cette partie de la croûte. En conséquence, en admettant possible le prélèvement de matériau et/ou la mesure des profils de pression à travers l'utilisation de micro-tensiomètres placés radialement à partir du bord du disque, une analyse de caractérisation selon le hypothèse d'une absorption monodimensionnelle serait envisageable;
- 4°- finalement, l'emploi du code numérique pour le cas bicouche peut permettre la calage de quelques paramètres relatifs aux propriétés de la croûte, de manière à reproduire au mieux l'évolution observée des flux. Pour rendre possible cette procédure inverse, il faut limiter au maximum le nombre de paramètres libres (h_g et m de van Genuchten, par exemple), ce qui implique un travail expérimental de caractérisation assez complet. En ce sens, la mesure des profils de teneur en eau (et/ou pression) dans la croûte peut s'avérer intéressante.

Au sujet du problème inverse, Kool et al (1985) ont utilisé l'algorithme de Marquardt (1963) pour optimiser un ensemble de trois paramètres (θ_r , h_g et m de van Genuchten) à partir de données d'évolution de flux, $q(t)$. Ils ont conclu que, pour obtenir des résultats représentatifs, il est nécessaire de disposer de $q(t)$ au moins jusqu'à 50% du temps nécessaire pour atteindre le régime asymptotique et si possible connaître la valeur finale du flux, q_∞ . De plus, les résultats semblent très sensibles aux valeurs initiales des paramètres ainsi qu'aux incertitudes dans les mesures expérimentales.

Une optimisation simultanée d'un nombre excessif de paramètres (cinq par exemple), fondée seulement sur les données d'évolution de flux (ou lame infiltrée), risque de conduire à une multiplicité de jeux de valeurs, chacun étant capable de restituer le comportement des flux observés. C'est dire que, le problème est manifestement mal posé et la solution non-unique. A cet égard, nous pouvons citer le travail de van Dam et al (1992).

On peut retenir finalement, que l'infiltrométrie multi-disque alliée à l'utilisation d'un modèle d'infiltration en sols stratifiés (bicouche) constitue une méthode potentiellement capable de fournir une estimation des propriétés hydrodynamiques du matériau constituant la croûte superficielle. La contrainte de cette démarche réside dans la difficulté d'effectuer des mesures sur la croûte, en raison de sa faible épaisseur et de la taille des instruments normalement disponibles à cette fin.

4.5 - Le problème du contact infiltromètre - sol.

Pour une réalisation correcte des essais, le placement des disques doit être fait de façon à assurer un bon contact hydraulique entre la membrane poreuse et la surface du sol. Ainsi, une fine couche de sable (matériau de contact) est habituellement utilisée, afin de masquer les irrégularités de micro-relief et obtenir une surface lisse et sensiblement horizontale.

Notre objectif est d'examiner l'influence de ce protocole sur l'estimation des propriétés hydrauliques du sol.

4.5.1 - Considérations préliminaires.

Perroux et White (1988) établissent quelques critères sur l'emploi de la couche de contact en cherchant la minimisation de ses effets sur les flux mesurés. D'après leur analyse, il apparaît qu'un matériau de contact destiné à être employé sur une large gamme de types de sols doit présenter de fortes valeurs de sorptivité et de conductivité pour une succion appliquée proche de zéro. De plus, sa conductivité, $K_{ct}(h)$, doit avoir une faible dépendance avec la succion adoptée. Autrement dit, sa "zone de tension saturée" doit être capable de couvrir toute la gamme des succions utilisées dans les essais. Ces auteurs en

déduisent qu'un sable comme le "Bungendore fine sand", avec $S_1 \approx 2 \times 10^{-3}$ $m/s^{1/2}$ et $K_1 \approx 3 \times 10^{-5}$ m/s , peut se montrer adéquat.

Pour étudier cette influence de la couche de sable nous avons simulé des essais en adoptant le sable précédemment utilisé (Sol n°5) surmontant l'argile (Sol n°1). Ainsi, on dispose d'un contraste assez prononcé entre les matériaux. Cela donne la possibilité d'apprécier l'importance des effets apportés par le sable dans une situation potentiellement favorable à leur minimisation.

Un ordre de grandeur du temps nécessaire pour saturer la couche de contact peut être obtenue facilement en considérant que pour une faible épaisseur, e , le flux initial doit être complètement gouverné par la capillarité. On peut alors exprimer la lame infiltrée par:

$$i = \Delta\theta_{ct} \cdot e = S_{ct} \cdot t_{ct}^{1/2} \quad (4.20)$$

où S_{ct} est la sorptivité du sable pour la condition de succion h_1 et $\Delta\theta_{ct}$ la différence de teneur en eau initiale $\theta_{0, ct}$ et finale $\theta_{1, ct}$ régnant sous le disque. Le temps que met l'eau pour atteindre l'interface sable-sol est donc:

$$t_{ct} = \left(\frac{\Delta\theta_{ct} \cdot e}{S_{ct}} \right)^2 \quad (4.21)$$

En considérant les valeurs qui seront employées dans les simulations: $\Delta\theta_{ct} = 0.316$ m^3/m^3 ; $e = 5$ mm ; $S_{ct} = 1.87 \times 10^{-3}$ $m/s^{1/2}$, on obtient $t_{ct} \approx 0.7$ secondes. Ce résultat montre que la sorptivité est suffisamment grande pour réduire à l'ordre de la seconde la période d'humectation du sable.

D'autre part, le sable considéré (sol n°5, Tab.IV-8) présente une conductivité hydraulique à saturation plus de deux fois supérieure à celle proposée par Perroux et White (1988). Ceci ajouté à une épaisseur peu importante doit assurer à la couche de contact une faible résistance hydraulique.

4.5.2 - L'arrangement du sable et les conditions de simulation.

La Figure IV-29 présente deux arrangements différents mais possibles pour le placement du sable de contact sous le disque. Dans le premier, le sable couvre exactement sa surface (configuration A) tandis que pour le deuxième (configuration B) le sable dépasse de 2.5 cm le bord du disque. Cette disposition sera considérée avec les deux rayons: $r_a = 125$ mm et $r_b = 40$ mm . Ainsi, on essaie également d'apprécier l'effet d'un excédent de matériau de contact laissé par inadvertance lors de l'exécution des essais sur le terrain. Pour tous les cas, l'épaisseur adoptée pour la couche de sable est de 5 mm.

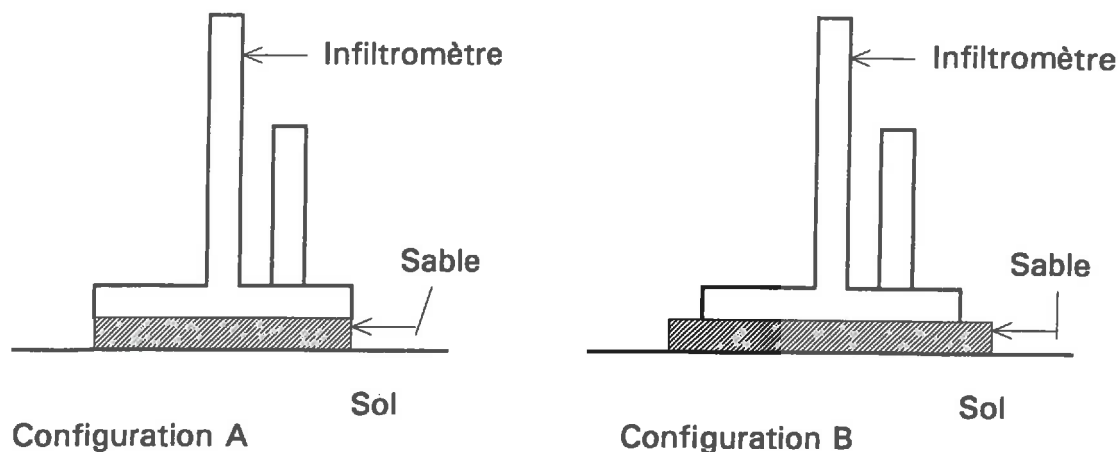


Figure IV-29 - Les deux configurations étudiées pour le placement du sable de contact sous le disque.

Dans les simulations on utilise la version bicouche du modèle mathématique, comme dans le traitement du problème précédent relatif aux sols encroûtés. L'état initial du milieu est donné par un profil uniforme de pression effective correspondant à la moitié de la saturation du sol n°1 ($\theta_0 = 0.2375$, cf triangle de textures), soit - 7314.6 cm de colonne d'eau. Sous le disque, une succion de - 0.5 cm a été appliquée.

La pondération internodale de la conductivité hydraulique au niveau de l'interface sable-sol est considérée selon une moyenne géométrique: $K_{i+1/2} = \sqrt{K_i \cdot K_{i+1}}$, où l'indice i correspond au dernier noeud de calcul (dans le sens vertical) situé du côté du sable. Par ce choix, on privilégie la conductivité la plus faible puisque c'est elle qui va définir le régime d'écoulement (Elmalouglou, 1980).

Les autres dispositions (taille du domaine de calcul, nombre de noeuds de calcul dans chaque couche, réglage du pas de temps, etc...) sont restées les mêmes que celles utilisées dans la section précédente. L'Annexe A2 présente en détail la méthode de résolution du problème.

4.5.3 - Présentation et analyse des résultats.

La Figure IV-30a donne l'évolution de la densité de flux émanant des disques selon la configuration A (ligne pleine). A titre comparatif, on montre également l'évolution des flux pour le cas où il n'existe pas de sable de contact (ligne discontinue). Les lignes en pointillé indiquent les prévisions de Wooding pour le Sol n°1. On peut constater que la présence du sable induit une certaine

augmentation du flux. Visiblement le rayon de 40 mm est plus sensible à ce type d'effet que celui de 125 mm. Il semble par conséquent que l'utilisation du matériau de contact doit faire l'objet d'une attention spéciale puisque son influence peut se faire sentir de façon appréciable aux temps longs de l'infiltration. Nous reviendrons ultérieurement sur cet aspect.

Les résultats concernant la configuration B sont présentés dans la Figure IV-30b. On observe nettement la surestimation des flux induit par l'excédent de sable laissé au-delà du bord du disque. En effet, il semble clair que dans ces conditions, le rayon effectif du disque est augmenté en fonction de l'importance de l'écoulement latérale dans la couche de contact. Comme l'erreur apparaît en raison d'une différence entre la surface effective et celle réelle du disque, il est tout à fait normal que l'écart soit plus prononcé pour le petit rayon ($r_b = 40$ mm) que pour le grand.

La Figure IV-31 présente dans un ensemble de quatre diagrammes la distribution des pressions effectives après 2000 secondes d'infiltration pour les différents cas simulés. Nous nous limitons à représenter seulement la région proche de la surface, de manière à pouvoir visualiser les profils de pression dans le sable. Les valeurs sur les lignes indiquent la profondeur correspondante (cote z) donnée en centimètres. A partir de l'inspection de ces profils, on note une "inversion" du gradient de pression au niveau du sable qui est maximale sur l'axe central et diminue rapidement à proximité du bord du disque (configuration A). Ceci peut trouver une explication dans le fait que le sable est beaucoup plus perméable que le sol, ce qui entrave l'écoulement et produit une sorte de blocage de l'eau dans la couche de contact. L'action de la pesanteur, face à ce phénomène, fait apparaître un gradient inversé de pression. Au bord du disque cet effet disparaît à cause des flux plus intenses engendrés par la singularité.

Dans la configuration B, on observe (Fig.IV-31) que l'effet de blocage de l'eau est transmis aussi au sable excédentaire. L'importance de l'écoulement latéral relatif à cette région est également mis en évidence.

Sur la Figure IV-32, les évolutions de pression effective à l'interface sable-sol, sur l'axe central ($r = 0$), pour la configuration A sont présentées. On constate que la condition de pression imposée par l'infiltromètre (- 0.5 cm) est communiquée rapidement au sol à travers le sable. Néanmoins, une fois atteinte cette valeur, la pression continue à augmenter en fonction de l'accumulation de l'eau dans le sable. Dans la première phase de l'infiltration ($t \approx 500$ s) la pression augmente d'abord rapidement puis ensuite très lentement. Ces valeurs de pression dépendent évidemment de l'épaisseur du sable et de l'intensité des flux au niveau sable-sol. Ainsi, pour la même épaisseur, on voit dans la figure qu'après quelques minutes, la pression est plus importante pour le grand disque ($r_a = 125$ mm) à cause des flux comparativement plus faibles.

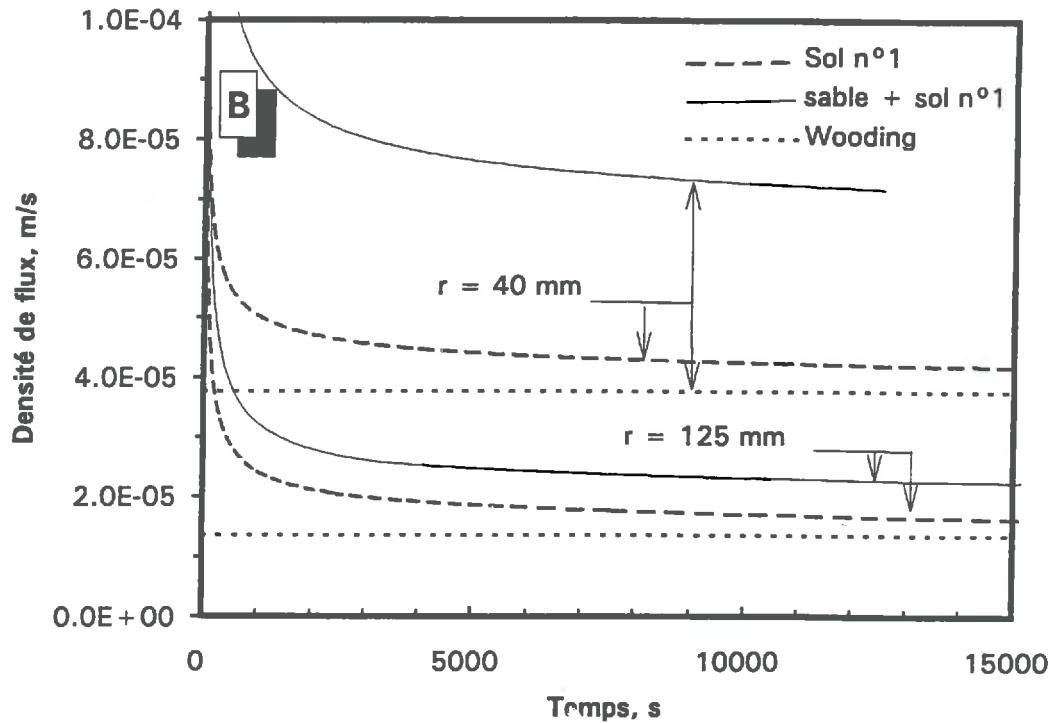
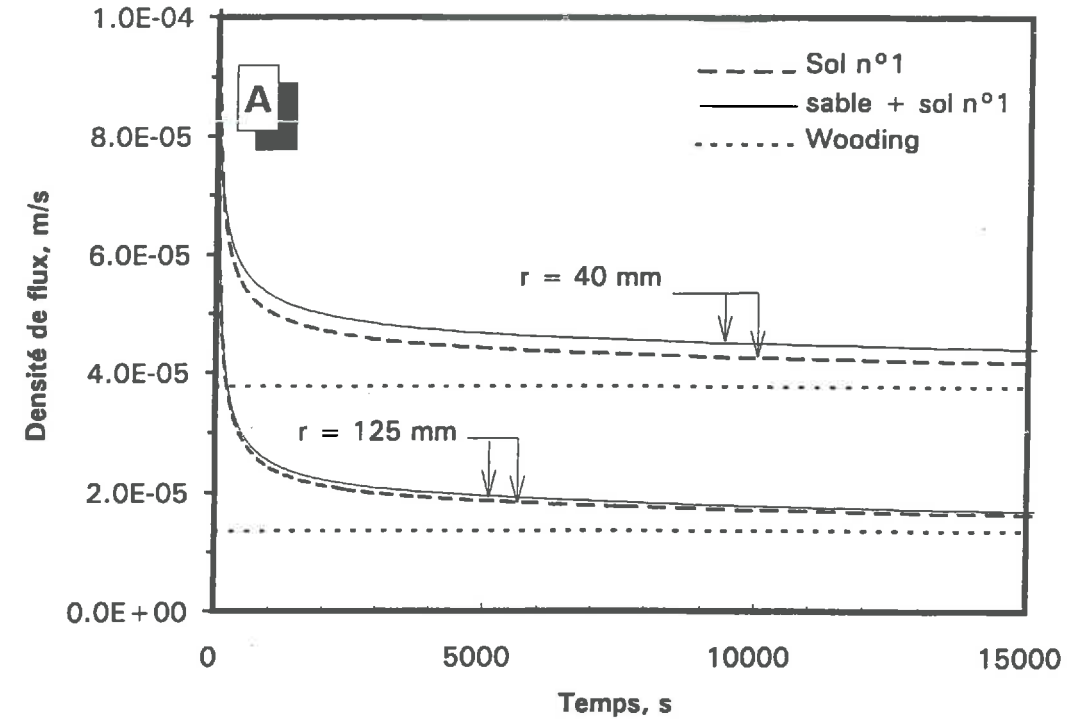


Figure IV-30 - L'évolution des flux simulés en considérant la présence du sable de contact selon les configurations A et B. Les lignes discontinues représentent les simulations sans le sable et en pointillé les prévisions de Wooding.

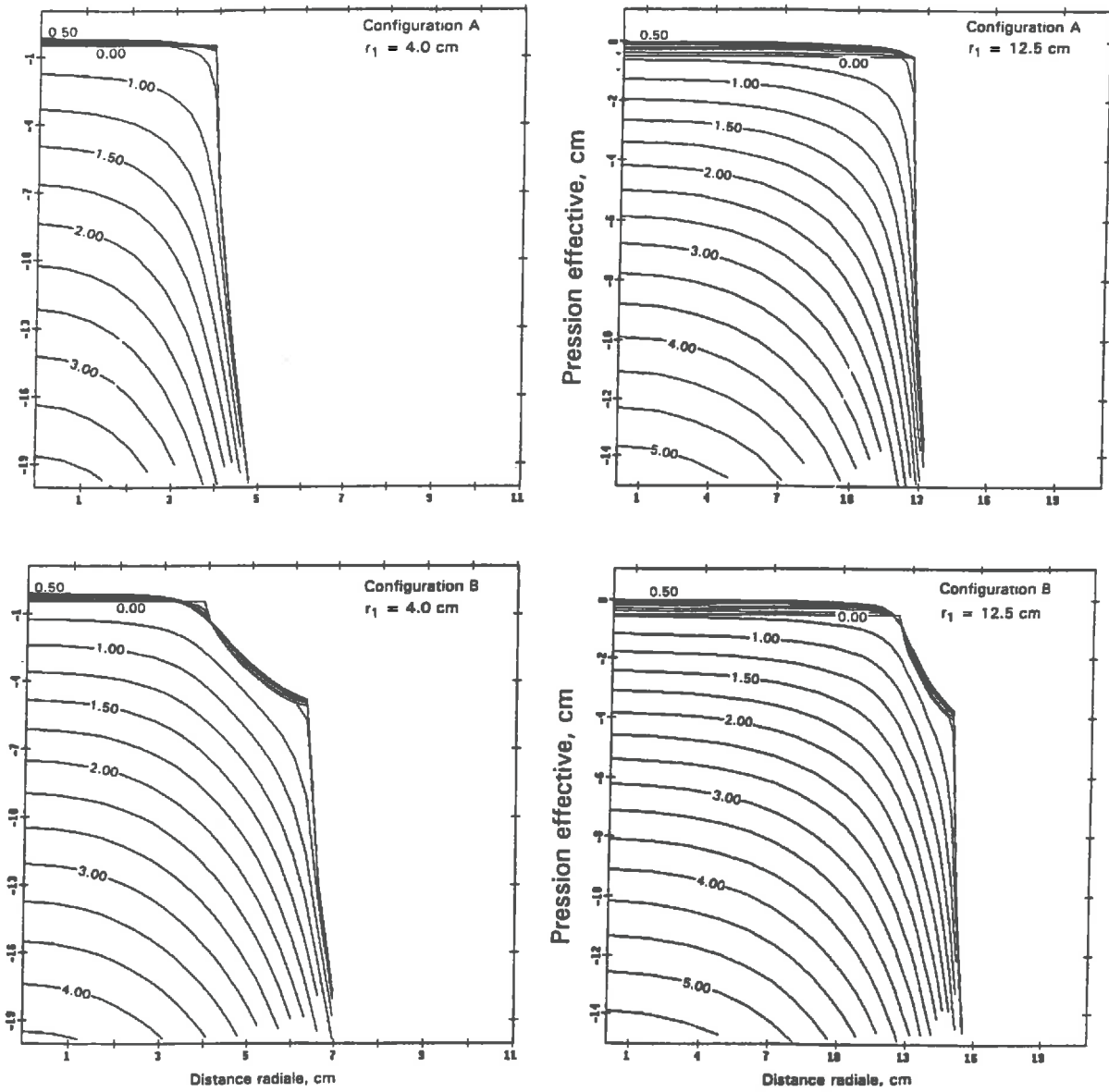


Figure IV-31 - Distribution des pressions effectives dans la région proche des disques après 2000 s d'infiltration pour les deux configurations de contact.

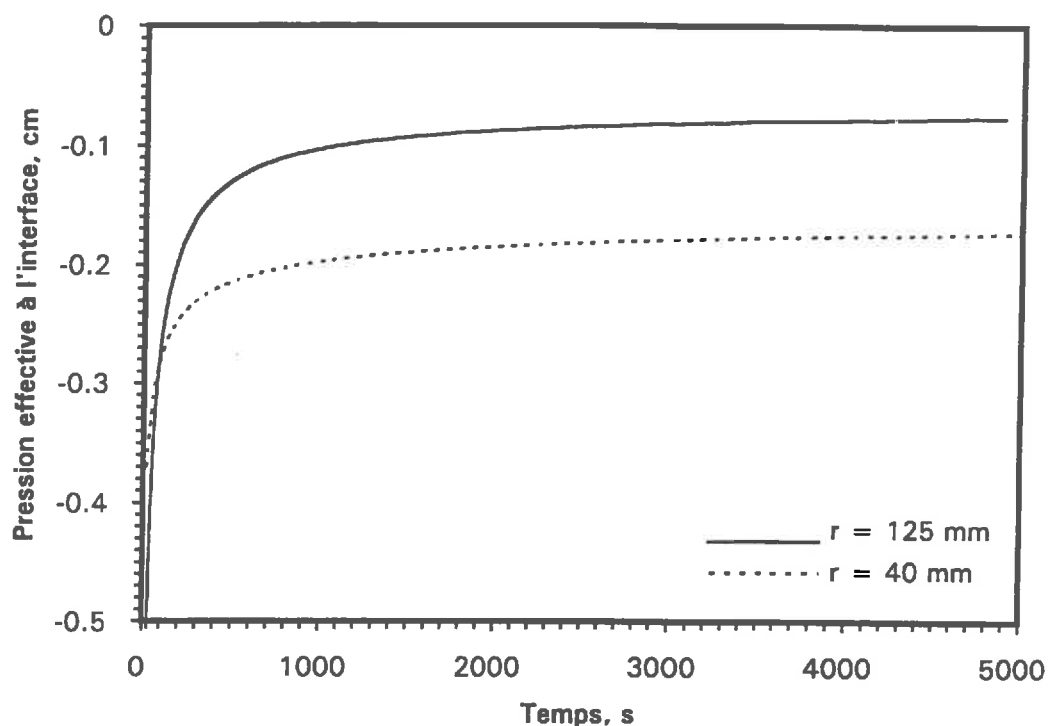


Figure IV-32 - Evolution de la pression effective au niveau de l'interface pour la configuration A et selon les deux rayons considérés.

A la lumière de ces résultats, l'effet d'augmentation des flux induit par la couche de sable, comme la Fig. IV-30a le montre, semble cohérent. En effet, après les premiers instants, la condition de succion effectivement imposée au sol (cote $z = 0.5$ cm) est supérieure à celle prescrite à la surface du sable (cote $z = 0$). En conséquence les flux obtenus à partir de l'infiltromètre doivent être plus forts. Pour des succions prescrites plus importantes et des épaisseurs plus faibles de sable, on doit s'attendre à une minimisation de ce phénomène.

La Figure IV-33 permet d'apprécier les erreurs introduites par la présence du sable face à la méthode d'estimation des propriétés hydrodynamiques fondée sur l'équation de Wooding [Eq.(1.27)]. Les valeurs simulées correspondent à 30% du temps gravitaire du Sol n°1 (Tab. IV-8).

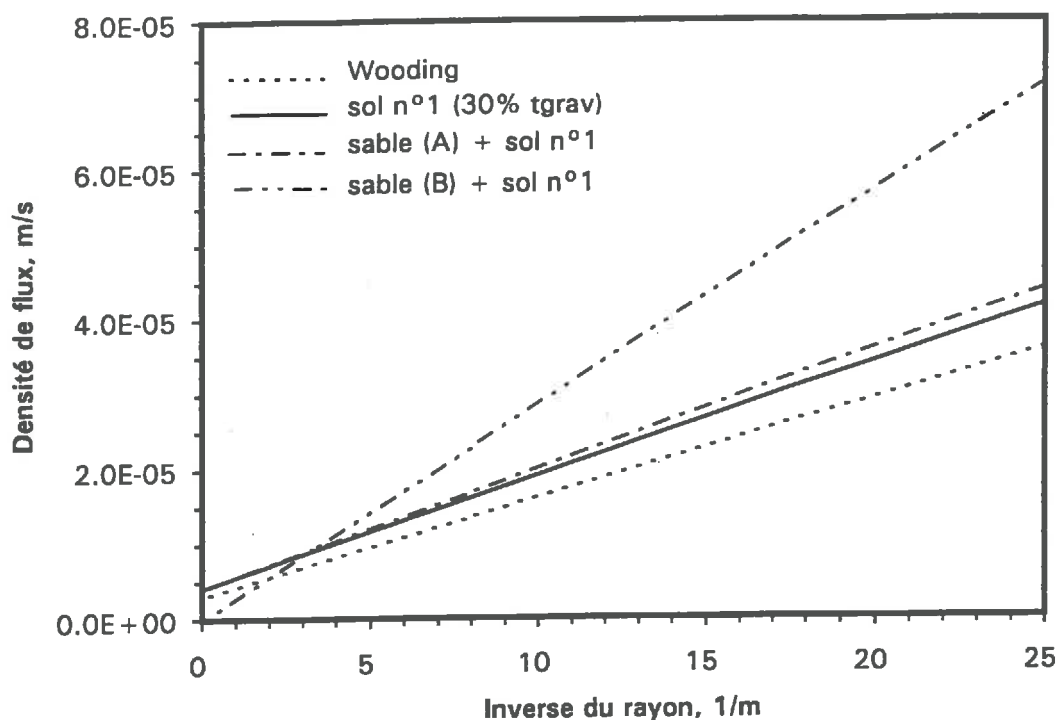


Figure IV-33 - Les flux simulés en fonction de l'inverse du rayon ($1/r_1$) correspondant à 30% du temps gravitaire du sol n°1. Les lettres (A) et (B) indiquent les deux configurations de contact sable-sol.

Le Tableau IV-15 montre les estimations de conductivité hydraulique et de sorptivité pour les deux configurations de contact ainsi que les valeurs théoriques et celles qui seraient obtenues en l'absence du sable.

	$K_1, \text{ m/s}$	$S_1, \text{ m/s}^{1/2}$
Configuration A	4.05×10^{-6}	7.37×10^{-4}
Configuration B	$- 2.44 \times 10^{-6}$	9.88×10^{-4}
Sans le sable	6.48×10^{-6}	7.14×10^{-4}
Wooding	2.98×10^{-6}	6.83×10^{-4}

Tableau IV-15: Estimation de la conductivité hydraulique et de la sorptivité du Sol n°1 (triangle de textures) selon les différentes configurations étudiées.

On voit immédiatement que la configuration B peut être désastreuse puisqu'elle peut conduire à une valeur négative de la conductivité hydraulique. La configuration A est beaucoup moins pernicieuse, mais selon le cas on risque de sous-estimer la conductivité et introduire un élément de plus pour la surestimation de la sorptivité.

4.6 - Conclusion.

Ce chapitre a été consacré à l'étude de plusieurs aspects relatifs à l'application de l'infiltrométrie multi-disques pour l'estimation des propriétés hydrodynamiques des sols en situation proche de la réalité de terrain.

Initialement l'attention a été portée sur le problème de la caractérisation hydrodynamique d'un matériau argileux très peu perméable et susceptible de présenter un phénomène de gonflement. L'obtention et l'analyse de mesures *in-situ* par infiltrométrie et de laboratoire sur des échantillons non remaniés utilisant la spectrométrie double-source ont démontré que ces deux méthodologies sont complémentaires et précieuses pour le traitement de ce type de problème. L'ensemble des résultats a servi de support à la validation du modèle d'écoulement multidirectionnel développé dans le chapitre II.

Dans un deuxième temps, des simulations numériques, en utilisant le code de calcul relatif au modèle multidirectionnel, ont été réalisées en considérant cinq types de sols différents par leur composition granulométrique. De cette étude il est apparu que la durée des essais d'infiltration multi-disque nécessaire à l'obtention d'une précision acceptable dans les estimations (en particulier de la conductivité hydraulique) peut varier entre un quart d'heure pour un sable et quatre heures et demie pour une argile. De plus, dans la mesure où les évolutions des flux sont disponibles, il semble que le modèle mathématique utilisé peut constituer un outil intéressant pour apprécier les estimations fondées sur la loi de Wooding.

Ensuite, nous avons abordé l'étude du problème des sols encroûtés en examinant les possibilités d'application des disques infiltrométriques pour la caractérisation de la croûte. Dans ce cas, le modèle d'infiltration exploité est une version bicouche (axisymétrique) de celui employé pour le cas homogène. On a supposé que la croûte étant constituée d'un matériau homogène de caractéristiques hydrodynamiques connues variant avec la teneur en eau. Une série d'expériences numériques ont été effectuées en considérant le principe de similitude (Miller et Miller, 1956) appliqué à un sable limono-argileux. En admettant la pertinence des hypothèses adoptées, on constate que sous le disque l'écoulement à travers la croûte prédomine dans la direction verticale tandis qu'au delà de son bord il est quasiment radial. Les simulations indiquent aussi un fort gradient de pression au niveau de l'interface croûte / sol sous-jacent. Il reste évident que cette couche superficielle contrôle activement le processus d'infiltration. L'analyse des résultats montre que les essais

d'infiltrométrie peuvent fournir des éléments importants au sujet de la croûte, en particulier pour l'application des méthodes inverses de caractérisation. Toutefois, une estimation directe de ses propriétés fondée sur l'observation des courbes d'évolution de flux se montre difficilement utilisable.

Finalement, on a considéré le problème du contact hydraulique entre la membrane du disque et la surface du sol à caractériser. Là encore le modèle "bicouche" a été utilisé. Les simulations ont démontré que l'arrangement du sable de contact sous le disque doit faire l'objet d'une attention spéciale, en raison de sa forte influence sur l'estimation des propriétés hydrodynamiques du sol. En particulier, il convient d'éviter tout débordement du sable au-delà des disques.

*
* *
* *

Conclusion Générale

L'étude présentée ici a été orientée vers l'analyse et au éclaircissement de plusieurs aspects théoriques et pratiques, de la technique de l'infiltrométrie fondée sur l'utilisation de disques à succion contrôlée. Nous avons porté notre intérêt sur l'évaluation des potentialités de cette technique pour la caractérisation hydrodynamique et hydro-dispersive *in-situ* des couches superficielles des sols.

Dans une première étape, la solution linéarisée de Wooding (1968) relative au régime stationnaire a été vérifiée à l'aide d'un modèle mathématique axisymétrique dont la résolution a été effectuée par la méthode des différences finies. Ce modèle a été conçu de façon à garder intacts les hypothèses de linéarisation du modèle semi-analytique asymptotique, mais permettant de plus l'appréciation du régime transitoire. Ainsi, les résultats du modèle numérique ont confirmé la pertinence de la solution proposée par Wooding. L'analyse de la phase cinétique de l'infiltration a permis d'établir deux conclusions importantes:

1°- le temps nécessaire pour atteindre le régime asymptotique est assez long: deux fois le temps gravitaire, dans l'hypothèse où l'on considère que les différences dans les valeurs de la densité de flux volumique moyenne sous la source, pour le cas monodimensionnel (rayon du disque $\rightarrow \infty$), différent de moins de 1% du régime transitoire;

2°- pour un même milieu, la forme de l'évolution de la densité de flux se maintient approximativement constante quel que soit le rayon de la source et ce à partir des temps aussi petits que 1% du temps gravitaire. Autrement dit, il est possible d'estimer le flux transitoire en régime axisymétrique en utilisant l'évolution du flux monodimensionnel décalée de la valeur correspondante à la contribution de la capillarité au régime asymptotique.

Une fois validée la solution quasi-analytique, nous avons changé les caractéristiques hydrodynamiques du sol de façon à nous affranchir des restrictions imposées par les hypothèses de linéarisation [modèle exponentiel pour la relation $K(h)$] et ainsi donner au modèle un caractère plus général. Cette nouvelle version a été employée premièrement dans la simulation numérique d'une série d'essais réalisés en laboratoire à l'aide d'un modèle physique multidirectionnel, utilisant un sol remanié. Ces essais ont englobé des phénomènes de transfert de d'eau et de soluté (non interactif) en régime transitoire et en condition de non saturation.

La souplesse dans l'acquisition des données sur le modèle physique a mis en évidence toute la potentialité du disque infiltromètre, particulièrement pour l'étude du transfert de soluté. L'extrême sensibilité du processus de

dispersion hydrodynamique face aux effets de variations locales des propriétés de transfert a été constatée. L'introduction d'un soluté dans l'écoulement à l'aide de l'infiltromètre et la détermination ultérieure des profils de concentration dans le milieu apparaît donc comme une approche séduisante pour l'étude des propriétés hydro-dispersives ainsi bien que pour l'identification d'une éventuelle phase liquide stagnante. Quant aux résultats des simulations, ils reproduisent très correctement les observations tant au niveau de flux hydriques que des profils de concentration en eau et en soluté. Ils constituent donc une validation du modèle utilisé.

Dans la suite, nous nous sommes attachés à l'examen de quelques aspects liés à l'utilisation de l'infiltrométrie multi-disque pour l'estimation *in-situ* des propriétés hydrodynamiques des sols où les conditions naturelles confèrent au problème une dimension plus "réelle".

Les résultats relatifs à un matériau de faible perméabilité, comportant des expériences *in-situ* et au laboratoire, ont montré l'intérêt et l'efficacité du modèle-simulateur d'écoulement multidirectionnel pour aider à l'interprétation des essais d'infiltration et du rôle joué par le léger gonflement du matériau.

Un problème d'ordre pratique relatif à l'analyse du régime asymptotique réside dans l'appréciation du temps à partir duquel on peut valablement considérer qu'un tel régime est atteint. Pour essayer de donner une réponse à cette question, un ensemble de simulations "paradigmatiques" a été effectué, englobant 5 classes différentes de sols appartenant à une typologie fondée sur la texture. A partir de cette étude, il est apparu que la durée des essais d'infiltration nécessaire à l'obtention d'une précision acceptable (c'est à dire, du même ordre de grandeur que les incertitudes expérimentales) sur les estimations des propriétés hydrodynamiques (en particulier de la conductivité hydraulique) peut varier entre un quart d'heure pour un sable à quatre heures et demie pour une argile.

Incidentement, ces simulations ont montré un comportement tout à fait analogue à celui observé avec le modèle linéarisé. Cela nous a amené à une généralisation des résultats de Wooding complétée par une analyse de la phase cinétique d'infiltration.

En fin, nous avons cherché à élargir l'étude au domaine des milieux stratifiés. Deux problèmes ont été examinés à la lumière du modèle-simulateur adapté au cas bicouche:

a) les sols encroûtés. Les résultats de simulation indiquent que les essais d'infiltrométrie peuvent fournir des éléments importants pour la caractérisation de la croûte, en particulier pour l'application des méthodes inverses de caractérisation. Néanmoins, une estimation directe de ses propriétés à partir des observations des courbes d'évolution de flux s'avère difficilement utilisables sur des mesures complémentaires dans la croûte;

b) la couche de sable de contact. Nous constatons que l'arrangement du sable de contact sous le disque, dont la présence s'avère souvent indispensable pour effacer les aspérités du micro-relief, doit faire l'objet d'une attention spéciale, en raison de sa forte influence sur l'estimation des propriétés hydrodynamiques du sol que l'on cherche à déterminer.

Au vu des résultats obtenus, nous pouvons conclure que la l'infiltrométrie multi-disques couplée (ou non) alliée à des techniques complémentaires d'échantillonnage et de mesures en laboratoire constitue une approche incontestablement intéressante pour l'étude des transferts hydriques et de soluté surtout dans le contexte des applications au terrain. De plus, le modèle-simulateur semble constituer un outil d'aide à la méthode de caractérisation dans la mesure où il peut conférer une plus grande crédibilité aux estimations expérimentales.

Il nous reste encore à souligner que l'approche adoptée ici représente néanmoins une vue très simpliste face à l'énorme complexité de la réalité physique. Toutefois, il nous paraît évident que, dans les limites d'applicabilité du modèle imposées par les hypothèses de base, les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence certaines tendances tout à fait réalistes.

*
* * *

Références bibliographiques

- Ababou, R., (1981).** Modélisation des transferts hydriques dans le sol en irrigation localisée. Thèse de Docteur ingénieur, Université de Grenoble.
- Aboujaoudé, A., (1991).** Modélisation hydrologique de l'infiltration dans les sols encroutés à différentes échelles spatiales. Thèse de docteur, Université de Grenoble.
- Angulo-Jaramillo, R., (1989).** Caractérisation hydrodynamique des sols déformables partiellement saturés. Etude expérimentale à l'aide de la spectrométrie gamma double-sources. Doctorat INP-Grenoble.
- Angulo-Jaramillo, R., Gaudet, J.P., Thony, J.L., Vauclin, M., (1990).** Conductivité hydraulique d'un milieu poreux partiellement saturé, déformable. I: Principes de détermination. C.R. Acad. Sci. Paris, t. 310, Série II : 341-345. ✕
- Arya, L.M., Farrell, D.A., Blake, G.R., (1975).** A field study of soil water depletion patterns in presence of growing soybean roots: I. Determination of hydraulic properties of the soil. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 39: 424-430.
- Bear, J., (1972).** Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier, New York. 579-662.
- Bouwer H., (1964).** Unsaturated flow in groundwater hydraulics. J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civil Eng., 90 : 121-144.
- Bresler, E., (1972).** Control of soil salinity. In "Optimizing the Soil Physical Environment Toward Greater Crop Yields" (D. Hillel, ed.) pp. 102-132.
- Bresler, E., (1973).** Simultaneous transport of solutes and water under transient unsaturated flow conditions. Water Resour. Res., 9: 975-986.
- Bresler, E., (1975).** Two-dimensional transport of solutes during nonsteady infiltration from a trickle source. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 39: 604-613.
- Bresler, E., (1978).** Analysis of trickle irrigation with application to design problems. Irrig. Sci. 1, 3-17.
- Brooks, R.H., Corey, A.T., (1964).** Hydraulic properties of porous media. Hydrol., Paper n°3, Colorado State Univ., Fort-Collins.
- Bruce, R.R., Klute, A., (1956).** The measurement of the soil moisture diffusivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 20: 458-462.

- Burdine, N.T., (1953). Relative permeability calculation from pore size distribution data. *Petr. Trans., Am. Inst. Mining Metall. Eng.*, 198: 71-77.
- Childs E.C., Collis-George N., (1950). The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc.* 201 A: 392-405.
- Cleary, R.W., Adrian, D.D., (1973). Analytical solution of the convective-dispersive equation for cation adsorption in soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37: 197-199.
- Clothier, B.E., White, I., (1981). Measurement of sorptivity and soil water diffusivity in field. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45: 241-245.
- Clothier, B.E., Scotter, D.R., (1982). Constant flux infiltration from a hemispherical cavity. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 46: 696-700.
- Clothier, B.E., Elrick, D.E., (1985). Solute dispersion during axisymmetric three-dimensional unsaturated water flow. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 49: 552-556.
- Clothier, B.E., Sauer, T.J., (1988a). Nitrogen transport during drip fertigation with urea. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52: 345-349.
- Clothier, B.E., Sauer, T.J., Green, S.R., (1988b). The movement of ammonium nitrate into unsaturated soil during unsteady absorption. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52: 341-345.
- X Clothier, B.E., Smettem, K.R.J., (1990). Combining laboratory and field measurements to define the hydraulic properties of soil. *Soil Sci. Am. J.*, 54: 299-304.
- Clothier, B. E., Kirkham, M.B., McLean, J. E., (1992). *In situ* measurement of the effective transport volume for solute moving through soil. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56: 733-736.
- Coats, K. H., Smith B. D., (1964). Dead-end pore volume and dispersion in porous media. *SPE J.*, 4: 73-84.
- Darcy, H., (1856). *Les Fontaines Publiques de la ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- Dirksen, C., (1975). Determination of soil water diffusivity by sorptivity measurements. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, 39: 22-27.
- Elmaloglou, S., (1980). *Effets des stratifications sur les transferts de matière dans les sols*. Thèse de Docteur Ingénieur Université de Grenoble.
- Farres, P., (1978). The role of time and aggregate size in the crusting process. *Earth Surf. Processes*, 3: 243-254.

- Freyberg, D.L., (1986).** A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer. 2. Spatial moments and the advection and dispersion of nonreactive tracers. *Water Resour.Res.*, 22: 2031-2046.
- Fuentes-Ruiz, C., (1992).** Approche fractale des transferts hydriques dans les sols non-saturés. Thèse de docteur Université de Grenoble.
- Fujita, H., (1952).** The exact pattern of a concentration-dependent diffusion in a semi-infinite medium, part II. *Textile Research J.*, 22: 823-827.
- Gardner W.R., (1958).** Some steady-state solution of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Sci.* 85: 228-232.
- Gardner, W.R., Mayhugh, M.S., (1958).** Solutions and tests of the diffusion equation for the movement of water in soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 22: 197-201.
- Gaudet, J.P., (1978).** Transferts d'eau et de soluté dans les sols non saturés. Mesures et simulation. Thèse de docteur ès Sciences physiques. Université de Grenoble. X
- Gelhar, L.W., Collins, M.A., (1971).** General analysis of longitudinal dispersion in non-uniform flow. *Water Resour. Res.*, 7: 1511-1521.
- Green, W.H., Ampt, G.A., (1911).** Studies of soil physics. 1. *J. Agric. Sci.*, 4: 1-24.
- Hamilton, G.J., White, I., Clothier, B.E., Smiles, D.E., Packer, I.J., (1983).** The prediction of time to ponding of constant intensity rainfall. *J. Soil Conserv. N.S.W.*, 39: 188-198.
- Haverkamp, R., Parlange, J.-Y., Starr, J.L., Schmitz, G., Fuentes, C., (1985).** Infiltration under ponded conditions: 3. A predictive equation based on physical parameters. *Soil Sci.*, 149: 292-300.
- Hillel, D., (1960).** Crust formation in loessial soils. *Trans. Int. Soil Sci. Congr. Madison 7th I*, 330-339.
- Hillel, D., (1980).** Fundamentals of soil physics. Academic Press, New York.
- Hillel, D., Gardner, W.R., (1970).** Infiltration into crust-topped profiles. *Soil Sci.*, 109: 149-153.
- Hillel, D., Krentos, V.D., Stylianou, Y., (1972).** Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in situ. *Soil Sci.*, 114: 395-400.

- Hills, R.G., Porro, I., Hudson, D.B., Wierenga, P.J., (1989).** Modeling one-dimensional infiltration into very dry soils. 1. Model development and evaluation. *Water Resour. Res.*, 25: 1259-1269.
- Jegat H., (1975).** Etude expérimentale et simulation d'écoulement de fluides miscibles en milieux poreux non-saturés. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- Klute, A., (1972).** The determination of the hydraulic conductivity and diffusivity of unsaturated soils. *Soil Sci.*, 113: 264-276.
- Kool J.B., Parker J.C., Van Genuchten M. Th. (1985).** Determining soil hydraulic properties from one-step out flow experiments by parameter estimation: I. Theory and numerical studies. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 49: 1348-1354.
- Kirda, C., Nielsen, D.R., Biggar, J.W., (1973).** Simultaneous transport of chloride and water during infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 37: 339-345.
- Kunze, R.J., Parlange, J-Y., Rose, C.W., (1985).** A comparison of numerical and analytical techniques for describing capillary rise. *Soil Sci.*, 139: 491-496.
- Lantz, R.B., (1971).** Quantitative evaluation of numerical-diffusion (truncation error). *Soc. Petrol. Eng. J.*, 11: 315-320.
- Letey, J., Kemper, W.D., Noonan, L., (1969).** The effect of osmotic pressure gradient on water movement in unsaturated soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 33: 15-18.
- Marquart D.W., (1963).** An algorithm for least squares estimation of non linear parameters. *SIAM. J. Appl. Math.* 11(2): 431-441.
- McCuen, R.H., Rawls, W.J., Brakensiek, D.L., (1981).** Statistical analysis of the Brooks-Corey and the Green-Ampt parameters across soil textures. *Water Resour. Res.*, 17: 1005-1013.
- McIntyre, D.S., (1958).** Soil splash and formation of surface crusts by raindrop impact. *Soil Sci.*, 85: 261-266.
- Miller, E.E., and Miller, R.D., (1956).** Physical theory for capillary flow phenomena. *J. Appl. Phys.*, 27: 324-332.
- Mualem Y., (1976).** A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 12: 513-522.
- Myers, L.E., van Bavel, C.H., (1963).** Measurement and evaluation of water table elevations, paper presented at 5th Congress, International Committee on Irrigation and Drainage, Tokyo, May 1963).

Ogata, A., (1970). Theory of dispersion in a granular medium. Geological Survey Professional Paper 411-I, 34 pp. US Govt. Printing Office, Washington, D.C.

Packer, I.J., Hamilton, G.J., White, I., (1984). Tillage practices to conserve soil and improve soil conditions. *J. Soil Conserv. N.S.W.*, 40: 78-87.

Parlange, J.-Y., (1975). On solving the flow equation in unsaturated soils by optimization: Horizontal infiltration. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, 39: 415-418.

Parlange, J.-Y., Lisle, I.G., Braddock, R.D., Smith, R.E., (1982). The three-parameter infiltration equation. *Soil Sci.* 133: 337-344.

Parlange, J.-Y., Haverkamp, R., Touma J., (1985). Infiltration under ponded conditions: 1. Optimal analytical solution and comparison with experimental observations. *Soil Sci.*, 139: 305-311.

Perkins, T.K., Johnston, O.C., (1963). A review of diffusion and dispersion in porous media. *Soc. Petrol. Eng. J.* 3: 70-84.

Perroux, K.M., White, I., (1988). Design for disc permeameters. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 52 : 1205-1215.

Pfannkuch, H.O., (1963). Contribution à l'étude des déplacements de fluides miscibles dans un milieu poreux. *Rev. Inst. Fr. Pet.*, 18: 215-268.

Philip, J.R., (1957). The theory of infiltration: 1. The infiltration equation and its solution. *Soil Science.*, 83: 345-357.

Philip, J.R., (1966). A linearization technique for the study of infiltration, in *Proceedings, IASH/UNESCO Symposium, vol.1, Water in the Unsaturated Zone*, edited by R.E. Rijtema and Wassink, pp. 471-478, United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization, Paris.

Philip, J.R., (1969). Theory of infiltration. In *Advances in hydrosciences*. Academic New York, 5: 215-296.

Philip, J.R., (1973). On solving the unsaturated flow equation: 1. The flux-concentration relation. *Soil Sci.*, 116: 328-355.

Philip, J.R., (1984). Steady infiltration from circular cylindrical cavities. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48: 270-278.

Philip, J.R., (1985). Approximate analysis of the borehole permeameter in unsaturated soil. *Water Resour. Res.* 21: 1025-1033.

- Philip, J.R., (1986a).** Steady infiltration from buried discs and other sources, *Water Resour. Res.*, 22: 1058-1066.
- Philip, J.R., (1986b).** Linearized unsteady multidimensional infiltration. *Water Resour. Res.*, 22: 1717-1727.
- Philip, J.R., (1987)** The quasilinear analysis, the scattering analog, and other aspects of infiltration seepage. In *Infiltration Development and application*, ed. by Y.S. Fok, Water Resour. Res. Center, Honolulu, Hawaii: 1-27.
- Philip, J.R., Knight, J.H., (1974).** On solving the unsaturated flow equation, 3. New quasi-analytical technique. *Soil Sci.*, 117: 1-13.
- Phuc, L.V., Morel-Seytoux, H.J. (1972).** Effect of soil air movement and compressibility on infiltration rates. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 36: 237-241.
- Pullan, A.J., (1988).** Boundary element solutions of quasilinearized time-dependent infiltration, *Appl. Math. Modell.*, 12, 9-17.
- Quadri, M.B., (1988).** Dinâmica de resposta de tensiômetros: desenvolvimento experimental e modelação numérica. Thèse de "Master", Université Fédérale de Santa Catarina, Brésil.
- Quadri, M.B., Philippi, P.C., Bolzan, A. (1988).** Transferência de umidade em meios porosos insaturados: A dinâmica de resposta de um tensiômetro. ENCIT - Aguas de Lindoia, SP - Brésil.
- Quadri, M.B., Clothier, B.E., Angulo-Jaramillo, R., Vauclin, M., Green, S.R. (1993).** Axisymmetric transport of water and solute underneath a disk permeameter: Experiments and a numerical model. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57: ???-???
- Raats, P.A.C., (1971).** Steady infiltration from point sources, cavities and basins. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 35: 689-694.
- Raats, P.A.C., Gardner, W.R., (1971).** Comparison of empirical relationships between pressure head and hydraulic conductivity and some observations on radially symmetric flow, *Water Resour. Res.*, 7: 921-928.
- Rawls, W.J., and Brakensiek, D.L., (1983).** A procedure to predict Green and Ampt infiltration parameters. In *Advances in infiltration. Proceedings of the National Conference on Advances in Infiltration.* Publ. Am. Soc. Agr. Eng.
- Reichardt, K.D., Nielsen, D.R., Biggar, J.W., (1972).** Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 36: 241-245.
- Remson, I., Hornberger, G.M., Molz J.F. (1971).** Numerical methods in subsurface hydrology. John Wiley and Sons Inc. New York.

Reynolds, W.D., Elrick, D.E., (1985). *In situ* measurement of field saturated hydraulic conductivity, sorptivity and the α -parameter using the Guelph permeameter. *Soil Sci.* 140: 292-302.

Richards, L.A., (1931). Capillary conduction of fluids in porous mediums. *Physics*, 1: 318-333.

Saliba, J., (1990). Propriétés de transfert hydrique du mortier de ciment: modélisation à l'échelle microscopique; étude à l'échelle macroscopique des effets dynamiques des hétérogénéités. Thèse de docteur, Université de Grenoble.

Sauer, T.J., Clothier, B.E., Daniel, T.C., (1990). Surface measurements of the hydraulic properties of a tilled and untilled soil. *Soil and Tillage Res.*, 15: 359-369.

Scotter, D.R., Clothier, B.E., Harper, E.R., (1982). Measuring saturated hydraulic conductivity and sorptivity using twin rings. *Aust. J. Soil Res.* 20: 295-304.

X Smettem, K.R.J., Clothier, B.E., (1989). Measuring unsaturated sorptivity and hydraulic conductivity using multiple disc permeameters. *J. Soil Sci.* 40: 563-568.

Smiles, D.E., Harvey, A.G., (1973). Measurement of moisture diffusivity of wet swelling systems. *Soil Sci.* 116: 391-399.

Smiles, D.E., Perroux, K.M., Zegelin, S.J., Raats, P.A.C., (1981). Hydrodynamique dispersion during constant rate absorption of water by soil. *Soil Sci. Am. J.*, 45: 453-458.

Smith, G.D., (1978). Numerical solution of partial differential equations: Finite difference methods (second edition); Clarendon Presse. Oxford.

Talsma, T., (1969). *In situ* measurements of sorptivity. *Aust. J. Soil Res.*, 7: 269-276.

Thony, J.L., (1970). Etude expérimentale des phénomènes d'hystérésis dans les écoulements en milieux poreux non saturés. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.

Thony, J.L., Vachaud, G., Clothier, B.E., Angulo-Jaramillo, R. (1991). Field measurement of the hydraulic properties of soil. *Soil Techn.* 4: 111-123.

Touma, J. (1984). Etude critique de la caractérisation hydrodynamique des sols non saturés: rôle de l'air. Influence de l'écoulement multidimensionnel de l'eau. Thèse de Docteur ès sciences physiques. Université de Grenoble.

- Tillman, R.W., Scotter, D.R., Clothier, B.E., White, R.E., (1991).** Solute movement during intermittent water flow in a field soil and some implications for irrigation and fertilizer application. *Agric. Water Manage.* 20: 119-133.
- Valentin, C., (1985).** Effects of soil moisture and Kinetic energy on the mechanic resistance of surface crusts. p. 367-369. In F. Callebat et al. (ed.). *Assessment of soil surface sealing and crusting.* State Univ. of Ghent, Belgium.
- van Dam, J.C., Stricker, J.N.M., Droogers, P., (1992).** Inverse method for determining soil hydraulic functions from one-step outflow experiments. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56: 1042-1050.
- van Genuchten, M.T., (1980).** A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892-898.
- Vauclin, M., (1971).** Effets dynamiques sur la relation succion-teneur en eau lors d'écoulements en milieu non saturé. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble.
- Vauclin, M., Haverkamp R., Vachaud, G. (1979).** Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés. Presses Universitaires de Grenoble.
- Vauclin, M., Haverkamp, R., (1985).** Solutions quasi analytiques de l'équation d'absorption de l'eau par les sols non saturés. I. Analyse critique. *Agronomie*, 5: 597-606.
- Vauclin, M., Chopart, J.L., (1992).** L'infiltrométrie multidisques pour la détermination in-situ des caractéristiques hydrodynamiques de la surface d'un sol gravillonnaire de Côte d'Ivoire. A paraître dans *Agron. Trop.*
- Vauclin, M., Angulo-Jaramillo, R., Quadri, M.B., Thony, J.L., (1992).** Hydrodynamique characterization of an unsaturated clay material: in-situ versus laboratory measurements. Scientific colloquium "Porous or fractured unsaturated media: Transports and behaviour" - October 5-9. Centro Stefano Franscini - ETH - Zürich, Ascona, Switzerland, pp. 132-142.
- Walker, J., Chong, S.K., (1986).** Characterization of compacted soil using sorptivity measurements. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 50: 288-291.
- Watson, K.K., Jones, M.J.,(1981).** Estimation of hydrodynamic dispersion in a fine sand using an approximate analytical solution. *Aust. J. Soil Res.* 19: 265-273.
- Weir, G.J., (1987).** Steady infiltration from small shallow circular ponds. *Water Resour. Res.*, 4: 733-736.

White, I., Clothier B.E., Smiles D.E., (1982). Pre-ponding constant-rate rainfall infiltration. p. 127-148. In V.P. Singh (ed.) Modeling components of hydrological cycle. Proc. Int. Symp. Rainfall-Runoff modeling, Mississippi State, MS. 18-21 May 1981. Water Resources Publ., Littleton, CO.

White, I., Perroux, K.M., (1987). Use of sorptivity to determine field soil hydraulic properties, Soil Sci. Soc. Am. J., 51: 1093-1101.)

White, I., Sully, M.J., (1987). Macroscopic and microscopic capillary length and time scales from field infiltration. Water Resour. Res., 23: 1514-1522. —

White, I., Sully, M.J., (1988). Field characteristics of the macroscopic capillary length or alpha parameter, in Validation of Flow and Transport Models for the Unsaturated Zone: Conference Proceedings, edited by P.J. Wierenga and D. Bachelet, p. 517-524, Department of Agronomy and Horticulture, New Mexico State University, Las Cruces, NM.

White, I., Sully, M.J., (1992). On the variability and use of the hydraulic Conductivity alpha parameter in stochastic treatments of unsaturated flow. Water Resour. Res., 28: 209-213.)

Wooding, R.A., (1968). Steady infiltration from a shallow circular pond. Water Resour. Res., 4: 1259-1273.

*
* * *

Annexe A1*Evaluation numérique de la fonction de Boltzmann.*

On considère initialement la définition mathématique du problème de l'absorption monodirectionnelle selon la direction horizontale x . Ainsi, pour un milieu semi-infini soumis à une condition de teneur en eau, θ , constante à l'origine ($x=0$), on a:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (\text{A1-1})$$

avec les conditions:

$$\theta = \theta_0, \quad x > 0, \quad t = 0 \quad (\text{A1-2})$$

$$\theta = \theta_1, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad (\text{A1-3})$$

L'introduction de la transformation de Boltzmann, $\eta(\theta) = x \cdot t^{-1/2}$, dans (A1-1) permet de redéfinir le problème sous une nouvelle forme:

$$\frac{d}{d\theta} \left(D \frac{d\theta}{d\eta} \right) = -\frac{\eta}{2} \quad (\text{A1-4})$$

soumise aux conditions:

$$\eta(\theta_1) = 0 \quad (\text{A1-5})$$

$$\eta(\theta_0) \rightarrow \infty \quad (\text{A1-6})$$

Après l'intégration de (A1-4), il vient:

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \eta(\theta) d\theta = -2D(\theta) \frac{d\theta}{d\eta} \quad (\text{A1-7})$$

Pour des valeurs données de θ_1 et θ_0 et une fonction de diffusivité, $D(\theta)$, connue, il est possible de résoudre numériquement l'équation (A1-7) de façon à évaluer $\eta(\theta)$. L'application de la méthode des différences finies à cette équation conduit à écrire:

$$S - \sum_{i=1}^p [(\eta^{(i+1)} - \eta^{(i)})(\theta^{(i)} - \theta^{(i+1)})] \cong -2D(\theta^{(p+1)}) \frac{(\theta^{(p+1)} - \theta^{(p)})}{(\eta^{(p+1)} - \eta^{(p)})} \quad (\text{A1-8})$$

où S est la sorptivité [Eq.(1.25)] donnée par $S = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \eta(\theta) d\theta$; i est l'indice d'ordre des points sur la courbe $\eta(\theta)$; l'indice p désigne le numéro d'ordre du dernier point calculé; et, selon Eq.(A1-5), lorsque $p = 1 \rightarrow \eta^{(1)} = 0$ et $\theta^{(1)} = \theta_1$.

Le calcul est itératif et une estimative initiale de S est nécessaire pour faire démarrer le processus. Chaque itération englobe le calcul successif des valeurs $\eta^{(p+1)}$ à partir de $p = 1$ jusqu'à $p = n-1$, où n est le nombre total de points considérés . Pour cela, les valeurs de $\theta^{(p+1)}$ correspondantes sont définies préalablement. De cette manière, en réarrangeant (A1-8), $\eta^{(p+1)}$ est calculé par:

$$\eta^{(p+1)} = -2D(\theta^{(p+1)}) \frac{(\theta^{(p+1)} - \theta^{(p)})}{S - \sum_{i=1}^p [(\eta^{(i+1)} - \eta^{(i)})(\theta^{(i)} - \theta^{(i+1)})]} + \eta^{(p)} \quad (\text{A1-9})$$

la première estimation pour $\eta^{(p+1)}$ est donnée par $\eta^{(p+1)} = \eta^{(p)} + \Delta\eta$, où $\Delta\eta = S / [n \cdot (\theta_1 - \theta_0)]$.

Le calcul est arrêté lorsque le seuil de tolérance, ξ , est satisfait:

$$\left| \frac{S - \sum_{i=1}^{n-1} [(\eta^{(i+1)} - \eta^{(i)})(\theta^{(i)} - \theta^{(i+1)})]}{S} \right| \leq \xi \quad (\text{A1-10})$$

La convergence de ce schéma dépend évidemment de la forme de la fonction $D(\theta)$, du nombre et de la distribution des points considérés, et de ξ .

La Figure A1-1 montre schématiquement la discrétisation adoptée avec une distribution de points plus serrée aux extrémités de la courbe où normalement les variations de $\eta(\theta)$ sont les plus fortes.

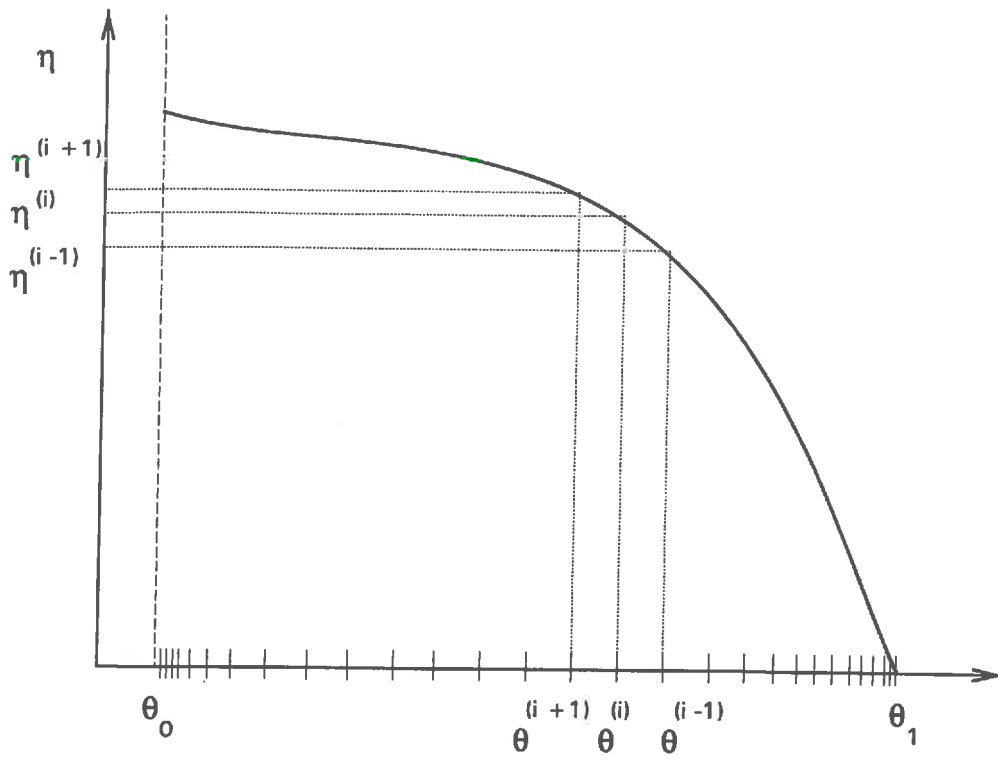


Figure A1-1 - Illustration de la discrétisation adoptée dans le calcul de la fonction de Boltzmann, $\eta(\theta)$.

*
* *

Annexe A2

Résolution des équations macroscopiques des transferts hydriques et de soluté par la méthode des différences finies (cas axisymétrique).

A2-1 - Introduction.

La méthode des différences finies consiste à remplacer le domaine continu de l'écoulement par un domaine discontinu composé de $m \times n$ points représentant les noeuds de calcul. L'équation de l'écoulement est linéarisée en remplaçant les dérivées partielles, temporelles et spatiales, par leurs expressions en développements tronqués en série de Taylor de la variable descriptive. Bien entendu, cela implique que cette variable soit continue et dérivable dans l'espace et dans le temps, comme on peut le vérifier dans les cas considérés.

Donc, le domaine de calcul est divisé en un certain nombre d'éléments de volume représentés dans le plan par des cellules rectangulaires de dimensions Δr et Δz rangées en m lignes et n colonnes associées respectivement aux indices i et j (Figure A2-1). En chaque noeud (i,j) du domaine ainsi quadrillé, on cherche la valeur discrète de la variable descriptive ($U_{ij}^{t+\Delta t}$, par exemple) au temps $t + \Delta t$, connaissant sa valeur au temps t . La Figure A2-2 représente de façon schématique un élément de volume axisymétrique du domaine de calcul.

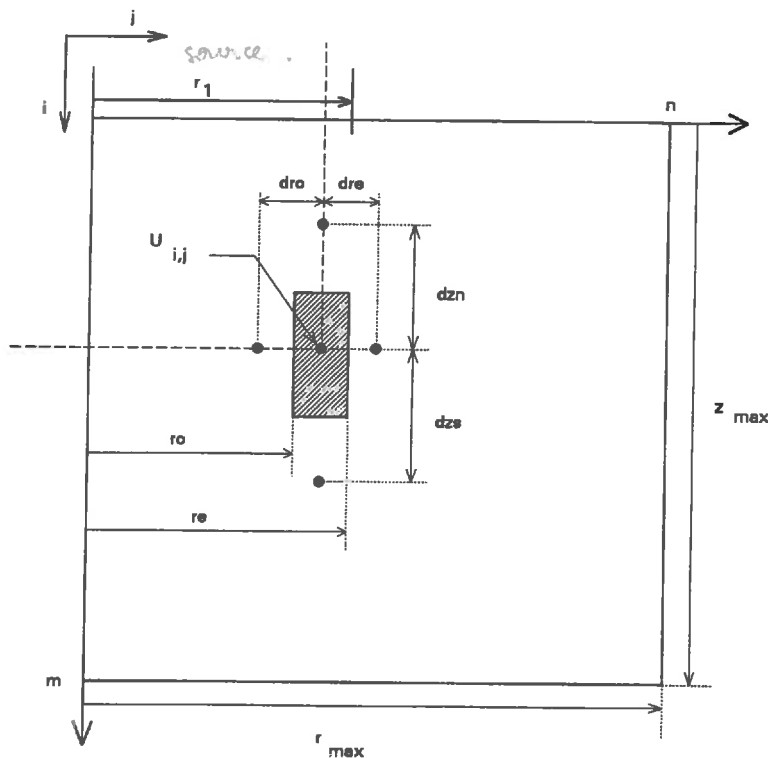


Figure A2-1 - Discretisation du domaine de calcul dans le plan (r,z) .

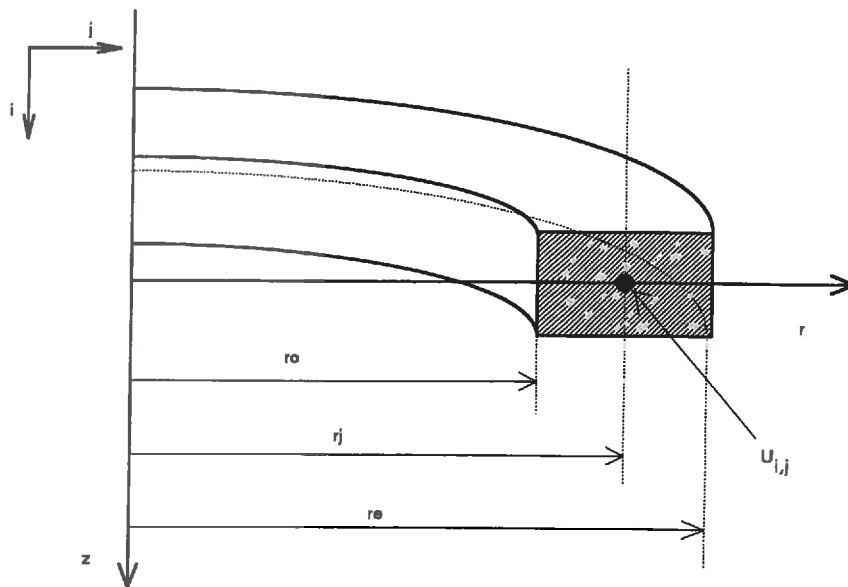


Figure A2-2 - Représentation schématique d'un élément de volume axisymétrique du domaine de calcul.

A2-2 - Le problème de l'écoulement d'eau.

Suivant la variable descriptive retenue, on peut avoir des formulations différentes pour traiter le problème. Dans cette annexe nous allons nous limiter à celles de Kirchhoff, utilisée dans le chapitre II, et "en pression" sous forme de l'équation de Richards employée dans les autres chapitres.

A2-2.1 - Formulation de Kirchhoff.

L'équation à résoudre est [cf. Eq.(2.27), chapitre II]:

$$\frac{1}{D(U)} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{dK(U)}{dU} \frac{\partial U}{\partial z} \quad (\text{A2-1})$$

où les fonctions $D(U)$ et $K(U)$ sont supposées connues.

Discrétisation de l'équation.

On considère un modèle de bilan local appliqué à un volume annulaire autour d'un nœud (i,j) du maillage axisymétrique. Le bilan de masse s'écrit: différence des flux entrants qui rentrent dans le volume et sortant est égale à la quantité d'eau accumulée.

Dans la suite on utilise les notations suivantes (cf. Fig. A2-1):

- i indice de l'espace dans la direction verticale;
- j indice de l'espace dans la direction radiale;
- k indice de temps;
- Δt le pas de temps.

Par rapport à l' indice i:

- dzn le pas d'espace vertical nord;
- dzs le pas d'espace horizontal sud.

Par rapport à l'indice j:

- dro le pas d'espace horizontal ouest;
- dre le pas d'espace horizontal est.

Concernant l'entourage du noeud (i,j):

- ro le rayon de la facette ouest du volume annulaire;
- re le rayon de la facette est du volume annulaire.

L'Equation (A2-1) approchée en différences finies (schéma implicite et linéarisation explicite) devient:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{D(U)_{ij}^k} \frac{(U_{ij}^{k+1} - U_{ij}^k)}{\Delta t} \pi (re^2 - ro^2) \frac{(dzn + dzs)}{2} = \\
 - \frac{(U_{ij}^{k+1} - U_{ij-1}^{k+1})}{dro} \pi ro (dzn + dzs) \\
 + \frac{(U_{ij+1}^{k+1} - U_{ij}^{k+1})}{dre} \pi re (dzn + dzs) \\
 - \left[\frac{(U_{ij}^{k+1} - U_{i-1j}^{k+1})}{dzn} - K_{i-1/2,j}^k \right] \pi (re^2 - ro^2) \\
 + \left[\frac{(U_{i+1j}^{k+1} - U_{ij}^{k+1})}{dzs} - K_{i+1/2,j}^k \right] \pi (re^2 - ro^2) \quad (A2-2)
 \end{aligned}$$

En regroupant les différents termes en U, on obtient le système linéaire de la forme suivante:

$$A_{ij} U_{ij-1}^{k+1} + B_{ij} U_{i-1j}^{k+1} + C_{ij} U_{ij}^{k+1} + D_{ij} U_{i+1j}^{k+1} + E_{ij} U_{ij+1}^{k+1} = F_{ij} \quad (A2-3)$$

avec:

$$A_{ij} = \pi \frac{ro}{dro} (dzn + dzs)$$

$$B_{ij} = \pi \frac{1}{dzn} (re^2 - ro^2)$$

$$D_{ij} = \pi \frac{1}{dzs} (re^2 - ro^2)$$

$$E_{ij} = \pi \frac{re}{dre} (dzn + dzs)$$

$$C_{ij} = -A_{ij} - B_{ij} - D_{ij} - E_{ij} - \frac{1}{D(U)_{ij}^k} \frac{1}{\Delta t} \frac{\pi}{2} (re^2 - ro^2) (dzn + dzs)$$

Ces valeurs sont valables pour un noeud (i,j) tel que $2 \leq i \leq m - 1$ et $2 \leq j \leq n - 1$ (m étant le nombre de lignes du maillage et n le nombre de colonnes).

Pour les noeuds situés sur les limites du domaine (noeuds des lignes $i=1$ et $i=m$ et ceux des colonnes $j=1$ et $j=n$), les coefficients sont calculés en fonction des conditions régnant sur ces limites.

Ainsi, selon la définition mathématique du problème présenté dans les paragraphes § 2.3.2.3 et § 2.3.2.4, on aura:

- pour les points sur la source, un potentiel constant U_1 appliqué:

$$U_{i_1 \dots j_{r_1}}^{k+1} = U_1$$

et l'Equation A2-3 devient:

$$C_{ij} U_{ij}^{k+1} = U_1 \rightarrow C_{ij} = 1$$

Ici j_{r_1} est la valeur de l'indice j correspondant au dernier point placé sous la source. Pour le temps $t=0$, tous les points du domaine sont caractérisés par $U_{ij}^k = U_0$, sauf sous la source où $U_{ij}^k = U_1$.

- pour la colonne $j=1$ un flux radial (ou horizontal) ouest nul en raison de la symétrie:

$$-\frac{(U_{ij}^{k+1} - U_{ij-1}^{k+1})}{dro} = 0 \rightarrow U_{ij}^{k+1} = U_{ij-1}^{k+1}$$

et l'Equation A2-3 s'écrit:

$$B_{i,1} U_{i-1,1}^{k+1} + (C_{i,1} + A_{i,1}) U_{i,1}^{k+1} + D_{i,1} U_{i+1,1}^{k+1} + E_{i,1} U_{i,2}^{k+1} = F_{i,1}$$

- pour la colonne $j=n$, un flux radial (ou horizontal) nul est imposé:

$$+ \frac{(U_{i,j+1}^{k+1} - U_{ij}^{k+1})}{dre} = 0 \quad \rightarrow \quad U_{i,j+1}^{k+1} = U_{ij}^{k+1}$$

et en conséquence A2-3 devient:

$$A_{i,n} U_{i,n-1}^{k+1} + B_{i,n} U_{i-1,n}^{k+1} + (C_{i,n} + E_{i,n}) U_{i,n}^{k+1} + D_{i,n} U_{i+1,n}^{k+1} = F_{i,n}$$

- pour la ligne $i=1$ avec $j_1 < j \leq n$ (points en dehors de la source), un flux vertical nord nul est imposé:

$$- \left[\frac{(U_{ij}^{k+1} - U_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} - K_{i-1/2,j}^k \right] = 0 \quad \rightarrow \quad U_{i-1,j}^{k+1} = U_{ij}^{k+1} - dzn \cdot K_{i-1/2,j}^k$$

ainsi l'Equation A2-3 s'exprime par:

$$A_{1,j} U_{1,j-1}^{k+1} + (C_{1,j} + B_{1,j}) U_{1,j}^{k+1} + D_{1,j} U_{2,j}^{k+1} + E_{1,j} U_{1,j+1}^{k+1} = F_{1,j} + B_{1,j} \cdot dzn \cdot K_{1-1/2,j}^k$$

- et finalement pour la condition de fond ($i=m$), un flux vertical correspondant à un écoulement gravitaire est imposé:

$$\frac{(U_{i+1,j}^{k+1} - U_{ij}^{k+1})}{dzs} = 0 \quad \rightarrow \quad U_{i+1,j}^{k+1} = U_{ij}^{k+1}$$

ce qui par rapport à l'Equation A2-3 donne:

$$A_{n,j} U_{n,j-1}^{k+1} + B_{n,j} U_{n-1,j}^{k+1} + (C_{n,j} + D_{n,j}) U_{n,j}^{k+1} + E_{n,j} U_{n,j+1}^{k+1} = F_{n,j} + K_{n+1/2,j}^k \cdot \pi \cdot (re^2 - ro^2)$$

Dans ce schéma il faut pondérer la conductivité hydraulique entre deux noeuds pour estimer $K_{i,j \pm 1/2}^k$ et $K_{i \pm 1/2,j}^k$. Pour cela nous avons opté pour une moyenne géométrique (§ 2.3.5.1) des valeurs nodales.

Résolution du système linéaire (matrice pentadiagonale).

Pour résoudre le système des équations représenté par (A2-3), où l'inconnue est la variable de Kirchhoff U aux différentes noeuds du maillage, nous avons utilisé la méthode itérative du Gradient Conjugué Préconditionné ICCG(0). La forme du système est pentadiagonale:

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccccc}
 C_{1,1} & D_{1,1} & \dots & E_{1,1} & & \\
 B_{2,1} & C_{2,1} & D_{2,1} & \dots & E_{2,1} & \\
 & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \\
 & & A_{i,j} & \dots & B_{i,j} & C_{i,j} & D_{i,j} & \dots & E_{i,j} \\
 & & & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \diagdown & \\
 & & & & A_{m,n-1} & \dots & B_{m,n-1} & C_{m,n-1} & D_{m,n-1} \\
 & & & & & A_{m,n} & \dots & B_{m,n} & C_{m,n}
 \end{array} \right] \cdot \begin{array}{c} U_{1,1} \\ U_{2,1} \\ U_{1,2} \\ \vdots \\ U_{i,j} \\ \vdots \\ U_{m,n-1} \\ U_{m-1,n} \\ U_{m,n} \end{array} = \begin{array}{c} F_{1,1} \\ F_{2,1} \\ F_{1,2} \\ \vdots \\ F_{i,j} \\ \vdots \\ F_{m,n-1} \\ F_{m-1,n} \\ F_{m,n} \end{array}
 \end{array} \quad (A2-4)$$

La matrice de préconditionnement est obtenue en faisant une décomposition incomplète de Cholesky de la matrice des coefficients en ne gardant que les éléments non nuls. Ce choix vient du fait que cette méthode est la plus rapide pour ce type de problème (Saliba, 1990). Pour plus de détails sur les algorithmes de la méthode, on pourra se reporter à cette dernière référence.

A2-2.2 - Formulation de Richards.

Dans ce cas, l'équation à résoudre est [cf. Eq.(3.1) , chapitre III]:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (A2-5)$$

où $C(h) = d\theta/dh$ et les fonctions $h(\theta)$ et $K(h)$ sont connues.

Discrétisation de l'équation.

Comme précédemment, on utilise un schéma totalement implicite, avec une linéarisation de $C(h)$ et $K(h)$ explicite dans le temps, appliqué à un modèle de bilan local.

La Figure A2-1 présente le domaine de discrétisation dans le plan (r,z) . La notation déjà utilisée est conservée mais la variable descriptive est maintenant la pression, h . Ce nouveau schéma est représenté schématiquement dans la Figure A2-3 pour un noeud courant et correspondant à un pas de temps Δt .

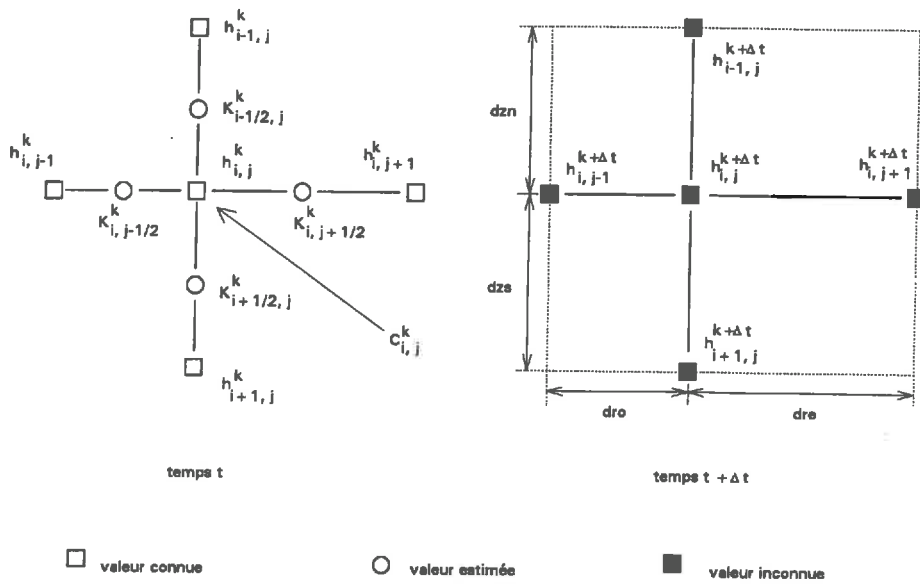


Figure A2-3 - Illustration de la discrétisation de l'équation de Richards autour d'un noeud courant correspondant à un pas de temps Δt .

L'Equation (A2-5) exprimée en différences finies donne:

$$C(h)_{i,j}^k \frac{(h_{ij}^{k+1} - h_{ij}^k)}{\Delta t} \pi (re^2 - ro^2) \frac{(dzn + dzs)}{2} =$$

$$-K_{i,j-1/2}^k \frac{(h_{ij}^{k+1} - h_{ij-1}^{k+1})}{dro} \pi ro (dzn + dzs)$$

$$+K_{i,j+1/2}^k \frac{(h_{ij+1}^{k+1} - h_{ij}^{k+1})}{dre} \pi re (dzn + dzs)$$

$$\begin{aligned}
& -K_{i-1/2,j}^k \left[\frac{(h_{ij}^{k+1} - h_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} - 1 \right] \pi (re^2 - ro^2) \\
& + K_{i+1/2,j}^k \left[\frac{(h_{i+1,j}^{k+1} - h_{ij}^{k+1})}{dzs} - 1 \right] \pi (re^2 - ro^2) \quad (A2-6)
\end{aligned}$$

Ainsi, en regroupant les différents termes en h , nous sommes amenés au système des équations suivant:

$$A_{ij} h_{ij-1}^{k+1} + B_{ij} h_{i-1,j}^{k+1} + C_{ij} h_{ij}^{k+1} + D_{ij} h_{i+1,j}^{k+1} + E_{ij} h_{i,j+1}^{k+1} = F_{ij} \quad (A2-7)$$

où les coefficients sont donnés par:

$$A_{ij} = K_{i,j-1/2}^k \pi \frac{ro}{dro} (dzn + dzs)$$

$$B_{ij} = K_{i-1/2,j}^k \frac{\pi}{dzn} (re^2 - ro^2)$$

$$D_{ij} = K_{i+1/2,j}^k \frac{\pi}{dzs} (re^2 - ro^2)$$

$$E_{ij} = K_{i,j+1/2}^k \pi \frac{re}{dre} (dzn + dzs)$$

$$C_{ij} = -A_{ij} - B_{ij} - D_{ij} - E_{ij} - \frac{C(h)_{i,j}^k}{\Delta t} \frac{\pi}{2} (re^2 - ro^2) (dzn + dzs)$$

$$F_{ij} = -C(h)_{i,j}^k \frac{h_{i,j}^k}{\Delta t} \frac{\pi}{2} (re^2 - ro^2) (dzn + dzs) - \pi (re^2 - ro^2) (K_{i-1/2,j}^k - K_{i+1/2,j}^k)$$

Donc, les conditions aux limites (§3.4.3.1) produisent les coefficients suivants pour les noeuds limitrophes:

- pour la colonne $j=1$, flux radial ouest nul:

$$-K_{i,j-1/2}^k \frac{(h_{ij}^{k+1} - h_{i,j-1}^{k+1})}{dro} = 0 \quad \rightarrow \quad h_{ij}^{k+1} = h_{i,j-1}^{k+1}$$

donc, selon la forme de l'Equation (A2-7):

$$B_{i,1} h_{i-1,1}^{k+1} + (C_{i,1} + A_{i,1}) h_{i,1}^{k+1} + D_{i,1} h_{i+1,1}^{k+1} + E_{i,1} h_{i,2}^{k+1} = F_{i,1}$$

- pour la colonne $j = n$, flux radial est nul:

$$+K_{i,j+1/2}^k \frac{(h_{i,j+1}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1})}{dre} = 0 \quad \rightarrow \quad h_{i,j+1}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1}$$

donc:

$$A_{i,n} h_{i,n-1}^{k+1} + B_{i,n} h_{i,n}^{k+1} + (C_{i,n} + E_{i,n}) h_{i,n}^{k+1} + D_{i,n} h_{i+1,n}^{k+1} = F_{i,n}$$

- pour la ligne $i = 1$ avec $j_{r1} < j \leq n$, flux vertical nord nul:

$$-K_{i-1/2,j}^k \left[\frac{(h_{i,j}^{k+1} - h_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} - 1 \right] = 0 \quad \rightarrow \quad h_{i-1,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} - dzn$$

donc:

$$A_{1,j} h_{1,j-1}^{k+1} + (C_{1,j} + B_{1,j}) h_{1,j}^{k+1} + D_{1,j} h_{2,j}^{k+1} + E_{1,j} h_{1,j+1}^{k+1} = F_{1,j} + B_{1,j} \cdot dzn$$

- pour le fond ($i = m$), la condition varie selon le problème traité:

1° cas - flux vertical sud nul (cf. Fig.III-2, chapitre III):

$$+K_{i+1/2,j}^k \left[\frac{(h_{i+1,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1})}{dzs} - 1 \right] = 0 \quad \rightarrow \quad h_{i+1,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1} + dzs$$

donc:

$$A_{m,j} h_{m,j-1}^{k+1} + B_{m,j} h_{m-1,j}^{k+1} + (C_{m,j} + D_{m,j}) h_{m,j}^{k+1} + E_{m,j} h_{m,j+1}^{k+1} = F_{m,j} - D_{m,j} \cdot dzs$$

2° cas - un flux vertical correspondant à un écoulement gravitaire (cf. §4.2.3):

$$\frac{(h_{i+1,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1})}{dzs} = 0 \rightarrow h_{i+1,j}^{k+1} = h_{i,j}^{k+1}$$

donc:

$$A_{n,j} h_{n,j-1}^{k+1} + B_{n,j} h_{n-1,j}^{k+1} + (C_{n,j} + D_{n,j}) h_{n,j}^{k+1} + E_{n,j} h_{n,j+1}^{k+1} = F_{n,j} + K_{n+1/2,j}^k \cdot \pi \cdot (re^2 - ro^2)$$

Dans la formulation de Richards le calcul des valeurs internodales $K_{i,j\pm 1/2}^k$ et $K_{i\pm 1/2,j}^k$ a été effectué selon une pondération totalement amont de la conductivité hydraulique (§3.4.7.2.1).

Cas d'un milieu stratifié.

Pour ce type de problème, l'interface est située entre deux noeuds de calcul de façon à éliminer l'obstacle posé par la discontinuité du milieu poreux. On notera que la continuité de la pression est toujours assurée tandis que la teneur en eau est discontinue. La Figure A2-4 montre l'arrangement du maillage par rapport à la position de l'interface.

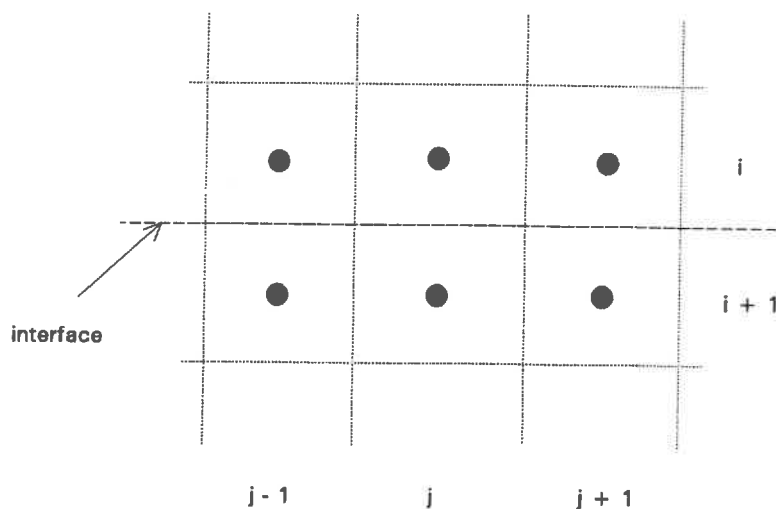


Figure A2-4 - Position du maillage par rapport à l'interface dans un cas de milieu stratifié.

La pondération internodale de la conductivité hydraulique au niveau de l'interface est faite de façon à privilégier le sol le moins perméable puisque c'est la conductivité la plus faible qui impose le régime d'écoulement.

Résolution du système linéaire.

Le système des équations représenté par (A2-7), où l'inconnue est la pression h aux différents noeuds du maillage, est résolu en utilisant la méthode du Gradient conjugué préconditionné ICCG(0), comme dans le cas de la formulation de Kirchhoff.

A2-3 - Le problème de transfert de soluté.

L'équation de dispersion-convection qui gouverne le transfert de soluté est la suivante [cf. Eq.(3.5) , chapitre III]:

$$\frac{\partial(\theta c)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sigma q_r r \frac{\partial c}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r c) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma q_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (q_z c) \quad (\text{A2-8})$$

où q_r , q_z et θ résultent de la résolution du problème hydrodynamique; σ est la dispersivité dont la valeur est supposée connue (§3.4.5.2).

Discrétisation de l'équation.

L'approche en différences finies suit le même modèle de bilan local adopté pour résoudre le problème hydrodynamique, gardant aussi un schéma totalement implicite.

Ainsi, l'Equation (A2-8) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} & \left[\theta_{i,j}^k \frac{(c_{i,j}^{k+1} - c_{i,j}^k)}{\Delta t} + c_{i,j}^k \frac{(\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k)}{\Delta t} \right] \frac{\pi}{2} (r_e^2 - r_o^2) (dz_n + dz_s) = \\ & + \left[-\sigma q_o \frac{(c_{i,j}^{k+1} - c_{i,j-1}^{k+1})}{dr_o} + q_o c_{i,j-1/2}^{k+1} \right] \pi r_o (dz_n + dz_s) \\ & + \left[\sigma q_e \frac{(c_{i,j+1}^{k+1} - c_{i,j}^{k+1})}{dr_e} - q_e c_{i,j+1/2}^{k+1} \right] \pi r_e (dz_n + dz_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-\sigma q_n \frac{(c_{i,j}^{k+1} - c_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} + q_n c_{i-1/2,j}^{k+1} \right] \pi (ro^2 - re^2) \\
& + \left[\sigma q_s \frac{(c_{i+1,j}^{k+1} - c_{i,j}^{k+1})}{dzs} - q_s c_{i+1/2,j}^{k+1} \right] \pi (ro^2 - re^2) \quad (A2-9)
\end{aligned}$$

où

$$q_n = -K_{i-1/2,j}^k \left[\frac{(h_{i,j}^{k+1} - h_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} - 1 \right];$$

$$q_o = -K_{i,j-1/2}^k \frac{(h_{i,j}^{k+1} - h_{i,j-1}^{k+1})}{dro} ; \quad q_s = -K_{i,j+1/2}^k \frac{(h_{i,j+1}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1})}{dre} ;$$

$$q_s = -K_{i+1/2,j}^k \left[\frac{(h_{i+1,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1})}{dzs} - 1 \right] .$$

La moyenne arithmétique pour estimer $c_{i,j\pm 1/2}^{k+1}$ et $c_{i\pm 1/2,j}^{k+1}$ a été utilisée.

En conséquence:

$$c_{i-1/2,j}^{k+1} = \frac{c_{i-1,j}^{k+1} + c_{i,j}^{k+1}}{2} ;$$

$$c_{i,j-1/2}^{k+1} = \frac{c_{i,j-1}^{k+1} + c_{i,j}^{k+1}}{2} ; \quad c_{i,j+1/2}^{k+1} = \frac{c_{i,j}^{k+1} + c_{i,j+1}^{k+1}}{2} ;$$

$$c_{i+1/2,j}^{k+1} = \frac{c_{i,j}^{k+1} + c_{i+1,j}^{k+1}}{2} .$$

L'Equation A2-9 peut alors se mettre sous forme d'un système d'équations linéaires du même type que celui obtenu pour la résolution du problème hydrodynamique, soit:

$$a_{i,j} c_{i,j-1}^{k+1} + b_{i,j} c_{i-1,j}^{k+1} + c_{i,j} c_{i,j}^{k+1} + d_{i,j} c_{i+1,j}^{k+1} + e_{i,j} c_{i,j+1}^{k+1} = f_{i,j} \quad (\text{A2-10})$$

où les coefficients pour un noeud courant sont:

$$a_{i,j} = \left(\sigma \frac{q_o}{dro} + \frac{1}{2} q_o \right) \pi r_o (dzn + dzs) ;$$

$$b_{i,j} = \left(\sigma \frac{q_n}{dzn} + \frac{1}{2} q_n \right) \pi (re^2 - ro^2) ;$$

$$d_{i,j} = \left(\sigma \frac{q_s}{dzs} - \frac{1}{2} q_s \right) \pi (re^2 - ro^2) ;$$

$$e_{i,j} = \left(\sigma \frac{q_o}{dre} - \frac{1}{2} q_o \right) \pi re (dzn + dzs) ;$$

$$c_{i,j} = - \frac{\theta_{i,j}^k \pi}{\Delta t} (re^2 - ro^2) (dzn + dzs)$$

$$-a_{i,j} + q_o \pi r_o (dzn + dzs) - b_{i,j} + q_n \pi (re^2 - ro^2)$$

$$-d_{i,j} - q_s \pi (re^2 - ro^2) - e_{i,j} - q_o \pi re (dzn + dzs) ;$$

$$f_{i,j} = \frac{[-\theta_{i,j}^k c_{i,j}^k + c_{i,j}^k (\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k)] \pi}{\Delta t} (re^2 - ro^2) (dzn + dzs) .$$

La discrétisation des conditions aux limites (cf. §3.4.4.1) est représentée comme suit:

- pour les points sous la source, une concentration c_1 est imposée:

$$c_{11..j,1}^{k+1} = c_1$$

et l'Equation A2-10 donne:

$$c_{i,j} c_{i,j}^{k+1} = c_1 \rightarrow c_{i,j} = 1$$

Pour le temps $t=0$, tous les points du domaine ont $c_{i,j}^k = c_o$, sauf sous la source où $c_{i,j}^k = c_1$.

- pour la colonne $j=1$, le flux radial ouest de soluté est nul en raison de la symétrie du problème physique:

$$\left[-\sigma q_o \frac{(c_{i,j}^{k+1} - c_{i,j-1}^{k+1})}{dro} + q_o c_{i,j-1/2}^{k+1} \right] = 0$$

ce qui à travers A2-10 conduit à:

$$b_{i,1} c_{i-1,1}^{k+1} + [c_{i,1} + a_{i,1} - q_o \pi ro (dzn + dzn)] c_{i,1}^{k+1} + d_{i,1} c_{i+1,1}^{k+1} + e_{i,1} c_{i,2}^{k+1} = f_{i,1}$$

- pour la colonne $j=n$, le flux radial est de soluté est nul:

$$\left[-\sigma q_o \frac{(c_{i,j+1}^{k+1} - c_{i,j}^{k+1})}{dre} + q_o c_{i,j+1/2}^{k+1} \right] = 0$$

donc:

$$a_{i,n} c_{i,n-1}^{k+1} + b_{i,n} c_{i-1,n}^{k+1} + [c_{i,n} + e_{i,n} + q_o \pi re (dzn + dzs)] c_{i,n}^{k+1} + d_{i,n} c_{i+1,n}^{k+1} = f_{i,n}$$

- pour la ligne $i=1$ avec $j_{r1} < j \leq n$, le flux vertical nord de soluté est nul, soit:

$$\left[-\sigma q_n \frac{(c_{i,j}^{k+1} - c_{i-1,j}^{k+1})}{dzn} + q_n c_{i-1/2,j}^{k+1} \right] = 0$$

donc:

$$a_{1,j} c_{1,j-1}^{k+1} + [c_{1,j} + b_{1,j} - q_n \pi (re^2 - ro^2)] c_{1,j}^{k+1} + d_{1,j} c_{2,j}^{k+1} + e_{1,j} c_{1,j+1}^{k+1} = f_{1,j}$$

- et finalement pour la condition de fond ($i=m$), le flux vertical sud de soluté est nul:

$$\left[-\sigma q_s \frac{(c_{i+1,j}^{k+1} - c_{i,j}^{k+1})}{dzs} + q_s c_{i+1/2,j}^{k+1} \right] = 0$$

donc:

$$a_{m,j} c_{m,j-1}^{k+1} + b_{m,j} c_{m-1,j}^{k+1} + [c_{m,j} + d_{m,j} + q_e \pi (r_e^2 - r_o^2)] c_{m,j}^{k+1} + e_{m,j} c_{m,j+1}^{k+1} = f_{m,j}$$

Résolution du système linéaire concernant le problème du soluté.

Dans ce cas la matrice pentadiagonale associée au système linéaire n'est pas symétrique ce qui empêche l'utilisation du schéma itératif du Gradient Conjugué Préconditionné. Ainsi notre choix s'est fixé sur la méthode de relaxation **SOR** (Successive Over Relaxation) en raison de sa vitesse de convergence et de sa simplicité de mise en oeuvre. Cette méthode se montre parfaitement adaptée à ce type de problème, comme le montre **Saliba (1990)**.

A2-4 - Choix du maillage et du pas de temps.

Ces deux items doivent faire l'objet d'optimisation afin de garantir la stabilité du schéma numérique, tout en limitant l'accumulation des erreurs d'arrondis machine.

- Distribution du maillage.

En raison de la précision souhaitée pour le calcul de la densité de flux au voisinage de la source, on a pris le soin de serrer le maillage dans cette région et notamment autour de la singularité représentée par le bord du disque. Pour une certaine longueur $L = x(n) - x_0$, positive dans la direction x , le pas d'espace varie selon la loi:

$$x(i) = \frac{(1 - \varepsilon^{i-1})}{(1 - \varepsilon)} \cdot p_1 + x_0 \quad \text{avec} \quad i = 2, \dots, n \quad (\text{A2-11})$$

$$\text{et} \quad p_1 = L \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{(1 - \varepsilon^{n-1})}$$

où i est l'indice d'ordre correspondant au point; n , le nombre de points considérés; ε , le paramètre d'écart ($1 < \varepsilon < 1.5$); x_0 , la valeur de la coordonnée x à l'origine; p_1 , la valeur de la longueur du premier intervalle (pas) à partir de l'origine; et $x(i)$, la valeur de la coordonnée x du point i . Ainsi, plus ε est proche de 1.5 plus le maillage est serré à l'origine.

Exceptionnellement, pour les cas des milieux stratifiés étudiés dans le chapitre IV, un pas d'espace régulier a été adopté dans la direction verticale pour le milieu supérieur de fine épaisseur.

- Choix du pas de temps.

Vis-à-vis de la cinétique d'humectation, on utilise une loi de variation de Δt permettant d'avoir des pas très petits au départ et de plus en plus grands au fur et à mesure que l'infiltration progresse. Ainsi, le pas de temps est ajusté à la fin de chaque pas de calcul selon l'expression (Vauclin et al, 1979):

$$\Delta t^{k+1} = \Delta t^k + \zeta \frac{\min(\Delta z, \Delta r)}{q_{\max}} \quad (\text{A2-12})$$

où $\min(\Delta z, \Delta r)$ est le plus petit pas d'espace dans le domaine; q_{\max} , la valeur maximale du flux internodal; ζ , un facteur d'ajustement; et $\Delta t^k = t^{k+1} - t^k$.

Le facteur ζ est déterminé normalement par tâtonnement empirique et varie selon les conditions d'infiltration et les caractéristiques du milieu.

*
* *
*

Annexe A3

*La solution optimale de Parlange pour l'infiltration monodirectionnel verticale.
(Condition de Dirichlet imposée à la surface).*

Cette solution est construite de manière à satisfaire de façon optimale la sorptivité capillaire. En suivant Fuentes (1992), l'évolution du flux, q_a , et de la lame infiltrée, l_a , en fonction du temps, t_a , en termes adimensionnelles est donnée par:

$$l_a = \frac{\tau}{q_a - 1} + \frac{1 - \tau}{\beta_p} \ln \left(1 + \frac{\beta_p}{q_a - 1} \right) \quad (\text{A3-1})$$

et

$$t_a = \frac{\tau}{q_a - 1} + \frac{1 - \tau}{\beta_p (1 - \beta_p)} \ln \left(1 + \frac{\beta_p}{q_a - 1} \right) - \frac{1 - \beta_p \tau}{1 - \beta_p} \ln \left(1 + \frac{1}{q_a - 1} \right) \quad (\text{A3-2})$$

où τ est un paramètre adimensionnel défini par:

$$\tau = \frac{2K_s h_{\text{surf}} \Delta \theta}{S_t^2} \quad (\text{A3-3})$$

ici, h_{surf} représente la pression (positive) imposée à la surface et $\Delta \theta = \theta_s - \theta_0$. β_p est le paramètre de la solution de Parlange (dépendant des conditions aux limites) qui permet d'approcher la solution exacte correspondante aux caractéristiques Fujita-Parlange (§2.3.3). Ce paramètre est donné par:

$$\beta_p = 1 - \frac{1 + 3(\beta - \alpha) - \rho[\alpha^2 - 3(\alpha + \alpha\beta - 2\beta)]}{3(1 - \alpha) + \rho\alpha^2 - 1} \quad (\text{A3-4})$$

α et β sont les paramètres des caractéristiques Fujita-Parlange; et ρ est un paramètre de la solution de Fujita lié directement à la sorptivité (§2.3.3.1).

Dans ces expressions, les variables adimensionnelles sont définies comme suit:

$$l_a = \frac{2(K_s - K_0)}{S_t^2} (1 - K_0 t) \quad (\text{A3-5})$$

$$t_a = \frac{2(K_s - K_0)^2}{S_t^2} t \quad (\text{A3-6})$$

et

$$q_a = \frac{q - K_0}{K_s - K_0} \quad (\text{A3-7})$$

avec S_t définie comme une sorptivité totale exprimée par:

$$S_t^2 = S^2 + 2 K_s h_{\text{surf}} \Delta \theta \quad (\text{A3-8})$$

Pour le cas où l'entrée d'eau dans le milieu poreux se fait contre la force de la pesanteur (remontée capillaire), une zone saturée en tension, h_s , peut être introduite selon une nouvelle définition de τ (Haverkamp et al, 1985):

$$\tau = \frac{2K_s (h_{\text{surf}} + |h_s|) \Delta \theta}{S_t^2} \quad (\text{A3-9})$$

En absence de cette zone saturée en tension et sous une condition de succion à la surface, naturellement on aura $\tau = 0$ et par conséquent $S_t = S$. De plus, K_s devient K_1 (avec $K_1 < K_s$) dans les définitions des variables adimensionnelles (A3 - 3; A3 - 4; et A3 - 5).

L'application de la présente solution à d'autres caractéristiques hydrodynamiques que celles de Fujita-Parlange doit respecter certaines conditions intégrales. Ces conditions permettent le calcul des paramètres β_p et h_s de manière à réaliser l'équivalence au sens intégral entre les nouvelles caractéristiques et celles de Fujita-Parlange.

Les conditions intégrales sont les suivantes:

1°- L'échelle intégrale de longueur capillaire, déjà définie dans le chapitre I:

$$\lambda_c = \frac{1}{K_1 - K_0} \int_{h_0}^{h_1} K(h) dh \quad (1.28)$$

2°- Une autre échelle λ_e définie à partir de l'hypothèse entre K et D de Parlange (Eq. 2.43):

$$\lambda_e = \frac{1}{K_1 - K_0} \int_{h_0}^{h_1} \left[2 \frac{K(h)}{\Theta(h)} - 1 \right] K(h) dh \quad (\text{A3-10})$$

où
$$K(h) = \frac{K - K_0}{K_1 - K_0} \quad \text{et} \quad \Theta(h) = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0}$$

3°- Une dernière échelle, nécessaire lorsque une zone saturée en tension est prise en compte. Cette échelle est définie par Kunze et al, 1985:

$$\lambda_\infty = \int_{h_0}^{h_1} \frac{\Theta(h)}{K(h) - K_0} K(h) dh \quad (\text{A3-11})$$

Le paramètre β_p est alors calculé à travers l'équation:

$$\beta_p = 1 - \exp \left[-\beta_p \left(1 + \beta_p \frac{\lambda_\infty - \lambda_c}{\lambda_c - \lambda_0} \right) \right] \quad (\text{A3-12})$$

et h_s par l'expression:

$$|h_s| = \frac{1 - K_0/K_s}{\beta_p} [\lambda_0 - (1 - \beta_p)\lambda_c] \quad (\text{A3-13})$$

Finalement, on remarquera que l'équivalence ainsi obtenue entre les nouvelles fonctionnelles et les caractéristiques de Fujita-Parlange est uniquement intégrale. Par conséquent, les relations $h(\theta)$ et $K(\theta)$ peuvent être assez différentes dans un cas et l'autre.

*
* *
*

Annexe A4

Solution analytique de Cleary et Adrian (1973) pour un cas de transfert monodirectionnel de soluté à coefficients constants.

Equation de transfert dans la direction x:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} = D_{ap} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} \quad (\text{A4-1})$$

où le facteur de retard adimensionnel, R, est donné par:

$$R = 1 + \rho k_d / \theta$$

avec, ρ = densité sèche du milieu poreux [ML^{-3}] et k_d = coefficient de distribution [M^{-1}L^3].

Conditions initiales et aux limites:

$$c(x,0) = c_0 \quad (\text{A4-2a})$$

$$c(0,t) = \begin{cases} c_0 & 0 < t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (\text{A4-2b})$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(L,t) = 0 \quad (\text{A4-2c})$$

où c_0 est la concentration de la solution d'alimentation; t_0 , la durée d'alimentation en soluté; et L, la longueur du milieu.

Solution analytique:

$$c(x,t) = \begin{cases} c_0 + (c_1 - c_0) A(x,t) & 0 < t \leq t_0 \\ c_0 + (c_1 - c_0) A(x,t) - c_1 A(x,t - t_0) & t > t_0 \end{cases} \quad (\text{A4-3})$$

où

$$A(x, t) = 1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\beta_m \sin\left(\frac{\beta_m x}{L}\right) \exp\left(\frac{vx}{2D_{ap}} - \frac{v^2 t}{4D_{ap}R} - \frac{\beta_m^2 D_{ap} t}{L^2 R}\right)}{\left[\beta_m^2 + \left(\frac{vL}{2D_{ap}}\right)^2 + \frac{vL}{2D_{ap}}\right]} \quad (\text{A4-4})$$

et où les valeurs, β_m , sont les racines positives de l'équation:

$$\beta_m \cot(\beta_m) + \frac{vL}{2D_{ap}} = 0 \quad (\text{A4-5})$$

Solution approchée:

$$\begin{aligned} A(x, t) = & \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Rx - vt}{2(D_{ap}Rt)^{1/2}}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{vx}{D_{ap}}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{Rx + vt}{2(D_{ap}Rt)^{1/2}}\right) \\ & + \frac{1}{2} \left[2 + \frac{v(2L - x)}{D_{ap}} + \frac{v^2 t}{D_{ap}R}\right] \exp\left(\frac{vL}{D_{ap}}\right) \cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{R(2L - x) + vt}{2(D_{ap}Rt)^{1/2}}\right] \\ & - \left(\frac{v^2 t}{\pi D_{ap}R}\right)^{1/2} \exp\left[\frac{vL}{D_{ap}} - \frac{R}{4D_{ap}t} \left(2L - x + \frac{vt}{R}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (\text{A4-6})$$

On notera que le cas considéré dans notre étude correspond à $R = 1$ (soluté non interactif avec la phase solide du sol).

*
* *
*