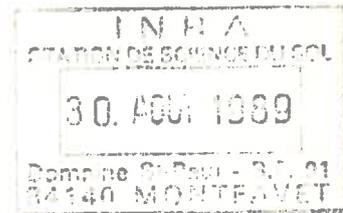


Université Joseph Fourier

U.F.R. INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

B.P. 53 X, 38041 GRENOBLE CEDEX



**Philippe MONNET**

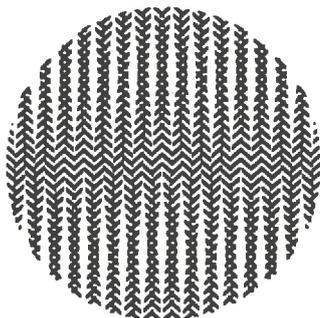
## **RAPPORT DE STAGE**

( M.S.T. - MODELISATION ET LOGICIELS D'APPLICATION )

### **GENERATION DE CHAMPS 3-D DE NOMBRES ALEATOIRES AVEC CORRELATIONS DANS L'ESPACE**

Juin - Aout 1989

Responsable de stage : Pierre RENAULT



# **INRA**

Institut National de la Recherche Agronomique  
Station De Science du Sol - Domaine Saint-Paul, B.P. 91, 84140 MONTFAVET

REMERCIEMENTS :

*Je tiens, avant tout, à remercier le personnel de la Station de Science du Sol de l'I.N.R.A. d'Avignon qui m'a amicalement accueilli, et plus particulièrement :*

*- P. STENGEL, Directeur de la Station Science du Sol;*

*- P. RENAULT, responsable de mon stage;*

*- F. LAFOLIE et J.C. FIES pour leurs nombreux services.*

*Par ailleurs, je tiens à remercier Joël CHADOEUF et Michel GOULARD de la Station de Biométrie de l'I.N.R.A. d'Avignon pour leurs conseils et leurs explications.*

**SOMMAIRE :**

<b><u>L'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE AGRONOMIQUE</u></b>	p. V
<b><u>INTRODUCTION GENERALE</u></b>	p. 1
<b><u>Chapitre I : POSITION DU PROBLEME</u></b>	p. 3
A - MODELISATION DU PROCESSUS DE DIFFUSION GAZEUSE	p. 4
1 - Espace poral - Modèle de réseau	p. 4
2 - Variabilité des caractères des pores et blocage	p. 5
B - L'INFLUENCE DES CORRELATIONS DANS L'ESPACE	p. 5
1 - Résultats antérieurs	p. 5
2 - Objectifs du stage	p. 6
<b><u>Chapitre II : LES BASES MATHEMATIQUES</u></b>	p. 7
INTRODUCTION	p. 8
A - NOTIONS DE VARIABLES ALEATOIRES	p. 8
B _ UTILISATION D'UN OPERATEUR LINEAIRE	p. 9
1 - Définition	p. 9
2 - Premiers résultats sur le champ Y	p. 10
C - ANALYSE UNIDIMENSIONNELLE ET HARMONIQUE	p. 10
1 - Analyse unidimensionnelle	p. 10
2 - Analyse dans l'espace de Fourier	p. 11
D - EXEMPLE DE PASSAGE D'UN SCHEMA DE CORRELATION SPATIALE A UN OPERATEUR LINEAIRE	p. 12
1 - Cas d'un schéma exponentiel	p. 12
2 - Cas général	p. 13
CONCLUSION	p. 13

<b><u>Chapitre III : REALISATIONS INFORMATIQUES</u></b>	p. 14
A - L'ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE	p. 15
1 - Le matériel	p. 15
2 - Le système et les utilitaires	p. 16
a - Le système d'exploitation	p. 16
b - L'éditeur, le débbugger et le logiciel graphique	p. 16
3 - Le langage	p. 16
B - ORGANISATION DU TRAVAIL	p. 17
C - GENERATION DE NOMBRES PSEUDO-ALEATOIRE	p. 17
1 - Générateur à distribution uniforme entre 0 et 1	p. 17
2 - Transformation en générateur à distribution normale	p. 17
D - CREATION DES OPERATEURS LINEAIRES	p. 19
1 - Estimation des dérivées d'ordre n par différences finies	p. 19
2 - Stockage de l'opérateur sous forme de matrice morse	p. 20
3 - Résolution numérique par une méthode itérative	p. 21
E - OPERATIONS SUR LE CHAMP CORRELE	p. 22
1 - Moyenne, variance et corrélation dans l'espace	p. 22
2 - Tracé de carte 2-D de valeurs Y	p. 22
 <b><u>Chapitre IV EXPERIMENTATIONS ET RESULTATS</u></b>	 p. 24
A - PARAMETRES DE LA RESOLUTION	p. 25
1 - Choix du oméga	p. 25
2 - Choix de la précision	p. 26
3 - Influence de la taille du maillage et de la nature de l'opérateur	p. 27
B - RESULTATS SUR LE SCHEMA EXPONENTIEL	p. 28
C - PROBLEMES POUR LE SCHEMA GAUSSIEN	p. 31
D - RESULTATS ET CONSEILS SUR LE SCHEMA AVEC CHOIX DES $\Delta h$	
1 - Etude préliminaire de deux cas particuliers	p. 31
2 - Influence des an	p. 33
 <b><u>CONCLUSION GENERALE</u></b>	 p. 35

**BIBLIOGRAPHIE**

p. 37

**ANNEXE I : THEORIES DES TRANSFERTS DANS LES MILIEUX DESORDONNES**

**ANNEXE II : CALCUL DU COEFFICIENT DE CORRELATION PAR DECOMPOSITION EN SERIE DE FOURIER**

**ANNEXE III : CALCUL DE L'OPERATEUR 3-D POUR UN SCHEMA EXPONENTIEL DE CORRELATION**

**ANNEXE IV : CALCUL DE L'OPERATEUR 3-D POUR UN SCHEMA GAUSSIEN DE CORRELATION**

**ANNEXE V : CONSEIL D'UTILISATION ET MODE D'EMPLOI DU PROGRAMME**

**ANNEXE VI : SOURCE DES PROGRAMMES**

## L'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE AGRONOMIQUE

L'Institut National de la Recherche Agronomique (I.N.R.A.) a été créé en 1946. Depuis le mois de décembre 1984, l'I.N.R.A. est un Etablissement Public à caractère Scientifique et Technologique (E.P.S.T.) placé actuellement sous la double tutelle du Ministère de l'Agriculture et de la Forêt et du Ministère de la Recherche et de la Technologie.

Les recherches menées à l'I.N.R.A. concernent la filière agricole et alimentaire depuis la production jusqu'aux produits transformés.

La connaissance des ressources du milieu physique permet de mieux maîtriser la production agricole et de protéger le patrimoine naturel.

L'I.N.R.A. a fortement contribué à l'augmentation des rendements et à l'amélioration de la qualité des productions végétales grâce à des recherches sur la fertilisation, la protection phytosanitaire et la création de variétés performantes.

Mon stage s'est déroulé dans le département de Science du Sol à la Station d'Avignon. Un des principaux thèmes de recherche de ce laboratoire est l'étude des phénomènes de transfert prenant place dans le milieu poreux complexe qu'est le sol (eau, gaz, chaleur, solutés) avec pour objectifs l'identification des mécanismes mis en jeu, l'identification des paramètres de transfert apparaissant dans les équations et la mise au point de modèles de prévision.

**INTRODUCTION GENERALE**

Dans le but d'expliquer leurs propriétés de transfert de masse (eau, soluté, gaz,...), l'espace poral des milieux poreux (le sol dans notre cas) est parfois assimilé à un réseau irrégulier de pores à géométries complexes. Afin d'arriver à un formalisme mathématique permettant de prévoir les transferts, on peut caractériser les liaisons de ce réseau par des valeurs de conductances servant à caractériser leur aptitude au transfert.

Classiquement, on admet que les conductances suivent une distribution aléatoire sans aucune corrélation dans l'espace : les valeurs des conductances des liaisons ouvertes sont indépendantes des valeurs des conductances des liaisons voisines et les positions des liaisons fermées sont distribuées de façon aléatoire.

Aujourd'hui, différentes observations expérimentales nous amènent à envisager l'existence de corrélations spatiales. Aussi, devant le manque de travaux traitant ce sujet, il semble important d'étudier au moyen de simulations, l'influence des corrélations spatiales sur les coefficients de transfert.

Ce type d'étude passe par la création préalable d'un générateur de champs discrets 3-D de nombres pseudo-aléatoires corrélés dans l'espace. Ce dernier point a constitué l'objectif du travail effectué au cours de mon stage, et est présenté dans la suite de ce rapport.

## **CHAPITRE I**

### **POSITION DU PROBLEME**

## A - MODELISATION DU PROCESSUS DE DIFFUSION GAZEUSE

### 1 - Espace poral - Modèle de réseau

Vis-à-vis de la diffusion gazeuse, le sol est considéré comme un milieu hétérogène. D'une part, on distingue un "espace poral structural" dont les origines sont culturelles (labour, façons superficielles, ...), climatiques (fissuration, ...) et biologiques (galeries de vers, ...). D'autre part, on distingue des "arrangements texturaux" délimitant les pores structuraux. Ces arrangements sont supposés caractéristiques des différents constituants d'un sol. Ils présentent un "espace poral textural" ménagé entre les particules constitutives du sol. La modélisation des transferts gazeux dans les sols nécessite la prise en compte des transferts dans les deux compartiments poreux.

Les particules constitutives d'un sol sont essentiellement un squelette (sables et limons) et des argiles. En raison des propriétés spécifiques de ces dernières, l'organisation texturale d'un sol peut être schématisée par la figure I.1.

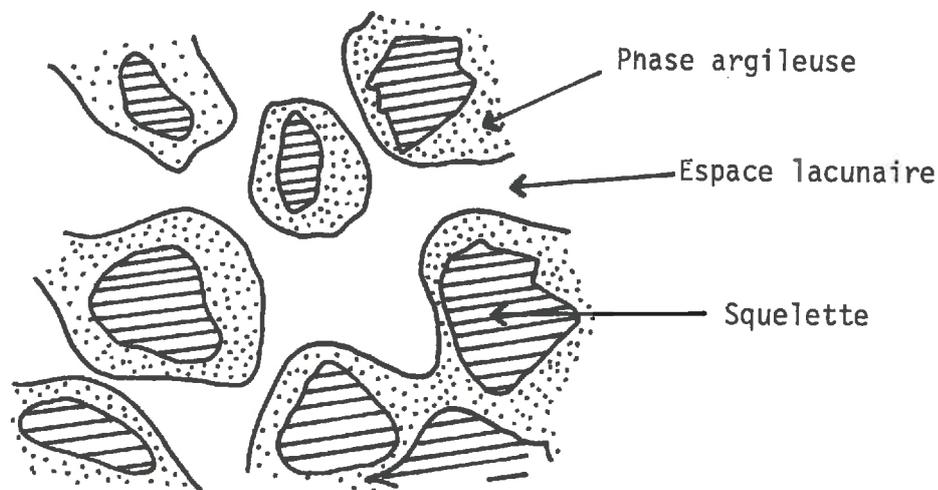


Figure I.1 : Schéma d'organisation des particules du sol au niveau textural.

Au niveau textural, l'espace poral peut être subdivisé en un espace poral spécifique à la phase argileuse et un espace poral lacunaire présent entre masses d'argile. Ce dernier joue un rôle prépondérant dans les transferts de gaz par diffusion. Il peut être schématisé par un réseau de liaisons tant que le taux d'argile n'excède pas 35% de teneur pondérale environ. Aussi, la compréhension des transferts de gaz par diffusion au niveau textural passe par la prise en compte de l'importance de cet espace, par la prise en compte de ses caractéristiques morphologiques et par la prise en compte des relations de connexité entre pores.

## **2 - Variabilité des caractères des pores et blocage**

La prise en compte des relations de connexité entre pores nécessite :

- la prise en compte de la variabilité du caractère conducteur des liaisons du réseau lacunaire;
- la prise en compte des blocage de pores qui peuvent être dus à la présence d'eau dans le milieu lacunaire ou au gonflement de la phase argileuse;
- la prise en compte d'anisotropies éventuelles;
- la prise en compte d'éventuelles corrélations dans l'espace pour ce qui est des dimensions des pores et pour ce qui est des phénomènes de blocage des pores.

L'existence de corrélations dans l'espace paraît probable au vu d'un schéma de mise en place des matériaux établi antérieurement à la Station de Science du Sol d'Avignon - ce schéma explique pour partie l'organisation des matériaux -. L'existence de ces corrélations semble par ailleurs nécessaire pour expliquer les variations du coefficient de diffusion d'un arrangement textural de sol en fonction de sa teneur en eau.

## **B - L'INFLUENCE DES CORRELATIONS DANS L'ESPACE**

### **1 - Résultats antérieurs**

A l'annexe I, nous présentons quelques généralités sur les différentes théories traitant des transferts dans les milieux désordonnés représentés par des réseaux. Le problème des corrélations spatiales n'a été abordé que de façon exceptionnelle. Deux travaux ont été réalisés dans le passé et ont été portés à notre connaissance.

Le premier a porté sur un réseau 3-D à maillage cubique. Il n'a utilisé qu'un schéma de corrélation dans l'espace permettant des corrélations dans un processus d'élimination de liaisons. Les corrélations existent pour des liaisons ayant une extrémité commune mais pas au delà. Ce travail a montré une diminution très importante du seuil de percolation avec l'existence de corrélations. Ainsi ce dernier passe d'une valeur voisine de 25% à une valeur voisine de 10%.

Le second a porté sur un réseau 2-D à maillage carré. Il a utilisé le même schéma de corrélation spatiale ainsi qu'un schéma exponentiel et qu'un schéma sphérique. Dans tous les cas, les corrélations spatiales se sont avérées sans influence sur le seuil de percolation. Par ailleurs, ce dernier travail a aussi porté sur l'influence de corrélations spatiales dans les valeurs de conductances des liaisons. De la même façon, aucun écart n'a été constaté par rapport au cas d'une distribution totalement aléatoire dans l'espace.

## **2 - Objectifs du stage**

Il est nécessaire de connaître l'influence réelle de corrélations spatiales sur les conductances des liaisons d'un réseau ou sur l'élimination des liaisons du même réseau. Dans un premier temps, il est donc nécessaire de savoir si les corrélations spatiales sont un facteur important à prendre en compte ou non. Dans le cas d'une réponse affirmative, il nous faut être capable de savoir comment prendre en compte ce facteur pour la modélisation d'un coefficient de transfert d'un milieu poreux.

Aussi, il s'avère nécessaire de réaliser un travail de simulation théorique pouvant être subdivisé en quatre étapes :

- création d'un générateur 3-D (et éventuellement 2-D) de nombres aléatoires avec corrélations dans l'espace;
- création d'un outil d'interpolation permettant de passer d'un champ discret à un champ continu;
- affectation de valeurs de conductances aux liaisons de différents réseaux à partir du champ continu 3-D ou d'un ordre d'élimination de ces liaisons;
- étude de la conductance des réseaux ainsi générés.

**CHAPITRE II**

**LES BASES MATHÉMATIQUES**

**Introduction :**

L'objectif de mon stage est de créer un logiciel permettant de générer des champs de nombres aléatoires avec corrélation dans l'espace. Le logiciel doit être suffisamment général pour permettre le choix de schémas de corrélations différents et des longueurs de corrélation différentes.

Pour résoudre ce problème, trois thèmes mathématiques sont abordés dans ce chapitre :

- la notion de variables aléatoires ;
- les opérateurs linéaires et leurs propriétés ;
- l'analyse de Fourier dans le cadre des variables aléatoires.

Certains résultats de ce chapitre sont différents de ceux qu'on trouve dans la bibliographie. Les différences sont limitées à des constantes additives ou multiplicatives : celles-ci sont sans conséquence sur l'aspect final du travail (les expressions "litigieuses" seront signalées par un astérisque).

**A - NOTIONS DE VARIABLES ALEATOIRES**

Soit  $Y(r)$  une variable aléatoire fonction de la position  $r$  ( $r$  étant un point de  $\mathbb{R}^3$ ). On note  $\langle \rangle$  l'opérateur moyenne défini de la façon suivante :

$$\langle f \{ Y(r) \} \rangle = \int P[ Y(r) ] f\{ Y(r) \} dY(r)$$

Les propriétés d'une variable aléatoire peuvent s'écrire :

Moyenne :  $\bar{Y}(r) = \langle Y(r) \rangle$

Variance :  $\sigma_Y^2 = \langle Y_1(r)^2 \rangle$

Corrélation :  $C_Y(r, r') = \frac{\langle Y_1(r) Y_1(r') \rangle}{\sigma_Y(r) \sigma_Y(r')}$

avec  $Y_1(r) = Y(r) - \bar{Y}(r)$

Le champ  $Y$  est défini comme étant statistiquement homogène si la moyenne et la variance sont indépendantes de la position, et si la corrélation est une fonction uniquement du vecteur  $R = r - r'$  séparant les deux points. De plus, le champ peut

toujours être considéré comme ayant une moyenne nulle car un champ donnant les fluctuations (les variations) de la moyenne peut lui être adjoint.

Pour générer un champ aléatoire corrélé, on utilise un second champ aléatoire  $\epsilon$  non corrélé possédant les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \langle \epsilon(r) \rangle &= 0 \\ \langle \epsilon(r) \epsilon(r') \rangle &= \sigma_\epsilon^2 \delta(r-r') \end{aligned}$$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac :

$$\begin{aligned} \delta(r-r') &= 1 \text{ si } r = r' \\ \delta(r-r') &= 0 \text{ sinon.} \end{aligned}$$

On lie ce champ aléatoire  $\epsilon$  sans corrélation au champ aléatoire  $Y$  à l'aide d'un opérateur linéaire.

## **B - UTILISATION D'UN OPERATEUR LINEAIRE**

### **1 - Définition**

Un opérateur fait correspondre à une fonction  $f(r)$  une fonction  $F(r)$

$$O_r( f(r) ) = F(r)$$

Un opérateur linéaire possède les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} O_r( f(r) + g(r) ) &= O_r( f(r) ) + O_r( g(r) ) \\ O_r( \alpha f(r) ) &= \alpha O_r( f(r) ) \end{aligned}$$

Les opérateurs différentiels sont des opérateurs linéaires. Pour un espace à une dimension, on a alors :

$$O_r = \sum_{(n=0..N)} a_n (d/dr)^n$$

Les opérateurs différentiels présentent un intérêt vis à vis de nos objectifs : ils créent une relation entre les valeurs d'une fonction (un champ aléatoire, dans notre cas). Si l'on écrit la relation  $O_r(Y(r)) = \epsilon(r)$ , où  $\epsilon(r)$  est un champ aléatoire sans corrélation dans l'espace, on peut alors s'attendre à ce que  $Y(r)$  soit un champ aléatoire avec corrélations spatiales.

Aussi, d'un point de vue pratique, nous considérons les opérateurs différentiels 3-D suivants :

$$O_r = \sum_{(n=0..N)} (a_n ((d/dx)^n + (d/dy)^n + (d/dz)^n))$$

En supposant l'existence de l'opérateur inverse, on a alors :

$$Y(r) = O_r^{-1} \epsilon(r)$$

## 2 - Premiers résultats sur le champ Y

Moyenne :  $\bar{Y}(r) = 0$

$$Y(r) = O_r^{-1} \epsilon(r)$$

$$\langle Y(r) \rangle = \langle O_r^{-1} \epsilon(r) \rangle = O_r^{-1} \langle \epsilon(r) \rangle$$

Comme  $\langle \epsilon(r) \rangle = 0$ , on a alors  $\langle Y(r) \rangle = 0$

Corrélation:  $C_Y(r-r') = \sigma_\epsilon^2 / \sigma_Y^2 O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \delta(r-r')$

$$Y(r) Y(r') = [O_r^{-1} \epsilon(r)] [O_{r'}^{-1} \epsilon(r')] = O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \epsilon(r) \epsilon(r')$$

$$\langle Y(r) Y(r') \rangle = \langle O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \epsilon(r) \epsilon(r') \rangle = O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \langle \epsilon(r) \epsilon(r') \rangle = \sigma_\epsilon^2 O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \delta(r-r')$$

$$\rho_Y(r-r') = \frac{\langle Y(r) Y(r') \rangle}{\sqrt{Y(r)} \sqrt{Y(r')}} = \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_Y^2} O_r^{-1} O_{r'}^{-1} \delta(r-r')$$

Remarque : l'expression de la corrélation est déterminée uniquement par la définition de l'opérateur.

## C - ANALYSE HARMONIQUE UNIDIMENSIONNELLE

### 1 Analyse unidimensionnelle

Pour limiter la complexité des expressions, on se place dans le cadre d'un espace à seule dimension. Le passage aux dimensions supérieures, est facilement réalisable (on trouve en annexe deux exemples en trois dimensions).

Pour un espace à une dimension, l'expression la plus générale d'un opérateur linéaire différentiel est de la forme :

$$O_x = \sum_{(n=0..N)} a_n (d/dx)^n$$

Il reste à déterminer explicitement les  $a_n$  en fonction du schéma de corrélation choisi. Pour cela, on passe dans l'espace de Fourier.

## 2 Analyse dans l'espace de Fourier

(On trouve en annexe l'ensemble des calculs intermédiaires concernant ce paragraphe)

Le champ  $\epsilon$  est un champ discret possédant  $Q$  éléments. On utilise la transformée de Fourier discrète avec les notations suivantes :

$$T F D \{ \epsilon_n \}_Q = \sum_{(n=0..Q-1)} \epsilon_n \exp(-2\pi i n k / Q) = \tilde{\epsilon}_k$$

$\epsilon$  est un champ discret d'indices  $n$  appartenant à  $\{ 0 .. Q-1 \}$

On a pour la transformée discrète réciproque :

$$T F D^{-1} \{ \tilde{\epsilon}_k \}_Q = (1/Q) \sum_{(k=0..Q-1)} \tilde{\epsilon}_k \exp(2\pi i n k / Q) = \epsilon_n$$

On peut écrire ces expressions sous la forme d'une intégrale de Riemann-Stieltjes :

$$\epsilon_m = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp(2\pi i m \nu_k) d\tilde{E}(\nu_k)$$

où, pour une raie de fréquence  $\nu_k$ , la fonction  $E(\nu_k)$  présente en  $\nu_k$ , un saut précisément égal à  $\epsilon_k/Q$

Ce formalisme est cohérent avec celui que nous utilisons généralement pour les transformées de Fourier, soit  $\epsilon(t) \leftrightarrow \epsilon(\nu)$ , il est naturel que  $\tilde{E}(\nu)$  (majuscule de  $\epsilon$ ), soit une primitive de  $\epsilon(\nu)$ .

On peut alors calculer la covariance de  $\epsilon_n$  et de  $\epsilon_{n'}$  grâce à une intégrale simple :

$$\langle \epsilon_m \epsilon_{m'}^* \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp(2\pi i (m-m') \nu_k) dF_{\epsilon}(\nu_k) \quad (1)$$

$$\text{où } dF_{\epsilon}(\nu_k) = d\Gamma_{\epsilon}^2(\nu_k, \nu_k) = \langle d\tilde{E}(\nu_k) d\tilde{E}(\nu_k) \rangle$$

On peut calculer d'une autre manière la covariance de  $\epsilon$ , cette fois-ci  $\epsilon$  est défini grâce l'opérateur linéaire lié à  $Y$  :

$$\langle \epsilon_m \epsilon_{m'}^* \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \left| \sum a_n (2\pi i \nu_k)^n \right|^2 \exp(2\pi i (m-m') \nu_k) dF_y(\nu_k)(2)$$

Les deux intégrales (1) et (2) sont équivalentes. J'admet que l'on peut procéder à une identification permettant de déduire l'expression de la forme

différentielle :

$$dF_{\mathbb{E}}(V_k) = \left| \sum a_n (i2\pi V_k)^n \right|^2 dF_Y(V_k)$$

Alors, on obtient facilement en utilisant l'expression de la covariance pour le champ Y, l'expression de la corrélation en fonction du choix des  $a_n$ .

L'expression de la covariance est :

$$\langle Y_x Y_{x'} \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp(2\pi i (x-x') V_k) dF_Y(V_k)$$

On peut finalement obtenir après plusieurs modifications (cf. annexe) :

$$\rho_Y(x-x') = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(i(x-x')V_k)}{\left| \sum a_n (iV_k)^n \right|^2} dV_k}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\left| \sum a_n (iV_k)^n \right|^2} dV_k}$$

## D - EXEMPLE DE PASSAGE D'UN SCHEMA DE CORRELATION SPATIALE A UN OPERATEUR LINEAIRE

### 1 - Cas du schéma exponentiel

Soit  $x$  et  $x'$  deux points appartenant à  $\mathbb{R}$ . L'expression de la corrélation est de la forme :

$$\rho_Y(x-x') = e^{-|x-x'|/\lambda}$$

On calcule alors la transformée de Fourier de cette corrélation :

$$\tilde{\rho}_Y = \frac{1}{\lambda \sqrt{2\pi}} \frac{1}{\left| \frac{1}{\lambda} + ik \right|^2} \quad *$$

On procède alors à une identification avec la forme trouvée lors du calcul général. On peut ainsi déterminer les  $a_n$  de l'opérateur.

$$a_0 = \sqrt{2\pi} \quad a_1 = \lambda \sqrt{2\pi} \quad *$$

D'où, on trouve finalement l'opérateur linéaire:

$$O_x = \sqrt{2\pi} \cdot + \lambda \sqrt{2\pi} \frac{d}{dx}.$$

## 2 - Cas général

Dans ce paragraphe, je vais expliciter le schéma de résolution pour trouver la forme de l'opérateur.

1er point : On choisit la corrélation pour le champ Y.

$$\rho_y = \text{expression en fonction de 2 points}$$

2ème point : On applique la transformation de Fourier à cette fonction.

$$\rho_y \xrightarrow{\mathcal{F}} \tilde{\rho}_y$$

3ème point : On trouve les  $a_n$  par identification avec la forme générale donnée précédemment (opérateur dans l'espace de Fourier)

$$\tilde{\rho}_y \xrightarrow{\text{identification}} a_n \text{ (d'où } O_k)$$

4ème point : On a alors explicitement l'opérateur  $O_x$  (espace des réels) par les  $a_n$

$$a_n \xrightarrow[\text{par les } a_n]{} O_x$$

## CONCLUSION :

Le problème de cette méthode, est l'identification des  $a_n$  à partir d'un schéma de corrélation spatiale  $C_y$ . Dans le cas de schéma du type exponentiel (comme dans l'exemple) ou du type gaussien, cette identification est possible. En revanche, pour d'autres schémas, il est impossible de procéder à une telle identification soit parce qu'elle n'est pas calculable (mise sous la forme voulue, problèmes dûs aux calculs des transformées de Fourier), soit parce qu'elle n'existe pas (schémas de corrélation particuliers).

Dans le programme, l'utilisateur devra calculer analytiquement les  $a_n$  pour un schéma de corrélation défini, ou procéder "à tâtons" pour le choix des  $a_n$  pour trouver un schéma de corrélation voulu (On trouve, dans le chapitre IV, une discussion sur l'influence des différents  $a_n$ ). Il pourra aussi user directement des 2 opérateurs connus - l'opérateur exponentiel et l'opérateur gaussien - en précisant leur longueur de corrélation.

## CHAPITRE III

### REALISATIONS INFORMATIQUES

## A - L'ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE

### 1 - Le matériel

La station Science du Sol possède un parc important de micro-ordinateurs. Elle a par ailleurs accès à un mini-ordinateur commun à tous les chercheurs et ingénieurs de l'INRA. Enfin, elle va bénéficier avant la fin de l'année 1989 de la mise en place d'un réseau informatique sur le centre INRA d'Avignon. Sur ce réseau, elle aura un accès prioritaire à un mini-ordinateur. De même, elle aura accès à un serveur général.

Pour mon travail, j'ai utilisé l'ordinateur commun à tous les chercheurs et ingénieurs de l'INRA. Ce choix se justifie par l'importance de la mémoire centrale nécessaire au fonctionnement de mes programmes.

Les caractéristiques du matériel utilisé sont :

- un DPS 8 implanté dans le Département Informatique de l'INRA à Jouy-en-Josas (région parisienne) possédant :
  - 3 unités centrales DPS 8/70 ;
  - 3 mémoires centrales de 8 MégaOctets chacune ;
  - 10 disques durs de 1,1 GigaOctets chacun ;
  - 4 bandes magnétiques (1600/6250 bpi) ;
  - 1 imprimante système (1000 bpm) ;
  - 1 imprimante printronix (300 bpm) ;
  - 1 traceur benson ;
  - 2 frontaux.

La capacité de calcul des unités centrales est de l'ordre de 1.7 millions d'instructions par seconde. Ce matériel permet de servir environ 100 utilisateurs interactifs simultanés ;

- deux terminaux reliés grâce au réseau Transpac : un terminal PLESSEY PT224 et un terminal CHALLENGE 3010 de chez CGCT pouvant traiter du graphisme ;

- une imprimante PRISM 132.

Par ailleurs, j'ai travaillé sur différents micro-ordinateurs pour rédiger ce rapport (utilisation du traitement de texte WORD), pour tracer des courbes (utilisation du logiciel CHART) ou pour récupérer des fichiers graphiques à tirer sur table traçante. La liaison entre les micro-ordinateurs et les mini-ordinateurs est possible par liaison asynchrone grâce au logiciel KERMIT et, ultérieurement, elle le sera grâce au système ETERNET.

## 2 - Le système et les utilitaires

### **a - Le système d'exploitation**

Le système d'exploitation utilisé est le MULTICS (MULTIplexed Information and Computing Service). Ce système a été développé au Massachusetts Institute of Technology vers la fin des années 1960.

Au cours de l'année scolaire, j'avais déjà utilisé ce système. Néanmoins, cette utilisation ne correspondait qu'à une initiation et j'ai découvert au cours de ce stage de nombreuses possibilités offertes par le système dont l'envoi des travaux en différés.

### **b - L'éditeur TED, le "débugger" PROBE et le logiciel graphique GPGS/GRAPHISTO**

TED est un éditeur présentant de nombreuses possibilités (commandes multiples, plusieurs buffers annexes). Néanmoins il s'agit d'un éditeur ligne à ligne. Aussi, les modifications à apporter à un programme entraînent une perte de temps importante : il est souvent plus rapide de réécrire la totalité d'une ligne que de modifier cette ligne.

PROBE est un "débugger" multi-langage. Il accepte le FORTRAN, le COBOL, le PASCAL et l'ALGO-68. Il permet, en outre, l'exécution pas à pas, l'affichage de l'état des variables et des statuts, l'affectation d'une variable.

Grâce à PROBE, j'ai découvert des erreurs d'exécutions dues, le plus souvent, à des problèmes de dépassement de capacité ou à de mauvais passages de paramètres entre sous-programmes (problème souvent lié à la syntaxe du FORTRAN).

GPGS/GRAPHISTO est une bibliothèque de sous-programmes servant à des tracés graphiques très divers. Ils sont aisés à insérer dans des programmes FORTRAN. Ils m'ont servi à dessiner des cartes 2-D de valeurs du champ Y.

## 3 - Le langage

Pour la programmation, il m'a été demandé d'utiliser le langage FORTRAN 66 (norme ANSI 77), ceci pour plusieurs raisons :

- la plupart des personnes du service utilisent ce langage ;
- certains des sous-programmes que j'ai écrits (comme par exemple la résolution d'un système linéaire défini avec une matrice morse) ont déjà été intégrés à d'autres programmes en cours de développement dans le service ;
- ce langage de programmation permet de réaliser facilement des calculs scientifiques.

Jusqu'à ce jour, je n'avais jamais réalisé d'application en FORTRAN. J'ai appris lors de ce stage la syntaxe de ce langage sans trop de difficulté.

## **B - ORGANISATION DU TRAVAIL**

Les premières semaines du stage ont été exclusivement consacrées à l'aspect théorique du problème. J'ai par la suite mené de front l'aspect théorique et l'aspect informatique.

Pour l'organisation du programme, j'ai choisi une méthode de réflexion modulaire déjà utilisée lors de l'année scolaire. Le programme se décompose en trois modules de thèmes suivants (voir fig. III.1) :

- 1<sup>er</sup> module : création de l'opérateur linéaire, c'est-à-dire création et remplissage des différents tableaux correspondant au codage de la matrice creuse ;
- 2<sup>ème</sup> module : génération de nombres pseudo-aléatoires et résolution du système linéaire ;
- 3<sup>ème</sup> module : calcul des propriétés du champ corrélé, c'est à dire calcul de la moyenne, de la variance, des corrélations en fonction la distance interpoints, et sauvegarde du maillage entier ou seulement d'un plan sur fichier.

Ces trois modules ont juste un bloc commun, limité à l'opérateur et aux vecteurs.

Avant de rassembler les différents modules, j'ai réalisé de nombreux tests correspondant à des maillages de faibles dimensions (vérification des remplissages des tableaux nécessaires à l'opérateur, de la résolution du système linéaire avec des systèmes à solutions connues, des conversions des indices particuliers des vecteurs ... ). Le fait de vérifier beaucoup de sous-programmes m'a fait écrire de nombreux programmes annexes dont les sources n'ont pas été conservées.

## **C - GENERATION DE NOMBRES PSEUDO-ALEATOIRES**

### **1 - Générateur à distribution uniforme entre 0 et 1**

J'ai utilisé un générateur proposé dans la littérature (références en annexes). Celui-ci est basé sur un générateur à registre à décalage. On utilise 15 registres de 98 bits et un décalage de 9800 bits. Le polynôme irréductible utilisé possède alors une période de  $2^{98}-1$ .

### **2 - Transformation en générateur à distribution normale**

Pour réaliser cette transformation, on cherche le réel X tel que :

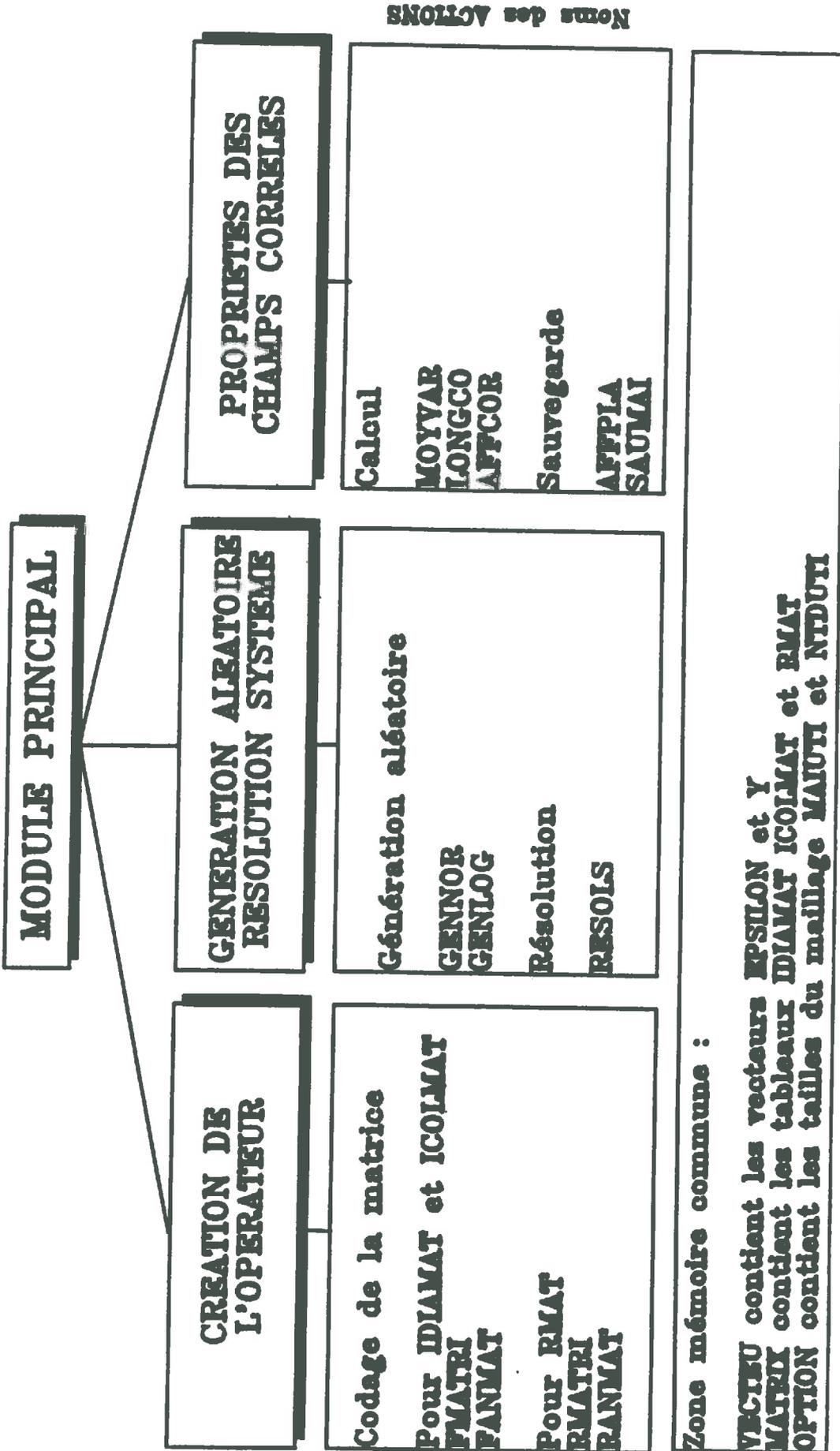


Figure III.1 : Schéma modulaire du programme

$$\int_{-\infty}^x \frac{1}{(2\pi)^{0.5}} \exp(-v^2/2) dv = W$$

avec  $W$  correspondant à un tirage aléatoire uniforme entre 0 et 1.

Pratiquement, on utilise un tableau donnant la fonction de répartition de la loi  $N(0,1)$  sur un ensemble discret entre 0 et  $+\infty$  (en fait, on se limite à la borne 3.5). La fonction est généralisée à l'ensemble du domaine par interpolation linéaire.

## D - CREATION DES OPERATEURS LINEAIRES

### 1 - Estimation des dérivées d'ordre $n$ par différences finies

Pour calculer  $f^{(n)}(x_j)$ , on utilise les points situés de part et d'autre de  $x_j$  (différence centrées). Considérons les deux développements :

$$(1) \quad f(x+h) = f(x) + h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(x) + \dots$$

$$(2) \quad f(x-h) = f(x) - h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) - \frac{h^3}{3!} f^{(3)}(x) + \dots$$

En retranchant les deux lignes ci-dessus, il vient (1)-(2) :

$$f(x+h) - f(x-h) = 2h f'(x) + \frac{h^3}{3} f^{(3)}(x) + \dots$$

Pour  $x=x_j$ , on obtient :

$$f'_j = (f_{j+1} - f_{j-1})/2h + O(h^2)$$

Pour obtenir  $f''$ , on ajoute (1) et (2). Grâce à des calculs analogues, on obtient le tableau suivant :

	$f_{j-2}$	$f_{j-1}$	$f_j$	$f_{j+1}$	$f_{j+2}$
$2h f'_j$		-1	0	1	
$h^2 f''_j$		1	-2	1	
$2h^3 f'''_j$	-1	2	0	-2	1
$h^4 f^{(4)}_j$	1	-4	6	-4	1

tableau III.1 : Dérivées à partir des différences centrées

On obtient pour un choix des  $a_n$  ( $n=0..4$ ), suivant la direction Ox :

$$\begin{aligned}
 & 2 (a_0 Y_{i,j,k} + a_1 \frac{d}{dx} Y_{i,j,k} + a_2 \frac{d^2}{dx^2} Y_{i,j,k} + a_3 \\
 & \frac{d^3}{dx^3} Y_{i,j,k} + a_4 \frac{d^4}{dx^4} Y_{i,j,k} ) = \\
 & \qquad ( 2a_0 - 4a_2 + 12a_4 ) Y_{i,j,k} \\
 & \qquad + ( a_1 + 2a_2 - 2a_3 - 8a_4 ) Y_{i+1,j,k} \\
 & \qquad + ( -a_1 + 2a_2 + 2a_3 - 8a_4 ) Y_{i-1,j,k} \\
 & \qquad + \qquad \qquad ( a_3 + 2a_4 ) Y_{i+2,j,k} \\
 & \qquad + \qquad \qquad ( -a_3 + 2a_4 ) Y_{i-2,j,k}
 \end{aligned}$$

## 2 - Stockage de l'opérateur sous forme de matrice morse

En raison de la taille importante de la matrice de l'opérateur (125000 X 125000 pour un maillage 3D sur 50 points), il est inconcevable de conserver toutes ses valeurs ; néanmoins, la plupart d'entre elles est nulle ce qui nous a permis de stocker l'opérateur sous forme de matrice morse (par exemple avec l'opérateur du plus proche voisin pour un maillage 3D de 50 points, la part des termes non nuls ne représente qu'environ 1/18000 de l'ensemble des termes formant la matrice)

Pour réaliser le codage de la matrice creuse, j'ai utilisé trois tableaux dont les spécifications sont les suivantes :

- IDIAMAT : tableau contenant les numéros des termes diagonaux (tableau d'entiers) ;
- ICOLMAT : tableau des correspondances numéro - colonne (tableau d'entiers) ;
- RMAT : tableau des correspondances numéro - valeur (tableau de réels).

La numérotation se fait ligne à ligne (de la première à la dernière). On numérote les éléments hors-diagonaux de gauche à droite, puis l'élément diagonal.

*Exemple de codage :*

soit A une matrice 5 X 5 s'écrivant

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 3 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & -0.25 & -1 \end{bmatrix}$$



L'itération principale de la méthode S.O.R. est de la forme :  
 Notation :  $A X = B$  avec

$$A = \begin{bmatrix} \diagdown & & - F \\ & D & \\ - E & & \diagdown \end{bmatrix}$$

$$x^{(k+1)} = w (D - w E)^{-1} B + (D - w E)^{-1} ((1 - w)D + w F)x^{(k)}$$

w est le pas de relaxation

L'algorithme est donc :

initialisation du vecteur  $x(i)$   
 tant que test d'arrêt non vérifié faire  
 pour chaque composante  $x(i)$  faire :

$$x(i) = x(i) + (B(i) - \sum_{j=1..n} A(i,j) x(j))w/A(i,i)$$

J'ai adapté ce simple algorithme au traitement d'une matrice morse. Le test d'arrêt que j'ai choisi est un test de précision relative entre deux vecteurs successifs de l'itération.

## E - OPERATIONS SUR LE CHAMP CORRELE

### 1 - Moyenne, Variance et Corrélation dans l'espace

Les calculs de la moyenne et de la variance servent à vérifier le bon comportement du vecteur Y par rapport l'opérateur.

Le calcul des corrélations en fonction la distance est basé sur des parcours du maillage par 2 points espacés de x unités (x variant de 0 à 10) ; Ce parcours se fait ligne à ligne suivant les 3 directions de l'espace.

### 2 - Tracé de cartes 2-D de valeurs Y

Pour tracer des cartes d'isocontours, j'ai utilisé des sous-programmes issus d'une bibliothèque graphique nommée GPGS/GRAPHISCO. Les 9 sous-programmes présents dans mes applications (gpgs, nitdev, clrdev, rlsdev, vport, window, bgpic, frame, endpic) servent uniquement à l'appel de la bibliothèque et aux initialisations de l'unité graphique ; en revanche, l'utilisation d'une seule procédure (smocon) est

nécessaire pour le tracé de la carte des isocontours. Les paramètres de celle-ci sont en outre, la valeur de l'isocontour minimum, de l'isocontour maximum, du pas entre les isocontours, et des indices dimensionnant le tableau passé en paramètre.

**CHAPITRE IV**

**EXPERIMENTATIONS ET RESULTATS**

## A - PARAMETRE DE RESOLUTION

### 1 - Choix du oméga

Dans la méthode S.O.R., le choix du pas de relaxation (oméga) est important. Pour trouver une valeur proche de l'oméga optimal, j'ai effectué une succession de tests de résolution avec un oméga variant entre 0 et 2. Pour l'intervalle 0-1, la convergence est assurée, mais celle-ci nécessite un nombre d'itérations très élevé. Pour l'intervalle 1-2, l'ensemble des résultats est résumé dans la figure IV.1 :

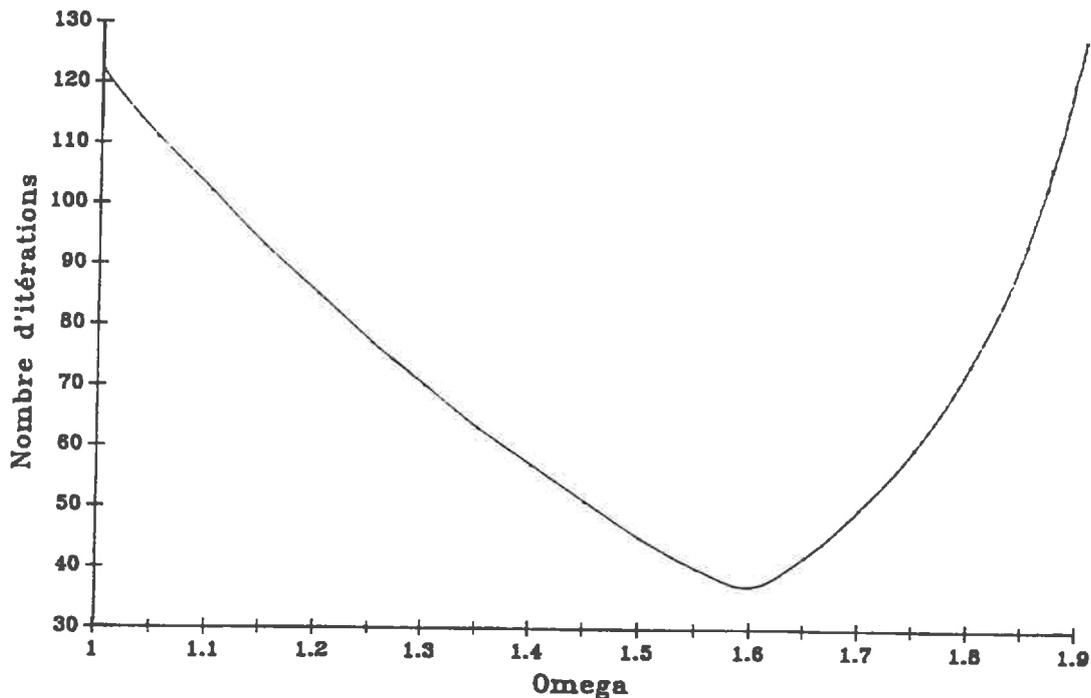


Figure IV.1  
Nombre d'itérations en fonction d'oméga.

*(La matrice sur laquelle porte les tests est une matrice issue de l'opérateur exponentiel pour une longueur de corrélation égale à 5 et un maillage 40x40x40. La précision requise était de  $10^{-5}$ ).*

On constate un gain de plus de 300% sur le nombre d'itérations pour un choix d'oméga de 1.6 par rapport au nombre d'itérations nécessaires pour un choix de oméga égal à 1 (méthode de Gauss-Siedel). Par la suite, la plupart de mes tests ont été réalisés avec un oméga proche de 1,6.

## 2 - Choix de la précision

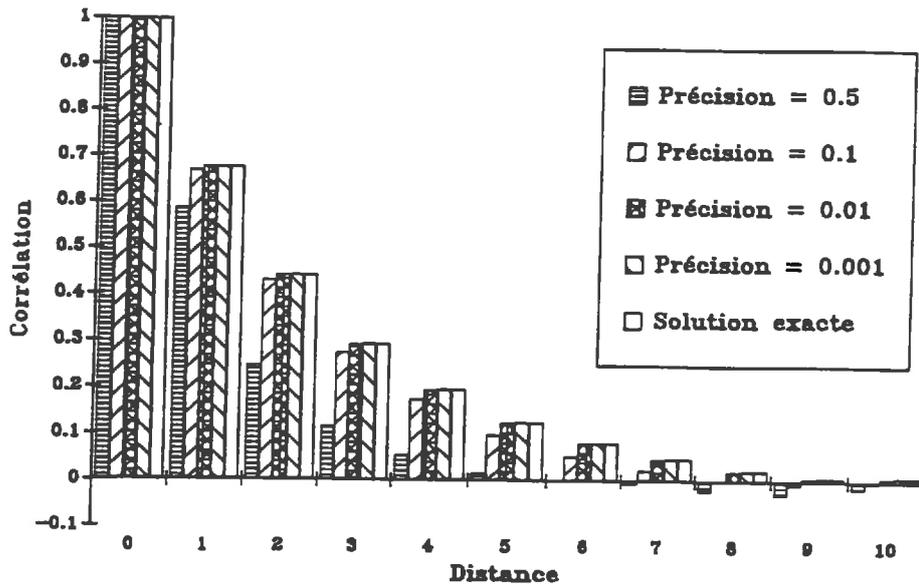


Figure IV.2  
Variation de la corrélation en fonction de la précision.

Comme le montre la figure IV.2, l'obtention de résultats satisfaisants nécessite une précision de l'ordre de  $10^{-4}$  pour le test d'arrêt de la résolution. Si l'on choisit une précision supérieure, on n'obtient aucune modification des 4 premiers chiffres significatifs dans l'expression de la corrélation en fonction de la distance. On n'a donc aucun intérêt à trop affiner la résolution d'autant que le nombre d'itérations a une croissance linéaire par rapport à la précision (voir graphique IV.3).

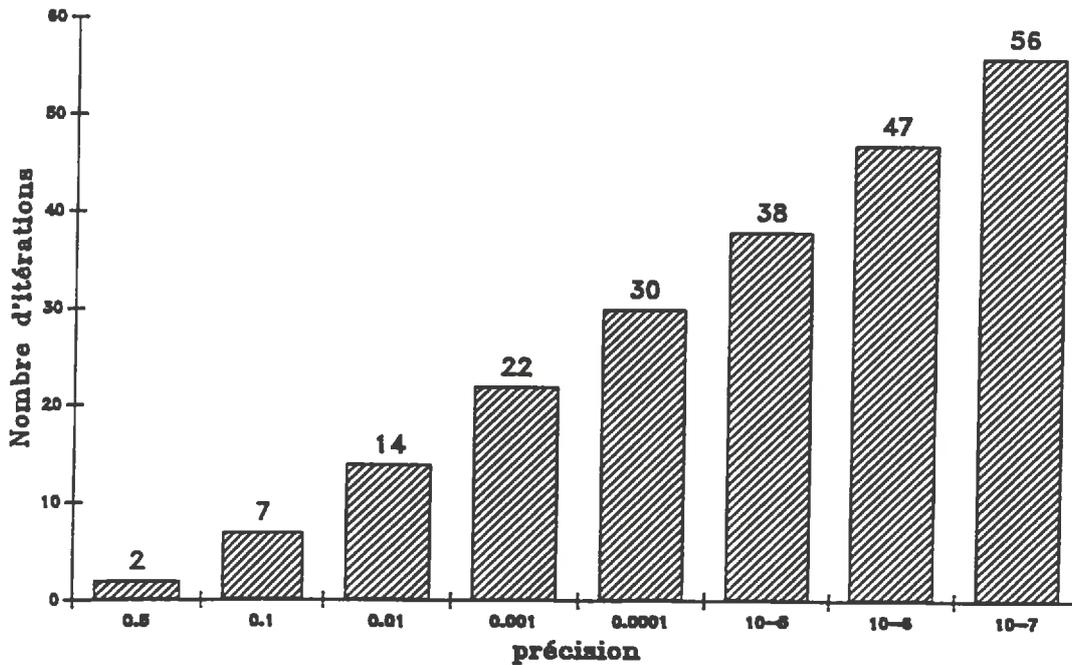


Figure IV.3  
Nombre d'itérations en fonction de la précision.

### 3 - Influence de la taille du maillage et de la nature de la corrélation

La figure IV.4 montre le lien entre la taille et le nombre d'itérations nécessaires à la résolution. Pour des petites tailles, le nombre d'itérations croît avec l'augmentation du nombre de noeuds. On atteint ensuite, pour des tailles importantes, une stabilisation du nombre d'itérations.

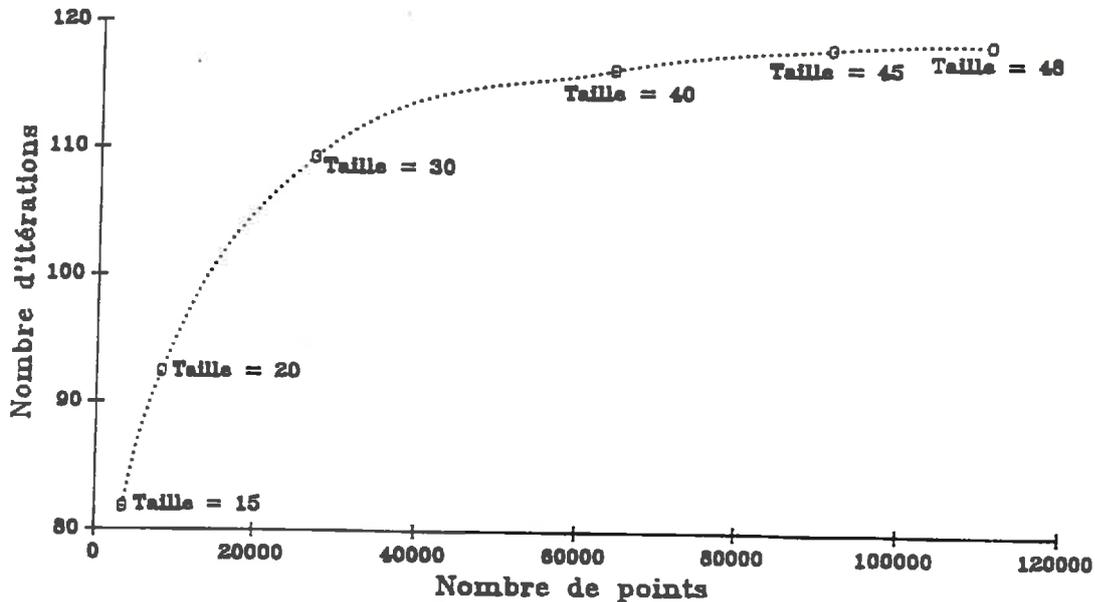


Figure IV.4  
Nombre d'itérations en fonction du nombre de noeuds.

Cependant, la figure IV.5 montre que le nombre d'itérations est fortement lié à la nature de la corrélation. Plus cette corrélation est forte, plus le nombre d'itérations est important (cette dépendance est due à la prédominance ou non du terme diagonal).

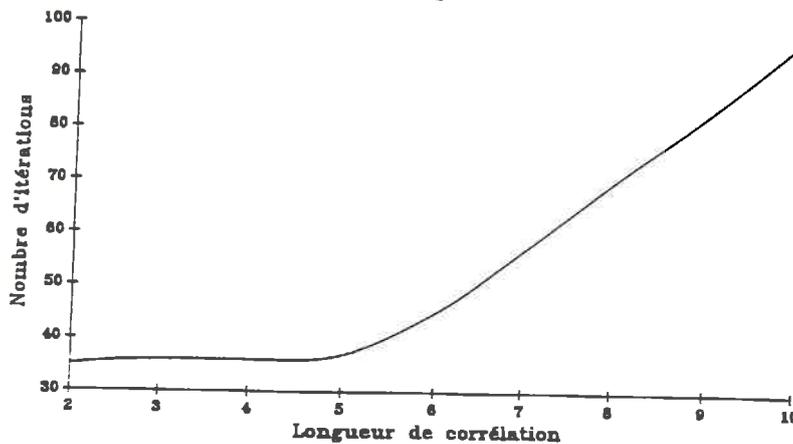


Figure IV.5  
Nombre d'itérations en fonction de la longueur de corrélation.

## B - RESULTATS POUR LE SCHEMA EXPONENTIEL

L'utilisateur a deux choix possibles lorsqu'il demande un schéma de corrélation exponentiel. Il peut avoir accès à un schéma exponentiel isotrope (corrélation uniforme dans l'espace) ou choisir un schéma avec corrélations dépendantes des directions. Il peut, par exemple, privilégier la corrélation suivant la hauteur tout en ayant une corrélation planaire plus faible.

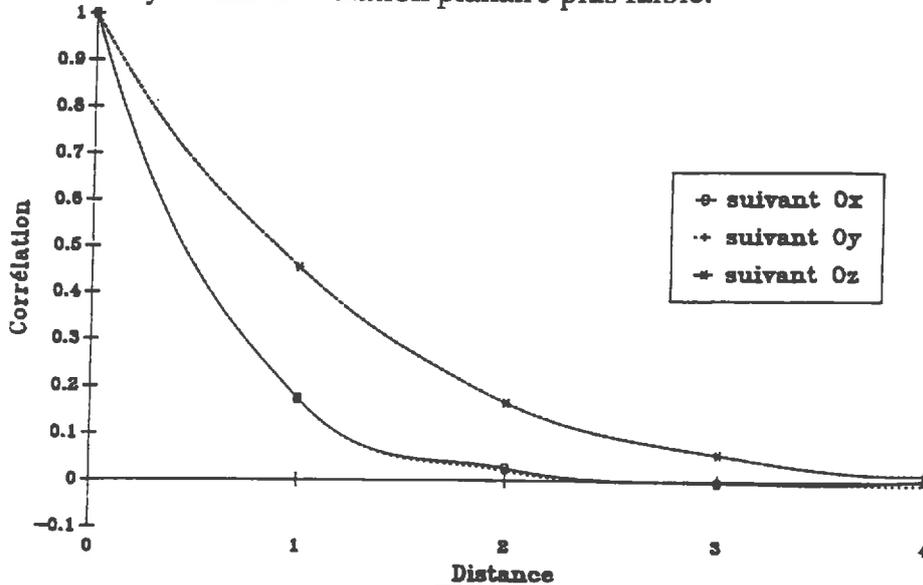


Figure IV.6  
Corrélations différentes suivant les directions.

Dans le cas du schéma exponentiel, l'utilisateur précise la longueur de corrélation (cette longueur est théorique : elle est sensible à la qualité de la génération et à la taille du maillage). Il peut ainsi créer les variations de corrélation qu'il désire.

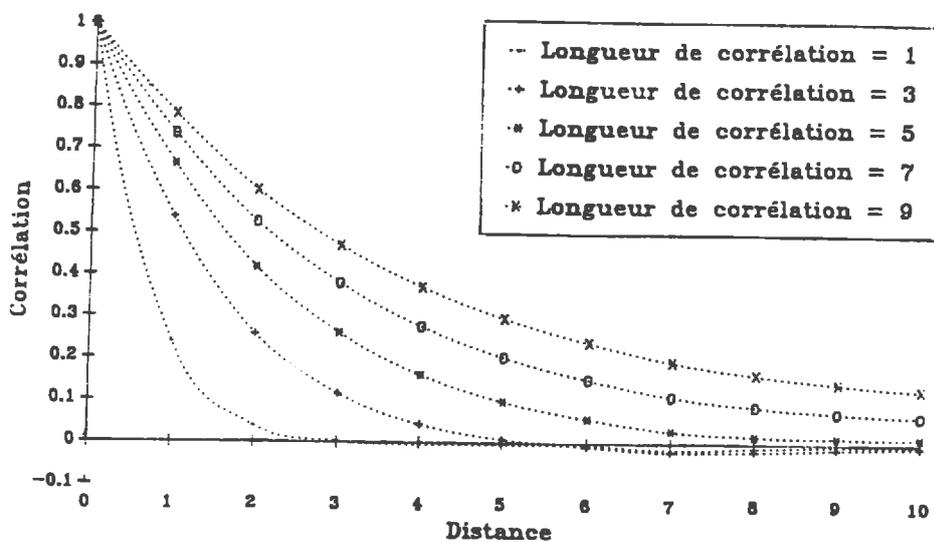


Figure IV.7  
Corrélation exponentielle avec différentes longueurs de corrélation.

Pour illustrer les conséquences du changement de longueur de corrélation, j'ai tracé 4 cartes d'isocontours des valeurs du champ Y pour des plans appartenant à des maillages 40X40X40 : l'isocontour tracé correspond à la moyenne du champ Y sur l'ensemble du maillage.

La figure IV.8 représente un plan issu d'un maillage sans aucune corrélation. Les figures IV.9 IV.10 et IV.11 sont toutes tirées de maillages engendrés par l'opérateur exponentiel. On remarque que le nombre d'ilots diminue avec la croissance de la corrélation.

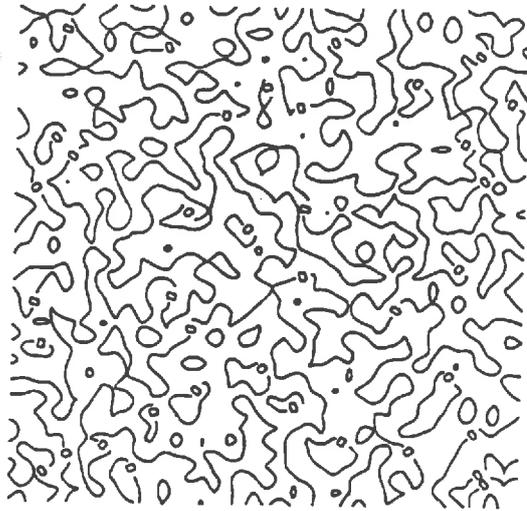


Figure IV.8

Carte d'isocontours issue d'un maillage 40x40x40 pour un champ totalement aléatoire.

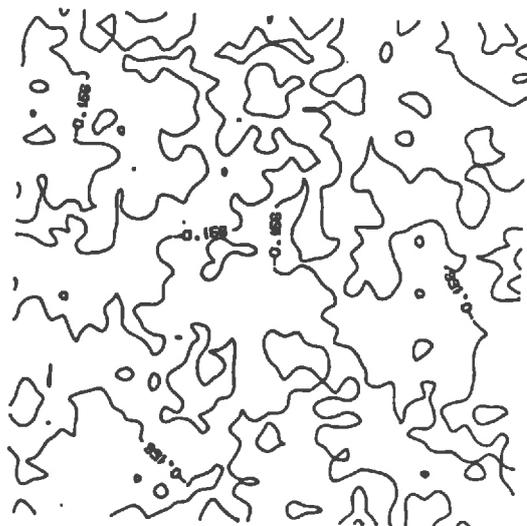


Figure IV.9

Carte d'isocontours issue d'un maillage 40x40x40 pour un champ aléatoire généré grâce à l'opérateur exponentiel avec une longueur théorique de corrélation égale à 3.



Figure IV.10

Carte d'isocontours issue d'un maillage  $40 \times 40 \times 40$  pour un champ aléatoire généré grâce à l'opérateur exponentiel avec une longueur théorique de corrélation égale à 6.

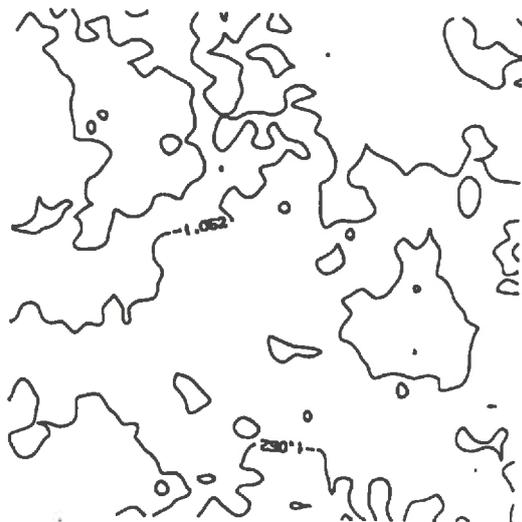


Figure IV.11

Carte d'isocontours issue d'un maillage  $40 \times 40 \times 40$  pour un champ aléatoire généré grâce à l'opérateur exponentiel avec une longueur théorique de corrélation égale à 10.

### C - PROBLEMES POUR LE SCHEMA GAUSSIEN

Pour effectuer des corrélations gaussiennes dans l'espace, il faut utiliser un opérateur de la forme suivante :

$$O_T = \beta \exp \left( -\alpha^2/8 \left( d^2/dx^2 + d^2/dy^2 + d^2/dz^2 \right) \right).$$

où  $\alpha$  est la longueur de corrélation et  $\beta$  étant une constante multiplicative.

Cet opérateur est particulier puisqu'il nécessite une série infinie de  $a_n$ . Lorsqu'on implante cette série, on obtient une matrice à diagonale non-dominante. La résolution itérative est alors impossible (Il faudrait une méthode de résolution directe mais qui est actuellement non envisageable en raison de la taille importante des maillages).

### D - RESULTATS ET CONSEIL POUR LE SCHEMA AVEC CHOIX DES $a_n$

Cet opérateur est basé sur l'utilisation simultanée de dérivées d'ordre différent. L'utilisateur doit spécifier 5 coefficients  $a_0..a_4$  correspondant aux dérivées d'ordre 0 à 4.

#### 1 - Etude préliminaire de deux cas particuliers

**Cas A :  $a_0 = 12$  et  $a_2 = 1$**

Ce cas correspond à un schéma de corrélation exponentiel. Ainsi, il nous permet de tester l'identité des résultats que l'on doit obtenir grâce à deux méthodes programmées indépendamment l'une de l'autre. Dans le graphique suivant, la distinction entre le schéma exponentiel et le schéma avec choix des  $a_n$  s'avère difficile :

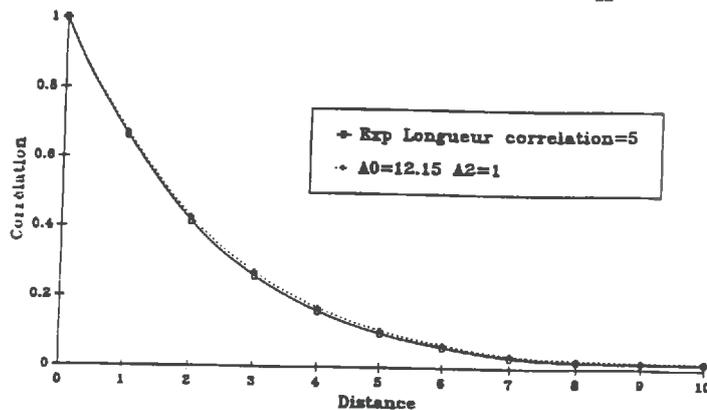


Figure IV.12

Comparaison entre le schéma exponentiel et le choix des  $a_n$ .

Pour obtenir la longueur de corrélation que l'on désire, il suffit de faire varier le coefficient  $a_0$ . Celui-ci donne plus ou moins d'importance au hasard en modifiant la part du terme diagonal.

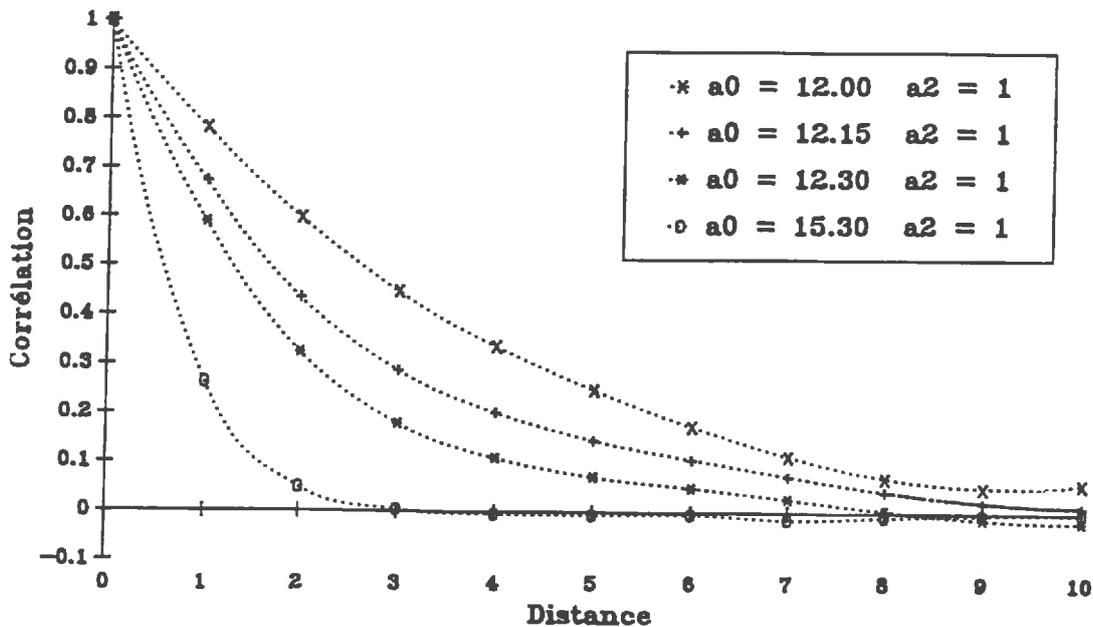


Figure IV.13  
Cas  $a_2 = 1$ . Influence du terme  $a_0$ .

Le terme  $a_1$  a une influence particulière. Il ne modifie en rien la masse de la matrice mais procure une répartition différente de celle-ci. Lors de mes exécutions, je ne suis pas arrivé à trouver des explications restant toujours valables dans tout les cas. Dans le graphique suivant,  $a_1$  prend deux valeurs différentes ; on remarque simplement une modification du galbe de la courbe.

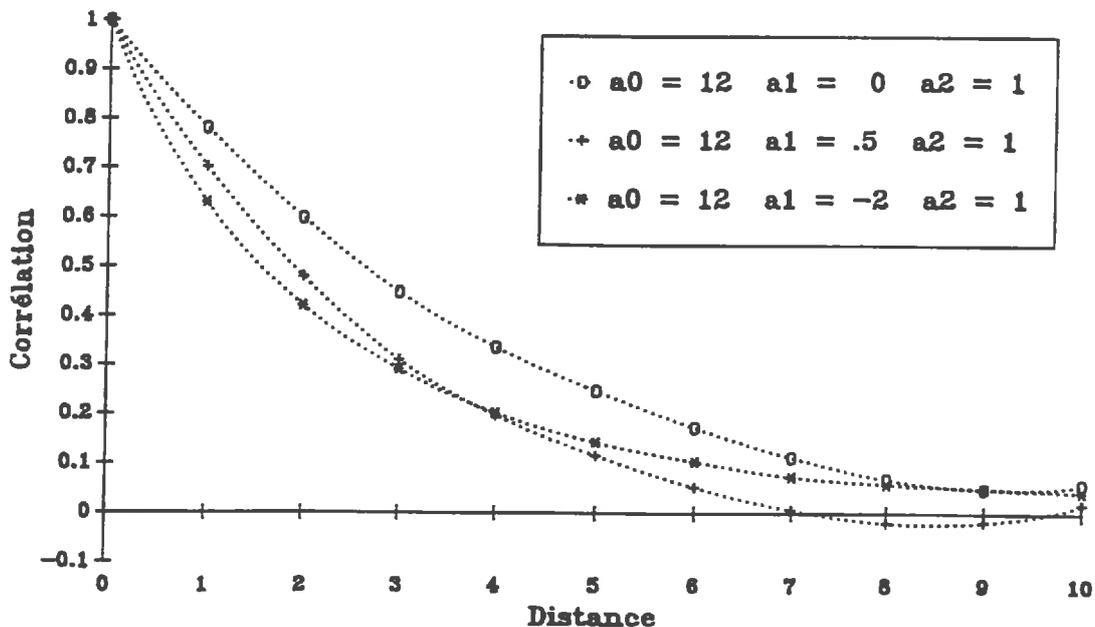


Figure IV.14  
Cas  $a_0 = 12$   $a_2 = 1$ . Influence du terme  $a_1$ .

Cas B :  $a_0 = 24$ ,  $a_2 = 5$  et  $a_4 = 1$

Ce deuxième cas correspond à une répartition intéressante puisqu'elle fait autant intervenir l'élément  $Y_{i\pm 1}$  que  $Y_{i\pm 2}$  (ceci est dépendant de la forme de la discrétisation des dérivées). La forme de la corrélation engendrée par ce choix des  $a_n$  est une corrélation par palier.

Dans le graphique suivant (figure IV.15), on retrouve les mêmes ascendances sur l'aspect de la corrélation que pour le cas A ; le terme  $a_0$  est aussi important pour les valeurs de la corrélation. L'influence des termes  $a_1$  et  $a_3$  apparaît ici comme très faible.

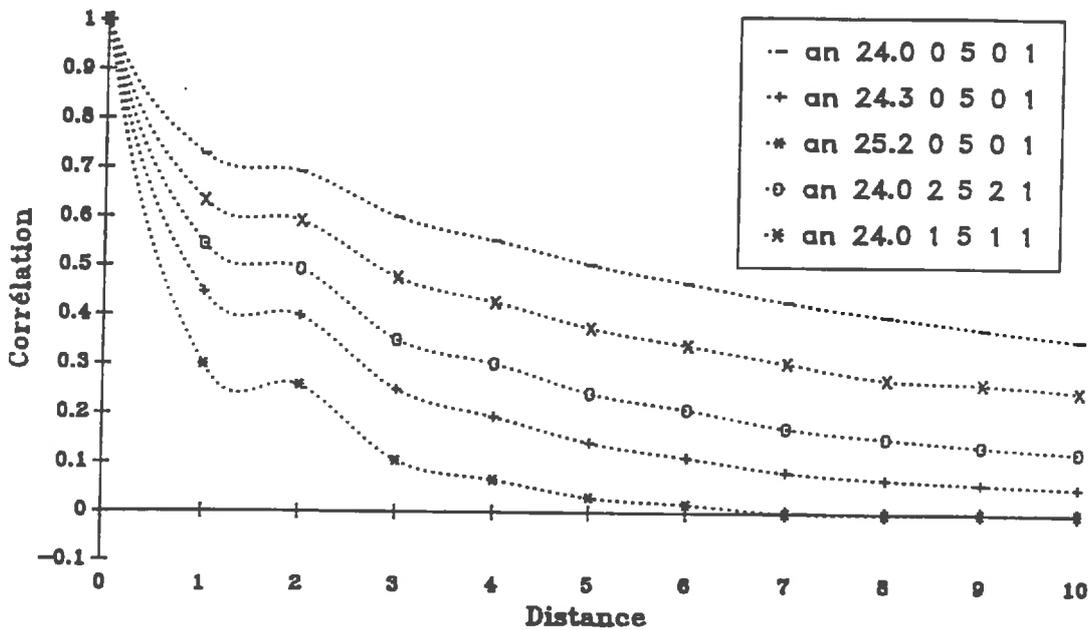


Figure IV.15  
Cas  $a_2 = 5$   $a_4 = 1$ . Influence des termes  $a_0$ ,  $a_1$  et  $a_3$ .

## 2 - Influence des $a_n$

L'influence des  $a_n$  est directement liée à la discrétisation des différentes dérivées. Il faut souvent, pour expliquer les conséquences du choix des  $a_n$ , faire référence aux coefficients engendrés dans la matrice.

Deux restrictions apparaissent pour le choix des  $a_n$  :

- pour qu'il existe des corrélations significatives, il ne faut jamais que le poids de la somme des valeurs absolues des termes hors-diagonale soit inférieur à 60% de celui du terme de la diagonale;
- On peut rarement modifier un seul  $a_n$  sans perdre la convergence de la méthode de résolution.

Dans les grandes lignes, on peut envisager les explications suivantes pour les différents  $a_n$  :

- le coefficient  $a_0$  agit uniquement sur le terme diagonal de la matrice. Plus celui-ci est important, plus la corrélation produite "s'exerce sur des distances faibles;
- le coefficient  $a_2$  agit sur les points directement voisins. Il a pour effet d'amplifier fortement la corrélation dans son ensemble (il diminue souvent l'importance du terme diagonal tout en augmentant les termes hors-diagonale). Il peut être considéré comme ayant l'influence réciproque de celle de  $a_0$ ;
- le coefficient  $a_4$  a lui aussi tendance à augmenter la corrélation dans son ensemble, mais avec une vocation à étendre cette corrélation.
- les coefficients  $a_1$  et  $a_3$  ont des actions particulières à chaque schéma de corrélation.

Pour conclure, ces explications sont données à titre indicatifs. Il est possible que, pour certains schémas, l'influence ne soit pas celle envisagée (Il peut apparaître alors des phénomènes d'oscillation ou de dissymétrie suivant les directions).

**CONCLUSION GENERALE**

Le projet, qui m'a été confié, m'a permis d'exploiter la double compétence informatique et mathématique que nous donne la formation M.S.T. Modélisation et Logiciels d'Application.

Au niveau informatique, j'ai appris lors de ce stage l'implémentation sous le langage FORTRAN et l'utilisation d'un ordinateur partagé par de nombreux utilisateurs. J'ai mis en oeuvre les méthodes de réflexion enseignées pour résoudre un problème informatique sur un problème de taille plus important que l'on a traité durant l'année scolaire.

D'autre part, au niveau des mathématiques, j'ai été amené à utiliser mes connaissances sur l'analyse de Fourier et sur les méthodes de résolution de systèmes linéaires. J'ai pris connaissance de nombreux résultats sur l'analyse harmonique appliquée aux variables aléatoires. Le manque de connaissances dans ce domaine particulier a été surmonté grâce à une aide précieuse de mon directeur de stage Mr Pierre RENAULT.

Ce stage a été pour moi, la première expérience dans le domaine socio-professionnel ayant rapport avec ma formation. Le cahier des charges a été mené à son terme en tant que création d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires avec corrélation dans l'espace.

J'espère ainsi avoir apporté une bonne contribution à la station puisque ce générateur va dans un proche avenir servir à l'étude des transferts dans les milieux poreux désordonnés. Ultérieurement, il va peut-être être utilisé pour d'autres travaux menés à AVIGNON tels que la simulation de la rugosité de surface pour l'étude du rapport entre le ruissellement et l'infiltration, et enfin pour la simulation des transferts d'eau en 3-D (au lieu du 1-D ou du 2-D classique) si l'on acquiert des connaissances géostatistiques suffisantes.

Bien que le projet ait été mené à son terme, plusieurs propositions d'amélioration sont à envisager sur le générateur lui-même.

Il faudrait étendre la possibilité du choix des  $a_n$  pour pouvoir créer de nouveaux schémas de corrélation. L'étude de l'influence des  $a_n$  pourrait être par ailleurs étendue à d'autres schémas, et ainsi permettre une meilleure connaissance de leur influence.

Enfin, on pourrait aussi étudier d'autres méthodes de résolution pour avoir la possibilité de résoudre les matrices à diagonale non-dominante, voire créer un autre type de générateur comme ceux à bandes tournantes pour obtenir d'autres schémas comme le schéma de corrélation sphérique.

**BIBLIOGRAPHIE***par ordre de fréquence de consultation***MATHEMATIQUES :**

**P.R. KING** and **P.J. SMITH**, 1988 - Generation of correlated properties in heterogeneous media. *Mathematical Geology*, 20(7), 863-877.

**A. BLANC-LAPIERRE** et **B.PICINBONO**, 1981 - Chapitre 7 : Propriétés harmoniques ; Chapitre 8 : Fonctions aléatoires stationnaires de second ordre. Dans "Fonctions aléatoires". Masson éditeur, 136-155 et 156-179.

**J. MAX**, 1985 - Méthodes et techniques de traitement du signal et application aux mesures physiques. Masson éditeur, 354 p..

**J.P NOUGIER**, 1983 - Méthodes de calcul numérique. Masson éditeur, 319 p..

**INFORMATIQUE :**

*- pour le générateur de nombres pseudo-aléatoire uniforme entre 0 et 1 :*

**J.LEROUDIER**, 1980 - Simulation à événements discrets. Hommes et techniques éditeur, 66-71.

**W.J. KENNEDY** and **J.E. GENTLE**, 1980 - Statistical computing. Marcel Dekker éditeur, 150-162.

*- pour la syntaxe du FORTRAN :*

**A. STROHMEIER**, 1982 - FORTRAN 77. Eyrolles éditeur, 145 p..

**ANNEXE I**

**THEORIES DES TRANSFERTS  
DANS LES MILIEUX DESORDONNES**

Dans cette annexe, nous présentons de façon succincte les différentes théories traitant des transferts dans les milieux désordonnés représentés par des réseaux.

### A - La (Les) théorie(s) du milieu effectif

Il existe plusieurs théories dites du milieu effectif. Chacune est adaptée à un mode de représentation des éléments conducteurs d'un milieu hétérogène. Dans le cas d'un réseau de liaisons d'éléments conducteurs de caractéristiques variées, la théorie du milieu effectif peut se résumer comme suit.

Aux noeuds du réseau, la distribution des potentiels (concentrations, ...) peut être considérée comme la superposition d'un champ "externe" à accroissements constants avec le déplacement dans une direction donnée de l'espace et d'un champ local dont la moyenne est nulle sur un domaine suffisamment grand du réseau. La théorie du milieu effectif consiste à substituer au réseau aléatoire un réseau, présentant des relations de connexité entre pores identiques à celle du réseau d'origine, mais dont les conductances entre pores sont identiques entre elles et égales à  $g_m$ .  $g_m$  est alors calculé comme étant la valeur pour laquelle la moyenne des fluctuations locales liées au remplacement d'une liaison de conductance  $g_m$  par une liaison du réseau d'origine de conductance  $g$  est nulle.

Dans le cas d'un réseau à maillage régulier et ne présentant qu'un seul type de relation de connexité entre pores (réseaux à maillages carré ou triangulaire par exemple), on montre alors que  $g_m$  est solution de l'équation :

$$\int \frac{g_m - g}{g + (z/2 - 1)g_m} f(g) dg = 0$$

$f(g)$  correspond à la fonction de densité en nombre des valeurs de  $g$  des conductances des liaisons du réseau d'origine et  $z$  correspond au nombre de liaisons par noeud du réseau ( $z=4$  pour un réseau à maillage carré).

Pour un réseau dont une proportion  $p$  de liaisons a une valeur de conductance égale à 1 et une proportion  $(1-p)$  une valeur nulle, on obtient alors :

$$g_m = 1 + (1-p) / (1 - z/2)$$

Pratiquement, la théorie du milieu effectif s'avère bien refléter les variations de la conductance d'un réseau lorsque les conductances des liaisons de celui-ci présentent une distribution aléatoire continue (gaussienne par exemple) sans corrélation spatiale entre les valeurs de conductance des liaisons. Elle s'avère adaptée au cas des réseaux pour lesquels la distribution des conductances des liaisons est bimodale (1 et  $\alpha$  ( $\alpha < 1$ )) tant que  $\alpha$  est supérieur à 0.1 et dans le cas d'un  $\alpha$  de valeur nulle (ce qui revient à une élimination aléatoire de liaisons) tant que l'on ne se trouve pas à proximité immédiate du seuil de percolation. Ce dernier sera défini dans le paragraphe suivant. Cette théorie serait *a-priori* généralisable au cas de réseaux dont la distribution des conductances des liaisons est anisotrope.

Par contre, elle ne décrit pas correctement l'évolution de la conductance d'un réseau si celui-ci est soumis à une élimination aléatoire de liaisons avec corrélations dans l'espace dès que le nombre de liaisons éliminées devient important.

## B - La théorie de la percolation

Dans sa forme actuelle, la théorie de la percolation regroupe en fait tous les travaux théoriques et les travaux de simulation servant à caractériser les milieux faiblement connectés. Pratiquement, ces milieux sont souvent représentés par des réseaux issus de réseaux à maillage régulier après élimination aléatoire - et sans corrélations spatiales - d'un nombre important de liaisons. Le seuil de percolation correspond dans ces modèles de milieux poreux au pourcentage de liaisons restantes lorsque le réseau devient isolant.

*A priori*, ces travaux sont donc un complément indispensable à la théorie du milieu effectif puisqu'ils doivent nous permettre de décrire les phénomènes de conduction au voisinage du seuil de percolation.

Les spécialistes se sont attachés à déterminer les seuils de percolation pour différents réseaux de liaisons 2-D et 3-D pour des réseaux à maillages initiaux réguliers (calculs exacts, détermination du rayon de convergence de séries, simulation de type Monte Carlo) et sur des réseaux à maillage initiaux irréguliers (simulations). Ils ont ainsi montré que, de façon générale, le produit du seuil de percolation par le nombre moyen initial de liaisons par noeud d'un réseau pouvait être considéré comme une constante voisine de 2 pour les réseaux 2-D et de 1.5 pour les réseaux 3-D. Des exceptions existent : le réseau 2-D à maillage kagomé est associé à une constante voisine de 1.58.

Les spécialistes se sont aussi attachés à proposer un certain nombre de lois décrivant l'évolution de la structure des amas d'éléments conducteurs d'un réseau en fonction de son dopage (fraction d'éléments conducteurs du réseau par rapport au nombre total d'éléments). Ces lois peuvent être considérées comme ayant des origines à la fois théoriques et à la fois empiriques. Elle concerne d'une part le dénombrement des amas en fonction de leur taille (nombre d'éléments conducteurs d'un amas), d'autre part la structure des amas (rayon de giration des amas en fonction de leur taille, longueur de corrélation - cette dernière a ici un sens différent de la longueur de corrélation évoquée dans le reste du rapport -), enfin la structure et l'importance de l'amas "infini" permettant la conduction au travers du réseau.

Les spécialistes se sont par ailleurs attachés à décrire l'évolution de la conductance d'un réseau en fonction de son dopage. Actuellement, au voisinage du seuil de percolation, la conductance d'un réseau est supposée suivre la loi :

$$\lambda \propto (p - p_c)^\mu$$

$p_c$  est le seuil de percolation du réseau,  $p$  sont dopage pour la conductivité recherchée.  $\mu$  est un exposant dit universel car il ne dépend pas des caractéristiques de détail du réseau mais uniquement de sa dimension 2-D ou 3-D.

Dans toutes les études concernant la théorie de la percolation un certain nombre d'exposants universels ont été définis et estimés. Des lois relient ces exposants entre eux. Vis-à-vis des objectifs de la Station de Science du Sol d'Avignon en matière de prévision du coefficient de diffusion en phase gazeuse, ces travaux présentent deux limites :

- d'une part, les spécialistes privilégient l'étude des exposants universels : ils ne nous donnent aucune indication sur les constantes de proportionnalité qui interviennent dans les différentes lois proposées;

- d'autre part, et malgré de nombreux efforts, il ne semble pas actuellement exister de théorie valable permettant d'expliquer l'évolution de la conductivité d'un réseau en fonction de son dopage grâce à des caractéristiques sur la structure des amas et sur la structure de l'amas de percolation.

Néanmoins, la connaissance des seuils de percolation et la connaissance des lois d'évolution de la conductance d'un réseau loin de son seuil de percolation permettent d'avoir une connaissance approchée de la conductance d'un réseau en fonction de son dopage sur tout l'ensemble du domaine où un réseau est conducteur.

De plus, la théorie de la percolation nous donne des renseignements précis sur la structure des amas dont l'amas infini. Elle nous permet ainsi de traiter le cas des échantillons de dimensions finies. Dans les dernières années, ce dernier point a eu une importance fondamentale car, au seuil de percolation, l'amas infini a une structure fractale, dont la dimension fractale au seuil de percolation est de  $91/48$  pour les réseaux 2-D et voisine de 2.5 pour les réseaux 3-D. Par ailleurs, en dessous du seuil de percolation les amas d'éléments conducteurs ont aussi une structure fractale et, au dessus de ce seuil, l'amas de percolation présente une architecture fractale tant que les observations portent sur des échantillons de dimension inférieure à la longueur de corrélation - au sens de la percolation -.

Cependant, la théorie de la percolation se limite actuellement aux phénomènes d'éliminations aléatoires de liaisons (ou de noeuds, fissures, ...) sans corrélation dans l'espace. Quelques timides tentatives ont été faites sur l'influence de l'anisotropie et sur l'influence de corrélations spatiales, mais les résultats sont très limités.

### 3 - La théorie fractale des transferts

Pour les raisons évoquées ci-dessus, les transferts ont été étudiés dans des réseaux correspondant à des fractales régulières (triangle et tapis de SIERPINSKI, ...) ainsi que sur l'amas infini (ou amas de percolation) de réseaux au seuil de percolation. Ces études ont porté sur l'influence de la dimensions des réseaux considérés. A titre d'exemple, nous développons les calculs correspondant au triangle de SIERPINSKI.

Considérons d'abord un triangle formé de 3 liaisons (fig. AI.1). Aux extrémités de celui-ci sont appliquées 3 potentiels (ou concentrations en gaz). Les flux observés à ces trois extrémités suivent alors la loi :

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix}$$

L'empilement de trois triangles (fig. AI.2) conduit alors au calcul des flux suivant :

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \left(\frac{3}{5}\right) K \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix}$$

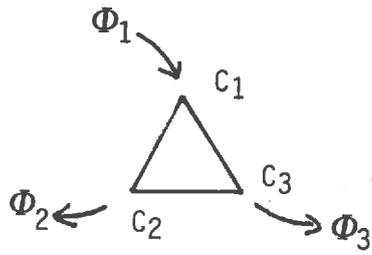


Figure AI.1 : Triangle formé par l'accolement de trois capillaires identiques.

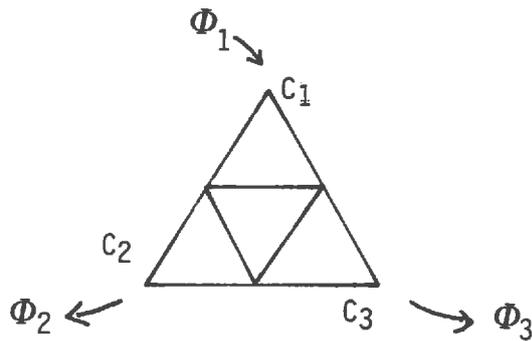


Figure AI.2 : Triangle formé par l'empilement de 3 triangles identiques à celui de la figure AI.1.

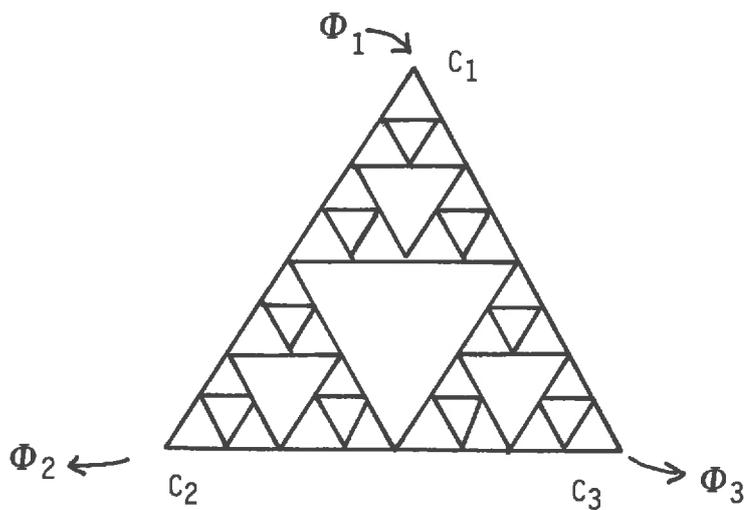


Figure AI.3 : Triangle formé par  $n+1$  répétitions du processus réalisé à la figure AI.2.

Si le processus est répété  $n+1$  fois (fig. A1.3), on aboutit au calcul des flux qui suit :

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \left(\frac{3}{5}\right)^m \kappa \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix}$$

Si le milieu ne présentait pas de structure fractale, mais une structure homogène, les flux ne dépendraient pas des dimensions du triangle considéré. On peut alors estimer la conductance du triangle en fonction de la dimension d'un côté du triangle :

$$\lambda(L) = \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{\ln(3/5)}{\ln(2)}} \lambda(L_0)$$

Ainsi, pour un doublement des dimensions des cotés du triangle, sa conductivité est divisée par 1.67 environ.

Au seuil de percolation, la conductance de l'amas infini d'un réseau est divisée par un coefficient d'environ 1.96 pour les réseaux 2-D et d'environ 4.59 pour les réseaux 3-D avec le doublement de l'épaisseur d'un échantillon.

## **ANNEXE II**

### **CALCUL DU COEFFICIENT DE CORRELATION PAR DECOMPOSITION EN SERIE DE FOURIER**

Notation: Soit  $E$  un champ discret d'indices  $n \in \{0, \dots, Q-1\}$  ( $Q$  elements), on écrit la transformée de Fourier sous la forme

$$\text{T.F.D} \{E_n\}_Q = \sum_{n=0}^{Q-1} E_n \exp\left(\frac{-2\pi i n k}{Q}\right) = \{\tilde{E}_k\}_Q$$

On a pour la transformée réciproque:

$$\text{T.F.D}^{-1} \{\tilde{E}_k\}_Q = \frac{1}{Q} \sum_{k=0}^{Q-1} \{\tilde{E}_k\}_Q \exp\left(\frac{2\pi i m k}{Q}\right) = \{E_m\}_Q$$

Vérification des formules employées.

transformée réciproque de Fourier      transformée de Fourier.

$$\sum_{k=0}^{Q-1} \frac{1}{Q} \exp\left(\frac{2\pi i m k}{Q}\right) \cdot \left\{ \sum_{n'=0}^{Q-1} E(n') \exp\left(\frac{2\pi i n' k}{Q}\right) \right\}$$

$$= \sum_{n'=0}^{Q-1} \frac{E(n')}{Q} \sum_{k=0}^{Q-1} \exp\left(\frac{2\pi i k (m-n')}{Q}\right)$$

- si  $m = n'$   $\sum_{k=0}^{Q-1} \exp(0) = Q$

$$= E(n')$$

- si  $m \neq n'$

Je pose  $A = \frac{2\pi i k (m-n')}{Q}$  (différent de 0)

$$\sum_{k=0}^{Q-1} [\exp(A)]^k = \frac{1 - (\exp(A))^Q}{1 - \exp(A)} = \frac{1 - \exp\left(\frac{2\pi i k (m-n')}{Q} Q\right)}{1 - \exp(A)}$$

On a  $\exp(2\pi i k (m-n')) = \exp(\text{multiple de } 2\pi i) = 1$

$$= 0 \quad \text{CQFD.}$$

On peut écrire les formules de transformées de Fourier Discrète grâce à des intégrales.

$$\begin{aligned}
 E_m &= \sum_{k=0}^{Q-1} \frac{1}{Q} \exp\left(2\pi i m \frac{k}{Q}\right) \{ \tilde{E}_k \}_Q \\
 &= \sum_{k=0}^{Q-1} \frac{1}{Q} \exp\left(2\pi i m \nu_k\right) \{ \tilde{E}_k \}_Q \quad \text{avec } \nu_k = \frac{k}{Q} \\
 &\quad \text{(fréquence)} \\
 &= \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp\left(2\pi i m \nu_k\right) d\tilde{E}(\nu_k)
 \end{aligned}$$

$$\text{avec } d\tilde{E}(\nu_k) = \frac{\{ \tilde{E}_k \}_Q}{Q}$$

Pour une raie de fréquence  $\nu_j$ , la fonction  $\tilde{E}(\nu_j)$  présente en  $\nu_j$ , un saut précisément égal à  $\frac{\{ E_j \}_Q}{Q}$ .

Calcul de  $\langle d\tilde{E}(\nu_k) d\tilde{E}^*(\nu_j) \rangle$ :

$$\begin{aligned}
 d\tilde{E}(\nu_k) d\tilde{E}^*(\nu_j) &= \frac{1}{Q^2} \left[ \sum_{m=0}^{Q-1} E_m \exp\left(\frac{-2\pi i m k}{Q}\right) \right] \left[ \sum_{m'=0}^{Q-1} E_{m'}^* \exp\left(\frac{2\pi i m' j}{Q}\right) \right] \\
 &= \frac{1}{Q^2} \sum_{m=0}^{Q-1} \sum_{m'=0}^{Q-1} E_m E_{m'}^* \exp\left[\frac{-2\pi i}{Q} (mk - m'j)\right]
 \end{aligned}$$

$$\langle d\tilde{E}(\nu_k) d\tilde{E}^*(\nu_j) \rangle = \frac{1}{Q^2} \sum_{m=0}^{Q-1} \sum_{m'=0}^{Q-1} \langle E_m E_{m'}^* \rangle \exp\left[\frac{-2\pi i}{Q} (mk - m'j)\right]$$

$$\text{on a par } \langle E_m E_{m'}^* \rangle = \begin{cases} 0 & m \neq m' \\ \frac{1}{Q} \sigma_E^2 & m = m' \end{cases}$$

$$= \frac{1}{Q^2} \cdot Q \sigma_E^2 \delta(\nu_k - \nu_j) = \frac{1}{Q} \sigma_E^2 \delta(\nu_k - \nu_j)$$

$$\text{avec } \delta(x-y) = \begin{cases} 0 & x \neq y \\ 1 & x = y \end{cases}$$

Remarque: si  $Q \rightarrow +\infty$ , on obtient la forme classique d'une integrale. On a alors

$$\langle d\tilde{E}(V_k) d\tilde{E}(V_j) \rangle \rightarrow \sqrt{E}^2 dV_k \delta(V_k - V_j)$$

On note  $\langle d\tilde{E}(V_k) d\tilde{E}(V_j) \rangle = d^2 \tilde{r}(V_k, V_j)$ .

Calcul de la covariance du champ Epsilon:

$$E_m = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp(2\pi i m V_k) d\tilde{E}(V_k) \quad E_{m'}^* = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp(-2\pi i m' V_{k'}) d\tilde{E}(V_{k'})$$

$$\langle E_m E_{m'}^* \rangle = \left\langle \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp[2\pi i (m V_k - m' V_{k'})] d\tilde{E}(V_k) d\tilde{E}^*(V_{k'}) \right\rangle$$

$$= \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp[2\pi i (m V_k - m' V_{k'})] \langle d\tilde{E}(V_k) d\tilde{E}^*(V_{k'}) \rangle$$

$$= \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp[2\pi i (m V_k - m' V_{k'})] \frac{\sqrt{E}^2}{Q} \delta(V_k - V_{k'})$$

$$= \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp[2\pi i (m - m') V_k] \frac{\sqrt{E}^2}{Q} \text{ en } V_k$$

Le passage précédent se comprend facilement si l'on considère l'integrale comme une double somme discrete

$$\langle E_m E_{m'}^* \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \exp[2\pi i (m - m') V_k] dF_E(V_k)$$

Une autre manière de calculer la covariance du champ  $E$ , est d'utiliser la définition employant l'opérateur linéaire :

$$E(x) = \left( \sum a_n \left( \frac{\partial}{\partial n} \right)^n \right) y(x)$$

$$= \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \left[ \sum a_n (i2\pi V_k)^n \right] e^{2\pi i x V_k} d\tilde{Y}(V_k)$$

on trouve alors pour la covariance

$$\langle E(x) E^*(x') \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \left[ \sum a_n (2\pi i V_k)^n \right] \left[ \sum a_m (-2\pi i V_j)^m \right] e^{2\pi i (x V_k - x' V_j)} \langle d\tilde{Y}(V_k) d\tilde{Y}^*(V_j) \rangle$$

le champ  $Y$  étant considéré comme stationnaire, on a comme propriété :

$$\langle d\tilde{Y}(V_k) d\tilde{Y}^*(V_j) \rangle = 0 \quad \text{si } V_k \neq V_j$$

On note lorsque  $V_k = V_j$   $\langle d\tilde{Y}(V_k) d\tilde{Y}^*(V_j) \rangle = d^2 F_y(V_k, V_k)$   
 ou encore  $= d F_y(V_k)$

ici nous permet d'obtenir, une intégrale simple pour la covariance  $E$  par son.

$$\langle E(x) E^*(x') \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \left| \sum a_n (i2\pi V_k)^n \right|^2 e^{i2\pi(x-x')V_k} dF_y(V_k)$$

ou a peu ailleurs

$$\langle E(x) E^*(x') \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} e^{i2\pi(x-x')V_k} dF_E(V_k)$$

Justement que l'on peut procéder à cette identification :

$$dF_{\varepsilon}(\nu_k) = \left| \sum a_n (i\nu_k)^n \right|^2 dF_y(\nu_k)$$

on obtient alors

$$dF_y = \frac{\Delta \varepsilon^2}{\left| \sum a_n (i2\pi\nu_k)^n \right|^2} \cdot \frac{1}{Q}$$

à l'aide du coefficient de corrélation proprement dit.

$$Y(x) = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} e^{i2\pi\nu_k x} d\tilde{Y}(\nu_k)$$

On a pour la covariance

$$\langle Y(x) Y(x') \rangle = \int_0^{1-\frac{1}{Q}} \int_0^{1-\frac{1}{Q}} e^{i2\pi(\nu_k x - \nu_j x')} \langle d\tilde{Y}(\nu_k) d\tilde{Y}(\nu_j) \rangle$$

on obtient alors une intégrale simple ( $Y$  champ stationnaire)

$$= \int_0^{1-Q} e^{2\pi i \nu_k (x-x')} dF_y(\nu_k).$$

Le coefficient de corrélation s'écrit sous la forme :

$$\rho_y(x-x') = \frac{\int_0^{1-Q} \frac{e^{2\pi i \nu_k (x-x')}}{\left| \sum a_n (2\pi i \nu_k)^n \right|^2} d\nu_k}{\int_0^{1-Q} \frac{1}{\left| \sum a_n (2\pi i \nu_k)^n \right|^2} d\nu_k}$$

Pour obtenir, les mêmes expressions que dans l'article à la base du stage, il faut considérer non plus des fréquences comprises entre 0 et  $Q-1$ , mais entre 0 et  $\mu \frac{Q-1}{Q}$  ( $\mu$  peut être considéré la nouvelle  $Q$  de l'unité).

On a pour les covariances des intégrales qui ont changé de nom :

$$\langle \tilde{E}_m^* \tilde{E}_n^* \rangle = \int_0^{\mu - \frac{\mu}{Q}} e^{2\pi i(x-x')\nu_k} dF_{\xi}(\nu_k)$$

On obtient alors pour la corrélation, lorsqu'on fait tendre  $\mu$  vers  $\infty$  ainsi que le nombre de points ( $Q \rightarrow \infty$ ) :

$$\rho_y(x-x') = \frac{\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\pi i\nu_k(x-x')}}{|\sum a_m (2\pi i\nu_k)^m|^2} d\nu_k}{\int_0^{+\infty} \frac{1}{|\sum a_m (2\pi i\nu_k)^m|^2} d\nu_k}$$

En procédant à un dernier changement de variable, on obtient la forme souhaitée.

$$\rho_y(x-x') = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\nu_k(x-x')}}{|\sum a_m (i\nu_k)^m|^2} d\nu_k}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\nu_k}{|\sum a_m (i\nu_k)^m|^2}}$$

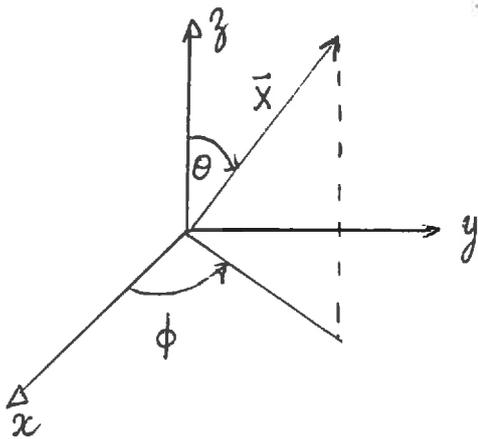
## **ANNEXE III**

### **CALCUL DE L'OPERATEUR 3-D POUR UN SCHEMA EXPONENTIEL DE CORRELATION**

Transformée de Fourier de la fonction de densité d'une loi exponentielle en 3-D.

$$\tilde{\rho}(\vec{\nu}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}/W} e^{-i\vec{\nu} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} dx dy dz$$

On passe à un changement de variables en coordonnées sphériques.



Le vecteur  $\vec{x}$  est repéré par ses coordonnées sphériques  $x = |\vec{x}|$ ,  $\theta$  et  $\phi$ .

L'élément de volume est  $x^2 \sin \theta d\phi d\theta dx$ .

$$\tilde{\rho}(\vec{\nu}) = \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-x/W} e^{-i|\nu| \cos \theta} x^2 \sin \theta d\phi d\theta dx.$$

$$= 2\pi \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} e^{-x/W} e^{-i|\nu| \cos \theta} x^2 \sin \theta d\theta dx.$$

$$= 2\pi \int_0^{+\infty} e^{-x/W} \frac{x}{i|\nu|} \left[ e^{-i|\nu|x \cos \theta} \right]_0^{\pi} dx$$

$$= \frac{2\pi}{i|\nu|} \int_0^{+\infty} x \left( e^{-\frac{x}{W} + i|\nu|x} - e^{-\frac{x}{W} - i|\nu|x} \right) dx$$

*f' intègre par partie*

$$\tilde{\rho}(\sigma) = \frac{2\pi}{i|\sigma|} \left[ \frac{e^{(-\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{-\frac{1}{w} + i|\sigma|} + \frac{e^{(\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{\frac{1}{w} + i|\sigma|} \right]_0^{+\infty}$$

$$- \frac{2\pi}{i|\sigma|} \int_0^{+\infty} \frac{e^{(-\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{-\frac{1}{w} + i|\sigma|} + \frac{e^{-(\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{\frac{1}{w} + i|\sigma|} dx$$

Le premier terme est nul. Il nous reste à calculer l'intégrale.

$$\tilde{\rho}(\sigma) = \frac{2\pi}{i|\sigma|} \left[ \frac{e^{(-\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{(-\frac{1}{w} + i|\sigma|)^2} - \frac{e^{-(\frac{1}{w} + i|\sigma|)x}}{(\frac{1}{w} + i|\sigma|)^2} \right]_0^{+\infty}$$

$$= \frac{2\pi}{i|\sigma|} \left( \frac{1}{(\frac{1}{w} + i|\sigma|)^2} - \frac{1}{(-\frac{1}{w} + i|\sigma|)^2} \right)$$

$$= \frac{2\pi}{i|\sigma|} \frac{\frac{4i|\sigma|}{w}}{\left| \frac{1}{w^2} + (i|\sigma|)^2 \right|}$$

Conclusion

$$\tilde{\rho}(\sigma) = \frac{8\pi}{w} \frac{1}{\left| \frac{1}{w^2} + (i|\sigma|)^2 \right|}$$

**ANNEXE IV**

**CALCUL DE L'OPERATEUR 3-D POUR UN  
SCHEMA GAUSSIEN DE CORRELATION**

On a comme fonction de densité pour la loi gaussienne en 3-D, l'expression suivante

$$p_y(x) = e^{-(x^2 + y^2 + z^2) / \lambda^2}$$

On a alors pour la transformée de Fourier

$$\tilde{p}_y(\nabla) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2 + y^2 + z^2) / \lambda^2} e^{-i \nabla \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} dx dy dz$$

On procède de la même manière que pour l'opérateur exponentiel, en faisant un changement de variable en coordonnées sphériques.

On obtient

$$\tilde{p}_y(\nabla) = \sqrt{\pi} \frac{\lambda^3}{2} e^{-\frac{|\nabla|^2 \lambda^2}{4}}$$

Pour obtenir une forme identifiable, je l'écris sous forme de module :

$$\tilde{p}_y(\nabla) = \underbrace{\sqrt{2\pi}}_{\text{facteur multiplicatif}} \frac{\lambda^3}{2} e^{-\frac{|\nabla|^2 \lambda^2}{4}}$$

facteur multiplicatif.

$$= \text{facteur} \cdot \left| e^{-\frac{|\nabla|^2 \lambda^2}{4}} \right|^{-2}$$

en développant, l'exponentiel au sein, on obtient.

$$= \text{facteur} \cdot \left| 1 + \frac{|\nabla|^2 \lambda^2}{8} + \frac{1}{2} \frac{|\nabla|^4 \lambda^4}{8^2} + \dots \right|$$

$$= \text{facteur} \cdot \left| 1 - (i|\nabla|)^2 \frac{\lambda^2}{8} + \frac{1}{2} \frac{(i|\nabla|)^4 \lambda^4}{8^2} + \dots \right|$$

**ANNEXE V**

**CONSEIL D'UTILISATION  
ET MODE D'EMPLOI DU PROGRAMME**

## **Le programme CORRELE**

Ce programme est constitué de nombreux menus imbriqués. Il possède un menu général regroupant les 4 principales actions :

- choix de l'opérateur ;
- paramètre de résolution ;
- propriétés du champ corrélés ;
- modification de la taille.

Lors de l'appel d'une de ces options, on obtient des menus auxiliaires aidant l'utilisateur dans ses choix.

Les principaux conseils d'utilisation sont exclusivement dû au temps important des exécutions. Il est fortement conseillé de réaliser des tests préliminaires sur de faibles dimensions en exécution en "direct", puis de lancer des exécutions différées pour des tailles de maillage importantes (taille supérieure à 30x30x30). Ces tests préliminaires permettent d'avoir une idée de la corrélation, et surtout d'ajuster les paramètres très sensibles que sont les  $a_n$ . Aussi, lorsqu'on utilise l'opérateur avec choix des  $a_n$ , il faut particulièrement faire attention à ce que la matrice soit une matrice à diagonale dominante pour la convergence de la résolution itérative du système.

L'appel du programme se fait de la manière suivante :

**ec correle fichier**

Cette commande, au niveau du système, entraîne l'exécution du programme. Fichier est le suffixe de tout les fichiers issus de déroulement du programme. On a alors 3 fichiers dont l'inventaire est le suivant : un fichier.gen contenant l'ensemble des résultats sur les champs corrélés créés lors de l'exécution, un fichier.py contenant les plans sauvegardés par l'utilisateur issus du champ Y et leurs caractéristiques, et enfin un fichier.mai contenant l'ensemble du maillage Y.

## **Le programme GRAPHI**

Ce programme sert aux tracés de cartes 2-D d'isovaleurs du champ Y. Les options d'utilisation sont : la possibilité de choisir l'unité graphique de sortie (écran du terminal, imprimante, fichier pour table tracante, ...), la valeur de l'isocontour minimum, maximum et enfin du pas entre ces isocontours.

L'appel du programme se fait de la manière suivante :

**ec graphi fichier**

Cette commande, au niveau du système, entraîne le lancement du programme. Fichier est le nom du fichier (avec extension) contenant les plans à tracer.

**ANNEXE VI**

**SOURCE DES PROGRAMMES**

```

*****
*
*   Programme permettant la creation de fichier de nombres pseudo-
*   aleatoire avec correlation dans l'espace
*
*   Auteur   Philippe MONNET
*           stage de formation MST Modelisation et Logiciels d'Application
*           U.F.R. Informatique et Mathematiques Appliquees
*           Universite Joseph Fourier GRENOBLE
*
*   Directeur de stage   Pierre Renault   Science du Sol AVIGNON
*
*****

```

```

c =====
c --- Programme principal -----
c --- niveau 1 -----
c =====

```

```

program correle

```

```

parameter maille=50
parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000
parameter lmax=10

```

```

common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
common /operat/ iopera
common /correl/ tabcor(0:lmax,3)
common /option/ maiuti,ntduti
common /albega/ alpha,beta,gama,longco
common /an/ a0,a1,a2,a3,a4
common /gausse/ rlambda

```

```

c =====

```

```

c
c
c   liens entre unité logique et physique :
c

```

```

c   n° logique 1   FICHER.GEN
c   n° logique 2   FICHER.PEP
c   n° logique 3   LOINORMALE
c   n° logique 4   FICHER.PY
c   n° logique 6   FICHER.MAI
c

```

```

c
c
c   lexique des variables :
c

```

```

c   les constantes
c

```

```

c   maille   Taille maximum acceptee pour le maillage
c   ntdl     Nbre Total de Degré de Liberte pour la matrice de l'operateur
c           ntdl=maille**3
c   ntcoef   (Nbre Total de coefficients) nombre maximum de termes non nuls
c           pour la matrice de l'operateur
c           il faut choisir ntcoef de l'ordre de ntdl*13 (13 etant le
c           nombre maximum d'elements par ligne pour la matrice)
c   lmax     distance maximum pour le calcul de la correlation en fonction
c           de la distance
c

```

```

c   les blocs (common)
c

```

```

c   bloc matrix : ce bloc contient les 3 tableaux necessaires au codage
c                 de la matrice de l'operateur en matrice morse
c

```

```

c      idiamat tableau des numeros des elements diagonaux
c      icolmat tableau des correspondances numero => colonne
c      rmat      tableau des correspondances numero => valeur
c      bloc vecteu : ce bloc contient les 2 champs Y et Epsilon. Ceux-ci
c                    sont sous forme de vecteur
c      y          champ aleatoire correle calcule grace a l'operateur
c      epsilon champ aleatoire non correle d'esperance nulle et de variance
c                    egale a 1
c      bloc operat : ce bloc contient une variable iopera contenant l'indice
c                    de l'operateur
c      bloc correl : ce bloc contient le tableau tabcor contenant les
c                    les correlations en fonction de la distance
c      tabcor      premier champ = distance inter-point
c                    deuxieme champ = direction
c      bloc option : contient les specifications de taille du maillage
c      maiuti      (MAILle UTIlle) taille du maillage choisi par l'utilisateur
c      ntduti      (NTDl UTIlle) taille de la matrice pour l'operateur
c      bloc albega : contient les parametres choisis par l'utilisateur pour
c                    le shema exponentiel
c      alpha      coefficient d'influence du voisin suivant Ox
c      beta       coefficient d'influence du voisin suivant Oy
c      gama       coefficient d'influence du voisin suivant Oz
c      longco     longueur de correlation dans le cas du choix du vrai
c                    shema exponentiel (0 sinon)
c      bloc an      : contient les differents An, lorsque l'operateur est
c                    defini grace au choix des An
c      bloc gausse : contient le lambda (rlambd) du shema gaussien
c
c =====

```

```

c ----- initialisation -----
c      iopera=0
c      maiuti=maille
c      ntduti=ntdl

```

```

c      initialisation pour la generation des nombres pseudo-aleatoires
c      call lecnor

```

```

c ----- menu principal -----
10      continue
c      call efface
c      write (*,1001)
1001    format(1x,'MENU PRINCIPAL :',/,/,
c      &      ', ' - Choix de la taille du maillage ....0',/,/,
c      &      ', ' - Choix de l'operateur .....1',/,/,
c      &      ', ' - Resolution du systeme lineaire ....2',/,/,
c      &      ', ' - Proprietes du champ correle .....3',/,/,
c      &      ', ' - Sortie du programme .....4',/,/,
c      &      ',/,', Votre choix : ', $)
c      read (*,1002) ichoix
1002    format(i1)
c      if ((ichoix.lt.0).or.(ichoix.gt.4)) then
c          write(*,1003)
1003    format(1x,'Attention Entrer un nombre compris entre 0 et 4')
c          goto 10
c      endif
c      if (((ichoix.eq.2).or.(ichoix.eq.3)).and.(iopera.eq.0)) then
c          write(*,1004)
1004    format(1x,'Attention Il faut d'abord choisir un operateur')
c          call attent
c          goto 10
c      endif
c      if (ichoix.eq.1) then
c          appel du menu pour le choix de operateur

```

```

        call menope
    else
        if (ichoix.eq.2) then
c         appel du menu sur la resolution du systeme lineaire
            call menres
        else
c         if (ichoix.eq.3) then
            appel du menu des proprietes
            call menpro
        else
c         if (ichoix.eq.0) then
            appel du menu du choix de la taille du maillage
            call menmai
            iopera=0
        endif
        endif
    endif
c    retour au menu principal
    if (ichoix.ne.4) goto 10
    call efface
end
c ----- fin du programme principal -----

```

```

c =====
c ----- Menu choix de la taille du maillage -----
c ----- niveau 2 -----
c =====

```

```

subroutine menmai

```

```

parameter maille=50
parameter lmax=10

```

```

common /option/ maiuti,ntduti

```

```

10  continue
    call efface
    write(*,2001) (lmax+1),maille,maiuti
2001 format('Menu choix de la taille du maillage :',//
&         , ' la taille minimum du maillage est de   : ',i2,//
&         , ' la taille maximum du maillage est de   : ',i2,//
&         , ' la taille actuelle du maillage est de  : ',i2,//
&         , 'Entrer le maillage voulu : ', $)
    read *,maiuti
    if ((maiuti.lt.(lmax+1)).or.(maiuti.gt.maille)) then
        write(*,2002) (lmax+1),maille
2002 format('Entrer un nombre compris entre ',i2,' et ',i2)
        call attent
        goto 10
    endif
    ntduti=maiuti**3
    return
end

```

```

c =====
c ----- Menu operateur -----
c ----- niveau 2 -----
c =====

```

```

subroutine menope

```

```

common /option/ maiuti,ntduti
common /operat/ iopera
common /an/ a0,a1,a2,a3,a4

```

```

common /aibega/ alpha,beta,gama,rlong
common /gausse/ rlambda

20  continue
    call efface
    write (*,2001)
2001  format(1x,'Menu choix des operateurs :',/,/,/
&      /,/,/      - operateur exponentiel (plus proche voisin) .....1',
&      /,/,/      - operateur gaussien .....2',
&      /,/,/      - operateur particulier (choix des An) .....3',
&      /,/,/      - sortie du menu .....4',
&      /,/,/      Votre choix : ',,$)
    read (*,2002) jchoix
2002  format (i1)
    if ((jchoix.lt.1).or.(jchoix.gt.4)) then
        write(*,2003)
2003  format(1x,'attention Entrer un nombre compris entre 1 et 4')
        call attent
        goto 20
    endif
    if (jchoix.eq.1) then
        call menexp
        iopera=1
    else
        if (jchoix.eq.2) then
            call mengau
            iopera=2
        else
            if (jchoix.eq.3) then
                call menan
                iopera=3
            endif
        endif
    endif
    if (jchoix.ne.4) goto 20
    write(1,2004) maiuti

c  sauvegarde sur fichier.gen des caracteristiques de l'operateur
2004  format('-----',/
&      , ' RESULTATS',/
&      , '-----',/
&      ///,'maille      : ',i3)
    if (iopera.eq.1) then
        write(1,2005) alpha,beta,gama,rlong
2005  format(//,'operateur : exponentiel',/,/
&      'alpha      : ',f10.3,/,/
&      'beta       : ',f10.3,/,/
&      'gama      : ',f10.3,/,/
&      'long cor   : ',f10.3,/)
    else
        if (iopera.eq.3) then
            write(1,2006) a0,a1,a2,a3,a4
2006  format(//,'operateur : choix des an',/,/
&      'a0       : ',f10.3,/,/
&      'a1       : ',f10.3,/,/
&      'a2       : ',f10.3,/,/
&      'a3       : ',f10.3,/,/
&      'a4       : ',f10.3,/)
        else
            if (iopera.eq.2) then
                write(1,2007) rlambda
2007  format(//,'operateur : gaussien',/,/
&      'lambda    : ',f10.3,/)
            endif
        endif
    endif
endif

```

```
endif
return
end
```

```
c =====
c ----- Menu resolution du systeme lineaire -----
c ----- niveau 2 -----
c =====
```

```
subroutine menres
```

```
common /operat/ iopera
```

```
call efface
write(*,2000)
2000 format('Entrer le nombre de tirage de nombre aleatoire :',$)
read(*,*) itirag
10 continue
call efface
write(*,2001)
2001 format(1x,'Menu resolution du systeme lineaire',/,/,
&          ' _ resolution proposee .....1',/,/,
&          ' _ resolution personnelle .....2',/,/,
&          ' _ sortie du menu .....3',/,/
&          /,' Votre choix : ',,$)
read(*,2002) jchoix
2002 format(i1)
if ((jchoix.lt.1).or. (jchoix.gt.3)) then
write(*,2003)
2003 format(1x,'attention Entrer un nombre compris entre 1 et 3')
call attent
goto 10
endif
if (jchoix.eq.3) goto 20
if (jchoix.eq.1) then
c resolution propose
omega=1.6
precis=0.0001
itemax=200
else
c resolution personnelle
call efface
write(*,2004)
2004 format('Entrer la valeur du pas de relaxation : ',,$)
read(*,*) omega
write(*,2005)
2005 format('Entrer la valeur de la precision relative : ',,$)
read*,precis
write(*,2006)
2006 format('Entrer le nombre d''iterations maximum : ',,$)
read(*,*) itemax
endif
if (itirag.ne.0) then
if (iopera.eq.2) then
c appel generation des nombres pseudo-aleatoires en prenant leur
write(*,2008)
2008 format('Valeur de la constante additive : ',,$)
read(*,*) cteadd
write(*,2009)
2009 format('Valeur de la constante multiplicative : ',,$)
read(*,*) ctemul
c logarithme pour le cas particulier de l'operateur gaussien
call genlog(itirag,cteadd,ctemul)
else
c appel generation des nombres pseudo-aleatoires (repartition normale)
```

```

        call gennor(itirag)
    endif
endif
call resols(omega,precis,itemax,iteree)
call attent
goto 10

20  continue

c  sauvegarde sur fichier.gen des caracteristiques de la resolution
write(1,2007) omega,precis,itemax,iteree
2007 format('resolution lineaire SOR :',/,
& /, 'pas de relaxation : ',f10.3,
& /, 'precision relative : ',g10.3,
& /, 'nbre iteration max : ',i5,
& /, 'nbre iteration reel : ',i5,/)
return
end

c =====
c ----- Menu propriete du champ -----
c ----- niveau 2 -----
c =====

subroutine menpro

parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000
parameter lmax=10

common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
common /correl/ tabcor(0:lmax,3)
common /option/ maiuti,ntduti

10  continue
call efface
write(*,2001)
2001 format('Menu proprietes du champs :',/,
& /,/, ' - sauvegarde d'un plan du maillage Epsilon .....1',
& /,/, ' - sauvegarde d'un plan du maillage Y .....2',
& /,/, ' - correlation en fonction de la longueur .....3',
& /,/, ' - moyenne et variance de Y .....4',
& /,/, ' - moyenne et variance de Epsilon .....5',
& /,/, ' - sauvegarde du maillage Y (centre reduit) .....6',
& /,/, ' - sortie du menu .....7',
& ///, 'Votre choix : ',)
read(*,*) jchoix
if ((jchoix.lt.1).or.(jchoix.gt.7)) then
write(*,2003)
2003 format('Attention Entrer un nombre compris entre 1 et 7')
call attent
goto 10
endif
if (jchoix.eq.1) then
c  appel menu sauvegarde du plan (0 indique champ epsilon)
call menpla(0)
goto 10
endif
if (jchoix.eq.2) then
c  appel menu sauvegarde du plan (1 indique champ Y)
call menpla(1)
goto 10
endif
if (jchoix.eq.3) then

```

```

    call longco(maiuti)
    call affcor
    goto 10
endif
if (jchoix.eq.4) then
    call moyvar(ntduti,y,espera,varian)
    write(*,2004) espera,varian
    write(1,2004) espera,varian
2004   format(//,'Resultat sur le champ Y',/,
    &           'moyenne : ',g11.3,/,
    &           'variance: ',g11.3)
    goto 10
endif
if (jchoix.eq.5) then
    call moyvar(ntduti,epsilon,espera,varian)
    write(*,2005) espera,varian
    write(1,2005) espera,varian
2005   format(//,'resultat sur le champ Epsilon',/,
    &           'moyenne : ',g11.3,/,
    &           'variance: ',g11.3)
    goto 10
endif
if (jchoix.eq.6) then
c     appel de la procedure qui centre et reduit le maillage Y
    call cenred(1)
c     appel de la procedure qui sauvegarde le maillage Y (entier)
    call saumai
    goto 10
endif
return
end

c -----
c ----- Menu operateur exponentiel -----
c ----- niveau 3 -----
c =====

subroutine menexp

common /albega/ alpha,beta,gama,rlong
common /operat/ iopera
common /option/ maiuti,ntduti

10   continue
    call efface
    write (*,3001)
3001 format(1x,'Menu operateur exponentiel :',/,/
    &           ', Remarque : pour avoir une vrai correlation exponentielle,'
    &           ', il faut choisir 1',/
    &           ', le choix 2 permet de modifier l''influence',
    &           ', des voisins suivant les',/,12x,'axes X Y Z',/,/,
    &           /, ' - vrai exponentiel .....1',/,/,
    &           ', - voisins differents .....2',/,/
    &           ', Votre choix : ', $)
    read(*,3003) kchoix
3003 format(i1)
    if ((kchoix.lt.1).or.(kchoix.gt.2)) then
3002   format(1x,'Attention Entrer un nombre compris entre 1 et 2')
        call attent
        goto 10
    endif
    if (iopera.ne.1) then
        call fmatri(maiuti)
    endif

```

```

      if (kchoix.eq.i) then
c      choix de la longueur de correlation
15      continue
      call efface
      write (*,3008)
3008      format('Menu choix de la longueur de correlation :',/,
&          ' Entrer la longueur theorique : ', $)
      read (*,*) rlong
      alpha=rlong**2/(4+6*rlong**2)
      beta=alpha
      gama=alpha
      call rmatri(maiuti,1.,alpha,alpha,alpha)
    else
c      choix de l'influence des voisins
20      continue
      call efface
      write (*,3004)
3004      format(1x,'Menu choix de l''influence des voisins :',/,
&          /,' Attention : il faut que la somme des 3 nombres',
&          ' que vous allez rentre soit',/, ' inferieur a 0.333333',/,/,
&          ' Suivant Ox : ', $)
      read *,alpha
      write(*,3005)
3005      format(' Suivant Oy : ', $)
      read *,beta
      write(*,3006)
3006      format(' Suivant Oz : ', $)
      read *,gama
      if ((abs(alpha+beta+gama)).ge.0.333333) then
3007      write (*,3007)
      format(/,'attention la somme est superieur a 0.333333')
      call attent
      goto 20
      endif
      call rmatri(maiuti,1.,alpha,beta,gama)
      rlong=0
c      indique qu'il n'a pas de longueur theorique
    endif
    return
  end

```

```

c =====
c ----- Menu operateur gaussien -----
c ----- niveau 3 -----
c =====

```

subroutine mengau

```

common /operat/ iopera
common /gausse/ rlamdb
common /option/ maiuti,ntduti

```

call efface

```

c
c Ce sous-programme n'est pas fonctionnel.
c

```

```

      write(*,3001)
3001      format(/////,'Ce sous-programme n"est pas fonctionnel.')
      return
    end

```

```

c =====
c ----- Menu operateur avec choix des An -----
c ----- niveau 3 -----
c =====

```

subroutine menan

common /operat/ iopera  
common /option/ maiuti,ntduti  
common /an/ a0,a1,a2,a3,a4

character\*1 carac

10 continue  
call efface  
write (\*,3001)  
3001 format('Menu operateur choix des An :',/,/,  
& ' Entrer A0 : ',,\$)  
read \*,a0  
write(\*,3002)  
3002 format(' Entrer A1 : ',,\$)  
read \*,a1  
write(\*,3003)  
3003 format(' Entrer A2 : ',,\$)  
read \*,a2  
write(\*,3004)  
3004 format(' Entrer A3 : ',,\$)  
read \*,a3  
write(\*,3005)  
3005 format(' Entrer A4 : ',,\$)  
read \*,a4

c calcul des parametres pour l'appel de ranmat  
diagon=2\*a0+(-4\*a2+12\*a4)\*3  
coef1=2\*a4-a3  
coef2=2\*a2-a1+2\*a3-8\*a4  
coef3=a1+2\*a2-2\*a3-8\*a4  
coef4=a3+2\*a4

horsdi=3\*(abs(coef1)+abs(coef2)+abs(coef3)+abs(coef4))  
write(\*,3006) abs(diagon),horsdi  
3006 format(/,/, 'la masse de la diagonale est de : ',f9.2,/,  
& 'la masse hors-diagonale est de : ',f9.2)  
if ((abs(diagon)).lt.(3\*(abs(coef1)+abs(coef2)+abs(coef3)+abs(coef4))))  
&then  
write(\*,3007)  
3007 format('attention Cette matrice n''est pas a diagonale dominante',  
& /, ' Il aura peut-etre des problemes de convergence',  
& ' lors de la resolution')  
endif  
write (\*,3008)  
3008 format(/,/, 'le choix des an convient-il ? (o/n) ',,\$)  
read(\*,\*) carac  
if (carac.ne.'o') goto 10  
if (iopera.ne.3) then  
call fanmat(maiuti)  
endif  
call ranmat(maiuti,diagon,coef1,coef2,coef3,coef4)  
return  
end

```
c =====  
c ----- Menu choix du plan -----  
c ----- niveau 3 -----  
c =====
```

subroutine menpla(indice)

c indice indique le champ considere

```

c      0 - epsilon
c      1 - y

10     continue
      call efface
      write(*,3001)
3001   format('Menu choix du plan :',//,
&      '      Choix de la direction de la normale au plan :',//,
&      '      - suivant Ox .....1',//,
&      '      - suivant Oy .....2',//,
&      '      - suivant Oz .....3',//,
&      ' Votre choix : ', $)
      read(*,3002) idirec
3002   format(i1)
      write(*,3003)
3003   format('/'      Choix de la "cote" du plan :',//,
&      ' Entrer la valeur : ', $)
      read(*,*) icote
c      appel de la procedure de sauvegarde
      call affpla(indice,idirec,icote)
      return
      end

```

```

c =====
c ----- aide a la presentation -----
c =====

```

```

subroutine attent

```

```

c      permet arret de l'affichage en attendant un caractere

      character chara*1

      print *,char(7),'attente'
      read *,chara
      return
      end

```

```
subroutine efface
```

```
c -----  
c   permet l'effacement de l'ecran  
c -----
```

```
call gpgs  
call nitdev(62)  
call clrdev (62,0)  
call rlsdev (62)  
return  
end
```

```
subroutine imatri(maiuti)
```

```
-----  
c cette procedure permet le remplissage des deux tableaux idiamat et  
c icolmat dans le cadre du modele "du plus proche voisin"  
c pour cette procedure, on utilise un parametre definissant le nombre  
c de points sur chaque dimension
```

```
lexique:
```

```
ntdl = nombre total de degres de liberte de la matrice  
ntcoef = nombre total de coefficients non nuls de la matrice  
maiuti = variable passee en parametre definissant le nombre de  
points sur chaque dimension  
indice = contient le numero de l'element de la matrice  
-----
```

```
parameter ntdl=125000  
parameter ntcoef=1625000  
common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)  
logical appmat
```

```
indice=1
```

```
----- parcours sequentiel des "maiuti**3" lignes -----  
do 10 l=1,(maiuti**3)
```

```
conversion une coordonnee en trois coordonnees  
call lconv(maiuti,l,i,j,k)
```

```
if (appmat(maiuti,k-1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k-1)  
indice=indice+1  
endif
```

```
if (appmat(maiuti,j-1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j-1,k)  
indice=indice+1  
endif
```

```
if (appmat(maiuti,i-1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i-1,j,k)  
indice=indice+1  
endif
```

```
if (appmat(maiuti,i+1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i+1,j,k)  
indice=indice+1  
endif
```

```
if (appmat(maiuti,j+1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j+1,k)  
indice=indice+1  
endif
```

```
if (appmat(maiuti,k+1)) then  
icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k+1)  
indice=indice+1  
endif
```

```
traitement particulier de l'element diagonal  
icolmat(indice)=1  
idiamat(l)=indice  
indice=indice+1
```

```
0 continue  
return
```

```

end
subroutine rmatri(maiuti,diagon,alpha,beta,gama)

parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000

common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
logical appmat

indice=1
c ----- parcours sequentiel des maiuti**3 lignes -----
do 10 l=1,(maiuti**3)
c   conversion une coordonnee en trois coordonnees
   call lconv(maiuti,l,i,j,k)

   if (appmat(maiuti,k-1)) then
c     affectation du terme le plus eloigne de la diagonale (a gauche)
       rmat(indice)=-gama
       indice=indice+1
   endif

   if (appmat(maiuti,j-1)) then
       rmat(indice)=-beta
       indice=indice+1
   endif

   if (appmat(maiuti,i-1)) then
c     affectation du terme accolé a la diagonale (a gauche)
       rmat(indice)=-alpha
       indice=indice+1
   endif

   if (appmat(maiuti,i+1)) then
c     affectation du terme accolé a la diagonale (a droite)
       rmat(indice)=-alpha
       indice=indice+1
   endif

   if (appmat(maiuti,j+1)) then
       rmat(indice)=-beta
       indice=indice+1
   endif

   if (appmat(maiuti,k+1)) then
c     affectation du terme le plus eloigne de la diagonale (a droite)
       rmat(indice)=-gama
       indice=indice+1
   endif

c   affectation du terme diagonal
   rmat(indice)=diagon
   indice=indice+1

10  continue
   return
end
subroutine fanmat(maiuti)

```

```

c -----
c   cette procedure permet le remplissage des deux tableaux idiamat et
c   icolmat pour l'operateur defini grace aux An
c   pour cette procedure, on utilise un parametre definissant le nombre
c   de points sur chaque dimension
c
c   lexique:

```

```

c      ntdl = nombre total de degres de liberte de la matrice
c      ntcoef = nombre total de coefficients non nuls de la matrice
c      maiuti = variable passee en parametre definissant le nombre de
c              points sur chaque dimension
c      indice = contient le numero de l'element de la matrice
c -----

```

```

parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000

```

```

common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
logical appmat

```

```

indice=1

```

```

c ----- parcours sequentiel des "maiuti**3" lignes -----
do 10 l=1,(maiuti**3)

```

```

c      conversion une coordonnee en trois coordonnees
      call lconv(maiuti,l,i,j,k)

```

```

      if (appmat(maiuti,k-2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k-2)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,k-1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k-1)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,j-2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j-2,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,j-1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j-1,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,i-2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i-2,j,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,i-1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i-1,j,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,i+1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i+1,j,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,i+2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i+2,j,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

      if (appmat(maiuti,j+1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j+1,k)
        indice=indice+1
      endif

```

```

    if (appmat(maiuti,j+2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j+2,k)
        indice=indice+1
    endif

```

```

    if (appmat(maiuti,k+1)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k+1)
        indice=indice+1
    endif

```

```

    if (appmat(maiuti,k+2)) then
        icolmat(indice)=ijkcon(maiuti,i,j,k+2)
        indice=indice+1
    endif

```

```

c      traitement particulier de l'element diagonal
        icolmat(indice)=1
        idiamat(1)=indice
        indice=indice+1

```

```

10     continue
        return
    end
    subroutine ranmat(maiuti,diagon,coef1,coef2,coef3,coef4)

```

```

c -----
c     cette procedure procede au remplissage du tableau rmat dans le cadre
c     de l'operateur avec choix des An

```

```

c     parametre d'entree :
c         _ diagon   coefficient du Yi dans la methode des elements finis
c         _ coef1    coefficient du Yi-2
c         _ coef2    coefficient du Yi-1
c         _ coef3    coefficient du Yi+1
c         _ coef4    coefficient du Yi+2

```

```

c -----
        parameter ntdl=125000
        parameter ntcoef=1625000

        common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
        logical appmat

```

```

        indice=1
c ----- parcours sequentiel des maiuti**3 lignes -----
        do 10 l=1,(maiuti**3)
c     conversion une coordonnee en trois coordonnees
            call lconv(maiuti,l,i,j,k)

            if (appmat(maiuti,k-2)) then
                rmat(indice)=coef1
                indice=indice+1
            endif

            if (appmat(maiuti,k-1)) then
                rmat(indice)=coef2
                indice=indice+1
            endif

            if (appmat(maiuti,j-2)) then
                rmat(indice)=coef1
                indice=indice+1
            endif

            if (appmat(maiuti,j-1)) then

```

```

    rmat(indice)=coef2
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,i-2)) then
    rmat(indice)=coef1
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,i-1)) then
    rmat(indice)=coef2
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,i+1)) then
    rmat(indice)=coef3
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,i+2)) then
    rmat(indice)=coef4
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,j+1)) then
    rmat(indice)=coef3
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,j+2)) then
    rmat(indice)=coef4
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,k+1)) then
    rmat(indice)=coef3
    indice=indice+1
endif

if (appmat(maiuti,k+2)) then
    rmat(indice)=coef4
    indice=indice+1
endif

```

```

c    affectation du terme diagonal
    rmat(indice)=-diagon
    indice=indice+1

```

```

10    continue
    return
end
subroutine lconv(maiuti,l,i,j,k)

```

```

c -----
c    cette fonction fait la conversion reciproque de la fonction ijkcon
c    on a donc le passage des coordonnees du point exprime en une seule
c    dimension au point exprime grace a trois dimensions
c    on utilise bien-sur les conventions deja utilisees dans la ijkcon
c -----

```

```

ll=l-1
k=ll/maiuti**2
j=(ll-k*maiuti**2)/maiuti
i=(ll-k*maiuti**2-j*maiuti)
k=k+1
j=j+1

```

```

i=i+i
return
end
function ijkcon(maiuti,i,j,k)
c -----
c  cette fonction fait la conversion d'un point de 3 coordonnees en une
c  seule coordonnee.
c  pour faire cette conversion, on a pris comme convension :
c  _ i est l' entier unite
c  _ j est l' entier dizaine
c  _ k est l' entier centaine
c -----

ijkcon=i+(j-1)*maiuti+(k-1)* maiuti**2
return
end
logical function appmat(maiuti,nbre)
c -----
c  cette fonction repond
c  _ vrai si nbre >=1 et nbre <= maiuti
c  _ faux sinon
c -----

appmat=((nbre.ge.1).and.(nbre.le.maiuti))

return
end

```

```

c
c *****
c
c      subroutine lecnor
c
c      ce sous-programme lit un tableau de nombre correspondant au
c      complementaire de la fonction de repartition de la loi normale
c      centree reduite pour des valeurs comprises entre 0.5 et 0.0002,
c      c'est-a-dire pour des abscisses comprises entre 0.0 et 3.49.
c
c      common/has/frn01(35,10),thas(700),khas(700),chas(700)
c
c      do 20 i=1,35
c          read(3,10) (frn01(i,j),j=1,10)
10      format(f5.4,9(3x,f5.4))
20      continue
c
c      return
c      end
c
c *****
c
c      subroutine gennor(itirag)
c -----
c      cette procedure genere un vecteur aleatoire pour epsilon
c      les composantes de ce vecteur sont issues d'un tirage aleatoire
c      suivant une loi normale
c -----
c
c      parameter ntdl=125000
c
c      common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
c      common /option/ maiuti,ntduti
c
c      procede a itirag tirage de nombres pseudo-aleatoire (initialisation)
c      if (itirag.ne.1) then
c          do 5 i=1,itirag*ntduti
c              bidon=ranf(1.)
5      continue
c      endif
c
c      do 10 i=1,ntduti
c          call lnorma(epsilon(i),0.,1.)
10      continue
c      return
c      end
c
c *****
c
c      subroutine lnorma(aleat,esp,sigma)
c
c      Ce sous-programme genere un nombre aleatoire (aleat) suivant une
c      loi normale d'esperance esp et d'ecart type sigma.
c
c      common/has/frn01(35,10)
c
c      10 aleat1=ranf(1.)
c      if(aleat1.lt.0.0002.or.aleat1.gt.0.9998)goto 10
c
c      call cnorma(aleat1,esp,sigma,aleat)
c
c      return
c      end
c
c *****

```

```

c
c      fonction ranf(bidon)
c * * * * *
c      generateur de nombres pseudo-aleatoires uniformes sur (0,1).
c      bidon est un argument bidon (syntaxe fortran exige).
c
c      generateur a registres a decalage boucles generalise.
c      avec ici 15 registres de 98 bits et un decalage de 9800.
c      le polynome irreductible utilise est :
c          x**98+x**27+1
c      la periode est ici de 2**98-1.
c      ce generateur est concu pour un ordinateur a mots de 16 bits.
c      e. oakenfull donne les versions pour ordinateur a mots de 32 ou
c      36 bits.
c
c      fontions intrinseques requises : float, ieor
c          -----
c      references /e. oakenfull, dans interactive statistics, d. mc. neil
c      (ed.), (1979), north-holland, pp. 17-37/
c          /j. leroudier, simulation a evenements discrets, (1980),
c      editions hommes et techniques, pp. 66-71/
c          /w.j. kennedy and j.e. gentle, statistical computing,
c      (1980), marcel dekker, pp. 150-162/
c * * * * *
c      dimension m(98)
c.....taille de l'entier en bits de la machine
c      data intsi/15/
c.....donnees fixes
c      data ip/98/, iq/27/
c      data am/32768./
c.....donnees initiales puis valeurs calculees
c      data j/0/
c      data m/5283,9027,29649,17902,27112,
c      &17080,2628,15041,23716,22936,
c      &9924,24694,9764,22098,15973,
c      &10058,15791,4269,4988,5600,
c      &9895,29140,9438,12901,4459,
c      &4568,32651,15347,5953,17715,
c      &31041,5097,8630,1904,32107,
c      &30666,30512,1269,24281,9867,
c      &29531,12130,10381,27034,20216,
c      &28531,5443,16203,9383,3995,
c      &10742,12168,2719,25050,23493,
c      &20369,14351,29871,28663,31034,
c      &26109,32629,9883,23742,18464,
c      &27361,27768,11472,5273,8780,
c      &25038,21044,24686,8285,19925,
c      &22532,22381,28110,25430,3311,
c      &10455,13764, 494,12050,10723,
c      &16496,23988,4905,9832,13183,
c      &20579,1287,29843,14365,15025,
c      &27377,26009,19133/
c      j = j + 1
c      if ( j . gt . ip ) j = 1
c      k = j + iq
c      if ( k . gt . ip ) k = k - ip
c      m(j) = ieor ( m(j),m(k) )
c      ranf = float ( m(j) ) / am
c      return
c      end
c
c *****
c
c      subroutine cnorma(aleatl,esp,sigma,aleat)

```

```
c ce sous-programme fait correspondre a un tableau de nombre tires au
c hasard entre 0.0 et 1.0 (apres elimination des nomres inferieurs a
c 0.0002 ou superieurs a 0.9998) des nomres correspondants a une loi
c normale d'esperance esp et d'ecart-type etype:
```

```
c aleat1: nombre tire au hasard entre 0.0002 et 0.9998;
c chas: nombre correspondant suivant une loi normale.
c aleat1="integrale de -infini a tnorma(i)" de la fonction de
c densite de n(esp,var).
```

```
c frn01: tableau des nombres correspondant au complementaire de la
c fonction de repartition de la loi normale centree reduite
c entre 0.5 et 0.9998 (correspondant a des abscisses
c comprises entre 0.0 et 3.49).
```

```
c common/has/frn01(35,10)
```

```
c tests de travail ulterieur suivant la valeur de thaz(k):
c comparaison par rapport a la valeur 0.5.
```

```
c if(aleat1.eq.0.5)then
c   tn01=0.0
c endif
c if(aleat1.eq.0.5)goto 20
```

```
c if(aleat1.lt.0.5)then
c   trav=aleat1
c   topt=-1.0
c else
c   trav=1.0-aleat1
c   topt=+1.0
c endif
```

```
c travail d'association a tn01 (nombre correspondant a cnorma
c pour esp=0.0 et var=1.0).
```

```
c i=1
c j=1
```

```
c
c 10 compsu=frn01(i,j)
c   iia=i
c   jja=j
c   if(j.ne.10)then
c     j=j+1
c     compin=frn01(i,j)
c     iib=i
c     jjb=j
c   else
c     compin=frn01(i+1,1)
c     i=i+1
c     j=1
c     iib=i
c     jjb=j
c   endif
```

```
c if(trav.lt.compsu.and.trav.gt.compin)then
c   coef=(trav-compin)/(compsu-compin)
c   rmax=float(iia-1)/10.+float(jja-1)/100.
c   rmin=float(iib-1)/10.+float(jjb-1)/100.
c   tn01=coef*rmax+(1.0-coef)*rmin
c   tn01=tn01*topt
c endif
c if(trav.lt.compsu.and.trav.gt.compin)goto 20
```

```
c if(trav.eq.compin)then
c   rmin=float(iib-1)/10.+float(jjb-1)/100.
c   tn01=rmin
```

```

        tn01=tn01*topt
    endif
    if(trav.eq.compin)goto 20
c
    if(trav.lt.compin)goto 10
c
c   prise en compte de l'esperance et de la variance.
c
20    aleat=tn01*sigma+esp
c
    return
end
c
c   *****
c   =====
c   sous programme de resolution d'un systeme lineaire A X = B avec
c   A etant une matrice morse,par la methode de Gauss Seidel avec un
c   pas de relaxation et precision du test d'arret passe en parametre
c   =====
c   *****

subroutine resols(omega,precis,nitmax,niter)
c   lexique:
c   arret contient le boleen de fin de boucle du tant que
c   precis  valeur d'arret pour le test sur la norme (sur 2 vecteurs succe)
c   nitmax  nombre d'iterations maximum (critere du test d'arret)
c   ntdl    taille des vecteurs X et B
c   ntcoef  nombre total de coefficients non nuls de la matrice morse
c   idiamat tableau des numeros des elements diagonaux
c   icolmat tableau des correspondances numero => colonne
c   rmat    tableau des correspondances numero => valeur
c   y       vecteur inconnu ( X )
c   epsilon vecteur deuxieme membre ( B )
c   niter   nombre d'iteration
c   somnor  norme euclidienne de ( Yn+1 - Yn )
c   ynor    norme euclidienne de Yn
c   omega   pas de relaxation

    logical arret
    parameter ntdl=125000
    parameter ntcoef=1625000
    common /matrix/ idiamat(0:ntdl),icolmat(0:ntcoef),rmat(0:ntcoef)
    common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
    common /option/ maiuti,ntduti

c ----- initialisation -----
    arret=.false.

c   initialisation de Y0
do 10 i=1,ntduti
    y(i)=0
10  continue

c   initialisation du compteur d'iteration
niter=0

c   affectation particuliere pour ne pas avoir de probleme pour la
c   premiere iteration : idiamat(i-1) avec i=1
idiamat(0)=0

c -----debut de boucle tant que -----
20  continue
    niter=niter+1
    somnor=0.
    ynor=0.
do 40 i=1,ntduti

```

```

c      calcul de la somme pour i=1 a ntduti de Aij * Yi
      somme=0.
      inddeb=idiamat(i-1)+1
      indfin=idiamat(i)
      if (inddeb.le.indfin) then
        do 30 j=inddeb,indfin
          somme=somme+rmat(j)*y(icolmat(j))
30      continue
      endif

c      sauvegarde de l'ancien Y
      yancie=y(i)

c      affectation principale
      y(i)=y(i)+(epsilon(i)-somme)*omega/rmat(idiamat(i))

c      calcul de la norme Yn+1-Yn
      somnor=somnor+abs((y(i)-yancie))

c      calcul de la norme Yn+1
      ynor = ynor+abs(y(i))
40      continue
      write (*,1001) (somnor/ynor),niter
1001   format('PHI (Yi+1 - Yi) / PHI (Yi+1)=',g12.5,' a l''iteration',i4)
      if (((somnor/ynor).lt.precis).or.(niter.ge.nitmax)) then
        arret=.true.
      endif
      if (.not.arret) goto 20
c ----- fin de boucle tant que -----

      print *, 'Nombre d iteration : '
      print *, niter
      return
      end

```

```
subroutine moyvar(n,vect,espera,varian)
```

```
-----  
c   cette procedure permet le calcul de la moyenne et de la variance  
c   du vecteur vect  
c   -----
```

```
dimension vect(n)
```

```
c   calcul de la moyenne
```

```
somme=0
```

```
do 10 i=1,n
```

```
    somme=somme+vect(i)/float(n)
```

```
10 continue
```

```
    espera=somme
```

```
c   calcul de la variance
```

```
somme=0
```

```
do 20 i=1,n
```

```
    somme=somme+((vect(i)-espera)**2)/float(n)
```

```
20 continue
```

```
    varian=somme
```

```
return
```

```
end
```

```
subroutine longco(maiuti)
```

```
-----  
c   cette procedure calcule les correlations entre les points du maillage  
c   en fonction de la distance inter-point suivant les 3 directions  
c   les resultats sont conserves dans le tableau tabcor(x,y)
```

```
c   x longueur entiere entre les deux points
```

```
c   y indique la direction
```

```
c   y=1 suivant Ox
```

```
c   y=2 suivant Oy
```

```
c   y=3 suivant Oz
```

```
c   lexique :
```

```
c   fact    1 sur le nombre de points sur lequel est fait le calcul de  
c           correlation lors de l'iteration
```

```
c   som1    somme des Yi,j,k
```

```
c   som2    somme des Yi,j,k+Di,j,k
```

```
c   som3    somme des produits (Yi,j,k)*(Yi,j,k+Di,j,k)
```

```
c   som4    somme des Yi,j,k au carre
```

```
c   som5    somme des Yi,j,k+Di,j,k au carre
```

```
c   icoor1  contient l'indice de Yi,j,k
```

```
c   icoor2  contient l'indice de Yi,j,k+Di,j,k
```

```
c   rnume   reel intermediaire pour le calcul correlation (numérateur)
```

```
c   denomi  reel intermediaire pour le calcul correlation (denominateur)  
-----
```

```
parameter ntdl=125000
```

```
parameter lmax=10
```

```
common /correl/ tabcor(0:lmax,3)
```

```
common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
```

```
do 120 l=0,lmax
```

```
    fact=1./((maiuti**2)*(maiuti-l+1))
```

```
c   calcul correlation entre deux points espaces de l, suivant Ox
```

```
som1=0
```

```
som2=0
```

```
som3=0
```

```
som4=0
```

```
som5=0
```

```

do 30 j=1,maiuti
  do 20 k=1,maiuti
    origine ligne ( 1 , j , k )
    do 10 indice=0,maiuti-1-1
      icoor1=ijkcon(maiuti,1+indice,j,k)
      icoor2=ijkcon(maiuti,1+indice+1,j,k)
      som1=som1+y(icoor1)
      som2=som2+y(icoor2)
      som3=som3+y(icoor1)*y(icoor2)
      som4=som4+y(icoor1)**2
      som5=som5+y(icoor2)**2
    continue
  continue
continue
rnume=som3-fact*som1*som2
denomi=((som4-fact*som1**2)*(som5-fact*som2**2))**0.5
tabcor(1,1)=rnume/denomi

```

10  
20  
30

```

calcul de la correlation entre 2 points espaces de 1, suivant Oy
som1=0
som2=0
som3=0
som4=0
som5=0
do 80 i=1,maiuti
  do 70 k=1,maiuti
    do 60 indice=0,(maiuti-1-1)
      icoor1=ijkcon(maiuti,i,1+indice,k)
      icoor2=ijkcon(maiuti,i,1+indice+1,k)
      som1=som1+y(icoor1)
      som2=som2+y(icoor2)
      som3=som3+y(icoor1)*y(icoor2)
      som4=som4+y(icoor1)**2
      som5=som5+y(icoor2)**2
    continue
  continue
continue
rnume=som3-fact*som1*som2
denomi=((som4-fact*som1**2)*(som5-fact*som2**2))**0.5
tabcor(1,2)=rnume/denomi

```

60  
70  
80

```

calcul de la correlation entre 2 points espaces de 1, suivant Oz
som1=0
som2=0
som3=0
som4=0
som5=0
do 110 i=1,maiuti
  do 100 j=1,maiuti
    do 90 indice=0,maiuti-1-1
      icoor1=ijkcon(maiuti,i,j,1+indice)
      icoor2=ijkcon(maiuti,i,j,1+indice+1)
      som1=som1+y(icoor1)
      som2=som2+y(icoor2)
      som3=som3+y(icoor1)*y(icoor2)
      som4=som4+y(icoor1)**2
      som5=som5+y(icoor2)**2
    continue
  continue
continue
rnume=som3-fact*som1*som2
denomi=((som4-fact*som1**2)*(som5-fact*som2**2))**0.5
tabcor(1,3)=rnume/denomi
continue
return

```

90  
100  
110

120

```

end
subroutine affcor
c -----
c   cette procedure affiche a l'ecran les valeurs des correlations entre
c   deux points en fonction de la distance et des directions (Ox,Oy,Oz)
c -----

parameter lmax=10

common /correl/ tabcor(0:lmax,3)
common /option/ maiuti,ntduti

write(*,1000)
write(1,1000)
1000 format(//,'Correlation en fonction de la distance inter-point ',//,
& 'longueur   Suivant Ox   Suivant Oy   Suivant Oz',/)
do 10 i=0,lmax
write (*,1001) i,tabcor(i,1),tabcor(i,2),tabcor(i,3)
write (1,1001) i,tabcor(i,1),tabcor(i,2),tabcor(i,3)
1001 format(i8,3(g13.4))
10 continue
return
end
subroutine affpla(indice,idirec,icote)
c -----
c   cette procedure permet la sauvegarde de plans du maillage sur fichier
c
c   si indice = 0 alors le maillage est celui de Epsilon
c   sinon          le maillage est celui de Y
c -----

parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000

common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
common /option/ maiuti,ntduti
common /operat/ iopera

3000 format(f6.3)
3001 format(2x,f6.3,$)
3002 format(1x)
3003 format(/,i2/,/,i1/,/,i2/,/,i2)

c   sauvegarde au debut de chaque plan des caracteristiques du maillage
c   et du plan avec les conventions suivantes
c   1 ere ligne : vide
c   2 eme ligne : taille du maillage (choisi par l'utilisateur)
c   3 eme ligne : indice operateur
c                   indice = 1  operateur exponentiel
c                   indice = 2  operateur gaussien
c                   indice = 3  operateur choix des an
c   remarque : pour avoir plus de renseignements sur les
c               operateur consulter fichier.gen
c   4 eme ligne : indice plan
c                   indice = 1  plan normal a Ox
c                   indice = 2  plan normal a Oy
c                   indice = 3  plan normal a Oz
c   5 eme ligne : cote du plan
c                   exemple indice plan = 1 et cote du plan =15
c                   on a le plan d'equation " X = 15 "
c   6 eme ligne : debut de la liste des points
c   6+maille*2 : fin de la liste des points

if (indice.eq.0) then
write(2,3003) maiuti,iopera,idirec,icote

```

```

else
  write(4,3003) maiuti,iopera,idirec,icote
endif

if (idirec.eq.1) then
  i=icote
  do 20 j=1,maiuti
    do 10 k=1,maiuti
      if (indice.eq.0) then
        write (2,3000) epsilon(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      else
        write (4,3000) y(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      endif
    10 continue
    20 continue
  endif
if (idirec.eq.2) then
  j=icote
  do 40 i=1,maiuti
    do 30 k=1,maiuti
      if (indice.eq.0) then
        write(2,3000) epsilon(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      else
        write(4,3000) y(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      endif
    30 continue
    40 continue
  endif
if (idirec.eq.3) then
  k=icote
  do 60 i=1,maiuti
    do 50 j=1,maiuti
      if (indice.eq.0) then
        write(2,3000) epsilon(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      else
        write(4,3000) y(ijkcon(maiuti,i,j,k))
      endif
    50 continue
    60 continue
  endif
return
end
subroutine saumai

```

```

c -----
c   cette procedure permet la sauvegarde du maillage sur le fichier
c   fichier.mai
c -----

```

```

parameter ntdl=125000
parameter ntcoef=1625000

```

```

common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
common /option/ maiuti,ntduti
common /operat/ iopera

```

```

c
c   sauvegarde au debut du fichier des caracteristiques du maillage avec
c   les conditions suivantes
c   1 ere ligne : vide
c   2 eme ligne : taille du maillage (choisi par l'utilisateur)
c   3 eme ligne : indice de l'operateur
c                   indice = 1 operateur exponentiel
c                   indice = 2 operateur gaussien
c                   indice = 3 operateur choix des an
c   4 eme ligne : debut de la liste de point
c   4+maille**3 eme ligne : fin de la liste de points

```

```

c
1001 write(6,1001) maiuti,iopera
      format(/,i2,/,i1)

      do 30 k=1,maiuti
        do 20 j=1,maiuti
          do 10 i=1,maiuti
            write(6,1002) y(ijkcon(maiuti,i,j,k))
1002          format(f6.3)
10          continue
20          continue
30          continue
          return
        end
      subroutine cenred(ivect)
c -----
c
c   cette procedure centre et reduit soit le vecteur Epsilon (si ivect = 0)
c   soit le vecteur Y (si ivect <> 0)
c -----
c

      parameter ntdl=125000

      common /vecteu/ y(ntdl),epsilon(ntdl)
      common /option/ maiuti,ntduti

      if (ivect.eq.0) then
        call moyvar(ntduti,epsilon,espera,varian)
        do 20 i=1,ntduti
          epsilon(i)=(epsilon(i)-espera)/varian**.5
20        continue
      else
        call moyvar(ntduti,y,espera,varian)
        do 40 i=1,ntduti
          y(i)=(y(i)-espera)/varian**.5
40        continue
      endif
      return
      end

```

```

Program graphi

dimension y(45,45)

call lectur(maille,indope,indpla,icote,y)
10 continue
call efface
write(*,900) maille,indope,indpla,icote
900 format('Caracteristiques du fichier :',/
&      ', - maille      : ',i2,/,
&      ', - operateur  : ',i1,/,
&      ', - direc plan : ',i2,/,
&      ', - cote plan   : ',i2)
write(*,1000)
1000 format(1x,'      Unité de sortie graphique :',/,
&      ', - Ecran      : 62',/,
&      ', - Prisme     : 63',/,
&      ', - Table tracante : 11',/,
&      ', - Benson     : 13',/,
&      ', Votre choix : ',,$)
read(*,*) iunit
write(*,1001)
1001 format(1x,'      Choix des isocontour :',/,
&      ', valeur du contour trace minimum : ',,$)
read(*,*) cmin
write(*,1002)
1002 format('      valeur du contour trace maximum : ',,$)
read(*,*) cmax
write(*,1003)
1003 format('      pas entre les isocontours      : ',,$)
read(*,*) pas

call traiso(y,maille,iunit,cmin,cmax,pas)

write(*,1050)
1050 format('voulez vous sortir (1,0) : ',,$)
read(*,*) ichoix
if (ichoix.eq.0) goto 10
stop
end

c *****
subroutine lectur(maille,indope,indpla,icote,y)
c Ce sous-programme lit la valeur maille et les valeurs du tableau
c y.

dimension y(45,45)

read(1,1001) maille,indope,indpla,icote
1001 format(/,i2,/,i1,/,i2,/,i2)

do 20 i=1,maille
do 10 j=1,maille
read(1,1002) y(i,j)
1002 format(f6.3)
10 continue
20 continue
do 30 j=1,3
write(*,*) y(1,j)
30 continue
read(*,*) k
return
end

```

\*\*\*\*\*

subroutine traiso(y,maille,iunit,cmin,cmax,pas)

c Ce programme trace des courbes d'isocontour pour un plan donne.

character\*10 caract

dimension v(4),w(4)  
dimension iwork(1500)  
dimension y(45,45)

c Initialisation de la fenetre graphique.

data v/0.05,1.0,0.05,1.0/

c Initialisation de la fenetre des coordonnees.

w(1)=0.0  
w(2)=1.0  
w(3)=0.0  
w(4)=1.0

c Initialisation des fonctions graphiques et fenetres.

call gpgs  
call nitdev(iunit)  
call vport(v)  
c call windw(w)  
call bgnpic(1)  
call frame

c Trace des courbes d'isocontours.

call smocon(y(1,1),maille,maille,cmin,cmax,pas,4,1,iwork(1),1500)

c Fermeture des fichiers graphiques et retour.

call endpic  
call rlsdev(iunit)  
write(\*,1000)  
1000 format(1x,'Tapez une touche ',  
read(\*,\*) caract

call gpgs  
call nitdev(62)  
call clrdev(62,0)  
call rlsdev(62)

return  
end

\*\*\*\*\*