

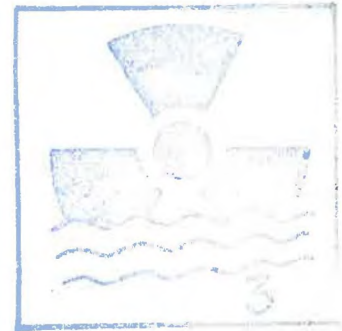
# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE  
ET  
L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE  
DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de  
DOCTEUR DE 3<sup>e</sup> CYCLE

par



**Ilias CALLIAS**

Ingénieur-Agronome de l'E.N.S.A. d'Athènes  
et  
Ingénieur-Hydraulicien de l'E.N.S.H.G.

SUJET

## **Analyse de modèles de prévision de la conductivité hydraulique d'un sol non saturé**

Soutenue le 19 Juillet 1979 devant la Commission d'Examen

M. J. M. PIERRARD	Président
M. M. KUTILEK M. M. VAUCLIN	Examineurs
M. G. VACHAUD	Rapporteur

"Ἐν οἶδα , ὅτι οὐδέν οἶδα.."

Σωκράτης

"Ce que je sais, c'est justement que je ne sais rien"

(Socrate)

- A la GRECE , mon pays bien aimé.
- A mes parents à qui je dois tout.
- A Jacqueline pour son immense gentillesse et sa bonté incomparable.
- A mon oncle Nicolas qui m'a appris le français et le goût de la science.
- A mon frère, mes oncles, mes cousins et mes amis.

## AVANT-PROPOS

Les travaux qui font l'objet de cette thèse ont été accomplis aux laboratoires de Mécanique des Fluides de l'Institut de Mécanique de Grenoble, dans l'équipe des milieux poreux non saturés du groupe Hydrologie.

Monsieur J.M. PIERRARD, directeur de l'I.M.G., m'a fait l'honneur de présider le jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma vive gratitude.

Monsieur le professeur M. KUTILEK de l'Université de Prague a bien voulu participer au jury de cette thèse. Je l'en remercie bien sincèrement.

Je remercie aussi Monsieur VAUCLIN pour l'aide qu'il m'a apportée dans ce travail, ainsi que pour sa participation au jury.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur G. VACHAUD, qui après m'avoir accueilli dans son équipe m'a fait bénéficier de sa vaste expérience et m'a guidé dans la poursuite de mes travaux.

Un remerciement amical tout particulier à Monsieur J.L. THONY, qui dès mon arrivée en France m'a soutenu de sa gentillesse constante et dont les conseils m'ont aidé à franchir les étapes difficiles.

Je ne saurais oublier pour leur aide amicale et leurs conseils judicieux Messieurs J. HAMBURGER, J. TOUMA, R. HAVERKAMP et J.P. GAUDET.

Le personnel technique du laboratoire a largement contribué à la réalisation de mes recherches, qu'il en soit vivement remercié et tout particulièrement Messieurs TAUNIER et FOURNIER.

J'adresse à Madame RICCIARDELLA l'expression de ma sympathie et de ma gratitude pour sa gentillesse constante.

Monsieur BRAULT et le service de Reprographie, pour la réalisation matérielle de ce mémoire, reçoivent tous mes remerciements.

*Que l'établissement des bourses de l'Etat Hellénique, grâce auquel j'ai pu accomplir cette tâche, trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance.*

*A Monsieur le Professeur P. KARAKATSOULIS, de l'Institut Agronomique d'Athènes qui a bien voulu suivre l'évolution de mon travail et me conseiller, j'adresse mes sincères remerciements.*



## SOMMAIRE

	Pages
INTRODUCTION .....	1
 <u>CHAPITRE I - CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES MILIEUX POREUX NON SATURES</u>	
I - DEFINITION DE GRANDEURS UTILISEES .....	3
1. Porosité .....	3
2. Tortuosité .....	3
3. Surface spécifique .....	3
4. Teneur en eau volumique .....	4
5. Degré de saturation .....	4
6. Degré de saturation effective .....	4
7. Pression capillaire .....	4
8. Charge hydraulique .....	5
9. Flux volumique .....	5
II- EQUATIONS DE BASE .....	5
1. Equation d'état .....	5
2. Equation de continuité .....	6
3. Equation dynamique .....	6
4. Equation de l'écoulement .....	6
III- RELATIONS PHENOMENOLOGIQUES .....	8
1. Relation $h(\theta)$ .....	8
2. Relation $K(\theta)$ .....	9
IV- POSITION DU PROBLEME - BUT DE L'ETUDE .....	10
1. Justification à détermination de la relation $K(\theta)$ .....	10
2. Modes de détermination de $K(\theta)$ .....	10
2.1. Détermination expérimentale .....	10
2.2. Détermination théorique .....	11
3. But de l'étude .....	11
 <u>CHAPITRE II - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES DIFFERENTS MODELES DE CALCUL DE LA RELATION CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE - TENEUR EN EAU</u>	
I - MODELES PHYSIQUES .....	13
1. Modèles de calcul de la conductivité à partir de la géométrie des pores .....	13
1.1. Formule de KOZENY .....	13
1.2. Formule d'EVERJANOV .....	15
1.3. Formule de MUALEM .....	15

2. Modèles de calcul de la conductivité à partir de la distribution des dimensions de pores .....	16
2.1. Modèles "parallèles" .....	16
2.2. Modèles "series-parallèles" .....	18
II- FORMULES EMPIRIQUES .....	22
1. Principales formules utilisées .....	22
2. Formule de BROOKS-COREY .....	23
III- CONCLUSIONS .....	23

### CHAPITRE III - MISE EN OEUVRE DES MODELES DE MUALEM

I - POSITION DU PROBLEME .....	25
1. Caractéristiques des sols utilisés .....	25
2. Nécessité d'une extrapolation de la courbe $h(\theta)$ vers la zone sèche ...	28
3. Conclusions.....	33
II- MISE EN OEUVRE DU MODELE I .....	33
1. Modalités de mise en oeuvre .....	33
2. Résultats .....	36
III- MISE EN OEUVRE DU MODELE II .....	36
1. Modalités de mise en oeuvre .....	36
2. Résultats .....	37
3. Tentative de recherche d'une autre valeur universelle de $\theta$ .....	40
4. Retour sur l'influence de l'extrapolation $h(\theta)$ .....	43
IV- CONCLUSIONS .....	43

### CHAPITRE IV - PREDICTION DE LA CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE ET ESSAI D'ETUDE DE SA VARIABILITE SPATIALE

I - MODE EXPERIMENTAL .....	49
1. Description succincte du site .....	49
2. Protocole expérimental .....	49
3. Résultats .....	55
II- PREDICTION DES RELATIONS $K(\theta)$ POUR LES MODELES I ET II .....	59
1. Position du problème .....	59
2. Résultats .....	59
3. Conclusions .....	67
III- PREDICTION DE $K(\theta)$ PAR LA THEORIE DE MISE EN ECHELLE .....	67
1. Rappels théoriques .....	67
2. Tentative d'application de cette théorie à la prédiction de $K(\theta)$ .....	70
IV- CONCLUSIONS .....	75
CONCLUSIONS GENERALES .....	77

PRINCIPALES NOTATIONS

<u>Symbole</u>	<u>Nature</u>	<u>Dimension</u>
A	Surface spécifique	$L^{-1}$
C	Capacité capillaire	$L^{-1}$
$C_f$	Facteur de tortuosité	
D	Diffusivité capillaire	$L^2.T^{-1}$
f	Fluidité	$M^2.L^{-1}.T$
g	Accélération de la pesanteur	$L.T^{-2}$
H	Charge hydraulique	L
h	Pression effective de l'eau	L
$h_c$	Pression d'entrée d'air	L
n	Porosité	
P	Poids	$M.L.T^{-2}$
p	Pression capillaire	$M.L^{-1}.T^{-2}$
$p_c$	Pression de l'eau	$M.L^{-1}.T^{-2}$
$p_{r_w}$	Pression de l'air	$M.L^{-1}.T^{-2}$
q	Flux volumique	$L.T^{-1}$
$R_H$	Rayon hydraulique	L
R	Perméabilité intrinsèque	$L^2$
r	Rayon capillaire	L
S	Degré de saturation	
$S_e$	Degré de saturation effective	
T	Température	
t	Temps	T
$\bar{v}$	Vitesse réelle moyenne de l'eau	$L.T^{-1}$
W	Travail	$M.L^2.T^{-2}$
Z	Cote suivant la verticale	L
$\alpha$	Angle de contact solide-liquide	
$\theta$	Teneur en eau volumique	$L^3.L^{-3}$
$\theta_s$	Teneur en eau à la saturation	$L^3.L^{-3}$
$\theta_r$	Teneur en eau résiduelle	$L^3.L^{-3}$
$\theta_p$	Point d'inflexion	$L^3.L^{-3}$
$\mu$	Viscosité dynamique de l'eau	$L^2.T^{-1}$
$\rho_w$	Masse volumique de l'eau	$M.L^{-3}$
$\tau$	Tortuosité	$L^2.L^2$

## INTRODUCTION

La caractérisation hydrodynamique d'un sol, c'est-à-dire la détermination des relations de pression effective de teneur en eau - conductivité hydraulique est devenue un outil indispensable de l'agronomie et de l'hydrologie. La connaissance de ces grandeurs permet en effet d'estimer les transferts d'eau à travers un niveau quelconque en vue de calculer, par exemple, les taux d'extraction d'eau par les racines d'une végétation, la recharge éventuelle des nappes à surface libre, la migration d'une pollution, etc... Cela constitue une méthode intéressante de valorisation des modes d'alimentation en eau de cultures pluviales ou irriguées par un contrôle des pertes (ou des gains) en eau et en substances minérales. Deux obstacles limitent actuellement le développement de cette méthodologie :

. Le mode usuel de caractérisation fondé sur l'utilisation simultanée d'un humidimètre neutronique et de tensiomètres au cours d'un essai de drainage interne est lourd et coûteux à mettre en oeuvre. De plus, pour les sols très argileux, il ne conduit pas toujours à des résultats significatifs.

. Les résultats obtenus n'ont qu'une valeur ponctuelle représentative du site de mesure (quelques  $m^2$ ) et leur extension à l'échelle minimum de la parcelle (plusieurs centaines de  $m^2$ ) pour effectuer des bilans hydriques, se heurte à la variabilité spatiale des grandeurs caractéristiques, notamment la conductivité hydraulique, qu'il est difficile d'étudier à partir d'essais de drainage interne.

Pour surmonter ces difficultés, une méthode possible consiste à prédire la relation conductivité hydraulique - teneur en eau volumique à partir de modèles conceptuels du milieu poreux plus ou moins sophistiqués. Cette idée ancienne, avait été plus ou moins mise en sommeil en raison du développement technologique des appareils de mesures durant ces 10 à 15 dernières années. Elle est redevenue actuelle, comme en atteste la recrudescence des articles sur ce sujet, grâce notamment aux travaux de MUALEM et au développement des moyens informatiques. Il est bien évident que la validité de la prédiction de la conductivité hydraulique est fonction de l'adéquation du modèle utilisé, à représenter la réalité physique du milieu poreux étudié. Ainsi, l'objet de ce mémoire est une analyse critique de différents modèles de calcul de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau volumique, en vue de leur application à l'étude de la variabilité spatiale.

Le chapitre I fixe le cadre de ce travail et rappelle les principales notions sur les écoulements d'eau en milieu non saturé.

Le chapitre II est consacré à une revue bibliographique relative aux différents modèles de calcul de la conductivité.

L'analyse critique de leurs fondements conduit à retenir les modèles de MUALEM (1976 et 1978 a).

Ces deux modèles sont développés, critiqués et appliqués à deux sols de nature très différente (une argile et un sable) dans le chapitre III. Les résultats présentés mettent en évidence certaines limitations.

Enfin le chapitre IV présente une tentative d'étude de la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique sur un site expérimental de 2100 m<sup>2</sup>. Les conductivités sont déterminées, en différents points de la parcelle et à différentes profondeurs, par les deux modèles précédents. Les résultats obtenus sont comparés à la théorie de mise en échelle développée par NIELSEN (1973).

Ce travail ne constitue qu'une première approche de ce problème et les résultats obtenus, bien qu'encourageants, demandent confirmation sur d'autres sols. Cependant, ils mettent en évidence les limitations de ces méthodes et les difficultés qu'il y aura lieu de résoudre, si l'on souhaite obtenir une bonne fiabilité de la prédiction de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau volumique.

## CHAPITRE I

### CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES MILIEUX POREUX NON SATURES

Les mouvements d'eau dans les sols non saturés mettent en jeu 3 phases : solide (grains), liquide (eau), gazeuse (air + vapeur d'eau). L'approche thermodynamique complète qui prendrait en compte les échanges de quantité de mouvement, de masse et de chaleur entre ces phases est difficile à mettre en oeuvre. Cela nécessite donc l'utilisation d'hypothèses simplificatrices. Dans le cadre de ce travail, nous supposerons que :

- le milieu poreux est indéformable, isotrope, chimiquement inerte,
- l'air est la pression atmosphérique,
- les écoulements sont monodimensionnels,
- les effets osmotiques et thermiques sont négligeables,
- les phases liquide et gazeuse sont continues.

#### I - DEFINITION DES GRANDEURS UTILISEES

##### 1. Porosité

C'est le volume des vides ( $V_v$ ) rapporté au volume total de sol

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad (1-1)$$

##### 2. Tortuosité

C'est un paramètre qui rend compte du non parallélisme des filets fluides par rapport à la direction moyenne de l'écoulement. On peut la définir par la relation :

$$\tau = \left[ \frac{L_e}{L} \right]^2 \quad (1-2)$$

où  $L_e$  est la longueur réelle du tube de courant  
 $L$  est la longueur apparente.

##### 3. Surface spécifique

C'est la surface des interfaces solide-pores par unité de volume de sol.



#### 4. Teneur en eau volumique

La concentration en eau d'un milieu poreux s'exprime généralement par la teneur en eau volumique  $\theta$  définie comme le volume d'eau  $V_w$  contenu dans un volume de sol  $V_t$

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} \quad (1-3)$$

#### 5. Degré de saturation

Il représente la fraction des pores remplis d'eau

$$S = \frac{\theta}{n} \quad (1-4)$$

c'est un paramètre qui varie de 0 à 1.

#### 6. Degré de saturation effective

Dans la réalité, il est impossible par des moyens mécaniques simples d'assécher complètement un sol, si bien que  $S$  n'atteint jamais des valeurs voisines de 0. On considère plutôt le degré de saturation effective définie par :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (1-5)$$

où  $\theta_r$  est la teneur en eau résiduelle qui correspond à la rupture de la continuité de la phase liquide

$\theta_s$  est la teneur en eau à saturation. Elle est égale théoriquement à la porosité en négligeant l'air piégé.

#### 7. Pression capillaire

Elle est classiquement définie comme la différence de pression en tout point, entre un fluide non mouillant (air) et mouillant (eau)

$$p_c = p_{nw} - p_w \quad (1-6)$$

$p_w$  : pression de l'eau

$p_{nw}$  : pression de l'air

$p_c$  : pression capillaire

C'est une grandeur positive. Si l'air présent dans le sol forme une phase continue reliée à l'atmosphère, la pression capillaire exprimée en hauteur de colonne d'eau, s'appelle pression effective :

$$h = - \frac{p_c}{\rho_w g} = \frac{p_w - p_{at}}{\rho_w g} \quad (1-7)$$

- $h$  : pression effective de l'eau (définie par rapport à la pression atmosphérique)  
 $p_{at}$  : pression atmosphérique  
 $\rho_w$  : masse volumique de l'eau  
 $g$  : accélération de la pesanteur.

L'eau dans un sol non saturé étant en dépression en raison des effets capillaires, on voit que  $h$  est une grandeur négative, qui devient positive, pour un sol saturé.

Sa valeur absolue est classiquement appelée succion en agronomie.

#### 1.8. Charge hydraulique

Par analogie avec les écoulements en conduite, ou à surface libre, et en négligeant le terme d'énergie cinétique, on définit la charge hydraulique en un point par l'expression

$$H = h - z \quad (1-8)$$

$Z$  est la cote du point, l'axe  $Oz$  étant orienté positivement vers le bas.

Elle représente l'énergie par unité de poids que possède une particule fluide en mouvement dans un milieu poreux.

#### 1.9. Flux volumique

On appelle flux volumique  $q$  le débit d'eau s'écoulant à travers une section unitaire de sol. C'est une grandeur vectorielle appelée classiquement vitesse de Darcy. Ce n'est pas la vitesse vraie des particules fluides  $u$ . Entre ces deux grandeurs, il existe la relation :

$$q = u \cdot \theta = u \cdot n \cdot S \quad (1-9)$$

## II - EQUATIONS DE BASE

La description mathématique de l'écoulement de l'eau dans le sol est obtenue par l'application des équations générales de la mécanique : équations d'état, de continuité et dynamique.

### 1) Equation d'état

Elle exprime que la pression effective de l'eau dans le sol est une fonction de la température, de la masse volumique et de sa concentration :



$$h = f(\rho, T, \theta) \quad (1-10)$$

L'hypothèse d'écoulement isotherme de fluide incompressible (eau) conduit à une relation de la forme :

$$h = f(\theta) \quad (1-11)$$

Nous reviendrons plus en détail sur la nature de cette relation.

## 2) Equation de continuité

Elle exprime la conservation de la masse d'eau, dans un élément de volume de sol. Pour un fluide incompressible, en écoulement non permanent, monodimensionnel vertical, sans production ni consommation de masse, elle s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (1-12)$$

## 3) Equation dynamique

Pour un milieu poreux saturé, l'équation dynamique exprime la proportionnalité entre le flux volumique et le gradient de charge hydraulique, générateur des écoulements. On montre que cela revient à négliger dans les équations de NAVIER-STOKES les termes inertiels et à supposer que les pertes de charge par frottement visqueux sont proportionnelles à la vitesse. Elle est classiquement étendue aux milieux non saturés sous la forme :

$$q = - K(\theta) \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \quad (1-13)$$

Le coefficient  $K(\theta)$  s'appelle la conductivité hydraulique. Elle dépend très fortement de la concentration en eau.

Lorsque le milieu est saturé, ce coefficient est égal à la perméabilité à saturation  $K_S$ .

## 4) Equation de l'écoulement

Elle est obtenue en introduisant l'équation dynamique (1-13) connue sous le nom de loi de Darcy généralisée, dans l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \right] \quad (1-14)$$

Il apparaît dans cette équation 2 fonctions descriptives de l'écoulement : la teneur en eau  $\theta$  et la charge hydraulique, qui sont liées par la relation :

$$H = h(\theta) - z$$

A ce niveau, il convient par conséquent de faire un choix :

a) Equation en  $\theta$

Pour certaines hypothèses concernant la relation  $h(\theta)$  (effets d'hystérésis et dynamiques négligeables) l'équation (1-14) peut s'écrire :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right] \quad (1-15)$$

en posant :  $D(\theta) = K(\theta) \frac{dh}{d\theta}$

Le coefficient  $D(\theta)$  s'appelle la diffusivité capillaire.

Cette équation connue sous le nom de FOKKER-PLANCK ne permet pas de décrire le comportement de la zone saturée, car tout point est alors défini par  $\theta = \theta_s$ . L'écriture des conditions aux limites avec cette fonction ne permet pas de résoudre l'infiltration d'eau sous la charge positive appliquée à la surface (cas de la subversion), ni de prédire la formation ou la disparition d'une lame d'eau liée à une pluie d'intensité supérieure à la perméabilité à saturation.

b) Equation en  $h$

Avec les mêmes hypothèses que précédemment, l'équation (1-14) peut s'écrire :

$$c(h) \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (1-16)$$

en introduisant la capacité capillaire  $c(h)$  définie par :

$$c(h) = \frac{d\theta}{dh}$$

Ce coefficient rend compte de l'aptitude d'un milieu poreux à libérer ou emmagasiner l'eau sous l'effet d'une variation de pression.

Cette équation, connue sous le nom d'équation de RICHARDS a l'avantage de décrire le comportement hydrodynamique des zones saturée et non saturée comme cela est montré par VAUCLIN (1975).

Les équations (1-15) et (1-16) montrent que, quelque soit la fonction descriptive considérée, les transferts d'eau dans un sol non saturé dépendent des caractéristiques de ce sol qui s'expriment en termes de relations phénoménologiques entre pression effective et teneur en eau, d'une part, entre conductivité hydraulique et teneur en eau (ou pression) d'autre part.

### III - RELATIONS PHENOMENOLOGIQUES

#### 1) Relation $h(\theta)$

Elle a fait l'objet de nombreuses études tant expérimentales que théoriques qui montrent que cette relation est affectuée par deux phénomènes principaux:

a) les effets d'hystérésis font que le comportement d'un milieu poreux non saturé est représenté dans le plan pression - teneur en eau par un domaine limité par deux courbes principales correspondant :

- . la première à un drainage à partir de l'état saturé
- . la seconde à une humidification à partir de l'état sec.

Toute évolution de l'état hydrique du sol, autre que celle correspondant à ces deux processus limites est représentée par une courbe intermédiaire. On pourra se reporter utilement aux travaux de TOPP et MILLER (1966), THONY (1970), MUALEM (1977).

b) les effets dynamiques affectent l'unicité des courbes principales, définies ci-dessus.

DAVIDSON et al (1966), TOPP et al (1967), VAUCLIN (1971) montrent les courbes  $h(\theta)$  de drainage dépendant de la vitesse des écoulements.

Ces travaux ont essentiellement porté sur des expériences fines de laboratoire réalisées sur des échantillons de sol homogène.

Pour des études in-situ, cadre de notre travail, les effets dynamiques n'ont jamais pu être mis en évidence, en raison principalement de la relative lenteur des écoulements.

En ce qui concerne les effets d'hystérésis, seuls à notre connaissance, ROYER - VACHAUD (1975) présentent des résultats de terrain montrant des cycles d'hystérésis, obtenus par l'utilisation simultanée de tensiomètres et d'une sonde à neutrons. Il convient cependant de se montrer prudent sur la représentativité de ces résultats en raison de l'incertitude qui règne sur les mesures d'humidité dans un front, liée au domaine d'influence de la sonde neutronique. De plus, les travaux portant sur la variabilité spatiale de  $h(\theta)$  sur lesquels nous reviendrons, montrent que les éventuels effets d'hystérésis sont du 2ème ordre par rapport aux hétérogénéités. Cela nous permet de supposer valablement dans cette étude l'unicité de la relation  $h(\theta)$ .

En revanche, il est important d'avoir présent à l'esprit que la courbe  $h(\theta)$  rend compte de la distribution des dimensions des pores constituant le milieu poreux.

En effet, la loi de LAPLACE donne la relation entre pression capillaire et rayons de courbure des ménisques présents dans les pores :

$$P_c = -\frac{h}{(\rho_w g)^{-1}} = \sigma \cdot \cos \alpha \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1-17)$$

$\sigma$  est le coefficient de tension superficielle

$\alpha$  est l'angle de contact solide-liquide -  $\cos \alpha$  est la mouillabilité

$\frac{1}{r_1}$  et  $\frac{1}{r_2}$  sont deux rayons de courbure des ménisques, calculés par 2 plans perpendiculaires.

En supposant que  $\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r}$ , l'équation (1-17) s'écrit

$$h = -\frac{2 \sigma \cos \alpha}{\rho_w g r} \quad (1-18)$$

Ainsi, pour une pression donnée  $h_i$  tous les pores du milieu dont les rayons sont supérieurs à  $r_i$  dont la valeur est donnée par (1-18) sont vides d'eau. Il est bien évident que parler de rayon de pores revient à effectuer une schématisation du milieu poreux et qu'il est préférable d'introduire une dimension caractéristique des pores, notamment le rayon hydraulique  $R_H$  défini par :

$$R = \frac{A}{\chi} \quad (1-19)$$

où  $A$  est la surface mouillée et  $\chi$  le périmètre mouillé.

Il apparaît donc que la détermination de la courbe  $h(\theta)$  permet la connaissance de la distribution des dimensions de pores. L'échantillonnage en pas de pression permettra donc de définir des classes de pores de dimensions déterminées.

## 2) Relation $K(\theta)$

Cette relation a été l'objet de nombreuses controverses, car le problème était de savoir si, comme pour la relation  $h(\theta)$  l'histoire du milieu intervenait dans la relation  $K(\theta)$ . Il semble communément admis, maintenant, que l'hystérésis sur  $K(\theta)$  est négligeable. En revanche, elle peut être importante dans la relation  $K(h)$  en raison de l'hystérésis sur  $h(\theta)$ .



#### IV - POSITION DU PROBLEME - BUT DE L'ETUDE

##### 1) Justifications à la détermination de la relation $K(\theta)$

Nous avons vu que les mouvements d'eau dans un sol non saturé sont régis par une équation (1-16) faisant intervenir deux relations fonctionnelles  $c(h)$  et  $K(\theta)$  qui sont fonction du sol, et dont il faut connaître les valeurs si l'on veut résoudre cette équation, en vue d'une simulation ou d'une prédiction des transferts.

De plus, de nombreuses applications pratiques nécessitent la connaissance de la courbe  $K(\theta)$ . On peut notamment citer :

- . le calcul des flux à travers une cote située en-dessous de la zone racinaire pour déterminer les consommations en eau des cultures,
- . le calcul des taux d'extraction d'eau par les racines,
- . le calcul des flux à travers différentes cotes d'un profil vertical en vue d'effectuer un bilan minéral sous culture, ou d'étudier la migration d'une pollution,
- . l'étude de l'aptitude des sols à l'irrigation, qui passe par la connaissance de la variabilité spatiale des propriétés agropédologiques que l'on peut exprimer notamment par la conductivité hydraulique.

##### 2) Modes de détermination de $K(\theta)$

Il existe plusieurs modes de détermination que l'on peut classer en deux catégories :

###### 2.1. Détermination expérimentale

Il s'agit de déterminer la relation  $K(\theta)$  à partir d'essais expérimentaux effectués au laboratoire, ou au champ.

a) Au laboratoire, il existe plusieurs méthodes (GARDNER (1956), RITJEMA (1959), YOUNG (1964), WATSON (1966), PECK) fondées sur l'analyse de régimes d'écoulement transitoire ou permanent réalisés sur des échantillons de sols remaniés ou non.

b) Au champ, HILLEL et al (1972) proposent une méthode qui consiste à étudier la cinétique de redistribution de l'eau dans un sol préalablement humidifié. Cette méthode, connue sous le nom de drainage interne, nécessite l'utilisation simultanée d'un humidimètre neutronique et d'une série de tensiomètres implantés à différentes cotes.

L'évolution de ces méthodes a été fonction du développement technologique des appareils de mesure (tensionnètres, gammamétrie, sonde neutronique).

## 2.2. Détermination théorique

Il s'agit de calculer la conductivité hydraulique à partir d'une schématisation du milieu poreux. Les modèles diffèrent essentiellement par les hypothèses conceptuelles posées et leur degré de sophistication. Leur évolution historique est étroitement liée d'une part à l'amélioration des connaissances acquises sur le milieu poreux, d'autre part au développement des moyens de calcul.

### 3) Buts de l'étude

L'analyse critique des différents modes de détermination de la relation  $K(\theta)$  conduit aux conclusions suivantes :

a) Les méthodes de laboratoire sont simples à mettre en oeuvre, peu coûteuses, mais elles se heurtent très souvent à la représentativité des résultats obtenus, en raison de leur caractère destructif.

b) La méthode de drainage interne largement utilisée en physique du sol, fournit généralement de bons résultats, à l'exception des sols lourds, pour lesquels les variations d'humidité sont voisines de l'incertitude de la mesure en raison du caractère aléatoire de l'émission neutronique.

Cependant, cette méthode est relativement lourde à mettre en oeuvre, contraignante dans l'acquisition des informations. Cela l'élimine pratiquement pour étudier la variabilité spatiale de  $K(\theta)$ , en raison du grand nombre d'essais qu'il convient de réaliser pour obtenir des résultats statistiquement valables.

c) La détermination théorique de  $K(\theta)$  nécessite une expérimentation réduite, généralement la connaissance de la relation  $h(\theta)$  et de la perméabilité à saturation, comme on le verra par la suite. Elle peut constituer un outil intéressant pour l'étude de la variabilité spatiale. Cependant, le crédit que l'on peut apporter aux résultats dépend totalement de la validité du modèle conceptuel utilisé. Cela constitue la limitation importante au développement de cette approche.

Il importe donc de se livrer à une analyse critique, objective des différents modèles de calcul de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau et de voir dans quelle mesure leur utilisation permet l'étude de la variabilité spatiale.

## CHAPITRE II

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES DIFFERENTS MODELES DE CALCUL DE LA RELATION CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE - TENEUR EN EAU

Une étude bibliographique montre la grande diversité des équations permettant le calcul de la conductivité hydraulique. Certaines reposent sur une modélisation plus ou moins sophistiquée du milieu poreux ; elles seront dénommées par la suite : modèles physiques. D'autres sont simplement des formules plus ou moins empiriques reliant la conductivité hydraulique à la teneur en eau volumique, ou à la pression effective. Nous présentons ci-dessous les grandes lignes de ces différentes approches.

#### I - MODELES PHYSIQUES

Partant de la constatation expérimentale que généralement la conductivité hydraulique augmente avec la porosité du milieu et la dimension des pores, différents modèles ont été développés selon deux voies différentes :

- . détermination de la géométrie des pores à partir de la dimension et de l'arrangement des particules solides,
- . détermination de la distribution des dimensions de pores à partir de la relation  $h(\theta)$ .

#### 1) Modèles de calcul de la conductivité à partir de la géométrie des pores

##### 1.1. Formule de KOZENY

KOZENY (1927) a déterminé la perméabilité à saturation d'un milieu poreux par analogie avec l'écoulement d'un fluide visqueux newtonien dans un tube capillaire dont le débit volumique  $Q$  est donné par la loi de POISEUILLE:

$$Q = - \frac{\pi r^4}{8\mu} \rho_w g \frac{dH}{dL} \quad (2-1)$$

avec  $r$  : rayon du tube capillaire,  $\mu$  : viscosité dynamique de l'eau.

Dans le cas d'une association de  $p$  tubes capillaires par unité de surface, le flux volumique correspondant est :



$$q = p Q = - p \frac{\pi r^4}{8 \mu} \rho_w g \frac{dH}{dL} \quad (2-2)$$

Avec cette hypothèse de répartition des pores, la porosité du milieu est  $n = p \pi r^2$  et l'équation (2-2) devient :

$$q = - \frac{n r^2}{8 \mu} \rho_w g \frac{dH}{dL} \quad (2-3)$$

La loi de Darcy pour les mêmes conditions donne :

$$q = - K_s \frac{dH}{dL} \quad (2-4)$$

L'analogie entre les 2 écoulements conduit, par identification de (2-3) et (2-4) à l'équation :

$$K_s = \frac{n r^2}{8 \mu} \rho_w g \quad (2-5)$$

En introduisant la surface spécifique  $A$  définie dans le cas de figure considéré par :

$$A = \frac{2 p \pi r}{1-n}$$

l'équation (2-5) devient :

$$K_s = \frac{\rho_w g}{2 \mu} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2-6)$$

Cette équation appelle les remarques suivantes :

$\left( k = \frac{n^3}{A^2(1-n)^2} \right)$  - Il apparaît ici la perméabilité intrinsèque au milieu poreux et la fluidité  $\left( f = \frac{\rho_w g}{\mu} \right)$  qui ne dépend que du fluide considéré.

- Le coefficient 1/2 est lié à la géométrie cylindrique utilisée pour schématiser les pores. La formule (2-6) peut être généralisée à une géométrie différente par l'introduction d'un facteur de forme  $C_f$

$$K_s = C_f \frac{\rho_w g}{\mu} \cdot \frac{1}{A^2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2-7)$$

- WYLLIE et ROSE (1950) ont amélioré la formule de KOZENY (2-7) en introduisant le facteur de tortuosité :

$$K_s = C_f \frac{\rho_w g}{\mu} \cdot \frac{\tau}{A^2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2-8)$$



- IRMAY (1954) a étendu la formule de KOZÉNY au cas du milieu poreux non saturé. En supposant que les facteurs de forme et de tortuosité de la surface étaient indépendants de la saturation du milieu, il propose la relation suivante :

$$K^* = \frac{K}{K_s} = S_e^3 \quad (2-9)$$

### 1.2. Formule d'EVERJANOV

EVERJANOV (1950) étudie l'écoulement annulaire d'un fluide mouillant (l'eau) et l'écoulement central d'un fluide non mouillant (l'air) dans un tube capillaire. La résolution des équations de NAVIER-STOKES pour ces conditions le conduit à proposer pour un milieu poreux l'équation suivante :

$$K^* = S_e^\beta \quad \text{avec} \quad \beta = 3,5 \quad (2-10)$$

BROOKS-COREY (1964), BORELLI-VACHAUD (1966) trouvent la même valeur par ajustement de cette relation avec des points expérimentaux. YUSTER (1951) trouve théoriquement  $\beta = 2$ , en supposant de plus que l'air au centre du tube se déplace sous le même gradient de charge que l'eau à la périphérie.

### 1.3. Formule de MUALEM

Il apparaît donc difficile de concevoir une valeur universelle de  $\beta$  qui soit valable pour tous les types de sols. Cela est clairement mis en évidence par MUALEM (1978,a) qui détermine les valeurs optima de  $\beta$  par calage avec les courbes  $K^*(S_e)$  expérimentales pour 50 sols différents. Les valeurs obtenues varient de  $\beta = 1$  à  $\beta = 24,5$ , ces valeurs étant d'autant plus élevées que les sols sont plus lourds. MUALEM (1978) suggère donc une relation entre le coefficient  $\beta$  et un paramètre caractéristique du sol obtenu par voie expérimentale. Il propose de prendre le travail  $w$  qu'il faut fournir à l'unité de volume de sol pour le drainer complètement :

$$w = \int_0^{\theta_s} \rho_w g h d\theta \quad (2-11)$$

C'est un paramètre macroscopique dont la valeur numérique est obtenue pratiquement par l'intégration de la courbe  $h(\theta)$  depuis la saturation jusqu'à une valeur très petite correspondant au point de flétrissement (-15 bars). L'étude systématique de 50 sols conduit alors à la formule :

$$\beta = 0.015 w + 3.0 \quad (2-12)$$

L'utilisation de cette formule donne les meilleurs résultats pour 21 sols sur 50, alors que les formules d'EVERJANOV (2-10) et d'IRMAY (2-9) sont meilleures dans 15 et 14 cas sur 50, respectivement.

Ces différents modèles reviennent à supposer que le milieu poreux est constitué d'un ensemble de pores de dimensions uniformes, définis par une grandeur caractéristique. Cela implique nécessairement que lors de l'humidification ou du drainage du milieu, l'eau s'écoule le long des parois des pores et l'air au centre de la section transversale. Ces hypothèses sont très éloignées de la réalité physique, comme le font remarquer WYLLIE et SPANGLER (1952), car elles ne permettent pas d'expliquer des phénomènes tels que l'hystérésis et les effets dynamiques sur la relation  $h(\theta)$  ; le piégeage d'air, etc...

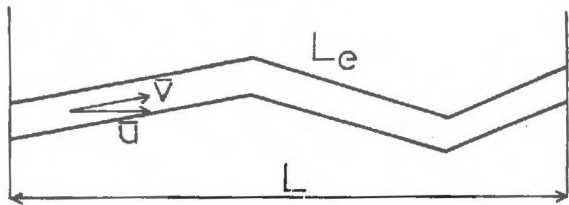
## 2) Modèles de calcul de la conductivité à partir de la distribution des dimensions de pores

Ces modèles reposent sur certaines hypothèses concernant la distribution de pores.

### 2.1. Modèles "parallèles"

Ils supposent que le milieu poreux est équivalent à un ensemble de tubes parallèles, dont les dimensions de chacun sont constantes, mais différentes les unes des autres. Cette schématisation rend mieux compte des processus physiques d'humidification et de drainage. Elle permet en effet un contrôle des écoulements par les pores de plus petite section.

Considérons l'écoulement d'eau dans un tube capillaire doté d'une certaine tortuosité.



Soit  $\bar{v}$  la vitesse réelle moyenne des particules, donnée par la loi de Poiseuille pour une section transversale quelconque :

$$\bar{v} = - C_f \frac{\bar{R}_H^2}{\mu} \rho_w g \frac{dH}{dL_e} \quad (2-13)$$

où  $\bar{R}_H$  est le rayon hydraulique moyen,  $L_e$ , la longueur réelle du tube capillaire.

Soit  $\bar{u}$  la composante de la vitesse  $\bar{v}$  le long de l'axe du tube de courant. Elle est donnée par la relation :

$$\bar{u} = \bar{v} \frac{L}{L_e} \quad (2-14)$$

soit

$$\bar{u} = - C_f \frac{\bar{R}_H^2}{\mu} \rho_w g \left( \frac{L}{L_e} \right)^2 \frac{dH}{dL} \quad (2-15)$$

Le flux volumique pour un milieu non saturé supposé constitué de tubes capillaires de ce type est obtenu en reportant (2-15) dans (1-9) :

$$q = - C_f \cdot \frac{\rho_w g}{\mu} \cdot \bar{R}_H^2 \cdot n \left\{ \frac{L}{L_e} \right\}^2 \cdot S_e \cdot \frac{dH}{dL} \quad (2-16)$$

Cette équation exprime la relation entre le flux et le gradient de charge hydraulique calculé sur la longueur apparente des tubes capillaires. Elle fait apparaître deux paramètres :

. Le rayon hydraulique dont la valeur est obtenue en écrivant que les forces de pression qui s'exercent sur les ménisques résultent de phénomènes interfaciaux aux contacts solide-liquide :

$$\rho_w g h A = \sigma \chi \cos \alpha$$

soit

$$R_H = \frac{\sigma \cos \alpha}{\rho_w g h} \quad (2-17)$$

Le rayon hydraulique est une fonction de la pression donc de l'humidité, dont la valeur moyenne du carré est obtenue par l'équation

$$\bar{R}_H^2 = \frac{\sigma^2 \cos^2 \alpha}{\rho_w^2 g^2} \frac{1}{S} \int_0^S \frac{dS}{h^2} \quad (2-18)$$

. La tortuosité  $\tau = \left( \frac{L_e}{L} \right)^2$  dont BURDINE propose la relation empirique suivante en fonction du degré de saturation effective :

$$\frac{\tau_{sat}}{\tau(S)} = S_e^2 \quad (2-19)$$

où  $\tau_{sat}$  représente la valeur de la tortuosité à saturation. Cette relation a d'ailleurs été vérifiée expérimentalement par COREY, WYLLIE-GARDNER.

En reportant les équations (2-17) et (2-18) dans (2-16), on obtient :

$$q = - \frac{C_f}{\tau_{sat}} \cdot \frac{\sigma^2 \cos^2 \alpha}{\mu \rho_w g} \cdot S_e^2 \int_0^S \frac{dS}{h^2} \cdot \frac{dH}{dL} \quad (2-20)$$

L'analogie de l'équation (2-20) avec la loi de Darcy généralisée conduit à :

$$K = \frac{C_f}{\tau_{sat}} \cdot \frac{\sigma^2 \cos^2 \alpha}{\mu \rho_w g} \cdot S_e^2 \int_0^S \frac{dS}{h^2} \quad (2-21)$$

En introduisant la perméabilité à saturation obtenue en faisant  $S = S_e = 1$ , dans l'équation (2-21), on obtient la conductivité hydraulique relative



$$K^* = \frac{K}{K_s} = S_e^2 \frac{\int_0^S \frac{dS}{h^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{h^2}} \quad (2-22)$$

Cette relation est connue dans la littérature pétrolière sous le nom d'équation de BURDINE (1950).

On notera que PURCELL (1949) en supposant que la tortuosité est une constante, propose la relation suivante :

$$K^* = \frac{\int_0^S \frac{dS}{h^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{h^2}} \quad (2-23)$$

FATT-DYKSTRA (1951) expriment que la tortuosité varie comme  $\frac{1}{r^b}$ , où est le rayon des plus grands pores. Ils suggèrent l'équation :

$$K^* = \frac{\int_0^S \frac{dS}{h^{2+b}}}{\int_0^1 \frac{dS}{h^{2+b}}} \quad (2-24)$$

On peut constater que ces différentes formules nécessitent la connaissance de la courbe de pression effective en fonction de l'humidité. La détermination de  $K^*$  se ramène alors à un calcul d'intégrales. Ces modèles reposent sur deux hypothèses :

- . le milieu poreux est constitué de faisceaux de tubes capillaires de diamètres uniformes, mais différents les uns des autres,
- . l'existence d'une loi plus ou moins empirique de variation de la tortuosité avec l'humidité, ou avec la géométrie du milieu.

## 2.2. Modèles "séries-parallèles"

### a) Approches fondées sur la méthode de CHILDS-COLLIS GEORGE

Contrairement aux précédents, ces modèles prennent en compte une distribution aléatoire de pores de différentes dimensions. Supposons par la pensée, une colonne de sol, de section unité, coupée en deux parties. Chaque plan de la section montre une certaine distribution de pores :

- . pour la 1ère face, la surface des pores dont les rayons sont compris entre  $r_i - \frac{dr}{2}$  et  $r_i + \frac{dr}{2}$  est :  $a_{r_i} = F(r_i) dr$
- . pour la 2ème face, la surface des pores dont les rayons sont compris

entre  $r_2 - \frac{dr}{2}$  et  $r_2 + \frac{dr}{2}$  est :  $a_{r_2} = F(r_2) dr$

où  $F(r)$  est la fonction de distribution de dimensions des pores.

La reconstitution de la colonne met en contact les 2 surfaces des pores d'une manière aléatoire, et la surface commune est représentée par :

$$a_{r_1 r_2} = F(r_1) dr \cdot F(r_2) dr \quad (2-25)$$

En prenant arbitrairement,  $r_1 < r_2$ , le nombre de pores occupant la surface  $a_{r_1 r_2}$  est proportionnel à  $\frac{a_{r_1 r_2}}{r_1^2}$  et le flux correspondant par unité de gradient de charge hydraulique est proportionnel à  $r_1^4$  d'après l'équation (2-1) ; ainsi la contribution de cette séquence de pores à la conductivité hydraulique est :

$$dK = M r_1^2 F(r_1) dr \cdot F(r_2) dr \quad (2-26)$$

La conductivité totale s'obtient par sommation de l'équation (2-26) :

$$K = M \sum_{r_2=0}^{r_2=R} \sum_{r_1=0}^{r_1=R} r_1^2 F(r_1) dr F(r_2) dr \quad (2-27)$$

où  $M$  est une constante de proportionnalité déterminée expérimentalement une fois pour toutes

et  $R$  est la plus grande dimension des pores.

La fonction de distribution  $F(r)$  est obtenue par la courbe  $h(\theta)$ .

a) CHILDS et COLLIS GEORGE (1950) utilisent ce modèle sous forme de différences finies pour calculer la conductivité hydraulique relative :

$$K_i^* = \frac{\sum_{j=i}^{j=m} (2j + 1 - 2i) h_i^{-2}}{\sum_{j=1}^{j=m} (2j - 1) h_i^{-2}} \quad (2-28)$$

où  $m$  représente le nombre total de classes de pores obtenu en échantillonnant la courbe  $h(\theta)$  selon un pas  $\Delta\theta$

$i$  représente le nombre de classes de pores qui participe à l'écoulement.

La perméabilité à saturation est obtenue expérimentalement.

b) MARSHALL (1958) par une méthode différente, fondée sur la loi de Poiseuille, arrive à des résultats identiques. La principale différence entre ces deux approches est que CHILDS et COLLIS-GEORGE considèrent les rayons de pores comme variables indépendantes alors que MARSHALL prend la teneur en eau.

c) MILLINGTON-QUIRK (1959) proposent une formule différente. Ils supposent que la désaturation du milieu se traduit non seulement par une réduction des surfaces de pores conducteurs en contact, mais aussi par une rupture de la continuité de la phase liquide dans les pores individuels. Cela conduit à l'équation :

$$K_i^* = S_{e_i}^{4/3} \frac{\sum_{j=1}^{j=m} (2j+1-2i) h_i^{-2}}{\sum_{j=1}^{j=m} (2j-1) h_i^{-2}} \quad (2-29)$$

L'expérience montre que l'application de ces formules nécessite l'utilisation d'un coefficient d'ajustement pour prédire les valeurs expérimentales, obtenu par calage sur une valeur particulière. Cela constitue une limitation importante à l'utilisation de ces formules en vue d'une prédiction.

Remarque - On constate que les formules (2-28) et (2-29) peuvent se condenser en la formule suivante :

$$K_i^* = S_{e_i}^{\beta} \frac{\sum_{j=1}^{j=m} (2j+1-2i) h_i^{-2}}{\sum_{j=1}^{j=m} (2j-1) h_i^{-2}} \quad (2-30)$$

avec  $\beta = 0$  pour CHILDS - COLLIS GEORGE et MARSHAL

$\beta = \frac{4}{3}$  pour MILLINGTON - QUIRK

$\beta = 2$  pour BURDINE.

De plus, KUNZE (1968) et JACKSON (1972) suggèrent la valeur  $\beta = 1$ .

Il convient de noter que les valeurs de  $\beta$  proposées par les différents auteurs sont liées au choix du modèle capillaire utilisé pour schématiser le milieu poreux. Elles n'ont aucun sens physique évident et apparaissent de ce fait comme arbitraires, comme le signale fort justement JACKSON (1972). Une solution consisterait à considérer dans ces formules la valeur  $\beta$ , comme un degré de liberté qui serait déterminé par calage avec des résultats expérimentaux, comme le fait d'ailleurs JACKSON (1972) pour obtenir  $\beta = 1$ . Dans ces conditions, cette procédure ne

permet pas de prédire la relation  $K(\theta)$  puisqu'elle suppose connue la solution. Dans cette optique, MUALEM (1976) propose une approche intéressante que nous allons développer ci-dessous.

b) Approche de MUALEM

En partant du modèle "séries-parallèles" précédent, mais en supposant de plus que les tubes capillaires placés en série, ont des longueurs proportionnelles à leur rayon, MUALEM propose la formule :

$$K^* = S_e^\beta \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{dS_e}{h}}{\int_0^1 \frac{dS_e}{h}} \right]^2 \quad (2-31)$$

MUALEM justifie cette hypothèse supplémentaire par le fait que la conductivité hydraulique est plus influencée qu'on ne le pense généralement, par les pores de grandes dimensions.

Par une étude portant sur 45 sols différents pour lesquels les relations  $h(\theta)$  et  $K(\theta)$  sont connues, il trouve que la valeur  $\beta = 0.5$  donne la plus faible dispersion entre les valeurs de  $K(\theta)$  ainsi calculées et celles mesurées expérimentalement. De plus, MUALEM compare pour ces sols, les résultats de son modèle avec ceux obtenus par AVERJANOV (éq. 2-10), WILLIE-GARDNER (éq. 2-22) et MILLINGTON-QUIRK (éq. 2-29). La formule proposée par MUALEM donne les résultats pour 18 sols sur 45, alors que les formules d'AVERJANOV et MILLINGTON-QUIRK d'une part, de WYLLIE-GARDNER d'autre part sont les meilleurs dans 10 et 7 cas sur 45 respectivement.

MUALEM (1978 b) développe un modèle à deux degrés de liberté, qui est fondé sur les mêmes hypothèses conceptuelles que le précédent, mais où la loi de variation du coefficient de tortuosité avec les rayons de pores est celle utilisée par FATT-DYKSTRA (eq.2-24). La formule correspondante est :

$$K^* = S_e^\alpha \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{dS_e}{h^{1+b}}}{\int_0^1 \frac{dS_e}{h^{1+b}}} \right]^2 \quad (2-32)$$

MUALEM (1978 b) ne donne aucune procédure de détermination objective des coefficients  $\alpha$  et  $b$  autre qu'une détermination empirique par calage avec des résultats expérimentaux. Cela constitue la limitation importante de la formule (2-32) comme outil de prédiction.



## II - FORMULES EMPIRIQUES

## 1) Principales formules utilisées

De nombreuses formules empiriques ou semi-empiriques ont été proposées pour calculer la conductivité hydraulique d'un milieu poreux non saturé. Le tableau n°1 ci-dessous résume les plus utilisées.

Références	Formules	Observations
AVERJANOV (1950)	$K^* = S_e^n$ , $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	2 paramètres $\theta_r, n$
WIND (1955)	$K = a  h ^{-n}$	2 paramètres $a, n$ <u>empiriques</u>
GARDNER (1958)	1) $K^* = \exp(\alpha h)$ 2) $K = \frac{a}{b +  h ^n}$	3 paramètres $a, b, n$ <u>empiriques</u>
BROOKS-COREY (1964)	$h \geq h_c$ $K = K_s$ $h < h_c$ $K^* = \left[ \frac{h_c}{h} \right]^n$	2 paramètres $h_c, n$ <u>semi-empiriques</u>
KING (1964)	$K^* = a \frac{ch \left\{ \left( \frac{h}{h_1} \right)^n \right\} - 1}{ch \left\{ \left( \frac{h}{h_1} \right)^n \right\} + 1}$	2 paramètres $a, h_1$ <u>empiriques</u>
RITJEMA (1965)	$h \geq h_c$ $K = K_s$ $h_1 \leq h < h_c$ $K^* = \exp\{\alpha(h - h_c)\}$ $h < h_1$ $K = K_1 \left( \frac{h_1}{h} \right)^n$	4 paramètres $h_1, h_c$ $\alpha, n$ dont 3 <u>empiriques</u>

Ce tableau amène les commentaires suivants :

a) Toutes ces formules, à l'exception de celle d'EVERJANOV expriment une relation entre la conductivité hydraulique, dimensionnelle ( $K$ ) ou adimensionnelle ( $K^*$ ) et la pression effective de l'eau. Leur application peut donc poser un problème, en raison de l'hystérésis de cette relation.

b) La formule d'EVERJANOV diffère des autres en ce sens qu'elle a été obtenue empiriquement et théoriquement à la fois, comme cela a été montré précédemment, c'est certainement la raison pour laquelle, elle a été la plus utilisée jusqu'à maintenant.

c) Toutes ces formules, à l'exception de celle de BROOKS-COREY, font



intervenir des paramètres empiriques qui sont par conséquent déterminés par un calage avec des données expérimentales. Elles peuvent être utiles pour obtenir une expression analytique de la relation  $K(h)$  qui lisse au mieux des valeurs expérimentales, mais elles ne sont d'aucun secours pour une prédiction.

## 2) Formule de BROOKS-COREY

BROOKS-COREY partent de la constatation expérimentale que la relation d'un grand nombre de sols peut se mettre sous la forme :

$$S_e = \left( \frac{h_c}{h} \right)^\lambda \quad \text{pour } h < h_c \quad (2-33)$$

$\lambda$  et  $h_c$  sont deux constantes caractéristiques du milieu poreux. Ils montrent que  $\lambda$  est lié à la distribution de dimensions des pores et  $h_c$  une valeur critique de la pression correspondant à la pression d'entrée d'air au milieu, en drainage.

L'intégration de l'équation de BURDINE (2-22) compte-tenu de l'équation (2-33) conduit à la formule :

$$K^* = S_e^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}} \quad (2-34)$$

soit

$$K^* = \left( \frac{h_c}{h} \right)^{2+3\lambda} \quad \text{pour } h < h_c$$

On retrouve ainsi l'équation de BROOKS-COREY du tableau n°1, avec :

$$n = 2 + 3\lambda$$

On doit noter que cette relation représente relativement bien la conductivité des sols, qui présentent une courbe  $h(\theta)$  en forme de "S" c'est-à-dire les sols grossiers. En revanche elle restitue très mal la réalité physique pour les sols de texture fine qui peuvent présenter une courbe  $h(\theta)$  irrégulière, avec deux (ou plusieurs) points d'inflexion.

## III - CONCLUSIONS

Tous les modèles de calcul de  $K(\theta)$  présentés ici, utilisent d'une manière ou d'une autre, les deux lois suivantes :

a) à l'échelle microscopique, la loi d'écoulement d'un fluide visqueux dans une structure géométrique plus ou moins compliquée :

$$\bar{u} = -C \frac{R_H^2}{\mu} \rho_w g \frac{dH}{dL} \quad (2-35)$$

où  $\bar{u}$  est la vitesse moyenne de l'écoulement dans une section perpendiculaire  
 $R_H$  est une dimension de longueur caractéristique du milieu poreux  
 $C$  est une constante qui dépend de la structure des pores  
 $\frac{dH}{dL}$  est le gradient de charge dans la direction de l'écoulement.

b) à l'échelle macroscopique, la loi de Darcy généralisée :

$$q = - K(\theta) \frac{dH}{dL} \quad (2-36)$$

Les modèles diffèrent dans le passage entre l'échelle microscopique et macroscopique.

- 1) Les modèles fondés sur la formule de KOZENY utilisent l'analogie directe entre les équations (2-35) et (2-36). Cela revient à supposer que le fluide mouillant (l'eau) constitue une phase continue répartie sur la totalité de la section du milieu poreux.
- 2) Les modèles fondés sur l'approche de CHILDS-COLLIS GEORGE considèrent que le milieu poreux est un assemblage de pores interconnectés de dimensions variables réparties d'une manière aléatoire.

La fonction de distribution est donnée par la courbe  $h(\theta)$ .

Toutes les analyses critiques comparatives qui ont pu être faites sur ces différentes formules (BRUTSAERT, JACKSON, MUALEM) mettent en évidence "un meilleur modèle" pour chaque sol, ou type de sol considéré. Cependant l'utilisation de ces modèles comme outil de prédiction qui soit général pour tout sol, implique la notion d'universalité. Dans cette optique, nous avons décidé de ne retenir que le "meilleur modèle" de chacune des deux approches : les modèles de MUALEM représentés par les équations (2-10) et (2-12) d'une part et par l'équation (2-31) d'autre part. Nous nous proposons, dans la suite de les mettre en oeuvre de les appliquer à d'autres sols que ceux étudiés par l'auteur, d'en faire une analyse critique et d'envisager leur utilisation à l'étude de la variabilité spatiale de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau.

### CHAPITRE III

#### MISE EN OEUVRE DES MODELES DE MUALEM

##### I - POSITION DU PROBLEME

Nous nous proposons d'effectuer une analyse critique des deux modèles précédemment retenus (AVERJANOV, modifié par MUALEM, 1978 a, référencé dans la suite par modèle I, et MUALEM, 1976, appelé modèle II) en les appliquant à deux sols très différents (argile légère et sable) non utilisés par MUALEM dans ses études.

Disposant des relations hydrodynamiques  $h(\theta)$  et  $K(h)$  pour ces deux sols, il s'agit de vérifier l'aptitude de ces modèles à une bonne prédiction de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau (ou de pression) et de mettre en évidence leurs éventuelles difficultés d'application.

##### 1) Caractéristiques des sols utilisés

Nous considérons dans la suite de cette étude l'argile légère YOLO LIGHT CLAY et le sable de GRENOBLE pour lesquels on dispose des relations  $h(\theta)$  et  $K(\theta)$  ou  $K(h)$ .

a) Pour le YOLO LIGHT CLAY, le traitement statistique des points expérimentaux fournis par PHILIP (1969, page 221 et 1957 b, page 353) conduit HAVERKAMP et al (1977) à proposer les relations suivantes :

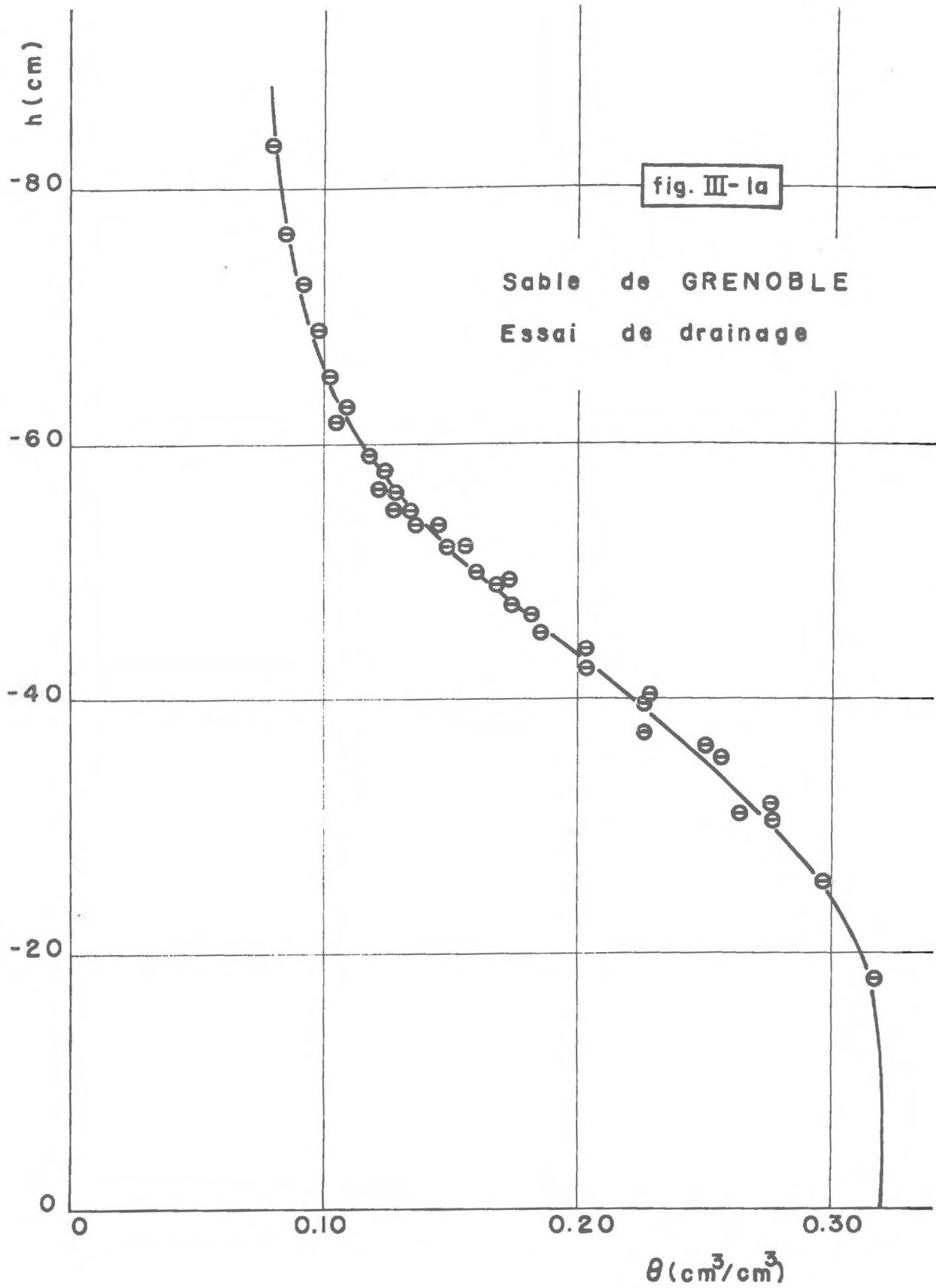
$$h(\theta) = \exp \left[ \left[ \frac{\alpha_1 (\theta_s - \theta_r)}{\theta - \theta_r} - \alpha_1 \right]^{\frac{1}{b_1}} \right] \quad (3-1)$$

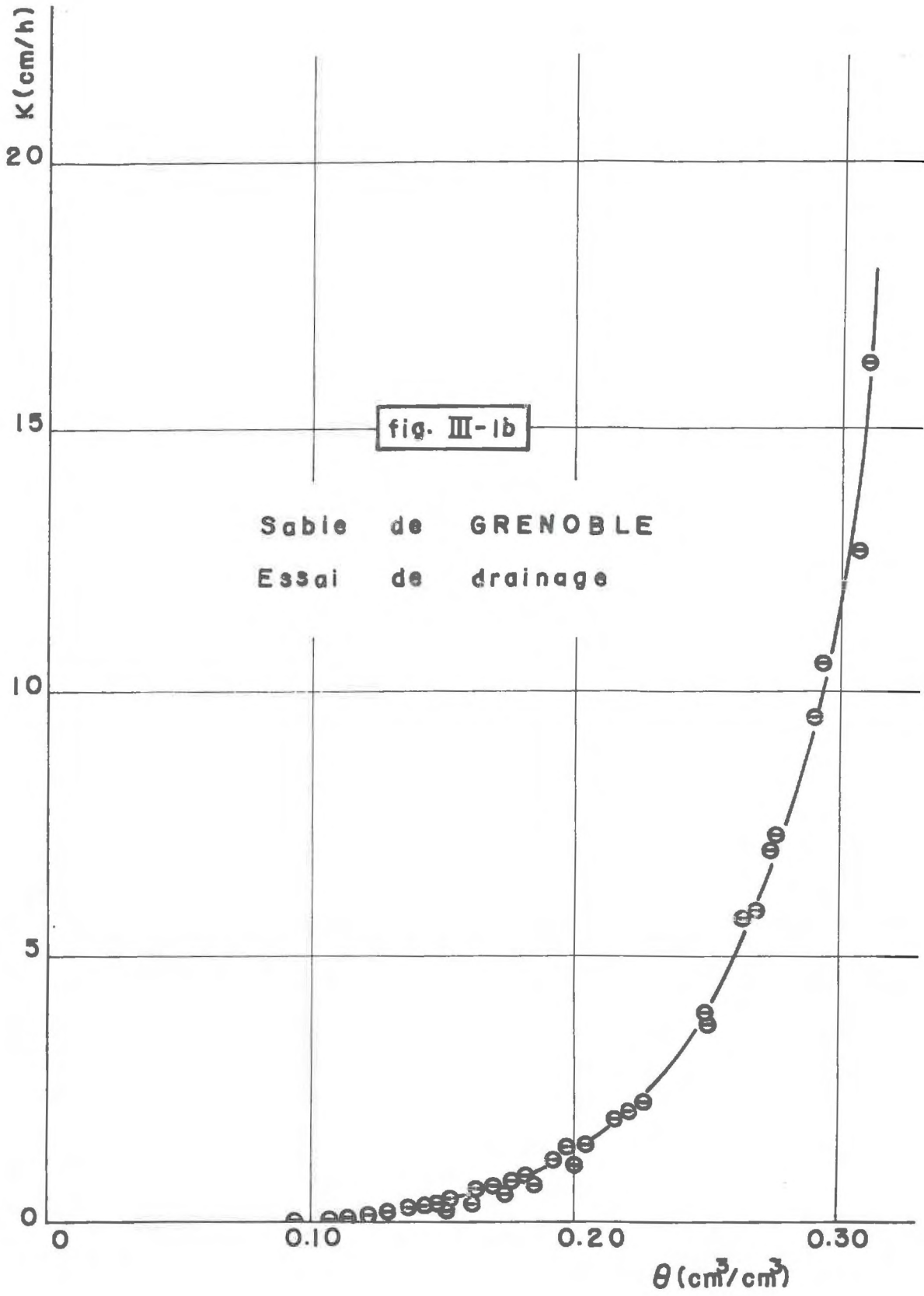
avec  $\alpha_1 = 730,79$  ;  $b_1 = 3,98$  ,  $\theta_s = 0,4950 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  ;  $\theta_r = 0,1250 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$

Cette relation sera utilisée dans la suite, depuis  $\theta_s$  jusqu'à  $\theta_{\min} = 0,250 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  à laquelle correspond  $h_{\min} = 496,9 \text{ cm}$  d'eau.

$$K(h) = K_s \cdot \frac{A}{A + |h|^B} \quad (3-2)$$

avec  $K_s = 0,04428 \text{ cm/h}$  ;  $A = 124,6$  ;  $B = 1,77$





b) Pour le sable de Grenoble, un essai classique de redistribution effectué au laboratoire sur une colonne verticale a permis d'obtenir par la méthode des profils instantanés (WATSON, 1966) les valeurs de pression et de conductivité hydraulique pour différentes teneurs en eau.

Les figures III-1 a et III-1 b montrent les résultats obtenus. Ainsi, nous pouvons noter quelques valeurs caractéristiques :

$$\theta_s = 0.320 \quad \theta_{\min} = 0.080 \quad h_{\min} = -86 \quad K_g = 15.4 \text{ cm/h}$$

## 2) Nécessité d'une extrapolation de la courbe $h(\theta)$ vers la zone sèche

Les équations (2-11) et (2-31) définissant les modèles I et II respectivement, montrent qu'il convient de disposer de valeurs très faibles de la pression, pour pouvoir calculer les intégrales.

Or ces valeurs sont inaccessibles à la mesure directe simple, in-situ ou sur échantillons non remaniés, en raison de la limitation théorique du tensiomètre (-600 à -700 cm d'eau). MUALEM (1976) suggère une extrapolation des courbes expérimentales  $h(\theta)$  vers les valeurs de faible humidité selon la formule de BROOKS-COREY (eq.2-33) :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[ \frac{h_c}{h} \right]^\lambda \quad (3-3)$$

Il apparaît donc 3 paramètres  $h_c$ ,  $\theta_r$ ,  $\lambda$  qui se ramènent à deux en imposant la continuité des courbes  $h(\theta)$  mesurée et extrapolée (voir fig.III-2), au dernier point de mesure ( $\theta_{\min}$ ,  $h_{\min}$ ). L'équation (3-3) devient alors :

$$h = h_{\min} \cdot \left[ \frac{S_{e \min}}{S_e} \right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (3-4)$$

avec

$$S_{e \min} = \frac{\theta_{\min} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

Le couple ( $\theta_r$ ,  $\lambda$ ) retenu est celui qui minimise le carré des écarts  $d$ , entre les points expérimentaux ( $\theta_i$ ,  $h_i$ ) pris sur le segment ( $\theta_{\min}$ ,  $\theta_p$ ) où  $\theta_p$  est le point d'inflexion de la courbe  $h(\theta)$  et ceux calculés par la formule (3-6) étendue jusqu'à  $\theta_p$  (fig.III-2).  $\theta_r$  et  $\lambda$  sont alors donnés par les expressions suivantes :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N \left[ \ln \frac{S_{ei}}{S_{e \min}} \right]^2}{\sum_{i=1}^N \ln \left[ \frac{h_{\min}}{h_i} \right] \cdot \ln \left[ \frac{S_{ei}}{S_{e \min}} \right]} \quad (3-5)$$

$$d = \sum_{i=1}^N \left[ \ln \frac{h_{\min}}{h_i} \right]^2 - \frac{2}{\lambda} \sum_{i=1}^N \ln \left[ \frac{h_{\min}}{h_i} \right] \cdot \ln \left[ \frac{S_{ei}}{S_{e \min}} \right] + \frac{1}{\lambda^2} \sum_{i=1}^N \left[ \ln \frac{S_{ei}}{S_{e \min}} \right]^2 \quad (3-6)$$



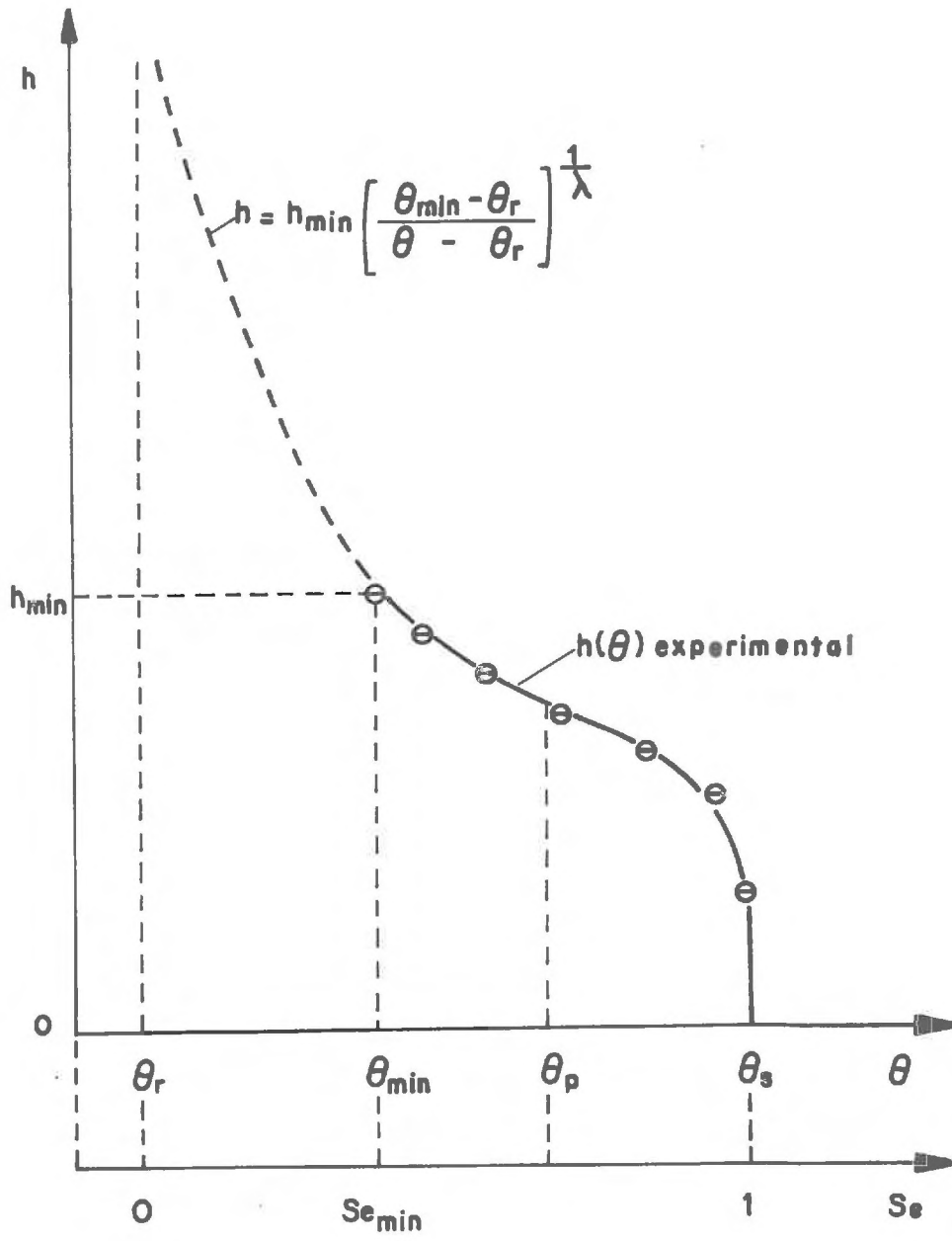


fig. III-2

où  $N$  est le nombre de points pris sur  $(\Theta_{min}, \Theta_p)$ .

La valeur de  $\Theta_r$  retenue est celle qui minimise  $d$  et l'équation (3-5) donne la valeur de  $\lambda$  correspondante.

On constate que les équations (3-5) et (3-6) font intervenir les valeurs  $(\Theta_{min}, h_{min})$ , le nombre de points  $N$ , considérés sur  $(\Theta_{min}, \Theta_p)$  et par conséquent la valeur de  $\Theta_p$ . Il convient d'étudier leur influence sur la détermination de la courbe  $h(\Theta)$  extrapolée.

a) Influence de  $\Theta_p$

L'utilisation d'expressions analytiques lissant les points expérimentaux permet une détermination précise du point d'inflexion : il correspond au maximum de la capacité capillaire. Pour le YOLO LIGHT CLAY il est obtenu par simple dérivation de l'équation (3-1) tandis que pour le sable de Grenoble qu'on dispose simplement la courbe expérimentale de  $h(\Theta)$ , il est obtenu graphiquement. Cela donne  $\Theta_p = 0,4740 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  et  $0,2400 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$  pour le YOLO LIGHT CLAY et le Sable de GRENOBLE, respectivement. Dans ses articles, MUALEM ne donne aucune indication sur la manière dont  $\Theta_p$  est obtenue. Nous pensons qu'il s'agit d'une détermination graphique, qui peut de ce fait être entachée d'une certaine erreur. Afin d'en étudier son influence, les valeurs de  $\Theta_r$  et  $\lambda$  ont été calculées pour les 2 sols par les équations (3-5) et (3-6) pour différentes valeurs de  $\Theta_p$  prises sur la courbe  $h(\Theta)$ , toutes choses étant égales par ailleurs. Cela revient à introduire artificiellement une incertitude sur cette valeur

TABLEAU III-1

$\Theta_{min} (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$h_{min} (\text{cm})$	$\Theta_p (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$h_p (\text{cm})$	$\Theta_r (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\lambda$	Résidus/N
YOLO LIGHT CLAY						
0,250	-496,89	0,474	-13,29	0	0.20	0.0261
0,250	-496,89	0,464	-17,72	0	0.21	0,0219
0,250	-496,89	0,454	-22,35	0	0.21	0.0169
0.250	-496,89	0,444	-27,31	0	0.21	0.0136
0.250	-496,89	0,434	-32,70	0	0.21	0.0103
0.250	-496,89	0,424	-38,59	0	0.22	0.0092
0.250	-496,89	0,414	-45,08	0	0.22	0.0078
0.250	-496,89	0,404	-52,27	0	0.22	0.0066
0.250	-496,89	0,394	-60,27	0	0.22	0.0050



TABLEAU III-1 (suite)

SABLE DE GRENOBLE						
0.080	-86.00	0.260	-33.40	0.055	2.43	0.00078
0.080	-86.00	0.240	-36.60	0.055	2.49	0.00062
0.080	-86.00	0.220	-40.20	0.055	2.54	0.00057
0.080	-86.00	0.200	-43.40	0.065	3.31	0.00042
0.080	-86.00	0.180	-46.90	0.065	3.35	0.00039

Les résultats donnés dans le tableau III-1 montrent que les valeurs  $\theta_r$  et  $\lambda$  sont pratiquement insensibles à une variation relative de  $\theta_p$  de  $\pm 10\%$  autour de sa valeur moyenne. Cela signifie que l'on peut se contenter d'une estimation, par voie graphique de  $\theta_p$ .

b) Influence de N

Dans ce test, les valeurs de  $\theta_r$  et  $\lambda$  ont été calculées pour différentes valeurs de N, ( $\theta_{min}$ ,  $h_{min}$ ) et  $\theta_p$  étant gardés constants. Les points de calcul pris sur les courbes  $h(\theta)$  sont définis par :

$$\theta_i = C(i-1) \cdot \Delta\theta \quad \text{avec} \quad \Delta\theta = \frac{\theta_p - \theta_{min}}{N-1} \quad (3-7)$$

$\theta_{min} (cm^3/cm^3)$	$h_{min} (cm)$	$\theta_p (cm^3/cm^3)$	N	$\theta_r (cm^3/cm^3)$	$\lambda$	Résidus/N
YOLO LIGHT CLAY						
0.250	-496.89	0.474	2	0	0.18	0.0519
0.250	-496.89	0.474	4	0	0.19	0.0392
0.250	-496.89	0.474	9	0	0.20	0.0322
0.250	-496.89	0.474	14	0	0.20	0.0264
0.250	-496.89	0.474	19	0	0.20	0.0222
0.250	-496.89	0.474	24	0	0.20	0.0209
0.250	-496.89	0.474	38	0	0.21	0.0190
0.250	-496.89	0.474	48	0	0.20	0.0182
SABLE DE GRENOBLE						
0.080	-86.00	0.240	5	0.045	2.09	0.00103
0.080	-86.00	0.240	9	0.045	2.11	0.00089
0.080	-86.00	0.240	12	0.055	2.49	0.00077
0.080	-86.00	0.240	17	0.055	2.52	0.00063
0.080	-86.00	0.240	33	0.055	2.52	0.00059

TABLEAU III-2

Les résultats du tableau III-2 montrent que l'influence de  $N$  devient négligeable à partir de  $N = 12$ . Cette dernière valeur sera considérée dans la suite de l'étude.

c) Influence du couple ( $\theta_{\min}$ ,  $h_{\min}$ )

Pour les deux sols, les valeurs de  $\theta_r$  et  $\lambda$  sont calculées par les équations (3-5) et (3-6) avec  $N = 12$ , pour différents couples ( $\theta_{\min}$ ,  $h_{\min}$ ).

Cela revient à admettre que les courbes expérimentales sont définies sur une plage d'humidité plus ou moins étendue. Les résultats sont présentés, tableau III-3.

$\theta_{\min}(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$h_{\min}(\text{cm})$	$\theta_p(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\theta_r(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\lambda$	Résidus /N
YOLO LIGHT CLAY					
0.250	-496.89	0.474	0	0.20	0.0261
0.260	-473.33	0.474	0	0.20	0.0253
0.270	-348.80	0.474	0	0.20	0.0221
0.284	-278.35	0.474	0	0.20	0.0210
0.294	-238.90	0.474	0	0.20	0.0201
0.304	-206.18	0.474	0	0.20	0.0187
0.314	-178.74	0.474	0	0.20	0.0169
SABLE DE GRENOBLE					
0.080	- 86.00	0.240	0.055	2.49	0.00062
0.085	- 76.60	0.240	0.035	2.03	0.00049
0.090	- 71.60	0.240	0.005	1.60	0.00024
0.100	- 66.00	0.240	0.005	1.65	0.00018
0.110	- 61.40	0.240	0.005	1.70	0.00011

TABLEAU III-3

Il apparaît que, pour l'argile,  $\theta_r$  et  $\lambda$  sont insensibles au choix ( $\theta_{\min}$ ,  $h_{\min}$ ), contrairement au sable. Ce résultat doit cependant être interprété avec prudence, car pour le YOLO LIGHT CLAY, la valeur  $\theta_r = 0$  est la limite physiquement acceptable, mais elle ne correspond pas au minimum de  $\lambda$ . Cela se traduit d'ailleurs pour des résidus beaucoup plus élevés que le sable, comme on peut le constater sur les tableaux III-1, 2 et 3.

### 3) Conclusions

Ces différents tests de sensibilité montrent que l'extrapolation de la courbe  $h(\theta)$  vers les faibles valeurs d'humidité, dépend essentiellement du point  $(\theta_{\min}, h_{\min})$  et il est raisonnable de penser qu'elle sera d'autant plus satisfaisante que le domaine expérimental sera plus étendu. Nous examinerons ultérieurement son influence sur la prédiction de la conductivité hydraulique.

Les valeurs retenues pour la suite de l'étude sont résumées dans le tableau III-4 ci-dessous.

	$\theta_{\min} (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$h_{\min} (\text{cm d'eau})$	$\theta_p (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\theta_r (\text{cm}^3/\text{cm}^3)$	$\lambda$
YOLO LIGHT CLAY	0.2500	-496.90	0.4740	0.0	0.20
SABLE DE GRENOBLE	0.080	- 86.00	0.2400	0.055	2.49

TABLEAU III-4

Il est à noter que les valeurs  $\theta_r$ ,  $\lambda$  obtenues sont parfaitement conformes avec celles fournies par MUALEM (1978 a) (tableau n°2, p.328) pour des sols comparables.

## II - MISE EN OEUVRE DU MODELE I

### 1) Modalités de mise en oeuvre

Nous rappelons que le modèle I (AVERJANOV, modifié par MUALEM, 1978) est défini par les équations suivantes :

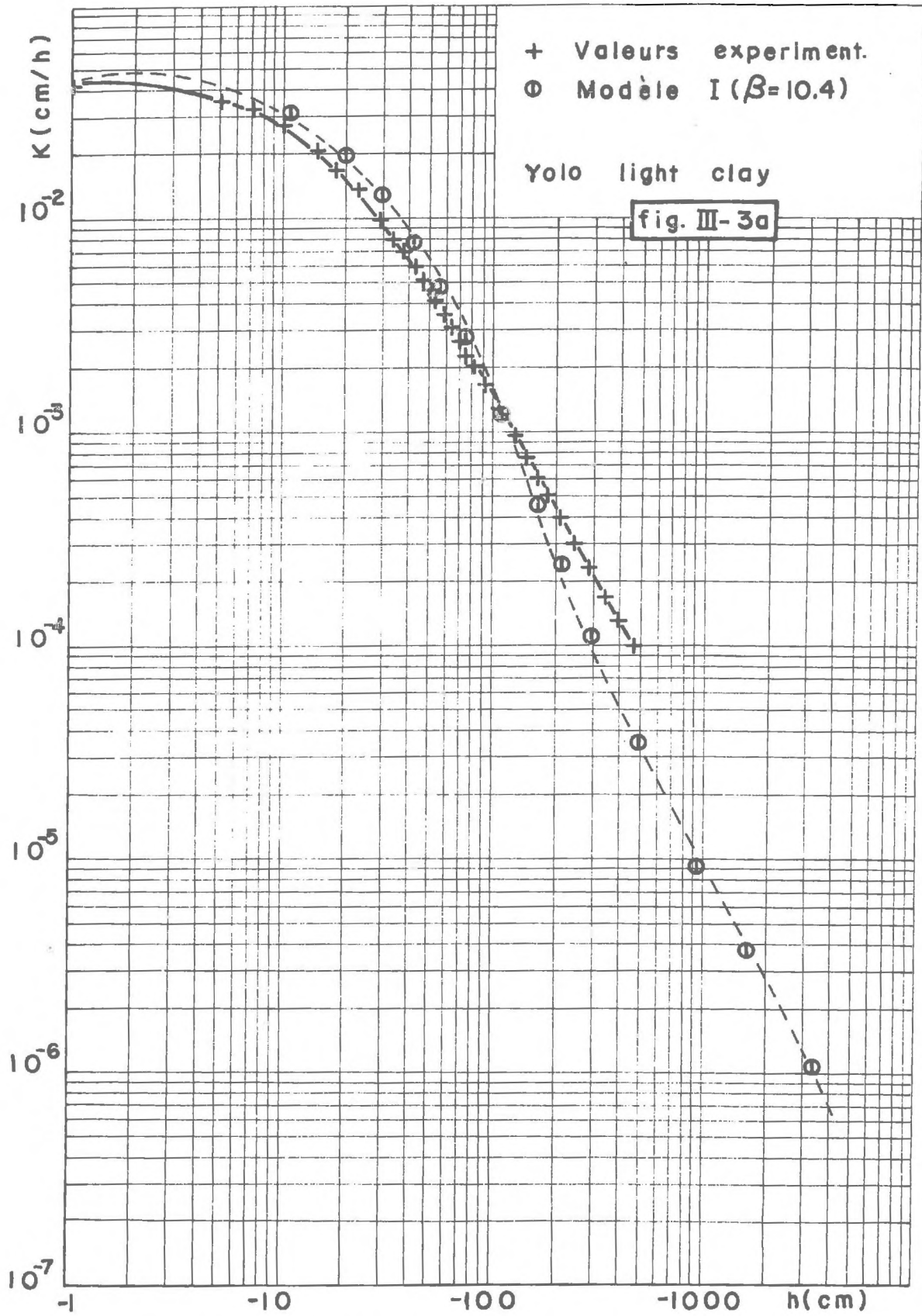
$$K = K_s \cdot \left[ \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right]^\beta \quad (3-8)$$

$$\beta = 0.015 w + 3.0$$

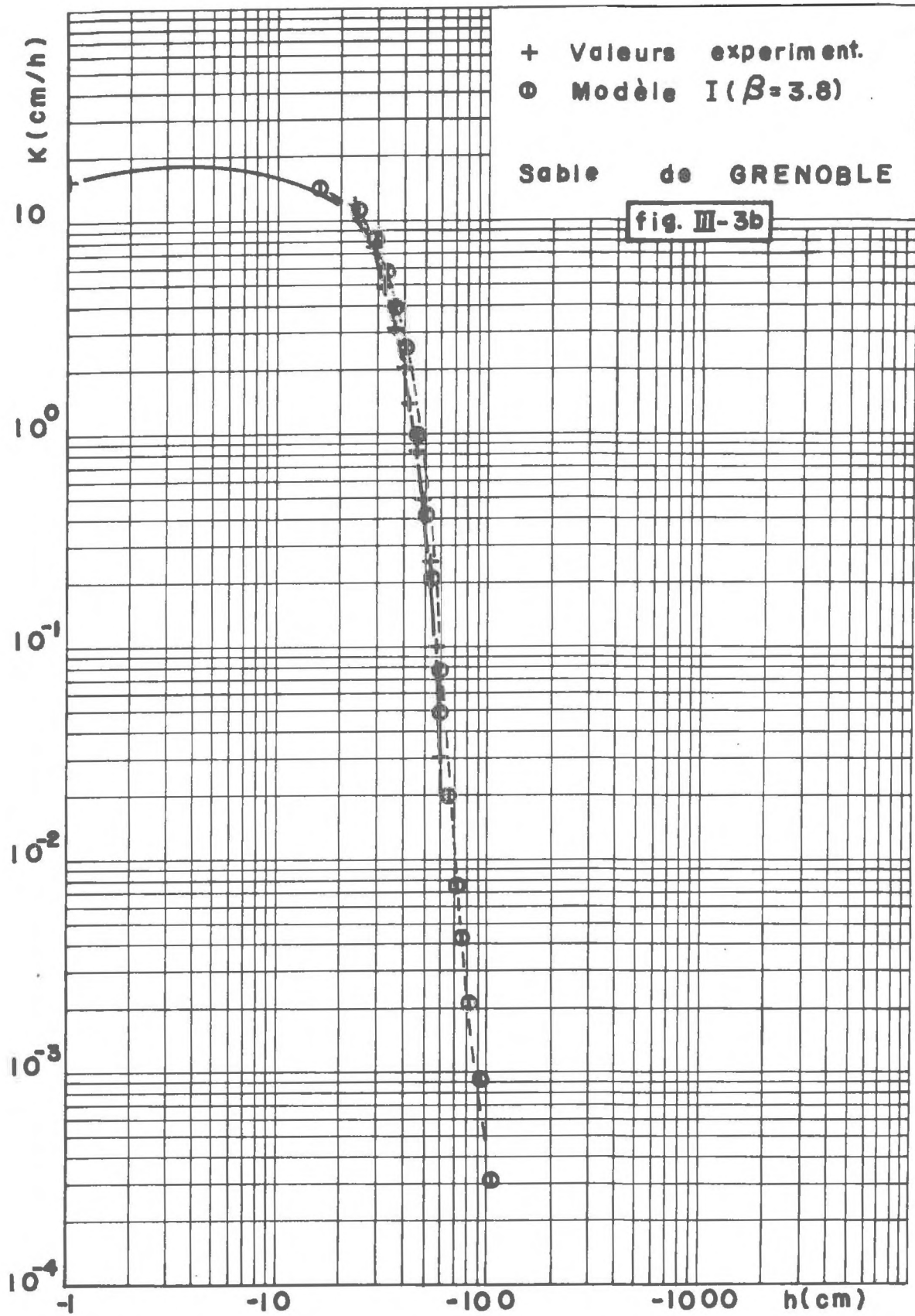
$$w = \int_{\theta_r}^{\theta_s} \rho_w \cdot g \cdot h(\theta) \cdot d\theta$$

Son utilisation pour prédire la conductivité hydraulique nécessite par conséquent la connaissance des points suivants :

- la teneur en eau résiduelle  $\theta_r$  pour laquelle  $K \rightarrow 0$  et  $h \rightarrow -\infty$ . Cette valeur est obtenue selon la procédure précédemment décrite.
- la relation  $h(\theta)$  pour calculer  $w$ .
- la conductivité hydraulique à saturation  $K_s$ .







d) Le choix de la borne inférieure de l'intégrale donnant  $w$ . En effet pour  $\theta = \theta_r$  la pression devient infinie (éq. 3-4), ce qui rend impossible le calcul de  $w$ . Avec MUALEM (1978 a), nous prenons la valeur  $\theta_r$  qui correspond à une pression  $h_r = -15000$  cm d'eau représentant le point de flétrissement classiquement utilisé en agronomie. Cela met en évidence la nécessité de disposer d'une extrapolation de  $h(\theta)$ , à défaut de points expérimentaux in situ.

## 2) Résultats

Ce modèle appliqué à l'argile et au sable, pour lesquels les données nécessaires sont disponibles, donne les résultats présentés dans le tableau ci-dessous.

	$\theta_s$	$K_s$	$\theta_r$	$\lambda$	$\theta_f$	$w$ (cm.p.w.g)	$\beta$
YOLO LIGHT CLAY	0.4950	0.04428	0.0	0.20	0.1264	496.0	10.4
SABLE DE GRENOBLE	0.320	15.4	0.055	2.49	0.055	50.7	3.8

TABLEAU III-5

Les figures III-3 a et III-3 b donnent pour l'argile et le sable respectivement, les valeurs de la conductivité hydraulique, obtenues expérimentalement et numériquement. Les relations numériques  $K(\theta)$  présentées ont simplement été obtenues par l'équation (3-8) compte-tenu des relations  $h(\theta)$  pour les deux sols.

On peut constater que globalement l'accord est excellent.

On notera cependant une légère divergence pour le YOLO LIGHT CLAY dans la partie sèche ( $h < -400$  cm d'eau). Cela est probablement dû à une estimation de  $\theta_r$ , donc de  $\lambda$  moins satisfaisante que pour le sable, comme cela a été signalé précédemment. On peut remarquer que pour le sable, la valeur de  $\beta$  est proche de celle proposée par AVERJANOV (1950).

## III - MISE EN OEUVRE DU MODELE II

### 1) Modalités de mise en oeuvre

Pour calculer la conductivité hydraulique, MUALEM (1976) propose la formule suivante :



$$K = K_s \cdot S_e^{0.5} \cdot \left[ \frac{f(S_e)}{f(1)} \right]^2 \quad (3-9)$$

avec

$$f(S_e) = \int_0^{S_e} \frac{dS_e}{h}$$

Comme pour le cas précédent, son utilisation demande la connaissance des points suivants :

- la conductivité hydraulique à saturation.
- la relation  $h(\theta)$  et son extrapolation pour calculer  $\theta_r$ , donc  $S_e$  et  $\lambda$ .
- de plus, elle pose le problème du calcul des fonctions  $f(S_e)$  et  $f(1)$  :

. Pour  $S_e < S_{e_{min}}$ , la fonction  $f(S_e)$  se calcule directement, car la relation  $h(S_e)$  (éq. 3-4) est intégrable analytiquement. L'équation (3-9) devient alors :

$$K = K_s \cdot S_e^{0.5} \cdot \left[ \frac{S_e / (C_1 + \frac{1}{\lambda}) \cdot h}{S_{e_{min}} / (C_1 + \frac{1}{\lambda}) \cdot h_{min} + \int_{S_{e_{min}}}^1 \frac{dS_e}{h}} \right]^2 \quad (3-10)$$

. Pour  $S_e > S_{e_{min}}$ , l'équation (3-9) s'écrit, compte tenu de la remarque précédente :

$$K = K_s \cdot S_e^{0.5} \cdot \left[ \frac{S_{e_{min}} / (C_1 + \frac{1}{\lambda}) \cdot h_{min} + \int_{S_{e_{min}}}^{S_e} \frac{dS_e}{h}}{S_{e_{min}} / (C_1 + \frac{1}{\lambda}) \cdot h_{min} + \int_{S_{e_{min}}}^1 \frac{dS_e}{h}} \right]^2 \quad (3-11)$$

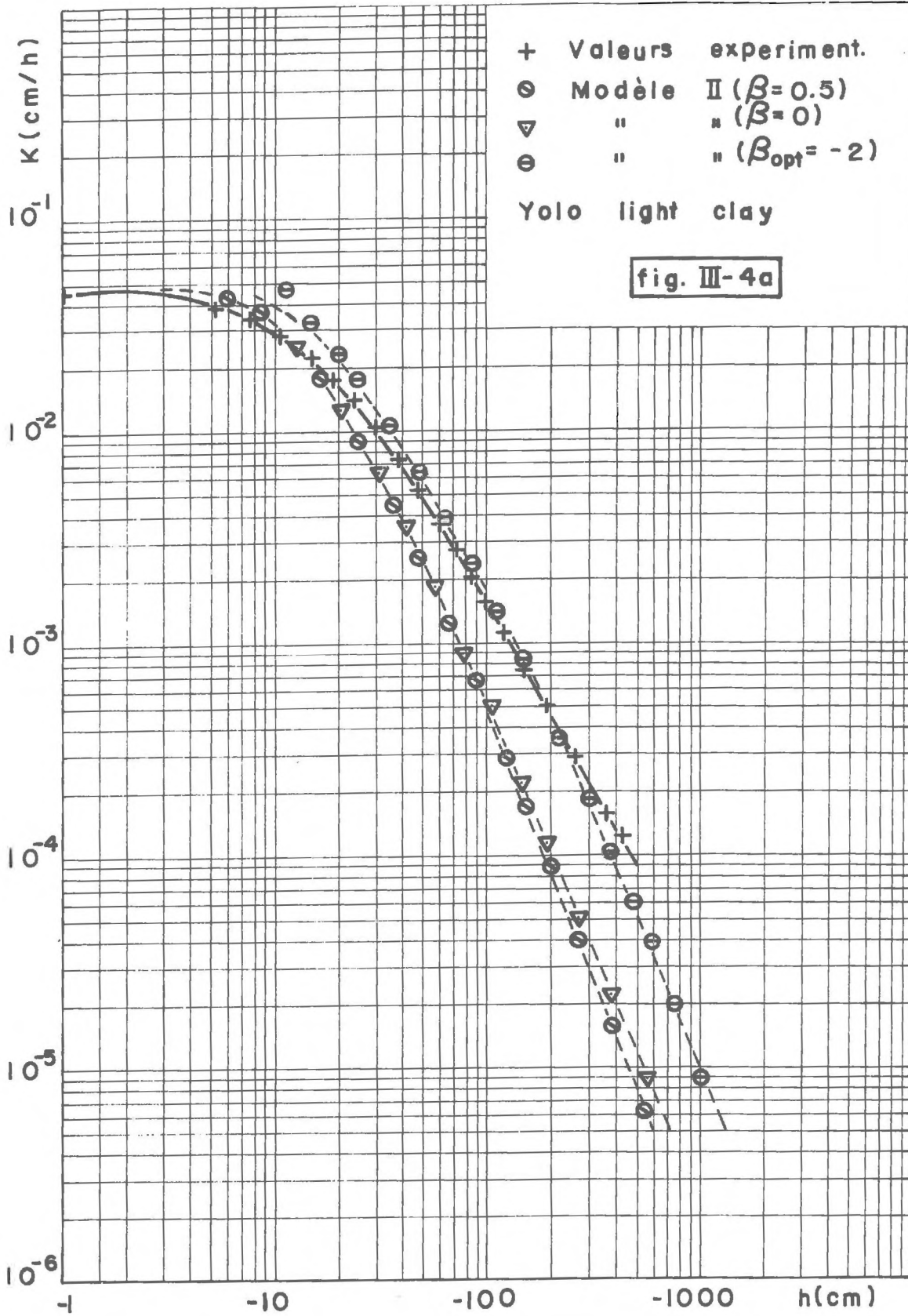
La mise en oeuvre du modèle II se ramène donc au calcul des intégrales figurant dans les équations (3-10) et (3-11).

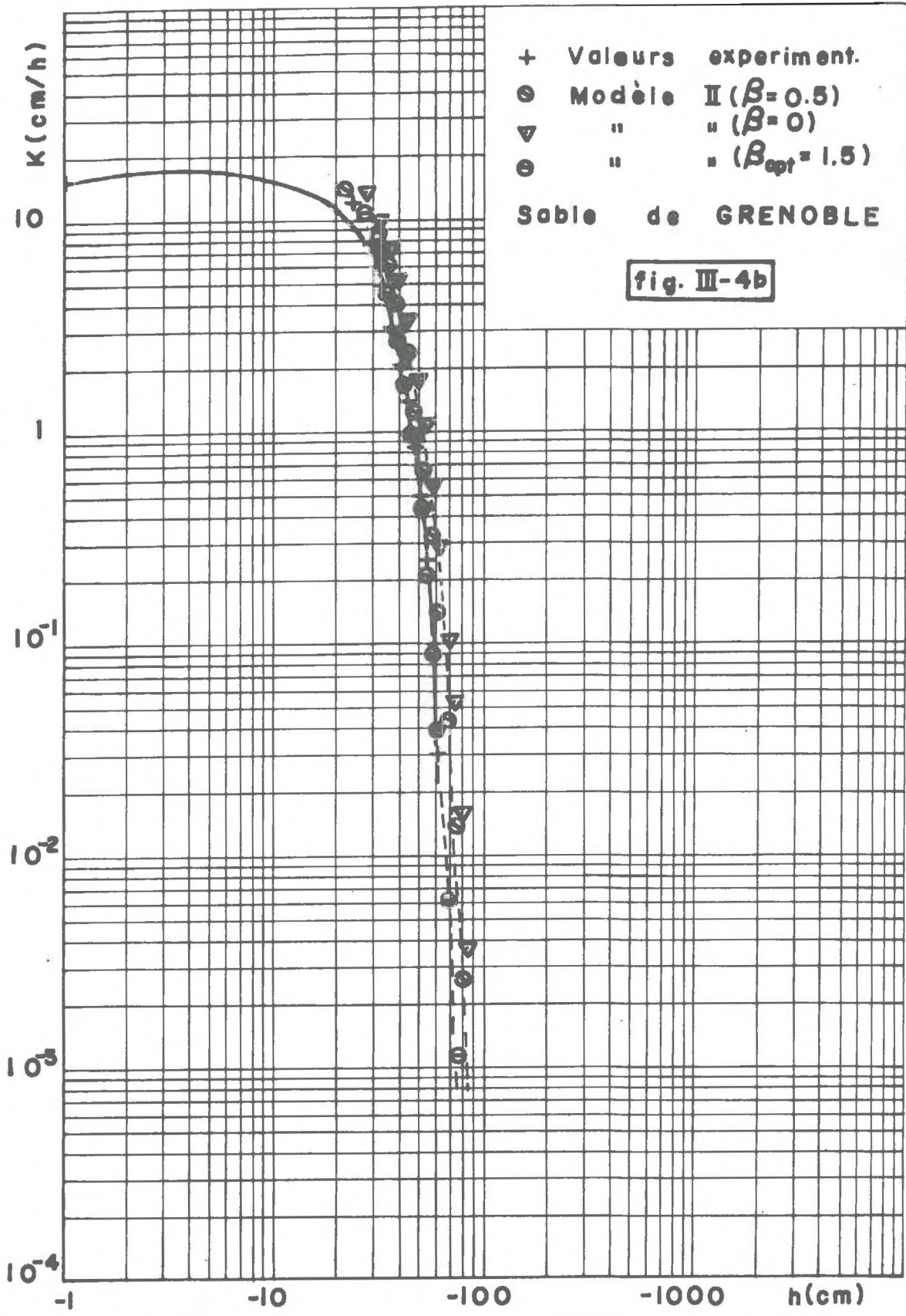
- Il se pose également le problème de l'existence de la fonction  $f(S_e)$  au voisinage de  $S_e = 1$ . En effet pour cette valeur  $h \rightarrow 0$ . Cependant la forme générale de l'expression analytique de  $h(\theta)$  est telle pour tous les sols que la convergence de  $f(S_e)$  au voisinage de 1 est mathématiquement prouvée (le coefficient  $\beta_1$  dans (3-1) est toujours supérieur à l'unité). D'un point de vue numérique, on approche cette valeur à  $10^{-4}$  près en reserrant le pas d'intégration au voisinage de la saturation.

## 2) Résultats

### a) Comparaison avec les résultats expérimentaux

L'application de ce modèle aux 2 sols conduit aux valeurs numériques de la conductivité hydraulique reportées fig. III-4 a et III-4 b.







On constate que, contrairement au modèle I, l'accord avec les résultats expérimentaux est peu satisfaisant : pour l'argile (fig.III-4a) les faibles valeurs de conductivité sont sous-estimées et pour le sable (fig.III-4 b), les fortes valeurs sont légèrement surestimées. Ce résultat n'est pas véritablement surprenant dans la mesure où dans l'étude effectuée par MUALEM (1976), le modèle II donne les meilleurs résultats pour 18 sols sur 45, seulement.

### b) Recherche de la valeur optimum de $\theta$ pour les 2 sols

En adoptant la même démarche que celle utilisée par MUALEM (1976) il est possible de chercher la valeur optimum de  $\theta$ . Elle correspond à la minimisation du carré des écarts  $D_i$  entre  $K_{exp}^*$  expérimental et  $K_c^*$  calculé par la formule (2-31) avec différentes valeurs  $\theta_i$ .

$$D_i = \left[ \int_{S_{e_{min}}}^1 C \ln K_c^* - \ln K_{exp}^* \right]^2 \cdot \frac{dS_e}{1 - S_{e_{min}}} \Bigg]^{0.5} \quad (3-12)$$

Les valeurs optimales ainsi trouvées sont  $\theta_{opt.} = 1.5$  pour le sable et  $\theta_{opt.} = -2$  pour l'argile. Les conductivités hydrauliques calculées avec ces valeurs sont également reportées fig.III-4a et 4b. On constate que l'accord maintenant pour les deux types de sols est excellent.

Il apparait donc que la valeur universelle  $\theta = 0.5$  suggérée par MUALEM (1976) ne permette pas de prédire en toute confiance les valeurs de  $K(\theta)$ , quel que soit le type de sol.

### 3) Tentative de recherche d'une autre valeur universelle de $\theta$

L'examen des caractéristiques des 45 sols utilisés par MUALEM (1976) (tableau n°1, page 515) pour dériver la valeur  $\theta = 0.5$  montre que les sols à tendance sableuse ont été privilégiés dans l'échantillon retenu, par rapport aux sols argileux. Nous avons repris cette étude, en y ajoutant 21 sols supplémentaires (notamment des sols argileux), utilisés dans la littérature, auxquels la procédure exposée au paragraphe 2b, de ce présent chapitre a été appliquée. Le tableau III-6 fournit la liste des sols, leurs caractéristiques hydrodynamiques, le coefficient optimum  $\theta_{opt.}$  et l'écart  $D_i$ . Il apparait la tendance que les valeurs de  $\theta_{opt.}$  sont négatives pour les sols argileux (ce qui est le cas pour le Yolo Light Clay) et positives pour les sols sableux.

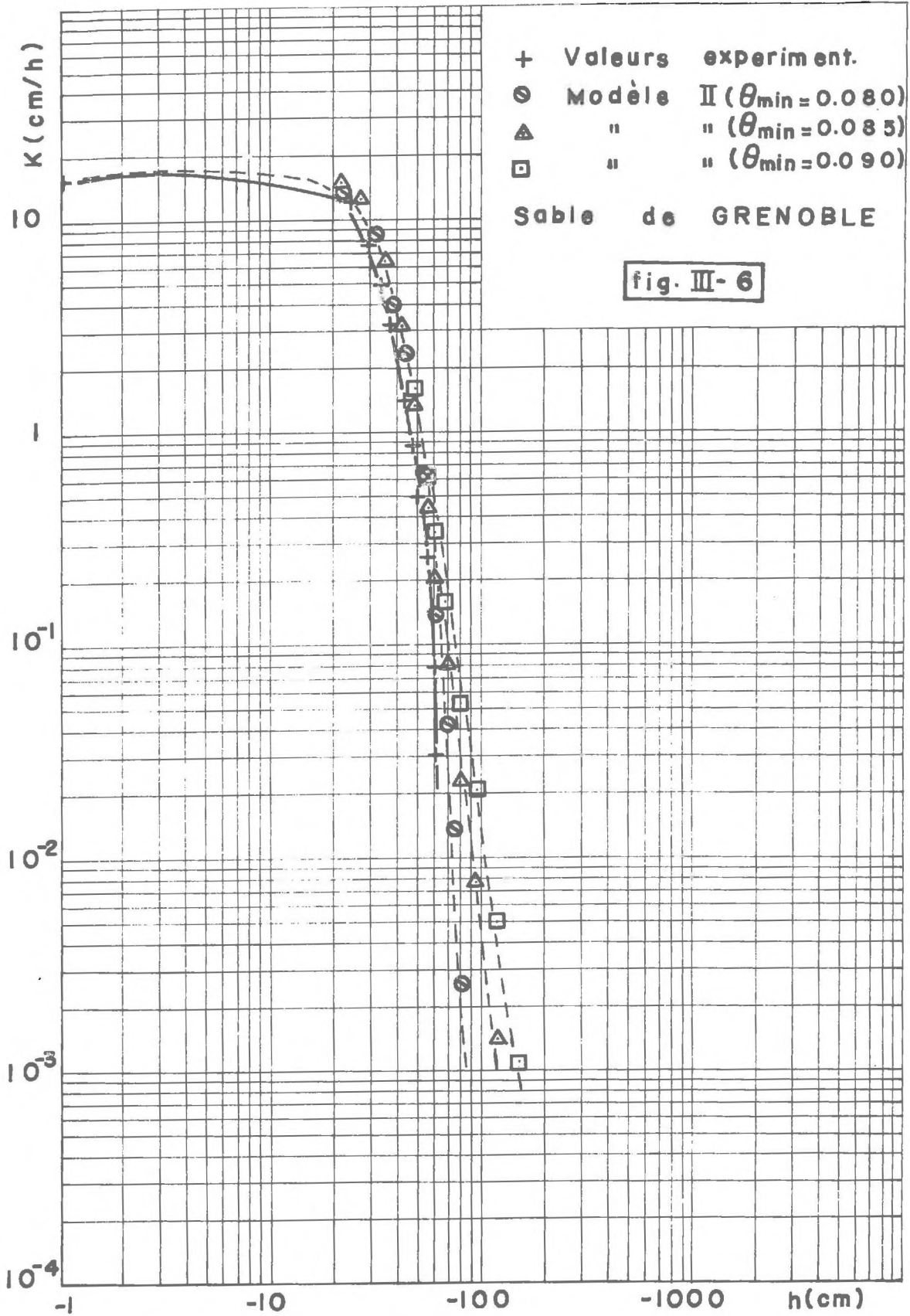
N°	Types de sols	$K_s$ (cm/h)	$\theta_s$	$\theta_{min}$	$-h_{min}$	$\theta_r$	$\lambda$	$\theta_{opt.}$	$D_i$
1	Uplands sand (W.J. STAPLE)	7.75	0.305	0.037	$15 \times 10^3$	0.010	0.28	1.5	2.11
2	Coarse sand (RIJTEMA)	46.67	0.395	0.003	$10 \times 10^5$	0.0002	0.50	0	0.89
3	Sable de Grenoble (1)	9.5	0.340	0.087	110.99	0.080	1.72	-1.0	2.95
4	Sable de Grenoble (2)	33.90	0.287	0.080	93.25	0.070	2.64	0.5	3.32
5	Sable de Grenoble (J.Touma)	15.40	0.320	0.080	86.00	0.055	2.49	1.5	0.73
6	Dior (G.VACHAUD et al.)	6.61	0.261	0.042	440.00	0.029	1.23	0.5	0.22
7	Light loamy med. coarse sand (RIJTEMA)	0.096	0.394	0.015	$10 \times 10^5$	0.002	0.36	-1.5	3.46
8	Loamy coarse sand (BRUCE)	8.70	0.400	0.059	$12 \times 10^3$	0.025	0.29	0.5	0.96
9	Loamy Pine sand (RIJTEMA)	1.10	0.439	0.0075	$10 \times 10^5$	0.001	0.36	-3.0	1.71
10	Yolo fine sandy loam (MOORE)	1.00	0.398	0.144	300	0.125	1.20	-1.5	4.01
11	Loam (RIJTEMA)	0.21	0.503	0.098	$16 \times 10^3$	0.005	0.27	-1.0	0.73
12	Castor loam (W.J. STAPLE)	1.17	0.425	0.037	$15 \times 10^3$	0.001	0.37	2.5	0.84
13	Ida soil (KUNZE et al)	1.56	0.539	0.116	$15 \times 10^3$	0.025	0.16	-0.5	1.11
14	Ridean clay (W.J. STAPLE)	1.92	0.475	0.171	$15 \times 10^3$	0.165	1.15	1.0	0.83
15	Sandy clay loam (BRUCE)	0.106	0.400	0.227	$15 \times 10^3$	0.165	0.20	-4.5	1.60
→ 16	Silty clay loam (RIJTEMA)	0.06	0.475	0.060	$10 \times 10^5$	0.001	0.22	-4.5	3.27
17	Webster soil (KUNZE et al)	1.50	0.500	0.147	$15 \times 10^3$	0.040	0.17	1.5	0.99
→ 18	Silty clay (RIJTEMA)	0.05	0.507	0.065	$10 \times 10^5$	0.005	0.28	-4.5	1.28
19	Colo (KUNZE et al)	1.26	0.504	0.179	$15 \times 10^3$	0.130	0.25	0	1.02
20	Light clay (RIJTEMA)	0.15	0.453	0.075	$10 \times 10^5$	0.005	0.19	-4.5	3.54
21	Yolo light clay (PHILIP)	0.044	0.495	0.250	496.89	0.0	0.20	-2.0	0.32

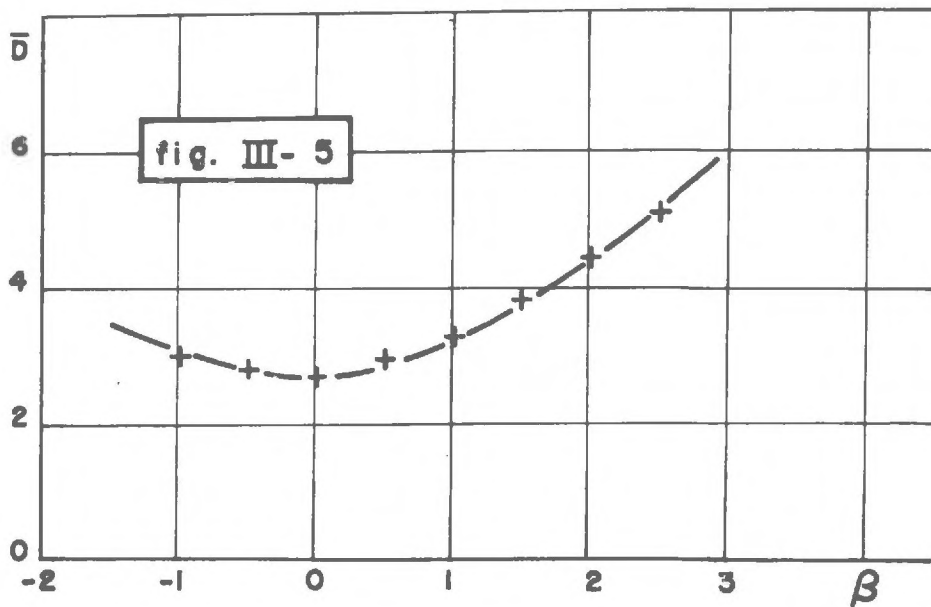
TABLEAU III-6

La recherche d'une autre valeur universelle de  $\theta$  a alors été effectuée en incorporant ces 21 sols aux 45 étudiés par MUALEM. La figure III-5 montre l'écart  $\bar{D} = \sum_{i=1}^{i=66} \frac{D_i}{66}$  en fonction de  $\theta$ . Elle met en évidence, une valeur minimum de  $\bar{D}$  à laquelle correspond  $\theta = 0$ .

On remarquera cependant que cette nouvelle valeur ne permet pas d'améliorer sensiblement la qualité de la prédiction, de  $K(\theta)$  pour le Yolo Light Clay et le sable de Grenoble par rapport à  $\theta = 0.5$ .







#### 4) Retour sur l'influence de l'extrapolation de $h(\theta)$

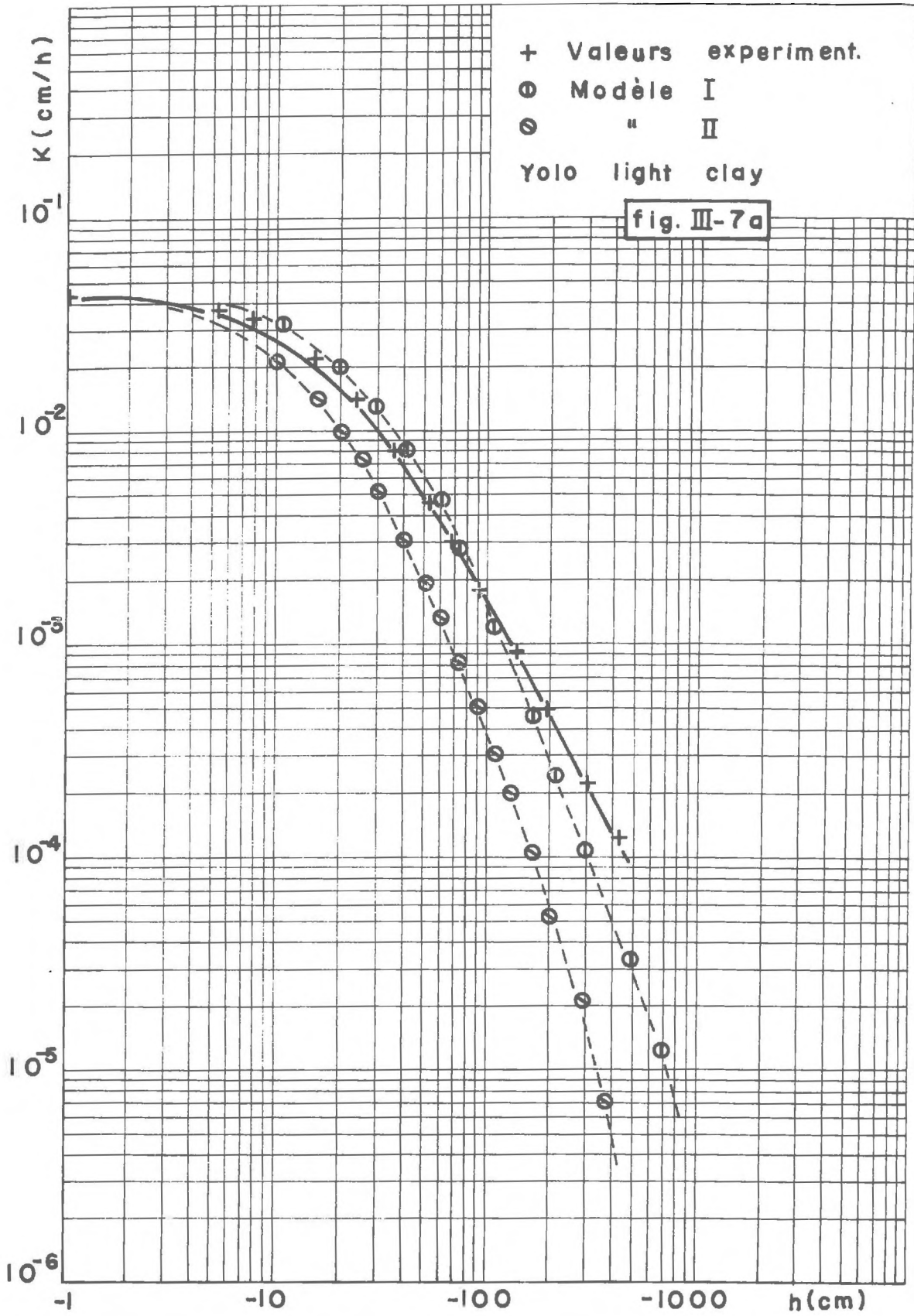
Il a été signalé, à la fin du 1er paragraphe de ce chapitre que le choix  $(\theta_{min}, h_{min})$  influençait  $\theta_r$  et  $\lambda$ , notamment pour le sable. La figure III-6, présente les valeurs de conductivité calculées avec  $\beta = 0.5$  pour différentes valeurs de  $(\theta_{min}, h_{min})$  donc de  $\theta_r$  et  $\lambda$ .

Elle montre que le choix de  $(\theta_{min}, h_{min})$  influence modérément les faibles valeurs de  $K$ , et pratiquement pas les fortes valeurs. On notera cependant que ces différences sont mineures devant les écarts entre les valeurs prédites et expérimentales.

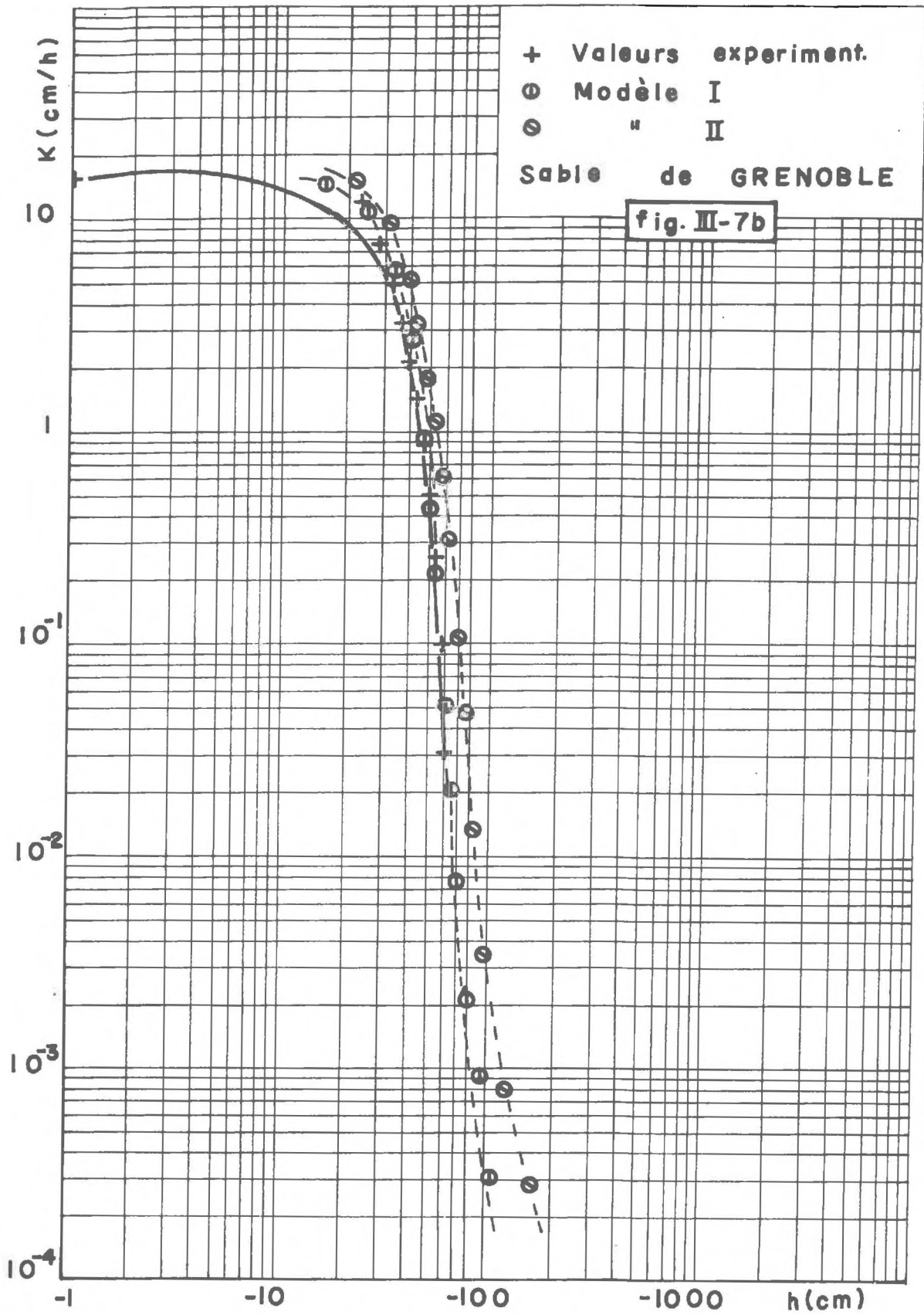
#### IV - CONCLUSIONS

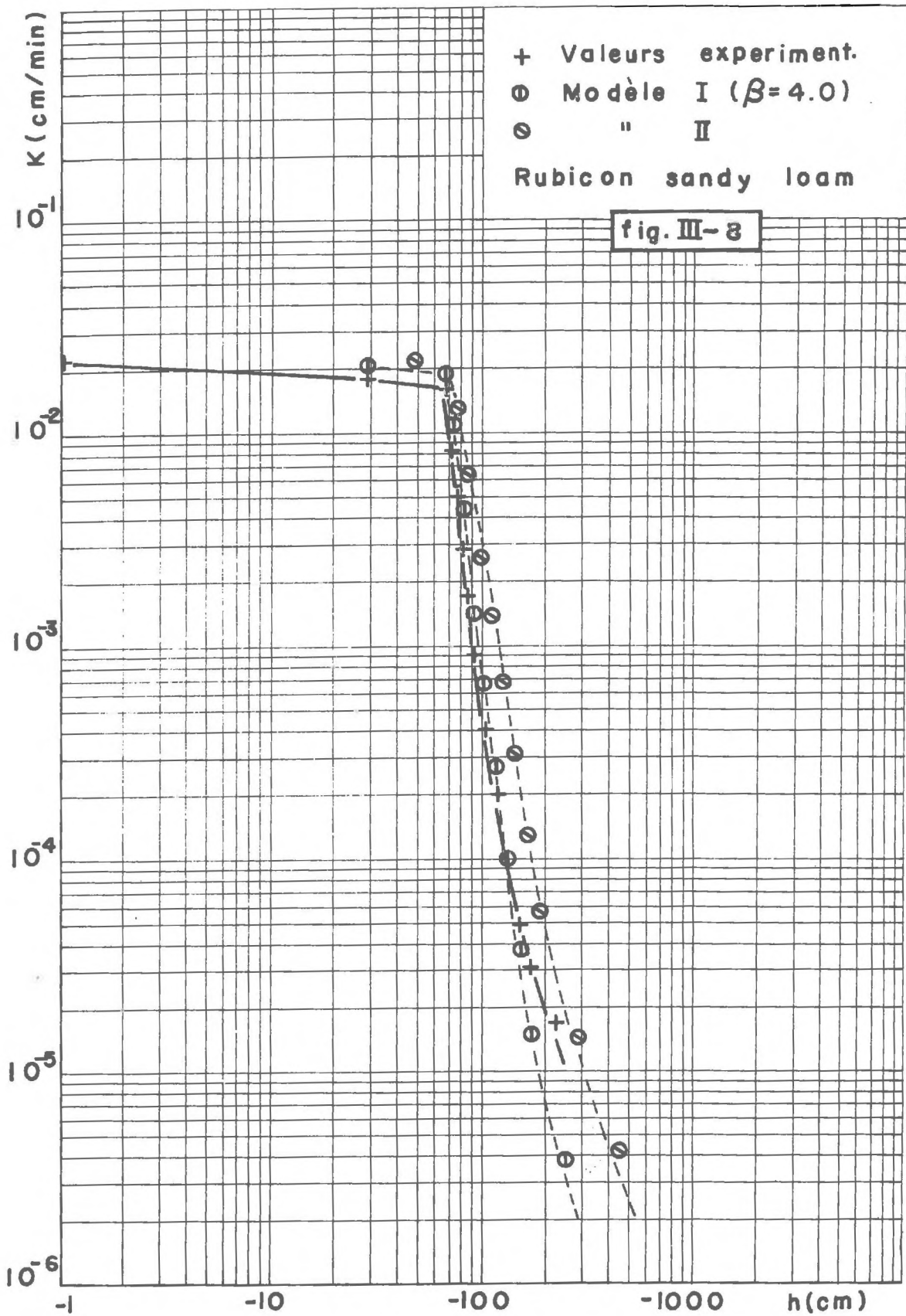
A la faveur de ces quelques résultats, il est possible de dégager les conclusions suivantes.

1) L'utilisation des modèles I et II nécessite la mise en oeuvre d'une procédure d'extrapolation de la relation pression - teneur en eau vers les domaines de faibles pressions inaccessibles à la mesure tensiométrique. L'étude de sensibilité effectuée a montré que la prédiction de la conductivité est relativement peu sensible à une incertitude sur la détermination des paramètres  $\theta_r$  et  $\lambda$ .











2) Pour les deux sols considérés, ici, la prédiction des conductivités hydrauliques est nettement meilleure pour le modèle I (AVERJANOV, modifié par MUALEM, 1978 a) que pour le modèle II (MUALEM, 1976), comme le montrent les figures III-7 a et 7 b. De plus, le modèle I a l'avantage de la simplicité de sa mise en oeuvre. Cependant, il faut éviter de conclure hâtivement sur la généralisation de ces résultats. A titre d'exemple, nous présentons figure III-8 la prédiction de  $K(h)$  par les modèles I et II pour un 3ème sol : le Rubicon Sandy loam, dont les propriétés hydrodynamiques sont données par TOPP (1969).

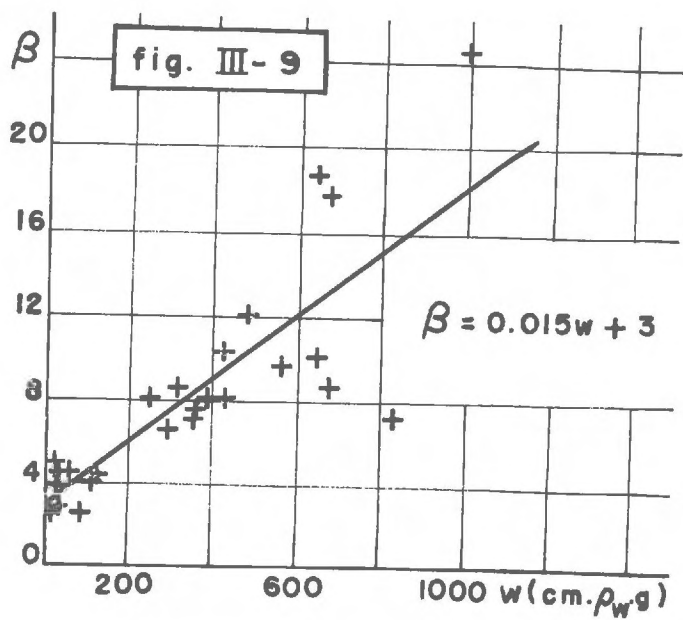
On constate l'excellent accord entre les valeurs expérimentales et calculées par les deux modèles. On trouvera, Chapitre IV des exemples où le modèle II s'avèrera meilleur que le modèle I.

3) Nous avons pu mettre en évidence que la "valeur universelle"  $\beta = 0.5$  suggérée par MUALEM (1976) dépend en fait du choix de l'échantillon de sols considérés. L'introduction de 21 sols, à tendance plus argileuse que ceux retenus par MUALEM (1976) nous conduit à proposer  $\beta = 0$ .

4) La "valeur universelle" de  $\beta$  ainsi trouvée n'est cependant pas l'optimum pour les 2 sols considérés. Cela a conduit HAVERKAMP et al (1978) à proposer une procédure automatique de détermination du coefficient  $\beta$  du modèle II pour chaque sol considéré, fondée sur la loi d'infiltration et la résolution numérique de l'équation de RICHARDS (1-16). On trouvera le détail de cette méthode dans l'article précédemment cité et dans la thèse d'HAVERKAMP, à paraître en 1980.

5) L'utilisation des modèles I ou II permet d'obtenir un ordre de grandeur des conductivités hydrauliques aux faibles humidités, qui sont inaccessibles par l'expérience classique du drainage interne. Cela présente un intérêt certain pour l'étude de l'évaporation ou de la thermomigration.

6) L'aptitude des modèles I et II à prédire convenablement la conductivité hydraulique, dépend en fait de l'adéquation des fondements physiques des modèles à décrire le milieu poreux réel. De ce point de vue, le modèle I (géométrie des pores uniformes) est plus apte à décrire les sols sableux qu'argileux, comme le montre sur la figure III-9 la plus grande dispersion des points, vers les fortes énergies. Cela justifie la procédure utilisée par HAVERKAMP et al (1978) qui constitue à considérer que le milieu poreux est décrit par le modèle II (modèle série-parallèle) mais où le coefficient  $\beta$  constitue un degré de liberté à déterminer pour chaque sol.



## CHAPITRE IV

### PREDICTION DE LA CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE ET ESSAI D'ETUDE DE SA VARIABILITE SPATIALE

Dans de nombreuses applications pratiques, la démarche habituellement utilisée en physique du sol, consiste à déterminer in-situ, les propriétés hydrodynamiques  $h(\theta)$  et  $K(\theta)$  lors d'un essai de drainage interne (HILLEL et al, 1972). Ces relations obtenues pour le site de mesure considéré, sont ensuite étendues à la parcelle, au champ ou au bassin versant, selon l'échelle du problème à résoudre. En fait, la validité de cette extension spatiale se heurte à la variabilité des caractéristiques hydrodynamiques qu'il n'est pas pensable d'étudier par cette méthode en raison de sa lourdeur et de son coût. Une démarche possible consiste à calculer les courbes  $K(\theta)$ , en n'importe quel point par l'intermédiaire de modèles de prédiction validés sur un seul essai de drainage interne. Ainsi, dans ce chapitre, nous étudions les possibilités d'utilisation des modèles I et II pour calculer les conductivités hydrauliques en différents points d'une parcelle. Les résultats obtenus seront ensuite comparés à la théorie de mise en échelle de NIELSEN et al (1973).

#### I - MODE EXPERIMENTAL

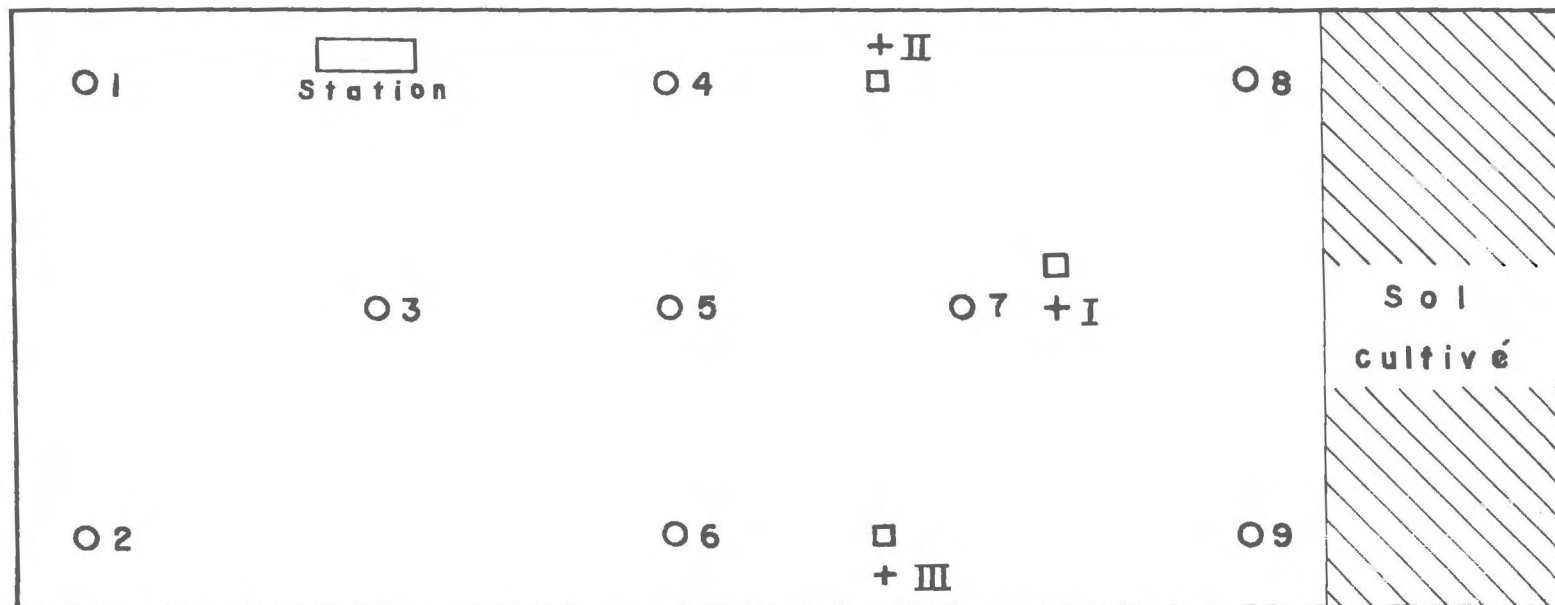
La démarche adoptée consiste à recueillir, de la manière la plus simple possible, les informations relatives au site à étudier qui sont nécessaires à la mise en oeuvre des modèles I et II.

##### 1) Description succincte du site

Le site étudié est une parcelle engazonnée de 2100 m<sup>2</sup> située sur le Domaine Universitaire de Grenoble, en bordure de l'Isère (voir schéma IV-1). Le sol est constitué de couches alluviales, de texture assez fine. Cette parcelle est équipée de nombreux appareils de mesure pour suivre les transferts de masse et de chaleur dans le sol et les échanges avec l'atmosphère.

##### 2) Protocole expérimental

En vue d'acquérir les informations nécessaires à la mise en oeuvre des modèles I et II, un certain nombre d'expériences ont été réalisées.



○ Essais d'infiltration

□ Sonde à neutron

+ Emplacements de prise d'échantillons

Echelle 1:350

fig. IV - 1



a) Essais d'infiltration

9 essais d'infiltration ont été effectués aux emplacements définis sur le schéma IV-1. Pour chaque essai, il s'agit de déterminer l'évolution en fonction du temps de la lame d'eau infiltrée  $I(t)$ , dans un infiltromètre constitué de deux anneaux concentriques ( $\phi_{ext} : 49 \text{ cm}$  ;  $\phi_{int} = 24 \text{ cm}$ ).

Les deux anneaux enfoncés de 10 cm environ, dans le sol préalablement desherbé sont alimentés par deux réservoirs de 12 l et 50 l munis d'échelles limnimétriques et conçus de telle manière que la charge d'eau appliquée à la surface du sol soit maintenue constante et égale à 5 cm, pendant toute la durée de l'essai.

La loi d'infiltration  $I(t)$  est obtenue à partir du volume infiltré à travers la surface de l'anneau intérieur. L'anneau extérieur, quant à lui, fait office d'anneau de garde. La photo n°1 donne une vue du dispositif expérimental.

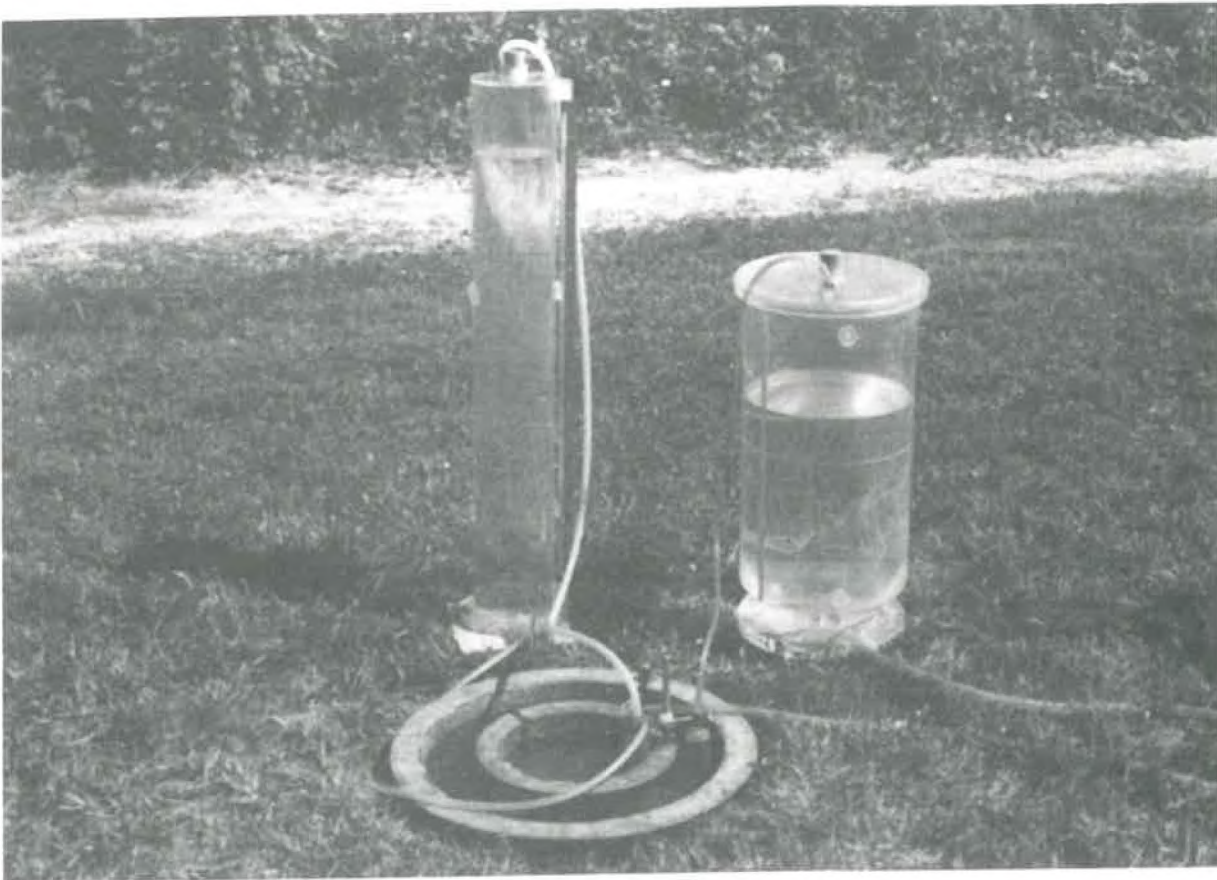


Photo 1

Parallèlement, des échantillons de sol sont prélevés à la tarière avant et après l'essai d'infiltration, en vue d'obtenir les profils d'humidité pondérale.



Ces essais permettent d'obtenir l'ordre de grandeur de la conductivité hydraulique à saturation. En effet la pente asymptotique de la loi  $I(t)$  donne " $K_S$  moyen" sur le profil humecté, d'après la loi de Darcy (éq. 1-13).

b) Prise d'échantillons non remaniés

Des échantillons de sol non remaniés (carottier Soil Moisture) ont été prélevés à 3 emplacements (repérés I, II et III sur le schéma IV-1) et à deux profondeurs 40 et 70 cm, en vue de déterminer au laboratoire les courbes  $h(\theta)$  et  $K(\theta)$ . Pour ce faire, les échantillons de 7 cm de diamètre et 7 cm de hauteur préalablement saturés ont été posés sur un bac de sable sec (voir photo n°2), afin de créer une cinétique d'assèchement par drainage ; l'évaporation étant supprimée par la présence de parafilm à la partie supérieure des échantillons.

i) Chaque échantillon contenu dans une enveloppe cylindrique est muni de 2 bougies tensiométriques (Soil Moisture)  $T_A$  et  $T_B$  implantées horizontalement à 1,2 cm de part et d'autre du centre de l'échantillon. Les deux tensiomètres sont connectés à un manomètre à mercure multi-tubes (voir photo n°3 et figure IV-2).

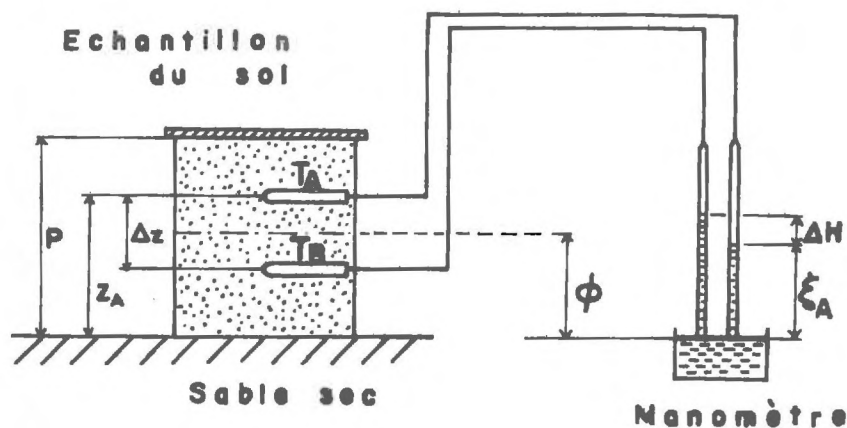


fig. IV-2

Un calcul élémentaire d'hydrostatique montre qu'avec la géométrie utilisée (fig. IV-2), la pression effective de l'eau au point A est donnée par :

$$h_A = -12.6 \zeta_A - z_A \quad (4-1)$$

où  $\zeta_A$  est la hauteur de la colonne de mercure (exprimée en cm) dans le tube manométrique

$z_A$  est la cote d'implantation du tensiomètre  $T_A$  mesurée par rapport à la surface libre du mercure. Il est à noter que les tubes manométriques sont

52 bis

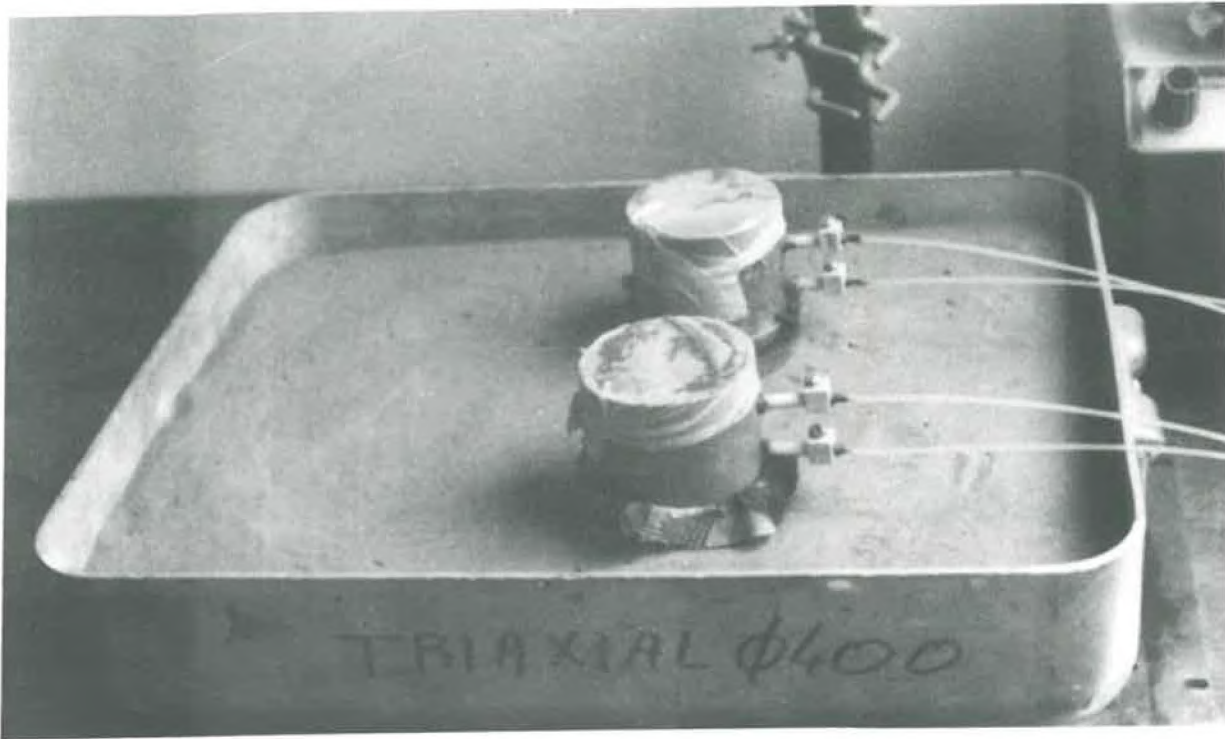


Photo 2

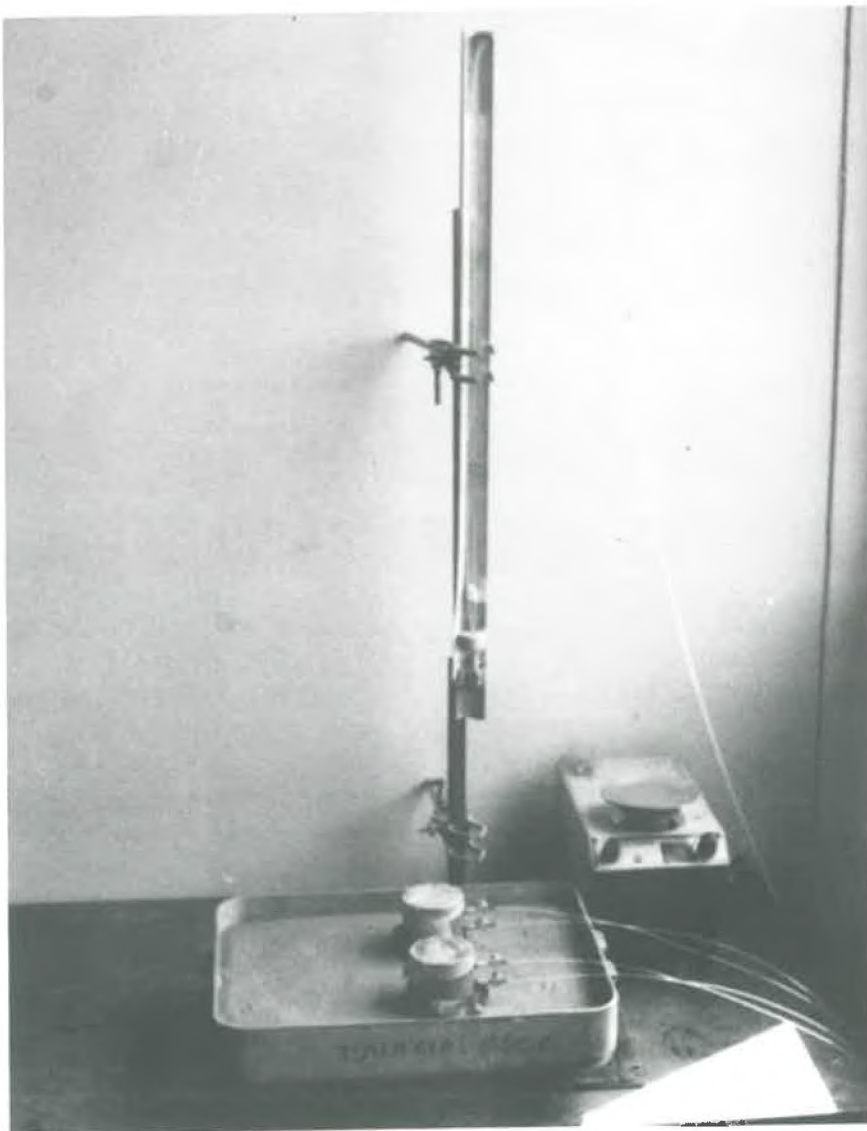


Photo 3

directement graduées en 12,6  $\xi$  (cm) afin d'éviter tout calcul.

La charge hydraulique définie par rapport à la surface du sol est donnée par :

$$H_A = - 12.6 \xi_A - P \quad (4-2)$$

où  $P$  est la distance entre la surface du sol et la surface libre du mercure, dont le réservoir est suffisamment grand pour que ses variations de niveau soient négligeables. La lecture du niveau de mercure dans les deux tubes manométriques, permet d'obtenir au cours du drainage de l'échantillon, l'évolution dans le temps de la pression effective et de la charge hydraulique en deux points distants de  $\Delta Z = 2,4$  cm.

ii) Parallèlement, on suit par simple pesée, l'évolution dans le temps du poids total  $P(t)$  de l'échantillon corrigé évidemment du poids des tensiomètres de l'enveloppe cylindrique et des tuyaux souples de connection tensiomètres-manomètre. Ces mesures gravimétriques sont effectuées avec un pas de temps croissant allant de 5 minutes pendant la première heure de l'expérience à 1 h jusqu'à 8 h, puis deux fois par jour pendant 4 à 5 jours. A titre d'exemple, on donne fig.IV-3 une courbe  $P(t)$  obtenue pour l'échantillon de l'emplacement n°I à la profondeur 40 cm. L'allure de toutes les autres courbes est identique à celle-ci.

iii) Les informations tensiométriques et gravimétriques permettent d'établir les relations caractéristiques de l'échantillon considéré.

- La relation  $h(\theta)$  est simplement obtenue, en corrélant aux mêmes temps, la teneur en eau moyenne  $\bar{\theta}$  et la pression effective moyenne  $\bar{h}$  calculées respectivement par les équations suivantes :

$$\bar{\theta} = \frac{P(t) - P_{sol}}{\rho_w V} \quad (4-3)$$

où  $P_{sol}$  est le poids de sol sec, obtenu par passage à l'étude (à 105°C pendant 24 h) en fin d'expérience,

$V$  est le volume de l'échantillon = 269.4 cm<sup>3</sup>

$$\bar{h} = \frac{h_A + h_B}{2} = - 12.6 \frac{\xi_A + \xi_B}{2} - \varphi \quad (4-4)$$

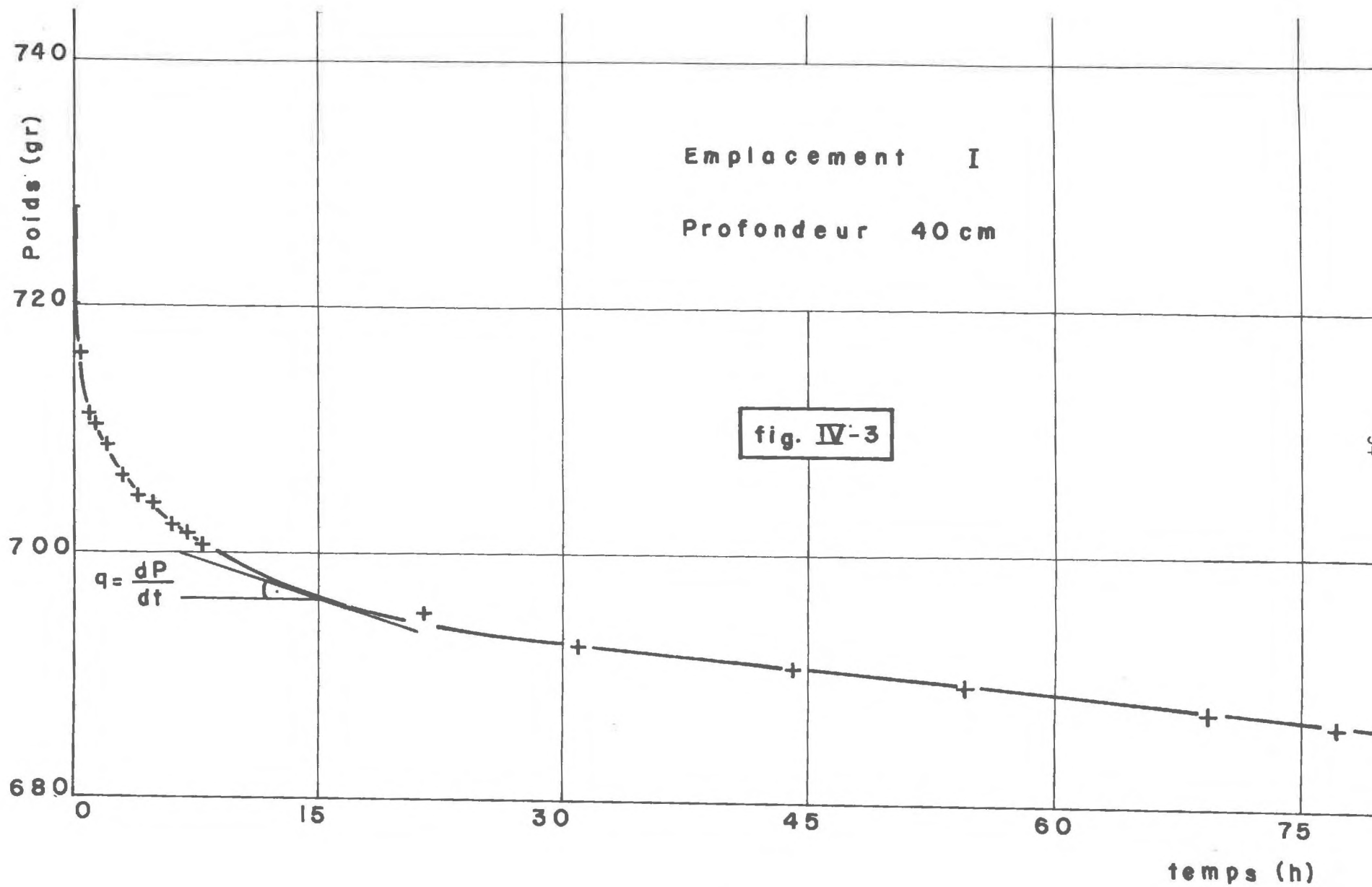
où  $\varphi$  est la distance entre le centre de l'échantillon et la surface libre du mercure (voir fig.IV-2).

- Les conductivités hydrauliques sont calculées par la loi de Darcy :

$$K(\bar{\theta}) = \frac{|\bar{q}(t)|}{|\Delta H / \Delta z|} \quad (4-5)$$

où  $\bar{q}(t)$  est le flux moyen obtenu par :







$$\bar{q}(t) = \frac{1}{S} \cdot \frac{dP}{dt} \quad (4-6)$$

où  $S$  est la section de l'échantillon = 38,5 cm  
et  $dP/dt$  est calculé en prenant la pente de la courbe  $P(t)$  (voir figure IV-3), à différents instants

$\frac{\Delta H}{\Delta Z}$  est le gradient de charge hydraulique qui est calculé entre les 2 tensiomètres situés en A et B (fig.IV-2).

Les valeurs ainsi calculées sont corrélées aux valeurs de  $\bar{\theta}$  prise aux mêmes instants.

- Les conductivités hydrauliques à saturation  $K_S$ , ont été calculées par passage des échantillons dans un paramètre à charge variable, classique.

### 3) Résultats

#### a) Essais d'infiltration

La figure IV-4 présente les lois d'infiltrations pour les 8 essais. En effet, à l'emplacement n°3, il n'a pas été possible d'obtenir une "bonne loi" en raison de macropores importantes (trous de taupes).

Les valeurs de  $K_S$  obtenues et reportées tableau IV-1 varient de 0,7 cm/h à 8,5 cm/h, soit 1 module environ.

Emplacements	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$K_S$ (cm/h)	5,2	8,5	--	1,9	0,7	1,5	2,2	5,8	1,6

TABLEAU IV-1

Il apparait grossièrement que la zone centrale du site (n°4, 5, 6, 7) a des conductivités hydrauliques à saturation plus faibles que les bords (1, 2, 8) sans qu'il y ait d'explications évidentes.

Il est bien évident que ces valeurs ainsi obtenues ne constituent qu'un ordre de grandeur, car en fait, en raison du faible diamètre de l'anneau extérieur, rendu nécessaire pour sa maniabilité, l'écoulement n'est pas strictement vertical au droit de l'anneau intérieur. Cela revient à surestimer  $K_S$ . Cependant, cela donne une idée de l'homogénéité du site, en terme de porosité. Cette notion sera reprise ultérieurement, lors de la théorie de la mise en échelle.

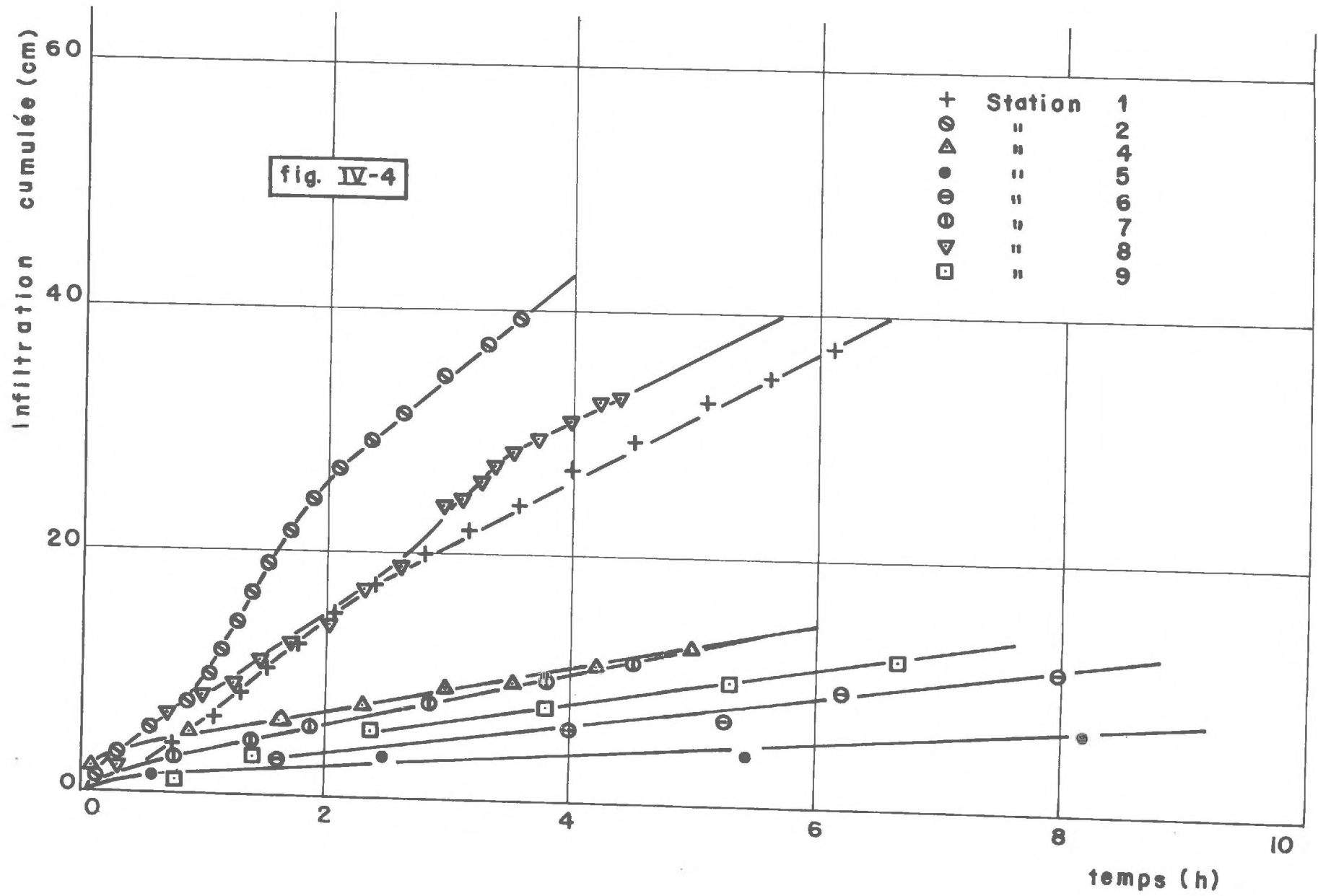


TABLEAU IV-2

Emplacement I					
40 cm			70 cm		
$\bar{h}$ (cm)	$\bar{\Theta}$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	K (cm/h)	$\bar{h}$ (cm)	$\bar{\Theta}$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	K (cm/h)
0	0.480	2.900	0	0.508	1.100
- 21.5	0.451	1.656	- 21.5	0.497	0.640
- 21.5	0.445	1.055	- 21.5	0.494	0.456
- 23	0.437	0.192	- 24.5	0.491	0.050
- 35.5	0.425	0.059	- 40	0.486	0.043
- 45.5	0.418	0.025	- 58.5	0.482	0.042
- 59	0.416	0.015	- 83	0.476	0.028
- 75	0.409	0.0085	-100.5	0.472	0.026
- 97	0.399	0.0070	-125	0.465	0.019
-114	0.393	0.0054	-143	0.459	0.015
-133	0.391	0.0051	-161	0.455	0.012
-152	0.385	0.0045	-177	0.450	0.017
-170.5	0.382	0.0044	-193	0.447	0.0096
-192.5	0.379	0.0039	-209	0.443	0.013
-360.5	0.358	0.0034	-332	0.417	0.0048
-464.5	0.348	0.0012	-409	0.399	0.0028
-573	0.343	0.0014	-522.5	0.379	0.0028
-652.5	0.338	0.0012	-623.5	0.366	0.0028
-745	0.330	0.0010	-751	0.352	--
-798.5	0.326	0.00091			
Emplacement II					
0	0.488	0.770	0	0.514	2.100
- 11.5	0.477	0.434	- 11.5	0.499	1.799
- 16	0.471	0.533	- 22	0.492	0.594
- 27	0.462	0.128	- 42	0.482	0.370
- 41	0.456	0.091	- 56.5	0.476	0.592
- 54	0.451	0.098	- 70.5	0.470	0.403
- 66	0.446	0.073	- 80.5	0.465	0.325
- 88	0.439	0.056	- 98.5	0.456	0.221
-102.5	0.434	0.056	-111.5	0.452	0.180
-131.5	0.425	0.038	-130.5	0.441	0.129
-152.0	0.418	0.023	-143.5	0.435	0.110

TABLEAU IV-2 (suite)

-167.5	0.412	0.013	-153.5	0.427	0.103
-181	0.407	0.011	-161.5	0.421	0.098
-331.5	0.360	0.010	-170.5	0.415	0.086
-391	0.346	0.0065	-179.5	0.410	0.079
-503	0.322	0.0032	-241.5	0.363	0.041
			-268	0.345	0.019
			-319	0.311	0.017
			-347.5	0.297	0.0096
			-402	0.276	0.0059
			-433.5	0.262	
			-497.5	0.242	
Emplacement III					
0	0.468	0.700	0	0.523	0.260
- 14	0.461	0.485	- 14	0.514	0.533
- 15	0.456	0.423	- 21	0.508	0.405
- 20	0.450	0.109	- 41.5	0.500	0.624
- 26.5	0.445	0.065	- 48.5	0.496	0.057
- 36.5	0.439	0.052	- 62	0.492	0.040
- 45.5	0.435	0.029	- 72.5	0.488	0.039
- 58	0.430	0.021	- 97	0.481	0.033
- 73.5	0.425	0.015	-111.5	0.476	0.035
- 93	0.418	0.017	-128	0.467	0.035
-115.5	0.413	0.0096	-139	0.460	0.020
-140	0.407	0.0099	-146.5	0.452	0.016
-166.5	0.403	0.0077	-158	0.446	0.027
-192.5	0.398	0.0086	-166	0.440	0.021
-213.5	0.395	0.0072	-171	0.435	0.018
-385.5	0.375	0.0070	-231	0.391	0.023
-510.5	0.362	0.0023	-265	0.365	0.0068
-698.5	0.345	--	-324.5	0.332	0.012
			-461.5	0.276	0.0031
			-508	0.262	--
			-769.5	0.199	--



b) Courbes caractéristiques des emplacements I, II, III

Le tableau IV-2 donne les valeurs numériques de  $\bar{h}$ ,  $\bar{\theta}$  et  $K$  obtenues selon la procédure décrite ci-dessus pour les échantillons prélevés aux 3 emplacements et à 2 profondeurs (40 et 70 cm).

On notera que les conductivités à saturation obtenues sur échantillons non remaniés au perméamètre à charge variable sont très sensiblement équivalente à celles calculées par les lois d'infiltration  $I(t)$  pour les emplacements voisins.

II - PREDICTION DES RELATIONS  $K(\theta)$  PAR LES MODELES I ET II

1) Position du problème

Il s'agit de calculer les conductivités hydrauliques pour les 3 emplacements et les 2 profondeurs pour les modèles I et II et de comparer les valeurs obtenues avec les valeurs expérimentales figurant dans le tableau IV-2. La connaissance des relations  $h(\theta)$  dont les points expérimentaux sont reportés figure IV-6 a et 6 b pour les profondeurs 40 cm et 70 cm respectivement, et des conductivités à saturation  $K_S$  (tableau IV-2) permet la mise en oeuvre des deux modèles précédemment étudiés. Les valeurs  $\theta_r$  et  $\lambda$  définissant l'extrapolation des courbes expérimentales  $h(\theta)$  vers les parties sèches sont données tableau IV-3, les autres grandeurs intervenant dans ce tableau ayant été définies précédemment.

Emplacements		$\theta_S$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$K_S$ (cm/h)	$\theta_{min}$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$h_{min}$ (cm)	$\theta_p$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$\theta_r$ (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	$\lambda$
Emplacement I	40 cm	0.480	2.90	0.326	-798.5	0.445	0.005	0.09
	70 cm	0.508	1.10	0.366	-623.5	0.491	0.210	0.25
Emplacement II	40 cm	0.488	0.77	0.322	-503.0	0.462	0.005	0.17
	70 cm	0.514	2.10	0.242	-497.5	0.363	0.005	0.57
Emplacement III	40 cm	0.468	0.70	0.345	-698.5	0.450	0.005	0.08
	70 cm	0.523	0.26	0.199	-769.5	0.391	0.005	0.59

TABLEAU IV-3

2) Résultats

a) Prédiction par le modèle I

Ce modèle appliqué aux différents échantillons, donne les résultats présentés dans le tableau IV-4.

		$W$ (cm. p.w.g)	$\beta$
Emplacement I	40 cm	370,0	8,5
	70 cm	382,1	8,7
Emplacement II	40 cm	561,8	11,4
	70 cm	603,7	12,1
Emplacement III	40 cm	369,5	8,5
	70 cm	624,4	12,7

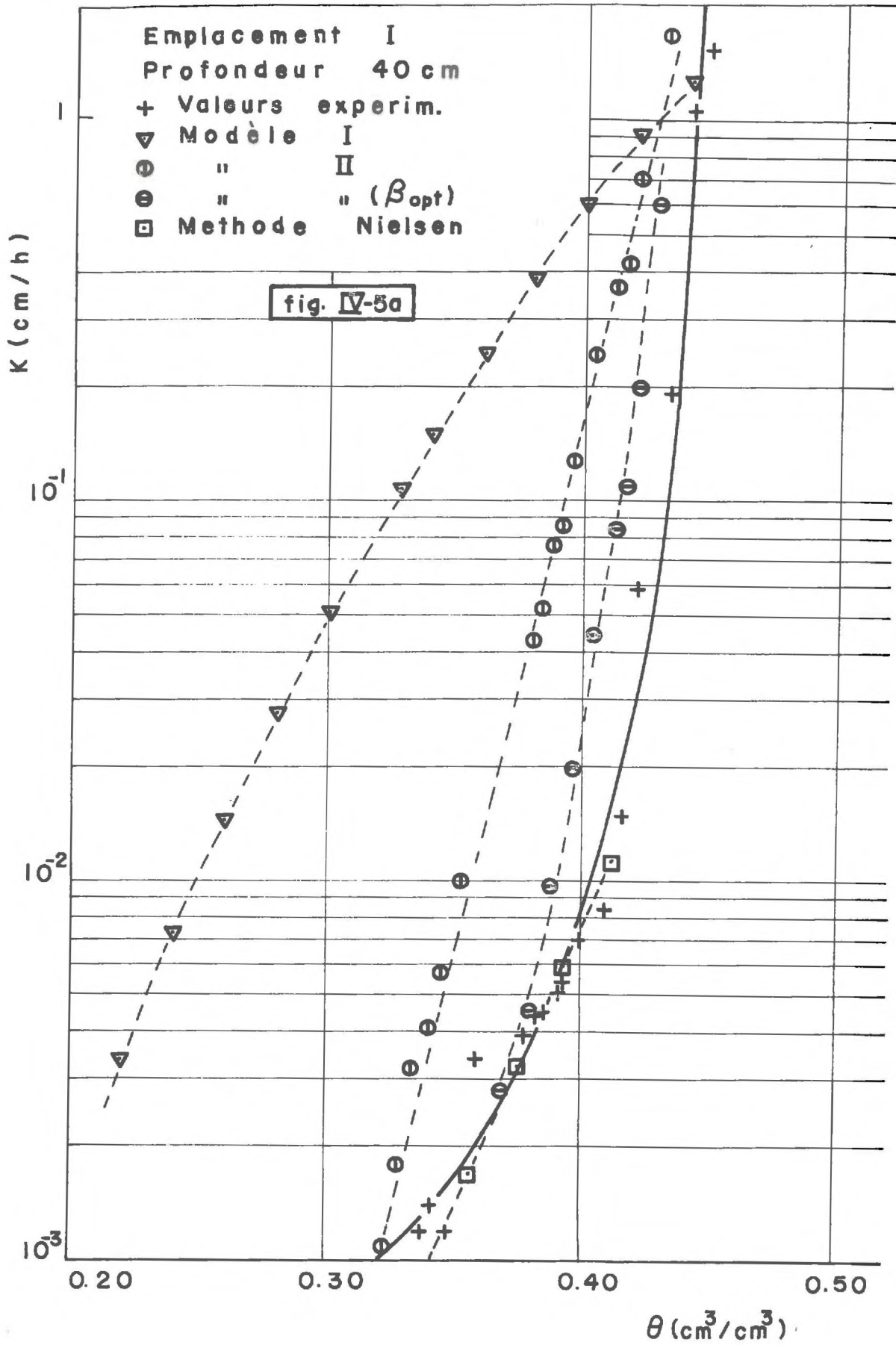
TABLEAU IV-4

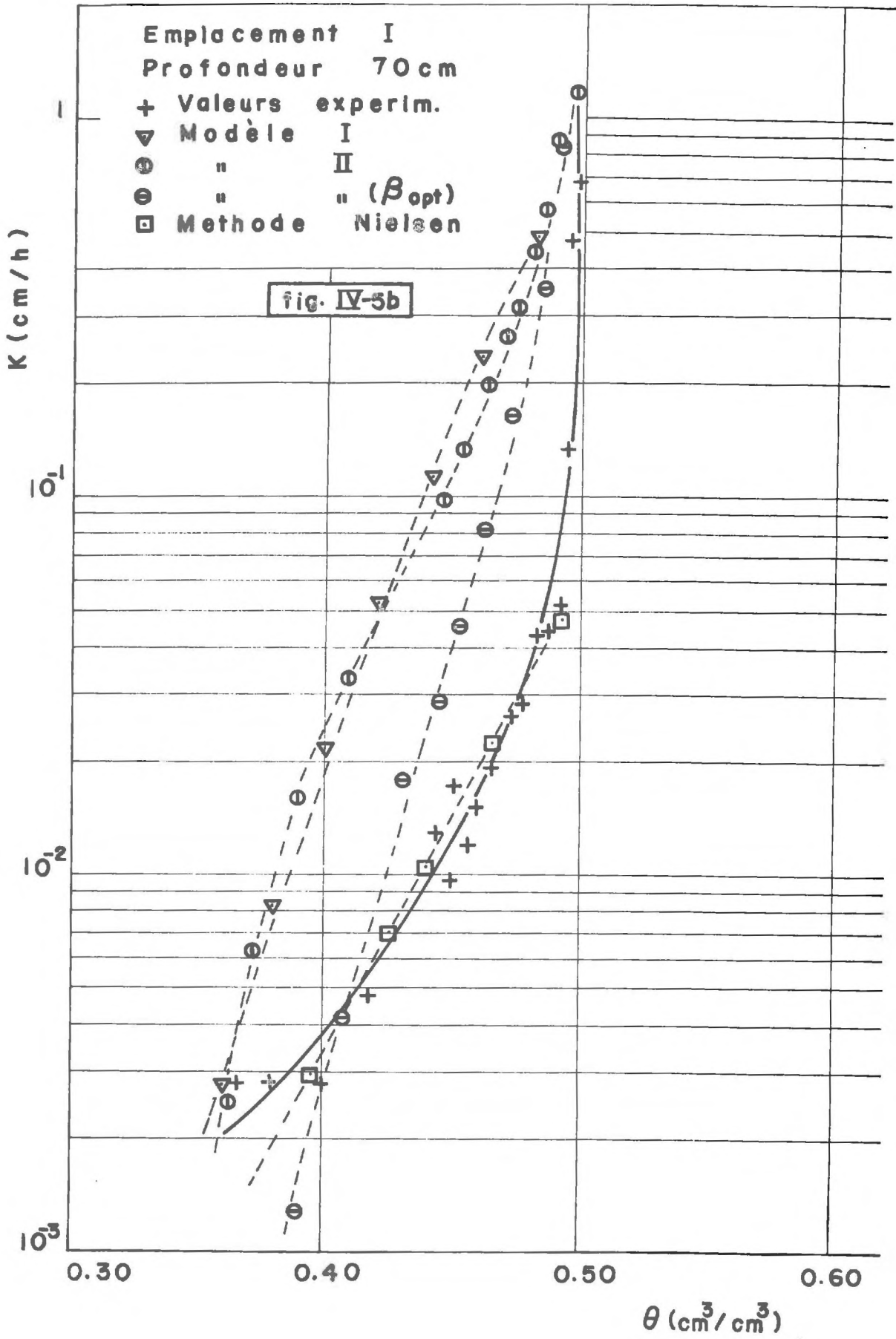
		MUALEM I	MUALEM II
Emplacement I	40 cm	4.791	6.970
	70 cm	2.920	5.750
Emplacement II	40 cm	5.818	4.327
	70 cm	2.211	2.580
Emplacement III	40 cm	3.985	2.200
	70 cm	3.047	2.730

TABLEAU IV-5

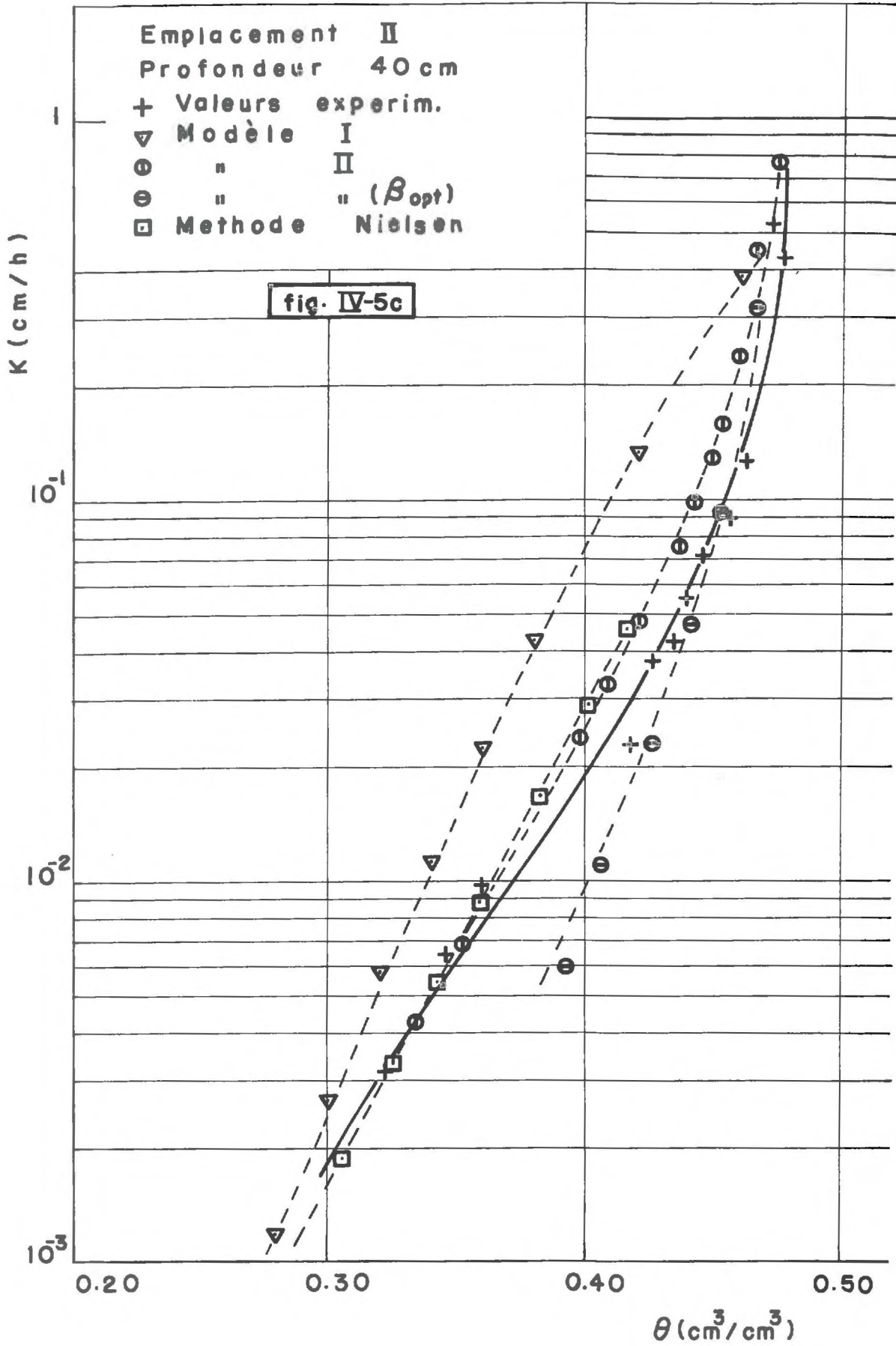
		$b_{opt.}$
Emplacement I	40 cm	9.5
	70 cm	5.0
Emplacement II	40 cm	8.0
	70 cm	3.5
Emplacement III	40 cm	-0.5
	70 cm	5.0

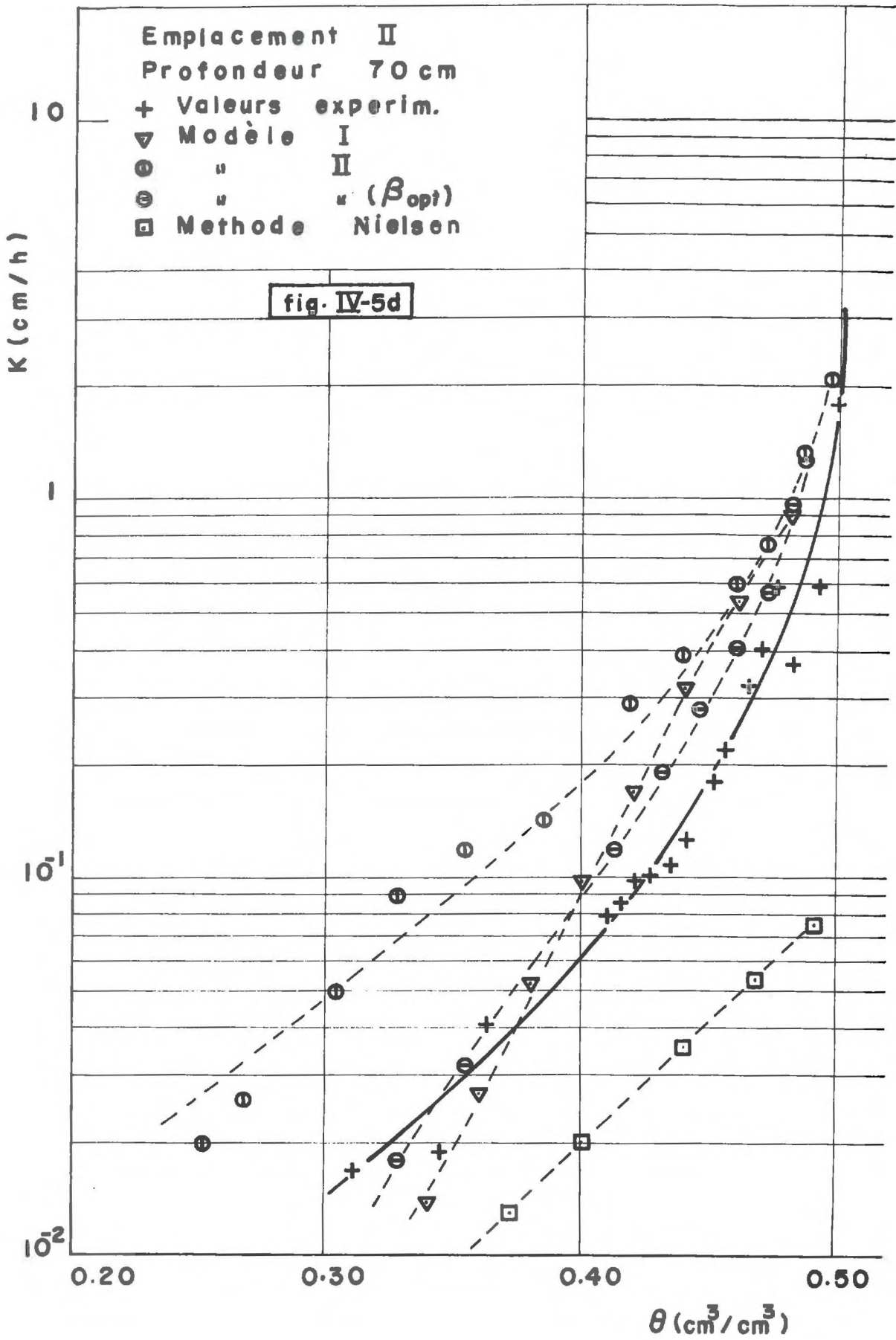
TABLEAU IV-6

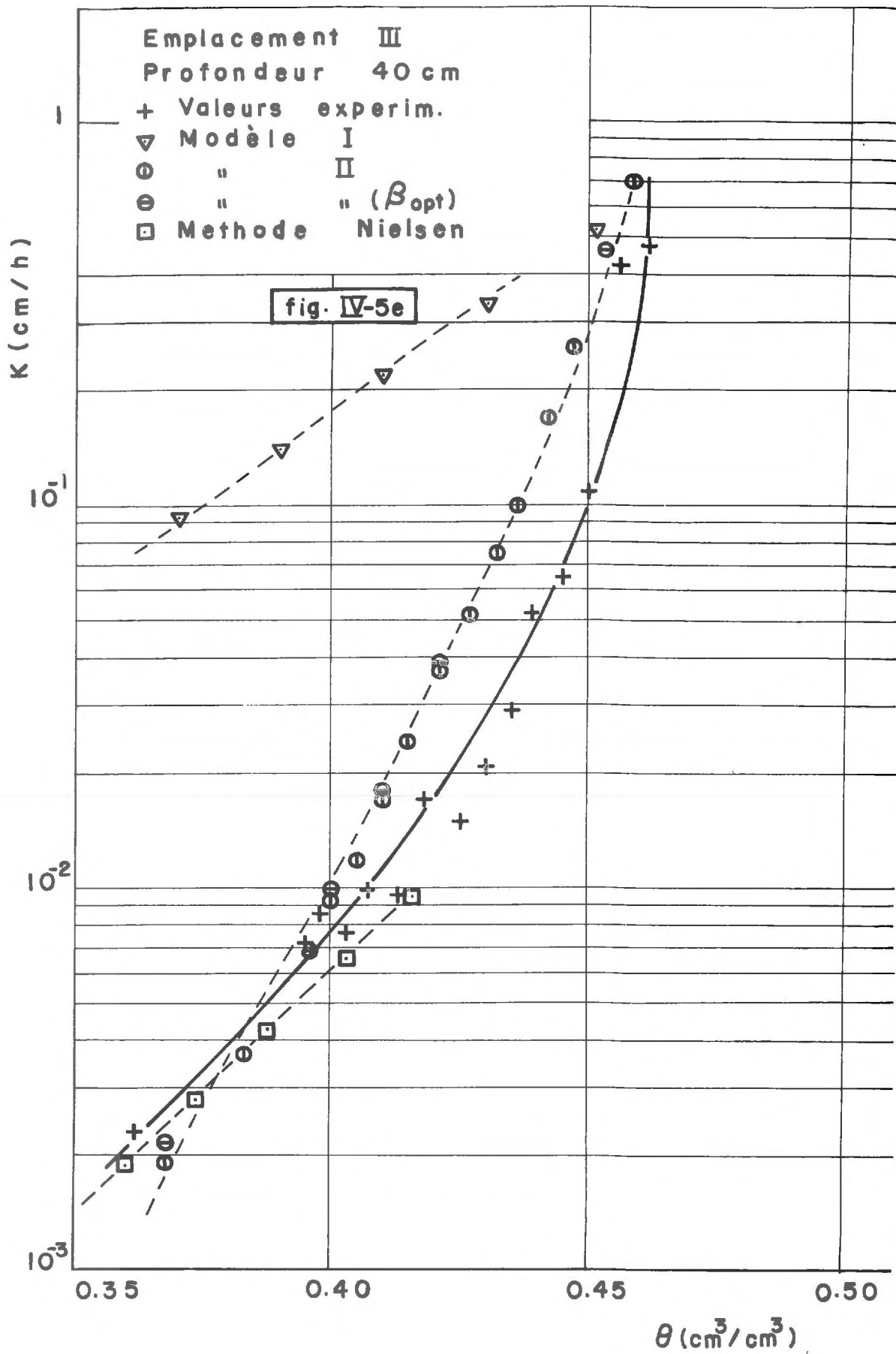


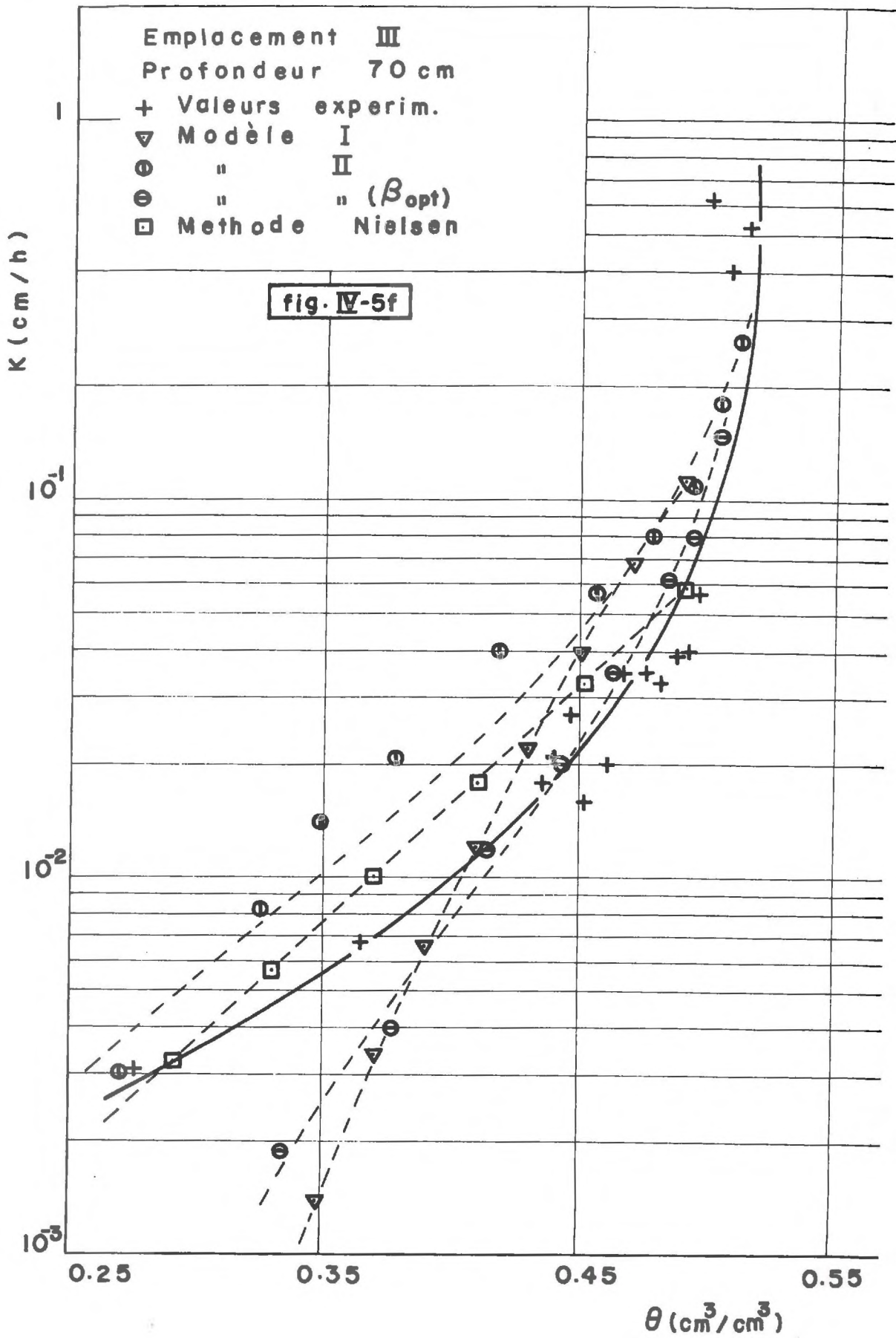














Les valeurs des conductivités hydrauliques calculées sont reportées figures IV-5 a, 5b, 5 c, 5 d, 5 e, 5 f.

#### b) Prédiction par le modèle II

Les conductivités ont également été calculées par le modèle II avec  $\beta = 0$ . Les valeurs correspondantes sont reportées sur les mêmes figures.

### 3) Conclusions

A la faveur de ces résultats, il est possible de dégager les remarques et conclusions suivantes :

a) Les allures générales des courbes  $K(\theta)$  sont relativement bien restituées par les deux modèles. Cependant les valeurs de conductivités hydrauliques sont systématiquement surestimées.

b) Le tableau IV-5 fournit l'écart  $D$  (équation 3-14) entre les valeurs de conductivités calculées par les modèles I et II et expérimentales. Il apparaît que le modèle I donne les résidus les plus faibles pour trois caractérisations sur 6. Cela ne permet évidemment pas de conclure sur le choix du "meilleur modèle".

c) L'utilisation d'une valeur universelle ( $\beta = 0$ ) dans le modèle II semble peu satisfaisante. A titre indicatif, le tableau IV-6 donne les valeurs optima de  $\beta$  qui correspondent à la minimisation des écarts  $D_i$  selon la procédure décrite au chapitre III et les valeurs de  $K$  correspondantes sont reportées figures IV-5 a, 5 b, 5 c, 5 d, 5 e, 5 f. Cela confirme la nécessité de considérer la valeur  $\beta$  comme un paramètre de calage et justifie la procédure développée par HAVERKAMP et al (1978).

## III - PREDICTION DE $K \theta$ PAR LA THEORIE DE MISE EN ECHELLE

### 1) Rappels théoriques

Nous rappelons ici succinctement la théorie de mise en échelle développée par NIELSEN et al (1973) que nous appliquerons ensuite à la prédiction de la conductivité hydraulique.

#### a) Mise en échelle de la pression effective

On sait d'après la loi de LAPLACE (éq. 1-18) que la pression effective de l'eau dans un sol, à un endroit  $j$ ,  $h_j$ , est reliée à une dimension géométrique de pores  $r_j$  par la relation :

$$h_j(\theta) = \frac{A}{r_j(\theta)} \quad (4-7)$$

Soient  $\lambda_j$  une dimension caractéristique du milieu poreux à une place  $j$  d'un site et  $\lambda$  la dimension caractéristique d'un milieu poreux de référence, tel que :

$$\frac{r_j}{\lambda_j} = \frac{r_m}{\lambda} \quad (4-8)$$

d'où 
$$r_j(\theta) = \frac{\lambda_j}{\lambda} r_m(\theta) = \alpha_j \cdot r_m(\theta) \quad (4-9)$$

$\alpha_j$  est le facteur d'échelle qui permet de passer du milieu poreux situé à la place  $j$ , au milieu poreux de référence et vice versa.

Les équations (4-7) et (4-9) donnent :

$$h_j(\theta) = \frac{A}{\alpha_j r_m} = \frac{h_m(\theta)}{\alpha_j}$$

d'où 
$$h_m(\theta) = \alpha_j \cdot h_j(\theta) \quad (4-10)$$

Dans l'équation (4-10),  $h_m(\theta)$  apparaît comme la pression effective moyenne des pressions  $h_j(\theta)$ .

NIELSEN et al (1973) supposent que  $h_j(\theta)$  puisse se mettre sous la forme analytique suivante :

$$h_j(\theta) = a_j \left( \exp b_j(S-1) - 1 \right) \quad (4-11)$$

avec  $S$  défini par  $\frac{\theta}{\theta_s}$

Ils supposent de plus, que le champ est homogène en terme de porosité ce qui conduit à écrire que tous les coefficients  $b_j$  sont égaux entre eux et à  $b_1$ .

Les relations (4-10) et (4-11) donnent :

$$h_m(\theta) = \alpha_j a_j \left( \exp b_1(S-1) - 1 \right) = a_m \left( \exp b_1(S-1) - 1 \right) \quad (4-12)$$

avec 
$$a_m = \alpha_1 a_1 = \alpha_2 a_2 = \dots = \alpha_N a_N$$

soit 
$$a_m = \frac{\alpha_1}{1/a_1} = \frac{\alpha_2}{1/a_2} = \dots = \frac{\alpha_N}{1/a_N} = \frac{\sum_{j=1}^N \alpha_j}{\sum_{j=1}^N 1/a_j} \quad (4-13)$$

où  $N$  est le nombre total d'emplacements  $j$ .

En supposant de plus, la normalisation des  $\alpha_j$ :

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \quad (4-14)$$

L'équation (4-13) permet d'écrire :

$$\frac{1}{\alpha_m} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{\alpha_j} \quad (4-15)$$

L'ajustement des points expérimentaux pression effective - degré de saturation à l'expression (4-11) donne les coefficients  $\alpha_j$ , donc le coefficient  $\alpha_m$  d'après l'équation (4-15). On notera que la distribution des facteurs d'échelle  $\alpha_j$  rend compte de la variabilité spatiale de la pression effective. A partir de 2252 observations WARRICK et al (1977) montrent que cette distribution est une loi log-normale

#### b) Mise en échelle de la conductivité hydraulique

On sait que la conductivité hydraulique est proportionnelle au carré d'une dimension géométrique de pores .

$$\begin{aligned} \text{Soit } K_j(\theta) &= B r_j^2(\theta) \text{ pour un milieu poreux à une place} \\ K_m(\theta) &= B r_m^2(\theta) \text{ pour le milieu poreux de référence} \end{aligned}$$

La relation (4-9) permet d'obtenir l'équation reliant  $K_j$  et  $K_m$ :

$$K_j(\theta) = B \alpha_j^2 r_m^2 = \alpha_j^2 K_m(\theta) \quad (4-16)$$

En supposant de plus qu'il y a une relation exponentielle entre la conductivité hydraulique et le degré de saturation  $S$  défini en (4-11),  $K_j$  prend la forme :

$$K_j = K_{0j} \cdot \exp b_2(S-1) \quad (4-17)$$

où  $K_{0j}$  est un paramètre qui dépend de l'emplacement

$b_2$  est un paramètre constant sur le site, supposé homogène en porosité (NIELSEN et al, 1973).

La conductivité moyenne du champ  $K_m(\theta)$  est alors définie par :

$$K_m(\theta) = \frac{K_{0j}}{\alpha_j^2} \cdot \exp b_2(S-1) = K_{0m} \exp b_2(S-1) \quad (4-18)$$

avec

$$K_{0m} = \frac{K_{01}}{\alpha_1^2} = \frac{K_{02}}{\alpha_2^2} = \dots = \frac{K_{0N}}{\alpha_N^2}$$

soit 
$$\sqrt{K_{om}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sqrt{K_{oj}} \quad (4-19)$$

On notera que le fait de prendre ici les mêmes facteurs d'échelles pour la pression ( $\alpha_j$ ) que pour la conductivité hydraulique ( $\omega_j$ ) qui serait définie par :  $K_m(\theta) = K_j(\theta)/\omega_j^2$  se trouve justifiée dans NIELSEN et al (1973), qui trouvent la relation suivante :

$$\omega = (1.04 \pm 0.10) \alpha \quad (4-20)$$

## 2) Tentative d'application de cette théorie à la prédiction de $K(\theta)$

### a) Méthodologie proposée

Supposons connues en  $N$  endroits d'une parcelle, les relations  $h_j(\theta)$ . L'ajustement des points expérimentaux à l'expression (4-11) permet d'obtenir les coefficients  $a_j$  et  $b_j$ . On en profite pour vérifier l'hypothèse que les  $b_j$  sont sensiblement identiques.

- . Les coefficients  $a_j$  permettent le calcul du coefficient moyen d'échelle  $a_m$  par la relation (4-15). Il donne alors les facteurs d'échelles  $\alpha_j$  par l'équation (4-13) qui permettent de passer d'une courbe  $h_j(\theta)$  à la courbe moyenne  $h_m(\theta)$ .
- . Supposons connue la relation  $K(\theta)$  en un seul endroit ( $j=1$ , par exemple) du champ. L'ajustement des points expérimentaux à l'expression (4-17) donne  $K_{o1}$  et  $b_2$ .
- . Le coefficient moyen d'échelle  $K_{om}$  est alors défini par :

$$K_{om} = \frac{K_{o1}}{\alpha_1^2} \quad (4-21)$$

- . La courbe  $K(\theta)$  en un endroit  $p$  quelconque pour lequel on dispose de la relation  $h_p(\theta)$  s'obtient alors par l'expression :

$$K_p(\theta) = \alpha_p^2 \cdot K_{om} \cdot \exp b_2 (S - 1) \quad (4-22)$$

### b) Application au site expérimental

La méthodologie précédente a été appliquée aux résultats expérimentaux disponibles, en supposant connues les courbes  $h_j(\theta)$  aux 6 endroits de la parcelle, et les courbes  $K(\theta)$  à l'emplacement I, aux profondeurs 40 et 70 cm

Au préalable il convient de faire la remarque suivante : le traitement statistique des points expérimentaux  $h_j(S)$  selon l'expression (4-11) ne permet pas de prendre en compte la frange capillaire. De plus, afin de comparer les résultats obtenus par cette méthode avec ceux des modèles de MUALEM I et II, nous avons décidé



de considérer le degré de saturation  $S_e$  défini par :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_o - \theta_r} \quad (4-23)$$

où  $\theta_r$  est la teneur en résiduelle définie précédemment  
et  $\theta_o$  la valeur de  $\theta$  à partir de laquelle l'ajustement exponentiel est appliqué :  
cela correspond donc à la relation de la forme suivante :

$$h(S_e) = h_o + a \exp(b_1(S_e - 1) - 1) \quad (4-24)$$

$h_o$  correspond physiquement à la pression d'entrée d'air du sol, en drainage.

i) Traitement statistique des données  $h_j(\theta)$

Le tableau IV-7 fournit les valeurs  $\theta_o$  et  $h_o$  considérées, ainsi que les coefficients  $a$  et  $b_1$  obtenus pour les 3 emplacements et les 2 profondeurs.

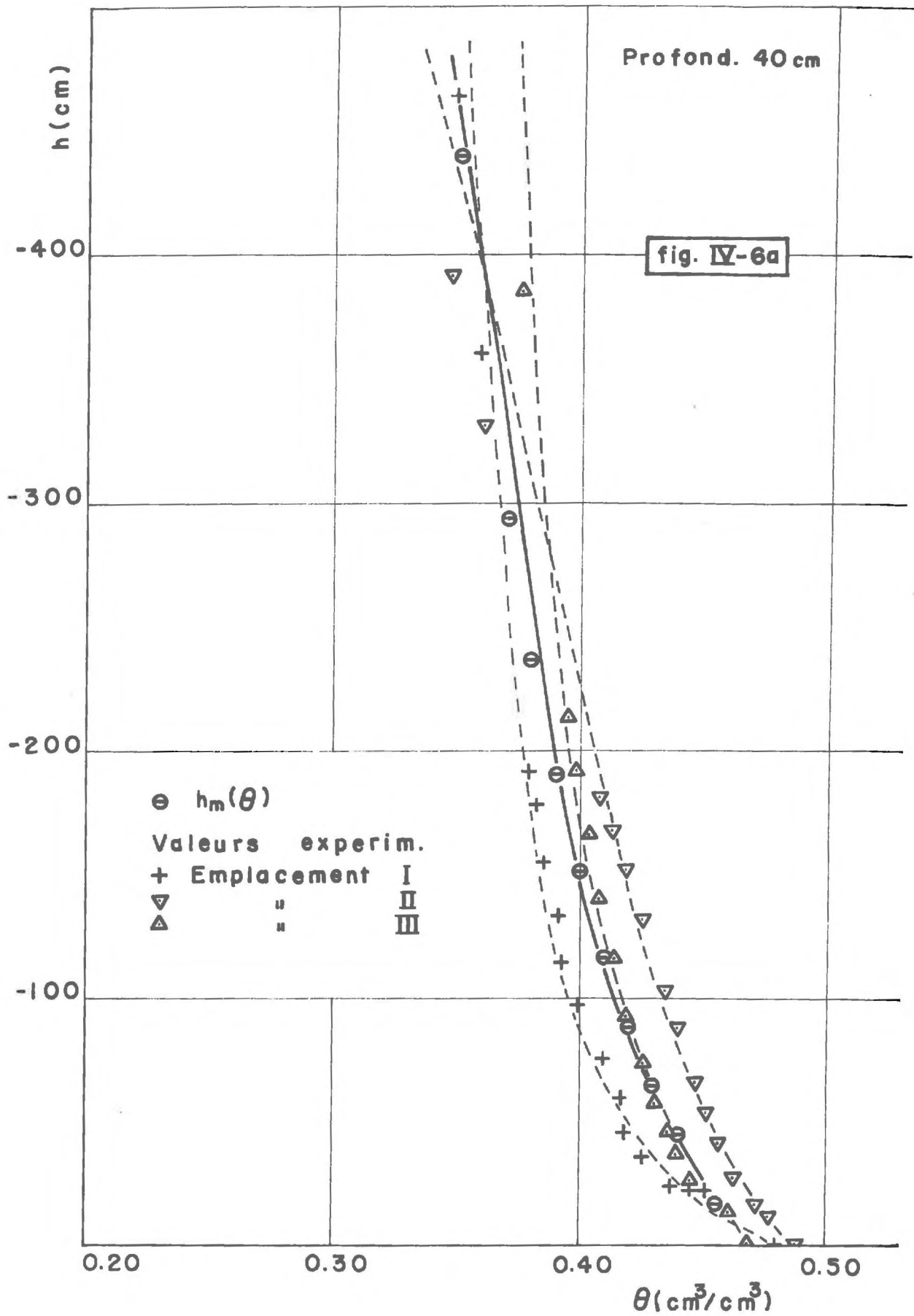
		Emplacement I	Emplacement II	Emplacement III
40 cm	$\theta_o$	0.445	0.471	0.456
	$h_o$	-21.5	- 16.0	-15.0
	$a$	-39.05	-400.27	-76.29
	$b_1$	-11.41	- 2.48	- 9.45
70 cm	$\theta_o$	0.494	0.494	0.508
	$h_o$	-21.5	- 22.0	-21.5
	$a$	$2.42 \times 10^6$	$-4.61 \times 10^6$	$2.73 \times 10^6$
	$b_1$	0.000495	-0.000189	0.000362

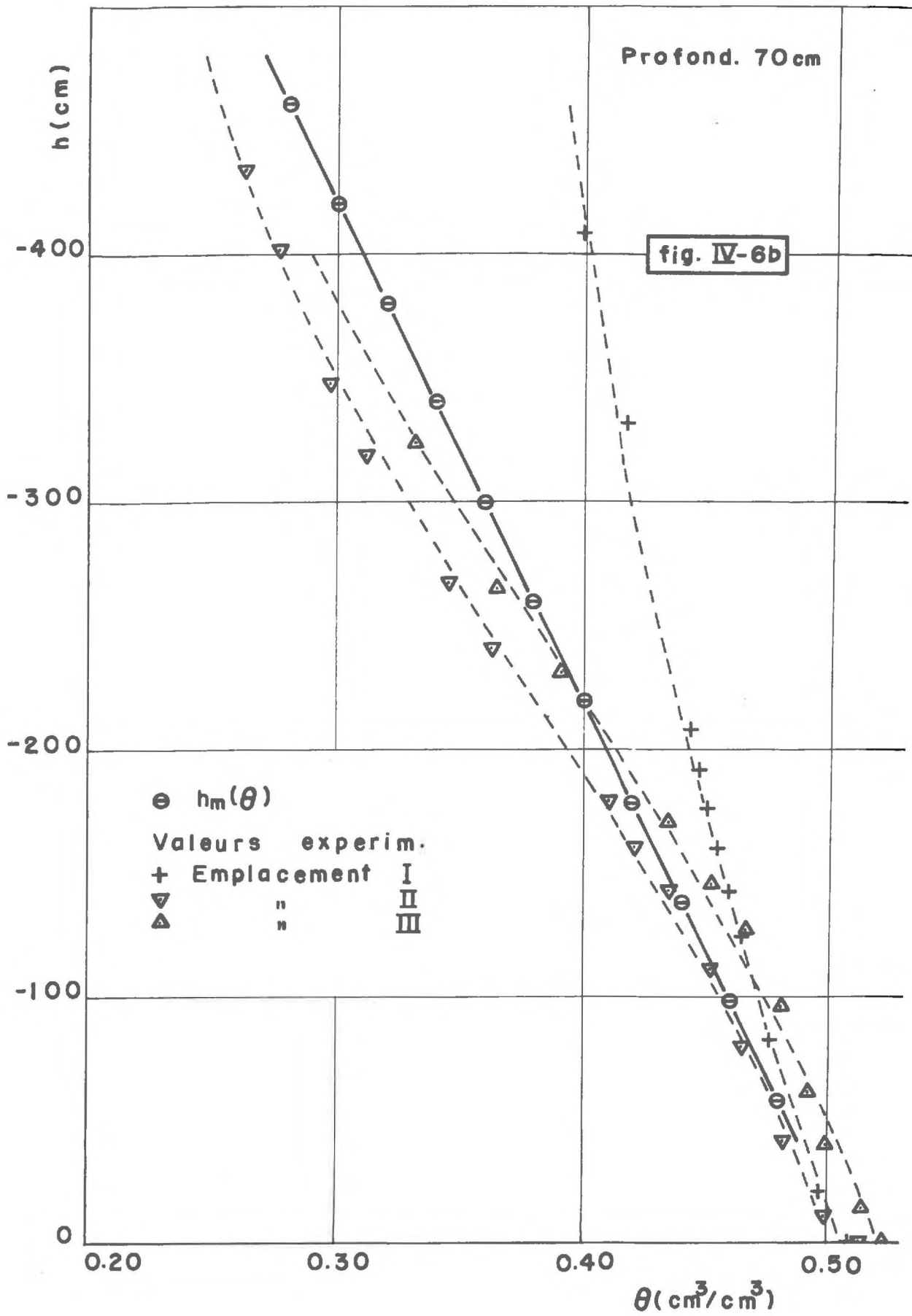
TABLEAU IV-7

On peut constater que les valeurs du coefficient  $b_1$  ne sont pas trop éloignées les unes des autres, horizon par horizon, comme le supposent NIELSEN et al (1973). Les valeurs de  $a$  recalculées avec une valeur constante  $b_1$  prise égale à la moyenne arithmétique des valeurs précédentes figurent au tableau IV-8

Emplacement		I	II	III
40 cm	$a$	-102.8	-52.27	-115.50
	$b_1$	- 7.78	- 7.78	- 7.78
	$r$	0.9923	0.9707	0.9965
70 cm	$a$	$5.4 \times 10^6$	$3.9 \times 10^6$	$4.4 \times 10^6$
	$b_1$	0.000223	0.000223	0.000233
	$r$	0.9952	0.9976	0.9886

TABLEAU IV-8





On notera que les corrélations sont satisfaisantes comme le montrent les valeurs du coefficient  $r$ .

ii) Calcul des facteurs d'échelle

Les formules (4-13) et (4-15) permettent de calculer le coefficient moyen d'échelle  $\alpha_m$  et les facteurs d'échelles  $\alpha_j$  dont les valeurs sont reportées tableau IV-9.

	40 cm	70 cm
$\alpha_m$	-79.59	$4.5 \times 10^6$
$\alpha_1$	0.774	0.836
$\alpha_2$	1.522	1.151
$\alpha_3$	0.688	1.011

TABLEAU IV-9

Les figures IV-6a et 6b présentent les points expérimentaux  $h_j(\theta)$ , le lissage et la courbe moyenne  $h_m(\theta)$  pour  $z = 40$  et  $70$  cm respectivement.

iii) Prédiction de  $K(\theta)$  pour les emplacements II et III

L'ajustement des points expérimentaux  $K_j(\theta)$  obtenus à l'emplacement I, aux profondeurs 40 et 70 cm selon l'expression (4-17) fournit les valeurs  $K_{oj}$  et  $b_2$  données tableau IV-10.

	40 cm	70 cm
$K_o$	0.012	0.040
$b_2$	11.88	7.04
$r$	0.9981	0.9835

TABLEAU IV-10

Les formules (4-21) et (4-22) permettent le calcul du coefficient moyen d'échelle des conductivités  $K_{om}$ , et les valeurs  $K_{oj}$  pour les 2 autres emplacements dont les résultats sont donnés tableau IV-11.

		40 cm	70 cm
	$K_{om}$	0.020	0.0572
Emplacement II	$b_2$	11.88	7.04
	$K_{o2}$	0.0463	0.0757
Emplacement III	$b_2$	11.88	7.04
	$K_{o3}$	0.00946	0.0584

TABLEAU IV-11



Les valeurs de  $K(\theta)$  calculées par l'expression (4-22) sont reportées fig.5 a à 5 f. Elles appellent les remarques suivantes :

- . Les valeurs de conductivités hydrauliques proches de la saturation sont très mal restituées par cette méthode. Cela tient sans aucun doute au problème de la frange capillaire signalé précédemment. Cela constitue une limitation importante de cette méthode.
- . En revanche, les autres valeurs sont relativement bien prédites, aussi bien en ce qui concerne l'allure générale des courbes, que les valeurs numériques elles-mêmes, à l'exception de la profondeur  $Z = 70$  cm, pour l'emplacement II.
- . La mise en oeuvre de cette méthode présuppose une relation de type exponentiel entre conductivité hydraulique et teneur en eau volumique. On constate (voir figures) que les points expérimentaux au voisinage de la saturation s'écartent très sensiblement de cette loi. Cela peut correspondre à la réalité physique, et/ou à des incertitudes expérimentales liées au fait que les valeurs de  $K$  proches de la saturation sont difficiles à obtenir avec une bonne précision.

#### IV - CONCLUSIONS

La comparaison entre les valeurs de  $K(\theta)$  prédites par les modèles de MUALEM I et II et par la théorie de mise en échelle de NIELSEN amène les conclusions suivantes .

1) La théorie de la mise en échelle, contrairement aux modèles de MUALEM, ne permet pas d'obtenir de "bonnes valeurs" de la conductivité proches de la saturation en raison de la présence éventuelle de la frange capillaire qui ne peut pas être prise en compte, la relation fonctionnelle de type exponentiel entre conductivité et degré de saturation.

De plus, le choix du couple  $(h_0, \theta_0)$  influence grandement les valeurs  $\alpha$  et  $\beta_1$  ; donc les résultats obtenus. Cela constitue une limitation importante de cette méthode. En revanche, les valeurs plus faibles sont mieux restituées.

2) Le nombre de sites retenus pour cette analyse comparative est trop réduit pour prétendre à une généralisation des résultats car l'échantillon sur lequel les moyennes sont effectuées est trop petit pour qu'elles aient un sens du point de vue statistique. Il faut simplement considérer ces résultats comme une première approche pour l'utilisation de la théorie de la mise en échelle, à la prédiction de  $K(\theta)$  .

3) Le modèle I surestime les conductivités, notamment pour la profondeur  $Z = 40$  cm, pour laquelle on peut considérer que la prévision n'est pas satisfaisante (écarts atteignant deux modules logarithmiques). Ce mauvais accord avec les valeurs expérimentales peut surprendre, dans la mesure où la prévision de  $K(\theta)$  pour le Yolo Light Clay, le sable de Grenoble et le Rehovot a été trouvée satisfaisante (voir chapitre III). Cela peut être dû au fait que les horizons considérés sur le site de Grenoble sont des sols lourds et la dispersion des points  $\beta=f(r)$  de la figure III-9 est beaucoup plus grande, rendant ainsi plus aléatoire la formule proposée par MUALEM. De plus, les relations  $h(\theta)$  et  $K(\theta)$  expérimentales ont été obtenues sur échantillons de sols et leur détermination est certainement moins précise que pour les 3 sols ci-dessus.

4) Le modèle II avec  $\beta = 0$  surestime également les conductivités et la qualité de la prédiction n'est guère meilleure que pour le modèle I. En revanche, les résultats montrent qu'il est possible de trouver un  $\beta$  optimum qui restitue assez bien les valeurs expérimentales. Cela justifie pleinement le choix effectué par HAVERKAMP et al (1978) qui consiste à considérer ce coefficient comme un degré de liberté dans le modèle, qui est déterminé par une procédure automatique appliquée pour chaque sol.

5) L'adéquation d'un modèle à prédire correctement la conductivité hydraulique d'un sol non saturé, dépend en fait de la précision avec laquelle on souhaite connaître  $K(\theta)$ .

Ainsi, si l'on admet une précision de l'ordre de 1 module logarithmique sur les valeurs de  $K(\theta)$ , dans la partie sèche (ce qui est couramment considéré comme admissible en physique du sol) on peut constater d'après les figures IV-5 a, 5 b, 5 c, 5 d, 5 e, 5 f que tous les modèles retenus ici sont pratiquement équivalents, à l'exception peut-être du modèle I pour certains horizons. En revanche, cette précision est notoirement insuffisante dans la partie humide de  $K(\theta)$  car les flux correspondants qui pourraient être importants seront estimés avec la même précision. De ce point de vue, le modèle de la mise en échelle semble à rejeter.

A la faveur de ces quelques résultats, il serait à notre avis prématuré de conclure d'une manière définitive sur le meilleur choix d'un modèle ou d'une méthode de prédiction, de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau. Il conviendrait de poursuivre ce type d'étude en multipliant les essais expérimentaux sur plusieurs types de sol, afin de travailler sur un échantillonnage plus représentatif. Cette remarque prend toute son importance dans la théorie de mise en échelle. Il est permis également de se poser la question de savoir si le modèle conceptuel de MUALEM traduit bien la réalité physique et s'il n'y a lieu d'envisager d'autres modèles de description des propriétés conductrices d'un sol.

## CONCLUSIONS GENERALES

L'étude présentée dans ce mémoire nous a permis de faire connaissance avec la complexité que présente le problème de la prédiction de la conductivité hydraulique en milieux poreux non saturés.

Cette étude en partie bibliographique et en partie expérimentale n'a pas permis de conclure d'une façon définitive sur le meilleur choix d'un modèle ou d'une méthode pour la prédiction de la relation conductivité hydraulique - teneur en eau, mais elle a mis en évidence quelques points intéressants qui contribuent à la résolution du problème.

Les résultats obtenus ont montré que pour le modèle II de MUALEM, il y a toujours un optimum  $\beta$  qui minimise les écarts entre valeurs expérimentales et calculées et restitue assez bien les valeurs expérimentales. Cela justifie tout à fait le choix effectué par HAVERKAMP et al (1978), qui consiste à considérer le coefficient  $\beta$  comme degré de liberté du modèle en séries parallèles qui est déterminé par une procédure automatique appliquée pour chacun des sols.

Le modèle I de MUALEM très simple en son application ne paraît pas satisfaisant pour les sols lourds dont la dispersion des points  $\beta = f(w)$  est beaucoup plus grande.

Les deux modèles de MUALEM permettent d'obtenir un ordre de grandeur pour la conductivité hydraulique dans la zone des faibles teneurs en eau. Cela est très intéressant pour l'étude des problèmes d'évaporation, parce que l'expérience classique du drainage interne ne permet pas d'avoir de valeurs de la conductivité hydraulique dans la zone de la faible humidité.

Dans la partie humide de  $K(\theta)$  où l'on demande une précision élevée à cause des flux importants qui seront estimés obligatoirement avec la même précision, nous avons constaté que le modèle II paraît meilleur que le modèle I.

Au contraire la méthode de mise en échelle de NIELSEN dans la partie humide de  $K(\theta)$ , donne des valeurs qui ne restituent pas les valeurs expérimentales de la conductivité hydraulique.



Nous avons déjà souligné que cette méthode était difficile à juger à cause du nombre limité des échantillons. Ainsi les moyennes trouvées n'ont pas beaucoup de sens au point de vue statistique. Il faut essayer de l'étudier sur un nombre considérable d'échantillons dans un champ homogène au point de vue porosité.

Le domaine physique compliqué, où l'on demande d'établir un modèle physico-mathématique satisfaisant, comme est le sol, implique certainement des hypothèses simplificatrices, traitement à travers des conceptions qui sont bien souvent loin de la réalité et des méthodes plus ou moins accessibles aux calculs. Bien entendu, on sait bien que la structure du sol consiste en des canaux irréguliers, des sections qui changent d'un point à l'autre et de plus interviennent des problèmes d'interaction sol-eau, d'hétérogénéité et d'anisotropie.

Les deux modèles de MUALEM basés sur des hypothèses simplificatrices, nous permettent de poser beaucoup de questions sur leur conception.

Ainsi, la prédiction de la conductivité hydraulique pour le modèle II de MUALEM, montre que les résultats sont meilleurs pour les sables que pour les argiles, notamment pour les faibles valeurs de teneur en eau. Nous pouvons l'interpréter par le fait que le sable est beaucoup mieux décrit par les séquences de pores. En effet, les argiles ont des activités physico-chimiques très importantes (HILLEL, 1971) et par conséquent le diamètre effectif de pores change et ne peut pas être bien interprété par la courbe  $h(\theta)$ .

Tous ces problèmes montrent que le sujet est loin d'être épuisé. Pour notre avis l'étude dorénavant doit suivre deux orientations. La première c'est de tenter de préciser le paramètre  $\beta$  optimum pour les différents types de sols (HAVERKAMP et al, 1978) et éventuellement d'étudier plus profondément la méthode de NIELSEN, et la deuxième d'essayer d'approfondir dans les phénomènes physico-chimiques plus complexes de la matrice du sol qui sont responsables de plusieurs réactions entre l'eau et le sol. Il apparaît certain que la courbe  $h(\theta)$  ne peut expliquer avec précision la distribution des dimensions de pores.

Nous espérons que cette modeste étude a contribué à la compréhension et résolution du problème de la prédiction de la conductivité hydraulique en milieux poreux non saturés et qu'elle suscitera dans un avenir proche une étude beaucoup plus complexe et approfondie, afin qu'elle puisse répondre aux attentes de plusieurs domaines.



BIBLIOGRAPHIE

1. AVERJANOV S.F., 1950. About permeability of substance soils in case of incomplete saturation. Eng. Collect., 7.
2. BORELLI M. et VACHAUD G., 1966. Note sur la détermination de la teneur en eau résiduelle et sur la variation de la perméabilité relative dans les sols non saturés. C.R. Acad. Sci. 263 (698-701).
3. BROOKS R.H. and COREY A.T., 1964. Hydraulic properties of porous media. Colorado state University, Fort Collins, Hydrology paper 3.
4. BRUCE R.R., 1972. Hydraulic conductivity evaluation of the soil profile from soil water retention relation. Soil Sci. Soc. Proc. , vol.36 (555-561)
5. BRUTSAERT W., 1967. Some methods of calculating unsaturated permeability. Transactions of the A.S.A.E. (400-404).
6. BURDINE N.T., 1953. Relative permeability calculations from pore-size distribution data. Trans. Am. Inst. Min. Engrs. 198 (71-78).
7. CHILDS E.C. and COLLIS-GEORGE N., 1950. The permeability of porous materials. Proc. Roy. Soc. , A 201 (392-405).
8. DAVIDSON J.M., BIGGAR J.W. and NIELSEN D.R., 1966. The dependence of soil water pressure uptake and release upon the applied pressure increment. Soil Sci. Soc. Am. Proc. 30 (298-304).
9. FATT I. and DYKSTRA H., 1951. Relative permeability studies. Trans. Am. Inst. Min. Engrs. 192 (249-255).
10. GARDNER W.R., 1956. Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data. Soil Sci. Soc. Proc., vol.20 (317-320).
11. HAVERKAMP R., HAMON G., VAUCLIN M. et VACHAUD G., 1978. Méthode directe de caractérisation hydrodynamique in-situ à partir d'un essai d'infiltration en vue d'une extrapolation à l'échelle de la parcelle (FAO, Intern. symp. on the use of isot. and radiation in resear. on soil-plant relationship) Colombo, Sri Lanka 11-15 Décembre 1978.

12. HILLEL D., 1971. Soil and water. Academic press, New York and London (18-21).
13. HILLEL D., KRENTOS H.D., STYLIANOY Y., 1972. Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in situ. Soil sci. 114-395-400.
14. IRMAY S., 1954. On the hydraulic conductivity of unsaturated soil. Trans. Am. Geoph. Uni. 35 (463-467).
15. JACKSON R.D., 1972. On the calculation of hydraulic conductivity. Soil sci. Soc. Amer. Proc., vol.36 (380-382).
16. KING L.G., 1964. Inhibition of fluids by porous solids. Ph. D. thesis, 231 pp. Colo. State, University, Fort Collins.
17. KOZENY J., 1927. Ueber Kapillare Leitung des Wassers im Bodem. Sitzungsberichte. Akad. der Wissensch. Wien, Math.-na-turw. Klass. Abt. IIa 136 (271-306).
18. KUNZE R.J., NEHARA G. and GRAHAM K., 1968. Factors important in the calculation of hydraulic conductivity. Soil Sci. Soc. Am. Proc., vol.32 (760-765).
19. MARSHALL T.J., 1958. A relation between permeability and size distribution of pores. Journ. Soil Sci. 9 (1-8).
20. MILLINGTON R.J. and QUIRK J.P. , 1959. Permeability of porous media. Nature 183 (387-388).
21. MOORE R.E., 1939. Water conduction from shallow water tables. Vol.12, n°6 (383-426) Hilgardia.
22. MUALEM Y., 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Res. Res., vol.12, n°3 (513-521).
23. MUALEM Y., 1977 . Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics. Water res.res., vol.13, n°4 (773-780).
24. MUALEM Y., 1978 a Hydraulic conductivity of unsaturated porous media : Generalized macroscopic Approach. Water res. res. , vol.14, n°2 (325-334).

25. MJALEM Y. and DAGAN G., 1978 b. Hydraulic conductivity of soils. Unified approach to the statistical models. Soil sci. Soc. Am. Proc., vol.42 (392-395).
26. NIELSEN D.R., BIGGAR J.W. and ERH K.T., 1973. Spatial variability of field-water properties. Hilgardia 42 (215-260).
27. PHILIP J.R., 1957 b. Evaporation, moisture and heat fields in the soil. J. Meteor. 14 (354-366).
28. PHILIP J.R., 1969 b. Theory of infiltration. Adv. Hydroscience 5 (216-296).
29. PURCELL W.R., 1949. Capillary pressures, their measurement using mercury and the calculation of permeability the refrom. Trans. Am. Inst. Min. Engrs. 198 (71-78).
30. RIJTEMA P.E., 1959. Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data with non negligible membrane impedance. Neth. J. Agr. Sci. 7 (209-215).
31. RIJTEMA P.E., 1965. An analysis of actual evapotranspiration. Putoc, Wageningen, pp.107.
32. ROYER J.M. et VACHAUD G., 1975. Field determination of hysteresis in soil-water characteristics. Soil sci. Soc. Am. Proc., vol.39 (221-223).
33. STAPLE W.J., 1969. Comparison of computed and measured moisture redistribution following infiltration. Soil sci. Soc. Am. Proc., vol.33 (840-847).
34. THONY J.L., 1970. Etude expérimentale des phénomènes d'hystérésis dans les écoulements en milieux poreux non saturés. Thèse Doct.-Ing. (U.S.M.G.)
35. TOPP G.C. and MILLER E.E., 1966. Hysteritic moisture characteristics and hydraulic conductivities for Glass-Bed media. Soil Sci. Soc. Am. Proc., vol.30 (156-162).
36. TOPP G.C., KLUTE A. and PETERS D.B., 1967. Comparison of water content-pressure head data obtained by equilibrium, steady-state, and unsteady-state methods. Soil sci. Soc. Am. Proc., vol.39 (221-223).
37. TOPP G.C., 1969. Soil water hysteresis measured in a sandy loam and compared with the hysteresis domain model. Soil Sci. Soc. Am. Proc., vol.33 (645-651).

38. VAUCLIN M., 1971. Effets dynamiques sur la relation succion-teneur en eau lors d'écoulement en milieu non saturé. Thèse doct.-ingénieur (U.S.M.G.).
39. VAUCLIN M., 1975. Etude expérimentale et numérique du drainage de nappe à surface libre. Influence de la zone saturée. Thèse doct. d'Etat (U.S.M.G.).
40. WARRICK A.W., MULLEN G.J. and NIELSEN D.R., 1977. Prediction of the soil water flux based upon field-measured soil-water properties. Soil sci. Soc. 41 (14-19).
41. WATSON K.K. , 1966. An instantaneous profile method for determining the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. Water Res. Res. vol.2 (709-715).
42. WIND G.P. , 1955. Flow of water through plant roots. Neth. J. Agr. Sci. 3 (259-264).
43. WYLLIE M.R.J. and SPANGLER M.B., 1952. Application of electrical resistivity measurements to problem of fluid flow in porous media. Bull. Am. Ass. Petrol. Geologists 36 (359-403).
44. WYLLIE M.R.J. and GARDNER G.H.F., 1958. The generalized Kozemy-Carman equation. World oil 146 (4) (121-128) ; (5) (210-228).
45. YOUNGS E.G., 1964. An infiltration method of measuring the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. Soil sci. 97 (307-311).
46. YUSTER S.T., 1951. Theoretical consideration of multiphase flow in idealized capillary systems. Proc. 3d World Petrol. Congr., 2 (437-445).




Dernière page d'une thèse

VU

Grenoble, le 2 juillet 1979

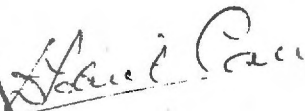
Le Président de la thèse



Vu, et permis d'imprimer,

Grenoble, le 3 juillet 1979

Le Président de l'Université  
Scientifique et Médicale



Dr G. CALI