

TH-083

UNIVERSITÉ DE GENÈVE

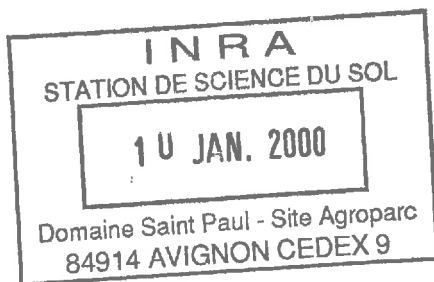
FACULTÉ DES SCIENCES

Section de physique

Professeur M. Guenin

**Modélisation de la transmission atmosphérique
du rayonnement solaire**

Quelques aspects théoriques éclairés par l'expérience



THÈSE

**présentée à la Faculté des sciences de l'Université de Genève
pour obtenir le grade de Docteur ès sciences, mention physique**

par

Benoît MOLINEAUX

de

France

Thèse N° 2978

GENÈVE

Atelier de reproduction de la Section de physique

1997

La Faculté des sciences, sur le préavis de Messieurs M. GUENIN, professeur ordinaire et directeur de thèse (Groupe de physique appliquée, GAP), A. ROYER, professeur (CARTEL, Université de Sherbrooke - Canada), B. LACHAL, docteur (Centre universitaire d'études sur les problèmes de l'énergie, CUEPE) et P. INEICHEN, docteur (Groupe de physique appliquée, GAP), autorise l'impression de la présente thèse, sans exprimer d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.

Genève, le 24 février 1998

Thèse - 2978 -



Le Doyen, Eric DOELKER

REMERCIEMENTS

Ce travail a pu être réalisé dans le cadre d'un contrat avec le Département d'Instruction Publique, au sein du Groupe de Physique Appliquée de l'Université de Genève et en collaboration avec le Centre Universitaire d'Étude des Problèmes de l'Énergie. Je tiens à reconnaître les conditions de travail idéales dans lesquelles j'ai pu évoluer.

Le groupe de personnes avec lequel j'ai collaboré, de près ou de loin, a largement contribué à la motivation, au plaisir et à la satisfaction que j'ai ressentis lors de l'élaboration et de la concrétisation de ce travail. Mes pensées se dirigent envers toutes les personnes dont j'ai été amené à susciter l'aide, sporadiquement ou à de maintes reprises, et dont le soutien et la disponibilité m'ont été particulièrement précieux:

le professeur Marcel Guenin, qui m'a accueilli sous sa tutelle en me laissant une liberté éclairée;

le docteur Pierre Ineichen, pour m'avoir encadré sans contraintes, ni dans ma quête de lumière, ni dans le temps qu'il m'a consacré;

le docteur Bernard Lachal, pour la brillance de ses conseils;

le professeur Alain Royer, qui m'a montré comment regarder l'atmosphère avec le soleil dans le dos;

le professeur Norm O'Neill, pour la chaleur de nos discussions par réseau interposé;

le professeur Olivier Guisan, qui m'a appris à regarder le soleil sans me brûler les yeux.

Je dois également exprimer ma reconnaissance envers les personnes dont l'aide fut toujours appréciée lors de questions administratives et pratiques, Cheryl Dotti, Eric Pampaloni et Cam-Lai Nguyen.

J'ai bénéficié pour ce travail de mesures expérimentales et du savoir faire fournis sans restrictions par Richard Perez, Robert Seals et Joe Michalsky.

Finalement, je tiens à inclure dans mes remerciements ceux qui m'ont supporté quotidiennement en véritables supporters, Hugo, Linn et Christina.

*La chose la plus incompréhensible de l'univers
c'est justement qu'il est compréhensible*

A. Einstein

AVANT PROPOS

Le fil conducteur que j'ai suivi au cours de ces quatre années a été de chercher à comprendre les phénomènes naturels qui influencent la transmission du rayonnement solaire à travers l'atmosphère terrestre. Le point de départ fut pour moi certains modèles empiriques permettant de quantifier, à partir d'un nombre limité de paramètres, la quantité d'énergie solaire incidente sur terre sous différentes formes. Dès le début j'ai été confronté à des résultats bizarres qui restaient inexpliqués par les modèles existants et ceci même sous un ciel apparemment radieux. Je serais peut-être encore en train de chercher la cause de ces anomalies si Pierre ne m'avait indiqué le coupable. Il s'agissait d'un dénommé Pinatubo qui avait ôté son chapeau aux Philippines quelques mois auparavant, libérant en même temps une quantité gigantesque de poussières volcaniques qui sont venues encercler la terre depuis leur lieu de résidence dans la stratosphère, à quelques 15 km d'altitude. Comme ces poussières n'avaient manifestement pas l'intention de déménager rapidement, je me suis mis en quête des outils nécessaires à l'évaluation de leur effet sur le rayonnement solaire - qui était loin d'être négligeable d'après les mesures d'ensoleillement que nous récoltions couramment à Genève. J'ai trouvé depuis lors dans divers domaines de recherche (télétection, astrophysique, climatologie) plus qu'assez d'équations permettant de quantifier l'effet des poussières ou des molécules sur le rayonnement électromagnétique solaire et le défi a alors été pour moi d'arriver à inclure ces connaissances dans des modèles que j'ai essayé de garder simples et pratiques.

B.M.

Genève, Octobre 1997

Table des Matières

Résumé/Abstract	vii/viii
Introduction	ix
I Rayonnement électromagnétique dans l'atmosphère terrestre	1
I.1. Hauteur équivalente ou "scale height"	1
I.2. Masse d'air optique	3
I.3. Loi de Bouguer et épaisseur optique	6
I.4. Extinction horizontale et visibilité	8
I.5. Absorption et vapeur d'eau	11
I.6. Aérosols et Pinatubo	16
Liste des symboles utilisés dans le chapitre I	21
II Modélisation du rayonnement solaire direct	23
II.1. Equation monochromatique et illustrations du rayonnement direct	23
II.2. Équations de Linke et Unsworth-Monteith	26
II.3. Efficacité lumineuse	27
II.4. Modèle panchromatique du rayonnement direct	29
II.5. Présentation des publications	37
Liste des symboles utilisés dans le chapitre II	38
III Modélisation du rayonnement solaire diffus	39
III.1. Modèle empirique	39
III.2. Transfert radiatif	43
Liste des symboles utilisés dans le chapitre III	47
Conclusion générale	49
Annexe A Théorie fondamentale	51
A.1. Équations de Maxwell et équation d'onde dans le vide	51
A.2. Polarisation de la matière et indice de réfraction	53
A.3. Énergie du champ électromagnétique	56
A.4. Ondes électromagnétiques créées par une charge en mouvement	57
A.5. Théorie de Rayleigh	59
A.6. Champs en coordonnées sphériques	62
A.7. Théorie de Mie pour une particule sphérique	65
A.8. Efficacité d'extinction de Mie	69
A.9. Théorie de Rayleigh-Gans	74
Annexe B: Impact des aérosols du Pinatubo sur les variations saisonnières des rayonnements global, diffus et direct dans deux sites en Europe et aux États-Unis	77
Annexe C: Inversion de l'épaisseur optique des aérosols du Pinatubo et de la réflectance du sol à partir de mesures satellitaires sur la forêt boréale	89
Annexe D: Efficacité lumineuse du rayonnement direct et turbidité	107
Annexe E: Impact des aérosols sur la modélisation de l'éclairage naturel	121
Annexe F: Modélisation du rayonnement direct panchromatique et son application à la paramétrisation de la turbidité	127
Annexe G: Équivalence de l'épaisseur optique des aérosols monochromatique et panchromatique	139
Bibliographie	153

Résumé

La compréhension et la quantification des phénomènes qui affectent la transmission atmosphérique du rayonnement solaire est un problème essentiel pour un nombre croissant de disciplines telles que la climatologie, la télédétection et la valorisation de l'énergie solaire. Toutes ces disciplines reconnaissent le rôle déterminant joué par les aérosols et les variations spatio-temporelles extrêmement rapides dont ils sont l'objet. Différents outils se sont développés dans le but d'estimer le rayonnement incident ou rétrodiffusé, avec un souci de précision ou de simplicité selon les besoins concernés. Ce travail présente quelques uns de ces outils en illustrant différentes approches pour essayer d'évaluer l'effet des aérosols sur le rayonnement. Les principaux résultats obtenus sont les suivants:

1. la proportion de lumière visible contenue dans le rayonnement direct peut se quantifier de manière satisfaisante à partir des mesures de visibilité effectuées à l'œil nu dans les aéroports ;
2. le taux d'aérosols peut être estimé de manière grossière par imagerie satellite dans le visible au dessus de la forêt boréale, en tenant compte des effets non-Lambertiens de réflectance au sol et rétrodiffusé sur l'atmosphère ;
3. l'éruption du Pinatubo a eu une influence marquée durant l'année 1992 aussi bien sur les mesures des rayonnements direct ($\sim -30\%$) et diffus ($\sim +50\%$) en Europe et aux Etats-Unis que sur les images citées en 2. ;
4. l'effet des aérosols sur le rayonnement solaire direct panchromatique est presque identique à l'atténuation monochromatique à $0.7 \mu\text{m}$, quasi-indépendamment du type d'aérosols ;
5. il est possible, en utilisant les résultats de 4. et un modèle simple, d'estimer l'épaisseur optique des aérosols à $0.7 \mu\text{m}$ à partir des mesures panchromatiques, avec une précision comparable à celle obtenue avec un instrument monochromatique.

Abstract

The understanding of the different processes which influence the atmospheric transmission of solar radiation are an essential part of a growing number of scientific branches such as climatology, remote sensing or solar energy. All these disciplines recognize the leading role played by aerosols, made difficult by their highly variable characteristics in space and time. Different tools have been developed in order to assess the effect of aerosols on the solar radiation transmitted or reflected by the atmosphere. This study presents a few of these tools with the illustration of different methods used to characterize the optical properties of atmospheric aerosols. The principal results are the following :

1. the luminous efficacy of direct radiation is strongly correlated to, and can be characterized by, the estimation of airport visibility;
2. the aerosol optical depth can be grossly estimated over large boreal regions from satellite images in the visible, taking into account the non-Lambertian effects of ground and atmospheric reflectance;
3. the Pinatubo eruption had a major impact which lasted over 1992 on the direct ($\sim -30\%$) and diffuse ($\sim +50\%$) solar radiation measured in the U.S. and Europe, as well as on the satellite images cited in 2. ;
4. the panchromatic aerosol optical depth is nearly the same as the monochromatic aerosol optical depth at $0.7\ \mu\text{m}$, quasi independently of the aerosol characteristics;
5. it is possible, based on the results obtained in 4. and a simple panchromatic model, to estimate the aerosol optical depth at $0.7\ \mu\text{m}$ from panchromatic data with a precision which is close to that obtained with a monochromatic instrument.

Introduction

Contexte Général

L'étude des propriétés optiques de notre atmosphère est un sujet de recherche en plein essor, principalement en raison de notre prise de conscience du fait que nous sommes peut être en train de modifier l'équilibre climatique terrestre de manière irréversible. Témoin de cet intérêt général, le développement des techniques de télédétection pour l'étude à l'échelle globale de la surface de la terre et de son atmosphère. C'est avec ces techniques que nous espérons mesurer et comprendre les conséquences des changements de la composition de l'atmosphère terrestre. Mais ces changements sont également responsables de phénomènes inquiétants à l'échelle locale : augmentation des maladies respiratoires dans les villes, diminution de la visibilité dans les régions industrialisées, dégradation générale de la qualité de l'air.

L'énergie solaire devrait également connaître un regain d'intérêt avec la recherche de sources d'énergie qui ne portent pas atteinte à notre patrimoine environnemental. Les applications dans ce domaine ont besoin de données d'ensoleillement pour dimensionner les systèmes permettant de transformer le rayonnement incident en une forme d'énergie compatible avec nos besoins. Pour pallier au manque de mesures existantes, un grand nombre de modèles ont été développés afin de pouvoir prédire l'ensoleillement incident en un lieu et sur un plan donné à partir du nombre limité de données météorologiques qui est généralement disponible. Le développement de ces modèles s'est fait surtout sur des bases empiriques en extrapolant les résultats obtenus dans les lieux où existaient des données d'ensoleillement vers les lieux où elles n'existaient pas.

D'un autre côté, les études de l'atmosphère terrestre et de son climat qui utilisent les techniques de télédétection ont besoin de pouvoir quantifier les effets des différents composants de l'atmosphère sur la transmission du rayonnement électromagnétique. Ces recherches sont à l'origine d'un essor considérable des connaissances des phénomènes de transfert radiatif. Les modèles utilisés ont souvent été développés avant les mesures, permettant de définir ou de justifier le type d'instrument qu'il faut placer sur un satellite. Ces modèles se basent donc essentiellement sur la théorie du transfert radiatif. Il existe une autre différence importante par rapport aux modèles utilisés en énergie solaire, c'est le fait que les modèles utilisés en télédétection sont limités à un domaine spectral bien défini et généralement étroit alors que l'énergie solaire concerne souvent l'intégrale de l'énergie contenue dans une bande large ou sur tout le spectre.

Tenant compte de ces considérations, l'objectif premier de cette thèse est d'apporter un peu du savoir faire des spécialistes du transfert radiatif aux modèles de prédiction du rayonnement solaire incident, tout en conservant le caractère "appliqué" de ces modèles. La principale originalité des recherches est l'étude et la mise au point de modèles du transfert radiatif "intégrés" ou panchromatique, qui font intervenir tant que possible la théorie monochromatique. L'approche que j'ai utilisée est de chercher des méthodes ou équations simples, soit par intuition, soit par raisonnement théorique, qui reproduisent convenablement les résultats obtenus par intégration numérique des calculs discrets aux différentes longueurs d'onde.

Présentation

Ce document comporte trois chapitres et sept annexes. Les trois chapitres sont décrits ci-dessous. L'annexe A montre comment, en partant des équations de Maxwell, on peut retrouver ou justifier les équations qui décrivent une onde électromagnétique et ses interactions avec les molécules et particules présentes dans l'atmosphère. Les annexes B à G sont la reproduction intégrale de six articles déjà parus ou soumis à des revues internationales. Ces différents articles illustrent des résultats originaux expérimentaux et/ou théoriques obtenus au cours de la recherche doctorale. Les trois premiers chapitres donnent une vue d'ensemble des sujets étudiés, mais ne reproduisent pas tous les détails apparaissant dans les annexes.

Le premier chapitre présente quelques paramètres et caractéristiques propres à l'atmosphère terrestre qui sont utiles pour une compréhension des modèles. Différents outils concernant le calcul de la masse d'air ou de la vapeur d'eau sont discutés ici. Deux articles illustrant l'effet des aérosols du Pinatubo sur le rayonnement solaire mesuré au sol ou rétrodiffusé vers un satellite (annexes B et C) sont présentés ici.

Le deuxième chapitre concerne la transmission du rayonnement direct. La contribution originale est la mise au point et la validation sur diverses mesures d'un modèle de transmission du rayonnement direct "panchromatique", c'est à dire du rayonnement intégré sur le spectre solaire. Une application intéressante est de permettre l'estimation du taux d'aérosols à partir de mesures panchromatiques du rayonnement direct. Ces mesures sont beaucoup plus faciles à mettre en oeuvre que les mesures monochromatiques traditionnellement utilisées. Quatre articles (annexes C à G) sont présentés à la fin de ce chapitre.

Le troisième chapitre introduit le problème de la modélisation du rayonnement diffus et la nécessité de partir d'une équation intégral-différentielle pour pouvoir décrire correctement les conséquences de diffusions multiples. Ce chapitre ne contient pas de résultats expérimentaux. Il permet néanmoins de faire le lien entre les résultats obtenus et la modélisation du rayonnement diffus, en se plaçant dans le contexte d'une approche générale de la transmission du rayonnement solaire.

Limitations du sujet

Au vu de l'étendue du sujet traité, quelques commentaires sont nécessaires ici concernant les thèmes qui n'ont pas été couverts. Les modèles et équations ont été développés pour un ciel sans nuages, bien que les bases du transfert radiatif dans les nuages soient les mêmes que dans une atmosphère chargée en aérosols. La présence de nuages dans certaines mesures est discutée lors de l'interprétation des résultats expérimentaux. La modélisation et les résultats originaux concernent principalement le rayonnement direct. La théorie du transfert radiatif et des diffusions multiples qu'il est nécessaire de connaître pour la modélisation du rayonnement diffus ne sont abordées qu'à titre indicatif, dans le but de placer les résultats dans un contexte plus général. Du point de vue théorique, je n'ai considéré aucun phénomène d'optique non linéaire et je n'ai fait appel à la théorie quantique que dans certains cas spécifiques. Du point de vue expérimental j'ai surtout bénéficié de l'excellente chaîne de mesures installée à Genève par Pierre Ineichen. J'ai utilisé également de mesures de l'Atmospheric Sciences Research Center de l'Université d'Albany et de mesures satellitaires du National Oceanic and Atmospheric Administration. Je ne décris ici ni les instruments ni l'incertitude liée aux mesures, sauf ce qu'il était indispensable de décrire dans les publications.

Chapitre I. Rayonnement électromagnétique dans l'atmosphère terrestre

L'annexe A présente, à partir des équations fondamentales de l'électromagnétisme classique, la théorie permettant de quantifier les effets de diffusion de la lumière sur une particule sphérique ou une molécule d'air, ou encore à travers une couche plane homogène. Dans l'atmosphère terrestre, il faut tenir compte, entre autres, du fait que c'est une couche sphérique hétérogène contenant une variété de composants sous formes de gaz, liquides ou solides et distribués de manière hétérogène. Avant d'aborder le problème de la modélisation du rayonnement solaire dans l'atmosphère il sera donc utile de se pencher sur quelques paramètres atmosphériques, ainsi que sur quelques phénomènes de transmission de la lumière dans l'atmosphère.

I.1. Hauteur équivalente ou « scale height »

Il est intéressant et utile pour la suite de calculer l'épaisseur qu'aurait l'atmosphère si ses propriétés physico-chimiques étaient constantes, égales à leur valeur au niveau de la mer, où la température $T = 15[^\circ\text{C}] = 288 \text{ [K]}$, pression $P = 1.013 \cdot 10^5 \text{ [Nm}^{-2}\text{]}$ et densité $\rho = 1.292 \text{ [kgm}^{-3}\text{]}$. La pression au niveau de la mer est égale au poids de la colonne d'air se trouvant au-dessus d'une surface unité, $P_0 = \int_0^\infty \rho(z)g dz$ où g est l'accélération de la pesanteur. Si l'on suppose que la densité est constante et égale à sa valeur au niveau de la mer, alors l'épaisseur de la colonne est donnée par:

$$H = \frac{P_0}{\rho_0 g} \cong 8 \text{ [km]} \quad (\text{I.1.1})$$

Une valeur de $H = 8.44 \text{ [km]}$ est généralement adoptée pour l'atmosphère USSA, U.S. Standard Atmosphere, 1976 (IAMAP, 1986 - c'est l'atmosphère que j'ai utilisée pour toutes les illustrations). En réalité la pression décroît avec l'altitude, avec un taux proportionnel à la densité locale:

$$dP = -\rho g dz \quad (\text{I.1.2})$$

où z représente l'altitude. En supposant que l'air se comporte comme un gaz parfait: $\rho = M/V = MP/RT$ (où M est la masse molaire de l'air sec = 29.0 [g] , V est le volume occupé par une mole, R est la constante des gaz parfaits = $8.31 \text{ [JK}^{-1}\text{mol}^{-1}\text{]}$ et T est la température en [K]) et on trouve:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{P} &= -\frac{Mg}{RT} dz \Rightarrow P = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z\right) \\ P &\cong P_0 \exp(-0.12z), \quad z \text{ en [km]} \end{aligned} \quad (\text{I.1.3})$$

Si l'on intègre (I.1.3) sur toute la couche depuis le niveau de la mer:

$$\int_0^\infty P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z\right) dz = P_0 \frac{RT}{Mg} = P_0 \frac{RT}{\rho Vg} = \frac{P_0^2}{\rho g} = P_0 H \quad (\text{I.1.4})$$

on retrouve bien l'éqn (I.1.1) et on peut écrire:

$$P = P_0 \exp(-z/H), \quad \rho = \rho_0 \exp(-z/H) \quad (\text{I.1.5})$$

qui relie simplement la hauteur équivalente et une décroissance exponentielle.

On a supposé ci-dessus que $g = 9.83 \text{ [ms}^{-2}\text{]}$ et que la température était constante: $T = 15 \text{ }^\circ\text{C}$. En réalité on observe une décroissance de $10 \text{ [}^\circ\text{C/km]}$ pour l'air sec de $6.5 \text{ [}^\circ\text{C/km]}$ pour une colonne d'air contenant l'équivalent de 1.4 [cm] d'eau liquide sous forme de vapeur. L'approximation (I.1.3) reste cependant excellente aux basses altitudes. Pour des altitudes inférieures à 4 km , j'ai trouvé que l'éqn suivante reproduisait la variation de la pression avec l'altitude de l'atmosphère standard de MODTRAN* (atmosphère USSA 1976, 1.4 [cm] d'eau) avec un écart type $< 0.2 \%$:

$$P \cong P_0 \exp(-0.122z), \quad z \text{ en [km]} \quad (\text{I.1.6})$$

qui est comparée à l'atmosphère standard dans la figure ci-dessous.

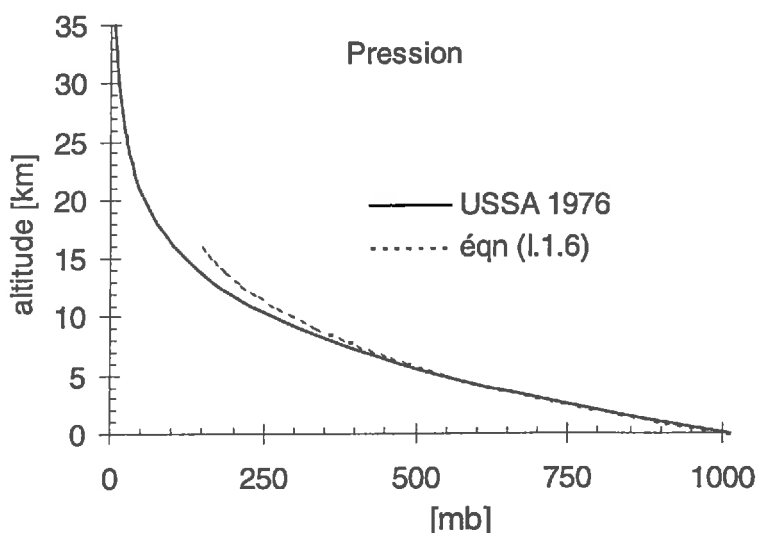


Figure I.1.1 : Diminution de pression avec l'altitude

De la même manière que (I.1.1) on peut définir une hauteur d'atmosphère équivalente pour les différents composants de l'atmosphère tels que les aérosols (voir aussi § I.6.):

$$H_a = \frac{\int_0^\infty \gamma_a(z) dz}{\gamma_{a0}} = \frac{\delta_a}{\gamma_{a0}} \quad (\text{I.1.7})$$

où $\gamma_a(z)$ est le coefficient d'extinction volumique des aérosols $[\text{km}^{-1}]$, qui prend la valeur γ_{a0} en $z = 0$ et δ_a est l'épaisseur optique totale des aérosols (voir ci-dessous).

La figure ci-contre illustre les variations de la température et de la concentration d'ozone avec l'altitude. L'augmentation de température dans la stratosphère ($z > 10 \text{ [km]}$) est due au fait que l'ozone absorbe une bonne part du rayonnement ultraviolet incident jouant ainsi le rôle de filtre protecteur de la biosphère.

* MODTRAN est un des deux codes de transfert radiatif monochromatique que j'ai utilisé avec SMARTS2, voir bibliographie

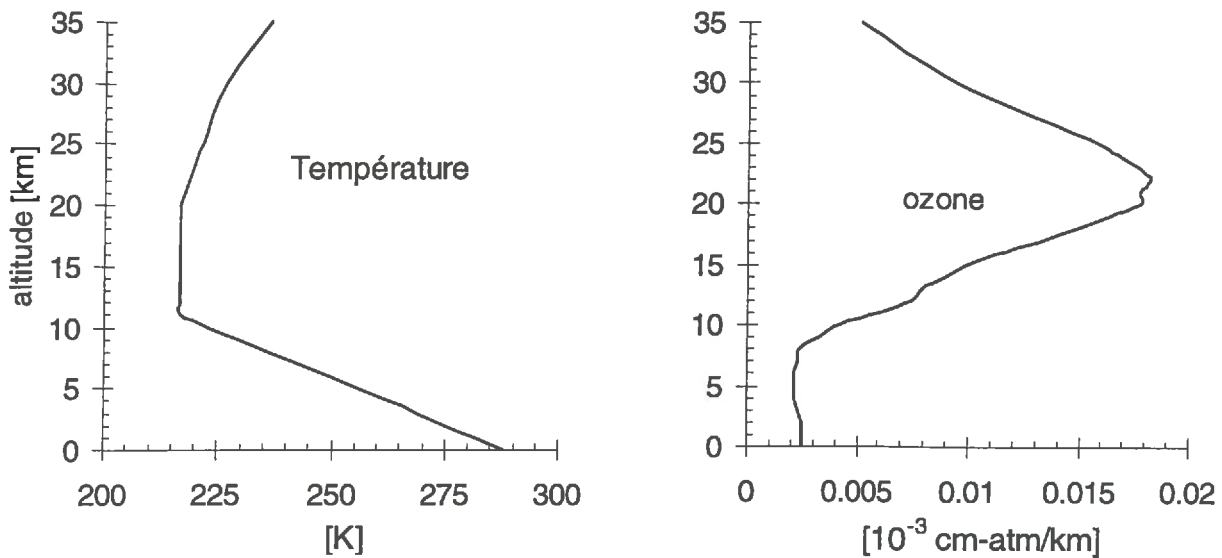


Figure I.1.2 : Distribution de température et de concentration d’ozone avec l’altitude pour une atmosphère standard non polluée

I.2. Masse d’air optique

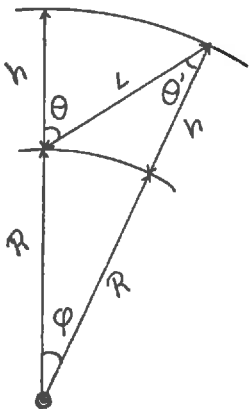
La masse d’air optique est un paramètre sans dimension qui représente le rapport entre la distance réelle parcourue par un rayon de soleil à travers l’atmosphère et la distance à parcourir si le soleil se trouvait à la verticale du point d’observation. C’est un paramètre qui doit tenir compte des effets dus au fait que l’atmosphère n’est pas une simple couche plane homogène.

Le calcul de la masse d’air en tenant compte des effets de courbure de la terre, du fait que la densité et l’indice de réfraction sont variables avec l’altitude est un problème d’envergure, qui n’a en fait pas de solution analytique. On commence par traiter le cas le plus simple d’une atmosphère plane,

$$m = 1/\cos\theta \quad (\text{I.2.1})$$

où θ est l’angle d’incidence.

Pour une atmosphère courbe, on voit d’après la figure que pour une couche homogène d’épaisseur h se trouvant à une distance R du centre de la terre:



$$\frac{\sin \varphi}{L} = \frac{\sin \theta'}{R} = \frac{\sin \theta}{R+h} \text{ et } \theta' + \varphi = \theta$$

$$L = \frac{R+h}{\sin \theta} \sin \varphi = \frac{R+h}{\sin \theta} (\sin \theta \cos \theta' - \sin \theta' \cos \theta)$$

$$L = \frac{R+h}{\sin \theta} \left(\sin \theta \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \sin^2 \theta} - \left(\frac{R}{R+h}\right) \sin \theta \cos \theta \right)$$

$$m = \sqrt{[(R/h)\cos\theta_0]^2 + 2R/h + 1} - (R/h)\cos\theta_0 \quad (\text{I.2.2})$$

cette formule peut être utilisée, par exemple, pour calculer la masse optique d'ozone se trouvant à une altitude moyenne de $h = 22$ [km].

En réalité la densité décroît exponentiellement avec l'altitude (I.1.4). Il faut réécrire la masse d'air comme le rapport de deux intégrales, l'une pour un rayon vertical selon z , et l'autre pour un rayon incliné avec un angle d'incidence θ (par rapport à la verticale du point considéré, voir figure ci-dessus) selon s :

$$m = \frac{\int_0^\infty \rho ds}{\int_0^\infty \rho dz} = \frac{\int_0^\infty \frac{\exp(-\alpha z)}{\cos\theta} dz}{\int_0^\infty \exp(-\alpha z) dz} \quad (\text{I.2.3})$$

où $\alpha = Mg/RT$, z symbolise l'altitude au-dessus du niveau de la mer et l'on a utilisé les relations

$$\rho = \frac{MP}{RT} \equiv \rho_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT}z\right) = \rho_0 \exp(-\alpha z) \quad (\text{I.2.4})$$

avec $dz = \cos\theta' ds$. On voit d'après la figure ci-dessus :

$$(R+z)\sin\theta' = R\sin\theta \quad (\text{I.2.5})$$

pour une atmosphère dont l'indice de réfraction est constant. Ceci devient, en tenant compte du fait que l'indice de réfraction varie avec l'altitude* :

$$(R+z)n'\sin\theta' = Rn\sin\theta \quad (\text{I.2.6})$$

où n est l'indice de réfraction au niveau de la mer (à une distance R du centre de la terre) et n' l'indice de réfraction à une altitude H . L'équation (I.2.3) devient alors :

$$m = \frac{1}{H} \frac{1}{\rho_0} \int_0^\infty \rho \left[1 - \left(\frac{R}{R+z} \frac{n}{n'} \sin\theta \right)^2 \right]^{-1/2} dz \quad (\text{I.2.7})$$

intégrale qui n'a pas à ma connaissance de solution analytique. Il faut donc avoir recours à des simulations numériques à partir de modèles standard d'atmosphère auxquelles on peut "fitter" des relations analytiques de la masse d'air. Une formule simple et précise est donnée par Young, (1994):

$$m_R = \frac{1.003198 \cos\theta + 0.101632}{\cos^2\theta + 0.09056 \cos\theta + 0.003198} \quad (\text{I.2.8})$$

où l'indice m_R a été rajouté pour symboliser la masse optique d'une atmosphère purement moléculaire ou de Rayleigh (voir § A.5.), c.a.d. sans tenir compte des composants liquides ou solides.

* je n'ai pas trouvé de démonstration satisfaisante pour cette équation qui s'appelle "light ray equation" d'après (Kondratyev, 1969).

La masse d'air dépend donc de la répartition des composants concernés dans l'atmosphère. Ainsi la "masse optique d'aérosols" ou de vapeur d'eau qui se rapporte aux couches basses de la troposphère (boundary layer = env. 2 km) sera différente de la masse d'ozone stratosphérique, située entre 10 et 35 [km] d'altitude.

La figure ci-dessous illustre la comparaison entre la masse d'air calculée par différentes méthodes.

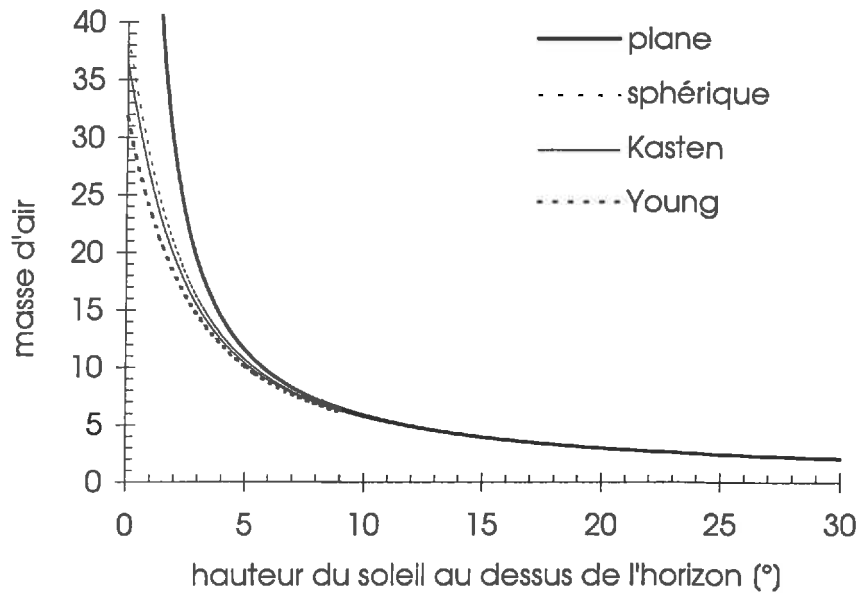


Figure I.2.1 : Masse d'air calculée par différentes formules en fonction de la hauteur du soleil

L'approximation d'une atmosphère plane est bonne (erreurs < 1%) pour des hauteurs de soleil $hs > 20^\circ$ (angles zénithaux $\theta_z < 70^\circ$), masse d'air $m_R < 2.8$ et l'approximation d'une atmosphère sphérique homogène d'épaisseur (8.44 [km]) est suffisante jusqu'à masse d'air 10.

Les références donnant les différentes équations illustrées ci-dessus sont ("Kasten": Kasten, 1965; "Young": Young, 1994). Les formules utilisées dans ces références utilisent la hauteur de soleil réfractée sauf Young (1994), qui donne aussi une équation plus compliquée en plus de (I.2.8) et qui est sans doute la plus exacte. Il est clair que pour les applications en énergie solaire une formule approchée suffit. La formule de Kasten (1965) est sans doute la plus utilisée dans le domaine de l'énergie solaire bien qu'elle représente un modèle d'atmosphère qui n'est plus d'actualité. L'approximation de l'atmosphère plane sans réfraction est couramment utilisée en télédétection de la surface terrestre, car les angles zénithaux restent d'habitude inférieurs à 70° . La comparaison entre différentes équations permet néanmoins de mettre en évidence différents effets. Une référence donnant des formules analytiques pour calculer la masse optique des différents composants de l'atmosphère est le rapport de (SMARTS2, Gueymard, 1996).

L'effet de la réfraction est faible, il est d'environ 1° pour le soleil à l'horizon, tel que l'on peut encore voir pratiquement tout le disque solaire alors qu'il est géométriquement sous l'horizon. Les différentes formules existantes pour calculer la hauteur du soleil se basent soit sur la hauteur vraie du soleil (géométriquement parlant), calculée à partir de l'heure et du lieu, soit sur la hauteur apparente (ou réfractée) du soleil. Une bonne référence pour calculer la hauteur apparente (réfractée) du soleil est (Michalsky, 1988), d'où j'ai tiré la formule suivante:

$$hs_{ref} = hs + \frac{3.51561(0.1594 + 0.0196hs + 0.00002hs^2)}{1 + 0.505hs + 0.0845hs^2} \quad (I.2.9)$$

où $h_{s_{\text{réf}}}$ est la hauteur du soleil réfractée et h_s est la hauteur vraie ou géométrique. Cette formule donne des résultats positifs et n'est valable que pour $h_s > -0.56^\circ$. La hauteur du soleil géométrique peut être calculée facilement à partir de trois angles: latitude, déclinaison et angle horaire (Iqbal, 1983, Michalsky, 1988). La figure ci-dessous illustre les différences entre $h_{s_{\text{réf}}}$ et h_s :

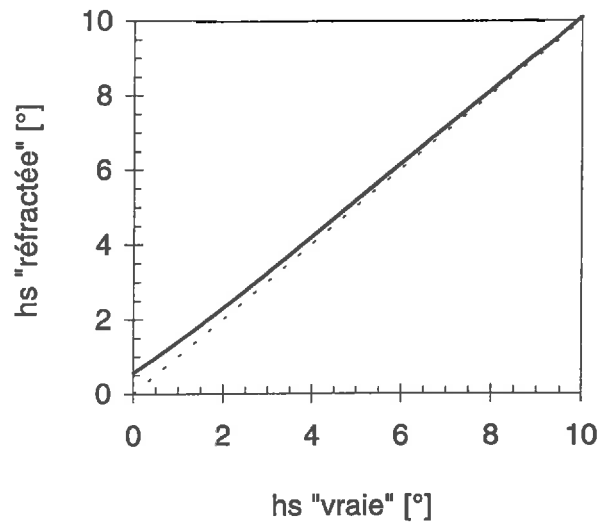


Figure I.2.2 : Effet de la réfraction sur la hauteur du soleil

I.3. Loi de Bouguer et épaisseur optique

Dans un milieu isotrope et homogène d'indice de réfraction complexe $m = n - in'$, on considère une onde plane se dirigeant selon les z croissants. En respect de l'éq'n d'onde (A.2.18)* :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega(t-mz/c)} = \vec{E}_0 e^{i\omega(t-(n-in')z/c)} = \vec{E}_0 e^{-n'z/c} e^{i\omega(t-nz/c)} \quad (I.3.1)$$

L'intensité du rayonnement électromagnétique dans une direction donnée va diminuer avec le carré de l'amplitude du champ électrique et on peut écrire directement:

$$I = I_0 e^{-2\omega n' z/c} = I_0 e^{-\gamma z} \quad (I.3.2)$$

où I_0 est l'intensité du rayonnement en $z = 0$. Le coefficient $\gamma = 2\omega n'/c$ est appelé coefficient d'absorption ou d'extinction. La relation (I.3.2) a été découverte bien avant la théorie de l'indice de réfraction et est souvent présentée comme loi fondamentale attribuée à Bouguer, Lambert ou Beer selon les sources. D'après Middleton (1960), c'est bien à Bouguer qu'il faut attribuer cette loi décrite dans son *Traité d'Optique* datant de 1760. Aussi simple qu'elle puisse paraître, cette loi est à la base de l'équation du transfert radiatif (§ III.2) et de tout problème de transmission du rayonnement électromagnétique dans l'atmosphère.

Il est intéressant de noter que seule la part imaginaire de l'indice de réfraction d'un milieu isotrope et homogène est responsable d'une diminution d'intensité. D'après § A.2., on peut attribuer cette partie complexe de l'indice à une force de résistance au mouvement de l'électron qui correspond donc à l'absorption car il n'y a pas de pertes d'énergie par diffusion si le milieu est

* Le choix du signe négatif ou positif dans l'exponentielle est arbitraire. Les références récentes utilisent le signe négatif, j'utilise ici le signe positif correspondant à la théorie de l'indice de réfraction avec $m = n - in'$.

parfaitement homogène et isotrope (oscillations dipolaires en phase). Dans un milieu hétérogène (comme un gaz) il va y avoir une diminution de l'intensité en raison de la diffusion de la lumière.

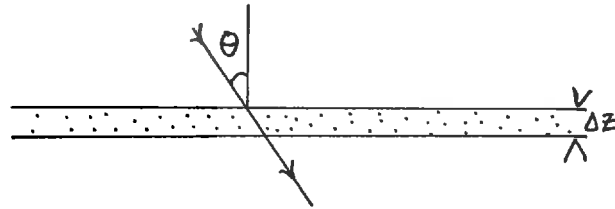
On peut montrer qu'une couche de particules sera responsable d'une diminution d'intensité exponentielle donnée par l'éqn (I.3.2). On considère pour cela l'effet d'une couche infinitésimale d'épaisseur dz contenant des particules d'une infinité de tailles différentes. On peut réécrire l'éqn (A.8.11) sous la forme (voir aussi *Hansen et Travis, 1974* ou *Van de Hulst, 1957*):

$$\frac{dI}{dz} = -I \sum_{i=1}^{\infty} \sigma_i \frac{\Delta N_i}{\Delta r_i} \Delta r_i = -I \int_0^{\infty} \sigma_{\text{ext}} \frac{dN}{dr} dr = -I \int_0^{\infty} \pi r^2 Q_{\text{ext}} dN \quad (\text{I.3.3})$$

où σ_i , r_i et ΔN_i et sont la section efficace, rayon et concentration volumique de la i 'ème particule. Ceci donne directement:

$$I = I_0 e^{-\Delta z \int_0^{\infty} \pi r^2 Q_{\text{ext}} dN} \quad (\text{I.3.4})$$

où Δz est l'épaisseur de la couche de particules et I_0 est l'intensité de l'onde incidente sur la couche. On voit que ceci correspond bien à l'éqn (I.3.2). Si le rayonnement pénètre dans la couche plane parallèle avec un angle d'incidence θ par rapport à la perpendiculaire:



On réécrit l'éqn (I.3.4):

$$I = I_0 e^{-m \Delta z \int_0^{\infty} \pi r^2 Q_{\text{ext}} dN} \quad (\text{I.3.5})$$

où $m = 1/(\cos \theta)$ est l'allongement relatif de la distance à parcourir en raison du fait que la couche n'est pas perpendiculaire au rayonnement incident. On peut maintenant définir l'épaisseur optique δ (nombre sans dimensions) que l'on prend par convention dans le sens perpendiculaire à la couche, tel que:

$$I = I_0 e^{-m \delta} \quad (\text{I.3.6})$$

qui est l'équation de base pour calculer la transmission du rayonnement solaire direct à travers l'atmosphère. Il suffit d'ajouter l'épaisseur optique des différents constituants pour calculer l'effet d'un ensemble d'atténuateurs. Pour obtenir l'épaisseur optique de l'atmosphère, il faut intégrer selon z en tenant compte du fait que la distribution de taille des particules varie avec l'altitude. Ce problème est adressé dans l'article (G.), § II.4.

Sous sa forme différentielle, l'éqn (I.3.2):

$$\frac{dI}{dz} = -\gamma I \quad (\text{I.3.7})$$

représente l'atténuation de la lumière sur une longueur infinitésimale. Si on y ajoute un terme dû à l'émission (et/ou diffusion) dans le sens de propagation - qui contribue à augmenter le signal et qui

est proportionnel au coefficient d'extinction (ceci peut se justifier car γ représente la quantité de matière présente, qui sera proportionnelle à la quantité de lumière diffusée et/ou émise), on obtient :

$$\frac{dI}{dz} = -\gamma I + \gamma \omega_0 J \quad (\text{I.3.8})$$

où J est la « fonction source » et ω_0 est l' « albedo de diffusion simple », donné par:

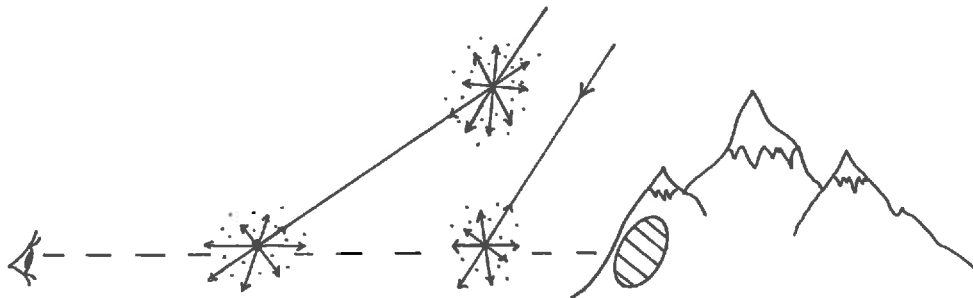
$$\omega_0 = \frac{\sigma_s}{\sigma_{\text{ext}}}, \quad \text{avec } \sigma_{\text{ext}} = \sigma_s + \sigma_a \quad (\text{I.3.9})$$

où σ_s et σ_a sont les sections efficaces de diffusion (scattering) et d'absorption. L'équation (I.3.8) est connue sous le nom d'équation du transfert radiatif. C'est en intégrant cette équation sur l'épaisseur de la couche (atmosphère) et toutes les directions que l'on peut recalculer la transmission du rayonnement diffus (voir § III.2).

I.4. Extinction horizontale et visibilité

La mesure de la visibilité a longtemps été la méthode de prédilection pour estimer le trouble atmosphérique au niveau du sol. C'est une technique qui s'est développée avec l'aviation et des mesures à l'oeil nu se font encore couramment dans bon nombre d'aéroports tels que celui de Genève. Pour des raisons historiques c'est donc un paramètre intéressant car nous disposons d'un grand nombre de données récoltées de manière systématique. C'est aussi un sujet d'actualité préoccupant en raison de la baisse de visibilité constatée même dans des endroits reculés des États Unis. Une importante campagne de prévention a été mise en place suite à la détérioration générale de la visibilité dans certains sites qui attiraient les foules pour la beauté de leurs paysages, tel le parc national du Colorado (Watson et Chow, 1994). En Europe la visibilité moyenne par temps clair est de 25 et 50 [km] en zone urbaine et rurale, alors qu'elle devait être supérieure à 100 km au début du siècle, comme c'est encore le cas dans beaucoup de régions d'Amérique du Sud (Horvath, 1995).

La théorie de la visibilité est généralement attribuée à un article de Koschmeider publié en 1924 mais elle était déjà principalement connue du temps de Bouguer en 1760, (voir Middleton, 1960). Elle est très simple et mérite d'être détaillée. La distance à laquelle on peut percevoir un objet est directement liée au contraste entre cet objet et son entourage. Si on suppose que l'objet est noir, la radiance* perçue par un observateur regardant l'objet provient uniquement du milieu séparant l'observateur de l'objet, c'est le "path radiance". La radiance de l'entourage de l'objet est également due au milieu qui enveloppe l'objet et que l'on suppose s'étendre à l'infini.



* le terme radiance utilisé ici représente la quantité d'énergie reçue par unité de temps, de surface, de longueur d'onde et d'angle solide, [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}$], voir § A.3.

On peut supposer que la fonction de phase et l'intensité de la lumière diffusée dans le regard de l'observateur sera la même en tout point d'une couche horizontale (supposée homogène). On considère chaque point de la couche horizontale comme la source d'une onde sphérique diffusée dont la radiance par unité de distance dans la direction de l'observateur est donnée par une constante $dL/dx = \sigma$. La radiance perçue par l'observateur issue d'un point dans la couche horizontale de l'atmosphère se trouvant à une distance x et due à cette source sera donc donnée par $dL = \sigma dx e^{-\gamma_0 x}$ où γ_0 est le coefficient d'extinction par unité de distance (I.3.2) dans la couche horizontale. La radiance de l'entourage de l'objet sera donné par (en supposant que l'horizon se trouve à l'infini):

$$L_0 = \int_0^{\infty} \sigma e^{-\gamma_0 x} dx = \frac{\sigma}{\gamma_0} \quad (\text{I.4.1})$$

et on voit que notre constante $\sigma = \gamma_0 L_0$ où L_0 est la radiance de l'horizon et γ_0 le coefficient d'extinction des basses couches de l'atmosphère. La diminution d'intensité en $1/x^2$ qui caractérise les ondes sphériques n'apparaît pas dans cette équation en unités de radiance car un angle solide constant correspond à une surface émissive qui augmente proportionnellement à x^2 .

La radiance due aux sources se trouvant entre l'observateur et l'objet est donnée par:

$$L_{\text{obj}} = \int_0^{x_{\text{obj}}} \gamma L_0 e^{-\gamma x} dx = L_0 (1 - e^{-\gamma x_{\text{obj}}}) \quad (\text{I.4.2})$$

où x_{obj} est la distance séparant l'objet de l'observateur. Le contraste est donné par:

$$C = \frac{|L_{\text{obj}} - L_0|}{L_0} = e^{-\gamma_0 x_{\text{obj}}} \quad (\text{I.4.3})$$

Le contraste minimum perceptible est généralement estimé à 0.02, d'où on déduit la distance de visibilité :

$$0.02 = e^{-\gamma_0 \text{Vis}} \Rightarrow \text{Vis} = -\frac{\text{Ln}0.02}{\gamma_0} = \frac{3.912}{\gamma_0} \quad (\text{I.4.4})$$

ce qui est la définition générale de la visibilité ou du "meteorological range". D'après certains auteurs (Weintraub et Saxena, 1988) les mesures de visibilité effectuées dans les aéroports correspondent plutôt à un seuil de 0.05, ce qui a pour effet de diminuer d'environ 30% la visibilité mesurée par rapport à la définition de (I.4.4).

Pour relier la quantité d'aérosols présente dans l'atmosphère à la visibilité mesurée au niveau du sol il faut tenir compte de plusieurs effets. Le coefficient d'extinction au niveau du sol γ_0 est la somme des effets d'extinction par les gaz (γ_{R0}) et par les aérosols (γ_{a0}) de l'atmosphère:

$$\gamma_0 = \gamma_{R0} + \gamma_{a0} \quad (\text{I.4.5})$$

Le coefficient volumique d'extinction pour la diffusion moléculaire à 550 [nm] est $\gamma_R = 0.0116$ au niveau de la mer (§ A.5). Dans des conditions normales, l'absorption par les gaz est pratiquement nulle à 550 [nm]. (Ce sont essentiellement l'ozone et le NO_2 qui sont les gaz responsables de l'absorption de la lumière visible dans l'atmosphère et ces deux gaz n'ont aucun effet sauf dans des sites pollués). On voit d'après (I.4.5) que le coefficient d'extinction des aérosols au niveau du sol est de 0.067 (six fois plus que l'extinction due aux molécules d'air) pour une visibilité de 50 km,

représentant des conditions très claires en Europe (Horvath, 1995). L'épaisseur optique des aérosols de toute l'atmosphère est simplement égale au coefficient au niveau du sol multiplié par la hauteur équivalente (I.1.4):

$$\delta_a = H_a \gamma_{a0} \quad (\text{I.4.6})$$

ce qui donne, d'après (I.4.4) et (I.4.5):

$$\delta_a = H_a (\gamma_0 - \gamma_{r0}) = H_a \left(\frac{3.912}{Vis} - 0.0116 \right) \quad (\text{I.4.7})$$

où H_a et la visibilité sont en [km]. La hauteur équivalente des aérosols, H_a , n'est pas constante. Elle est donnée, pour l'atmosphère USSA 1962 et deux modèles d'aérosols par 1.577 [km] et 1.132 [km] pour des visibilités horizontales de 23 et 5 [km]. Si on suppose, que la hauteur équivalente diminue de manière linéaire lorsque la visibilité augmente, alors on peut écrire (King et Buckius, 1979):

$$H_a = \left[1.132 + (1.577 - 1.132) \frac{Vis - 5}{23 - 5} \right] \quad (\text{I.4.8})$$

avec tous les chiffres en [km]. On en déduit:

$$\delta_a (\lambda = 0.55 \mu\text{m}) \cong \left(\frac{3.91}{Vis} - 0.0116 \right) (1 + 0.0247 Vis) \quad (\text{I.4.9})$$

ce qui justifie la relation donnée sans autre dans Iqbal (1983).

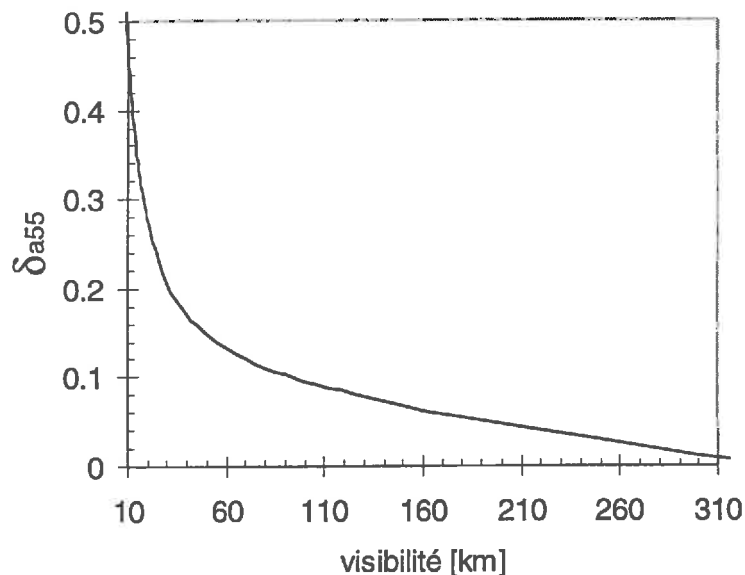


Figure I.4.1 : Relation entre taux d'aérosols (épaisseur optique à 0.55 [μm]) et visibilité horizontale donnée par l'éqn (I.4.9)

On voit encore sur le graphique ci-dessous que la visibilité n'est pas sensible au taux d'aérosols lorsque celui-ci est important alors que dans de l'air très clair la visibilité est au contraire très sensible à de petites variations du taux d'aérosols.

La visibilité maximale théorique (lorsque $\delta_a = 0$ en l'absence d'aérosols) :

$$V_{\max} = \frac{3.91}{0.0116} \cong 340 \text{ [km]} \quad (\text{I.4.10})$$

La relation (I.4.9) permet donc, à partir de mesures de la visibilité, de déduire l'épaisseur optique équivalente des aérosols à 0.55 [μm]. Les incertitudes qui sont comprises dans ce calcul sont importantes, d'une part parce que la visibilité est une mesure subjective et d'autre part parce que l'éqn (I.4.9) se base sur une certaine distribution verticale d'aérosols (il est évident par exemple, que les mesures de visibilité horizontale au sol ne pourront pas déceler une augmentation d'aérosols dans la stratosphère). D'autre part la visibilité permet seulement de trouver δ_a à une longueur d'onde proche du maximum de sensibilité de l'œil humain. L'extrapolation à d'autres longueurs d'ondes dépend du type d'aérosols, voir chapitre II.

I.5. Absorption et vapeur d'eau

La théorie fondamentale de l'absorption au niveau microscopique est un problème qui n'a pas été traité dans l'annexe. C'est un problème difficile dont le résultat principal est que les lignes d'absorption/émission ne sont pas de largeur infinitésimale. Ceci se justifie dans la théorie classique avec le terme de dissipation de l'éqn (A.2.13) et dans la théorie quantique par la durée de vie limitée d'un état excité. Pour une ligne isolée les deux théories donnent le même résultat (Lenoble, 1993). Dans la réalité, il faut tenir compte en plus de la superposition entre les lignes et des effets d'interaction (collisions entre les molécules) et Doppler (dû à l'agitation thermique) qui vont également influencé le profil et la largeur des lignes d'absorption. La conséquence directe de ces effets est que la loi de Bouguer n'est pas respectée sur la largeur d'une bande d'absorption forte, ce que je vais tenter de décrire ici. Les livres de Lenoble, (1993) et Goody, (1989) donnent beaucoup de détails sur ce sujet.

En admettant que la loi de Bouguer nous donne l'absorption pour une ligne d'absorption de largeur infinitésimale centrée sur la fréquence ν :

$$A = 1 - T = 1 - \exp(-k_\nu m) \quad (\text{I.5.1})$$

où T est la transmission ($0 \leq T \leq 1$), k_ν est le coefficient d'absorption pour la bande considérée et m la masse optique (§ 1.2.). Pour une bande de largeur finie, l'absorption moyenne est donnée par:

$$\bar{A} = \int [1 - \exp(-k(\nu)m)] d\nu \quad (\text{I.5.2})$$

où l'intégrale se fait sur la largeur de la bande. En tenant compte du profil $k(\nu)$ donné par la théorie, l'intégrale ci-dessus peut s'exprimer en fonctions de Bessel. Je donnerais simplement le résultat dans les deux cas extrêmes. Pour une bande d'absorption faible avec une valeur k_ν au centre de la bande, l'intégrale est proportionnelle à mk_ν , ce qui est équivalent à la loi de Bouguer car $A = 1 - \exp(-k_\nu m) \cong 1 - (1 - k_\nu m) = k_\nu m$. Dans le cas d'une bande d'absorption forte, l'intégrale est proportionnelle à $\sqrt{k_\nu m}$, ce qui n'est plus compatible avec la loi de Bouguer.

La vapeur d'eau dans l'atmosphère joue un rôle fondamental dans la transmission du rayonnement solaire et la régulation du climat, et ceci pour plusieurs raisons. A l'état gazeux, ses

très fortes bandes d'absorption dans l'infrarouge (voir § II.1) en font un gaz à effet de serre. Sa présence extrêmement variable dans toutes les régions du globe en font un paramètre difficile à évaluer précisément. Par condensation, la vapeur d'eau est à l'origine de la formation des nuages, dont l'ombre couvre en moyenne 50% de la surface terrestre (Hansen et al., 1993). En plus de cela, l'interaction entre vapeur d'eau et aérosols est à l'origine de phénomènes importants pour le transfert radiatif, qui ne sont pas tous bien connus. La vapeur d'eau tend à se condenser sur les aérosols hygroscopiques, ce qui a pour effet d'augmenter leur taille. La condensation est d'autant plus importante que l'humidité relative (plutôt que la teneur absolue en eau) est élevée. Si l'on se trouve très à gauche du maximum sur la courbe de Mie (Fig. A.8.1. en annexe) la section efficace des aérosols augmente très rapidement avec la taille et la vapeur d'eau condensée sur les aérosols peut être à l'origine de brumes qui seraient invisibles dans de l'air sec. Ce processus de condensation, qui est important pour des humidités relatives supérieures à 70% est réversible avec une courbe d'hystérèse (Tang et al., 1981).

La quantité totale de vapeur d'eau est malheureusement difficile à estimer et, après les aérosols, c'est le facteur déterminant dans la précision des modèles de transmission du rayonnement solaire. Il y a plusieurs manières d'estimer la quantité de vapeur d'eau présente dans l'atmosphère (et plusieurs unités possibles pouvant prêter à confusion), dont deux ont été utilisées ici : *i*) la plus facile à mettre en oeuvre d'estimer la quantité d'eau au niveau du sol, puis d'extrapoler sur toute la couche à partir d'un modèle de distribution verticale de la vapeur d'eau; *ii*) l'estimation à partir de mesures d'extinction dans une bande d'absorption, généralement proche de 940 [nm]. Parmi les autres méthodes utilisées, la plus précise est l'estimation par radio-sondage. Nous n'avons malheureusement pas eu accès à ces données pour valider nos estimations.

- i*) On commence par estimer la densité d'eau (en gramme par m³ d'air) au niveau du sol à partir des mesures de température et d'humidité relative. La pression de vapeur saturante (p_{ws}) ne dépend que de la température ambiante T . Il existe beaucoup d'équations pour calculer p_{ws} en fonction de la température dont celle de l'ASHRAE (1989) qui est couramment utilisée. Dans le but de simplifier les choses, je propose d'utiliser l'éqn suivante plutôt que le polynôme à 13 coefficients de l'ASHRAE :

$$p_{ws} = \exp(26.09 - 5377 / T) \quad (\text{I.5.3a})$$

où p_{ws} est la pression de vapeur saturante en [Pa] et T est la température ambiante en [K]. Cette équation est facilement réversible pour trouver T en fonction de p_{ws} et permet donc de calculer directement la température de rosée (ou la température ambiante) à partir de la pression de vapeur réelle (ou la pression de vapeur saturante), ou encore à partir de la température ambiante [K] et de l'humidité relative $HR (<1)$:

$$T_{rosée} = \frac{5377}{26.09 - \ln(p_w)} = \frac{1}{1/T - \ln HR / 5377} \quad (\text{I.5.3b})$$

qui remplace un autre polynôme de l'ASHRAE. Les deux équations ci-dessus sont comparées à celles de l'ASHRAE dans les figures ci-dessous sur le domaine : $-20 < T < 40$ [°C].

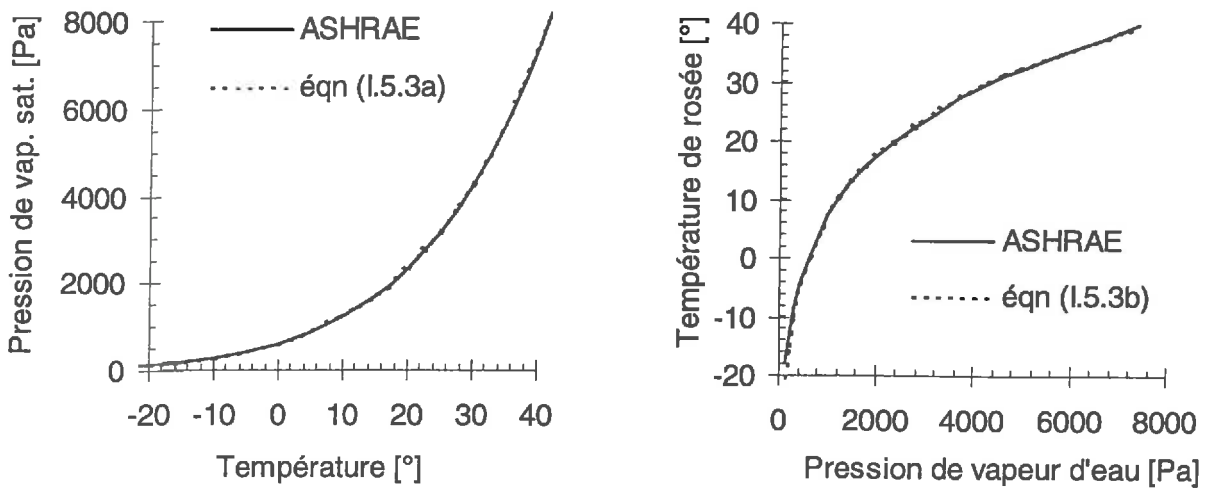


Figure I.5.1: Comparaison de deux relations entre température et pression de vapeur d'eau

Il est évident que les deux figures ci-dessus représentent les mêmes courbes après inversion des axes et la même équation (pour la courbe en pointillé) après inversion des variables. Le deuxième graphique a été rajouté parce que les courbes en trait plein correspondent à deux polynômes différents et démontre le bon comportement des éqns (I.5.3).

Les pressions de vapeur saturante et réelle sont reliées par l'humidité relative :

$$p_w = p_{ws} HR \quad (I.5.4)$$

En supposant que l'eau se comporte comme un gaz parfait, on en déduit la densité de vapeur d'eau :

$$\rho_w = \frac{M}{V} = \frac{Mp_w}{RT} \cong 2.167 \frac{p_w}{T} \quad (I.5.5)$$

en $[gm^{-3}]$ avec T en $[K]$ et p_w en $[Pa]$. Pour trouver la quantité totale d'eau dans l'atmosphère dans une colonne de section unité, il faut connaître la distribution verticale $\rho_w(z)$ et intégrer sur l'altitude z :

$$w_{col.} = 0.1 \int_{z_0}^{\infty} \rho_w(z) dz \quad (I.5.6)$$

où z_0 est l'altitude du site en $[km]$, ρ_w est en $[gm^{-3}]$, $w_{col.}$ est en $[gcm^{-2}]$ et le facteur 0.1 a été ajouté pour réconcilier les unités. Pour calculer la quantité d'eau liquide en $[cm]$ ou $[cm-atm]$ dans cette colonne il suffit de diviser par la densité de l'eau liquide:

$$w_{liq} = w_{col.} / \rho_{liq} \quad (I.5.7)$$

et comme $\rho_{liq} = 1 [gcm^{-3}]$, on voit que $w_{liq} = w_{col.} = w$, soit les unités pour w en $[cm]$ d'eau précipitable ou en $[gcm^{-2}]$ de vapeur d'eau sont parfaitement équivalentes. L'intégrale (I.5.6) peut s'exprimer en fonction de la hauteur équivalente (ou "scale height", voir § I.1):

$$w = 0.1 H_w \rho_{w0} \quad (I.5.8)$$

où w , H_w et ρ_{w0} sont respectivement en [cm], [km] et [gm^{-3}] et le facteur 0.1 est introduit comme ci-dessus pour réconcilier les unités. On peut encore définir l'unité utilisée dans MODTRAN [cm-atm/km] comme étant la quantité d'eau précipitable dans une colonne de 1 [km] de haut. On déduit d'après (I.5.8) :

$$1 [\text{cm - atm / km}] = 0.1 \bar{\rho}_w \quad (\text{I.5.9})$$

où $\bar{\rho}_w$ est la densité moyenne de vapeur d'eau dans la colonne d'eau en [gm^{-3}].

Si ρ_{w0} est estimé à partir de mesures de température et humidité avec les équations ci-dessus, il suffit ensuite de connaître la hauteur équivalente pour calculer la quantité d'eau dans l'atmosphère. Cette hauteur équivalente de vapeur d'eau a été estimée dans un grand nombre d'endroits aux États-Unis et Canada par Rietan (1963) et Gueymard (1994). Ces deux auteurs s'accordent pour dire que la hauteur équivalente moyenne varie très peu d'un endroit à l'autre et une valeur de 2.2 [km] semble bien représenter nos climats. En supposant que la concentration de vapeur d'eau diminue exponentiellement avec l'altitude, on obtient à partir de (I.1.5):

$$\rho_w(z) \cong \rho_{w0} \exp(-z / 2.2) \quad (\text{I.5.10})$$

qui est comparée à la courbe de l'atmosphère USSA 1976 sur la figure ci-dessous:

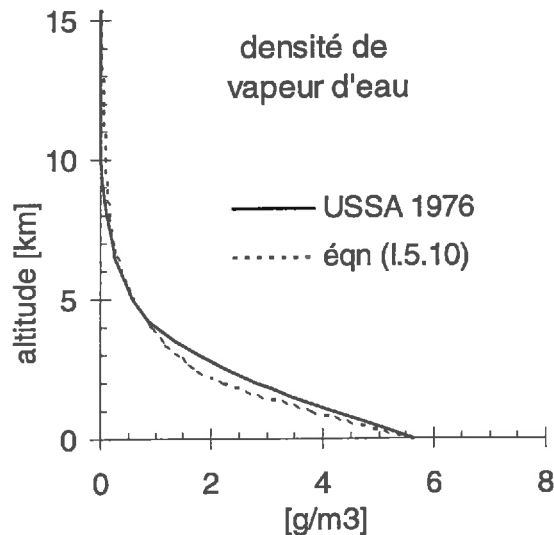


Figure I.5.2. Distribution de la vapeur d'eau avec l'altitude

En plus d'une équation du type (I.5.8) il existe beaucoup de formules empiriques pour estimer la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère. L'équation que j'ai largement utilisée dans mes recherches (Wright, 1989) est la suivante:

$$w = \exp(-0.0756 + 0.0693T_{\text{rosée}}) \quad (\text{I.5.11})$$

où T est en [$^{\circ}\text{C}$] et w en [cm]. Cette équation surestime de 4% l'eau précipitable calculée à partir de l'équation que je propose d'utiliser dorénavant:

$$w = \frac{0.477 \exp(26.09 - 5377 / T_{\text{rosée}})}{T_{\text{rosée}}} \quad (\text{I.5.13})$$

et qui est basée sur les éqns (I.5.3) et (I.5.8) avec $H_w = 2.2$ [km].

ii) La transmission de la vapeur d'eau dans certaines bandes suit une loi beaucoup plus proche de la loi en racine carrée que de l'atténuation exponentielle de Bouguer (§ I.3), il en résulte que l'épaisseur optique sera dépendante de la masse d'air. Pour un filtre solaire de bande passante de plusieurs [nm] de large autour de la bande de forte absorption de la vapeur d'eau (~940 [nm]), il faut en outre tenir compte des effets de superposition, Doppler et collisions. La méthode que j'ai utilisée est de trouver empiriquement une équation analytique tenant compte des différents effets mentionnés qui est propre à notre filtre en fonction de sa bande passante, à partir d'un code de la transmission spectrale du rayonnement direct, comme dans Bruegge et al., (1992). Le résultat que j'ai trouvé avec SMARTS2 pour un filtre d'une largeur de 10 [nm] et centré à 937 [nm] est le suivant:

$$m_R \delta_w(937) = 0.613(m_R w)^{0.59} \quad (\text{I.5.14})$$

où δ_w est l'épaisseur optique moyenne due à la vapeur d'eau sur la largeur du filtre pour une quantité d'eau précipitable de w [cm] et m_R est la masse d'air. A partir de l'équation ci-dessus et une mesure dans une bande proche ne contenant pas de vapeur d'eau (à 870 [nm]), j'ai pu calibrer les mesures de rayonnement direct dans la bande en question et déduire la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère. Les résultats obtenus avec les deux méthodes *i)* et *ii)* sont comparées dans le graphique ci-dessous.

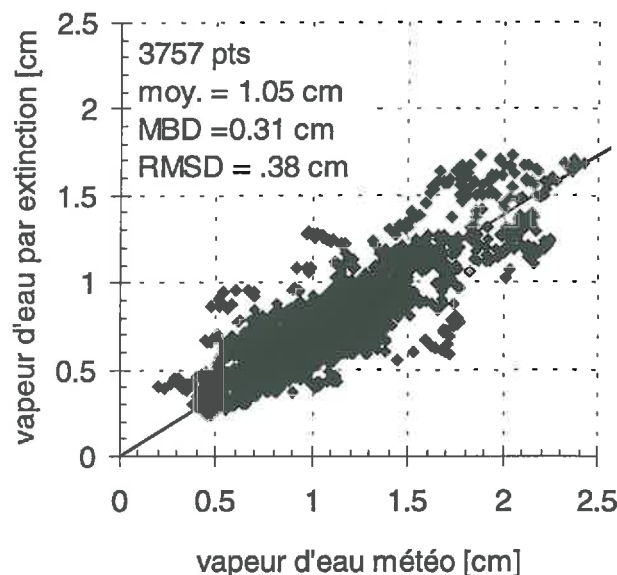


Figure I.5.3: Comparaison de deux méthodes pour calculer la teneur atmosphérique en vapeur d'eau.

Les deux méthodes illustrées sur la figure ci-dessus sont: *i)* calcul à partir de la mesure au sol de la température de rosée en utilisant la formule de Wright (I.5.11) et *ii)* calcul à partir de la mesure de l'extinction dans la bande 937 [nm] et l'éqn (I.5.14). La dispersion n'est pas surprenante

car la distribution de vapeur d'eau avec l'altitude (et donc H_w) peut subir de fortes variations même au cours d'une journée. Le biais de 30% est plus surprenant, si les mesures par extinction sont exactes, cela voudrait dire que la hauteur équivalente de vapeur d'eau dans l'atmosphère serait plus proche de 1.5 que 2.2 [km]. Malheureusement les estimations par extinction sont également l'objet de grosses incertitudes (voir publication (G.) au chapitre suivant) et il nous faudrait d'autres données pour confirmer ce résultat. Un argument en faveur des mesures prises par extinction est le fait que la vapeur d'eau estimée par cette méthode a donné des résultats plus cohérents (voir (G.)) qu'en utilisant les estimations à partir de données météo prises au niveau du sol.

I.6. Aérosols et Pinatubo

La majeure partie des résultats présentés ci-après concerne l'effet des aérosols sur la transmission (ou rétrodiffusion) de la lumière provenant du soleil lors de son passage dans l'atmosphère terrestre. L'objectif de cette section est, outre une description générale, d'introduire deux publications essentiellement expérimentales dans lesquelles sont illustrés quelques effets de l'éruption du Pinatubo. Quelques équations permettant de quantifier l'effet des aérosols sur le rayonnement solaire en fonction de la distribution de taille et de l'indice de réfraction des aérosols sont données au chapitre II et dans les différentes annexes.

“Aérosols” est le nom donné aux petites particules solides ou liquides en suspension dans l'air. Les nuages ou le brouillard formés de gouttes d'eau condensée ne sont généralement pas inclus dans ce terme (et c'est le cas ici) qui peut être utilisé au singulier pour représenter une dispersion de particules. Les aérosols sont en général de taille invisible à l'oeil nu même s'ils sont à l'origine de certains effets optiques importants tels que la réduction de la visibilité dans les régions industrialisées. Les principales sources naturelles d'aérosols sont (en ordre d'importance) les océans (libérations de micro-gouttelettes lorsque les vagues se brisent), l'érosion (surtout dans les zones désertiques), les volcans et les incendies. Les sources artificielles sont nombreuses, d'une part tous les phénomènes de combustion sont source d'aérosols, que ce soit dans l'industrie, le chauffage ou le transport et d'autre part l'érosion naturelle a largement augmenté (voire doublé: Tegen, 1996) suite à la désertification, déforestation et l'agriculture intensive sur des régions étendues.

La distribution des aérosols avec l'altitude est donnée ci-dessous pour un modèle rural typique et lors d'un accroissement dû à une éruption volcanique majeure (Shettle et Fenn, 1979):

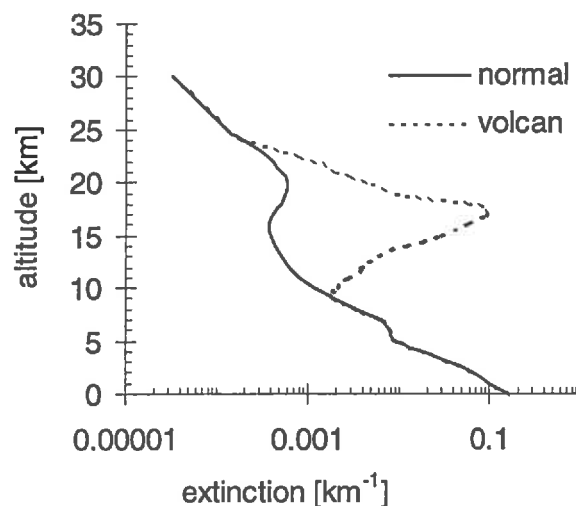


Figure I.6.1: Distribution verticale des aérosols

La proportion d'aérosols d'origine artificielle actuellement en suspension dépasse sûrement 10% (Jennings, 1993). Ces dernières années, l'alarme a été donnée par les climatologues surtout en raison de l'accroissement des aérosols transformés (par précipitation) à partir d'émissions gazeuses de soufre. En effet, ces aérosols sont d'efficaces diffuseurs de lumière et les émissions globales (de soufre sous forme de gaz) ont triplé depuis la révolution industrielle (Langner et al., 1992). L'effet climatique de l'accroissement de la teneur en aérosols n'est pas bien quantifié, car les aérosols peuvent aussi bien réfléchir la lumière visible que piéger le rayonnement infrarouge ou encore participer activement à la formation des nuages en tant que noyaux de condensation (voir par exemple Hobbs, 1993). L'effet global semble quand même être négatif, compensant partiellement le réchauffement dû à l'accroissements dans l'atmosphère des gaz à effet de serre (Taylor et Penner, 1994).

Les principales caractéristiques des aérosols qui sont importantes dans le contexte de la modélisation du rayonnement solaire sont les suivantes:

- l'énorme variété de taille qui couvre plusieurs ordres de grandeur, de quelques nanomètres (quelques molécules) à plusieurs dizaines de microns. Les tailles supérieures sont limitées par le phénomène de sédimentation. Il existe également un phénomène d'accumulation des petites particules qui fait que l'on observe souvent un maximum dans la distribution de taille autour de 0.1 [μm]. Ce maximum est appelé "mode d'accumulation" et c'est entre 0.1 et 1 [μm] que les particules ont le plus d'influence sur les propriétés optiques de l'atmosphère (voir § A.8.).
- la durée de vie des aérosols qui elle aussi est extrêmement variable de quelques secondes pour de grosses particules à plusieurs années pour des particules injectées dans la stratosphère. On parle généralement d'une durée de vie d'environ une semaine pour les particules de la troposphère dans le mode d'accumulation. Ceci implique que la distribution spatio-temporelle des aérosols est très hétérogène, concentrée autour des sources et dans les deux premiers kilomètres de la troposphère.
- la variété de composants constituant les aérosols. La partie réelle de l'indice de réfraction se situe souvent proche de 1.5 (dans le visible) mais la partie imaginaire peut varier considérablement suivant la composition des aérosols. Le charbon semble être l'élément dont la présence est à l'origine de la plus forte absorption. L'indice de réfraction des particules de suie se situe ainsi autour de 1.7 - 0.3i alors que pour un modèle d'aérosols continentaux en milieu rural l'indice se situe autour de 1.5 - 0.001i. Heureusement, l'indice de réfraction peut être supposé constant dans le domaine de longueurs d'onde du spectre solaire. Les valeurs données ici correspondent à ces longueurs d'onde et proviennent de Shettle et Fenn (1979).

Parmi ces effets, celui qui a le plus de conséquences sur la transmission du rayonnement solaire est sans aucun doute la taille des aérosols, car l'efficacité avec laquelle les aérosols diffusent la lumière et la répartition directionnelle de la lumière diffusée sont des fonctions qui varient très rapidement avec la taille des aérosols (§A.8.). La forme des aérosols peut elle aussi jouer un rôle important dans la diffusion de la lumière mais elle est généralement mal connue et la plupart des études suppose que les aérosols sont de forme sphérique. Deux exceptions intéressantes sont *i*) les cristaux de glace hexagonaux formant les cirrus d'altitude et pour lesquels il existe un maximum dans la fonction de phase (dépendant peu de l'orientation des cristaux par rapport à la lumière incidente) autour de 30° (voir Liou, 1980) qui crée un halo encerclant le soleil et *ii*) la forme en tétraèdre des cristaux d'acide sulfurique résultant des injections volcaniques dans la stratosphère qui crée également un halo autour de 30°, déjà observé par Bishop en 1884 après l'éruption du Krakatoa et qui donna son nom aux « Bishop's rings ». Le même phénomène a pu être observé suite à l'éruption du Pinatubo (Sassen et al., 1994).

La plus longue durée de vie des aérosols volcaniques injectés dans la stratosphère par rapport aux aérosols de la troposphère leur confère un intérêt certain pour l'étude de l'effet des aérosols sur la transmission du rayonnement solaire. L'éruption du Pinatubo en Juin 1991 aux Philippines est probablement celle qui a eu le plus d'influence sur la transmission du rayonnement solaire depuis le Krakatoa en 1883 (Stothers, 1996). Le nuage d'aérosols (en majorité des gouttelettes d'acide sulfurique) a fait le tour de la terre parallèlement à l'équateur en quelques semaines alors que son étalement vers les hautes latitudes a pris plusieurs mois, mais ne s'est sérieusement estompé qu'environ 2 ans après l'éruption (Rosen et al., 1994). L'augmentation de l'épaisseur optique des aérosols (typiquement d'un facteur 2 à nos latitudes) a engendrés des effets importants concernant la propagation du rayonnement solaire. Ceci a considérablement perturbé les mesures du rayonnement direct et diffus que nous effectuons à Genève et a fait l'objet d'une publication qui est reproduite dans l'annexe B:

B. Impact of Pinatubo aerosols on the seasonal trends of global, direct and diffuse irradiance in two northern mid-latitude sites, B. Molineaux et P. Ineichen, *Solar Energy*, **58**(1), 91-101, 1996

qui est donnée en annexe. Cette publication (B.) présente essentiellement des résultats expérimentaux de mesures des rayonnements direct et diffus à Genève et Albany dans l'état de New York. Le résultat principal de cette étude a été de montrer que la quantité de rayonnement direct a diminué de presque 30% alors que le diffus a augmenté de presque 50% durant l'année 1992 sous nos latitudes (ces valeurs ne sont pas des moyennes annuelles mais des ordres de grandeur observés par beau temps seulement). Un autre résultat intéressant que nous avons observé est le fait que le rayonnement global a été peu influencé en comparaison des composantes directe et diffuse. Toute réduction du rayonnement global a bien sûr des conséquences climatiques importantes et la diminution maximale de 6.5 ± 2.5 [Wm^{-2}] due au Pinatubo (Dutton et al., 1994) serait responsable d'une baisse de température d'équilibre d'environ 1.2 [$^{\circ}\text{C}$] d'après le calcul suivant: La puissance reçue ou émise par la surface terrestre est donnée par :

$$P_{\text{ray}} = \sigma T^4 \quad [\text{Wm}^{-2}] \quad (\text{I.6.1})$$

où σ est la constante de Stefan-Boltzmann = $5.67 \cdot 10^{-8}$ [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$] et T est la température de surface en [K]. On en déduit:

$$\frac{dT}{T} = 0.25 \frac{dP}{P} \quad (\text{I.6.2})$$

ce qui correspond à ± 1.2 [$^{\circ}\text{C}$] pour 6.5 [Wm^{-2}] si la température de surface est de 288 [K]. Ce résultat n'est pas incompatible avec la diminution de température moyenne (estimée d'après de multiples observations) sur l'année 1992 qui est de 0.5 [$^{\circ}\text{C}$] (Hansen et al., 1993).

Concernant la répartition du rayonnement solaire entre ses composantes diffuse et directe, il y a un autre résultat particulièrement intéressant qui est illustré dans (B.) et qui mériterait une étude poussée. C'est le fait que le rapport direct/global semble être mieux corrélé avec un paramètre représentant la taille des aérosols qu'avec la quantité d'aérosols. Ceci serait dû à la fonction de phase qui est fortement dépendante de la taille des aérosols. Ainsi la proportion de lumière diffusée vers l'avant (et donc la proportion de rayonnement diffus) augmente avec la taille des aérosols. Les aérosols volcanique ont un rayon moyen de diffusion (« effective radius », voir Hansen et Travis, 1974) de 0.6 [μm] alors que pour les aérosols de la troposphère cette valeur se situe plus proche de 0.1 [μm], voir aussi chapitre II.

En suivant les courants de la stratosphère, les aérosols du Pinatubo ont rapidement (quelques mois) enrobé la terre entière avec un effet s'amenuisant au fur et à mesure que les nuages d'aérosols remontaient aux hautes latitudes. D'autre part les courants stratosphériques de l'équateur vers les pôles a permis de repourvoir sporadiquement en aérosols les hautes latitudes à partir du "réservoir" se situant proche de l'équateur.

L'effet climatique potentiel des aérosols a motivé ces dernières années la mise en place de grands programmes de recherche afin d'essayer de mieux quantifier leurs effets sur les propriétés optiques de l'atmosphère. La méthode adaptée à une évaluation globale des aérosols est bien sûr la télédétection, soit les mesures optiques prises à distance, particulièrement à partir de satellites en orbite autour de la terre. Différentes méthodes de télédétection par satellite sont utilisées. Pour mesurer les aérosols de la stratosphère, le "Earth limb technique" permet une estimation précise en mesurant l'extinction du rayonnement solaire direct ayant traversant l'atmosphère en rasant tangentiellement la surface terrestre. Cette méthode n'est malheureusement pas utilisable pour les aérosols de la basse troposphère à cause des effets dus au relief terrestre.

Les images de la terre prises dans des bandes de longueur d'onde se situant dans le visible sont fortement influencées par la rétrodiffusion sur l'atmosphère et les aérosols en particulier. Les effets couplés entre absorption, diffusion moléculaire et particulaire et réflexion au sol et multiple font de l'extraction de données sur les aérosols à partir de simples images spectrales de la terre un problème extrêmement délicat. Au dessus des océans, le problème est grandement facilité par le fait que la surface sous-jacente est très sombre dans le visible (sauf dans la direction de réflexion spéculaire - « ocean glint »). Au dessus des continents, l'extraction de l'épaisseur optique des aérosols n'a jamais été réussie à grande échelle de manière satisfaisante car la contribution de la surface non seulement ne peut être négligée, mais a en plus des propriétés directionnelles très marquées (effets non-Lambertiens).

Le nuage d'aérosols persistant dans la stratosphère suite à l'éruption du Pinatubo était donc une occasion presque inespérée pour tenter de déduire l'épaisseur optique des aérosols à partir de données satellites prises couramment pour étudier la surface de la terre. Cette étude a fait l'objet d'une publication actuellement en cours d'impression, qui est présentée dans l'annexe C:

C. Retrieval of Pinatubo aerosol optical thickness and surface bidirectional reflectance from six years of AVHRR Global Vegetation Index Data over boreal forests, B. Molineaux, A. Royer and N.T. O'Neill, *J Geophys. Res.*, 103 (D2), 1998.

Le principal résultat de cette étude a été de montrer que l'accroissement de l'épaisseur optique des aérosols dans l'atmosphère suite à l'éruption du Pinatubo a pu être quantifiée au-dessus des continents à partir de données couramment utilisées pour l'étude de la surface terrestre, et qui sont disponibles depuis bientôt 20 ans. La précision des résultats est assez grossière, mais ceci est partiellement dû au fait que nous avons travaillé avec des données composites de faible résolution. Les comparaisons de nos résultats avec ceux obtenus par échantillonnage dans la stratosphère sont malgré tout extrêmement cohérents, voir (C.). L'application de la méthode développée sur des données de plus haute résolution devrait donner de meilleurs résultats. Un autre résultat intéressant de cette étude a été de présenter une méthode originale permettant de prendre en compte les effets non-Lambertiens de la réflectance au sol qui ne peuvent être négligés lors de la modélisation du rayonnement rétrodiffusé. Ceci est vrai malgré le fait que les régions boréales que nous avons étudiées sont relativement sombres dans le visible (réflectance au sol entre 5 et 10%).

Le modèle de transfert radiatif que j'ai utilisé dans (C.) a été développé pour être appliqué aux mesures prises par un capteur placé sur un satellite et récoltant la lumière provenant d'un certain angle solide et dans une bande spectrale donnée. Ce modèle doit donc tenir compte de l'effet de la lumière réfléchi au sol, du rayonnement rétrodiffusé sur l'atmosphère et des interactions entre

les deux. Le modèle en question (Tanré et al., 1986) utilise des approximations analytiques pour tenir compte des effets qui sont généralement gourmands en temps de calcul, tel que la diffusion multiple, et dont je parlerai au chapitre III.

Pour illustrer l'accroissement d'aérosols dans l'atmosphère suite à l'éruption du Pinatubo, la figure ci-dessous présente des résultats obtenus concernant l'estimation de l'épaisseur optique des aérosols avec deux méthodes décrites dans le chapitre suivant.

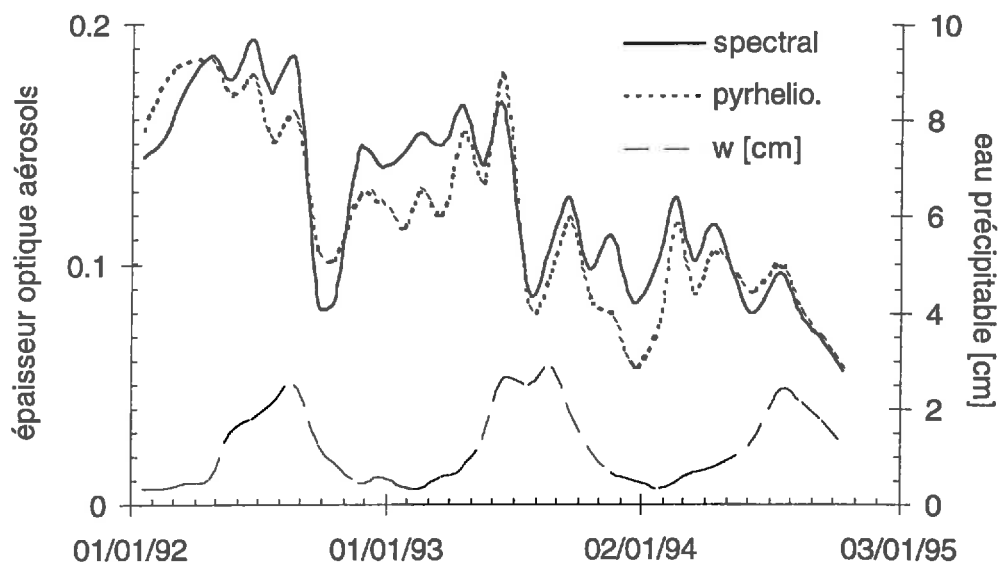


Figure I.6.2: Épaisseur optique des aérosols à $0.7 \mu\text{m}$ estimée à partir de mesures d'extinction monochromatique (spectral) et panchromatique (pyrhéliomètre). 1992 - 1994. Variations saisonnières de la teneur en vapeur d'eau (estimée à partir de données météo).

La figure ci-dessus, qui représente uniquement des données d'Albany, montre bien la décroissance de l'épaisseur optique (totale stratosphère + troposphère) observée après avoir atteint le maximum de l'effet Pinatubo en été 1992. Les valeurs sont des moyennes mensuelles et ce graphique permet d'introduire le sujet du chapitre suivant qui traite de la modélisation du rayonnement direct et des deux méthodes illustrées ici pour déterminer l'épaisseur optique des aérosols. Les résultats ci-dessus permettent de confirmer les bons résultats obtenus lors du développement du modèle permettant d'estimer l'épaisseur optique des aérosols à partir de mesures faites avec un pyrhéliomètre. On voit aussi la variation saisonnière de la teneur atmosphérique en vapeur d'eau, qui est beaucoup plus importante à Albany qu'à Genève (voir article (B.)).

On peut comparer la figure ci-dessus à la figure 10 de l'article (C.) qui illustre des résultats similaires avec en plus la période pré-Pinatubo. On peut voir que l'effet du Pinatubo n'avait pas encore tout à fait disparu en janvier 1995. Sur les deux figure, on voit que les différentes méthodes utilisées (pyrhéliomètre, extinction spectrale directe, globale et diffuse, satellite) donnent toutes des résultats similaires et en bon accord avec des mesures effectuées par Rosen et al, (1993) par échantillonnage à partir d'un ballon-sonde envoyé à plusieurs reprises dans la stratosphère.

Liste des symboles utilisés dans le chapitre 1

(Les unités sont celles utilisées par défaut. Certains symboles n'apparaissant qu'une fois ne sont pas reproduits ici)

§ I.1.

$P(z), P_0$	pressions atmosphériques à une altitude z et au niveau de la mer [Pa]
T	température ambiante [K]
$\rho(z), \rho_0$	masse volumique à une altitude z et au niveau de la mer [kgm^{-3}]
g	accélération de la pesanteur au niveau de la mer
M	masse molaire [kgmole^{-1}]
R	constante des gaz parfaits = 8.314 [$\text{Jmole}^{-1}\text{K}^{-1}$]
z	altitude en [km]
H, H_w, H_a	hauteur équivalente [km] des différents composants <u>w</u> ater, <u>a</u> érosols etc.
$\gamma_a(z), \gamma_{a0}$	coefficient d'extinction volumique des aérosols [km^{-1}] à une altitude z et au niveau de la mer [Pa]
δ_a	épaisseur optique des aérosols selon l'axe vertical [-]

§ I.2.

m, m_R	masse d'air ou masse optique de Rayleigh [-]
s, z	distances dans une direction oblique ou verticale [km]
θ, θ_z	angle zénithal entre la verticale (zénith) et une direction donnée [rad]
n, n'	indices de réfraction de l'air à deux altitudes dans l'éqn (I.2.6) [-]
$hs_{\text{réf}}, hs$	hauteur du soleil [°] réfractée ou non

§ I.3.

\vec{E}, \vec{E}_0	champs électrique atténué et incident [Vm^{-1}]
ω	pulsation d'une onde [rads^{-1}]
n, n'	indices de réfraction, partie réelle et complexe [-]
c	vitesse de la lumière
I, I_0	intensité ou flux du rayonnement électromagnétique [Wm^{-2}] atténué et incident
z	altitude en [m]
σ_i, r_i et ΔN_i	section efficace, rayon et concentration volumique de la i 'ème particule
dN/dr	nombre de particules par unité volume et de rayon
Q_{ext}	efficacité d'extinction de Mie = $\sigma/\pi r^2$, c.f. § A.8., dépend du rapport rayon particule / longueur d'onde et de l'indice réfraction
m	$m = 1/\cos\theta$ où θ est l'angle zénithal, c.f. p7
γ	coefficient d'extinction [m^{-1}]
ω_0	albedo de diffusion simple, rapport entre la section efficace de diffusion et la section efficace totale

§ I.4.

L_0, L_{obj}	radiance [$\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$] de l'horizon ou du milieu entre l'observateur et un objet
σ	constante = $\gamma_0 L_0$
γ, γ_0	coefficient d'extinction [m^{-1}] en altitude et au niveau du sol
x	distance horizontale [m]
C	contraste, c.f. (I.4.3)

Vis	visibilité [km] telle qu'elle est définie par (I.4.4.)
γ_{RO}, γ_{a0}	coefficient d'extinction au niveau du sol [m^{-1}] des molécules <u>R</u> et <u>a</u> érosols
δ_a	épaisseur optique des aérosols dans le sens vertical
H_a	hauteur équivalente des aérosols, c.f. § I.1.
λ	longueur d'onde [μm]

§ I.5.

p_w	pression de vapeur d'eau [Pa]
p_{ws}	pression de vapeur d'eau saturante [Pa]
$T, T_{rosée}$	température ambiante et de rosée [K]
HR	humidité relative [%]
M, ρ_w, V	masse molaire, densité et volume de la vapeur d'eau, voir aussi § I.1.
$w, w_{col.}, w_{liq.}$	quantité de vapeur d'eau contenue dans une colonne verticale de section unité, [cm], [gcm^{-2}], [cm], voir éqns (I.5.6-I.5.8)
H_w	hauteur équivalente [km] de la vapeur d'eau
m_R	masse d'air
δ_w	épaisseur optique de la vapeur d'eau

Chapitre II. Modélisation du rayonnement solaire direct

Ce chapitre présente les équations générales permettant de quantifier l'effet de l'atmosphère terrestre sur le rayonnement solaire direct (monochromatique ou panchromatique). Quatre publications présentant des résultats originaux sur ce sujet sont présentées à la fin du chapitre (§ II.5). Ces publications sont référencées ici simplement par les lettres entre parenthèses (D.) à (G.) et reproduites dans les annexes correspondantes. Quelques détails qui n'ont pas été publiés et qui permettent de faire le lien entre les différentes recherches effectuées, toujours dans la perspective de la modélisation du rayonnement solaire et en tenant compte de la théorie fondamentale présentée dans l'annexe A. D'un autre côté, tous les détails de calcul et de procédure donnés dans les publications en annexe ne sont pas reproduits ici.

II.1. Equation monochromatique et illustration du rayonnement solaire direct

L'équation de base du transfert radiatif du rayonnement direct est l'équation de Bouguer (§ I.3.), valable pour le rayonnement monochromatique et pouvant tenir compte des différents atténuateurs présents dans l'atmosphère:

$$I_{\lambda} = I_{0\lambda} \exp \left[-m_R \delta_{R\lambda} - \sum_{i=1}^n m_i \delta_{i\lambda} - m_w \delta_{w\lambda} - m_a \delta_{a\lambda} \right] \quad [\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}] \quad (\text{II.1.1})$$

où les m sont les masses optiques et les δ sont les épaisseurs optiques. Les indices R , w et a représentent les effets de Rayleigh, vapeur d'eau et aérosols. La somme $\sum_{i=1}^n m_i \delta_{i\lambda}$ représente l'effet de l'atténuation par les différents gaz (sauf vapeur d'eau) présents dans l'atmosphère, avec chacun une distribution verticale différente (p. ex. ozone plus concentrée dans la stratosphère). Dans la pratique, il faut aussi tenir compte du fait que la loi de Bouguer n'est pas strictement valable car la largeur des filtres est beaucoup plus grande que la largeur des bandes d'absorption et $\delta_{i\lambda}$ ne sera pas complètement indépendant de la masse d'air (§ I.5.).

Par ciel clair, les deux effets variables sont ceux de la vapeur d'eau et des aérosols et on peut réécrire l'éqn ci-dessus:

$$I_{\lambda} = I_{0\lambda} \exp \left[-m_R \delta_{CDA\lambda} - m_w \delta_{w\lambda} - m_a \delta_{a\lambda} \right] \quad [\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}] \quad (\text{II.1.2})$$

où δ_{CDA} représente l'épaisseur optique d'un ciel sans eau ni aérosols (Clean Dry Atmosphere) et on considère que la masse optique représentative est celle de Rayleigh.

Vu de la terre, le disque solaire couvre un angle égal à environ deux fois le rayon du soleil divisé par la distance terre-soleil:

$$\theta_s \cong \frac{2R_s}{D_{T-s}} = \frac{2 \cdot 6.96 \cdot 10^8 \text{ [m]}}{1.49 \cdot 10^{11} \text{ [m]}} = 0.54^\circ \quad (\text{II.1.3})$$

Cette formule se base sur le fait que l'angle est suffisamment petit pour que l'arc soutenu par l'angle soit assimilé à une droite. Ceci correspond à un angle solide d'environ

$\Omega_s = 2\pi(1 - \cos\frac{\theta}{2}) = 6.8 \cdot 10^{-5}$ [sr]. Le rayonnement solaire direct est le rayonnement provenant de ce petit angle solide centré sur le soleil et mesuré perpendiculairement aux rayons de soleil. Hors atmosphère, le rayonnement direct correspond à la quantité totale d'énergie reçue par unité de temps et de surface [Wm^{-2}] sur une surface perpendiculaire aux rayons de soleil. Pour mesurer le rayonnement solaire incident sur la surface de la terre on utilise un pyréliomètre, composé d'un senseur sensible au rayonnement incident et placé dans un dispositif optique (en général au fond d'un cylindre) de manière à cacher toute autre source de rayonnement que celui provenant du soleil. Comme il est difficile de viser exactement le soleil, les pyréliomètres sont généralement conçus avec un angle d'ouverture bien supérieur aux 0.5° du disque solaire*.

La hauteur du soleil influence beaucoup la distribution spectrale et l'intensité du rayonnement solaire, surtout à cause de la diffusion de Rayleigh qui est approximativement proportionnelle à $1/\lambda^4$, c.f. § A.5.

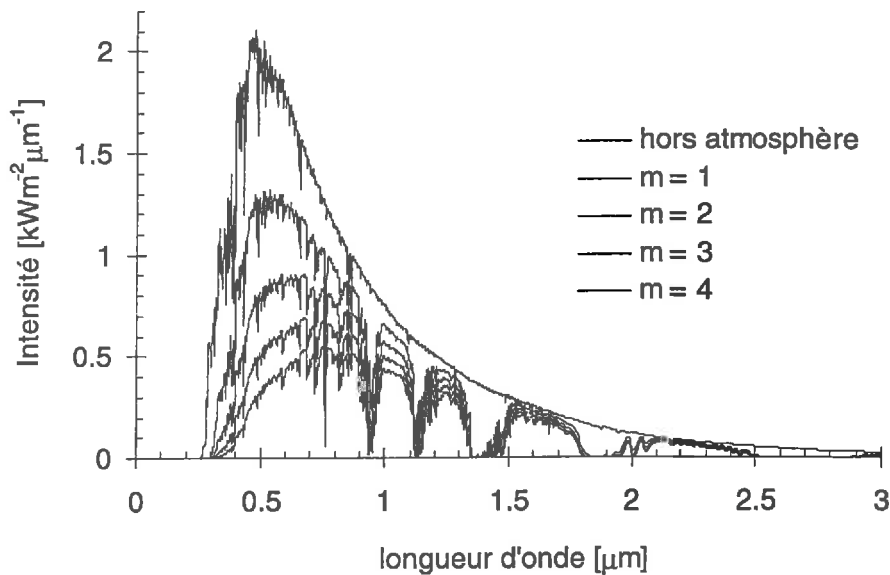


Figure II.1.1 : Effet de la masse d'air sur la transmission du rayonnement direct. Hauteur d'eau précipitable, $w = 1.4$ [cm], aérosols ruraux, $\delta_a(0.7\mu\text{m}) = 0.2$.

Dans la figure ci-dessus et les suivantes, les simulations sont obtenues avec SMARTS2, atmosphère USSA 1976, quantité d'ozone = 0.343 [atm-cm], les modèles d'aérosols sont ceux de Shettle & Fenn, (1979).

En l'absence de nuages, les aérosols et la vapeur d'eau sont les composants de l'atmosphère dont les variations de concentration sont à l'origine des plus grandes variations de la transmission atmosphérique du rayonnement solaire direct (F_0). L'effet des aérosols est illustré ci-dessous pour deux modèles d'aérosols:

* l'angle standard est de 5.7° impliquant qu'une partie du diffus est capturée dans la mesure du rayonnement direct.

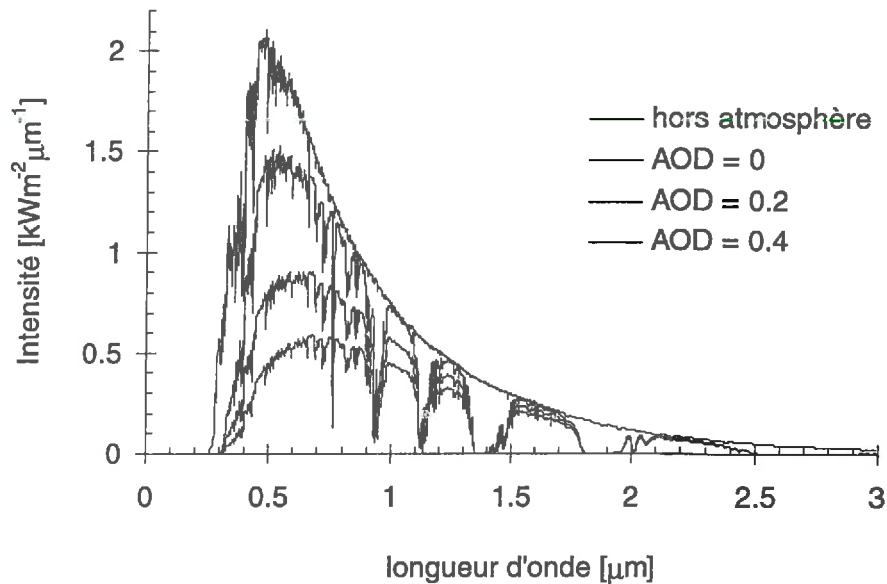


Figure II.1.3 : Effet de l'épaisseur optique des aérosols (δ_a) à $0.7 \text{ [}\mu\text{m]}$
 $w = 1.4 \text{ [cm]}$, aérosols urbains, masse d'air = 2.

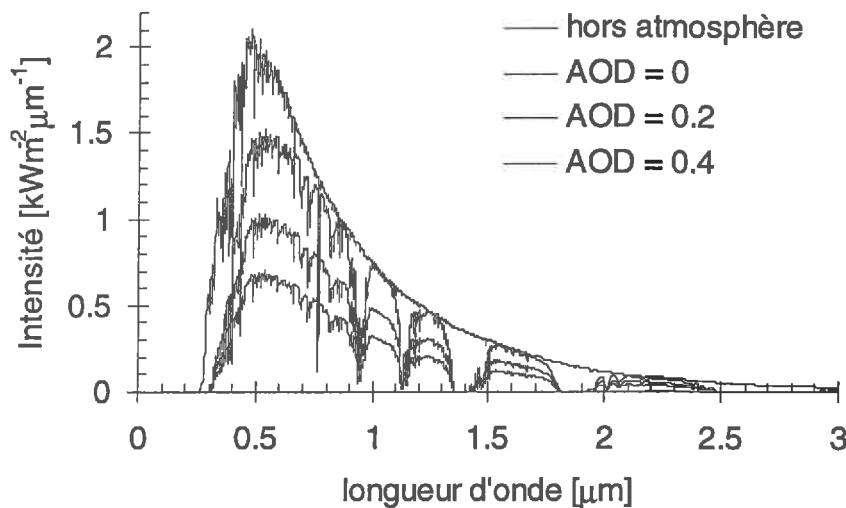


Figure II.1.4 : Effet de l'épaisseur optique des aérosols (δ_a) à $0.7 \text{ [}\mu\text{m]}$. $w = 1.4 \text{ [cm]}$,
aérosols océaniques, masse d'air = 2.

Le modèle d'aérosols urbains illustré donne des résultats quasiment identiques au modèle d'aérosols ruraux, la différence principale entre ces deux modèles concerne la partie complexe de l'indice de réfraction, qui est plus grand pour les aérosols urbains à cause de la présence de suie qui absorbe fortement la lumière visible. Les aérosols océaniques sont beaucoup plus grands ($\bar{r} \cong 0.6 \text{ [}\mu\text{m]}$) que les modèles ruraux ou urbains ($\bar{r} \cong 0.1 \text{ [}\mu\text{m]}$) et en ce sens ressemblent beaucoup aux aérosols volcaniques. On voit en comparant les deux graphiques ci-dessus que les aérosols correspondant aux modèles urbain ou rural ont tendance à influencer surtout les courtes longueurs d'onde alors que les aérosols océaniques ou volcaniques ont un effet qui s'étend sur tout le spectre (voir la discussion au sujet de l'extinction de Mie § A.8). A Genève, les variations de l'épaisseur optique des aérosols à $0.7 \text{ [}\mu\text{m]}$ sont typiquement 0.1 à 0.3 selon les conditions. Ces variations sont

donc responsables d'importantes variations dans la distribution spectrale et l'intensité du rayonnement solaire direct.

L'effet de la vapeur est donné sur le graphique ci-dessous:

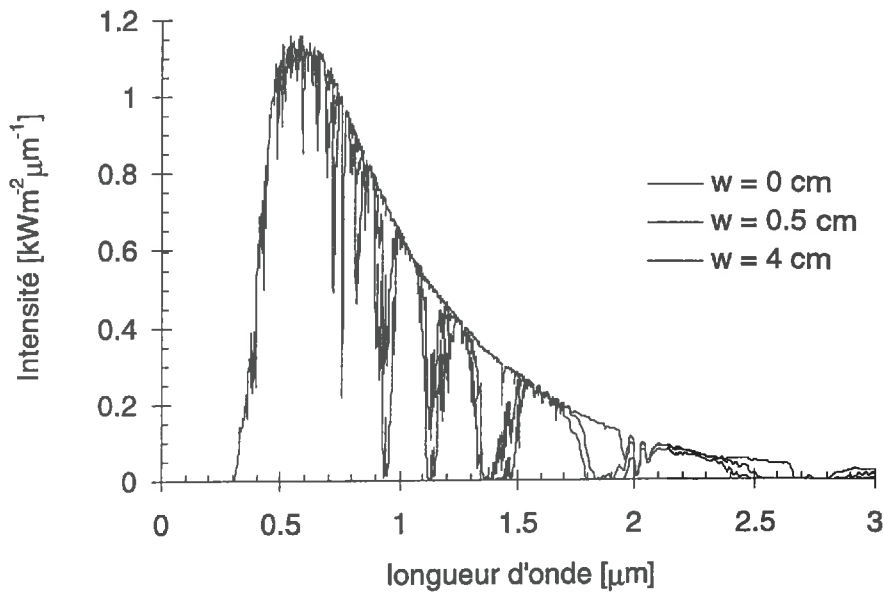


Figure II.1.2 : Effet de la vapeur d'eau sur la transmission du rayonnement direct.
Aérosols ruraux, $\delta_a(0.7\mu\text{m}) = 0.2$, masse d'air = 2.

On voit que les variations de la teneur atmosphérique en vapeur d'eau n'influence pas autant la répartition spectrale et l'intensité cumulée du rayonnement solaire direct incident. En effet, les variations typiques à Genève (de 0.5 et 2.5 [cm]) n'auront que peu d'influence car c'est surtout entre 0 et 0.5 [cm] d'eau que les variations auront des conséquences importantes sur la transmission du rayonnement solaire. Des teneurs en vapeur d'eau inférieures à 0.5 [cm] sont exceptionnelles et ne se rencontrent que à ma connaissance que dans des climats très froids (voir aussi Gueymard, 1994).

II.2. Équations de Linke et d'Unsworth-Monteith

Pour calculer le rayonnement solaire direct en $[\text{Wm}^{-2}]$, il faut intégrer l'équation (II.1.1) sur toutes les longueurs d'onde: $I = \int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda$. Linke (1922) proposa la relation suivante:

$$I = I_0 \exp[-m_R \Delta_{CDA} T_L] \quad [\text{Wm}^{-2}] \quad (\text{II.2.1})$$

où Δ_{CDA} est l'épaisseur optique d'une atmosphère sans eau ni aérosols, "intégrée ou pondérée" sur le spectre solaire (voir §II.4) et T_L est le coefficient de trouble de Linke. Les mots "intégrée ou pondérée" ont été placés entre guillemets car il existe différentes manières de calculer Δ_{CDA} (voir F.). D'autre part, les connaissances concernant l'effet des différents gaz présents dans l'atmosphère et la composition de l'atmosphère évolue avec le temps (principalement dû aux émissions anthropogènes). Cette évolution fait qu'il n'y a pas une mais plusieurs manières de calculer Δ_{CDA} (voir la discussion dans (D.) et ci-dessous).

Le coefficient de Linke représente donc le nombre de CDA nécessaires pour reproduire l'atténuation observée. Il intègre tous les effets qui ne sont pas pris en compte dans le terme Δ_{CDA} dont ceux de la vapeur d'eau et des aérosols. Ce coefficient est encore souvent utilisé pour mesurer le trouble de l'atmosphère (à partir de la mesure du rayonnement direct, I , et de l'estimation du terme $m_R \delta_{CDA}$) et il est parfois utilisé comme définition même du trouble. Il est par contre difficile à exprimer analytiquement en fonction des paramètres de base tels que quantité d'eau et épaisseur optique des aérosols, car les effets de la vapeur d'eau et des aérosols sont très dépendants de la longueur d'onde et des caractéristiques des aérosols.

Unsworth et Monteith (1972) proposèrent de réécrire la transmission du rayonnement direct sous la forme:

$$I = I(a = 0) \cdot \exp(-m_R \Delta_a) \quad [\text{Wm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}] \quad (\text{II.2.2})$$

où $I(a = 0)$ représente le rayonnement incident théorique qui serait observé si l'atmosphère ne contenait aucune particule sous forme liquide ou gazeuse et l'éqn ci-dessus définit le coefficient de trouble d'Unsworth Monteith (Δ_a) qui a l'avantage d'être moins dépendant que T_L de la vapeur d'eau et de la masse d'air, voir (F.). Le fait de prendre la masse d'air m_R plutôt que la masse optique des aérosols permet de simplifier les calculs sans entraîner de perte sensible de précision, car il suffit d'adapter Δ_a (voir § II.4.).

Ces deux équations (II.2.1) et (II.2.2.) ont chacune deux applications: soit le calcul du rayonnement direct à partir de différents paramètres à estimer, soit l'estimation du trouble à partir de la mesure du rayonnement direct et des paramètres δ_{CDA} ou $I(a = 0)$. Tout le problème consiste à calculer l'influence de la masse d'air, de la vapeur d'eau et des aérosols sur les termes Δ_{CDA} , T_L ou $I(a = 0)$, Δ_a . C'est le problème adressé au § II.4.

II.3. Efficacité lumineuse

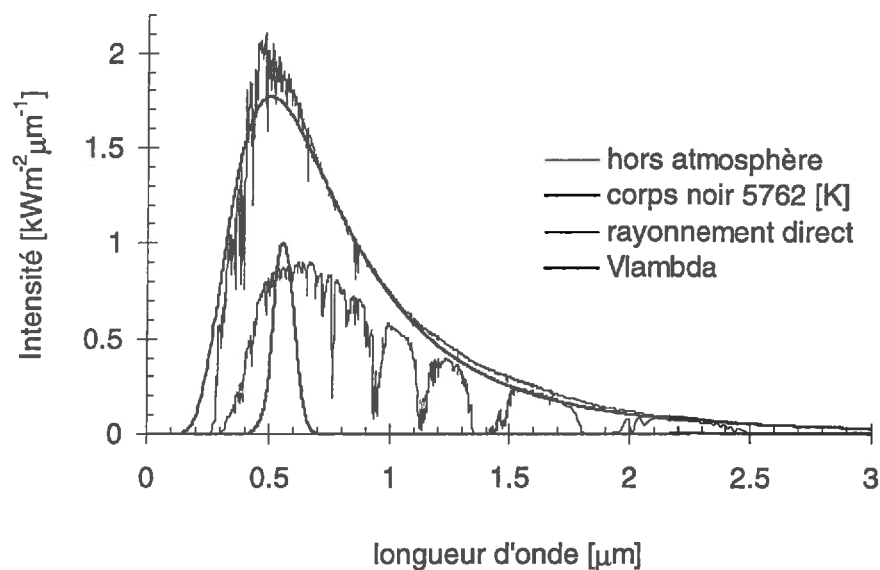


Figure II.3.1. Distribution spectrale du rayonnement solaire direct. Masse d'air = 2, $w = 1.4$ cm d'eau précipitable, épaisseur optique des aérosols (modèle rural) à $0.7 [\mu\text{m}] = 0.1$. Courbe V_λ de l'efficacité lumineuse normalisée à 1.

L'efficacité lumineuse se définit comme la proportion de lumière visible (en lumens/W) contenue dans le rayonnement solaire. La quantité de lumière visible est estimée d'après une fonction filtre reproduisant la sensibilité moyenne d'un oeil humain. Cette fonction, que l'on appelle simplement " V_λ ", est reproduite sur la figure ci-dessus avec le spectre solaire hors atmosphère.

La courbe du rayonnement solaire extraterrestre est proche de la loi du rayonnement d'un corps noir de Planck pour une température de 5762 [K], donnée ici par l'approximation suivante* :

$$I_\lambda = \frac{8.0976}{\lambda^5 (e^{2.497/\lambda} - 1)} \quad (\text{II.3.1.})$$

On voit que le rayonnement d'un corps noir à presque 6000 [°C] émet de l'énergie avec une intensité maximale proche du maximum de sensibilité de l'œil humain. Une ampoule à incandescence émet de l'énergie dont le maximum se situe loin dans l'infrarouge et son efficacité lumineuse est très mauvaise. C'est pour cela que ces ampoules se font peu à peu remplacer par des ampoules qui contiennent des gaz émettant à de plus courtes longueurs d'onde, dont l'efficacité lumineuse est typiquement 5 fois meilleure.

La courbe de l'efficacité lumineuse, normalisée à 1 ci-dessus, a une valeur maximale de 680 [lm/W] à 555 [nm] et c'est une fonction assez étroite par rapport à l'étendue du spectre solaire. La courbe de sensibilité de l'œil humain, qui varie bien sûr d'un individu à l'autre, varie également pour un même individu et la courbe ci-dessus se décale vers les grandes longueurs d'onde lorsque l'intensité diminue (CIE, 1983). Dans la pratique on utilise la courbe ci-dessus qui est une moyenne sur beaucoup d'individus et permet de définir l'efficacité lumineuse du rayonnement:

$$EL = \frac{\int_0^\infty I_\lambda V_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty I_\lambda d\lambda} \quad (\text{II.3.2})$$

Les mesures d'efficacité lumineuse donnent donc une information sur la proportion d'énergie qui est contenue dans la bande spectrale ~500-600 [nm]. Il est clair d'après les figures ci-dessus que l'efficacité lumineuse du rayonnement direct va diminuer avec la quantité d'aérosols présents dans l'atmosphère et augmenter avec la quantité de vapeur d'eau. L'effet de l'eau sera beaucoup plus faible que celui des aérosols et nous n'avons pas pu le mettre en évidence expérimentalement à Genève. Ceci peut être dû en partie au fait que nous avons utilisé des données météo (température, humidité) pour estimer la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère (voir articles **D.** et **E.**).

Pour illustrer des variations d'efficacité lumineuse par beau temps, j'ai sélectionné deux jours dont un était très clair et l'autre très turbide. On voit très bien sur la figure ci-dessous que par un temps dégagé (le fait que les courbes du rayonnement direct soient régulières témoigne de l'absence de nuages), il peut y avoir de grosses variations dans la proportion des rayonnements direct et diffus et dans l'efficacité lumineuse du direct. L'intensité du global ne semble pas influencée, comme nous avons trouvé dans (**B.**) après l'éruption du Pinatubo. L'efficacité lumineuse du diffus semble peu affectée ici et l'effet des aérosols sur la distribution spectrale du rayonnement diffus est beaucoup moins évidente que sur le direct (§ III.1).

* équation fournie par Norm O'Neill, 1997, Université de Sherbrooke

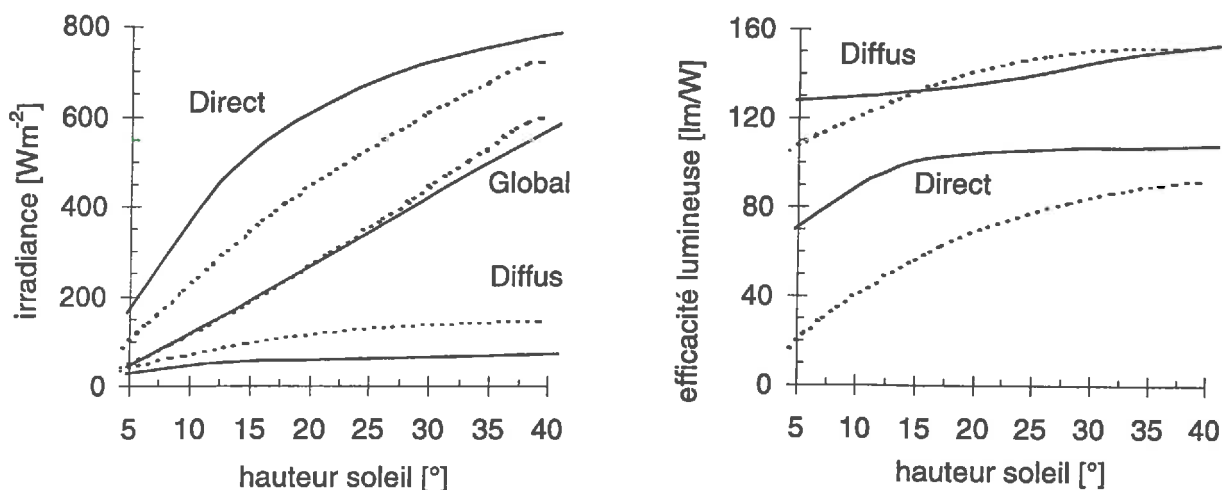


Figure II.3.2 : Intensité des rayonnements et efficacité lumineuse directe et diffuse pour un jour clair (29 Juillet 1993, trait plein) et un jour turbide (11 Mars 1993, pointillé).

Comme nous n'avons pas accès à des mesures spécifiques d'aérosols pour mettre en évidence ces effets, nous avons utilisé les mesures de visibilité de l'aéroport de Cointrin. En prenant comme point de départ les modèles existants d'efficacité lumineuse (qui ne tenaient pas compte de l'effet des aérosols) nous avons pu mettre en évidence de manière spectaculaire le fait que les modèles surestiment l'efficacité lumineuse du rayonnement direct lorsque la visibilité de l'aéroport est faible. En se basant sur l'équation de Linke (II.2.1), un nouveau modèle d'efficacité lumineuse du direct a été mis au point. Ces résultats ont fait l'objet d'une publication (D.). Un des résultats les plus significatifs de cette recherche a été la mise en évidence du fait que les mesures à l'oeil nu de visibilité horizontale à l'aéroport pouvaient apporter des informations quantitatives sur la teneur totale en aérosols de l'atmosphère.

Le nouveau modèle a ensuite été validé avec des données indépendantes provenant de Freiburg en Allemagne sur lesquelles nous avons pu montrer que l'efficacité lumineuse du rayonnement diffus se comportait de manière contraire de l'efficacité lumineuse du direct. Ainsi la proportion d'énergie dans les courtes longueurs d'onde du rayonnement diffus augmente avec la quantité d'aérosols. Ces résultats s'accordent avec le fait que l'efficacité lumineuse du rayonnement global ne varie pratiquement pas, ni avec le taux d'aérosols, ni avec la hauteur du soleil et ont fait l'objet d'une petite publication dans les actes d'une conférence en 1994 (E.). Je n'ai pas étudié de modèle physique de l'efficacité lumineuse du rayonnement diffus, qui est un problème beaucoup plus difficile que pour le rayonnement direct, voir chapitre III.

II.4 Modèle panchromatique du rayonnement direct

La transmission monochromatique du rayonnement solaire direct à travers notre atmosphère terrestre peut s'exprimer analytiquement à partir de l'équation de Bouguer, éqn (II.1.1). Des méthodes simples pour exprimer la transmission large-bande ou panchromatique (intégrée sur tout le spectre) sont données dans Iqbal (1983) et ailleurs. Dans la publication (F.), nous avons montré que les méthodes existantes n'étaient pas compatibles avec la théorie monochromatique et une nouvelle formulation des fonctions de transmission ou "transmittances" large-bande a été proposée. Pour obtenir un modèle applicable à partir des équations analytiques, il fallait aussi trouver comment modéliser l'épaisseur optique intégrée ou panchromatique des aérosols. Ceci est l'objet de

l'article (G.) dont l'application principale est la possibilité de calculer l'épaisseur optique monochromatique des aérosols à une longueur d'onde proche de 0.7 [μm] à partir des mesures du rayonnement solaire direct panchromatique. Je propose ici de montrer comment les équations de (F.) et (G.) peuvent être utilisées pour modéliser le rayonnement solaire direct panchromatique à partir de quelques paramètres de base (masse d'air, vapeur d'eau et épaisseur optique des aérosols à 0.7 [μm]).

L'éqn de transmission du rayonnement large-bande (II.2.2) peut s'écrire sous la forme:

$$I = I_0 T_{\text{CDA}} T_w T_a = I_0 \exp(-m_R \Delta_{\text{CDA}} + m_w \Delta_w + m_a \Delta_a) \quad (\text{II.4.1})$$

où I et I_0 sont les rayonnements direct au sol et hors atmosphère, T_{CDA} , T_w , T_a et Δ_{CDA} , Δ_w , Δ_a , sont les fonctions de transmission et épaisseurs optiques large bande ($T < 1$) des effets CDA (atmosphère propre et sèche, c'est à dire sans aérosols ni vapeur d'eau), vapeur d'eau et aérosols. Pour que cette relation soit compatible avec la théorie monochromatique, on peut écrire:

$$T_{\text{CDA}} = \exp(-m_R \Delta_{\text{CDA}}) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} d\lambda} \quad (\text{II.4.2a})$$

$$T_w = \exp(-m_0 \Delta_w) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} d\lambda} \quad (\text{II.4.2b})$$

$$T_a = \exp(-m_0 \Delta_a) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} \tau_{a\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} d\lambda} \quad (\text{II.4.2c})$$

où m_0 est la masse d'air équivalente au niveau de la mer et:

$$m_R = \frac{P}{P_0} m_0 \quad (\text{II.4.3})$$

où P , P_0 sont les pressions de l'air au sol et au niveau de la mer, voir éqn (I.1.6). Les fonctions de transmission monochromatiques: $\tau_{o\lambda}$, $\tau_{R\lambda}$, $\tau_{g\lambda}$, $\tau_{w\lambda}$ et $\tau_{a\lambda}$ correspondent respectivement aux effets d'ozone, Rayleigh, gaz autres que ozone et vapeur d'eau, vapeur d'eau et aérosols. La masse d'air à pression standard, m_0 , a été choisie pour calculer T_w et T_a car les aérosols et la vapeur d'eau sont confinés dans les basses couches de l'atmosphère et m_0 est une meilleure approximation que m_R pour représenter m_a et m_w dans l'éqn (II.4.1).

La formulation (II.4.2), qui sont des équations que je n'ai trouvé nulle par ailleurs (sauf dans (F.), (G.) et Gueymard, 1996, avec qui j'ai activement collaboré), donne une base à partir de laquelle on peut rechercher des expressions analytiques pour les épaisseurs optiques large-bande. Aussi simples qu'elles puissent paraître les éqns (II.4.2) répondent à un problème qui a longtemps été soulevé mais non résolu afin de trouver une formulation des "transmittances" panchromatiques qui soit en accord parfait avec la théorie monochromatique (voir par exemple les textes de référence

Paltridge and Platt (1976), Bird et Hulstrom (1981) où Iqbal (1983)). A partir de simulations faites avec les programmes MODTRAN et SMARTS2 (voir bibliographie) j'ai cherché des relations analytiques simples reproduisant correctement les sommes numériques des résultats obtenus à différentes longueurs d'onde. La précision obtenue est généralement meilleure que 1 % sur le domaine illustré. L'épaisseur optique panchromatique d'un ciel sans aérosols ni eau est ainsi donnée par:

$$\Delta_{\text{CDA}} = -0.101 + 0.235m_R^{-0.16} + (0.0025 - 0.0001m_0) \Delta O_3 \quad (\text{II.4.4})$$

où les deux premiers termes correspondent à une couche d'ozone de 0.343 [cm-atm] et les autres termes sont une correction pour le cas où la quantité d'ozone est différente: $\Delta O_3 = O_3 - 0.343$ [atm-cm] et O_3 est la vraie concentration. L'éqn (II.4.4) est illustrée sur la figure ci-dessous pour une variation $\Delta O_3 = 0.1$ atm-cm, ce qui est plus que les variations saisonnières observées à nos latitudes.

L'effet de l'altitude sur Δ_{CDA} est très bien pris en compte par l'éqn (II.4.3). Les valeurs obtenues avec (II.4.4) sont légèrement plus élevées que celles obtenues avec de précédentes formulations de Δ_{CDA} , principalement parce que, à chaque nouvelle formulation, il y a de nouveaux effets atténuateurs à prendre en compte, voir aussi la discussion dans (D.).

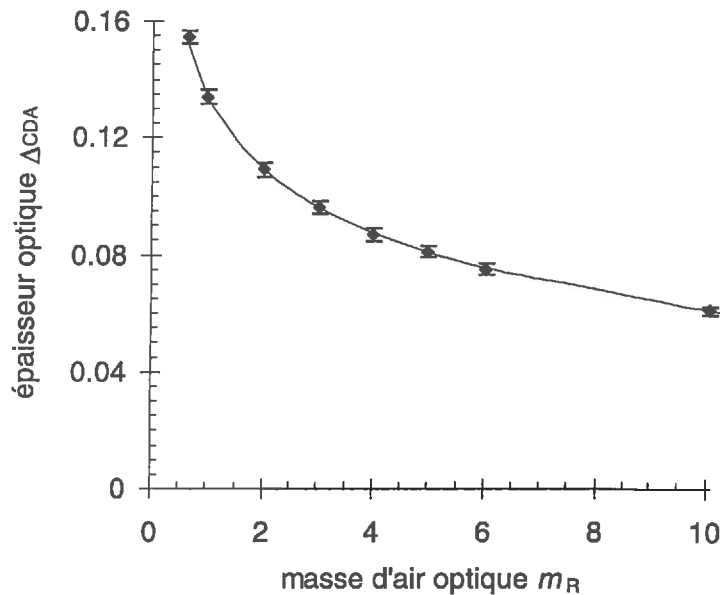


Figure II.4.1: Épaisseur optique panchromatique d'une atmosphère sans eau ni aérosols. Le trait plein représente l'éqn (II.4.4) et les points sont les simulations obtenues avec MODTRAN. L'incertitude est due à une variation d'ozone: $O_3 = 0.343 \pm 0.1$ [cm-atm]

La fonction de transmission panchromatique de la vapeur d'eau a également fait l'objet de nombreuses simulations avec MODTRAN sur le domaine $0 < z < 4$ [km] et $0 < w < 5$ [cm], à partir desquelles j'ai trouvé la relation suivante:

$$\Delta_w = (0.112 - 0.0047z)(m_0^{-0.554} w^{0.342}) \quad (\text{II.4.5})$$

où z est l'altitude du lieu en [km] et w est la quantité d'eau précipitable dans une colonne verticale en [cm].

La raison pour laquelle Δ_w diminue avec l'altitude est le fait que l'atténuation de Rayleigh (confinée dans les courtes longueurs d'onde) est moindre. Le spectre contient ainsi proportionnellement moins d'énergie dans l'infrarouge affecté par l'absorption de la vapeur d'eau. Cette relation (II.4.5) est illustrée sur la figure ci-dessous pour différentes conditions.

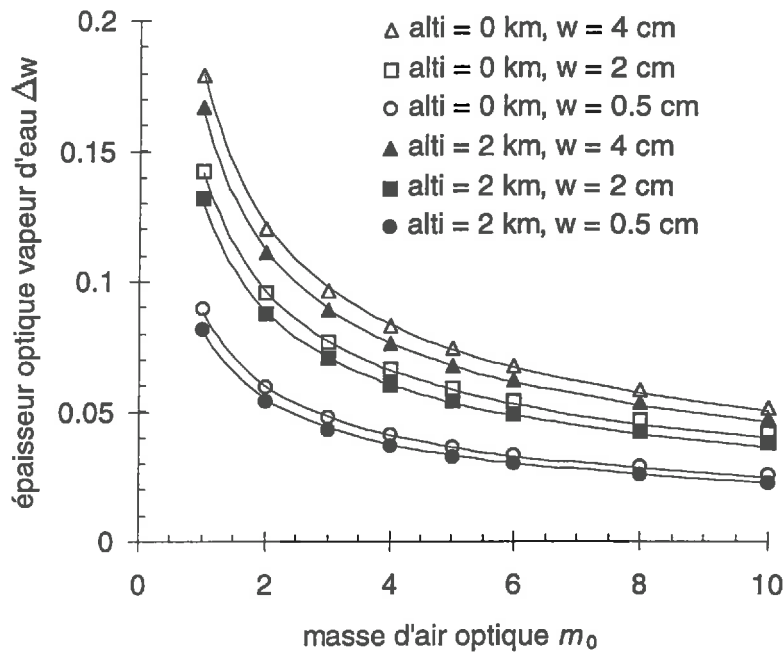


Figure II.4.2: Épaisseur optique de la vapeur d'eau intégrée sur tout le spectre selon l'éqn (II.4.2). Les courbes représentent l'éqn (II.4.5) et les points sont des simulations obtenues avec MODTRAN.

L'expression de la transmission panchromatique des aérosols est beaucoup plus difficile à exprimer par une formule analytique simple, et ceci pour au moins deux raisons :

- l'épaisseur optique monochromatique des aérosols dépend de la longueur d'onde, et cette dépendance est différente selon les caractéristiques des aérosols présents dans l'atmosphère.
- l'épaisseur optique panchromatique des aérosols formulée selon (II.4.2) dépend de la quantité de vapeur d'eau présente (et variable) dans l'atmosphère.

Le deuxième problème peut-être négligé car l'effet est faible, voir (F.). Le premier problème existe également lorsque l'on essaye de formuler la transmission monochromatique des aérosols, car on connaît généralement mal les caractéristiques des aérosols (distribution de taille et indice de réfraction). La pratique courante en télédétection et climatologie est d'utiliser quelques modèles d'aérosols préalablement définis que l'on combine entre eux pour obtenir un modèle représentatif du climat dans lequel on opère. Pour ce qui est des modèles panchromatiques, la méthode généralement utilisée est de choisir un modèle d'aérosols prédéfini à partir duquel on cherche les effets large-bande. Les erreurs qui interviennent lorsque le modèle actuel d'aérosols est bien différent du modèle prédéfini sont malheureusement très importantes (Gueymard, 1996).

Dans la publication (G.), nous avons montré que l'épaisseur optique large-bande des aérosols est approximativement égale à l'épaisseur optique des aérosols à 0,7 $[\mu\text{m}]$ et ceci quelque soit le modèle d'aérosols considéré. La longueur d'onde à laquelle les deux épaisseurs optiques sont égales n'est pas tout à fait constante, elle varie en fait légèrement mais reste toujours proche de la valeur de 0,7 $[\mu\text{m}]$. Comme coïncidence supplémentaire, la valeur de 0,7 $[\mu\text{m}]$ est très proche de la

longueur d'onde médiane du spectre solaire, alors que d'autres chercheurs avaient jusque là pressenti qu'il fallait utiliser la valeur moyenne ou centre de gravité du spectre, égale à 0.9 [μm], voir la discussion dans (G.).

Si l'on connaît la longueur d'onde à laquelle les épaisseurs optiques panchromatique et monochromatique sont égales, il devient possible de déduire l'une à partir de l'autre. Cette longueur d'onde clé (symbolisée par λ*) est fonction de la masse d'air et de la quantité d'aérosols. La relation suivante a été trouvée :

$$\Delta_a = \delta_{a\lambda}(\lambda^*) \quad (\text{II.4.6})$$

$$\lambda^* = \lambda_0 + (A + B\delta_{a7})m_0 \quad [\mu\text{m}]$$

où Δ_a et δ_{aλ} sont les épaisseurs optiques monochromatique et panchromatique des aérosols et λ₀, A et B sont des constantes. Ces constantes varient suffisamment peu avec le type d'aérosols pour que les valeurs du modèle d'aérosols urbain (λ₀ = 0.696, A = 0.0171 et B = 0.0623 [μm]) puissent être utilisées pour un large spectre d'aérosols, sans que cela induise d'erreur importante.

En plus des relations données dans (G.), j'ai cherché à mettre en évidence avec SMARTS2 les influences de la vapeur d'eau et de l'altitude du site sur Δ_a, pour lesquelles j'ai trouvé la relation suivante:

$$\lambda^* = \lambda_0 + (A + B\delta_{a7})m_0 - 0.066(w^{0.23} - 1.4^{0.23}) - 0.004z \quad [\mu\text{m}] \quad (\text{II.4.7})$$

où la valeur de w = 1.4 [cm] représente la quantité d'eau précipitable prise par défaut pour obtenir (II.4.6) et z est l'altitude en [km]. Les mêmes corrections pour des variations de w, z peuvent également être appliquées à l'équation (19b) de (G.) qui permet de calculer λ* à partir de Δ_a.

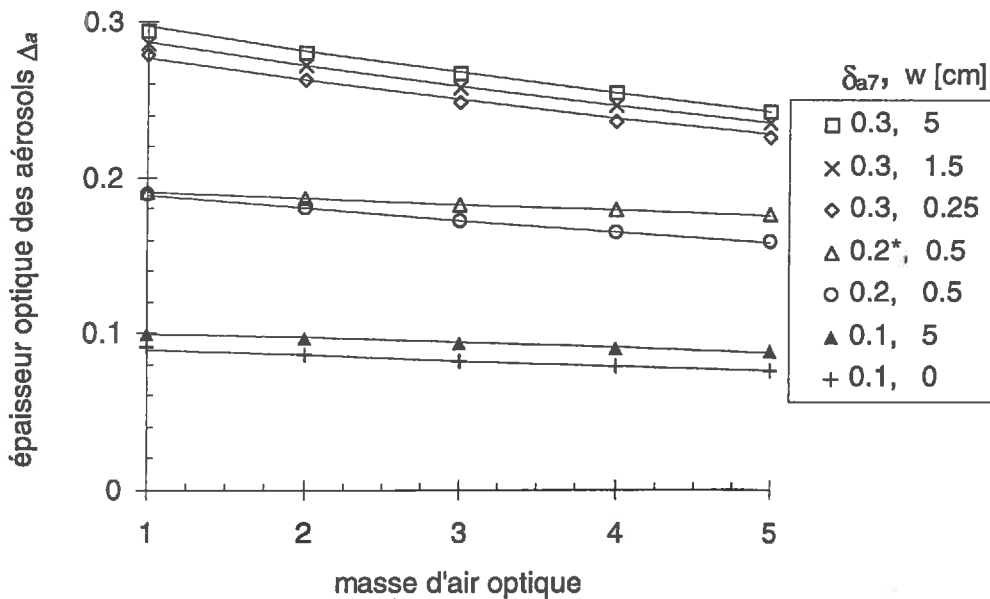


Figure II.4.3: Épaisseur optique panchromatique des aérosols intégrée selon l'éqn II.4.2). Comparaison de l'éqn (II.4.7) avec des simulations SMARTS2. Le modèle d'aérosols utilisé est le modèle rural sauf*, modèle océanique.

Les éqns (II.4.6) ou (II.4.7) permettent de calculer la longueur d'onde λ^* à laquelle les épaisseurs optiques des aérosols monochromatique et panchromatique sont égales: $\delta_{a\lambda}(\lambda^*) = \Delta_a$, à partir de l'épaisseur optique des aérosols à 0.7 [μm]. Pour calculer ensuite Δ_a , il faut connaître l'épaisseur optique à λ^* . L'équation ci-dessous permet de relier entre elles les épaisseurs optiques des aérosols à différentes longueurs d'onde:

$$\delta_a(\lambda) = \frac{u + y\lambda}{\lambda^s + t} \delta_{a7} \quad (\text{II.4.8})$$

où δ_{a7} est l'épaisseur optique des aérosols à 0.7 [μm] et u , y , s et t sont des constantes, dont les valeurs pour différents modèles d'aérosols sont données dans (G.).

L'équation (II.4.8) permet de couvrir un beaucoup plus grand nombre de modèles d'aérosols que l'équation d'Ångström qui est très souvent utilisée:

$$\delta_a(\lambda) = \beta \lambda^{-\alpha} \quad [\mu\text{m}] \quad (\text{II.4.9})$$

où β représente simplement l'épaisseur optique des aérosols à 1 [μm]. La relation (II.4.9), qui correspond à (II.4.8) avec $y = t = 0$, à l'avantage de la simplicité et d'être directement liée par la théorie à un modèle de distribution de taille des aérosols (Junge power law, voir (G.)). La plupart des modèles de distribution de taille utilisés actuellement ne correspondent malheureusement pas à ce modèle et justifient l'éqn (II.4.8). Quelques modèles d'aérosols correspondant à une distribution de taille log-normale sont illustrés ci-dessous:

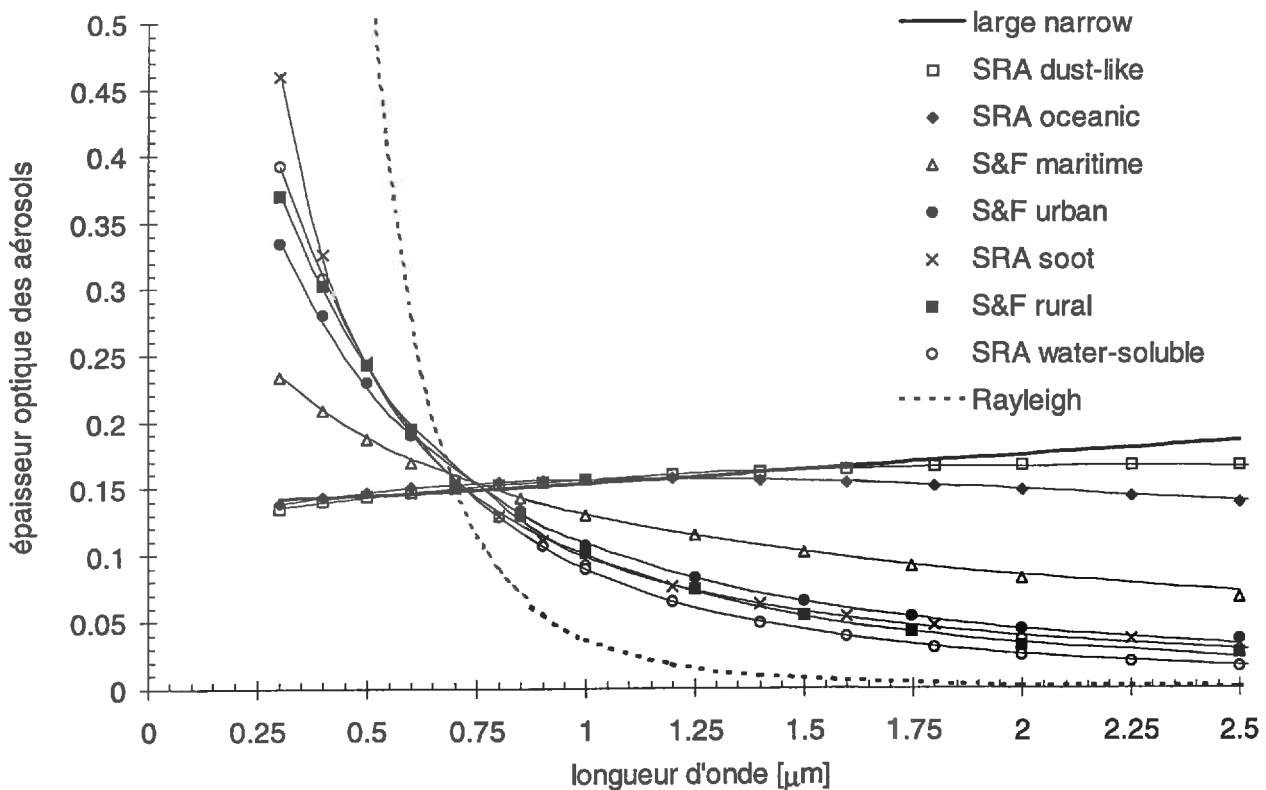


Figure II.4.4: Épaisseur optique monochromatique de huit modèles d'aérosols (+ molécules d'air) en fonction de la longueur d'onde. Tous les modèles sont normalisés pour produire une épaisseur optique panchromatique (Δ_a dans l'éqn (II.4.2c)) de 0.15.

Les modèles d'aérosols utilisés dans la figure ci-dessus sont ceux de ("S&F": Shettle and Fenn, 1979 et "SRA" : Standard radiation Atmosphere, voir IAMAP, 1986). Les points (symboles) sont des simulations MODTRAN et les courbes sont les fits de l'équation (II.4.8). On voit très bien que les courbes se croisent tous autour d'un seul point ou les épaisseurs optiques monochromatiques et panchromatiques sont pratiquement égales (voir aussi figure 1 de (G.)).

Pour résumer, les équations (II.4.1) à (II.4.9) permettent donc d'estimer la quantité de rayonnement direct à partir de quelques paramètres de base, en très bon accord avec des résultats d'intégration numériques obtenus à partir de simulations monochromatiques avec MODTRAN et SMARTS2. Une validation expérimentale prometteuse du modèle est illustrée dans (G.). Nous avons également trouvé dans (G.) que la précision avec laquelle le rayonnement panchromatique direct peut être estimé à partir de données sur la vapeur d'eau et les aérosols (obtenus ici avec des mesures dans 2 ou 3 longueurs d'onde) est de l'ordre de la précision du pyrhéliomètre utilisé ($\pm 3\%$).

Pour terminer ce chapitre, j'ai inclus ici la démonstration de l'éqn (16) de l'article (G.), qui était un peu longue pour l'inclure dans la publication mais qui n'est pas dénuée d'intérêt. On écrit l'éqn (15) de (G.) sous la forme :

$$\exp(-x\hat{\delta}_a(\lambda^*)) = \frac{\int I' \tau_a d\lambda}{\int I' d\lambda} \quad (\text{II.4.10})$$

où j'ai substitué m_{RA} par la variable x et j'ai simplifié les notations avec $I' = I_\lambda(a = 0)$ et $\tau_a = \exp(-x\hat{\delta}_a)$ en omettant les indices λ . On cherche donc à trouver le développement au 1^{er} terme de la fonction $f(x)$:

$$\frac{1}{\hat{\delta}_a(\lambda^*)} = \frac{-x}{\text{Ln}\langle\tau_a\rangle} = f(x) \quad (\text{II.4.11})$$

$$\text{où } \langle\tau_a\rangle = \frac{\int I' \tau_a d\lambda}{\int I' d\lambda}$$

qui est donné par :

$$f(x \rightarrow 0) = f(0) + xf'(0) \quad (\text{II.4.12})$$

On voit d'abord que :

$$\langle\tau_a(x \rightarrow 0)\rangle = 1 - x\langle\hat{\delta}_a\rangle \quad (\text{II.4.13})$$

$$\text{Ln}\langle\tau_a(x \rightarrow 0)\rangle = -x\langle\hat{\delta}_a\rangle$$

où $\langle\hat{\delta}_a\rangle = \int I' \hat{\delta}_a d\lambda / \int I' d\lambda$. Ceci nous donne d'après (II.4.11) :

$$f(0) = 1/\langle\hat{\delta}_a\rangle \quad (\text{II.4.14})$$

Pour trouver $f'(0)$ on réécrit (II.4.11) sous la forme:

$$f(x) = \frac{-x}{g(x)} \quad (\text{II.4.15})$$

avec $g(x) = \text{Ln}\langle\tau_a\rangle$. On prend la dérivée :

$$f'(x) = \frac{-g(x) + xg'(x)}{(g(x))^2} \quad (\text{II.4.16})$$

Comme $g(0) = \text{Ln}\langle\tau_a(x=0)\rangle = 0$, il faut développer les différents termes de (II.4.16) pour trouver $f'(0)$:

$$f'(x \rightarrow 0) = \frac{-\left[g(0) + xg'(0) + \frac{x^2}{2}g''(0)\right] + x\left[g'(0) + xg''(0)\right]}{\left[g(0) + xg'(0) + \frac{x^2}{2}g''(0)\right]^2} \quad (\text{II.4.17})$$

où l'on a développé jusqu'au terme en x^2 . On substitue $g(0) = 0$ et on trouve

$$f'(0) = \frac{g''(0)}{2[g'(0)]^2} \quad (\text{II.4.18})$$

qui semble être un résultat général pour toute fonction différentiable de la forme donnée par (II.4.15) et pour laquelle $g(0) = 0$. On utilise maintenant

$$g(x) = \text{Ln}\langle\tau_a\rangle \Rightarrow g(0) = 0 \quad (\text{II.4.19})$$

$$g'(x) = -\frac{\langle\tau_a\hat{\delta}_a\rangle}{\langle\tau_a\rangle} \Rightarrow g'(0) = \langle\hat{\delta}_a\rangle$$

$$g''(x) = \frac{\langle\tau_a\hat{\delta}_a^2\rangle\langle\tau_a\rangle - \langle\tau_a\hat{\delta}_a\rangle^2}{\langle\tau_a\rangle^2} \Rightarrow g''(0) = \langle\hat{\delta}_a^2\rangle - \langle\hat{\delta}_a\rangle^2$$

et on retrouve bien l'éqn (16) de (G.) à partir de (II.4.12) et (II.4.14) :

$$\frac{1}{\hat{\delta}_a(\lambda^*)} \cong \frac{1}{\langle\hat{\delta}_a\rangle} + \frac{m_R A}{2} \left(\frac{\langle\hat{\delta}_a^2\rangle}{\langle\hat{\delta}_a\rangle^2} - 1 \right) \quad (\text{II.4.20})$$

Cette approximation est excellente. En utilisant un modèle d'aérosols décrit par $\delta_{a\lambda} = \beta\lambda^{-1.3}$, l'approximation ci-dessus est meilleure que 1/1000 dans le domaine $0 < \beta < 0.3$ et $1 < m_R < 6$. La comparaison a été faite avec des simulations numériques intégrées à partir d'un modèle adapté à partir de SMARTS2 et appliqué avec des pas de 5 [nm], soit sur quelques 1000 simulations monochromatiques pour chaque simulation panchromatique. L'approximation est un peu moins bonne pour $\alpha \neq 1.3$ (même si elle est généralement meilleure que 1%).

II.5. Présentation des publications

Quatre articles formant la majeure partie du travail original de la recherche doctorale sur le rayonnement solaire direct ont été rédigés durant la période 1994-1997 :

- D. Direct luminous efficacy and atmospheric turbidity - Improving model performance
B. Molineaux, P. Ineichen et J.J. Delaunay
paru dans *Solar Energy*, **55**(2), 125-137, 1995
- E. Impact of aerosols on daylight modeling
B. Molineaux et P. Ineichen
European Conference on Energy Performance and Indoor Climate in Buildings, École Nationale des Travaux Publics de l'État E.N.T.P.E., Lyon (France) Novembre 1994
- F. On the broad band transmittance of direct irradiance in a cloudless sky and its application to the parameterization of atmospheric turbidity
B. Molineaux et P. Ineichen
paru dans *Solar Energy*, **56**(6), 553-563, 1996
- G. Equivalence of pyrheliometric and monochromatic aerosol optical depths at a single key wavelength
B. Molineaux, P. Ineichen and N.T. O'Neill
soumis à *Applied Optics*, Septembre 1997

Ces articles, qui contiennent plus de détails que le texte du présent chapitre, sont reproduits intégralement dans les annexes D à G. Il est intéressant de traduire ici le dernier paragraphe de l'article (D.):

“Finalement, ces résultats soulèvent un problème essentiel qui n'est pas encore résolu: C'est de trouver une méthode adéquate et satisfaisante pour pouvoir estimer le trouble atmosphérique à partir des mesures du rayonnement direct avec un pyrhélo-mètre, qui sont facilement disponibles en station météo ...”

La résolution de ce problème est l'objet des articles (F.) et (G.). L'article (F.) présente essentiellement une méthode originale de formuler la transmission du rayonnement direct large-bande ou panchromatique, développée à partir de la théorie monochromatique. Les algorithmes développés dans (F.) sont utilisés dans (G.), qui exploite aussi un fait surprenant: l'épaisseur optique des aérosols intégrée sur tout le spectre est pratiquement égale à l'épaisseur optique monochromatique à 0.7 [µm], et ceci ne dépend pratiquement pas des conditions de masse d'air, de vapeur d'eau ou de teneur en aérosols.

Liste des symboles utilisés dans le chapitre 2

(Les unités sont celles utilisées par défaut. Certains symboles n'apparaissant qu'une fois ne sont pas reproduits ici)

§ II.1.

$I_\lambda, I_{0\lambda}$	intensité du rayonnement (irradiance) monochromatique atténué et hors atmosphère [Wm^{-2}]
λ	longueur d'onde [μm]
m_R, m_w, m_a, m_i	masse optique de <u>R</u> ayleigh ("masse d'air"), de la vapeur d'eau (<u>w</u>) et des <u>a</u> érosols et des gaz autres que vapeur d'eau (<u>i</u>) [-]
$\delta_{R\lambda}, \delta_{w\lambda}, \delta_{a\lambda}, \delta_{i\lambda}$	épaisseurs optiques monochromatiques pour les mêmes composants que ci-dessus, à la longueur d'onde λ [-]
$\delta_{CDA\lambda}$	épaisseur optique d'un "Clean dry Atmosphere", atmosphère idéale sans eau ni aérosols [-]

§II.2.

I, I_0	intensité du rayonnement (irradiance) panchromatique ou large bande (intégrée sur le spectre solaire de 0.4 - 4 μm), atténué et hors atmosphère [Wm^{-2}]
T_L	coefficient de turbidité de Linke
$\Delta_{CDA}, \Delta_w, \Delta_a$	épaisseurs optiques panchromatiques
$I(a=0)$	intensité du rayonnement (irradiance) panchromatique ayant traversée une atmosphère fictive sans aérosols [Wm^{-2}]

§II.3.

EL	efficacité lumineuse du rayonnement [lumens/W]
V_λ	sensibilité de l'oeil humain au rayonnement [lumens/W]
$\gamma_a(z), \gamma_{a0}$	coefficient d'extinction volumique des aérosols [km^{-1}] à une altitude z et au niveau de la mer [Pa]
δ_a	épaisseur optique des aérosols selon l'axe vertical [-]

§II.4.

I, I_0	intensité du rayonnement (irradiance) panchromatique ou large bande, atténué et hors atmosphère [Wm^{-2}]
T_{CDA}, T_w, T_a	"transmittances" panchromatiques, c.f. éqn (II.4.1,2) [-]
$\Delta_{CDA}, \Delta_w, \Delta_a$	épaisseurs optiques panchromatiques correspondantes
$\tau_{o\lambda}, \tau_{R\lambda}, \tau_{g\lambda}, \tau_{w\lambda}, \tau_{a\lambda}$	"transmittances" monochromatiques de l' <u>o</u> zone, <u>R</u> ayleigh, autres gaz, vapeur d'eau (<u>w</u>) et <u>a</u> érosols [-]
m_R, m_0	masse d'air à une altitude quelconque, au niveau du sol [-]
m_w, m_a	masse optique vapeur d'eau (<u>w</u>) et <u>a</u> érosols [-]
$\delta_{a\lambda}, \delta_a(\lambda)$	épaisseur optique des aérosols à la longueur d'onde λ [-]
$\delta_{a5}, \delta_{a55}, \delta_{a7}$	épaisseur optique des aérosols à 0.5, 0.55 et 0.7 [μm]
z	altitude [km]
α, β	coefficient et turbidité d'Ångström, c.f. éqn (II.4.9)
$\hat{\delta}_a(\lambda^*)$	épaisseur optique des aérosols à la longueur d'onde λ^* , c.a.d. à la longueur d'onde à laquelle $\delta_{a\lambda} = \Delta_a$ [-]

Chapitre III. Modélisation du rayonnement solaire diffus

Je n'ai pas travaillé sur le développement d'un modèle de la transmission atmosphérique du rayonnement diffus. Mon expérience sur ce sujet repose essentiellement sur les résultats expérimentaux publiés dans les articles (B.), (C.) et (D.). Il est intéressant de présenter ici un modèle simple pour lequel les relations entre rayonnement panchromatique et monochromatique présentées dans (F.) et (G.) pourraient être directement applicables. Pour terminer, je présenterai les bases de la théorie du transfert radiatif qui permet de calculer l'intensité de la lumière diffusée dans toutes les directions, en tenant compte de la diffusion multiple. Cette théorie est indispensable en télédétection de la surface terrestre car les signaux mesurés ne contiennent que du diffus dans un angle solide restreint et dans une direction donnée. C'est un problème délicat car, à la différence du rayonnement direct, il faut tenir compte de la fonction de phase des aérosols qui peut présenter des variations spatiales extrêmement rapides. Sauf pour des épaisseurs optiques très faibles, il faut aussi tenir compte du fait que les photons peuvent subir plusieurs diffusions avant d'arriver au sol.

III.1. Modèle empirique

Le modèle décrit dans Iqbal (1983) a été repris et affiné par plusieurs auteurs, dont (Justus et Paris, 1985; Bird et Riordan, 1986 ; SMARTS2, 1996). L'accord entre ces modèles et des calculs rigoureux est bon pour des masses d'air < 2 et de faibles taux d'aérosols, voir (Bird et Riordan, 1986). Le modèle se base sur une formulation intuitive déjà proposée par Leckner en (1978). Elle est présentée ici en choisissant parmi les différentes versions précitées, celles qui me paraissent les plus cohérentes. J'ai essayé de définir clairement les hypothèses faites à chaque étape. Cela permet de bien se rendre compte des difficultés et de la nécessité d'une approche du transfert radiatif plus rigoureuse, tout en donnant un modèle simple permettant d'illustrer les principaux effets.

On commence par réécrire l'éqn de la transmission du rayonnement direct (II.3.1) sous la forme :

$$I_b = I_0 \tau_{abs} \tau_R \tau_{as} \quad [\text{Wm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}] \quad (\text{III.1.1})$$

où les τ représentent les transmittances spectrales : τ_{abs} regroupe tous les termes d'absorption (par les gaz permanents + vapeur d'eau + aérosols) et τ_R , τ_{as} représentent les termes de diffusion moléculaire (Rayleigh) et aérosols (aerosol scattering). Dans tout ce chapitre, je ne considère que des équations monochromatiques et j'ai omis l'indice λ pour simplifier les expressions.

La quantité totale de rayonnement qui est diffusée dans tous les sens (vers le haut + vers le bas $\uparrow\downarrow$) est égale au rayonnement incident auquel il faut soustraire le rayonnement transmis (direct) et le rayonnement absorbé :

$$I_d^{\uparrow\downarrow} = I_0 - I_0 \tau_{abs} \tau_{as} \tau_R - I_0 \alpha_{abs} \quad (\text{III.1.2})$$

où α_{abs} représente la proportion de l'énergie incidente dans l'atmosphère qui est absorbée. Cette énergie sera éventuellement réémise mais dans des longueurs d'onde qui ne participent pas ou peu au domaine spectral. La première hypothèse émise est: $\alpha_{abs} = 1 - \tau_{abs}$, ce qui donne:

$$I_d^{\uparrow\downarrow} = I_0 \tau_{abs} (1 - \tau_{as} \tau_R) \quad (\text{III.1.3})$$

Il y a différentes façons d'interpréter l'hypothèse $\alpha_{\text{abs}} = 1 - \tau_{\text{abs}}$. Cette hypothèse revient à dire que la masse de matière absorbante traversée par le rayonnement diffus est la même que celle traversée par le direct. Ceci serait le cas si la couche dans laquelle a lieu l'absorption se situait au dessus de la couche dans laquelle a lieu la diffusion. En réalité, la masse d'air moyenne traversée par le diffus est plus grande que celle traversée par le direct si le soleil est au zénith et le contraire si le soleil est rasant (dans le cas de la diffusion simple).

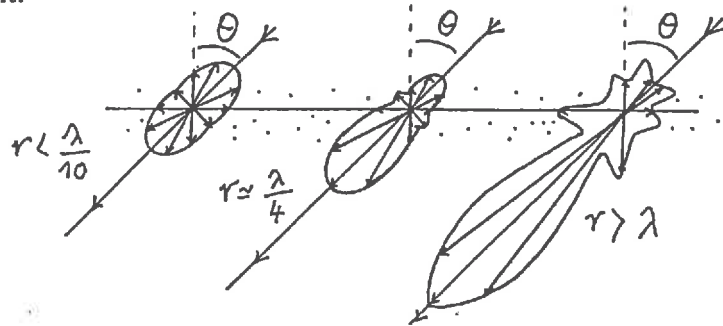
Une partie de cette énergie diffusée va arriver au sol (et subir en chemin une perte supplémentaire d'énergie par absorption qui ne sera que partiellement prise en compte dans l'équation ci-dessus car le chemin parcouru par le rayonnement diffus est généralement plus long que celui suivi par le direct). Comme les fonctions de phase des aérosols et de Rayleigh sont très différentes, il est utile de séparer dans l'équation (III.1.3) le rayonnement diffusé sur les deux composants comme ceci :

$$I_d^{\uparrow\downarrow} = I_{dR}^{\uparrow\downarrow} + I_{da}^{\uparrow\downarrow} = I_0 \tau_{\text{abs}} (1 - \tau_R) + I_0 \tau_{\text{abs}} \tau_R (1 - \tau_{as}) \quad (\text{III.1.4})$$

Pour calculer la proportion du rayonnement diffusé qui sera incident au sol on peut maintenant écrire :

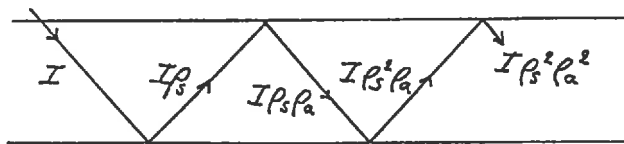
$$I_{dR}^{\downarrow} = I_0 \tau_{\text{abs}} (1 - \tau_R) F_R, \quad I_{da}^{\downarrow} = I_0 \tau_{\text{abs}} \tau_R (1 - \tau_{as}) F_a \quad (\text{III.1.5})$$

où l'on a supposé que la diffusion sur les molécules d'air avait lieu avant la diffusion de Rayleigh, et l'on voit sur le dessin suivant :



que (pour la diffusion simple) $F_R = 1/2$ et F_a est la fraction de lumière diffusée vers le bas sur les aérosols, qui va dépendre de la fonction de phase des aérosols et de l'angle zénithal solaire θ . On voit que F_a diminue et tend vers $1/2$ lorsque θ augmente. Olseth et Skartveit, (1988) donnent une formule empirique simple qui permet de tenir compte de la diffusion multiple pour la diffusion moléculaire, résultant dans le fait que F_R est en fait toujours < 0.5 . Wiscombe et Grams (1976) ont calculé la valeur de F_a pour différentes fonctions de phase. Bird et Riordan, (1986) donnent une formule empirique pour trouver F_a en fonction de la hauteur du soleil.

Dans le cas où le sol a une réflectance non nulle $= \rho_{\text{sol}}$, il y aura une troisième composante au rayonnement diffus, c'est le rayonnement réfléchi au sol puis renvoyé par l'atmosphère, comme le montre la figure ci-dessous pour un rayonnement incident (avant réflexions multiples) égal à I_{inc} .



Le rayonnement incident après n réflexions entre le sol et l'atmosphère est donné par :

$$I_{\text{tot}} = I_{\text{inc}} + I_{\text{inc}} \rho_{\text{sol}} \rho_{\text{atm}} + I_{\text{inc}} (\rho_{\text{sol}} \rho_{\text{atm}})^2 + \dots + I_{\text{inc}} (\rho_{\text{sol}} \rho_{\text{atm}})^n \quad (\text{III.1.6})$$

où l'absorption éventuelle entre sol et atmosphère doit être prise en compte dans l'albedo de l'atmosphère (ρ_{atm}) et ρ_{sol} , ρ_{atm} sont considérés lambertiens La somme ci-dessus converge :

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x} \Rightarrow I_{\text{tot}} = I_{\text{inc}} \frac{1}{1-\rho_{\text{sol}}\rho_{\text{atm}}} \quad (\text{III.1.7})$$

L'énergie incidente avant réflexion multiple est la somme des énergies diffusée et directe :

$$I_{\text{inc}} = I_b \cos \theta + I_{dR}^{\downarrow} + I_{da}^{\downarrow} \quad (\text{III.1.8})$$

ce qui donne pour le rayonnement total (global) :

$$I_{\text{tot}} = (I_b \cos \theta + I_{dR}^{\downarrow} + I_{da}^{\downarrow}) \frac{1}{1-\rho_{\text{sol}}\rho_{\text{atm}}} \quad (\text{III.1.9})$$

et pour le rayonnement issu de la diffusion multiple sol - atmosphère :

$$I_{dm}^{\downarrow} = (I_b \cos \theta + I_{dR}^{\downarrow} + I_{da}^{\downarrow}) \frac{\rho_{\text{sol}}\rho_{\text{atm}}}{1-\rho_{\text{sol}}\rho_{\text{atm}}} \quad (\text{III.1.10})$$

où j'ai supposé que la réflectance du sol était la même pour le rayonnement direct et diffus, quoique cela soit facile à modifier si l'on connaît la dépendance angulaire de réflectance au sol. Pour le diffus, il faut bien sûr prendre une valeur moyenne sur les différents angles.

L'albedo de l'atmosphère est un paramètre difficile à évaluer, défini par:

$$\rho_{\text{atm}} = 2 \int_0^1 \mu_0 r(\mu_0) d\mu_0 \quad \text{avec} \quad r(\mu_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \mu R(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) d\mu d\phi \quad (\text{III.1.11})$$

où $R(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$ est la fonction de réflectance bidirectionnelle de l'atmosphère et $\mu, \phi; \mu_0, \phi_0$ représentent les angles zénithaux et azimutaux des directions ascendante; descendante. Une formule approchée est donnée par la somme des réflectances de Rayleigh et des aérosols :

$$\rho_{\text{atm}} = \tau'_{\text{abs}} \left\{ (1 - F_R')(1 - \tau'_R) \tau'_{\text{as}} + (1 - F_a')(1 - \tau'_{\text{as}}) \right\} \quad (\text{III.1.12})$$

où j'ai supposé que la diffusion sur les aérosols avait lieu avant la diffusion moléculaire. Les primes sont dus au fait que l'on calcule ces transmittances pour une masse d'air fixe, correspondant à la moyenne du chemin aller retour entre sol et atmosphère, pour un rayonnement diffus isotrope. Cette valeur est de 5/3 (Houghton, 1977, p10). La transmittance τ'_{abs} ne tient pas compte des gaz de la stratosphère car les diffusions dans l'atmosphère ont lieu avant que les photons réfléchis au sol n'atteignent la stratosphère (voir aussi *Tanré et al.*, 1979, éqn (12a)).

A partir des équations ci-dessus, il est intéressant d'illustrer les différents composants du rayonnement diffus par ciel clair et de voir l'influence sur le diffus de différents paramètres. On voit très bien sur la page suivante que les aérosols sont le principal facteur influençant la transmission du diffus. Dans des conditions souvent rencontrées à Genève, épaisseur optique des aérosols à 0.7 [μm] = 0.2, les proportions de rayonnement diffusé sur les molécules, aérosols ou réflexions multiples sont respectivement 18, 76 et 6%. La variation des concentrations en gaz n'a qu'une influence très limitée et ceci devrait favoriser le développement d'un modèle panchromatique.

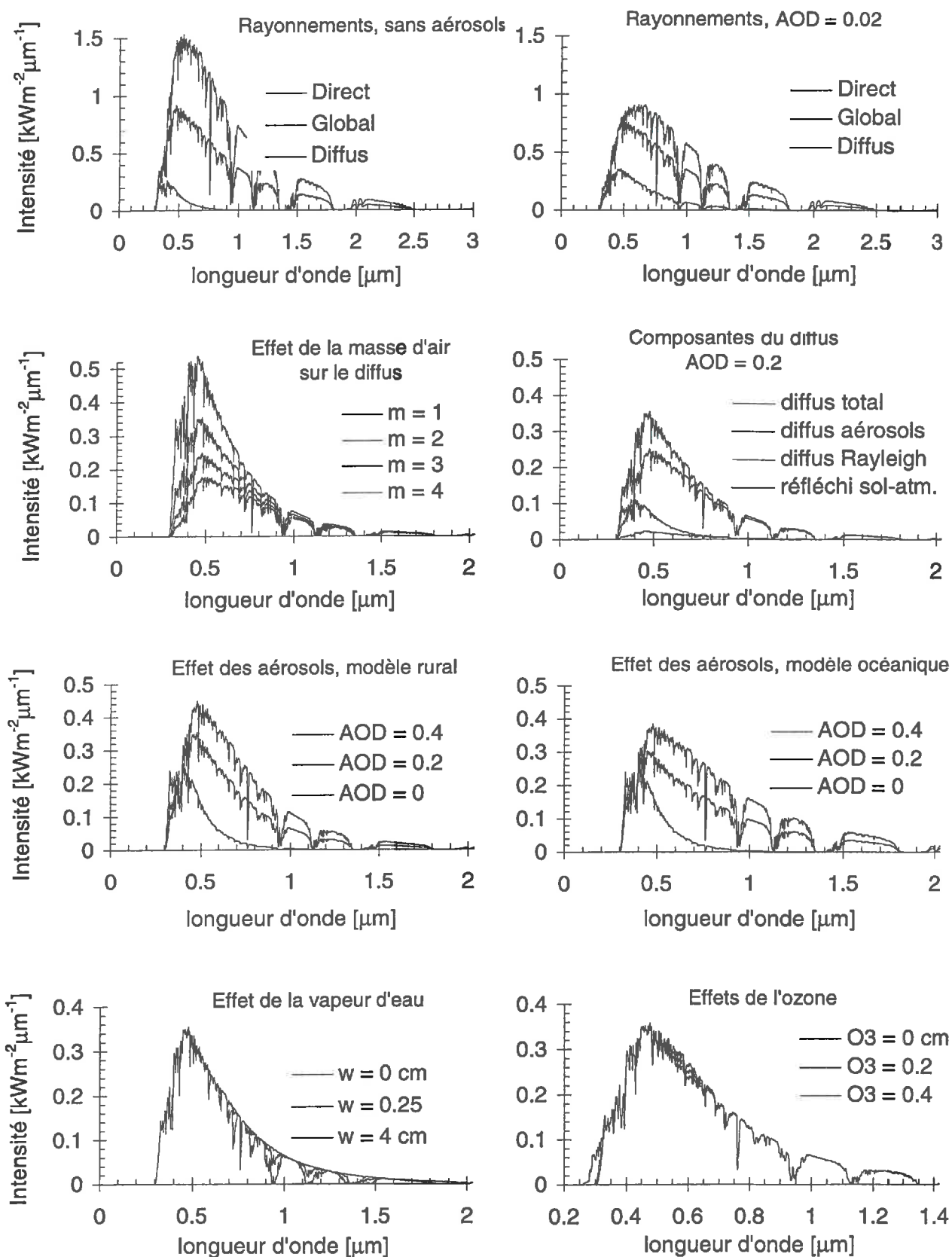


Figure III.1.1: Illustration du rayonnement diffus pour différentes conditions atmosphériques.

Les conditions par défaut sont: masse d'air = 2, modèle rural d'aérosols, épaisseur optique des aérosols à 0.7 [μm] (AOD) = 0.2, w = 1.4 cm, O3 = 0.31 cm-atm

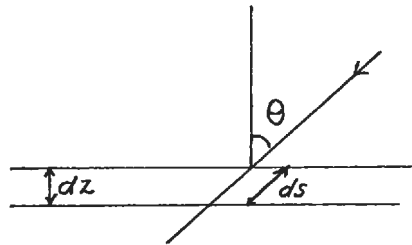
III.2 Transfert Radiatif

L'élaboration du modèle intuitif ci-dessus montre bien que la seule approche pour calculer correctement le rayonnement transmis à travers l'atmosphère est de trouver l'équation différentielle qui donne l'intensité du rayonnement dans une couche infinitésimale, puis d'intégrer sur tout l'atmosphère. Cette équation s'appelle l'équation du transfert radiatif et elle est basée sur la loi de Bouguer. La théorie du transfert radiatif a été développée en grande partie par les astrophysiciens depuis le début du siècle. Le texte de référence en la matière est Chandrasekhar, (1960). Ces méthodes se sont beaucoup développées récemment avec les techniques de télédétection et les études de climat mais il n'existe pas à ma connaissance de modèle simple de la transmission du rayonnement diffus qui soit basé sur cette théorie. Je n'ai pas la prétention de présenter ici un nouveau modèle de transfert radiatif mais plutôt de poser les bases d'une approche plus rigoureuse de la modélisation du rayonnement diffus.

L'atténuation d'un rayonnement d'intensité I traversant une couche d'épaisseur dz et coefficient d'extinction volumique γ , dans laquelle il pénètre avec l'angle d'incidence θ , peut s'écrire (I.3.2) :

$$dI = -\gamma I ds \quad (\text{III.2.1})$$

où l'on ne considère que le rayonnement dans une direction donnée, dans le sens où I est une radiance se dirigeant selon s , avec $dz = ds \cos \theta$.



L'éqn ci-dessus ne tient compte que de l'atténuation du rayonnement incident et il faut ajouter un terme pour tenir compte d'un accroissement éventuel qui est dû à de la lumière provenant d'une direction donnée et diffusée dans la direction de propagation considérée (en ne considérant que le spectre solaire, on peut exclure la possibilité d'une émission thermique dans la couche). On peut donc écrire :

$$dI = -\gamma I ds + \omega_0 \gamma J ds \quad (\text{III.2.2})$$

où $\omega_0 \gamma J$ est l'intensité diffusée par unité ds . La fonction J a les mêmes dimensions que I , c'est le rayonnement diffusé dans le sens de propagation et provenant de toutes les directions, que l'on multiplie par $\omega_0 \gamma$ car la diffusion augmente proportionnellement avec le coefficient d'extinction. Le facteur ω_0 est l'albedo de diffusion simple c.f. éqn (I.3.9). Dans le visible, ω_0 est généralement proche de 1 mais peut être aussi faible que 0.6 en milieu urbain, quand il y a un fort taux de suie. Dans l'infrarouge, ω_0 peut être proche de zéro car les aérosols peuvent avoir des bandes d'absorption comme les gaz à effet de serre.

Si on introduit : $d\tau = -\gamma dz^*$ et $dz = \mu ds$ avec $\mu = \cos \theta$ sur la figure ci-dessus :

* le signe négatif ici est une convention pour que l'éqn (IV.2.3) s'applique au rayonnement I se propageant de bas en haut. Pour un rayonnement se propageant de haut en bas, on remplace μ par $-\mu$ et l'éqn (III.2.3) reste valable.

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{dI}{ds} = I - \omega_0 J \quad (\text{III.2.4})$$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - \omega_0 J$$

qui définit l'équation du transfert radiatif dans toute sa simplicité, déjà présentée § I.3. Si on multiplie l'éqn ci-dessus par $e^{\tau/\mu}$, (et on remplace μ par $-\mu$ pour calculer le rayonnement transmis du haut vers le bas) on trouve :

$$\mu e^{\tau/\mu} dI + I e^{\tau/\mu} d\tau = \mu d\{I e^{\tau/\mu}\} = \omega_0 J e^{\tau/\mu} d\tau \quad (\text{III.2.5})$$

que l'on peut intégrer sur une couche d'épaisseur optique τ :

$$\int_0^\tau d\{I e^{\tau'/\mu}\} = I e^{\tau/\mu} - I_0 = \frac{\omega_0}{\mu} \int_0^\tau J e^{\tau'/\mu} d\tau' \quad (\text{III.2.6})$$

$$I(\tau; -\mu, \phi) = I(0; -\mu, \phi) e^{-\tau/\mu} + \frac{\omega_0}{\mu} \int_0^\tau J(\tau'; -\mu, \phi) e^{-(\tau-\tau')/\mu} d\tau'$$

où I_0 est le rayonnement incident sur la couche et I est le rayonnement sortant. J'ai adopté ici la convention selon laquelle le cosinus μ est toujours positif et la direction $-\mu$ signifie que le rayonnement se dirige vers la terre (Chandrasekhar, 1960). On voit très bien apparaître les rayonnements transmis directement et diffusé. On peut raisonner de la même manière pour trouver une équation pour le rayonnement se dirigeant de bas en haut :

$$I(\tau; +\mu, \phi) = I(\tau_0; +\mu, \phi) e^{-(\tau_0-\tau)/\mu} + \frac{\omega_0}{\mu} \int_\tau^{\tau_0} J(\tau'; \mu, \phi) e^{-(\tau'-\tau)/\mu} d\tau' \quad (\text{III.2.7})$$

où l'on a utilisé la condition aux limites $\tau = \tau_0$ en bas de la couche. Ainsi il est possible d'établir une équation pour calculer le rayonnement transmis ou réfléchi dans une direction donnée à travers une couche plane d'épaisseur optique τ qui tient compte de tous les apports de rayonnement diffusé sur le parcours et des conditions aux limites, pour autant que l'on connaisse la fonction J et que l'on sache l'intégrer.

La fonction source, J , est l'intégrale du rayonnement provenant de toutes les directions et diffusé dans le sens de propagation :

$$J(\tau; -\mu, \phi) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(\tau; \mu', \phi') P(-\mu, \phi; \mu', \phi') d\mu' d\phi' \quad (\text{III.2.8})$$

où $I(\tau; \mu', \phi')$ est le rayonnement (direct + diffus) provenant de la direction $\mu' = \cos\theta'$ et azimut ϕ' au niveau de la couche où l'épaisseur optique intégrée est τ , $P(-\mu, \phi; \mu', \phi')$ est la fonction de phase à cet endroit (normalisée par $\int_0^{4\pi} P(\Omega) d\Omega = 4\pi^*$) et l'angle de diffusion est celui entre les directions (μ', ϕ') et $(-\mu, \phi)$. On voit que pour résoudre l'équation du transfert radiatif, il faut pouvoir intégrer la fonction de phase. Ceci n'est possible que pour des fonctions très simples (voir Chandrasekhar, 1960). Un grand nombre de méthodes approximatives ont donc été développées formant un ensemble de méthodes mathématiques adaptées à différents problèmes (par ex. Liou, 1980).

* la fonction de phase est parfois normalisée à $4\pi\omega_0$ et ω_0 est absent de l'éqn (III.2.2)

Si l'on ne considère que la diffusion simple alors la fonction source peut s'écrire :

$$J(\tau; -\mu, \phi) = \frac{1}{4\pi} \pi F_0 P(-\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) e^{-\tau/\mu_0} \quad (\text{III.2.9})$$

que l'on peut remplacer dans l'éqn (III.2.6) pour obtenir la radiance incidente au sol (épaisseur optique intégrale = τ_1) :

$$\begin{aligned} I_d(\tau; -\mu, \phi) &= \frac{\omega_0}{\mu} \int_0^{\tau_1} J(\tau'; -\mu, \phi) e^{-(\tau_1 - \tau')/\mu} d\tau' \\ &= \frac{\omega_0}{4\mu} F_0 P(-\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) e^{-\tau_1/\mu} \int_0^{\tau_1} e^{\tau'(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_0})} d\tau' \\ &= \frac{\omega_0}{4\mu} F_0 P(-\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) e^{-\tau_1/\mu} \frac{\mu\mu_0}{\mu_0 - \mu} \left[e^{\tau'(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_0})} \right]_0^{\tau_1} \\ &= \frac{\omega_0}{4} F_0 P(-\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) \frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} \left[e^{-\tau_1/\mu} - e^{-\tau_1/\mu_0} \right] \end{aligned} \quad (\text{III.2.10})$$

où l'on ne considère que le diffus et F_0 représente le rayonnement incident hors atmosphère provenant de la direction $(-\mu_0, \phi_0)$ et exprimé ici en unités de radiance de manière à ce que l'irradiance extraterrestre soit simplement donnée par πF_0 en $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}]$, car

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 F_0 \mu d\mu d\phi = 2\pi F_0 \int_0^1 \mu d\mu = \pi F_0 \quad (\text{III.2.11})$$

Le terme $I_d(\tau; -\mu, \phi)$ représente la radiance incidente au sol d'origine diffuse et provenant de la direction $(-\mu, \phi)$ en $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}]$.

Pour connaître l'intensité du rayonnement solaire diffus il faut encore intégrer l'équation ci-dessus sur tout l'hémisphère, ainsi le rayonnement diffus monochromatique incident à la surface de la terre est donné par :

$$I_d^\downarrow = \int_0^{2\pi} \int_0^1 I_d(\tau_0; -\mu, \phi) \mu d\mu d\phi = \frac{\omega_0}{4} F_0 \int_0^{2\pi} \int_0^1 P(\theta) \frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} (e^{-\tau_1/\mu} - e^{-\tau_1/\mu_0}) \mu d\mu d\phi \quad (\text{III.2.12})$$

où les unités sont maintenant celles de l'irradiance $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}]$ et θ est l'angle de diffusion. L'intégration en azimut est facile si l'on admet que la fonction de phase est donnée par :

$$P(-\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) = \sum_{m=0}^N \xi_m(-\mu; -\mu_0) \cos m(\phi_0 - \phi) \quad (\text{III.2.13})$$

où les ξ_m sont des fonctions quelconques ne dépendant pas de ϕ (§ A.5 ou A.7). On remarque

$$\int_0^{2\pi} \cos m(\phi_0 - \phi) d\phi = 0, \quad m \neq 0 \quad (\text{III.2.14})$$

ce qui implique

$$I_d^\downarrow = \frac{\omega_0 \pi}{2} F_0 \int_0^1 \xi_0(-\mu; -\mu_0) \frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} (e^{-\tau/\mu} - e^{-\tau/\mu_0}) \mu d\mu \quad (\text{III.2.15})$$

La fonction de phase indépendante de l'azimut, ξ_0 , s'écrit généralement comme une somme de polynômes de Legendre. Il n'est malheureusement pas possible d'intégrer analytiquement l'éqn ci-dessus, sauf pour des fonctions de phases très simples. Numériquement, la méthode la plus utilisée est celle de quadrature, qui revient à choisir certaines valeurs de μ (ou angles d'incidence) à partir desquelles on fait une somme numérique. La méthode de Gauss consiste à prendre comme angles de quadrature les zéros des polynômes de Legendre, ce qui est beaucoup plus économique en temps de calcul que de prendre des intervalles réguliers (voir Chandrasekhar, 1960, p57-61).

Nous avons ainsi trouvé comment formuler correctement la quantité de rayonnement diffus incident au sol issu d'une réflexion simple (pour une atmosphère plane parallèle), dont la solution doit nous donner la réponse exacte à l'approximation (III.1.5). La solution (III.2.10) représente la solution de la première diffusion. La méthode des ordres successifs de diffusion consiste simplement à considérer le rayonnement diffusé une fois comme la source d'une deuxième diffusion additionnant ainsi les termes jusqu'à convergence (qui peut nécessiter plusieurs dizaines de diffusions selon l'épaisseur optique des aérosols - Liou, 1980).

Ici se termine cette section dans laquelle j'espère avoir posé les premières bases d'une modélisation physique du rayonnement diffus. C'est un sujet très mathématique sur lequel beaucoup à déjà été écrit dans la recherche de solutions rapides et précises. Dans le cas où l'on ne s'intéresse qu'aux flux d'énergie ou irradiances, il existent diverses théories et approximations permettant de réécrire l'éqn du transfert radiatif en terme de flux plutôt que de radiances, voir Bohren, 1987 pour un article très didactique ou King et Hashvardan, 1986 & Hashvardan et King, 1993 pour des comparaisons entre la précision des différentes approximations). Ce sont ces méthodes qui sont utilisées dans les "General Circulation Models" - modèles prévisionnels du climat à grande échelle et c'est à partir de ces méthodes qu'on doit pouvoir trouver des équations simples permettant de calculer le rayonnement diffus incident au sol.

Liste des symboles utilisés dans le chapitre 3

(Les unités sont celles utilisées par défaut. Certains symboles n'apparaissant qu'une fois ne sont pas reproduits ici)

§ III.1.

I_b, I_0	intensité du rayonnement (irradiance) direct monochromatique atténué et hors atmosphère [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
$\tau_{abs}, \tau_R, \tau_{as}$	“transmittances” monochromatiques des effets d’ <u>abs</u> orption, de diffusion moléculaire ou <u>R</u> ayleigh et de diffusion sur les <u>a</u> érosols (<u>as</u>) [-]
$I_d^{\uparrow\downarrow}$	irradiance monochromatique ayant subi au moins une diffusion, soit vers le haut \uparrow , soit vers le bas \downarrow [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
$I_{dR}^{\uparrow\downarrow}, I_{da}^{\uparrow\downarrow}$	irradiance monochromatique diffusée selon <u>R</u> ayleigh, <u>a</u> érosols [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
$I_{dR}^{\downarrow}, I_{da}^{\downarrow}$	irradiance diffuse monochromatique incidente au sol (<u>R</u> ayleigh, <u>a</u> érosols): flux traversant un plan horizontal [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
F_a, F_R	intégrale de la fonction de phase sur l’hémisphère descendant [-]
α_{abs}	absorption (= 1 - transmittance) due aux effets d’absorption [-]
I_{inc}, I_{tot}	irradiance monochromatique globale incidente au sol avant et après réflexions multiples avec l’atmosphère [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
ρ_{sol}, ρ_{atm}	albedo du sol et de l’atmosphère [-]
$\cos\theta$	cosinus de l’angle zénithal solaire (= μ_0 , § III.2) [-]
I_{dm}^{\downarrow}	irradiance monochromatique incidente au sol ayant subi au moins une réflexion entre le sol et l’atmosphère: flux traversant un plan horizontal [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]

§ III.2.

I	intensité du rayonnement (radiance) directe + diffuse monochromatique [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}$]
ds	distance infinitésimale dans la direction de propagation [m]
γ	coefficient d’extinction volumique [m^{-1}]
μ	$\mu = \cos\theta$ où θ est l’angle zénithal du rayonnement considéré [-]
μ_0	$\mu_0 = \cos\theta_z$ où θ_z est l’angle zénithal du rayonnement solaire direct [-]
ω_0	albedo de diffusion simple, c.f. éqn (I.3.9) [-]
τ	épaisseur optique totale de l’atmosphère (dans la direction verticale) [-]
ϕ	angle azimutal [rad]
J	fonction source, c.a.d. fonction selon laquelle la radiance augmente en raison des diffusions dans le sens de propagation considéré [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}$]
Ω	angle solide [sr]
πF_0	irradiance solaire extraterrestre [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]

Conclusion générale

Les phénomènes qui influencent et modifient le potentiel énergétique que nous recevons du soleil sont les sujets passionnants qui ont été abordés dans ce travail. La théorie fondamentale permet de donner une description macroscopique satisfaisante de chacun des différents processus d'interaction entre rayonnement électromagnétique et matière. Ces processus comprennent l'absorption de la lumière dans des bandes de fréquence discrètes et la diffusion de la lumière sur une variété de molécules ou particules. Le défi de la modélisation du rayonnement solaire transmis réside dans le fait qu'il faut faire la somme des différents processus qui affectent la transmission de la lumière lors de son passage à travers les différentes couches de l'atmosphère.

Les modèles utilisés pour quantifier l'effet des aérosols sur les images satellites doivent rendre compte correctement de la fonction angulaire de la diffusion de la lumière. Un modèle analytique "exact" dans ce contexte n'existe pas, principalement en raison des résultats compliqués de la théorie de la diffusion simple (théorie de Mie). Il faut alors avoir recours à des méthodes numériques et/ou des approximations analytiques. L'approche analytique est plus rapide, mais nos résultats montrent que l'estimation de l'effet des aérosols par télédétection est à la limite de la précision que l'on peut attendre d'un tel modèle. Des modèles numériques plus précis existent actuellement, mais il y a un fossé entre le temps de calcul nécessaire à la quantification précise du signal atmosphérique en télédétection et la quantité phénoménale de données récoltées. Ceci justifie la recherche de solutions simples.

A l'opposé, les modèles utilisés pour estimer l'ensoleillement incident au sol n'ont besoin de connaître, ni la répartition exacte des composants dans l'atmosphère, ni la distribution angulaire précise du rayonnement transmis. C'est dans ce domaine que se sont développés beaucoup de modèles empiriques ne faisant pas ou peu appel aux connaissances des différents processus d'absorption et diffusion ayant lieu dans l'atmosphère. J'espère avoir démontré par ce travail qu'un modèle basé sur la théorie n'est pas incompatible avec un modèle simple et pratique. Pour cela j'ai été avantagé par la perturbation inattendue causée par le nuage d'aérosols du Pinatubo qui pouvait difficilement être quantifiée par un modèle stochastique. Ceci justifie la recherche de solutions basées sur la théorie.

Finalement, tout le monde aujourd'hui est conscient du fait que nous sommes en train de modifier les propriétés optiques de l'atmosphère. Ceci est inquiétant quand on sait qu'une modification de quelques pour cent du bilan radiatif de notre planète peut avoir des conséquences énormes sur son équilibre climatique. L'influence de l'homme sur son climat est un sujet dont les multiples aspects débordent largement le contexte du présent travail, mais il serait dommage que les spécialistes de l'énergie solaire ne profitent pas de l'essor de connaissances qui accompagne cette prise de conscience. C'est dans ce sens que ce travail a été réalisé. J'espère que les résultats plus qu'encourageants obtenus avec le rayonnement solaire direct pourront illuminer le cheminement à suivre dans le but d'obtenir un modèle similaire pour le rayonnement diffus.

ANNEXE A : THEORIE FONDAMENTALE

Tout l'électromagnétisme classique peut être résumé dans les quatre équations de Maxwell qui sont ici le point de départ pour essayer de retrouver les lois macroscopiques du transfert radiatif. Une référence très complète sur l'électrodynamique classique est le livre de Born et Wolf (1959) mais j'ai préféré suivre les raisonnements intuitifs, quand cela était possible, de Feynman (1963). C'est une approche différente dans le sens où les notions de vecteurs déplacement $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ et champ magnétique $\vec{H} = \vec{B} / \mu$ sont abandonnées au profit d'une description plus complète qui ne repose que sur les champs \vec{E} et \vec{B} . Les deux livres cités couvrent largement toute la matière des § A.1. à A.4. et la brève description donnée ici ne saurait se passer de ces références écrites par deux des plus grands physiciens du vingtième siècle.

Concernant la diffusion de la lumière abordée dans les § A.4. à A.9., j'ai surtout utilisé van der Hulst (1957), Bohren et Huffman (1983) et Liou (1980). Ces trois livres sont complémentaires, le premier donne beaucoup de détails sur différentes approximations ou variations possibles à la théorie de Mie avec beaucoup de raisonnements par intuition. Le deuxième est plus rigoureux et c'est à mon avis la meilleure référence concernant la théorie de Mie. Le dernier est le seul qui couvre également la diffusion multiple, sujet sur lequel l'auteur (Liou) a publié plusieurs articles.

A.1. Les équations de Maxwell et l'équation d'onde dans le vide

Les quatre équations différentielles linéaires de Maxwell s'écrivent:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{A.1.1})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1.2})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.1.3})$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\epsilon_0} \quad (\text{A.1.4})$$

où \vec{E} et \vec{B} sont les champs électrique en $[\text{kgms}^{-2}\text{C}^{-1}]$ et magnétique en $[\text{kg}^{-1}\text{C}^{-1}]$, \vec{j} est la densité de courant électrique en $[\text{Cs}^{-1}\text{m}^{-2}]$, ϵ_0 est la constante diélectrique du vide = $8.85 \cdot 10^{-12} [\text{C}^2\text{s}^2\text{kg}^{-1}\text{m}^{-3}]$, c est la vitesse de la lumière dans le vide = $3.00 \cdot 10^8 [\text{ms}^{-1}]$ et ρ est la densité volumique de charges en $[\text{Cm}^{-3}]$.

La loi de conservation de la charge est comprise dans les éqns (A.1.1) et (A.1.4). En effet, si l'on prend la divergence de l'éqn (A.1.4), on trouve :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{A.1.5})$$

car la divergence d'un rotationnel est toujours nulle. Cette relation implique que la charge ne peut être ni produite, ni détruite, ni transformée en autre chose. D'après Feynman, il suffit d'ajouter aux éqns ci-dessus les loi de force (Lorentz) :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{A.1.6})$$

et de mouvement (Newton modifiée par Einstein):

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \quad (\text{A.1.7})$$

pour regrouper (avec la force de gravitation) toutes les lois fondamentales que connaissait la physique en 1905 et qui constituent les lois fondamentales de la physique classique.

On peut montrer que, dans le vide, les vecteurs \vec{E} et \vec{B} satisfont à l'équation d'onde. On prend d'abord le rotationnel de l'éqn (A.1.2) :

$$-\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (\text{A.1.8})$$

On utilise ensuite le fait que la divergence de \vec{E} est nulle en l'absence de charge et, en utilisant l'éqn (A.1.4), on trouve:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.1.9})$$

qui est l'équation d'une onde à trois dimensions se déplaçant à la vitesse de la lumière. Par un raisonnement similaire, on trouve la même équation pour le champ magnétique:

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.1.10})$$

Ces équations signifient que, en l'absence de charges, les champs \vec{E} et \vec{B} n'ont d'autre choix que de se comporter comme des ondes se déplaçant à la vitesse de la lumière. C'est d'ailleurs en réalisant que la vitesse de ces ondes électromagnétiques (calculée à partir de forces entre charges et courants) était égale à la vitesse de la lumière que Maxwell put « difficilement éviter de conclure »* que la lumière était elle même une onde électromagnétique.

Deux solutions particulières des équations ci-dessus représentent la majorité des champs que l'on trouve dans l'atmosphère terrestre, c'est d'abord l'onde plane:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_y(x-ct) \\ f_z(x-ct) \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \frac{1}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ f_z(x-ct) \\ -f_y(x-ct) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.11})$$

Le fait que les champs \vec{E} et \vec{B} soient perpendiculaires à la direction de propagation, perpendiculaires entre eux et de normes égales à un facteur près (vitesse de la lumière) est imposé par les eqns de Maxwell. On peut généraliser ce résultat à 3 dimensions (3D) en tenant compte du principe de superposition, c'est à dire que toutes les solutions de l'équation d'onde (a 1, 2 ou 3D) peuvent être représentées par une superposition d'ondes a 1D. Ceci est dû au fait que les eqns de Maxwell sont linéaires. Notons encore que les eqns (A.1.2) et (A.1.4) indiquent que les ondes électromagnétiques se propagent d'elles mêmes (une variation de \vec{E} va créer une variation de \vec{B} qui

* selon les propres termes de Maxwell

va créer une variation de \vec{E} et ainsi de suite) et peuvent traverser le vide et s'étendre à l'infini à moins d'entrer en interaction avec des charges ou en interférence avec d'autres champs.

Les ondes sphériques, dont le front d'onde est une sphère s'éloignant de la source centrale, sont une deuxième solution particulière intéressante des éqns ci-dessus:

$$\vec{E} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 \\ f_\theta(r-ct) \\ f_\phi(r-ct) \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \frac{1}{rc} \begin{pmatrix} 0 \\ f_\phi(r-ct) \\ -f_\theta(r-ct) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.12})$$

où l'on a utilisé les coordonnées sphériques. Il faut bien noter le fait que l'amplitude de ces ondes diminue avec l'inverse de la distance par rapport à la source centrale, symbolisée par r . Cette solution n'est pas valable pour r tendant vers 0, car la source centrale doit contenir des charges, problème adressé ci-dessous. A partir des solutions (A.1.11) et (A.1.12), on voit que:

$$\vec{B} = c\vec{E} \times \vec{e}_r \Rightarrow |\vec{B}| = c|\vec{E}| \quad (\text{A.1.13})$$

qui peut se généraliser aux ondes électromagnétiques en l'absence de charges.

A.2. Polarisation de la matière et indice de réfraction

Pour étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère, il faut émettre certaines hypothèses sur le comportement des atomes, qui sortent du domaine de la physique classique. La première est le fait que les électrons (qui ne sont pas des électrons de conduction ou électrons "libres") sont rattachés aux noyaux par une force proportionnelle au déplacement, c'est à dire comme par un ressort. Cette hypothèse ne peut se justifier par la théorie électromagnétique classique. C'est néanmoins un modèle en bon accord avec l'expérience et qui a été utilisé bien avant de trouver sa place dans la théorie quantique. On suppose aussi qu'il existe une force de frottement ou de résistance proportionnelle à la vitesse et qui s'oppose au mouvement des électrons. Un électron de charge q_e soumis à un champ électrique oscillant selon l'axe x (qui est par définition la force électrique par unité de charge) va ainsi se comporter comme un oscillateur forcé et amorti, dont l'équation du mouvement est donnée par:

$$m_e \left(\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x \right) = q_e E_x \quad (\text{A.2.1})$$

où γ est la constante de dissipation et ω_0 est la fréquence propre de l'oscillateur. On peut résoudre facilement cette équation dans le cas du champ électrique d'une onde électromagnétique se dirigeant selon z et oscillant sur l'axe transversal x avec une fréquence $\omega/2\pi$: $E_x = E_{0x} e^{i\omega(t-z/c)}$. Les électrons soumis à cette force vont osciller à la même fréquence et on trouve:

$$x = \frac{q_e / m_e}{-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2} E_x \quad (\text{A.2.2})$$

Ce déplacement sera responsable d'un moment dipolaire induit: $p_x = q_e x$. On définit le vecteur polarisation: $\vec{P} = N\vec{p}$ où N est le nombre de dipôles par unité de volume*, ainsi la polarisation a les dimensions d'une densité superficielle de charge [Cm⁻²]. Les éqns ci-dessus nous indiquent que la polarisation électrique est proportionnelle au champ électrique incident, dans le cas où \vec{E}^i est oscillant:

$$\vec{P} = \epsilon_0 N\alpha \vec{E}^i \quad (\text{A.2.3})$$

où α est la polarisabilité ou susceptibilité électrique atomique moyenne qui doit prendre les dimensions d'un volume [m³]. En réalité la polarisabilité peut être différente selon les directions considérées et α est alors un tenseur. Il faut noter ici que le \vec{P} est dirigé des charges (de polarisation) négatives vers les positives. Ainsi la polarisation des atomes, même si elle est orientée dans le même sens que le champ électrique, a pour effet de diminuer le champ électrique local. Dans un matériau dense, il faut tenir compte en plus du fait que le champ électrique local, qui induit la polarisation d'un atome, est influencé par la polarisation des autres atomes voisins (voir ci-dessous).

Dans l'atmosphère terrestre, on peut considérer que chaque atome où molécule est indépendant de ses voisins et le champ électrique local est égal au champ incident. D'autre part, on assume aussi que la polarisation est uniforme et qu'elle ne sera pas responsable d'une densité de charges localisée, ainsi $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$. Si le champ électrique incident est oscillant par contre, la polarisation sera également oscillante et il y aura une densité de courant liée au mouvement des charges, donnée par: $\vec{j} = Nq_e d\vec{x} / dt = d\vec{P} / dt$ en [Am⁻²]. Dans ce cas, les éqns de Maxwell peuvent être écrites:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{A.2.4})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (\text{A.2.5})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.2.6})$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{P}}{\epsilon_0} + \vec{E} \right) = \frac{\partial}{\partial t} ((1 + N\alpha) \vec{E}) \quad (\text{A.2.7})$$

On peut résoudre ces éqns comme nous l'avons fait dans le vide, § A.1., et on trouve:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{(1 + N\alpha)}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.2.8})$$

qui représente une onde se déplaçant avec une vitesse de phase: $v = c / \sqrt{1 + N\alpha}$. Ainsi en partant de la superposition de deux champs linéairement corrélés, \vec{E}^i et \vec{P} , (qui se déplacent réellement à la vitesse de la lumière dans la matière, voir Feynman), on obtient un résultat étonnant qui nous dit que tout se passe comme si le champ électrique avançait plus lentement dans la matière. Les deux interprétations sont équivalentes. On peut maintenant définir l'indice de réfraction par $m = c/v$, et on voit que:

$$m^2 = 1 + N\alpha \quad (\text{A.2.9})$$

* en réalité chaque dipôle induit sera différent en fonction de la constante de dissipation et la fréquence naturelle de chaque oscillateur quantique. Les éqns restent cependant valides si on considère que les grandeurs α , \vec{p} sont des valeurs représentatives moyennes.

qui est une formule valable pour les gaz et les matériaux peu denses. Dans les matériaux denses, il faut tenir compte du fait que le champ électrique local qui induit la polarisation d'un atome est influencé par les atomes voisins: $\vec{E}_{\text{local}} = \vec{E}^i + \vec{P} / 3\epsilon_0$ * et l'éqn (A.2.3) devient alors:

$$\vec{P} = \frac{\epsilon_0 N \alpha}{1 + 3N\alpha} \vec{E}^i \quad (\text{A.2.10})$$

ce qui donne pour l'éqn (A.2.9):

$$m^2 = 1 + \frac{N\alpha}{1 - N\alpha/3} \quad (\text{A.2.11})$$

qui s'écrit habituellement sous la forme:

$$3 \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} = N\alpha \quad (\text{A.2.12})$$

Cette relation est bien connue sous le nom de Lorentz-Lorenz du nom de deux chercheurs homonymes qui la découvrirent indépendamment en 1880. La même relation avait été trouvée pour des champs statiques dès 1850, pour laquelle elle est connue sous le nom de Clausius-Mosotti.

A partir des eqns (A.2.2) et (A.2.3), on voit que α dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde) du champ électrique incident:

$$\alpha = \frac{q_e^2 / m_e \epsilon_0}{-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2} \quad (\text{A.2.13})$$

d'où l'on tire que l'indice de réfraction est un nombre complexe dépendant de la fréquence de l'onde incidente et des caractéristiques propres de chaque dipôle oscillant.

On peut maintenant exprimer les équations de Maxwell en fonction de l'indice de réfraction, toujours pour un milieu isotrope et homogène. En admettant que les solutions varient en fonction du temps comme $e^{-i\omega t}$, on trouve:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{A.2.14})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -ikc\vec{B} \quad (\text{A.2.15})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.2.16})$$

$$c\vec{\nabla} \times \vec{B} = -ikm^2\vec{E} \quad (\text{A.2.17})$$

Et l'éqn d'onde devient:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 m^2 \vec{E} = 0 \quad (\text{A.2.18})$$

où $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde en $[\text{m}^{-1}]$.

* on peut obtenir ce résultat en assumant que chaque atome se trouve dans une cavité sphérique entourée de matière polarisée. Le champ local est alors égal au champ incident + le champ créé au centre d'une sphère chargée en surface avec une densité de charges = $P\cos\theta$ en $[\text{Cm}^{-2}]$ où θ est l'angle par rapport à l'orientation de P .

A.3. Énergie transportée par une onde électromagnétique

Le flux d'énergie transporté par le rayonnement électromagnétique, en $[\text{Wm}^{-2}]$, est donné par le vecteur de Poynting, qui est orienté dans la même direction que le sens du déplacement de l'onde:

$$\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{A.3.1})$$

Il est intéressant de suivre le raisonnement de Poynting (publié en 1884) pour comprendre d'où vient l'éqn (A.3.1).

En l'absence d'échange avec la matière, l'énergie d'une onde électromagnétique doit être conservée et, par analogie avec l'éqn (A.1.5), on peut écrire: $-\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{S}$ où u est la densité locale d'énergie en $[\text{Jm}^{-3}]$ et \vec{S} est pour l'instant un vecteur inconnu qui représente le flux d'énergie dans la direction de propagation de l'onde. On considère ensuite la puissance fournie par une onde électromagnétique à une densité de courant \vec{j} représentant N charges par unité de volume qui se déplacent à la vitesse v , avec $\vec{j} = Nq\vec{v}$. Comme le champ magnétique ne travaille pas (force perpendiculaire au déplacement) on peut écrire la puissance fournie par les champs électromagnétiques aux charges: $dF/dt = \vec{F} \cdot \vec{v} = Nq\vec{E} \cdot \vec{v} = \vec{E} \cdot \vec{j}$, et l'on obtient la conservation de l'énergie pour les champs électromagnétiques:

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{S} + \vec{E} \cdot \vec{j} \quad (\text{A.3.2})$$

à partir de laquelle il faut trouver une expression pour \vec{S} en fonction de \vec{E} et \vec{B} .

En utilisant l'éqn (A.1.4), on peut écrire $\vec{E} \cdot \vec{j} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \partial \vec{E} / \partial t$ et, en utilisant l'égalité:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times \vec{E}) = \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (\text{A.3.3})$$

on trouve:

$$\vec{E} \cdot \vec{j} = \epsilon_0 c^2 (\vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times \vec{E}) + \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E})) - \epsilon_0 \vec{E} \cdot \partial \vec{E} / \partial t \quad (\text{A.3.4})$$

On substitue ensuite, à partir de l'éqn (A.1.2), $\vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{B} \cdot (-\partial \vec{B} / \partial t) = -\partial / \partial t (B^2 / 2)$. Ce qui donne:

$$\vec{E} \cdot \vec{j} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 c^2 \vec{B} \times \vec{E}) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon_0 c^2}{2} B^2 - \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \right) \quad (\text{A.3.5})$$

En comparant avec l'éqn (A.3.2), on voit que: $\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B}$ et $u = \frac{\epsilon_0 c^2}{2} B^2 + \frac{\epsilon_0}{2} E^2$. Cette solution n'est pas la seule possible mais c'est la plus simple et elle est en accord avec la théorie des champs statiques et avec l'expérience. D'après l'éqn (A.1.13), on voit que la norme du vecteur de Poynting est donnée par: $S = \epsilon_0 c E^2 = \epsilon_0 c^3 B^2$, qui représente le carré d'une fonction sinusoïdale. L'intensité

moyenne ou le flux d'énergie transporté par le rayonnement électromagnétique, doit se calculer en prenant la moyenne de la norme du vecteur de Poynting:

$$\langle S \rangle = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \quad (\text{A.3.6})$$

où E est la norme du vecteur champ électrique et E_0 son amplitude. Le facteur $\frac{1}{2}$ est donné pour une onde variant sinusoidalement avec le temps, car $\langle \cos^2 \rangle = \langle \sin^2 \rangle = 1/2$. Pour des champs variant sinusoidalement, il est commode de travailler avec les nombres complexes, les champs E et B étant compris comme la partie réelle des nombres complexes qui leur sont associés. Lorsque l'on calcule le vecteur de Poynting il est nécessaire de faire attention au fait que l'on multiplie la partie réelle de deux nombres complexes, $\vec{S} = \epsilon_0 c \text{Re}\{\vec{E}\} \times \text{Re}\{\vec{B}\} \neq \epsilon_0 c \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{B}\}$.

Les unités de S sont des $[\text{Wm}^{-2}]$, d'après les unités du champ électrique $[\text{Vm}^{-1}\text{C}^{-1}]$ et ϵ_0 $[\text{C}^2\text{J}^{-1}\text{m}^{-1}]$, mais la plupart des grandeurs concernées dans ces équations sont dépendantes de la longueur d'onde λ et nous utiliserons pour les applications plutôt les unités $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}]$ qui représentent la dérivée $dS/d\lambda$. Étant donné que dans la plupart des cas l'intensité dépend de la direction de propagation, il sera commode d'utiliser les unités de la radiance $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}]$ et représentent la dérivée $d^2S/d\lambda d\Omega$ où Ω est l'angle solide. Pour tout ce qui concerne la transmission du rayonnement solaire, le symbole I a été utilisé pour représenter la norme du vecteur de Poynting.

Connaissant l'expression de l'énergie transportée par une onde électromagnétique, la conservation de l'énergie (en l'absence d'interaction avec la matière) impose pour une onde plane que l'amplitude du champ électrique (ou magnétique) soit invariable. Pour une onde sphérique par contre, le front d'onde (qui correspond à la surface sur laquelle l'énergie doit être conservée) est une sphère dont la surface augmente avec le carré de la distance par rapport à la source. On en déduit que l'intensité de l'onde diminue en $1/r^2$ et l'amplitude en $1/r$, ce qui justifie la forme de l'éqn (A.1.12).

A.4. Ondes électromagnétiques créées par une charge en mouvement

Il est facile de décrire les ondes électromagnétiques en l'absence de charges à partir des équations de Maxwell. Il n'en va pas de même pour une onde électromagnétique créée par une charge en mouvement. La solution à ce problème a été trouvée par Hertz en 1889 et est reproduite formellement dans Born and Wolf. Elle n'est pas reproduite ici car elle est très longue.

On a vu ci-dessus qu'une onde électromagnétique une fois "créée" va se propager d'elle même et on peut facilement imaginer qu'une charge oscillante va engendrer un champ électrique oscillant à même fréquence. Ce champ \vec{E} oscillant va ensuite engendrer un champ \vec{B} oscillant et ainsi de suite. Ces résultats sont résumés dans une élégante équation due à Feynman (qui n'est malheureusement démontrée nulle part à ma connaissance*):

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\vec{e}_r}{r^2} + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \vec{e}_r \right] \quad (\text{A.4.1})$$

* Feynman présente son équation en n'utilisant que les distances et vecteurs par rapport au point où se trouvait la charge en t' , ce qui complique considérablement les choses. D'autre part le signe positif est lié au fait que j'ai considéré que le vecteur unitaire \vec{e}_r' était dirigé vers l'extérieur.

L'éqn (A.4.1) est une formule générale pour le champ électrique créé au temps t en un point P se trouvant à une distance r de l'endroit où se trouve actuellement la charge (au temps t) et à une distance r' de l'endroit où se trouvait la charge au temps $t' = t - r'/c$ (que l'on nommera "position retardée"). Les vecteurs unitaires \vec{e}_r et \vec{e}_r' sont dirigés de la charge (en t et t') vers le point P . Le premier terme correspond au champ Coulombien qui existe autour de la position actuelle de la charge et dont l'intensité diminue en $1/r^2$. Le deuxième terme correspond à l'onde électromagnétique créée au temps t' par le mouvement de la charge qui se trouvait alors dans sa position retardée. Ce deuxième champ sera perpendiculaire au sens de propagation de la lumière (dirigée selon \vec{e}_r') et correspond à une onde sphérique s'éloignant de sa source. Les deux champs sont donc perpendiculaires entre eux et, à grande distance de la charge, le champ Coulombien diminuant en $1/r^2$ sera négligeable devant le champ dynamique diminuant en $1/r$.

Considérons maintenant le champ électrique en un point P se trouvant à une distance retardée r' d'une charge se déplaçant le long d'un axe vertical, que l'on représente dans le plan comprenant la charge, son mouvement supposé linéaire et le point P :

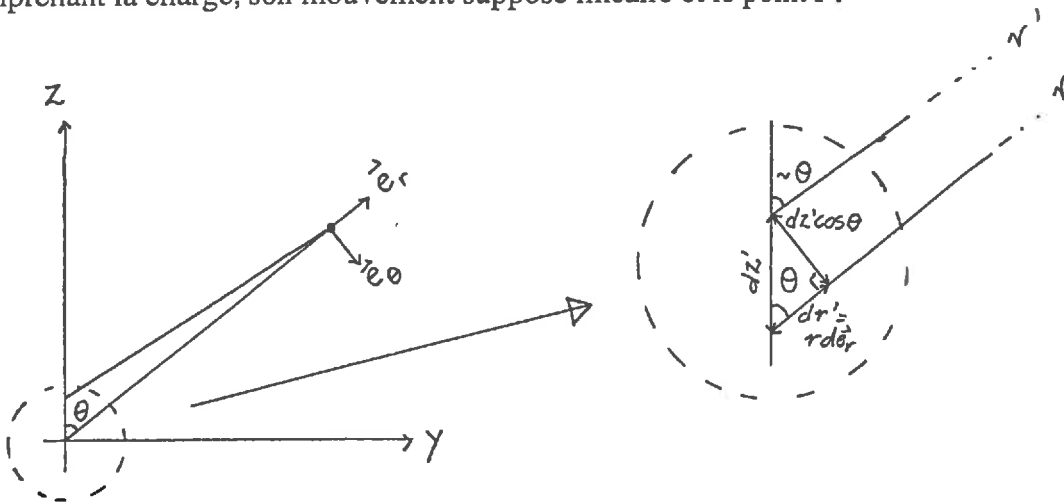


Figure A.4.1. Calcul du champ à distance d'une charge en mouvement

où le vecteur unitaire \vec{e}_r' représente la direction partant vers le point P à partir de la position retardée de la charge. On peut voir d'après la Fig. A.4.1 que si P est suffisamment loin de l'origine:

$d\vec{e}_r' = \frac{dz' \cos \theta}{r'} \vec{e}_\theta$, dont on déduit le champ électrique à distance :

$$\vec{E} = \frac{q \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{d^2 z'}{dt^2} \vec{e}_\theta \quad (\text{A.4.2})$$

qui correspond bien à un vecteur perpendiculaire à la direction de propagation et dont la norme diminue en $1/r$. S'il s'agit d'un dipôle plutôt que d'une charge isolée, on trouve à partir de l'éqn (A.4.2):

$$\vec{E} = \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{d^2 p'}{dt^2} \vec{e}_\theta \quad (\text{A.4.3})$$

où p' est la norme du moment dipolaire (retardé) orienté selon les z croissants. Le résultat (A.4.3) est exactement celui donné dans Born et Wolf. Ces résultats très importants montrent bien que c'est la composante de l'accélération de la charge qui est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde qui est importante. Ainsi le champ électrique créé par une charge en mouvement sera nul le

long de l'axe selon lequel il se déplace et maximal dans un plan perpendiculaire au déplacement de la charge. L'éqn (A.4.3) est l'éqn d'une onde sphérique. Le champ magnétique correspondant est donné par:

$$\vec{B} = \vec{e}_r \times \vec{E} / c = \frac{\sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^3 r} \frac{d^2 p'}{dt^2} \vec{e}_\phi \quad (\text{A.4.4})$$

On peut ainsi calculer les champs électromagnétiques à distance ("far field") engendrés par un dipôle oscillant, comme ceux des molécules d'air qui oscillent en réponse au champs du rayonnement solaire provoquant la diffusion de la lumière.

A.5. Théorie de Rayleigh

Rayleigh publia en 1871 sa théorie de la diffusion de la lumière sur les molécules d'air, alors que le débat allait bon train dans la communauté scientifique suite à l'unification des phénomènes optiques et électromagnétiques par Maxwell. Le résultat principal de sa théorie est bien connu, c'est le fait que l'énergie totale qui est diffusée au contact d'une molécule d'air est proportionnelle à $1/\lambda^4$ où λ est la longueur d'onde de la lumière incidente (et diffusée). Ainsi la lumière bleue ($\sim 0.43 \mu\text{m}$) est diffusée de manière environ cinq fois plus efficace que le rouge ($\sim 0.65 \mu\text{m}$) et Rayleigh put ainsi expliquer pourquoi le ciel est bleu quand on s'éloigne du soleil et le soleil est rouge aux levers et couchers de soleil lorsque la masse d'air à traverser est maximale. Sa théorie est restée d'actualité, malgré le fait que Rayleigh a utilisé le "elastic solid theory of light" plutôt que la théorie électromagnétique, et malgré quelques subtilités dont nous reparlerons. Feynman montre dans son cours que l'on peut arriver au même résultat que Rayleigh à partir des postulats de la mécanique quantique.

Après avoir pris connaissance des §A.1. à A.4., on peut suivre un raisonnement simple permettant de déduire le résultat principal de la théorie de Rayleigh. Il suffit de considérer que la lumière incidente provoque une oscillation dipolaire, qui est à l'origine d'un champ électromagnétique diffusé toujours à la même fréquence. La loi en $1/\lambda^4$ provient du fait que l'intensité du champ électrique diffusé est proportionnelle au carré de l'amplitude, eqn (A.3.6), et l'amplitude est proportionnelle à l'accélération des dipôles, eqn (A.4.3), qui elle même est proportionnelle au carré de la fréquence pour une onde oscillante.

L'hypothèse principale qui différencie la théorie de Rayleigh de la théorie plus complète de Mie, est la supposition que les champs sont homogènes sur tout "l'obstacle" rencontré par la lumière. En d'autres termes la théorie de Rayleigh s'adresse uniquement aux particules dont la taille est beaucoup plus petite que la longueur d'onde des champs en question. On suppose également que la lumière incidente est non polarisée (comme la lumière naturelle du soleil) et on commence par une seule particule. On considère une onde incidente se dirigeant vers les z croissants, telle que la norme du champ électrique est égale à E_0 :

$$\vec{E}^i = E_0 e^{i\omega(t-z/c)} \vec{e} \quad (\text{A.5.1})$$

où \vec{e} est un vecteur unitaire dans le plan xy . Le moment dipolaire induit dans la particule sera donné par l'éqn (A.2.3) et peut s'écrire:

$$\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}^i = \alpha \epsilon_0 E_0 e^{i\omega(t-z/c)} \vec{e} \quad (\text{A.5.2})$$

où α est la polarisabilité ou susceptibilité électrique [m^3] et \vec{p}_0 est le moment dipolaire [Cm] de la particule, comme dans l'éqn (A.2.3). Le champ magnétique aura également un effet sur le déplacement des charges qui est donné par la force de Lorentz. Cet effet est cependant considéré comme négligeable, dû au fait que les charges se déplacent à une vitesse bien inférieure à celle de la lumière.

L'oscillation du dipôle va être à l'origine d'une onde électromagnétique, appelée onde diffusée qui est proportionnelle à l'accélération des charges, éqn (A.4.3). Pour illustrer le processus, on choisit le même référentiel que dans la figure A.4.1. avec le dipôle oscillant à l'origine de l'onde incidente dirigée selon les z croissants. Si l'onde incidente n'est pas polarisée, le champ électrique peut être décomposé en deux composantes égales suivant \vec{e}_x et \vec{e}_y . Si le plan de diffusion est le plan yz , alors les composantes \vec{e}_x et \vec{e}_y du champ incident induiront des composantes \vec{e}_x et \vec{e}_θ respectivement du champ diffusé qui doit être perpendiculaire à sa direction de propagation, comme le montre la figure ci-dessous:

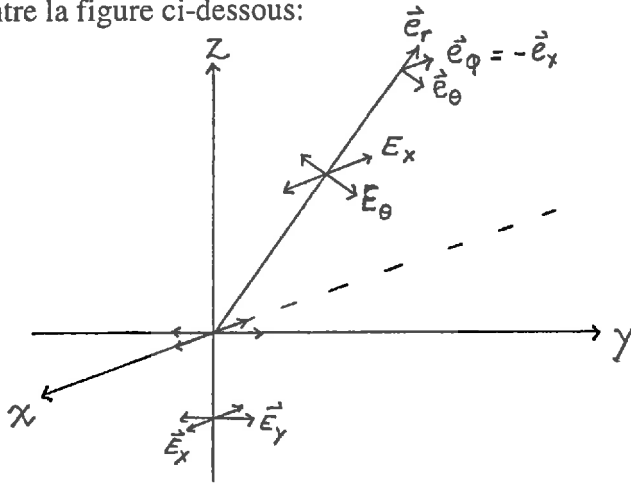


Fig. A.5.1 Diffusion d'une onde électromagnétique se dirigeant vers les z croissants sur une molécule d'air située à l'origine. Le faisceau diffusé est représenté dans le plan yz avec un angle de diffusion $= \theta$.

A partir des éqns (A.5.1), (A.5.2) et (A.4.3), on peut calculer le champ électrique de l'onde diffusée:

$$\vec{E}^d = -E_0 e^{i\omega(t-r/c)} \frac{\alpha\omega^2}{4\pi c^2 r} (\vec{e}_x + \cos\theta \vec{e}_\theta) \quad (A.5.3)$$

qui est une onde sphérique avec symétrie axiale (autour de l'axe de l'onde incidente) et dont le degré de polarisation dépend de l'angle de diffusion, avec polarisation complète (polarisation linéaire) pour un angle de diffusion $\theta = 90^\circ$.

A partir de l'éqn (A.3.6), on peut calculer l'intensité de l'onde incidente: $I_0 = I_x + I_y = \frac{d}{d\lambda} \{ \epsilon_0 c E_0^2 \}$ qui s'exprime en [$Wm^{-2}\mu m^{-1}$], représentant le flux incident par m^2 d'une surface perpendiculaire à la direction de propagation par unité de longueur d'onde λ . L'intensité d'une onde diffusée à un angle θ , dans les mêmes unités, est donnée par:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\alpha\pi}{r} \right)^2 \frac{1}{\lambda^4} \frac{1 + \cos^2\theta}{2} \quad (A.5.4.)$$

où l'on a remplacé ω par $2\pi c/\lambda$. On voit apparaître deux résultats importants pour la suite: d'abord la dépendance bien connue en $1/\lambda^4$ et ensuite le fait que l'intensité de l'onde diffusée est proportionnelle à l'intensité de l'onde incidente. A partir de (A.5.4.), on peut trouver la fonction de phase qui est définie par:

$$P(\theta) = \frac{4\pi I(\theta)}{\int_0^{4\pi} I(\theta) d\Omega} = \frac{4\pi(1 + \cos^2 \theta)}{\int_0^{4\pi} (1 + \cos^2 \theta) d\Omega} \quad (\text{A.5.5})$$

avec $\int_0^{4\pi} P(\theta) d\Omega = 4\pi$. Pour trouver l'expression de $P(\theta)$ il faut connaître l'intégrale:

$$\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = -\cos^3 \theta \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{\cos^3 \theta}{3} \Big|_0^\pi = \frac{2}{3}, \quad \text{d'où l'on déduit:}$$

$\int_0^{4\pi} (1 + \cos^2 \theta) d\Omega = 2\pi \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = 16\pi/3$. La fonction de phase de la diffusion de Rayleigh est donc:

$$P(\theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta) \quad (\text{A.5.6})$$

$$\int_0^{4\pi} P(\theta) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\theta) \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi$$

qui est illustrée ci-dessous:

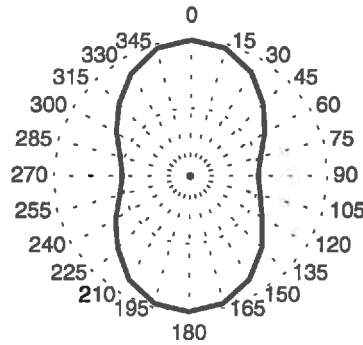


Figure A.5.1: Fonction de phase de la diffusion de Rayleigh pour un rayonnement incident non polarisé venant d'en bas

En utilisant la définition de la fonction de phase ci-dessus, on peut réécrire l'éqn (A.5.4.):

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\alpha\pi}{r} \right)^2 \frac{1}{\lambda^4} \frac{2}{3} P(\theta) \quad (\text{A.5.7})$$

que l'on peut intégrer sur une sphère de rayon r pour trouver la quantité totale d'énergie diffusée par unité de temps en [W]:

$$W_{\text{dif}} = I_0 \frac{8\pi^3}{3\lambda^4} \alpha^2 \quad (\text{A.5.8})$$

En remplaçant α avec (A.2.9), la section efficace de diffusion de Rayleigh est donnée par

$$\sigma_{\text{dif}} = \frac{W_{\text{ext}}}{I_0} = \frac{8\pi^3 (m^2 - 1)}{3\lambda^4 N^2} \quad (\text{A.5.9})$$

où N est le nombre de dipôles (molécules) par unité de volume et m est l'indice de réfraction de l'air. En réalité les molécules d'air ne sont pas absolument isotropes comme nous l'avons assumé et la polarisabilité dépend de la direction, α est un tenseur plutôt qu'un scalaire. Il en résulte que la section efficace réelle est plus grande que celle donnée par (A.5.9) d'environ 6%. On peut aussi définir le coefficient d'extinction volumique de Rayleigh en $[\text{km}^{-1}]$

$$\gamma_R = N\sigma_R = \frac{8\pi^3 (m^2 - 1)}{3\lambda^4 N} (1.06) \quad (\text{A.5.10})$$

où l'on a ajouté le facteur de correction pour l'anisotropie. A 550 [nm], $\gamma_R = 0.001162 [\text{km}^{-1}]$ pour de l'air dans des conditions standard au niveau de la mer.

A.6. Champs électromagnétiques en coordonnées sphériques

Dans cette section nous allons chercher les solutions générales des équations de Maxwell en coordonnées sphériques, afin de pouvoir traiter la diffusion d'une onde plane sur une particule sphérique de dimension finie (théorie de Mie). Une fois que l'on a obtenu l'éqn d'onde (A.2.8), ce n'est plus qu'un problème mathématique pour arriver à la résoudre. Toutes les démonstrations ne sont pas reproduites ici, ni la forme des différentes fonctions cylindriques et sphériques.

Pour résoudre l'équation vectorielle aux dérivées partielles à trois dimensions (A.2.8), il faut d'abord résoudre l'équation scalaire:

$$\nabla^2 \psi + k^2 m^2 \psi = 0 \quad (\text{A.6.1})$$

à partir de laquelle il est facile de démontrer que les vecteurs:

$$\begin{aligned} \vec{M}_\psi &= \vec{\nabla} \times (r\psi \vec{e}_r) = r(\vec{\nabla} \psi) \times \vec{e}_r, \\ \vec{N}_\psi &= (\vec{\nabla} \times \vec{M}_\psi) / mk \end{aligned} \quad (\text{A.6.2})$$

satisfont tous deux à l'éqn (A.2.8). En effet,

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{M}_\psi + k^2 m^2 \vec{M}_\psi &= \nabla^2 (\vec{\nabla} \times (r\psi \vec{e}_r)) + k^2 m^2 (\vec{\nabla} \times (r\psi \vec{e}_r)) \\ &= \vec{\nabla} \times (r(\nabla^2 \psi + k^2 m^2 \psi) \vec{e}_r) = 0 \\ mk(\nabla^2 \vec{N}_\psi + k^2 m^2 \vec{N}_\psi) &= \nabla^2 (\vec{\nabla} \times \vec{M}_\psi) + k^2 m^2 (\vec{\nabla} \times \vec{M}_\psi) \\ &= \vec{\nabla} \times (\nabla^2 \vec{M}_\psi + k^2 m^2 \vec{M}_\psi) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6.3})$$

où l'on a utilisé l'identité: $\nabla^2(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} \times (\nabla^2 \vec{A})$ car le Laplacien est un opérateur scalaire. D'autre part, \vec{M} et \vec{N} ont été choisis tels que les champs vectoriels \vec{E} et \vec{B} construits à partir de deux solutions quelconques de l'éqn (A.6.3), symbolisées par u et v :

$$\vec{E} = \vec{M}_v + i\vec{N}_u, \text{ soit} \quad (\text{A.6.4a})$$

$$E_r = \frac{i}{mk} \left[\frac{\partial^2(ru)}{\partial r^2} + m^2 k^2(ru) \right] \quad (\text{A.6.4b})$$

$$E_\theta = \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(rv)}{\partial \phi} + \frac{i}{mkr} \frac{\partial^2(ru)}{\partial r \partial \theta} \right] \quad (\text{A.6.4c})$$

$$E_\phi = \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial \theta} + \frac{1}{mkr \sin \theta} \frac{\partial^2(ru)}{\partial r \partial \phi} \right] \quad (\text{A.6.4d})$$

$$\text{et } \vec{B} = \frac{m}{c} (-\vec{M}_u + i\vec{N}_v), \text{ etc.} \quad (\text{A.6.4e})$$

satisfont à l'éqn vectorielle (A.2.8) et aux équations de Maxwell. Il suffit donc de trouver deux solutions indépendantes à l'éqn scalaire (A.2.14) pour obtenir une solution aux équations de Maxwell dans un milieu diélectrique homogène et isotrope. La solution générale sera alors donnée par la somme des solutions possibles (principe de superposition).

L'équation scalaire (A.6.1) s'écrit en coordonnées sphériques:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + k^2 m^2 \psi = 0 \quad (\text{A.6.5})$$

pour laquelle on peut montrer qu'une solution à variables séparées du type:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (\text{A.6.6})$$

est possible, où R , Θ et Φ sont des fonctions d'une seule variable d'espace, respectivement r , θ et ϕ . En effet, les trois équations différentielles régulières suivantes, faisant intervenir séparément les trois variables d'espace, satisfont à l'équation (A.6.5):

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 m^2 r^2 - n(n+1) = 0 \quad (\text{A.6.7a})$$

$$\frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[n(n+1) - \frac{l^2}{\sin^2 \theta} \right] = 0 \quad (\text{A.6.7b})$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + l^2 = 0 \quad (\text{A.6.7c})$$

où l et n sont des constantes introduites à chaque séparation de variables. Ainsi l'équation vectorielle aux dérivées partielles est réduite à trois équations différentielles régulières et scalaires. La solution de l'éqn (A.6.7c) est simplement:

$$\Phi = a_l \cos l\phi + b_l \sin l\phi \quad (\text{A.6.8})$$

où a_l et b_l sont des constantes arbitraires.

Si on effectue les substitutions $\mu = \cos\theta$ et $P_n^l(\mu) = \Theta(\theta)$ on obtient pour (A.6.7b):

$$(1-\mu^2)\frac{d^2P_n^l}{d\mu^2} - 2\mu\frac{dP_n^l}{d\mu} + \left[n(n+1) - \frac{l^2}{1-\mu^2} \right] P_n^l = 0 \quad (\text{A.6.9})$$

qui est l'équation associée de Legendre où $P_n^l(\mu)$ est un polynôme de Legendre associé qui peut être obtenu avec:

$$P_n^l(\mu) = \frac{1}{2^n n!} (1-\mu^2)^{l/2} \frac{d^{l+n}}{d\mu^{l+n}} (\mu^2 - 1)^n \quad (\text{A.6.10})$$

où il faut imposer $n > |l|$, entier, pour avoir une solution unique.

Si l'on remplace R par la fonction $Z = (kmr)^{-1/2}R$, on obtient pour l'éqn (A.6.7a):

$$r^2 \frac{d^2Z}{dr^2} + r \frac{dZ}{dr} + \left[k^2 m^2 r^2 - \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \right] Z = 0 \quad (\text{A.6.11})$$

qui est une équation différentielle cylindrique, dont les solutions $Z_{n+1/2}$, d'ordre $n + 1/2$, peuvent être exprimées comme combinaison linéaire de deux fonctions standards de type Bessel ($J_{n+1/2}$) et Neumann ($N_{n+1/2}$), voir Born et Wolf, p642-646.

$$R(r) = \frac{1}{\sqrt{kmr}} Z_{n+1/2}(kmr) = \frac{1}{r} [c_n \psi_n(kmr) + d_n \chi_n(kmr)] \quad (\text{A.6.12})$$

$$\text{avec } \psi_n(x) = \sqrt{\pi x / 2} J_{n+1/2}(x) \text{ et } \chi_n(x) = -\sqrt{\pi x / 2} N_{n+1/2}(x)$$

Les fonctions $J_{n+1/2}(x)$ et $N_{n+1/2}(x)$ sont des sommes de polynômes et prennent des formes différentes selon les valeurs de $x = kmr$ (Boas, 1983). Dans le cas où l'amplitude de l'onde diminue en $1/r$ (lorsque r est grand) et s'annule à l'infini les fonctions $J_{n+1/2}(x)$ et $N_{n+1/2}(x)$ se simplifient en une fonction de Hankel qui est la seule adéquate pour représenter l'onde diffusée (sphérique) qui est symbolisée ci-dessous par ξ_n .

La solution générale de l'équation d'onde scalaire (A.6.1) en coordonnées sphériques est alors:

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n (c_n \psi_n(kmr) + d_n \chi_n(kmr)) (P_n^l(\cos\theta)) (a_l \cos(l\phi) + b_l \sin(l\phi)) \quad (\text{A.6.13})$$

à partir de laquelle on peut reconstituer la solution générale des eqns de Maxwell, en utilisant les eqns (A.6.2) et (A.6.4).

Il sera nécessaire dans le problème qui nous intéresse de pouvoir exprimer une onde plane sinusoïdale (qui représente une solution particulière des équations de Maxwell) comme la lumière

naturelle* sous la forme générale (A.6.13). Si l'axe z représente la direction de propagation et que l'on considère pour commencer une onde plane polarisée selon x , son champ électrique peut s'écrire sous sa forme indépendante du temps:

$$\vec{E} = E_0 e^{-ikr} \vec{e}_x \quad (\text{A.6.14})$$

où $k = \omega/c$, en supposant que l'onde se déplace dans un milieu d'indice $m \cong 1$ à la vitesse de la lumière, comme le vide ou l'air. En coordonnées sphériques:

$$E_r = E_0 e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi \quad (\text{A.6.15a})$$

$$E_\theta = E_0 e^{-ikr \cos \theta} \cos \theta \cos \phi \quad (\text{A.6.15b})$$

$$E_\phi = E_0 e^{-ikr \cos \theta} \sin \phi \quad (\text{A.6.15c})$$

Pour retrouver la forme (A.6.13), on utilise l'identité:

$$e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) \frac{\Psi_n(kr)}{kr} P_n(\cos \theta) \quad (\text{A.6.15})$$

où P_n est un polynôme régulier de Legendre d'ordre n et Ψ_n est la même fonction qu'en (A.6.12). Les composantes (A.6.15) doivent correspondre aux équations (A.6.4) et on peut vérifier (Liou) que les solutions scalaires, u et v sont données par:

$$u(r, \theta, \phi) = \frac{1}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \Psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \quad (\text{A.6.16})$$

$$v(r, \theta, \phi) = u(r, \theta, \phi) \text{tg} \phi$$

qui représentent via les éqns (A.6.2) et (A.6.4a) une onde plane sinusoïdale se déplaçant dans un milieu d'indice $m = 1$, en coordonnées sphériques sous la forme générale (A.6.13).

A.7. Théorie de Mie pour une particule sphérique

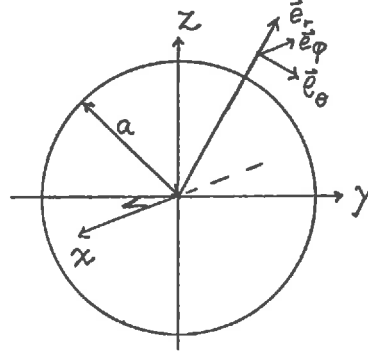
La théorie de Mie s'adresse à l'effet d'une onde plane incidente sur une particule de forme sphérique et de taille quelconque. Publiée en 1908, le problème avait sans doute déjà été résolu par Lorenz et le fut également en 1909 par Debye. Le raisonnement physique est extraordinairement simple. Les éqns de Maxwell sont les seuls outils nécessaires. La solution de ces éqns dans la sphère et dans l'atmosphère nous donne la forme générale des champs électromagnétiques. La continuité du champ électrique et magnétique tangentiel sur la surface de la sphère et les conditions aux limites sont suffisantes pour résoudre le problème de manière complète. Les difficultés mathématiques viennent du fait que la sphère ne peut être considérée comme une source ponctuelle (comme dans la théorie de Rayleigh) et qu'il faut exprimer les champs en coordonnées sphériques pour pouvoir imposer les conditions de continuité à l'interface.

Les champs électromagnétiques tangentiels à la surface doivent être continus* :

* La lumière naturelle peut aussi se décrire comme une onde sphérique mais dont la source centrale - le soleil - se trouve tellement loin que l'approximation d'une onde plane est parfaitement justifiée pour tous les problèmes qui nous intéressent.

$$\begin{aligned} E_\theta^i + E_\theta^d &= E_\theta^t, & B_\theta^i + B_\theta^d &= B_\theta^t \\ E_\phi^i + E_\phi^d &= E_\phi^t, & B_\phi^i + B_\phi^d &= B_\phi^t \end{aligned} \quad (\text{A.7.1})$$

où les indices i, d, t représentent respectivement les champs incident, interne et diffusé. Les conditions (A.7.1) sont vraies sur la surface de la sphère, quand $r = a$ sur la figure ci-dessous.



On considère maintenant une onde plane sinusoïdale E^i se déplaçant selon les z croissants dans un milieu d'indice de réfraction $m = 1$ et incidente sur une sphère d'indice m . Cette onde pénètre dans la sphère et engendre un champ interne \vec{E}^t dont on ne sait rien sauf qu'il doit prendre une certaine valeur finie au centre de la sphère et respecter les conditions (A.7.1). Le champ \vec{E}^t va ensuite engendrer un champ diffusé \vec{E}^d qui doit se comporter comme une onde sphérique à partir d'une certaine distance de la particule (en dehors des effets de bord) et doit également respecter les conditions (A.7.1).

Il faut maintenant exprimer ces ondes en coordonnées sphériques. En tenant compte de (A.6.16) à (A.6.18) et (A.7.1), on en déduit que les expressions des ondes incidente, diffusée et internes (indices i, d et t) sont données par:

$$\vec{E} = \vec{\nabla} \times (u\vec{r}) + \frac{i}{mk} [\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times (v\vec{r})], \quad \vec{B} = \frac{i}{kc} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (\text{A.7.2})$$

$$u^i = \frac{\cos \phi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta), \quad v^i = \frac{\sin \phi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \quad (\text{A.7.3})$$

$$u^d = -\frac{\cos \phi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \alpha_n \xi_n(kr) P_n^1(\cos \theta), \quad v^d = -\frac{\sin \phi}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \alpha_n \xi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \quad (\text{A.7.4})$$

$$u^t = \frac{\cos \phi}{mkr} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \alpha_n \psi_n(mkr) P_n^1(\cos \theta), \quad v^t = \frac{\sin \phi}{mkr} \sum_{n=1}^{\infty} d_n \alpha_n \psi_n(mkr) P_n^1(\cos \theta) \quad (\text{A.7.5})$$

où z est la direction de propagation, θ est l'angle de diffusion et on a supposé que l'amplitude de l'onde incidente était normalisée à 1. Les champs scalaires u et v sont des solutions de l'éqn d'onde scalaire (A.6.1). Les coefficients a_n, b_n, c_n et d_n sont indéterminés, mais doivent remplir les conditions (A.7.1). Le coefficient $\alpha_n = (2n+1)/(n(n+1))$. Les fonctions ψ_n et ξ_n de kr ou mkr sont les fonctions de Ricatti-Bessel et Hankel d'ordre n . La fonction P_n^1 qui donne la fonction de phase (voir éqn (A.5.5)) est un polynôme associé de Legendre. Pour pouvoir appliquer les conditions (A.7.1), on développe les composantes E_θ et B_θ de l'éqn (A.7.2):

* pour justifier ce résultat on peut, comme Born et Wolf, p5, raisonner en disant que la discontinuité a lieu en réalité sur une épaisseur finie dans laquelle on peut appliquer les éqns de Maxwell ou, comme Bohren et Huffman p 59, raisonner simplement par conservation d'énergie.

$$E_{\theta}^i + E_{\theta}^d = E_{\theta}^t \text{ avec } E_{\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(rv)}{\partial \phi} + \frac{i}{km} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \theta} \quad (\text{A.7.6a})$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} (r(v^i + v^d)) = \frac{\partial(rv^t)}{\partial \phi} \Rightarrow v^i + v^d = v^t \quad (\text{A.7.6b})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r(u^i + u^d)) = \frac{1}{m} \frac{\partial^2(ru^t)}{\partial r \partial \theta} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r(u^i + u^d)) = \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial r} (ru^t) \quad (\text{A.7.6c})$$

$$B_{\theta}^i + B_{\theta}^d = B_{\theta}^t \text{ avec } cB_{\theta} = -\frac{m}{r \sin \theta} \frac{\partial(ru)}{\partial \phi} + \frac{i}{kr} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \theta} \quad (\text{A.7.7a})$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} (r(u^i + u^d)) = m \frac{\partial(ru^t)}{\partial \phi} \Rightarrow u^i + u^d = mu^t \quad (\text{A.7.7b})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r(v^i + v^d)) = \frac{\partial^2(rv^t)}{\partial r \partial \theta} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r(v^i + v^d)) = \frac{\partial}{\partial r} (rv^t) \quad (\text{A.7.7c})$$

où on a utilisé le fait que les dérivées par rapport à θ et ϕ sont identiques. Si on substitue les éqns (A.7.3) à (A.7.5), on trouve:

$$\begin{aligned} (\text{A.7.6b}) &\Rightarrow \psi_n(x) - b_n \xi_n(x) = d_n \psi_n(mx) \\ (\text{A.7.6c}) &\Rightarrow \psi_n'(x) - a_n \xi_n'(x) = \frac{1}{m} c_n \psi_n'(mx) \\ (\text{A.7.7b}) &\Rightarrow \psi_n(x) - a_n \xi_n(x) = c_n \psi_n(mx) \\ (\text{A.7.7c}) &\Rightarrow \psi_n'(x) - b_n \xi_n'(x) = \frac{1}{m} d_n \psi_n'(mx) \end{aligned} \quad (\text{A.7.8})$$

où $x = ka$ (a = rayon de la sphère), les primes représentent les dérivées par rapport à x pour les ondes externes et par rapport à mx pour les champs internes. Le paramètre $x = 2\pi a/\lambda$ donne le rapport entre la circonférence de la particule et la longueur d'onde. C'est le paramètre déterminant dans ce contexte. On déduit les coefficients a_n et b_n de l'onde diffusée à partir de (A.7.8):

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\psi_n'(mx) \psi_n(x) - m \psi_n(mx) \psi_n'(x)}{\psi_n'(mx) \xi_n(x) - m \psi_n(mx) \xi_n'(x)} \\ b_n &= \frac{m \psi_n'(mx) \psi_n(x) - \psi_n(mx) \psi_n'(x)}{m \psi_n'(mx) \xi_n(x) - \psi_n(mx) \xi_n'(x)} \end{aligned} \quad (\text{A.7.9})$$

ce qui, avec les éqns (A.7.2) et (A.7.4), permet de décrire l'onde diffusée en tout point de l'espace car toutes les fonctions utilisées sont des fonctions connues.

Lorsque la distance à laquelle on se trouve par rapport à la particule est suffisamment grande (plusieurs fois le rayon de la particule), l'onde diffusée est une onde sphérique dont l'intensité diminue en $1/r^2$ et dont la composante radiale est négligeable. Ceci n'est pas vrai proche de la particule car on peut considérer que chaque point de la surface est à l'origine d'une onde sphérique qui interfère avec ses voisines. A grande distance, c'est comme si toutes les ondes diffusées étaient issues d'une source ponctuelle. En utilisant l'approximation $\xi_n(kr) \cong i^{n+1} e^{-ikr}$ pour r grand, on trouve les expressions suivantes pour le champ électrique de l'onde diffusée à partir des éqns (A.7.2) et (A.7.9):

$$E_r^i = B_r^i = 0 \text{ et } cB_\theta^i = -E_\phi^i, cB_\phi^i = E_\theta^i \quad (\text{A.7.10})$$

$$E_\theta^i = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(rv^i)}{\partial \phi} + \frac{i}{kr} \frac{\partial^2(ru^i)}{\partial r \partial \theta} = \frac{-i}{kr} e^{-ikr} \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} + b_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right]$$

$$E_\phi^i = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rv^i)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \sin \theta} \frac{\partial^2(ru^i)}{\partial r \partial \phi} = \frac{-i}{kr} e^{-ikr} \sin \phi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[b_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} + a_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right]$$

On réécrit l'onde incidente en coordonnées parallèles et perpendiculaires au plan de diffusion:

$$E_r^i = E_{0r}^i e^{-ikz} \sin \phi, E_\theta^i = E_{0\theta}^i e^{-ikz} \cos \phi \quad (\text{A.7.11})$$

ce qui représente une onde plane non polarisée se dirigeant selon les z croissants. En respectant la convention courante, l'indice r représente maintenant la direction perpendiculaire au plan de diffusion alors que θ est la composante parallèle. On peut définir les fonctions de diffusion, S_1 et S_2 :

$$E_r^d = -E_\theta^d = -\frac{i}{kr} e^{-ikr} S_1(\theta) E_{0r}^i \sin \phi \Rightarrow S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} + b_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \right] \quad (\text{A.7.12})$$

$$E_\theta^d = +E_r^d = -\frac{i}{kr} e^{-ikr} S_2(\theta) E_{0\theta}^i \cos \phi \Rightarrow S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[a_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} + b_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right]$$

qui sont des grandeurs complexes sans dimensions. L'intensité de l'onde est proportionnelle au carré moyen du champ électrique et ces résultats montrent bien que l'intensité de l'onde diffusée I^d est proportionnelle à l'intensité de l'onde incidente I_0 :

$$I^d = \frac{I_0}{2k^2 r^2} (i_1 + i_2) \quad (\text{A.7.13})$$

où $i_1 = |S_1(\theta)|^2$ et $i_2 = |S_2(\theta)|^2$ sont les fonctions d'intensité pour une onde incidente non polarisée. La figure ci-dessous illustre deux exemples de ces fonctions d'intensité:

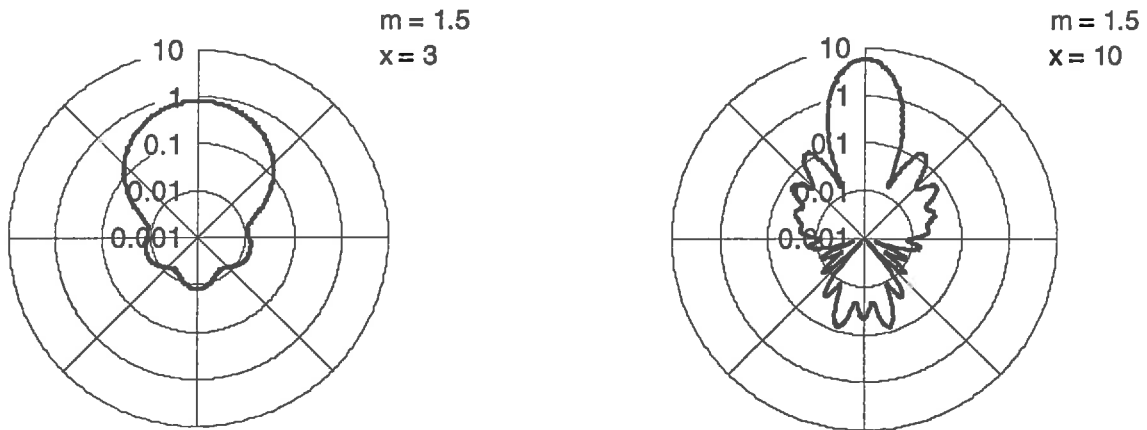


Figure A.7.1: Fonctions d'intensité ($i_1 + i_2$), simulations MIETAB, version de démonstration (<http://www.zianet.com/damila/mt71demo.htm>)

A.8. Efficacité d'extinction de Mie

Chaque particule présente dans l'atmosphère, en interagissant avec le rayonnement incident, va diminuer l'intensité de celui-ci d'une valeur qui est égale à la somme des énergies absorbées et diffusées par la particule (en admettant qu'il n'y a pas d'émission dans les longueurs d'ondes qui nous intéressent). Il existe plusieurs manières élégantes de calculer cette énergie qui donnent toutes le même résultat, par des raisonnements plus ou moins rigoureux.

On imagine d'abord une sphère centrée sur la particule et de rayon suffisamment grand pour que l'onde diffusée puisse être représentée par une onde sphérique. L'énergie absorbée (par unité de temps) dans la sphère sera égale à la somme des flux d'énergie entrants moins les flux sortants, qui peuvent se calculer à partir des vecteurs de Poynting. En prenant le vecteur-surface $d\vec{s}$ comme étant un vecteur infinitésimal orienté perpendiculairement à la surface et dirigé vers l'extérieur de la sphère imaginaire, on peut écrire:

$$I_a = - \oint_{4\pi R^2} \vec{S}^i \cdot d\vec{s} - \oint_{4\pi R^2} \vec{S}^d \cdot d\vec{s} + \oint_{4\pi R^2} \vec{S}^{id} \cdot d\vec{s} \quad (\text{A.8.1})$$

$$\frac{I_a}{\epsilon_0 c^2} = - \oint_{4\pi R^2} \vec{E}^i \times \vec{B}^i \cdot d\vec{s} - \oint_{4\pi R^2} \vec{E}^d \times \vec{B}^d \cdot d\vec{s} + \oint_{4\pi R^2} (\vec{E}^i \times \vec{B}^d + \vec{E}^d \times \vec{B}^i) \cdot d\vec{s}$$

où I_a est le flux d'énergie absorbé par unité de surface et de temps, R est le rayon de la sphère imaginaire et les vecteurs \vec{S}^i , \vec{S}^d et \vec{S}^{id} représentent les vecteurs de Poynting pour les flux dus aux ondes incidente, diffusée et combinée. Les signes sont dans le sens positif pour les flux entrants. Ainsi le flux de l'onde diffusée, dirigée vers l'extérieur, est négatif. L'intégrale du flux de l'onde incidente peut être considérée comme nul si le milieu entourant la particule n'est pas absorbant et son signe n'a donc pas d'importance. Le vecteur de Poynting dû à la combinaison des champs n'a pas d'autre possibilité que d'être entrant dans la sphère, ce qui justifie le signe positif. Ce flux représente donc la somme des puissances absorbées (W_a) et diffusées par la particule:

$$\oint_{4\pi R^2} \vec{S}^{id} \cdot d\vec{s} = W_a + \oint_{4\pi R^2} \vec{S}^d \cdot d\vec{s} \quad (\text{A.8.2})$$

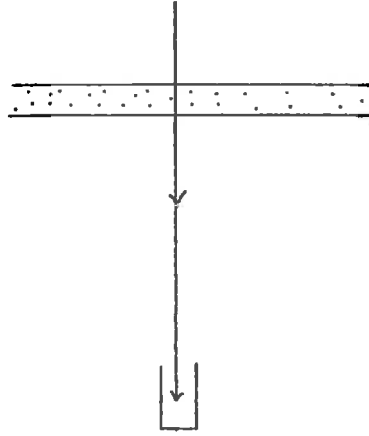
ce qui n'est autre que l'extinction que nous cherchons. Il s'agit donc de calculer l'intégrale suivante:

$$I_{\text{ext}} = \epsilon_0 c^2 \oint_{4\pi R^2} (\vec{E}^i \times \vec{B}^d + \vec{E}^d \times \vec{B}^i) \cdot d\vec{s} \quad (\text{A.8.3})$$

Cette intégrale peut être calculée exactement en utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions de Ricatti-Bessel (voir Bohren and Huffman) donnant le résultat suivant (voir (A.7.9) :

$$I_{\text{ext}} = I_0 \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{a_n + b_n\} \quad (\text{A.8.4})$$

Un autre raisonnement, particulièrement intéressant dans le contexte de la transmission atmosphérique du rayonnement direct, permet d'arriver au même résultat. On imagine une couche plane infinie d'épaisseur Δz , contenant N particules sphériques identiques par unité de volume et orientée perpendiculairement à la direction de propagation d'une onde plane sinusoïdale se propageant selon les z croissants, comme sur la figure ci-dessous:



On imagine ensuite un capteur placé à grande distance derrière la couche de particules et ne mesurant que la composante du rayonnement se propageant dans la direction z . On peut interpréter la diminution de l'intensité du rayonnement ayant passé au travers de la couche de particules comme ceci: on superpose à l'onde plane incidente une onde sphérique diffusée et l'intensité résultante après la couche est la somme des intensités de l'onde incidente + l'onde sphérique + un terme dû à l'interaction entre les deux ondes. Ce dernier terme (qui correspond bien sûr au terme croisé de (A.8.1)) sera négatif dans l'hypothèse où l'intensité diminue. On écrit l'intensité de l'onde selon z :

$$I_z = \epsilon_0 c^2 \langle (\vec{E}^i + \vec{E}^d)^2 \rangle = \epsilon_0 c^2 \langle \vec{E}^{i^2} + 2\vec{E}^i \vec{E}^d + \vec{E}^{d^2} \rangle \approx \epsilon_0 c^2 \langle \vec{E}^{i^2} + 2\vec{E}^i \vec{E}^d \rangle = I_0 + I_{\text{ext}} \quad (\text{A.8.5})$$

où on voit apparaître le terme croisé qui représente l'extinction ($I_{\text{ext}} < 0$) et on peut négliger l'énergie de l'onde diffusée (sphérique) à grande distance car elle décroît en $1/r^2$. On considère maintenant que chaque point de la couche de particules est la source d'une onde sphérique. Le calcul de l'intensité d'une onde à une certaine distance d'une couche plane, source d'ondes sphériques est un problème résolu par Fresnel en 1818.

On écrit l'intensité du terme croisé en un point à l'origine O provenant d'une particule sphérique située en un point $P(x, y, z)$ dans la couche de particules, proche de l'axe z , à une distance $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ de O :

$$I_{\text{ext}} \approx I_0 \frac{2}{kr} \text{Re} \left\{ \frac{S(0)}{i} e^{-ikr} \right\} \quad (\text{A.8.6})$$

où $I_0 = \epsilon_0 c \langle \vec{E}^{i^2} \rangle$, on a utilisé l'éqn (6.12) et on a supposé que P était suffisamment proche de l'axe de z pour que l'angle de diffusion $\theta \approx 0^\circ$. La partie réelle de la fonction de diffusion en avant ($\theta = 0^\circ$) est donnée par

$$S_1(0) = S_2(0) = S(0) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re} \{ a_n + b_n \} \quad (\text{A.8.7})$$

Ainsi la fonction de phase de Mie dans la direction avant ne dépend pas de la polarisation du rayonnement incident, comme pour la diffusion de Rayleigh. Ceci peut se justifier pour toute sphère homogène et isotrope en raisonnant par symétrie. Comme $z \gg x, y$ on peut écrire $r \approx z + (x^2 + y^2)/2z$. Le flux (A.8.6) est celui provenant d'une particule située en un point x, y, z . Pour avoir le flux du terme croisé provenant de toute la couche, il faut intégrer:

$$I_{\text{ext}} \approx I_0 \frac{2N}{kz} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{S(0)}{i} e^{-ik(x^2+y^2)/2z} dx dy \right\} \Delta z \quad (\text{A.8.8})$$

en supposant que seules les particules proches de l'axe z vont avoir une influence. L'éqn (A.8.8) comprend deux intégrales définies de Fresnel, avec:

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-ik(x^2+y^2)/2z} dx dy = -\frac{2\pi z}{k} i \quad (\text{A.8.9})$$

ce qui donne pour (A.8.8):

$$I_{\text{ext}} \approx -I_0 \frac{4\pi N}{k^2} \operatorname{Re}\{S(0)\} \Delta z \quad (\text{A.8.10})$$

en supposant que l'on peut prendre une valeur constante pour $S(\theta) = S(0)$. On peut ensuite calculer la section efficace d'une seule particule que l'on définit par:

$$\left| \frac{I_{\text{ext}}}{I_0} \right| = N \sigma_{\text{ext}} \Delta z \Rightarrow \sigma_{\text{ext}} = \frac{4\pi}{k^2} \operatorname{Re}\{S(0)\} \quad (\text{A.8.11})$$

On voit avec (A.8.7) que l'extinction due à une seule particule est bien celle trouvée par (Bohren and Huffman), éqn (A.8.4).

Le fait que l'extinction ne dépende que de la diffusion dans la direction de propagation est présentée dans van de Hulst comme "fundamental extinction law". Un dénommé Newton (1976) décrit cette loi (the "optical theorem") comme un merveilleux exemple d'un théorème qui a été découvert puis oublié avant d'être redécouvert à plusieurs reprises. Il est intéressant de noter que le premier à l'avoir découvert fut sans doute Rayleigh en 1871. Ce résultat surprenant - le fait que l'extinction ne dépend que de la fonction de phase en $\theta = 0$ alors que la diffusion a lieu dans toutes les directions- peut se justifier intuitivement en arguant que la mesure du rayonnement direct, qui est une mesure d'extinction ne "verra" que la lumière diffusée en $\theta = 0$. Le fait que l'on retrouve ce résultat à partir de l'intégrale sur une sphère imaginaire, (A.8.1) ou à partir d'une intégrale de Fresnel sur un plan infini (A.8.9) semble être dû au fait que ces deux intégrales sont nulles partout à l'infini sauf dans la direction de propagation de l'onde incidente (Jones 1955). Il reste un problème d'ordre philosophique pour le cas où $S(0) = 0$, ce qui heureusement n'a jamais été rencontré dans la nature.

Le coefficient d'extinction ou efficacité d'extinction de Mie pour une particule sphérique de rayon a , est donné par:

$$Q_{\text{ext}} = \frac{\sigma_{\text{ext}}}{\pi a^2} = \frac{4}{x^2} \operatorname{Re}\{S(0)\} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}\{a_n + b_n\} \quad (\text{A.8.12})$$

où $x = 2\pi a/\lambda$ est un paramètre de taille sans dimensions, souvent appelé paramètre de Mie car, avec l'indice de réfraction, il permet de retrouver toutes les caractéristiques de la diffusion. Les fonctions a_n et b_n sont des fonctions compliquées de x et de l'indice réfraction, pouvant subir de très rapides variations, ainsi que l'illustre la figure ci-dessous:

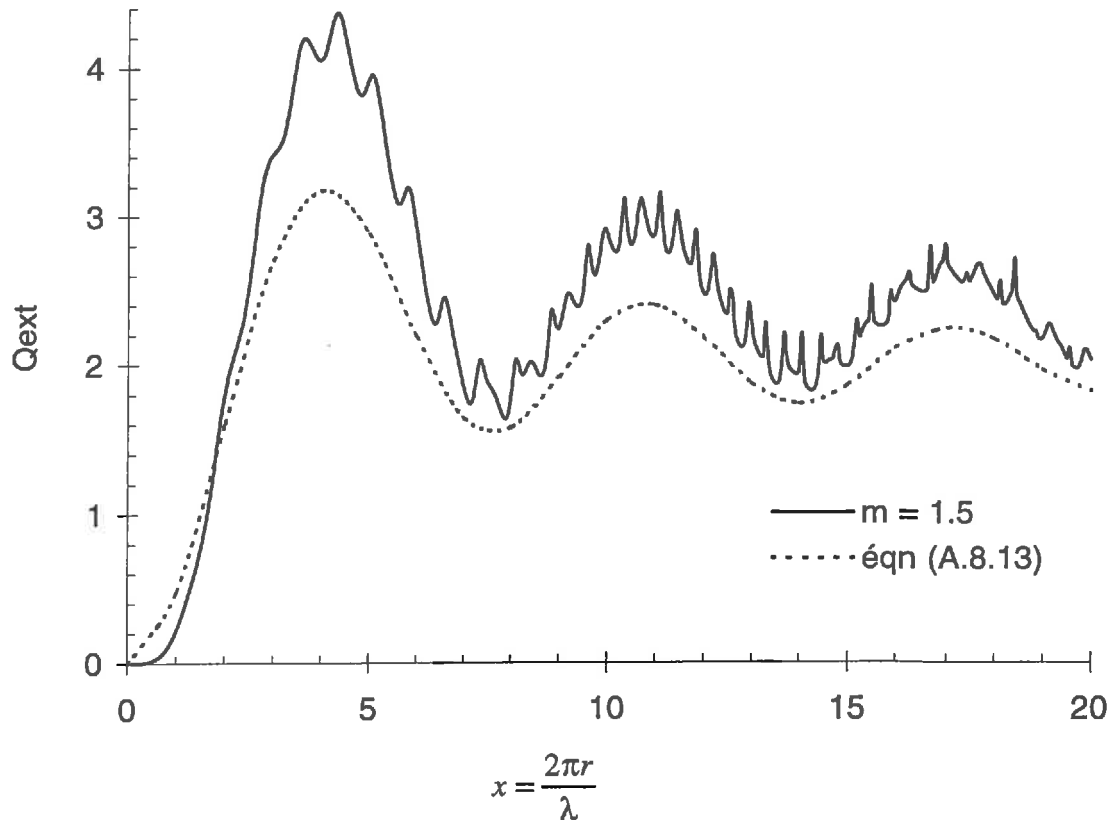


Figure A.8.1 : Efficacité d'extinction de Mie en fonction du paramètre de Mie* pour un indice de réfraction réel, $m = 1.5$

Le paramètre $\rho = 2x(m - 1)$, qui représente le déphasage que subit un rayon traversant le centre de la sphère, est parfois utilisé à la place de x . Les deux paramètres sont égaux pour $m = 1.5$. L'avantage de ρ provient du fait que la courbe $Q_{ext}(\rho)$ ne dépend pas ou peu de l'indice de réfraction. Il est possible de montrer que pour un indice réel proche de l'unité et une particule grande par rapport à la longueur d'onde, que l'extinction est donnée par :

$$Q_{ext} = 2 - \frac{4}{\rho} \sin \rho + \frac{4}{\rho^2} (1 - \cos \rho) \quad (\text{A.8.13})$$

formule qui est démontrée simplement dans van de Hulst (1957) et qui permet de reproduire les fluctuations principales des courbes calculées avec la théorie rigoureuse ainsi que l'illustre la figure ci-dessus.

Les aérosols ont un indice de réfraction souvent proche de 1.5 et l'on voit sur la figure que le maximum de la courbe à lieu dans ce cas en $\rho = x = 4$, c'est à dire que, pour la longueur d'onde de 0.55 [μm], le rayon des particules ayant l'extinction maximale est de 0.35 [μm]. Dans le cas où la distribution de taille comprend un nombre non négligeable de particules ayant un rayon > 0.35 [μm], l'extinction peut même augmenter avec la longueur d'onde. C'est le cas pour les aérosols volcaniques ou océaniques. Pour une distribution de taille assez étroite autour de 0.1 [μm] on peut voir que l'extinction va diminuer avec la longueur d'onde. Ce type de comportement est observé

* le paramètre de Mie, x , est le rapport entre la circonférence de la particule et la longueur d'onde, c.f. éqn (A.8.12).
Les simulations de Mie illustrées ici ont été fournies par Norm O'Neill

pour beaucoup de modèles d'aérosols troposphériques, dont la distribution de taille est souvent centrée autour d'un maximum à 0.1 [μm].

La partie à gauche du maximum sur la courbe ci-dessus va donc jouer un rôle important dans les phénomènes de diffusion de la lumière dans l'atmosphère. La théorie de Rayleigh prédit une augmentation de la surface effective (pour une particule de dimensions bien inférieure à la longueur d'onde) qui est proportionnelle à x^4 et on observe effectivement une augmentation rapide à cet endroit. Cette augmentation rapide a une conséquence importante puisqu'elle est à l'origine du fait que l'eau contenue dans l'atmosphère soit un obstacle efficace à la transmission du rayonnement solaire lorsqu'elle est sous forme de nuages (gouttelettes d'eau condensée), alors qu'elle est invisible à l'état de vapeur. L'approximation (A.8.13) n'est pas bonne dans cette région de la courbe alors que le domaine de validité de la théorie de Rayleigh n'est valable que pour des valeurs de $x < 0.1$.

Il existe une approximation intéressante dans le domaine où x est petit (et m est proche de 1), c'est la théorie de Rayleigh-Gans, qui suppose que chaque point d'une particule diffuse selon la loi de Rayleigh. Le raisonnement se base sur le déphasage de l'onde qui pénètre dans la particule pour trouver la formule de l'extinction et peut s'appliquer à différentes formes de particules. La figure ci-dessous est tracée d'après les valeurs tabulées dans van de Hulst:

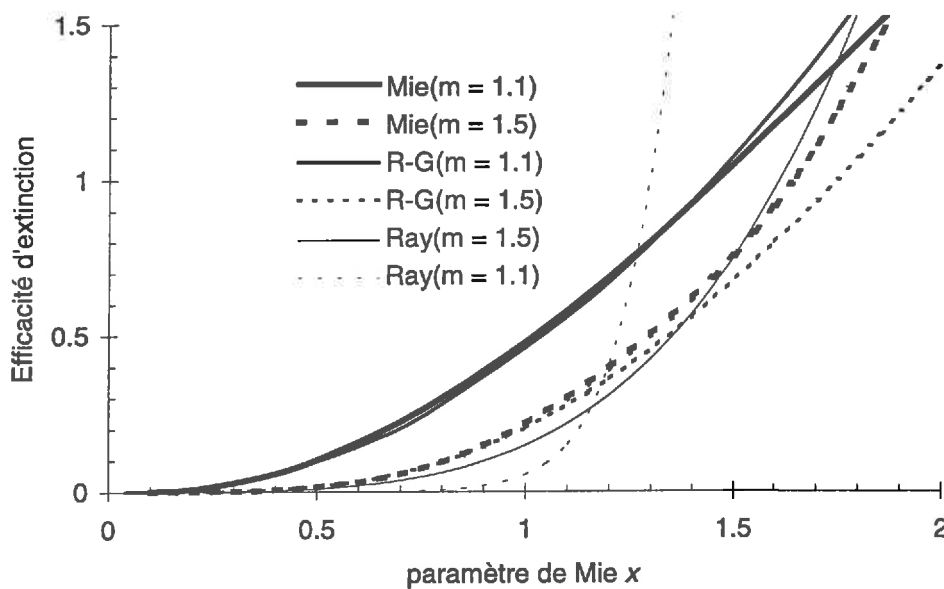


Figure A.8.2 : Extinction de Mie selon différentes théories dans le domaine de $x < 2$.

On voit sur la figure ci-dessus que le domaine de validité de la théorie de Rayleigh (Ray) est très limité. La théorie de Rayleigh-Gans (R-G) donne de bons résultats pour $x < 1$.

Dans le domaine des grands x , le fait que $Q_{\text{ext}} \rightarrow 2$ quand $x \rightarrow \infty$ est parfois appelé le "paradoxe d'extinction". Ainsi la section efficace d'une particule est un facteur deux fois plus grand que la section géométrique, dans le cas où la particule est beaucoup plus grande que la longueur d'onde de la lumière incidente. Le fait que toute l'énergie de l'onde incidente soit absorbée soit diffusée correspond à un facteur 1. D'autre part le champ diffusé doit annuler complètement le champ incident après l'obstacle (par interférence destructive), ce qui fait encore un facteur 1. Ceci est vrai en tenant compte des deux suppositions *i*) toute la lumière diffusée, même celle aux très petits angles est comptée comme ayant été retirée au flux incident et *ii*) l'on se trouve à une grande distance de l'obstacle. Comme remarqué par van de Hulst, un pot de fleur devant la fenêtre ne cachera que la quantité de lumière qui atterrit sur sa surface, et pas deux fois celle-ci, mais ce même

pot de fleurs placé quelque part dans le ciel entre un télescope et l'étoile sur laquelle il est pointé, aura une section efficace correspondant à deux fois sa section géométrique.

A.9. Théorie de Rayleigh-Gans

Une approximation intéressante de la théorie de Mie a été trouvée en 1881 par Rayleigh puis de nouveau en 1925 par Gans et elle s'appelle généralement depuis lors la théorie de Rayleigh-Gans. C'est une théorie qui se base sur l'hypothèse que la lumière incidente pénètre dans la particule sans (trop de) modification de phase où de longueur d'onde (indice de réfraction voisin de 1) et induit dans chaque point de la particule un dipôle oscillant qui est à l'origine d'une onde diffusée dont les caractéristiques sont données par la théorie de Rayleigh. Cette théorie très simple à l'avantage de pouvoir s'appliquer à différentes formes de particules mais je ne considère ici que les sphères. Son domaine d'application est cependant limité par les conditions $|m-1| \ll 1$ et $ka|m-1| \ll 1$, ce qui en principe exclut la plupart des aérosols. Le graphique (A.8.2.) montre cependant des résultats intéressants dans un domaine qui n'est pas irréaliste pour des aérosols atmosphériques.

Pour décrire le champ diffusé, il est pratique d'utiliser une fonction de diffusion (ou d'amplitude), S , qui est définie par :

$$E^d = S(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{ikr} \quad (\text{A.9.1})$$

où l'on ne considère pas la dépendance en temps. Le facteur i du dénominateur est ajouté arbitrairement pour simplifier les calculs ultérieurs, le facteur $1/r$ représente une onde sphérique (S ne dépend pas de r) et le facteur $1/k$ est également ajouté de manière à ce que S soit sans dimensions. En accord avec l'éqn (A.7.12) on peut définir les fonctions de diffusion pour une particule soumise à la diffusion de Rayleigh:

$$\begin{pmatrix} E_r^d \\ E_t^d \end{pmatrix} = \frac{e^{-ikr}}{ikr} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_r^i \\ E_t^i \end{pmatrix} \quad (\text{A.9.2})$$

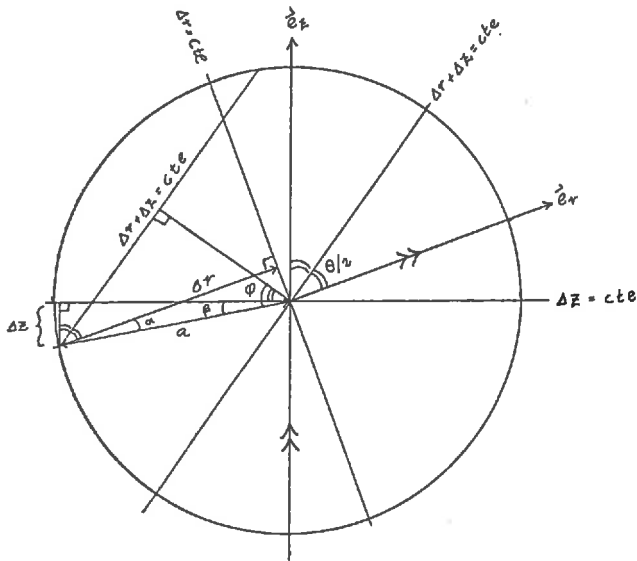
où la fonction $S = -\frac{3ik^3}{4\pi} \frac{(m^2-1)}{N}$ est ici indépendante des variables d'espace d'après (A.5.3). Si chaque élément de la particule diffuse selon l'éqn ci-dessus alors le champ diffusé dû à un élément de volume de la particule ΔV peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} \Delta E_r^d \\ \Delta E_t^d \end{pmatrix} = \Delta V e^{-ik(\Delta r + \Delta z)} \frac{e^{-ikr}}{ikr} \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_r^i \\ E_t^i \end{pmatrix} \quad (\text{A.9.3})$$

avec $s = dS/dV = SN$ et l'on a supposé que l'on se trouve très loin de la particule en question. La distance r est la distance par rapport au centre de la particule et Δz , Δr sont respectivement l'allongement parcouru par l'onde incidente et diffusée pour un point qui ne se trouve pas au centre

de la particule (dessin ci-dessous). On voit qu'il existe des plans sur lesquels l'allongement ($\Delta z + \Delta r$) est constant et donné par :

$$\Delta z + \Delta r = -a \sin\left(\varphi - \frac{\theta}{2}\right) + a \sin\left(\frac{\theta}{2} + \varphi\right) = 2a \sin \frac{\theta}{2} \cos \varphi \quad (\text{A.9.4})$$



$$\begin{aligned} \Delta r &= a \cos \alpha \\ &= a \cos(\pi/2 - \varphi - \theta/2) \\ &= a \sin(\theta/2 + \varphi) \\ \Delta z &= -a \sin \beta \\ &= -a \sin(\varphi - \theta/2) \end{aligned}$$

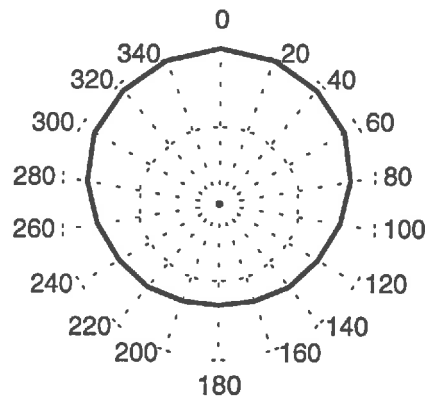
On définit la variable $\xi = a \cos \varphi$ où a est le rayon de la particule et on intègre sur le volume de la particule sphérique pour trouver la fonction de phase (non normalisée) :

$$f(\theta) = \frac{1}{V} \int_{-a}^a \exp\left(i2k\xi \sin \frac{\theta}{2}\right) \pi(a^2 - \xi^2) d\xi \quad (\text{A.9.5})$$

où $\pi(a^2 - \xi^2)$ est la surface du disque inclus dans la particule sur lequel (A.9.5) est valable. La solution de (A.9.6) est connue :

$$f(\theta) = \frac{3}{u^3} (\sin u - u \cos u), \quad u = 2x \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.9.6})$$

qui est illustrée ci-dessous pour $x = 1$:



Pour calculer l'extinction due aux diffusions dans toutes les directions il faut intégrer l'éqn (A.9.6) sur une sphère. On définit la fonction $\varphi(x)$ par $Q_{sca} = |m-1|^2 \varphi(x)$ qui est indépendante de

l'indice de réfraction. Van de Hulst donne des valeurs tabulées de $\varphi(x)$ à partir desquelles j'ai obtenu par régression :

$$\varphi(x) = 2.24(0.361)^x x^{4.23} \quad (\text{A.9.7})$$

Les valeurs tabulées par van der Hulst ont été obtenues à partir de fonctions trouvées par Rayleigh et sont comparées aux théories de Mie et Rayleigh §A.8. Il semble que le « optical theorem » (voir § A.8.) ne soit pas applicable dans le cas de la théorie de Rayleigh-Gans car cette théorie prédit la même intensité pour l'onde diffusée en $\theta = 0$ que pour la théorie de Rayleigh.



IMPACT OF PINATUBO AEROSOLS ON THE SEASONAL TRENDS OF GLOBAL, DIRECT AND DIFFUSE IRRADIANCE IN TWO NORTHERN MID-LATITUDE SITES

BENOÎT MOLINEAUX and PIERRE INEICHEN

Group of Applied Physics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland

(Communicated by Frank Vignola)

Abstract—In June 1991, Mt Pinatubo's eruption in the Philippines ejected a staggering 20 million metric tons of SO₂ into the stratosphere which resulted in an aerosol cloud covering most of the Earth within a few months after the eruption. In this article we illustrate how the seasonal trends of global, direct and diffuse solar radiation were modified by the eruption in two mid-latitude sites in Europe and the U.S., totalling about 12 yr of hourly data. A spectacular increase in the diffuse fraction of solar radiation as opposed to a decrease in direct radiation which extended from late 1991 to mid 1993 was observed in both sites and for clear sky conditions. Global radiation was not altered significantly from these data sets. Sunphotometer measurements in one of the sites show the volcanic aerosols tripled the total atmospheric aerosol optical depth at 1 μm and approximately doubled the aerosol optical depth at 0.5 μm. Copyright © 1996 Elsevier Science Ltd.

1. INTRODUCTION

From a climatologist's point of view, Mt Pinatubo's eruption in the Philippines (15.1°N, 120.4°E) in June 1991 was probably the largest of the century. The net overall radiative forcing entailed by the volcanic aerosols in 1992 was estimated at -3 W/m^2 , then reduced to -1 W/m^2 in 1993, from McCormick *et al.* (1995). These figures should be compared with the warming effect of greenhouse gases, estimated at $+2 \text{ W/m}^2$. The resulting decrease in global surface air temperature was estimated at -0.5°C for the year 1992, from Minnis *et al.* (1993). On a longer time scale, the amount of anthropogenic aerosols present in the atmosphere has been increasing exponentially since the beginning of the century. The ratio of artificial to total aerosols world-wide is approximately 15%, from Jennings (1992), and entails an estimated overall global cooling effect of -1 W/m^2 , from McCormick *et al.* (1995). However, the impact of these aerosols on solar radiation is extremely difficult to assess because of their short life time (~ 1 week) and their high variability in space and time. In comparison, the aerosols generated in the stratosphere by Mt Pinatubo's eruption rapidly covered most of the surface of the globe with a life span in years rather than days. This makes the event a unique opportunity to study the impact of atmospheric aerosols on solar radiation measured at the ground level.

The dispersal of volcanic aerosol from its point source in the Philippines, at different levels

in the stratosphere and troposphere, has been an object of extensive research, see for example Hobbs (1993). Longitudinally, the dispersal was rapid and the volcanic plume circled the earth (at constant latitude) in a matter of weeks. Latitudinally, the transport was slow and apparently season-dependent. From the SAGE II satellite limb experiment, it appears that the stratospheric aerosol optical depth at 1 μm and our latitudes ($\sim 45^\circ\text{N}$) increased sharply by more than a factor of 10 during the period September to December 1991 (2–5 months after the eruption), from Hobbs (1993) and Trepte *et al.* (1993). Rosen *et al.* (1994) analysed balloon-borne backscattersonde data over Laramie, Wyoming (41°N), and found that the stratospheric aerosol optical depth at 525 nm was consistently high in 1992 and decayed abruptly in the spring of 1993. From extrapolation of their curves, it appears the Pinatubo aerosols had all but completely disappeared by mid 1995 although 95% of the decay had occurred by mid 1993.

The aim of this article is to illustrate the impact of the eruption on broad band irradiance data measured at the ground level. However, detection of the volcanic perturbation is made difficult by the extremely variable tropospheric climate in the two urban sites studied here. The results are therefore presented for clear skies only, when the influence of the volcanic aerosols is most apparent. Finding a method which is based on the available irradiance data and gives

an unbiased selection of clear skies was however a challenging problem and is discussed in the first part of the paper. A short discussion of the clearness index and Ångström's turbidity parameters is also given. The second part of this article illustrates the clear sky global, direct and diffuse irradiances after having subtracted the background seasonal trends, in order to pinpoint the effects of the volcanic aerosols alone. Spectral sunphotometer measurements are also analysed and compared to the broad band results.

2. PRELIMINARY COMMENTS

2.1. The clearness index

The clearness index (K_t) is a dimensionless quantity defined as the ratio of global to extra-terrestrial solar radiation on a horizontal surface. This ratio gives a general indication of the total atmospheric attenuation, although it is impossible to tell whether this attenuation is caused by aerosols, clouds or some other impairment. The direct and diffuse indices (K_b and K_d) correspond respectively to the ratio of direct to extraterrestrial (in a plane perpendicular to the sun's rays) and diffuse/extraterrestrial horizontal irradiance. All three parameters depend, to different extents, on the amount of scattering and absorption taking place at various wavelengths. As a result of molecular scattering, K_t decreases with increasing solar zenith angle for invariable sky conditions, since a longer path length through the atmosphere will entail an increased amount of backscattered radiation. This is confirmed by our results, as illustrated in Fig. 1 which shows all the hourly K_t versus air mass values measured in Geneva over a 6 yr period and for all weather conditions (21,131 hourly values). The solid curve represents simulations made with the SMARTS2

spectral code, by Gueymard (1995). In these simulations the sky is considered cloudless, the atmospheric aerosol and moisture contents correspond to an Ångström turbidity factor (β) of 0.1 (see Section 2.2) and a height of precipitable water vapour content (w) of 2 cm. These are average conditions for Geneva. The simulations are in good agreement with the highest values of K_t . The few points above the curve may be the result of particular conditions, either when the sky is extremely clean and dry, or when a few clouds act as solar concentrators due to specular reflections.

Perez and Ineichen (1990) have also shown that K_t decreases rapidly as the solar zenith angle increases above 50° and they suggest the use of a new clearness index defined by:

$$K_t' = \frac{K_t}{1.031 * \exp\left(\frac{-1.4}{0.9 + 9.4/m}\right) + 0.1} \quad (1)$$

where m is the relative optical air mass. In this equation, the clearness index has been corrected in the aim of eliminating its dependence on the solar zenith angle. The denominator has been adapted from Kasten's (1980) formulation of the attenuation of direct beam irradiance in a cloudless atmosphere, with a constant Linke turbidity index (T_L) of 1.4. The fraction of diffuse to global radiation on a plane perpendicular to the Sun's rays is fixed here at 0.1, in agreement with $T_L = 1.4$. The corrective factor 1.031 is added so that $K_t = K_t'$ at air mass 1.

Figure 2 shows that most of the dependence of K_t vs air mass which was illustrated in Fig. 1 has been accounted for by eqn (1). A small residual dependence may be the result of eqn (1) assuming (incorrectly) that both T_L and the diffuse fraction are invariant with respect to the air mass. Equation (1) is also based on Kasten's

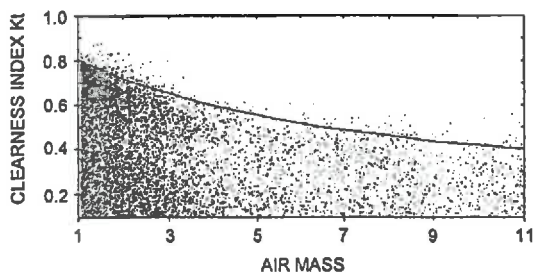


Fig. 1. Hourly clearness index (K_t =global/extraterrestrial horizontal solar radiation) vs air mass at Geneva for 6 yr (1990–1995) and all weather conditions.

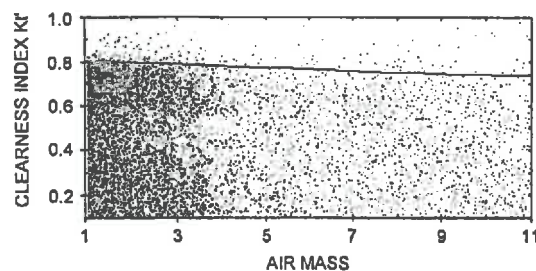


Fig. 2. Perez *et al.*'s (1990) hourly clearness index [K_t' , as defined per eqn (1)] vs air mass at Geneva for 6 yr (1990–1995) and all weather conditions.

(1980) out-dated formulation of the broad band optical thickness of a dry and aerosol free atmosphere, as discussed in Molineaux *et al.* (1995). The simulations made with the spectral code, also illustrated in Fig. 2, confirm this tendency and Kt' can be easily corrected to yield:

$$Kt'' = Kt' + 0.006 \cdot (m - 1) \quad (2)$$

where Kt'' is independent of air mass for average conditions ($\beta=0.1$ and $w=2$ cm), according to the spectral simulations and in agreement with our 6 yr data bank. Most of the illustrations presented in this article are however drawn for a fixed value of air mass and eqn (2) was used only when comparing model predictions and measured direct irradiance for all values of air mass. In all the other illustrations, Kt' and eqn (1) is used for the selection of clear skies.

It is obvious that Kb and Kd also depend on the solar zenith angle. Simulations made with SMARTS2 (not illustrated) showed that Kb has a similar but steeper decrease than Kt with air mass whereas Kd increases slightly for $m < 4$. It must be said also that Kb and Kd are both very sensitive to the amount of aerosols present in the atmosphere with largely compensating effects, such that Kt is only slightly affected. This is because the typical phase function of Mie scattering on aerosols is much more forward biased than that of molecular or Rayleigh scattering (see for example Hansen and Travis, 1974), resulting in the fact that Kt will be more sensitive to air mass variations than to atmospheric aerosol content.

2.2. Ångström's turbidity equation

This equation is written: $\delta_{a\lambda} = \beta \lambda^{-\alpha}$ where $\delta_{a\lambda}$ is the aerosol optical depth at wavelength λ , from Ångström (1961). Ångström's equation has been derived both empirically and confirmed theoretically [in the special case of a Junge spherical polydispersion see Junge (1963)]. Ångström's turbidity factor (β) is the equivalent aerosol optical depth at $1 \mu\text{m}$. The wavelength exponent (α) is closely related to the average size of aerosols, see for example Shifrin (1995). An average value of α given by Ångström (1961) which has been used extensively and observed at a great variety of locations and seasons is $\alpha = 1.3 \pm 0.2$. Cachorro *et al.* (1987, 1989) have shown that α and β may vary considerably over the solar spectrum. If however these parameters are determined by linear fit ($\ln \delta_{a\lambda}$ vs $\ln \lambda$) to a wide range of wavelengths, they enable a good

general description of atmospheric aerosol content and an indication of aerosol size.

3. EXPERIMENTAL DATA

The experimental data used in this study is from Geneva, Switzerland (46.2°N, 6.2°E, altitude: 400 m) and Albany, NY, U.S.A. (42.7°N, 73.8°W, altitude: 75 m). The broad band irradiance measurements are collected in the scope of the International Daylight Measurement Program (IDMP) of the Commission Internationale de l'Eclairage (CIE), as described in the IDMP Guide (1994). The instruments are Kipp&Zonen CM 11 for the global and diffuse and an Eppley NIP pyrliometer (5.7° opening) for the direct irradiance. In both sites, some of the diffuse measurements were collected with a tracking disk, but most were measured with a fixed shadowband and have been isotropically corrected. All three components: global, direct and diffuse were measured simultaneously and averaged on an hourly basis. The Geneva data is nearly complete over the years 1990–1995. Incomplete data from 1986–1987 were also pieced together and used to illustrate the pre-Pinatubo seasonal trends. The broad band Albany data was collected and provided by the Atmospheric Sciences Research Center (ASRC) and covers the years 1991–1994. Of the 1991 Albany data, only the direct component proved to be reliable and was used in this study. All the broad band measurements were carefully screened using the authors' automatic quality control procedure for IDMP research class stations, described in the IDMP Guide (1994) with a $\pm 50 \text{ W/m}^2$ validation limit on the global and direct components. All the instruments are calibrated on a once a year basis in both sites, exhibiting a precision better than 2% in outdoor calibration conditions.

Additional data includes 23 years (1958–1980) of Campbell–Stokes daily sunshine records collected in Geneva by the Swiss Institute of Meteorology. In Albany, spectral direct irradiance data at 5 wavelengths (415, 500, 610, 665 and 862 nm) for the period Jan. 1992–Oct. 1994 was used to calculate spectral aerosol optical depths over this period. The instrument used is a Multi-Filter-Rotating-Shadowband-Radiometer from YES instruments, see Harrison *et al.* (1994). Collection, calibration, cloud screening and calculation of total optical depths from the spectral measure-

ments were carried out at the ASRC, as in Harrison and Michalsky (1994).

4. GENERAL PROCEDURE

4.1. Non-Pinatubo effects

In unperturbed conditions, the quantities of global, direct and diffuse irradiance arriving at the Earth's surface are influenced mainly by variations of (a) the weather conditions; (b) the path length through the atmosphere (ie. the air mass) and (c) the Sun–Earth distance. Much care was taken in attempting to reduce the influence of these three factors without affecting the results concerning the eruption itself. Firstly and most challenging is the problem of variable weather conditions, which includes the effects of clouds, aerosols and water vapour. These were reduced partly by selecting clear skies only, see Section 4.2. In addition the background seasonal patterns were deduced from data collected outside the period of volcanic influence and the post-Pinatubo data is then illustrated after having subtracted the seasonal trend. The short term weather fluctuations could not be avoided, and are responsible for the large scatter in the results. A smoothing algorithm was used to trace an average trend through a cloud of points, which is based on the weighted mean of validated measurements within a certain time period. Secondly, we have illustrated only the hourly values for which the air mass is included in the interval 2.0–2.6, where $m=2.0$ corresponds to the maximum height reached by the Sun on the winter solstice. The summer and winter data therefore do not correspond to the same time of day but rather to the same path length through the atmosphere. Thirdly, each component is normalised by the extraterrestrial irradiance corrected for $\pm 3\%$ resulting from varying Sun–Earth distance.

4.2. Selection of clear skies

Most of the results are presented for clear skies, in the assumption that the effects of the eruption are most apparent in these conditions. Without simultaneous hourly data on cloud conditions, an objective and unbiased selection of clear skies appeared to be a tricky problem. This is mainly because the selection criteria are based on the measured global, direct and diffuse radiation which were all influenced by the eruption. Several methods were compared, some of which were: (i) selecting the 10% clearest hourly values (highest values of Kt'); (ii) selecting the

values for which $0.65 < Kt' < 0.75$; (iii) choosing a threshold for Kt' above which all values are selected as clear days, e.g. $Kt' > 0.55$; (iv) selection based on the direct or diffuse components, e.g. on K_b or K_d ; (v) adapting the fraction of clearest hours in (i) to the seasonal background variations, i.e. selecting a larger fraction of values in summer than in winter since there are more sunny days in summer.

Method (i) was chosen to illustrate the effect of the eruption on global as well as direct and diffuse radiation. Method (ii) was chosen to show the impact of the eruption on the diffuse and direct fractions of global radiation, for identical conditions of clearness index. Throughout the analysis, we have assumed that the eruption had no impact on the tropospheric climate and therefore the same number of “clear skies” should be observed before and after the eruption. This was the principal argument for discarding methods (iii) to (v).

5. RESULTS AND DISCUSSION

5.1. Global, direct and diffuse radiation at Geneva

Figure 3, upper graph, shows the values of the hourly clearness index at constant air mass and all weather conditions for 6 yr. The impact of the eruption, if any, is scarcely visible from this plot. The bar chart, Fig. 3 lower graph, represents the proportion of hourly values in each year for which $Kt' > 0.55$. Thus there were fewer “clear” skies in 1992 just after the eruption than in any of the other years. The tropospheric climate may be partly responsible for this effect, as was probably the case in 1994 during which a decrease in the number of clear skies was also observed. We observed that if the threshold value is decreased to $Kt' = 0.45$, the proportion of selected values becomes invariant over the 6 yr. This result tends to confirm that the effects

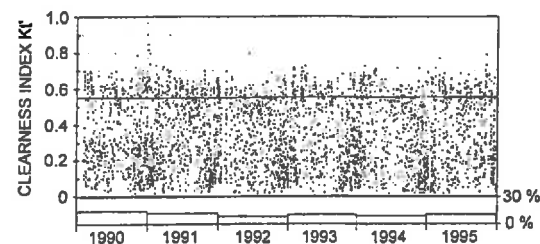


Fig. 3. Top: hourly clearness index (Kt') vs date at Geneva for all weather conditions and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). Bottom: percentage of all points in one year for which $Kt' > 0.55$.

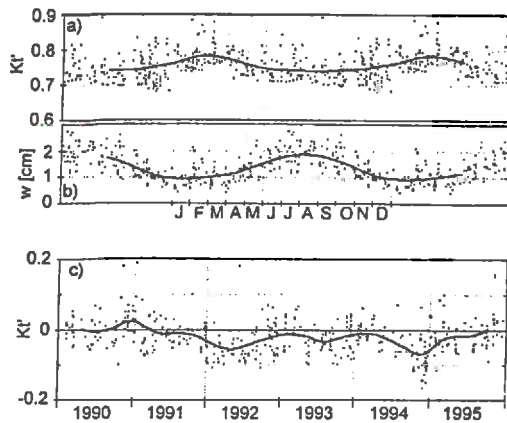


Fig. 4. Background seasonal variations of (a) hourly Kt' values and (b) atmospheric precipitable water content; (c) 6 yr deviations from background hourly Kt' values at Geneva for clear sky conditions (top 10% of Kt') and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). The average seasonal trend in (a) has been subtracted from the values illustrated in (c). The precipitable water content in (b) is estimated from ground based measurements.

of the eruption are only apparent under clear skies.

Figure 4(a) shows the background seasonal trend of hourly Kt' values for the 10% clearest skies at constant air mass. Figure 4(b) shows the seasonal trend of hourly precipitable water content (w) for the same conditions. Both trends are deduced from a total of approximately three years of simultaneous measurements collected during 1986–1987, 1990 and 1995. The values of Kt' are corrected for the effect of varying Sun–Earth distance. The precipitable water content is estimated from ground based temperature and relative humidity measurements collected simultaneously in the same site, as in Wright *et al.* (1989). The distinct residual seasonal effect ($\pm 3\%$) on the clear sky values of Kt' is well correlated to the variations of precipitable water content. The seasonal variation in atmospheric aerosol content and its interaction with air moisture (e.g. Tang *et al.*, 1981) may however also influence this seasonal trend in various ways, going well beyond the scope of this article. In Geneva, the ground is snow covered in winter for a period which totals rarely more than 1 or 2 weeks, thus the enhanced ground albedo cannot be held responsible for the higher values of Kt' during the cold season. The seasonal patterns in the direct and diffuse irradiance components illustrated below bring some additional clues in trying to understand why the sky appears clearer in winter.

Figure 4(c) shows 6 yr of hourly values of Kt' at constant air mass and for clear days only,

after having subtracted the seasonal effect of Fig. 4(a). As in Fig. 3 above the effect of the eruption is not too clear from this graph. Indeed, the decrease in the values of Kt' observed in 1992 is not significantly greater than the seasonal effects illustrated in Fig. 4(a). In addition, a similar decrease was observed in the winter of 1994–1995 even though by this time the effects of the eruption should have become negligible. It is also interesting to note that the 1994–1995 winter is the only winter for which the 10% highest values of Kt' are smaller than the 3 yr average seasonal trend. The (relatively) small influence of the eruption on the values of Kt' is not incoherent. Dutton and Christy (1992) illustrate a 15 yr time series of global irradiance at Mauna Loa observatory (also for clear skies and constant air mass) from which the effects of both the El Chichón and Pinatubo eruptions are visible. These authors estimate at 5% the maximum deficit in horizontal global radiation reached after the Pinatubo eruption, with a 2.7% average deficit over 10 months. The fact that the effects of the eruptions appear clearly from their Fig. 2 is favoured by the local climate (clear morning conditions 50% of the time), the reduced tropospheric effects (the observatory is 3.4 km above sea-level) and the absence of seasonal variations.

Figure 5 brings some additional food for thought concerning the seasonal question. The average weekly solar fraction in Geneva over a 23 yr period (1958–1980) is plotted versus the week number of the year (1 to 52). The solar fraction is defined here as the daily total sunshine duration measured with a Campbell–Stokes sunshine recorder and divided by the day's length. The large dispersion in Fig. 5 can be explained partly by the large uncertainties linked to the instrument (see for example Iqbal, 1983) but is also a result of the extremely variable weather conditions. A distinct seasonal

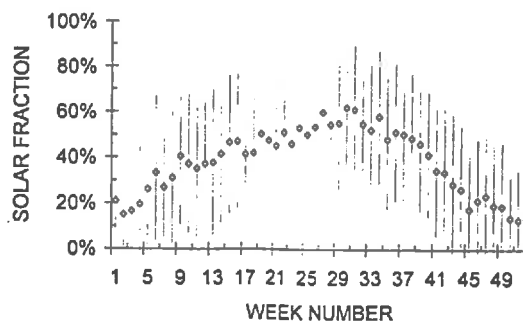


Fig. 5. Campbell–Stokes recordings of the solar fraction versus week number, 23 yr average (1958–1970) at Geneva.

trend is nevertheless apparent, showing that there are on average more than twice as many clear days in summer as in winter. With this in mind, the results of Fig. 4(a) are particularly relevant. Indeed it appears that even though there are fewer clear days in winter, the clearest winter days are brighter than the clearest summer days. In order to account for the seasonal effect illustrated in Fig. 5, the fraction of clearest days was taken as variable from 9% in winter to 28% in summer. This is method (v) described in Section 4.2. The results obtained with this method (not shown) do not differ significantly from those obtained with method (i) except that the seasonal trends are slightly amplified. Method (i) was preferred since the same number of points are selected at all seasons.

Figure 6 shows the 6 yr time series for the direct index (K_b), for constant air mass and all weather conditions. The effect of the eruption is clearly apparent from this graph, which shows that the proportion of points for which $K_b > 0.3$

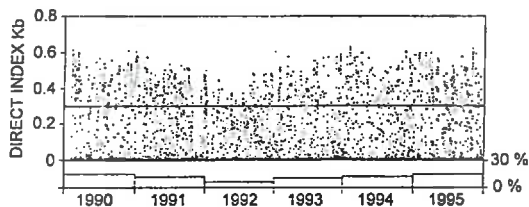


Fig. 6. Top: direct index (K_b = direct/extraterrestrial normal irradiance) vs date at Geneva for all weather conditions and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). Bottom: percentage of all points in one year for which $K_b > 0.3$.

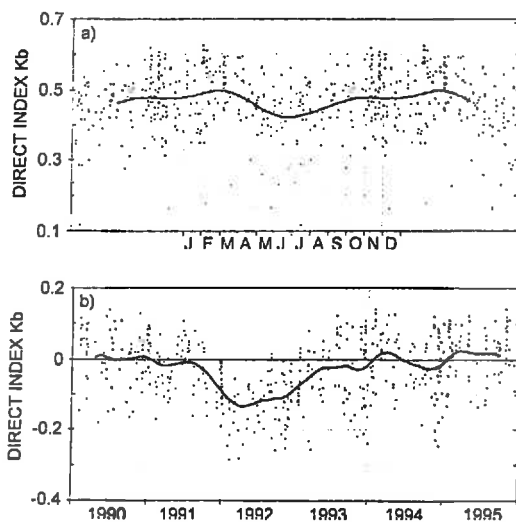


Fig. 7. (a) Background seasonal variations and (b) 6 yr deviations from background hourly direct index (K_b) at Geneva for clear sky conditions (top 10% of K_t') and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). The average seasonal trend in (a) has been subtracted from the values illustrated in (b).

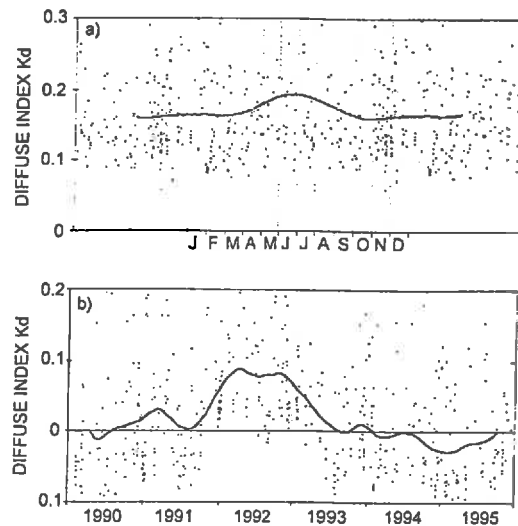


Fig. 8. Same as Fig. 7(a) and (b) for the diffuse index (K_d = diffuse/extraterrestrial horizontal irradiance).

decreased in 1991 was minimum over 1992, and was back to pre-Pinatubo values only by 1995.

Figures 7 and 8 illustrate the pre-Pinatubo seasonal trends and 1990–1995 time series of hourly direct and diffuse indices. The points represent the 10% highest hourly values of K_t' at constant air mass. The seasonal trends are not as distinct as in the case of K_t' above, but show a maximum of diffuse—minimum of direct—in summer. Thus there seems to be more diffusion in summer, which could be explained by an increase in the number of thin clouds and/or aerosols. This result tends to show that increased backscattering also contributes to the reduction of global radiation observed in summer, Fig. 4(a). However, these trends are plotted from only 3 yr of data and are in need of being confirmed with larger data sets. Figures 7(b) and 8(b) show 6 yr of hourly time series of K_b and K_d at constant air mass and for clear skies only, after having subtracted the seasonal trends illustrated in Figs 7(a) and 8(a). The impact of the eruption is quite spectacular. The deficit of direct and surplus of diffuse radiation (-27% and $+47\%$) is much greater than the amplitude of the seasonal variations ($\pm 8\%$ and $\pm 9\%$). Since $K_b + K_d = K_t$ and K_t is only influenced slightly by the eruption, it is obvious that the effects of the volcanic aerosols on these two components will be of opposite sign and similar in shape. The severe decrease in direct radiation had a dramatic impact on the productivity of solar thermal power plants, see Michalsky *et al.* (1994). The effect starts in the autumn of 1991, reaches its peak during the first

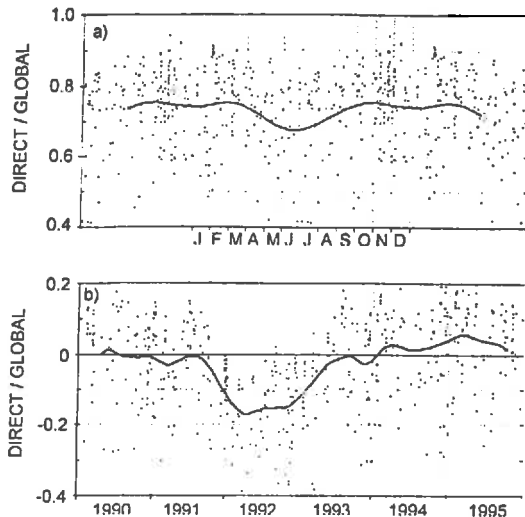


Fig. 9. Same as Fig. 7(a) and (b) for the ratio of direct to global horizontal solar radiation and for constant clear sky conditions ($0.65 < Kt' < 0.75$) and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$).

winter, and lasts until about the summer of 1993. This result is in good agreement with Rosen *et al.*'s (1994) lidar backscatter measurements (490 and 940 nm) at 41°N which show that 95% of the enhanced aerosol optical depth had decayed by mid-1993.

Figure 9(a) illustrates the pre-Pinatubo seasonal trend of the ratio of horizontal direct over global irradiance. As above the points are for constant air mass. Selection of clear skies is this time independent of season and weather, according to: $0.65 < Kt' < 0.75$. The deficit of direct irradiance during the summer months which was observed in Fig. 7(a) is also apparent here, despite the fact that in Figure 9(a) the conditions of sky clearness are kept constant throughout the year. This gives additional meaning to the observed seasonal trend. Figure 9(b) illustrates the 6 yr time series of the hourly direct/global values for constant air mass and clearness index, after having subtracted the seasonal trend of Fig. 9(a). As could be expected, the results are quite similar to those of Fig. 7(b). This result

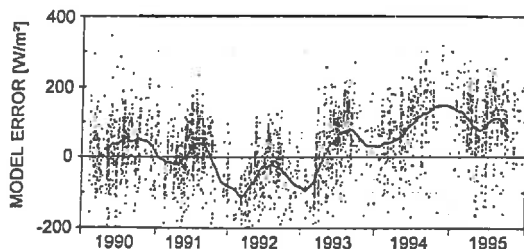


Fig. 10. Measured-modelled hourly direct irradiance at Geneva for clear skies (top 10% of Kt') and all values of air mass.

stresses the fact that it is the direct and diffuse components which were dramatically modified by the eruption with only a minor effect on the sum of the two, i.e. global irradiance.

Figure 10 shows the difference between the measured and modelled normal beam irradiance for the 6 yr time series in Geneva, for clear skies only and all values of air mass. The model illustrated here (Perez *et al.*, 1992) is an empirical model developed from extensive measurements collected in over a dozen sites in Europe and the US, including previous data from both Albany and Geneva. As input, the model calls upon the values of Kt' , water vapour, solar zenith angle and an indicator of the variation of Kt' over an interval of ± 1 h around the time of measurement. The results are presented for clear skies only [top 10% hourly values of Kt' , see eqn (2)] and all values of air mass. If we consider the eruption had an influence only from late 1991 until mid-1993, it seems the model significantly underestimates the direct irradiance in Geneva in unperturbed conditions. The effect of the eruption is apparent only over the winter months. Figure 4(c) shows that Kt' registered an apparent decrease only during the summer months, whereas Fig. 7(b) shows that Kb was affected evenly at all seasons. It is therefore not surprising that the model, which predicts Kb from Kt' , agrees better with the measurements over the summer months. During the winter of 1994–1995, the model greatly underestimates the amount of direct irradiance. Figures 4(c), 7(b) and 8(b) show that the values of Kt' and Kd were lower than average over this period, whereas Kb was unaffected over this winter. This climatological situation is puzzling. It can only be explained by reduced scattering and increased absorption, rather the opposite of the Pinatubo effect. It was not however correlated with high values of precipitable water content during that winter. A longer time series would confirm whether this situation is really exceptional, as apparent from the fact that this robust empirical model is at a loss over this period.

5.2. Global, direct and diffuse radiation at Albany

Figure 11 is equivalent to Fig. 6 for the site of Albany, showing a 4 yr time series (1991–1994) of the direct index (Kb) for all weather conditions and constant air mass. The effect of the eruption is similar, although of a somewhat lesser amplitude, to that observed in

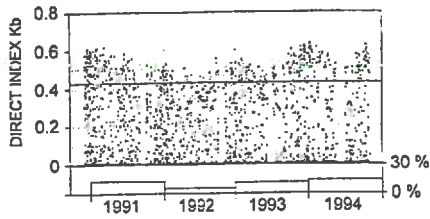


Fig. 11. Top: direct index (K_b) vs date at Albany for all weather conditions and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). Bottom: percentage of all points in one year for which $K_b > 0.43$.

Geneva. Outside the period of volcanic influence, the maximum values of K_b and the seasonal trend appear to be quite similar in both sites. The threshold above which approximately 10% of the points can be found is however markedly greater in Albany ($K_b > 0.43$) than in Geneva ($K_b > 0.30$). This must be because the Sun is more often obstructed in Geneva than it is in Albany. The equivalent of Fig. 3 for Albany, showing the time series of hourly K_t' values in

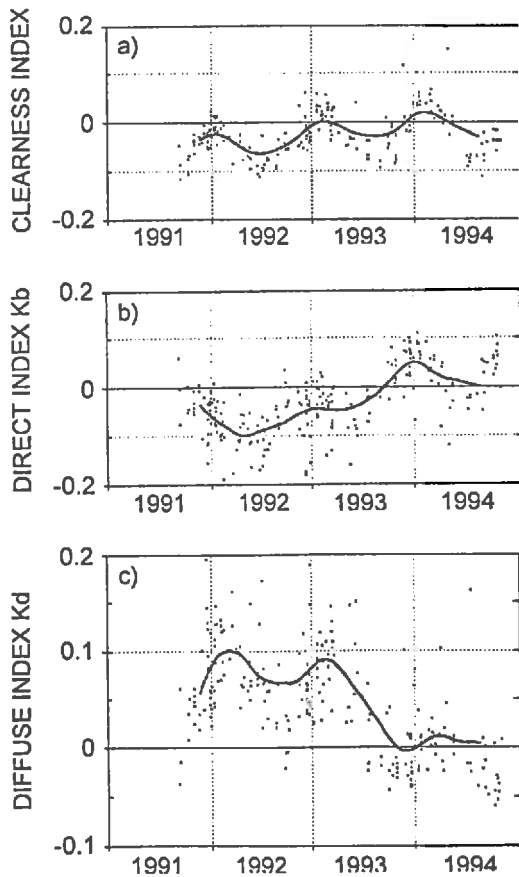


Fig. 12. Three year time series of (a) the hourly clearness index, (b) the direct index and (c) the diffuse index at Albany for clear skies (top 10% of K_t') and constant air mass ($2.0 < m < 2.6$). A pre-Pinatubo average value ($\bar{K}_t' = 0.83$, $\bar{K}_b = 0.52$ and $\bar{K}_d = 0.14$) has been subtracted from all points.

the same conditions is not shown, because the 1991 data of global irradiance was not reliable. The results obtained over 1992–1994 were very similar to those of Fig. 3, with a threshold of K_t' fixed at 0.6 instead of 0.55.

Figure 12 illustrates the post-Pinatubo (1992–1994) evolution of the hourly values of K_t' , K_b and K_d , for clear skies and constant air mass. No seasonal trends have been subtracted here. Only a little over 1 year's data (between 1986 and 1987) of pre-Pinatubo data was available, from which a yearly overall average value was deduced ($\bar{K}_t' = 0.83$, $\bar{K}_b = 0.52$ and $\bar{K}_d = 0.14$). These pre-Pinatubo average values were subtracted from the post-Pinatubo data illustrated in Fig. 12. The background seasonal variation of K_t' with a maximum in winter appears clearly in Fig. 12(a) and is very similar to that observed in Geneva, Fig. 4(a). There is no apparent effect of the enhanced ground albedo due to snow cover which lasts longer in Albany than in Geneva. The effect of the eruption on K_t' , superposed to the seasonal effect, seems more important here than in Geneva, with a possible slight amplification in summer. The effect of the eruption on K_b and K_d , Fig. 12(b) and (c), is grossly similar to that observed in Geneva, although the scatter of points is large and it is difficult to interpret the effect of the background seasonal trend. It appears that K_d exhibits a seasonal maximum in March/April instead of June/July and it would be interesting to confirm these tendencies with a larger data set.

Figure 13 illustrates the difference between the measured and modelled values of the direct irradiance, for Perez *et al.*'s (1992) empirical model, clear skies only and all values of air mass. The model errors appear to have a distinct seasonal pattern (underestimation in summer

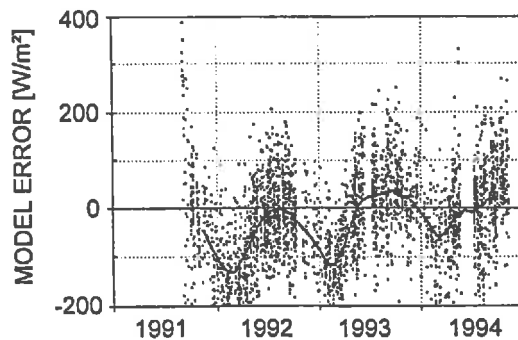


Fig. 13. Measured–modelled hourly direct irradiance at Albany for clear skies (top 10% of K_t') and all values of air mass.

and overestimation in winter) with the extremes situated in Feb./March and Aug./Sept., as in Figs 4(a) and 12(a). Resulting from this seasonal effect, a larger data base would be needed to give some definite conclusions concerning the effect of the eruption on this illustration. The systematic underestimation for unperturbed conditions which was apparent in Geneva (Fig. 10) is absent from this limited data set.

5.3. Spectral aerosol optical depth at Albany

Figure 14 illustrates the hourly values of the Ångström parameters α (the wavelength exponent) and β (equivalent to the aerosol optical depth at $1 \mu\text{m}$) for 3 yr after the eruption. Unfortunately, data prior to the June 1991 Pinatubo eruption is lacking here, but the slow decrease in aerosol optical depth is obvious from Fig. 14(b). Both α and β were derived by least squares linear fitting to averaged hourly aerosol optical depths estimated in the five wavelengths (415–862 nm) under consideration. Except for some rare exceptions, the goodness of fit was better than $\alpha \pm 0.06$ and $\beta \pm 0.006$, where the uncertainty is given as ± 3 standard deviations around the hourly means. It seems that the aerosol optical depth had not yet reached background values by mid-1994. This is in agreement with ground based and balloon-

borne backscatter profiles, see for example Langford *et al.* (1995) and Rosen *et al.* (1994). A striking feature of Fig. 14(a) is the low values of α during the first two winters after the eruption. Values of $\alpha < 0$ were observed by Dutton *et al.* (1994) for many months after the eruption, from sunphotometer measurements collected in Hawaii, 3.4 km above sea level. This corresponds to a mean effective particle radius of $0.6\text{--}1.2 \mu\text{m}$, as estimated by Russel *et al.* (1993) in the same site. Kaufman *et al.* (1994), in a number of sites around the world, estimate the volcanic aerosols reached a mean radius of $\bar{r} \sim 0.5 \mu\text{m}$ whereas the typical tropospheric aerosol has a mean radius smaller than $0.2 \mu\text{m}$. The fact that α increased to an average value of about 1.4 by mid-1994, in agreement with the usually quoted average value of 1.3, shows that the results are coherent in non-perturbed conditions.

The fact that α is lowest in winter is probably linked to the tropospheric background aerosol content being at its minimum during the cold season (see for example Hofmann, 1993) whilst the volcanic aerosol enhancement in the stratosphere may well be at a maximum at these latitudes. A winter maximum was observed at mid-latitudes from satellite limb experiments (which should not be affected by the fact that the sun is lower in winter) after the 1985 Ruiz eruption, see Yue *et al.* (1991). The dispersal of volcanic aerosols from the equatorial reservoir is however a complicated process and depends on the atmospheric layer being considered, see for example the lidar measurements analysed by Langford *et al.* (1995). These authors show that the aerosols in the middle stratospheric layer (17–23 km), which contains most of the volcanic aerosol mass, exhibit a monotonous exponential decay from late 1991 onwards. The higher and lower zones are however characterised by marked aerosol enhancement during the winter months, see also Trepte *et al.* (1993). Figure 14(b), which is an illustration of the total aerosol optical depth above sea level, does not show any particular seasonal pattern, which may be a result of the compensating effects of tropospheric and stratospheric aerosol trends. The similarity between Figs 13 and 14(a) suggests that the precision of the global to direct conversion model is sensitive to aerosol size, such that the model is mostly at a loss when the large volcanic aerosols are predominant and values of α are very low.

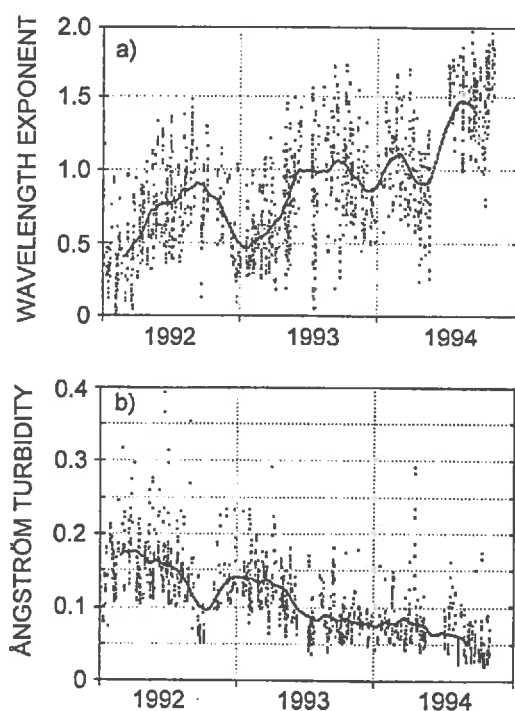


Fig. 14. Post-Pinatubo hourly values of (a) Ångström's wavelength exponent (α) and (b) Ångström's turbidity factor (β) at Albany.

6. SUMMARY AND CONCLUSIONS

The results can be summarised as follows:

- The June 1991 eruption of Mt Pinatubo in the Philippines had a spectacular impact on the broad band direct and diffuse measurements made in two northern mid-latitude sites, starting 3–4 months after the eruption;
- the clear sky increase in diffuse radiation (+50%) was much larger than the corresponding pre-Pinatubo seasonal variation ($\pm 10\%$). It was largely compensated by a decrease in direct radiation (-30% , $\pm 8\%$), such that the impact of the eruption on global solar radiation was small;
- the clearness index (ratio of global to extraterrestrial radiation) shows a $\pm 3\%$ background seasonal variation with a maximum around 20 February and minimum around 20 August. A plausible cause of this trend is the opposite trend exhibited by the atmospheric precipitable water vapour content;
- the above results were observed in Geneva and are well corroborated by, and in phase with, the results obtained in Albany;
- the influence of the eruption at northern mid-latitudes is invisible from the broad band measurements after mid-1993. Spectral data however indicate that the aerosol optical depths were still decreasing slightly by mid-1994;
- the spectral measurements also indicate that the volcanic aerosols are significantly larger than their tropospheric counterpart and this is apparent mostly during the two winters after the eruption.

Finally, it should be said that Mt Pinatubo's eruption is unique mostly because of the persistent nature of the volcanic aerosols. The sheer amplitude of the effects could have been caused by tropospheric aerosols alone, as witnessed by the large scatter of points in the figures. These are however exceedingly difficult to assess because of the short life span of tropospheric phenomena.

Acknowledgements—We wish to thank Richard Perez and Joseph Michalsky of the ASRC for having kindly provided the broad band and spectral data for the site of Albany. We are grateful to the Swiss Institute of Meteorology for having provided the Campbell–Stokes recordings for the site of Geneva. Our gratitude is also directed towards the Swiss Federal Energy Office and the University of Geneva for funding this research.

NOMENCLATURE

- α Ångström's wavelength exponent
 β Ångström's spectral turbidity factor

- K_t clearness index, ratio of global to extraterrestrial horizontal solar radiation
 K_t' modified clearness index according to Perez *et al.* (1990) and eqn (1)
 K_t'' modified clearness index according to eqn (2)
 K_b direct index, ratio of direct to extraterrestrial normal solar radiation
 K_d diffuse index, ratio of diffuse to extraterrestrial horizontal solar radiation
 m optical air mass, ratio of actual path length to vertical path through the atmosphere
 w height of atmospheric precipitable water vapour
 T_L Linke's broad band turbidity index

REFERENCES

- Ångström A. (1961) Techniques of determining the turbidity of the atmosphere. *Tellus* 13, 214–223.
- Cachorro V. E., de Frutos A. M. and Casaniva J. L. (1987) Determination of Ångström turbidity parameters. *Applied Optics* 26, 3069–3076.
- Cachorro V. E., Gonzalez M. J., de Frutos A. M. and Casaniva J. L. (1989) Fitting Ångström's formula to spectrally resolved optical thickness. *Atmos. Environ.* 23 265–270.
- Dutton E. G. and Christy J. (1992) Solar radiative forcing at selected locations and evidence for global lower tropospheric cooling following the eruptions of El Chichón and Pinatubo. *Geophys. Res. Lett.* 19, 2313–2316.
- Dutton E. G., Reddy P., Ryan S. and DeLuisi J. J. (1994) Features and effects of aerosol optical depth observed at Mauna Loa, Hawaii: 1982–1992. *J. Geophys. Res.* 99(D4) 8295–8306.
- Gueymard C. SMARTS2, (1995) A simple model of the atmospheric radiative transfer of sunshine: algorithms and performance assessment. Professional paper of the Florida Solar Energy Center, FSEC-PF-270-95, Cape Canaveral, Florida 32920, U.S.A.
- Hansen J. E. and Travis L. D. (1974) Light scattering in planetary atmospheres. *Space Sci. Rev.* 16, 527–610.
- Harrison L. and Michalsky J. (1994) Objective algorithms for the retrieval of optical depths from ground based measurements. *Applied Optics* 33, 5126–5132.
- Harrison L., Michalsky J. and Berndt J. (1994) Automated multi filter rotating shadowband radiometer: an instrument for optical depths and radiation measurements. *Applied Optics* 33, 5118–5125.
- Hobbs P. V. (Ed.) (1993) *Aerosol Cloud Climate Interactions*. Academic Press, San Diego.
- Hofmann D. J. (1993) Twenty years of balloon-borne tropospheric aerosol measurements at Laramie, Wyoming. *J. Geophys. Res.* 98(D7), 12,753–12,766.
- IDMP Guide to Recommended Practice of Daylight Measurements. (1994) Appendix 1 by B. Molineaux & P. Ineichen: Automatic Quality Control of Daylight Measurements. CIE 108–1994 ISBN 3 900 734 50 X. Commission Internationale de l'Éclairage, CIE Central Bureau, A-1030 Vienna.
- Iqbal M. (1983) *An Introduction to Solar Radiation*. Academic Press, Toronto.
- Jennings S. G. (Ed.) (1992) *Aerosol Climatic Effects*. The University of Arizona Press.
- Junge C. E. (1963) *Air Chemistry and Radioactivity*. Academic Press, New York.
- Kasten (1980) A simple parameterization of two pyrhemometric formulae for determining the Linke turbidity factor. *Meteorol. Rdsch.* 33, 124–127.
- Kaufman Y. J., Gitelson A., Karnieli A., Ganor E., Fraser S., Nakajima T., Mattoo S. and Holben B. N. (1994) Size distribution and scattering phase function of aerosol particles retrieved from sky brightness measurements. *J. Geophys. Res.* 99(D5), 10,341–10,356.

- Langford A. O., O'Leary T. J., Proffitt M. H. and Hitchman M. H. (1995) Transport of the Pinatubo volcanic aerosol to a northern mid latitude site. *J. Geophys. Res.* **100**(D5), 9007–9016.
- McCormick M. P., Thomason L. W. and Trepte C. R. (1995) Atmospheric effects of the Mt Pinatubo eruption. *Nature* **373**, 399–404.
- Michalsky J. J., Perez R., Seals R. and Ineichen P. (1994) Degradation of solar concentrator performance in the aftermath of Mt Pinatubo. *Solar Energy* **52**, 205–213.
- Minnis P., Harrison E. F., Stowe L. L., Gibson G. G., Denn F. M., Doelling D. R. and Smith W. L. (1993) Radiative climate forcing by the Mount Pinatubo eruption. *Science* **259**, 1411–1415.
- Molineaux B., Ineichen P. and Delaunay J. J. (1995) Direct luminous efficacy and atmospheric turbidity: Improving model performance. *Solar Energy* **55**, 125–137.
- Perez R., Ineichen P., Maxwell E., Seals R. and Zelenka A. (1992) Dynamic global to direct conversion models, ASHRAE Transactions V98(1), #3578.
- Perez R. and Ineichen P. (1990) Making full use of the clearness index for parameterizing hourly insolation conditions. *Solar Energy* **45**, 111–114.
- Rosen J. M., Kjome N. T., McKenzie R. L. and Liley J. B. (1994) Decay of Mt Pinatubo aerosol at midlatitudes in the northern and southern hemispheres. *J. Geophys. Res.* **99**(D12), 25,733–25,739.
- Russel P. B., Livingston J. M., Dutton E. G., Pueschel R. F., Reagan J. A., DeFoor T. E., Box M. A., Pilewskie P., Herman B. M., Kinne S. A. and Hofmann D. J. (1993) Pinatubo and pre-Pinatubo optical-depth spectra: Mauna Loa measurements, comparisons, inferred particle size distributions, radiative effects and relationship to lidar data. *J. Geophys. Res.*, **98**(D), 22,969–22,985.
- Shifrin K. S. (1995) Simple relationships for the Ångström parameter of disperse systems, *Applied Optics* **34**, 4480–4485.
- Tang I. N., Wong W. T. and Munkelwitz H. R. (1981) The relative roles of atmospheric sulfates and nitrates in visibility reduction. *Atmos. Environ.* **15**, 2463–2471.
- Trepte C. R., Veiga R. E. and McCormick M. P. (1993) The poleward dispersal of Mt Pinatubo volcanic aerosol. *J. Geophys. Res.* **98**(D10), 18,563–18,573.
- Wright J., Perez R. and Michalsky J. (1989) Luminous efficacy of direct irradiance: variations with insolation and moisture conditions. *Solar Energy* **42**, 387–394.
- Yue G. K., McCormick M. P. and Chiou E. W. (1991) Stratospheric aerosol optical depth observed by the stratospheric aerosol and gas experiment SAGE II: Decay of El Chichón and Ruiz volcanic eruptions. *J. Geophys. Res.* **96**(D3), 5209–5219.

ANNEXE C

Retrieval of Pinatubo aerosol optical depth and surface bidirectional reflectance from six years of AVHRR Global Vegetation Index data over boreal forests

Benoît Molineaux*, Alain Royer**, Norm O'Neill**

*Group of Applied Physics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland

**Centre d'Applications et de Recherches en Télédétection (CARTEL), Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.

ABSTRACT

Six years (1989-1994) of weekly composite satellite data are analyzed with the objective of retrieving the aerosol optical depth over boreal forests. The average surface bidirectional reflectance distribution (BRD) was estimated from a sample of the original data, yielding similar results in different regions around the world. Four analytical models are compared in their ability to reproduce the surface BRD. In channel 1 (0.58-0.68 μm) the surface reflectance averages 0.05 and exceeds 0.10 in the backscattering region. Thus the non-Lambertian ground contribution could not be neglected in the aerosol retrievals. A relevant radiative transfer code was run in iterative mode to retrieve the aerosol optical depth which best accounts for the difference between modeled surface BRD and measured satellite reflectance in all conditions. From comparisons with sunphotometer data, we conclude that a large scale, persistent aerosol enhancement such as that resulting from Mt. Pinatubo's eruption in 1991 is clearly discernible from weekly composite AVHRR data over boreal forests.

1. INTRODUCTION

The impact of natural and anthropogenic aerosols on the earth's atmospheric optical properties is the main source of uncertainty in today's global climate modeling [Houghton *et al.*, 1995]. The identification and removal of volcanic effects are essential for understanding long term trends in anthropogenic aerosols. Retrieval of atmospheric aerosol optical parameters from large scale, synoptical satellite data is clearly an invaluable source of information in this context. The requirement for atmospheric correction of satellite images used in terrestrial remote sensing applications is a further motivation for estimating aerosol optical depth (hereafter "AOD") directly from satellite data.

Over oceans, continuous AOD retrievals have been operational for a number of years [Rao *et al.*, 1989; Long and Stowe, 1994]. No such method providing large scale AODs from the surface upward exists over land. This is due to the underlying surface reflectance, which is mostly non-Lambertian, highly variable in space and time and difficult to estimate from ground parameters [see for example, Pinty and Verstraete, 1991; 1992]. Over dense dark vegetation (hereafter DDV), a number of studies are based on the *a priori* assumption that the surface reflectance is small ($\rho \sim .02 \pm .01$) and Lambertian [Kaufman and Sendra, 1988; Holben *et al.*, 1992]. Uncertainties in this *a priori* assumption is however the determining factor influencing the precision of the retrievals [Soufflet *et al.*, 1997].

Boreal forests, which cover about 50% of the world's forested area, represent a favorable vegetated surface for attempting large scale AOD retrievals. A challenging data set for this purpose is NOAA's widely popular weekly composite Global Vegetation Index (GVI) data which provides global land coverage since 1982.

The surface reflectance in AVHRR channel 1, estimated from the GVI data, was too variable ($\rho \sim .05$ to 0.1) to meet the required criteria for applying DDV algorithms. The wide swath of AVHRR sensors is also unfavorable to an approach which assumes that the ground reflectance is independent of viewing geometry. The surface reflectance Bidirectional Reflectance Distribution (hereafter BRD - this is the distribution of reflectances over all sun-target-satellite geometries) therefore had to be estimated before attempting AOD retrievals, from a sample of the original data.

reflectances over all sun-target-satellite geometries) therefore had to be estimated before attempting AOD retrievals, from a sample of the original data.

The six year period studied here straddles the Pinatubo eruption of June 1991, providing a unique opportunity to validate large scale AOD retrievals. The persistent nature of the volcanic aerosol also make it adequate for attempting retrievals from weekly composite data, which cannot yield information on high frequency (sub weekly) variations. Mt. Pinatubo's eruption in the Philippines caused the largest perturbation this century to the aerosol content of the stratosphere [McCormick *et al.*, 1995]. The increase in stratospheric AOD reached mid latitudes by late 1991, was greater than 0.1 (at 525 nm) during most of 1992, then decreased rapidly to about 0.01 by mid 1993 [Trepte *et al.*, 1993; Rosen *et al.*, 1994].

The basic theory and assumptions underlying the retrievals are outlined in section 2. In order to estimate the surface BRD from the data itself, a careful sampling of "cloudless green pixels" in the cleanest conditions was carried out as described in section 3. Comparison between analytical BRD models and GVI data in 8 large geographic zones are illustrated in section 4. The 5S radiative transfer code [Tanré *et al.*, 1987] was used in iterative mode to retrieve the AOD which best explains the difference between modeled surface BRD and measured satellite reflectance.

2. THEORETICAL CONSIDERATIONS

The calibrated top of the atmosphere (hereafter TOA) radiance values, L^* (units of $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}\text{sr}^{-1}]$) resulting from the application of linear calibration transformations to signals integrated over pixel IFOV, sensor response time and the instrumental filter function) were transformed into dimensionless TOA reflectance values, ρ^* , according to:

$$\rho^*(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi) = \frac{\pi L^*(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi)}{\mu_s E_o} \quad (1)$$

where θ_s, θ_v represent the solar zenith, view zenith angles respectively and $\Delta\phi$ is the relative azimuth (absolute difference between sun and zenith azimuth angles : $\Delta\phi = |\phi_s - \phi_v|$). The * represents TOA values. E_o is the extraterrestrial solar irradiance at band center $[\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}]$ corrected for the sun-earth distance and $\mu_s E_o$ is the irradiance transmitted through a horizontal surface, with $\mu_s = \cos(\theta_s)$. The term πL^* corresponds to the irradiance resulting from an isotropic upwelling radiance field equal to L^* .

The 5S radiative transfer code [Tanré *et al.*, 1987] uses the following analytical expression to compute the TOA reflectance as a function of viewing and solar geometry, surface reflectance (assumed to be Lambertian and spatially homogeneous) and atmospheric conditions, adapted from [Chandrasekhar, 1960]

$$\rho^*(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi, \lambda) = t_g(\theta_s, \theta_v, \lambda) \left(\rho_a(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi, \lambda) + \frac{\rho(\lambda)}{1 - \rho(\lambda)s(\lambda)} t_s(\theta_s, \theta_v, \lambda) \right) \quad (2)$$

where ρ_a is the intrinsic atmospheric reflectance, ρ is the ground reflectance; t_g is the total (direct + diffuse) atmospheric transmittance for Rayleigh scattering and aerosol extinction over the sun-target-satellite path; s is the atmosphere's spherical albedo and t_g is the atmospheric absorbing or gaseous transmittance (with the assumption that the atmospheric layer in which absorption occurs is above the layer in which scattering takes place. see also [Tanré *et al.*, 1992]). It is important to note that θ_s (representing the zenith angle for the downward flux) and θ_v (pertaining to the upward flux) can be interchanged without changing the value of any of the terms in eqn (2). This is due to the reciprocity principle [Chandrasekhar, 1960].

The effects of non-Lambertianity of the surface reflectance are discussed below. The effects of spatial inhomogeneities are generally small when considering coarse resolution images [Tanré *et al.*, 1981; Kaufman, 1989]. These were further reduced by the selection of dark pixels covered by vegetation in

relatively homogeneous boreal regions and are not taken into account in eqn (2). The wavelength dependence is added in eqn (2) in order to differentiate it from the previous equation. If the spectral ground reflectance and atmospheric transmittances are known, the monochromatic TOA reflectance can be computed from eqn (2) and integrated to yield the satellite measured band-integrated reflectance of eqn (1) :

$$\rho^*(\theta_v, \theta_s, \Delta\phi) = \frac{\int \rho^*(\theta_v, \theta_s, \Delta\phi, \lambda) B(\lambda) E_o(\lambda) d\lambda}{\int B(\lambda) E_o(\lambda) d\lambda} \quad (3)$$

where $B(\lambda)$ is the instrumental filter function and the integrals are over the instrumental bandpass, as in [Teillet, 1989]. This integral is carried out numerically by the 5S code over 0.05 [μm] intervals.

In this as in most remote sensing applications, the band integrated satellite signal is the input parameter from which either the ground reflectance or atmospheric parameters are to be retrieved. If all the terms in eqn (2) are band-integrated using eqn (3), the following analytical expression for the ground reflectance as a function of the satellite signal can be deduced :

$$\rho(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi) = \left(\frac{t_g(\theta_s, \theta_v) t_s(\theta_s, \theta_v)}{\rho^*(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi) - \rho_a(\theta_s, \theta_v, \Delta\phi) t_g(\theta_s, \theta_v)} + s \right)^{-1} \quad (4)$$

where all the terms of eqn(4) are the band-integrated analogues of the spectral terms in eqn (2). This atmospheric correction scheme was developed by [Teillet, 1989]. The ground reflectance retrieved with eqn (4) deviates by less than 1% to that which would be obtained if the spectral dependence $\rho^*(\lambda)$ had been known beforehand in AVHRR channel 1.

The ground reflectance computed via eqn (4) should be interpreted as an equivalent Lambertian reflectance which would yield the observed apparent reflectance for any given geometry. This "equivalent Lambertian" reflectance was however found to be highly dependent on viewing conditions and was used as such to estimate the ground BRD, see [O'Neill *et al.*, 1995]. The errors entailed by the fact that we are deriving a non-Lambertian ground reflectance from an atmospheric correction which assumes the ground is Lambertian are small and will be neglected here. Indeed, these errors are due to the fact that some of the photons reflected at ground level and collected at sensor followed a path other than the direct sun-target-satellite path (typically less than 10 % of all photons, in the conditions of this study and AVHRR channel 1). The resulting BRD will be slightly overestimated in the forward scattering region and underestimated in the backward scattering region [Lee and Kaufman, 1986]. This should be of little consequence on the AOD retrievals which are based on the same approximations.

The NDVI or NDVI*, Normalized Difference Vegetation Index, estimated respectively at ground level or above the atmosphere, was calculated from ρ or ρ^* , according to:

$$NDVI = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (5)$$

where the indices 1 and 2 correspond to channels 1 and 2 of the AVHRR sensor. The NDVI is linked to plant vitality and is based on the fact that green vegetation is highly absorbent in the red (effect of chlorophyll) and highly reflective in the near IR part of the spectrum. The NDVI* estimated outside the earth's atmosphere was used for cloud and lake screening, based on the fact that clouds are bright in both channels and lakes appear dark in both channels [see for example Kaufman, 1989].

The 5S radiative transfer model [Tanré *et al.*, 1987] was used in this application because it has a relatively good precision and is much less time consuming than more rigorous codes such as 6S [Vermote *et al.*, 1997]. Some of the approximations inherent to the 5S model which was used here are discussed in [Royer *et al.*, 1988]. The errors resulting from these approximations appear to be mostly inferior to one percent when calculating the TOA reflectance, except at large zenith angles ($\Delta\rho^* > 0.025$ for $\theta > \sim 60^\circ$). In all cases, the errors in AOD retrievals ascribed to the accuracy of the 5S code will be small compared to measurement and BRD fit errors (see below).

3. EXPERIMENTAL CONSIDERATIONS

3.1. The Global Vegetation Index Dataset over Boreal Regions

Weekly composite "Plate Carrée" projection GVI data from a single Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR) sensor on board the National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) satellite NOAA 11 was used in this study. The pixel size is 16x16 km at the equator (8x16km at 60 °N). The width of a scan is over 2700km, implying the atmospheric, viewing and solar conditions vary considerably, see [Holben and Fraser, 1984]. Only the two first channels were considered (0.58 to 0.68 and 0.72 to 1.0 μm at half maximum). The data was calibrated using post-flight coefficients as in [Teillet and Holben, 1994; Cihlar and Teillet, 1995]. The 17 nm shift in channel 1 suspected by [Vermote and Kaufman, 1995] is deemed negligible in the present application.

The method used by the NOAA to produce the weekly composite data from the full resolution (1x1km) original data is based on keeping only the highest weekly Difference Vegetation Index $\text{DVI}^* = \rho_2^* - \rho_1^*$ for each pixel. This selection has led to much controversy, as reviewed in [Goward et al., 1993]. The main conclusions relevant to this study are *i*) the DVI^* and therefore the selection is dependent on calibration decay; *ii*) the actual land coverage is only of 27 to 42% and *iii*) the bias towards backscattering conditions when a pixel is viewed twice the same day (especially important at high latitudes when scan overlaps are important). As a result of this compositing, two adjacent pixels in the same image may correspond to two days of the week with different viewing and atmospheric conditions. The relative azimuth data was recalculated from the sun and satellite zenith angles as per the algorithm given in [Kidwell, 1994].

Advantages inherent to the GVI data include *i*) the greater variety of viewing geometries than a single original image, *ii*) the reduction of large areas of the globe over long periods of time to a manageable size and *iii*) the global coverage since 1982, representing the most extensive historical record of terrestrial passive remote sensing to date.

The boreal forests of Quebec, Finland, Siberia and Alaska were divided into eight zones of approximately equal surface (see Table 1) and studied independently. Data from zone 2 in Quebec were chosen to illustrate how the conditions evolved over the six years under study, see Fig. 1. The sun zenith angle increases from one year to the next, Fig. 1a), due to satellite pass time degradation, amounting to a 3 hour difference between 1989 and 1994 [Kidwell, 1994]. The averaged view or satellite zenith angle illustrated in Fig. 1b) shows a bias towards backscattering conditions during the summer months.

The effect of Mt. Pinatubo's eruption is visible in Fig. 1d) by the fact that the NDVI^* decreased by as much as 0.1 units during the summer of 1992. The beginning of 1990 was damaged and is omitted here. The end of 1994 is missing due to the fact that the AVHRR sensor on band NOAA 11 broke down unexpectedly in September 1994 [Kidwell, 1994].

TABLE 1 : The eight boreal zones under study

	Zone	Latitude	Longitude	10^3 Km^2	Main characteristics
1	Quebec N	55 to 60 °N	80.1 to 60.1 °W	~0.8	Arctic and subarctic sparse vegetation and boreal forest. Flat with many rivers.
2	Quebec M	50 to 55 °N	80.1 to 60.1 °W	~0.8	Boreal forest. Gently sloping Laurentian plateau. Many lakes.
3	Quebec S	45 to 50 °N	80.1 to 60.1 °W	~0.8	Flat with boreal and deciduous canopy in the South. Many lakes.
4	Finland	60.2 to 70.3 °N	21 to 30 °E	~0.5	Boreal forest. Freckled with lakes, especially in the south.
5	Siberia W	58.3 to 68.3 °N	85 to 98.3 °E	~0.7	Boreal forest. Quite rugged Central Siberian plateau.
6	Siberia M	58.3 to 68.3 °N	98.4 to 111.8 °E	~0.7	same as above

7	Siberia E	58.3 to 68.3 °N	111.8 to 125.3 °E	~0.7	Boreal forest. Gently sloping Lena Plateau.
8	Alaska	60.2 to 70.3 °N	154.2 to 142.1 °W	~0.6	Boreal forest. Very rugged Rocky mountain range to the South.

3.2. Selection of "cloudless green pixels" and Averaging of the Reflectances in Different Viewing Conditions

The first step was to select cloud-free pixels covered by green vegetation from the data itself. This is however replete with consequences since all results will be influenced by the adopted method. Channel 3 reflectance is not available with GVI data and we based our selection entirely on the NDVI* which is sensitive to atmospheric conditions and land cover, thereby hoping to eliminate clouds and non-forested areas such as lakes. Based on the assumption that the same number of cloudless green pixels are present in 1992 (at the peak of the Pinatubo effect) as during any of the other years, the selection is outlined in the three following steps:

1. First, to circumvent the fact that the NDVI is somewhat influenced by viewing geometry (see for example [Holben, 1986]), the large variety of viewing conditions encountered ($\theta_v = -70$ to 70° , $\theta_s = 25$ to 75° and $\Delta\phi = 0$ to 50°) were divided into 490 bins (hereafter "geometric bin") of similar viewing conditions, see Appendix 1.
2. Secondly, we selected a small fraction of the pixels with the highest NDVI* within each weekly image and for each geometric bin. A fraction of 10% gave coherent results. Taking a fraction of 5% or 15% essentially changed the number of points available and the amount of noise in the data, but not the average reflectance in each bin.
3. Finally, the standard deviation, SD_i^* , around the mean channel 1 reflectance in each bin was also estimated. All bins exhibiting a dispersion larger than a certain threshold value were discarded from the analysis, thus eliminating bins in which the ground and/or atmospheric reflectance were variable.

Three distinct averaging periods, each with an appropriate threshold for SD_i^* , were chosen to illustrate the results :

- A. The longest averaging period covers the four summer months of four years (1989, 90, 91 and 94), which were merged into a single data set with one 4-year average per geometric bin. A maximum acceptable value of $SD_i^* = 0.05$ was chosen here. Years 1992 and 93 were discarded in order to avoid the influence of Pinatubo aerosols in this data set, from which the ground BRD was estimated.
- B. The next averaging period spans over four summer months of any one of the six years 1989-1994 under consideration. The same threshold value $SD_i^* = 0.05$ was deemed appropriate for this time period. This data set was used mostly for illustrative purposes.
- C. Finally, weekly averages obtained from the raw data are based on a threshold value of $SD_i^* = 0.025$. The averages here are over all points which correspond to similar viewing conditions in any one of the 8 weekly GVI images (zones). This data set was used for the AOD retrievals.

The three data sets (hereafter A, B and C) resulting from this averaging scheme thus represent the cleanest conditions over the considered averaging period. The overall average number of original observations in each geometric bin was 215 for case A, 134 for case B and 23 for case C.

3.3. Atmospheric Correction Procedure

The 5S radiative transfer code was run in reverse mode [as per eqn (4)] to generate atmospherically corrected averaged reflectances from data set A (see § 3.2) using the following parameters: sub Arctic summer atmospheric profile for all zones above 55°N and northern mid-latitude summer profile for the two Quebec zones below 55°N ; precipitable water vapor content = $2.1\text{g}/\text{cm}^2$; ozone columnar concentration = $.35\text{ cm-atm}$; continental aerosols with an aerosol optical depth at 550 nm of 0.1. This value was adopted as a

background average figure representative of the GVI data of remote boreal regions, see for example [Smirnov *et al.*, 1994]. We note that in the rest of this paper "AOD" refers to the aerosol optical depth at 550 nm, unless specified otherwise. A log-log extrapolation of the AODs via an Angstrom coefficient derived from the (continental) particle size distribution employed in 5S was used to relate the aerosol optical depth at different wavelengths.

For illustrative purposes, the atmospheric correction procedure was applied to the summer months of 1993 (data set B), for the three Quebec zones, see Fig. 2. The atmospheric correction entails an increase in NDVI values of 0.2 to 0.3 units. The estimated surface reflectance in channel 1 is highly non-Lambertian and its magnitude is considerably greater in the northern zone. This may be due to sparse forest and the presence of lichens (Cladinae) which are highly reflective in the visible [Royer *et al.*, 1997]. The reflectance is always greater in the backscattering region and the "hot spot" effect is clearly apparent in zone 3.

3.4. "Ground Truth" Sunphotometer Data

Spectral solar extinction measurements made with two different instruments and collected over two different periods were compared to the satellite retrievals. The first is a Sonotek sunphotometer situated at Sherbrooke, Quebec, in the south of zone 3 (45.4°N, 71.9°W) and covers the period Jan. 1989 to August 1991, see [Smirnov *et al.*, 1994]. The available measurements were averaged with a tentative selection of clear days, so as to be coherent with the AVHRR data. This was done by simply discarding half of the afternoon AOD averages from every week which exhibited the largest optical depth for that week. For some of the weeks however, only a single half-day average was available and was kept as such.

The second instrument is the Multi-Filter-Rotating-Shadowband-Radiometer (MFRSR, see [Harrison *et al.*, 1994]) covering the period Oct. 1991 to Dec. 1994, also situated in the south of zone 3 (45.2°N, 68.7°W). Calibration, cloud screening and calculation of total optical depth from the spectral measurements were carried out with the objective algorithm described in [Harrison and Michalsky, 1994]. Only the half-days selected by this algorithm as stable enough to enable successful Langley plots were used in the present analysis.

4. RESULTS AND DISCUSSION

4.1 Comparison of Retrieved and Modeled Ground Bidirectional Reflectance Distributions

Four simple analytical BRD models were compared in their ability to reproduce the BRDs retrieved from data set A (§ 3.2): *i*) the Roujean model [Roujean *et al.*, 1992] is not adapted to vegetated surfaces because it predicts a "convex up" ground reflectance versus view zenith angle whereas our results show the contrary (except around the hot spot), *ii*) the CSAR3 model [Rahman *et al.*, 1993] is better adapted to vegetated canopies, *iii*) the CSAR4 [also Rahman *et al.*, 1993] model which is an empirically improved version of the CSAR3, gave best results in channel 2 due to its better reproduction of the hot spot effect and *iv*) Walthall's model [Walthall *et al.*, 1985; Vermote *et al.*, 1997] gave marginally the best results in channel 1 (in which the surface hot spot effect was found to be small in the present data set) and was used for the AOD retrievals in this channel.

The model coefficients which gave the best fit to the four year data set are listed in Table 2. The inter-zonal variability in BRD was tested by comparing the reflectances in all zones as predicted with the coefficients of zone 5 and compared to the reflectances as predicted with the correct coefficients. The inter-zonal difference in BRD is much smaller (inter-zonal RMSD < 0.02) than the fitting errors in any one zone (see Table 2). In particular, the inter-zonal RMSD of the three Siberia zones was less than 0.004.

The errors made by the Walthall and CSAR4 models when trying to reproduce the surface BRD estimated from the AVHRR data are extremely similar, Fig. 3. In the summer of 1994, when the conditions are near the solar plane and the sun is lowest (see Fig. 1), both models deviate at large view angles. In 1992,

the effect of the Pinatubo aerosols is reflected by the fact that the BRD model predicts systematically smaller values than those obtained from GVI data after an atmospheric correction with AOD = 0.1. The noise is important in Fig. 3 due to changing atmospheric and surface conditions over the geographic zone and four months averaged in each figure. This is quantified by the RMSD in Table 2 (for all years except 1992 and 1993) and is partly responsible for the large dispersion in the AOD retrievals, see below.

TABLE 2: Coefficients of the Walthall model for ground BRD (AVHRR 1)

		a	a'	b	c	RMSD
1	Quebec N	.0456	-.0170	.0448	.0835	.0184
2	Quebec M	.0549	-.0171	.0098	.0537	.0154
3	Quebec S	.0475	-.0186	.0181	.0517	.0113
4	Finland	.0354	-.0224	.0225	.0695	.0146
5	Siberia W	.0248	.0045	.0145	.0400	.0127
6	Siberia M	.0183	.0092	.0206	.0358	.0194
7	Siberia E	.0238	.0012	.0211	.0400	.0147
8	Alaska	.0276	-.0215	.0336	.0739	.0174

The Pinatubo effect is also visible in Fig. 4, illustrating the average annual bias between modeled and measured surface reflectance. In 1994, the overestimation of Fig. 4 may be due to errors made in BRD modeling, as apparent from Fig. 3. In channel 2, a doubling of the background AOD in 1992 had no perceptible effect on the TOA reflectance.

4.2 Sensitivity of Channel 1 and 2 Reflectances to Atmospheric and Geometric Parameters

All illustrations presented in this section are based on data sampled from data set B (see § 3.2) in zone 5, Siberia W. We have chosen to illustrate the reflectance versus the view zenith angle since this representation encompasses the two principal effects of varying scattering angle and path length. The corresponding scattering angle varies from 180° (in the hot spot) to rarely less than 60° in the forward scattering region.

During the summer of 1990, the aerosol optical depth which entails the best fit between atmospherically corrected data and modeled ground BRD lies between 0.05 and 0.10, for the limited number of viewing conditions illustrated in Fig. 5. The standard deviation around the mean TOA reflectance is representative of variations in both ground and atmospheric conditions.

In 1994 with lower sun (due to satellite pass time degradation), the observed reflectances and atmospheric effects show a greater variance, Fig. 6. It is also apparent that in these conditions, the simulations do not properly reproduce the actual ground BRD since the best fitting aerosol optical depth will vary from 0.25 in the most off nadir backscattering direction to no aerosols in the near nadir forward scattering region. These anomalies remain unchanged if the CSAR4 model is used instead of Walthall's and may be result of the inconsistencies in the angular modeling of the surface BRD illustrated in Figs 3 and 4 above.

In 1992 the influence of the volcanic aerosols is present, and an atmospheric correction of 0.25 does not seem exaggerated, Fig. 7. Results are presented here for two aerosol models available with 5S: *i*) the continental aerosol type with an effective radius [Hansen and Travis, 1973] of about 0.3 [µm] and *ii*) the larger oceanic aerosol type (effective radius ~ 0.6 µm), which presents many similarities with the Pinatubo aerosol of 1992 such as a large asymmetry factor and single scattering albedo close to unity [Torres et al., 1995; Russel et al., 1996]. It is clear that an error in the phase function of the aerosols may have significant consequences on the AOD retrievals.

In channel 2, the possible consequences of the Pinatubo aerosols are invisible from the GVI data set, as confirmed by Fig. 8, illustrating channel 2 reflectances in 1992. It is clear from this figure that variations in the atmospheric water vapor content may completely mask the effect of aerosols. This confirms the results

of Fig. 4 above. The effect of absorption by ozone in channel 1 was found to be negligible in comparison with aerosol effects, for realistic variations in the stratospheric ozone concentration (0.2 to 0.4 atm-cm).

4.3 Aerosol Optical Depth Retrievals

The results presented in this section relate to channel 1 reflectances in different geometric bins averaged yearly (data set B) or weekly (data set C). The ground reflectance was estimated for any viewing geometry from Walthall's model and the coefficients of Table 2. The 5S model was run iteratively using the continental aerosol model in order to find the aerosol optical depth which best reproduces the difference between modeled ground reflectance and averaged measured weekly TOA reflectance. A linear average of the AODs retrieved in different geometrical conditions was performed for all bins in the view zenith angle range between -40° and 70° , thus minimizing undesirable effects near the hot spot. Aerosol optical depth retrievals at large view angles in the forward scattering region were consistent with those retrieved elsewhere. It is concluded that errors due to poor modeling of the aerosol phase function (e.g. Fig. 7) and modeling errors made by 5S for large view zenith angles (see § 2) are masked by the large dispersion of the results. Indeed, the overall standard deviation around the weekly mean AVHRR-retrieved AOD (averaged over all weeks and zones and representing the dispersion over all viewing conditions) was found to be 0.08. This dispersal is however partly due to changing atmospheric conditions and surface reflectance over the composite weekly image.

The annually averaged background AOD retrieved from the GVI data in all boreal regions was a factor of two above average during the summer of 1992, Fig. 9. This is in good agreement with other findings [Long and Stowe, 1994; Herber et al., 1996].

The aerosol weekly and monthly trends are illustrated in Fig. 10 for the stratosphere only (in-situ data from [Rosen et al., 1994]) along with AVHRRR and sunphotometer remote sensing retrievals of the total atmospheric AOD for different sites in the N. American continent. The weekly AODs retrieved from the GVI data set, averaged over large zones, show an evident correlation with the monthly averaged sunphotometer and stratospheric data. The abrupt decrease in volcanic influence during the summer of 1993 is discernible from the AVHRR data. This is consistent with the findings of [Long and Stowe, 1994] when they conclude that the Pinatubo effect is no longer detectable from AVHRR data over the oceans by the end of 1993.

Part of the differences between sunphotometer and AVHRR retrievals are due to the fact that the sunphotometer retrievals are representative only of one specific location whereas the AVHRR product is averaged over large geographic zones. It is also difficult to compare data which has been averaged over different time periods. The only solution to this problem would be to use satellite data for which the date and time of measurements is known with some precision (which of course is not true for the composite data illustrated here). With this in mind, the results of Fig. 10 could plausibly be improved in precision and temporal/spatial resolution, using the 1x1 km original AVHRR data.

The high AODs estimated at the beginning and end of the summer season (Fig. 10) are most likely due to higher ground reflectance in channel 1 (vegetation not in full bloom). The AODs estimated from the Sonotek instrument show a higher degree of variability than those estimated with the MFRSR, which may be linked to the method used to select the clear days (see § 3.4 above). Given the level of agreement between the ground based data and the inversion results we infer that the assumed background AOD of 0.1 is realistic.

If the area under study is large enough and has a uniform climate (i.e. if it can be assumed that approximately the same average AOD really existed under all viewing conditions) then the average surface BRD which was extracted from the atmospherically corrected data should be representative of the actual average surface BRD for that given image. A possible bias in the background AOD used in the atmospheric correction (e.g. $\Delta\tau = 0.05$) will bias the estimated BRD and subsequently the retrieved AOD by approximately the same difference as the original bias. This is true despite the natural noise in AOD because the TOA reflectance can be assumed, to a reasonably good approximation, to increase linearly with AOD for all viewing conditions [see for example Kaufman, 1989].

5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

With a large AVHRR GVI data set over continental boreal regions, this study shows that it is possible to retrieve both averaged surface bidirectional reflectance distribution and a large scale aerosol enhancement such as that resulting from a major volcanic eruption. The only input parameter (other than the satellite data) is an *a priori* assumption of the background aerosol optical depth of the region being studied. If the full resolution AVHRR data (1x1 km) was used it is reasonable to assume that dark pixels would be better captured, thus improving the confidence level of the AOD retrievals. This would also increase both the spatial and temporal resolution, such that this method could be sensitive to short term tropospheric aerosol fluctuations.

The surface reflectance of boreal forests, as it appears from atmospherically corrected GVI data, make it difficult to retrieve aerosol optical depth without some prior estimation of the actual ground BRD. This is the case even in the most favorable forward scattering conditions, where the surface reflectance is close to 0.05 in channel 1. The ground BRD was therefore estimated beforehand from carefully selected, atmospherically corrected data and fitted to four analytical models. Walthall's model [Vermote *et al.*, 1997] was selected as being marginally the better of four BRD models for channel 1. The CSAR4 [Rahman *et al.*, 1993] model was the most precise for channel 2 due to its better reproduction of the hot spot effect. Both models tend to underestimate the important dependence of surface reflectance on sun or view zenith angles when sun, target and satellite are close to being in the same vertical plane.

In channel 1, the apparent reflectance at satellite level increased by about 20 % in 1992. The increase in aerosol optical depth which could best account for this increased apparent reflectance exceeds 0.1 at 550 nm. This is in good agreement with ground truth and other findings concerning the aerosol enhancement resulting from Mt. Pinatubo's eruption in 1991. No such effect was discernible in channel 2, from which aerosol optical depth retrievals were deemed impossible from the GVI data set over boreal forests. The uncorrected NDVI decreased by approximately 0.1 in the summer of 1992.

Acknowledgments

This work was supported by NSERC, Canada and FCAR, Quebec. Sponsorship by Fanny Wurth enabled B. Molineaux to spend six months with the CARTEL. The authors wish to thank Joe Michalsky of the ASRC, SUNY in Albany NY for having kindly provided the MFRSR data and PA Chasse of CARTEL for managing the GVI data tapes.

Appendix 1: *Division of the geometric viewing conditions into 490 separate bins*

The whole range of view zenith and relative azimuth angles (half a hemisphere) was divided into 70 separate bins, see Table A1. The solar zenith angle was divided into 7 equal bins ranging from 20 to 76° so as to cover all cases appearing in this data set. Thus the total number of bins was 490. It should be noted that the reciprocity principle implies that, for the same relative azimuth angle, it makes no difference whether the sun's zenith angle is θ_s and the view zenith angle is θ_v , or vice-versa (inasmuch as the atmospheric and surface conditions are horizontally homogeneous). In the present study however, only about 150 of the 490 bins defined here were actually occupied by the available data with little or no redundancy.

TABLE A1 : 70 bins of view zenith angle and absolute relative azimuth

θ_v	$\Delta\phi$	bin no.
0-6°	180°	1
6-14°	60°	2-4
14-22°	30°	5-10
22-30°	30°	11-16
30-38°	20°	17-25
38-46°	20°	26-34
46-54°	15°	35-46
44-62°	15°	47-58
62-70°	15°	59-70

List of Acronyms and Abbreviations

AOD	aerosol optical depth at 550 nm unless otherwise specified
AVHRR	Advanced Very High Resolution Radiometer
BRD	Bidirectional Reflectance Distribution
DDV	Dense Dark Vegetation
DVI	Difference Vegetation Index
GVI	Global Vegetation Index
IFOV	Instrument Field of View
NDVI	Normalized Difference Vegetation Index
NOAA	National Oceanic & Atmospheric Administration
RMSD	Root Mean Square Difference

$$= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\text{modeled value}_i - \text{measured value}_i)^2}$$

SD	Standard Deviation
SD ₁ *	SD around the mean TOA reflectance in channel 1, in a given geometric bin
TOA	Top Of the Atmosphere
5S	Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum
6S	Second Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum

References

- Chandrasekhar, S., Radiative Transfer, New York, NY: Dover Pub., 393pp, 1960
- Cihlar, J., D. Manak, and N. Voisin, AVHRR Bi-directional effect and compositing, *Remote Sens. Environ.* 48, 77-87 (1994).
- Cihlar, J., and P. M. Teillet, Forward piecewise linear calibration model for quasi-real time processing of AVHRR data, *Canadian J Remote Sensing*, 21(1), 22-27, 1995.
- Deschamps, P. Y., M. Herman and D. Tanre, Modeling of the atmospheric effects and its application to the remote sensing of ocean color, *Applied Optics*, 22(23), 3751-3758, 1983.
- Goward, S.N., D.G. Dye, S. Turner, and J. Yang, Objective assessment of the global vegetation index data product, *Int. J. Remote Sensing* 14(18), 3365-3394, 1993.
- Hansen, J. E., and L. D. Travis, Light Scattering in planetary atmospheres, *Space Sci. Rev.*, 16, 527-610, 1974.
- Harrison, L., and J. Michalsky, Objective algorithms for the retrieval of optical depth from ground based measurements, *Applied Optics*, 33, 5126-5132, 1994.
- Harrison, L., J. Michalsky, and L. Berndt, Automated multi filter rotating shadowband radiometer: an instrument for optical depth and radiation measurements, *Applied Optics* 33, 5118-5125, 1994.
- Herber, A., L. W. Thomason, K. Dethloff, P. Viterbo, V. F. Radionov, and U. Leiterer, Volcanic perturbation of the atmosphere in both polar regions: 1991-1994, *J. of Geophys. Res.*, 101(D2), 3921-3928, 1996.
- Houghton, J.T. et al. (Eds), Climate Change 1994, radiative forcing of climate change and an evaluation of the IPCC IS92 emission scenarios, Cambridge Univ. Press 1995.
- Holben, B., and R. S. Fraser, Red and near-infrared response to off-nadir viewing, *Int. J. Remote Sensing*, 5(1), 145-160, 1984.
- Holben B., Characteristics of maximum-value composite images from temporal AVHRR data, *Int. J. Remote Sensing*, 7(11), 1417-1434, 1986.
- Holben, B., E. Vermote E., Y. J. Kaufman, D. Tanré, and V. Kalb, Aerosol retrieval over land from AVHRR data - application for atmospheric correction, *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing* 30(1), 2-27, 1992.
- Kaufman, Y. J., and C. Sendra, Algorithm for automatic corrections to visible and near-IR satellite imagery, *Int. J. Remote Sensing* 9(8), 1357-1381 (1988).
- Kaufman, Y. J., The atmospheric effect on remote sensing and its correction, p355-380, Ch. 9 of "Theory and applications of optical remote sensing" by G. Asrar (Ed.), John Wiley & sons, New York, 1989.
- Kidwell, K. B, Global Vegetation Index user's guide, NOAA, Washington D.C., 20233, 1994.
- Lee, T.Y., and Y. J. Kaufman, Non-Lambertian effect on remote sensing of surface reflectance and vegetation index, *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, GE-24, 699-707, 1986.
- Long, C. S., and L. L. Stowe, Using the NOAA AVHRR data to study stratospheric aerosol optical depth following the Mt. Pinatubo eruption, *Geophys. Res. Letters* 21(20) 2215-2218, 1994.
- Mccormick, M. P., L. W. Thomason, and C. R. Trepte, Atmospheric effects of the Mt. Pinatubo eruption, *Nature* 373, 399-404, 1995.
- O'Neill, N. T., J. R. Miller and J. R. Freemantle, Atmospheric correction of airborne BRDF to yield surface BRDF; nomenclature, theory, and methods, *Canadian J. Remote Sensing*, 21(3), 309-327, 1995.
- Pinty, B., and M. M. Verstraete, Extracting information on surface properties from bi-directional reflectance measurements, *J. of Geophys. Res.*, 96(D2), 2865-2874, 1991.
- Pinty, B. and M M. Verstraete, On the design and validation of surface bi-directional reflectance and albedo models, *Remote Sensing Environ.*, 41, 155-167, 1992.
- Pinty, B., Verstraete M. M. and Dickinson R. E., A physical model of the bi-directional reflectance of vegetation canopies : 2. Inversion and validation, *J. of Geophys. Res.*, 95(D8), 11,767-11,775, 1990.
- Rahman, H., M. M. Verstraete and B. Pinty, Coupled surface-atmosphere reflectance (CSAR) model : 1. Model description and inversion on synthetic data and 2. Semi empirical surface model usable with AVHRR data. *J. of Geophys. Res.* 98(D11), 20,779-20,789 and 20,790-20,801, 1993.
- Rao, C. R. N., L. L. Stowe and E. P. McClain, Remote sensing of aerosols over the oceans using AVHRR data: Theory, practice and applications, *Int. J. Remote Sensing*, 10(4-5), 743-749, 1989.

- Roujean, J. L., M. Leroy and P. Y. Deschamps, A bi-directional reflectance model of the earth surface for the correction of remote sensing data, *J. of Geophys. Res.*, 97 20,455-20,468, 1992.
- Rosen, J. M., N. T. Kjome, R. L. McKenzie and J. B. Liley, Decay of Mt. Pinatubo aerosol at midlatitudes in the northern and southern hemispheres, *J. of Geophys. Res.*, 99(D12), 25,733-25,739, 1994
- Royer, A., N. T. O'Neill, N. T. Davis and L. Hubert, Comparison of radiative transfer models used to determine atmospheric optical parameters from space, *SPIE Technical symposium on Optics, Electro-optics and Sensors*, Orlando, FL, 4-8 April 1988, Vol. 928, 118-135, 1988.
- Royer, A., K. Goita, C. Anseau, and G. Saint, Analysis of boreal forest dynamics using the global vegetation index. *Remote Sensing Reviews*, 15, 265-282, 1997.
- Russel, P. R., J. M. Livingston, R. F. Pueschel, J. J. Bauman, J. B. Pollack, S. L. Brooks, P. Hamil, L. W. Thomason, L. L. Stowe, T. Deshler, E. G. Dutton, and R. W. Bergstrom, Global to microscale evolution of the Pinatubo aerosol derived from diverse measurements and analyses, *J. of Geophys. Res.*, 101(D), 18,745-18,763, 1996.
- Soufflet, V., D. Tanré, A. Royer and N. T. O'Neill, Remote sensing of aerosols over boreal forest and lake from AVHRR data, *Remote Sensing Environ*, 60, 22-34, 1997.
- Smirnov, A., A. Royer, N. T. O'Neill and A. Tarussov, A study of the link between synoptical air mass and atmospheric optical depth, *J. Geophys. Res.*, 99(D10), 20,967-20982. 1994.
- Stowe, L.L., R. M. Carey and P. P. Pellegrino, Monitoring the Mt. Pinatubo aerosol layer with NOAA/11 AVHRR data, *Geophys. Res. Letters*, 19(2), 159-162, 1992.
- Tanré, D., M. Herman and P. Y. Deschamps, Influence of the background contribution upon space measurements of ground reflectance, *Applied Optics*, 20(20), 3676-3684, 1981.
- Tanré, D., C. Deroo, P. Duhaut, M. Herman, J. J. Morcrette, J. Perbos and P. Y. Deschamps, Simulation of the satellite signal in the solar spectrum (5S), LOA, Université de Lille, 59655 Villeneuve d'Ascq, France, 1987.
- Tanré, D., B. N. Holben, and Y. J. Kaufman, Atmospheric correction algorithm for NOAA-AVHRR products: Theory and application *IEEE Geosci. Remote Sensing*, 30(2), 1992.
- Teillet, P. M., Surface reflectance retrieval using atmospheric correction algorithms, *Proceedings of IGARSS'89, 12th Canadian symposium on remote sensing*, Vancouver Canada 1989.
- Teillet, P. M., B. Holben B. R., Towards operational radiometric calibration of NOAA AVHRR imagery in the visible and near-infrared channels, *Canadian J. Remote Sensing*, 20(1), 1-10, 1994.
- Torres, O., J. R. Herman, P. K. Bhartia and Z. Ahmad, Properties of Mt. Pinatubo aerosols as derived from Nimbus 7 total ozone mapping spectrometer measurements, *J. of Geophys. Res.*, 100(D7), 14,043-14,055, 1995.
- Trepte, C. R, R. E. Veiga and M. P. McCormick, The poleward dispersal of Mt. Pinatubo volcanic aerosol, *J. of Geophys. Res.*, 98(D10), 18,563-18,573, 1993.
- Vermote, E., D. Tanré, J. L. Deuzé, M. Herman and J. J. Morcrette, Second simulation of the satellite signal in the solar spectrum, 6S: An Overview, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 35(3), 675-686, 1997.
- Vermote, E., and Y. J. Kaufman, Absolute calibration of AVHRR visible and near infrared channels using ocean and cloud views, *Int. J. Remote Sensing*, 1995.
- Verstraete, M. M., B. Pinty and R. E. Dickinson, A physical model of the bi-directional reflectance of vegetation canopies : 1. Theory, *J. of Geophys. Res.*, 95(D8), 11,755-11,765, 1990.
- Verstraete, M. M., and B. Pinty, Extracting information on surface properties from bi-directional measurements, *J. of Geophys. Res.*, 96(D2), 2865-2874, 1991.
- Walthall, C. L., J. M. Norman, J. M. Welles, G. Campbell, and B. L. Blad, Simple equation to approximate the bi-directional reflectance from vegetative canopies and bare soil surfaces, *Applied Optics*, 24(3), 1985.

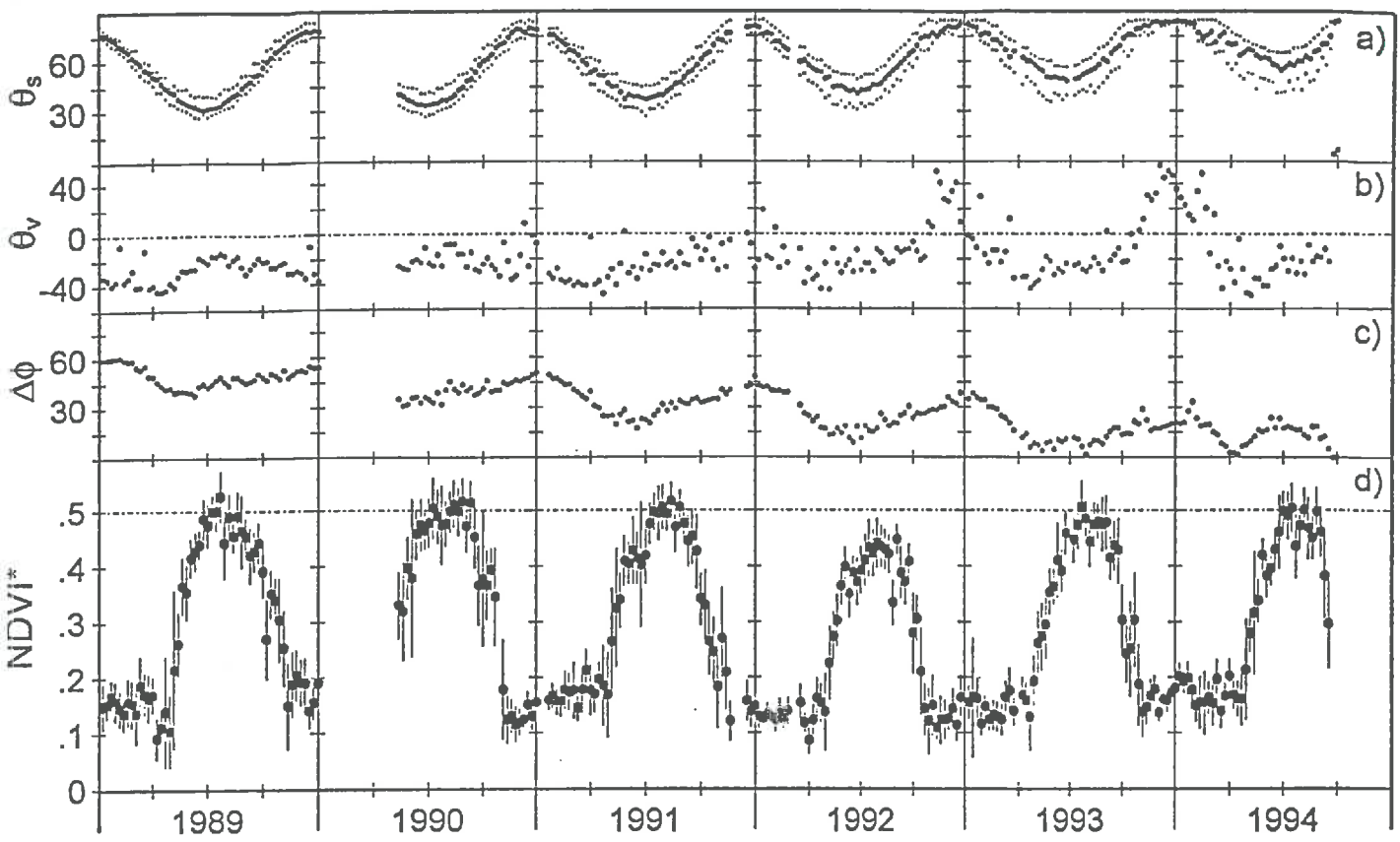


Figure 1: Weekly averaged a) sun zenith angle, θ_s , with maximum and minimum values, b) view angle, θ_v , c) absolute relative azimuth angle, $\Delta\phi = |\phi_s - \phi_v|$, in degrees and d) NDVI* time series \pm 1 SD. Each point illustrated here is a linear average taken over a weekly image of zone 2 (Quebec M, 50-55 °N). The data illustrated in Figs. 1 a) to c) is the raw data prior to any NDVI based selection criteria (the only filter applied is on sun zenith angle : $\theta_s < 85^\circ$). The data illustrated in Fig. 1 d) has been submitted to the 10% highest NDVI* filter described in § 3.2 and concerns only the points for which the view zenith angle, θ_v , was inferior to 30° .

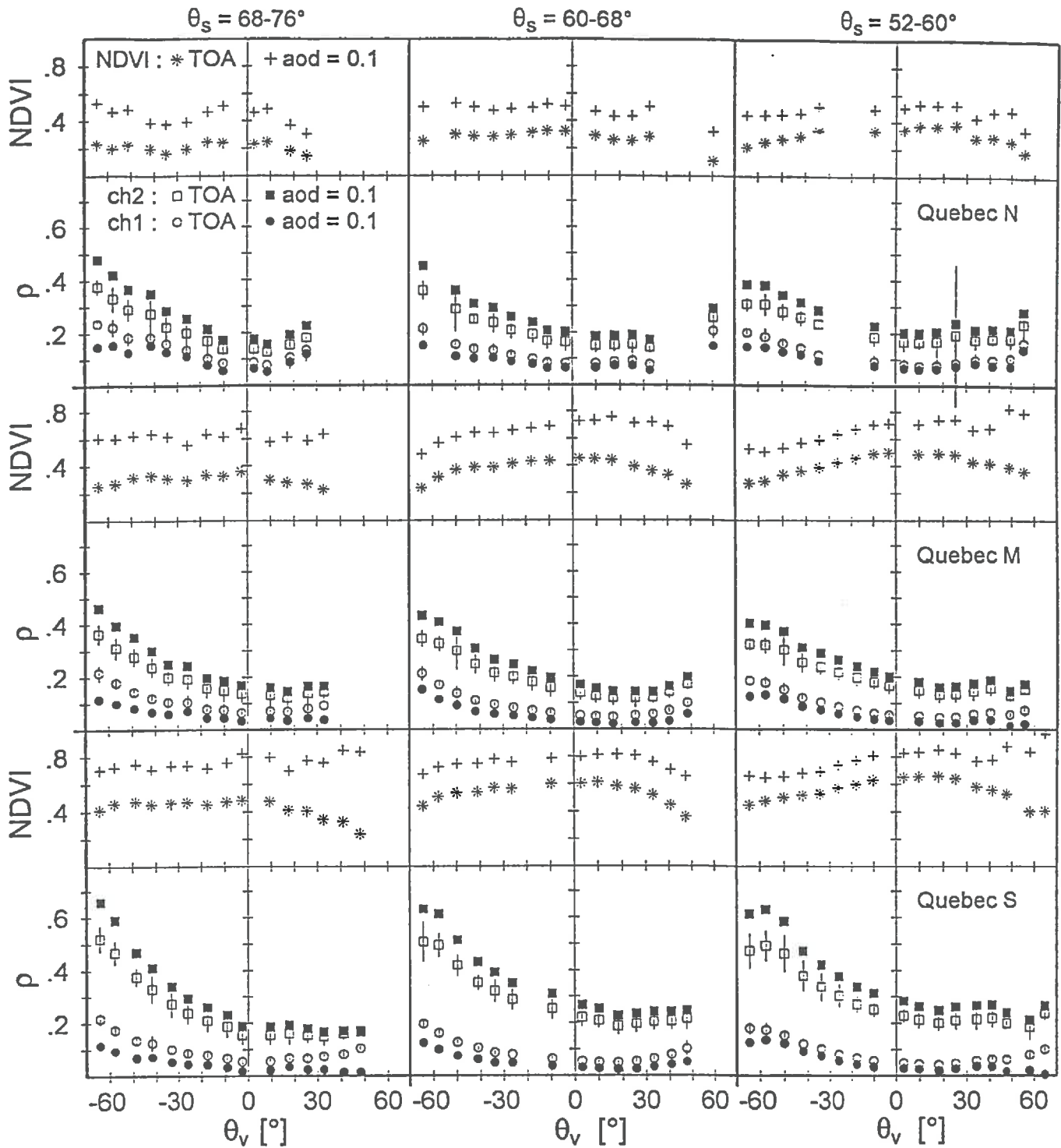


Figure 2: TOA and atmospherically corrected (AOD at 550 nm = 0.1) NDVI and channel 1 & 2 reflectances versus view zenith angle for the three Quebec zones and three bins of sun zenith angle. Values are averaged for the top 10% NDVI* values (see text) selected from the 1993 data. The TOA reflectances of channels 1 and 2 are extended by ± 1 standard deviation. Only measurements made within 15° of solar plane are represented ($\Delta\phi < 15^\circ$). Negative view angles correspond to backscattering conditions.

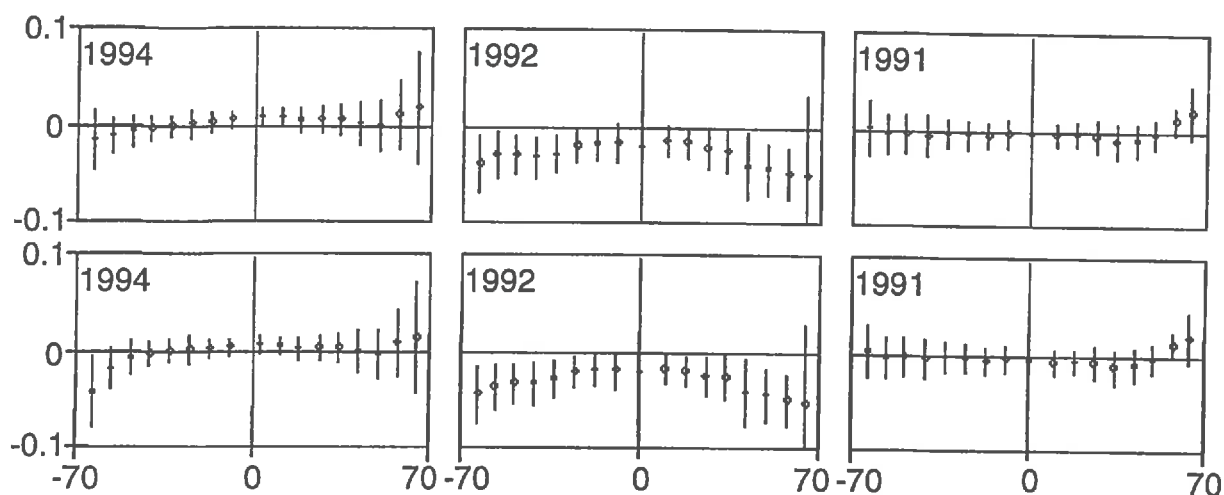


Figure 3: Mean bias difference between modeled and atmospherically corrected AVHRR channel 1 reflectance (± 1 SD), for several bins of view zenith angle, 2 different BRD models and 3 years (only the summer months are included). The atmospheric correction was made assuming an AOD = 0.1. Values are averaged over all zones except zone 1. The viewing geometry is limited by: $\Delta\phi = 0-15^\circ$, $\theta_s = 60-68^\circ$ in 1994; $\Delta\phi = 30-45^\circ$, $\theta_s = 52-60^\circ$ in 1992 and $\Delta\phi = 30-45^\circ$, $\theta_s = 44-52^\circ$ in 1991.

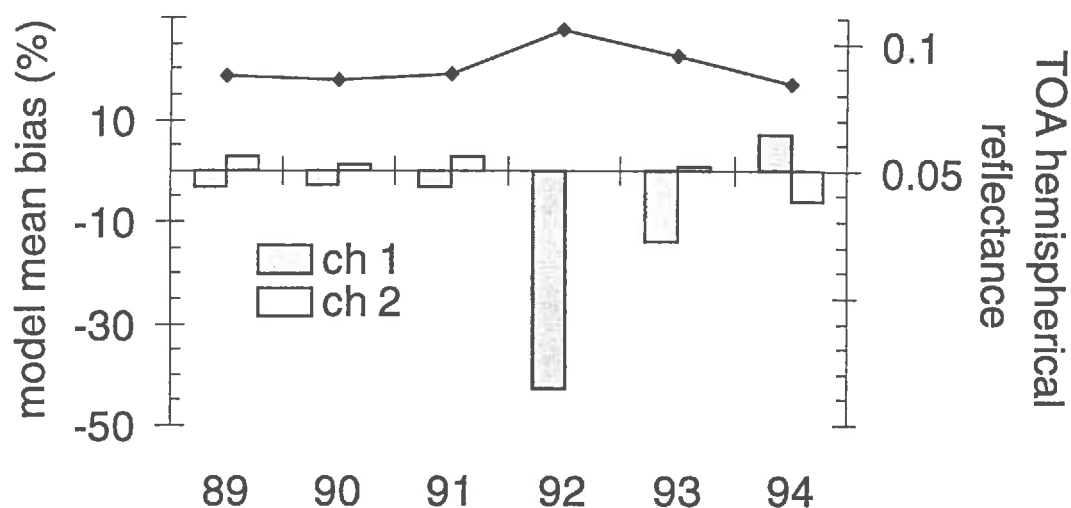


Figure 4: Walthall model mean bias difference for both channels in all viewing conditions (bar chart) and hemispherical TOA reflectance (\bar{R}) estimated for channel 1. Values are averaged over all zones except zone 1 (Quebec N.). Values are averaged over the four summer months of each year.

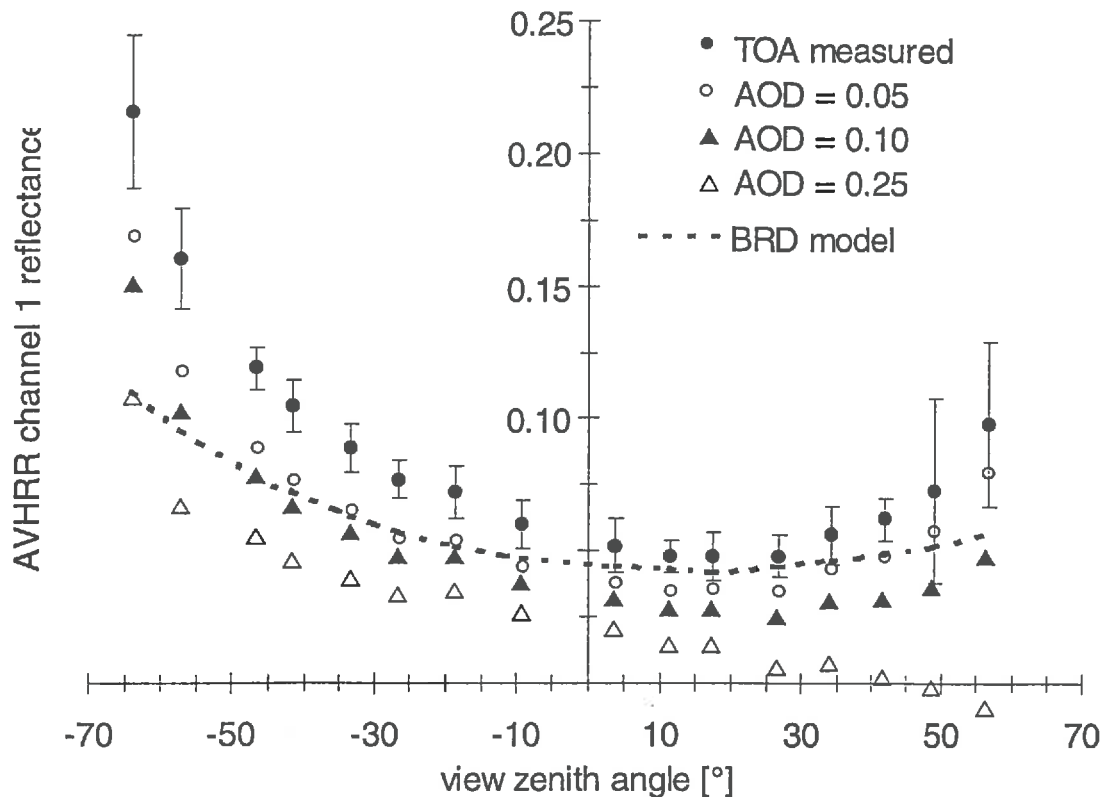
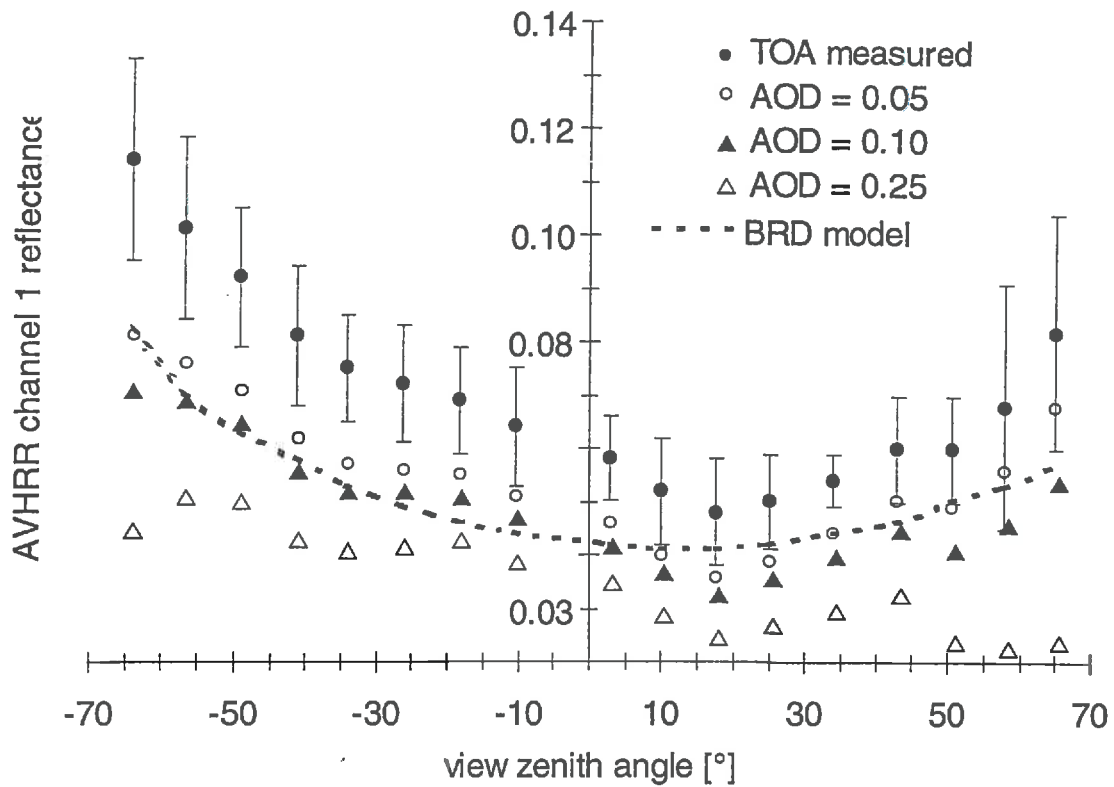


Figure 5 (top): Averaged TOA (± 1 SD), atmospherically corrected and surface reflectance in AVHRR channel 1 versus view zenith angle. Atmospheric corrections with different aerosol optical depths (aod at 550 nm) are compared. The surface reflectance is that predicted by Walthall's BRD model with the coefficients of Table 3. The TOA and atmospherically corrected reflectances are from zone 5 (E. Siberia) and are averaged over the summer months of 1990 for a limited number of viewing conditions : $\Delta\bar{\phi} = 30 - 60^\circ$, $\bar{\theta}_s = 39 - 43^\circ$. Figure 6 (bottom): Same description as Fig. 5 for 1994 and viewing conditions within the following limits $\Delta\bar{\phi} = 0 - 10^\circ$, $\bar{\theta}_s = 54 - 60^\circ$.

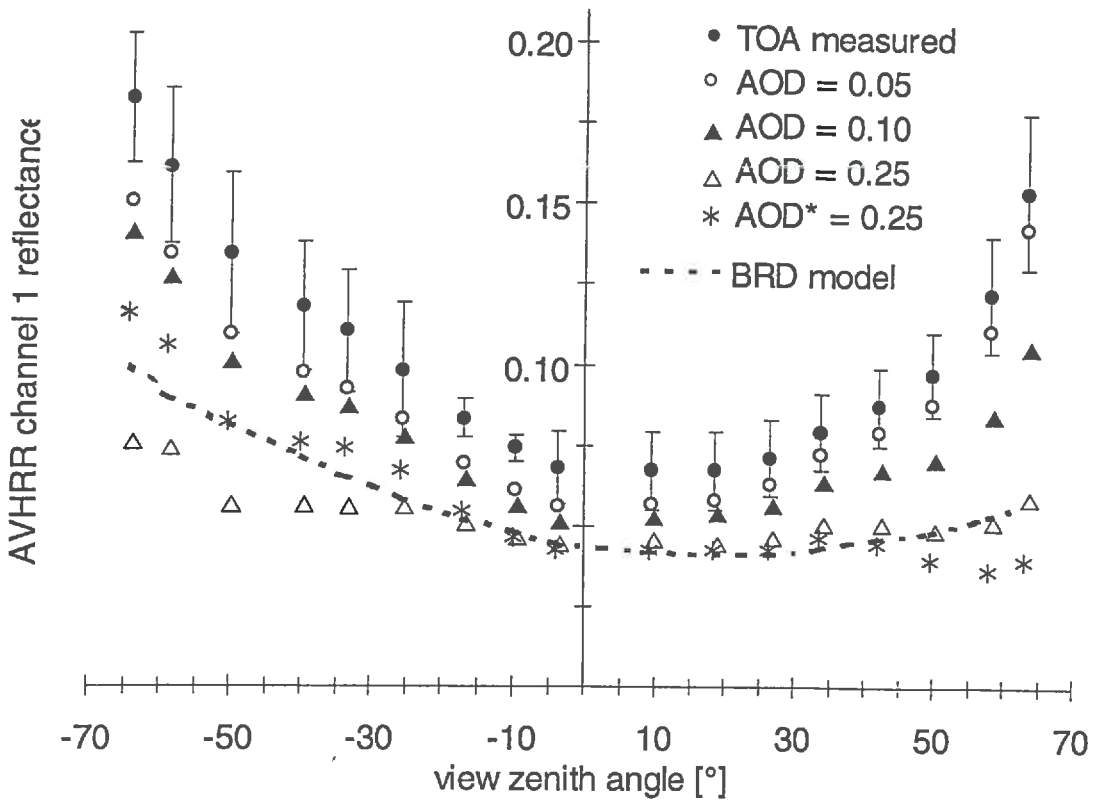


Figure 7: Same description as Fig. 5 for 1992. Comparison of atmospheric corrections with continental aerosol (aod) and maritime aerosol (aod*) models. The viewing conditions are limited by : $\Delta\bar{\phi} = 17 - 27^\circ$, $\bar{\theta}_s = 53 - 57^\circ$.

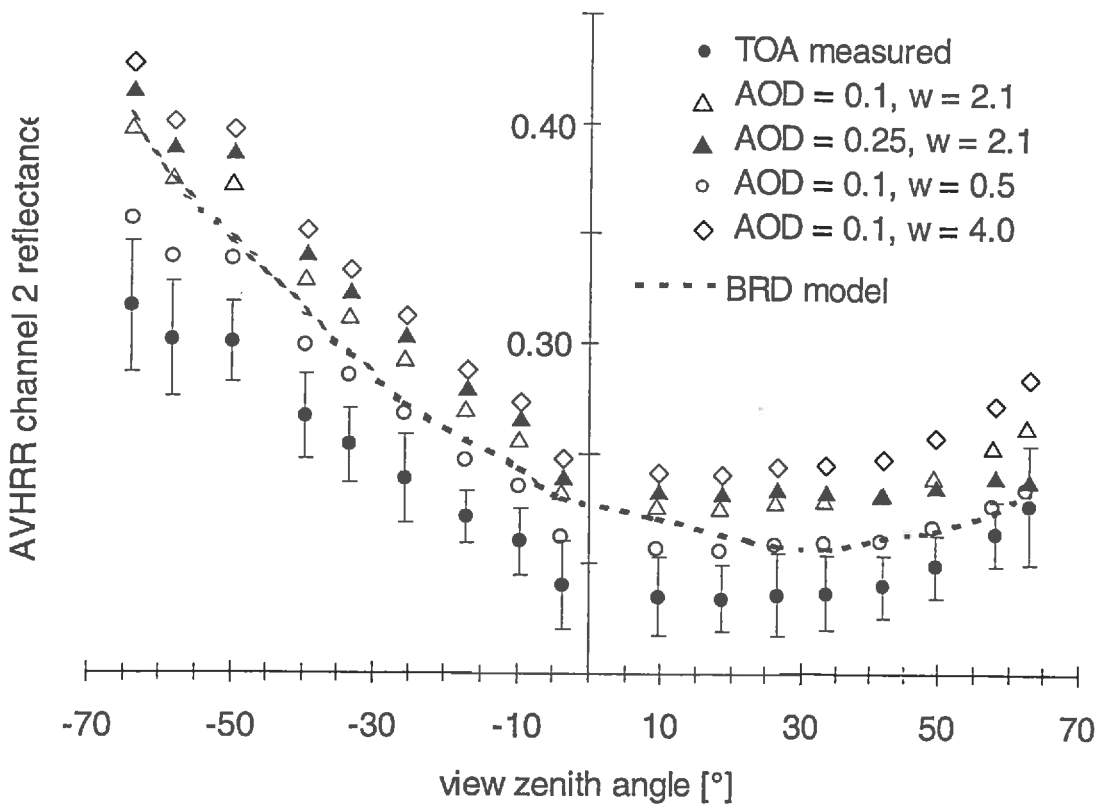


Figure 8: Same description as Fig. 6 for channel 2 reflectances in 1992. Comparison of atmospheric corrections made with different atmospheric water vapor contents. The viewing conditions are limited by : $\Delta\bar{\phi} = 17 - 27^\circ$, $\bar{\theta}_s = 53 - 57^\circ$.

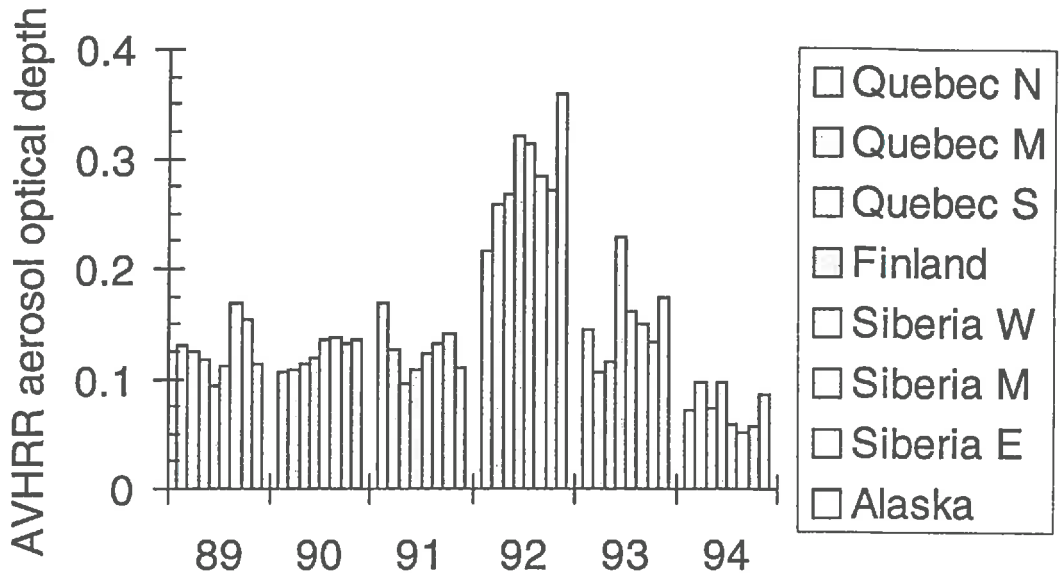


Figure 9: Mean aerosol optical depth (550 nm) retrieved from AVHRR data for the summers of 1989 to 1994. Results are presented from left to right for zones 1 to 8.

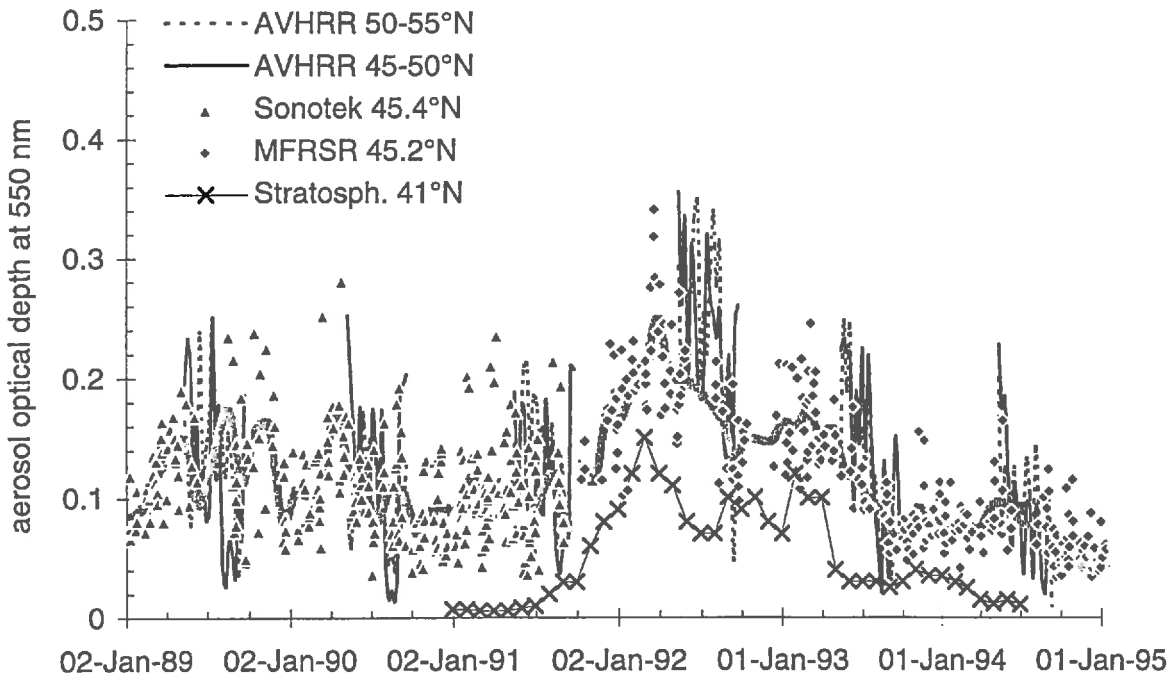


Figure 10: Aerosol optical depth versus date for *i*) total atmospheric weekly values retrieved from AVHRR channel 1 and averaged for two large geographic zones in Quebec, *ii*) total atmospheric weekly values retrieved from ground based Sonotek data (Jan. 1989 to Sept. 1991) and MFRSR data (Oct. 1991 to Dec. 1994) in two sites south of Quebec (the broad curve is smoothed through the monthly averages of the ground based data) and *iii*) stratospheric monthly values deduced from in-situ backscattersondes obtained by [Rosen et al., 1994].



DIRECT LUMINOUS EFFICACY AND ATMOSPHERIC TURBIDITY— IMPROVING MODEL PERFORMANCE

B. MOLINEAUX,* P. INEICHEN*† and J. J. DELAUNAY**

*Group of Applied Physics, University of Geneva, 4, chemin de Conches, Case postale 81, 1231 Conches, Switzerland and **Fraunhofer Institut für Solare Energiesysteme, Oltmanstrasse 5, 79100 Freiburg, Germany

(Communicated by Associate Editor RICHARD PEREZ)

Abstract—Of all the atmospheric constituents, aerosol content is shown to be responsible for the greatest variations in direct luminous efficacy. Some clarity is brought to the comparison between Linke's and Ångström's turbidity coefficients, respectively T_L and β . Grenier's recent formulation of the optical thickness of a water and aerosol free atmosphere is presented here in a simplified expression. Based on these results and Dogniaux's illuminance turbidity factor, T_{ii} , two direct luminous efficacy models are derived, one of which is tuned to our experimental data. The input parameters are optical air mass, β , and water vapour content in the tuned version. These models perform significantly better than any of twelve other models found in the literature when compared to 1 yr's measurements from each of two sites in the U.S. and Switzerland. In both sites, β was derived from horizontal visibility estimated in a nearby airport.

1. INTRODUCTION

Interest in our natural daylight resource is rising with environmental concern and improved architectural techniques enabling an efficient use of daylight for indoor lighting. Modelling illuminance values from more readily available radiation data is the essential tool in order to compensate for the scarcity of daylight measurements.

On the other hand, direct luminous efficacy may be a simple means of giving us valuable information on the state of the atmosphere above us. Direct luminous efficacy is the ratio of the visible part to net radiation in the direct solar spectrum and is therefore very sensitive to atmospheric attenuation which is proportionally important in the visible region. In a cloudless atmosphere, apart from diffusion by the permanent air molecules, scattering by the suspended solid and liquid particles (hereafter aerosols) is responsible for the majority of the depletion of the direct solar spectrum in the visible region. This becomes especially relevant in a changing urban atmosphere where daylighting models are most needed. On a larger scale, exponential increase in anthropogenic aerosol emissions may be playing a leading role in global climate change (see for example Kiehl and Briegleb, 1993) making it increasingly urgent for us to reach a better understanding of these processes.

In a cloudy atmosphere, the whole spectrum of direct radiation is rapidly attenuated and

direct luminous efficacy models are of little practical interest. A physical clear sky direct luminous efficacy model is presented, making use of the relations between Ångström's turbidity factor, β , Linke's broad band turbidity factor, T_L , and Dogniaux's illuminance turbidity factor, noted T_{ii} . In our approach T_L and T_{ii} are computed from β , itself computed from visibility measurements. Two expressions for determining T_L and β are used, one is adapted by Grenier *et al.* (1994) from Katz *et al.*'s (1982) experimental results, the other is empirically developed here from direct luminous efficacy measurements. State of the art direct luminous efficacy models found in the literature are also presented in comparison. The performance of the models in predicting direct illuminance in all conditions is assessed with two independent one year data banks from Albany, New York, and Geneva, Switzerland, giving a promising experimental evaluation of the turbidity equations.

2. SPECTRAL ATTENUATION OF DIRECT RADIATION AND ÅNGSTRÖM'S TURBIDITY EQUATION

Atmospheric attenuation of a monochromatic normal beam can be written as the product of five transmittances:

$$I_{n\lambda} = I_{on\lambda} \tau_{r\lambda} \tau_{a\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} \quad (1)$$

where $I_{on\lambda}$ is the extraterrestrial monochromatic beam and $I_{n\lambda}$ is the corresponding attenuated normal beam irradiance of wavelength λ imping-

†ISES member.

ing on the earth's surface. The spectral transmittances $\tau_{i\lambda}$ ($\tau_{i\lambda} \leq 1$) cover the major atmospheric attenuation processes, respectively: Rayleigh scattering on air molecules (r), Mie scattering and continuous absorption by solid and liquid particles (aerosol extinction, a), selective absorption by the ozone layer (o), selective absorption by the permanent gaseous constituents other than stratospheric ozone and water vapour (g) and selective absorption by water vapour (w).

According to Middleton (1960) the law of exponential attenuation of a monochromatic beam passing through a homogeneous medium should always be attributed to Bouguer and not to Lambert or Beer as often seen in the literature. Applied to atmospheric transmittance, Bouguer's law can be written:

$$\tau_{i\lambda} = \exp(-k_{i\lambda}m_i) \quad (2)$$

where $k_{i\lambda}$ is the wavelength dependent attenuation coefficient due to a single process i and integrated over a vertical path through the atmosphere. m_i is the relative optical atmospheric mass for a single process i , defined as the ratio of the real path length (mass of the substance in a column of unit cross section in the direction of the sun's rays) to the path length in a vertical direction. As a first approximation, the total relative optical air mass can be used to approximate the relative atmospheric masses of the different constituents. Kasten and Young's (1989) update to Kasten's (1966) widely used equation is used to compute the relative optical air mass of the average atmosphere (hereafter simply called *air mass*, m_a) given here with a correction for altitude, adapted from Iqbal (1983):

$$m_a = \exp(-0.12z) \times (\sin h + 0.50572(h + 6.07995)^{-1.6364})^{-1} \quad (3)$$

where z is the altitude (km) and h is the solar height ($^\circ$). In this expression, h is the apparent solar height but the difference with the calculated solar height (0.5° at sunset or sun rise due to refraction) is negligible for $h > 5^\circ$, as was considered in this study.

Bouguer's law, although not strictly valid for the selective absorption processes in the atmosphere, is usually extended to the gaseous absorbers for which the attenuation coefficients are discrete functions of λ . These can be found in tabulated form in a number of texts, e.g. Iqbal (1983).

The scattering processes, on the other hand, can be approximated by analytical wavelength

dependent expressions. Scattering of solar radiation in dry air free of aerosols was first theoretically resolved by Lord Rayleigh in 1871 and is referred to as Rayleigh scattering, yielding:

$$k_{r\lambda} = a\lambda^{-4} \quad (4)$$

where λ is in (μm) and a is a constant depending on the physical characteristics of dry air. Updates to this equation can be found for example in Leckner (1978), Bird and Riordan (1986) and Gueymard (1995). The dependence on $1/\lambda^4$ brought a successful explanation to the colour of the sky and predicts a rapid decrease in direct luminous efficacy with increasing air mass.

When the particles reach a size comparable with or larger than the wavelength of visible light, the theoretical computation of their effect on incident radiation (called Mie scattering but also covers absorption by the particles), based on the refractive index, the size and the shape of the particle, are much more laborious. Empirical results are therefore generally favoured when computing aerosol extinction. Ångström (1929, 1930) proposed the following expression for all aerosols derived and tested during extensive experimental campaigns throughout the world (λ in μm):

$$k_{a\lambda} = \beta\lambda^{-\alpha} \quad (5)$$

In fact, this relation has also been obtained from scattering theory in the case of a Junge size distribution of spherical particles (see Junge, 1963).

Ångström's turbidity coefficient β (which can also be referred to as the aerosol optical depth at $1 \mu\text{m}$) is linked to the amount of particles present in a vertical column and varies typically from 0.01 and 0.5 (whether near the south pole or in an extremely turbid atmosphere, from Ångström, 1961). The wavelength exponent α (sometimes referred to as the Ångström spectral coefficient) increases as the average size of aerosols decrease and an upper limit of $\alpha = 4$ can be deduced from eqn (4). The size of the particles are site dependent and a value of $\alpha = 1.3$ is usually quoted as a mean overall value (e.g. Ångström, 1961). In this study, β and α are considered constant throughout the spectrum and a value of $\alpha = 1$ gave best results, which is a plausible figure for urban aerosols according to Gueymard (1994). The size distribution of aerosols goes from approx. 10 nm (*Aitken* nuclei) to 10 μm (giant particles) and is limited

at both extremes by, respectively, coagulation and precipitation.

The major drawback to Ångström's formalism lies in the difficulty in getting a precise evaluation of β and α . The standard practice is to measure the spectral direct beam irradiance with a sun photometer in a few wavelengths, chosen so as to minimize the influence of the other atmospheric attenuators such as water vapour. Using direct beam measurements made with cut off filters at different wavelengths, e.g. Katz *et al.* (1982), is another possible solution although correction for the other atmospheric parameters becomes much more delicate. In both cases, the need for absolutely cloud free conditions is the most limiting factor. A more debatable method which is less dependent on cloud cover, is to resort to horizontal visibility. Indeed, the distance at which objects can be observed is directly related to the aerosol loading in the lower layers of the atmosphere and β can be evaluated from vertical distribution models. Visibility is however usually estimated in airports with the unaided eye, leading to a somewhat subjective and inaccurate value of atmospheric turbidity. This is especially relevant after a large volcanic eruption when stratospheric aerosols undergo a significant but temporary increase on a global scale whereas the influence on the lower troposphere and horizontal visibility is limited to a local scale. Mt Pinatubo's eruption in the Philippines in June 1991 at 15°N, was shown to be responsible for a 30% drop in net beam irradiance observed in Geneva in the first winter after the eruption, see Michalsky *et al.* (1994). After March 1993, for latitudes above 40°N, the effect can be considered negligible and thus did not influence the Geneva data used in this study. In Albany the effect of Mt Pinatubo on the 1992 data used here did not noticeably influence the direct luminous efficacy (which is well correlated to ground visibility). A plausible explanation is that the volcanic aerosol extinction is mostly important in winter, when bad weather often obstructed the direct beam.

Below is a relation linking β to visibility, reported in King and Buckius (1979):

$$\beta = (0.55)^{\alpha} (\ln |C|/\text{vis} - 0.01162) \times [0.02472(\text{vis} - 5) + 1.132] \quad (6)$$

where vis is the horizontal visibility (km), α is the wavelength exponent in eqn (5), which has to be estimated beforehand, and C is the con-

trast. A value of $C = 0.02$ is generally accepted as the threshold contrast for the human eye, see for example Fleagle and Businger (1980), and was used in this study. The value of $C = 0.05$ may however be more appropriate when considering airport visibility in non ideal conditions and a revised version of eqn (6) based on updated aerosol models, published after this paper was accepted, should be used in future studies, see Gueymard (1995). In spite of the large uncertainties involved, eqn (6) was used here giving promising results in our application.

Using a model for β 's seasonal variation, was also attempted. The following model was chosen based on a value of $\beta = 0.1 \pm 0.05$ (realistic values for both Geneva and Albany) with a maximum in spring and minimum in autumn:

$$\beta = 0.1 + 0.05 \sin \left((n\text{day} - 16) \frac{2\pi}{365} \right). \quad (7)$$

The variations of direct luminous efficacy with atmospheric conditions were estimated from the clear sky spectral transmission model SPCTRAL2 (Bird and Riordan, 1986) and the V_{λ} curve for photopic vision (CIE, 1983). Figure 1 illustrates the results obtained for four parameters, showing that apart from air mass, variations in atmospheric turbidity have a marked effect on direct luminous efficacy. Seasonal variations in ozone content at mid latitudes, 0.27–0.34 cm at normalized temperature and pressure (from Van Heuklon, 1979), did not induce more than 1% variations in direct luminous efficacy, except for large values of air mass, when the sun is low over the horizon.

3. LINKE'S TURBIDITY EQUATION FOR INTEGRATED BEAM IRRADIANCE

Linke (1922), proposed to express the total integral optical thickness of a cloudless atmosphere, δ , as the product of two terms, δ_{CDA} , the optical thickness of a water and aerosol free atmosphere and Linke's turbidity factor, T_L , as discussed below:

$$I_n = I_0 \exp(-\delta m_a) = I_0 \exp(-\delta_{\text{CDA}} T_L m_a) \quad (8)$$

where I_0 is the integral extraterrestrial solar radiation (1367 W/m^2 + seasonal variations) and I_n is the attenuated normal beam irradiance impinging on the earth's surface. This definition has the great advantage of making atmospheric turbidity accessible to pyrheliometric broad

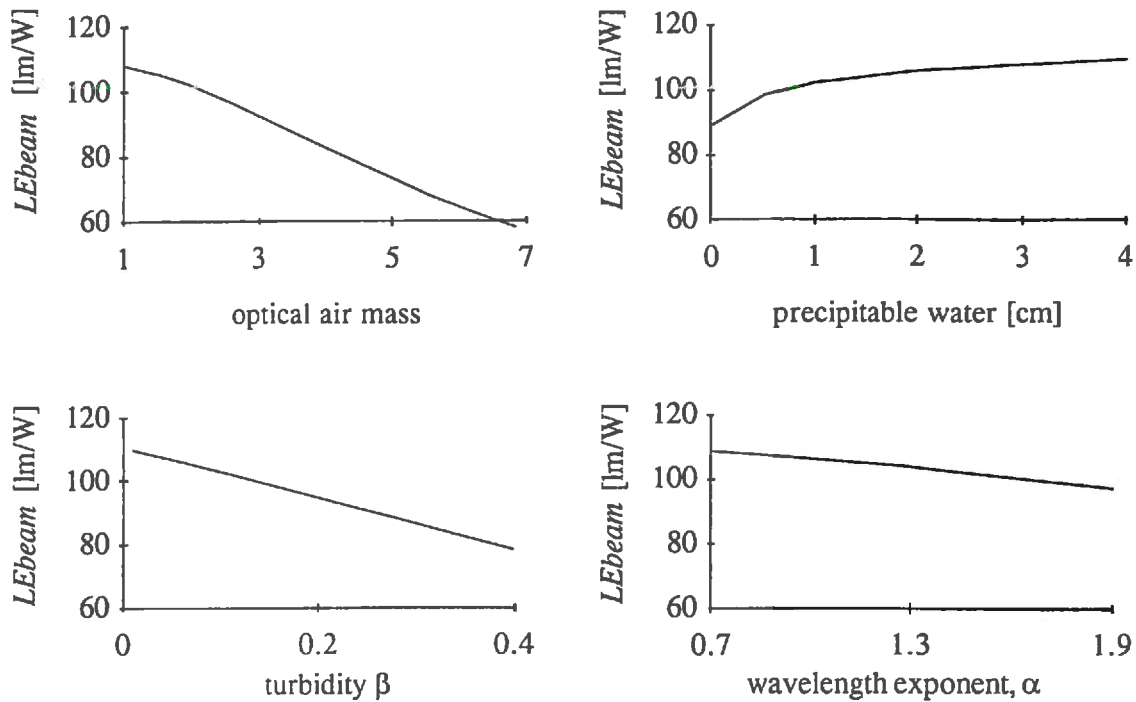


Fig. 1. Direct luminous efficacy, predicted from SPCTRAL2 (Bird and Riordan, 1986) as a function of four atmospheric parameters. The constant values are: air mass = 1.5, precipitable water height = 2 cm, $\beta = 0.1$, $\alpha = 1.14$, ozone height = 0.35 cm, pressure = 1013 mb.

band measurements but depends on the theoretical value of δ_{CDA} which is used to evaluate T_L .

A careful examination of the definition of the terms δ_{CDA} and T_L is helpful in getting a clear picture of Linke's formalism and the developments made since Linke first proposed eqn (8). Linke (1922) defined δ_{CDA} as the integrated optical thickness of the terrestrial atmosphere free of clouds, water vapour and aerosols, (hereafter clean dry atmosphere, CDA) which he computed from theoretical assumptions and apparently validated in a very pure, dry mountain atmosphere. T_L thus represents the number of CDAs necessary to produce the observed attenuation, resulting from the additional and highly variable effects of water vapour and aerosols. Obviously, the minimal value of T_L should be 1. Although this definition has not changed, the theoretical value of δ_{CDA} is subject to modifications with increasing data available on atmospheric transmission. Rayleigh's theory of molecular scattering, the major contributor to the depletion of the solar beam in a clean dry atmosphere, was the first process used to compute δ_{CDA} , which is often referred to as the "Rayleigh scattering term" or "optical thickness of a Rayleigh atmosphere".

Feussner and Dubois (1930) published a series of spectral data tables enabling the calculation

of δ_{CDA} where both molecular scattering and absorption by the stratospheric ozone layer are taken into account. Kasten (1980) fitted the following equation to these tables:

$$\delta_{\text{CDA}} = (9.4 + 0.9m_a)^{-1}. \quad (9)$$

In this widely used relation, absorption by the permanent atmospheric gases such as CO_2 , O_2 , N_2O , CO , etc. are not taken into account. The effect of these gases will therefore be included in the term T_L , incorrectly contributing to atmospheric turbidity, as noted by Katz *et al.* (1982) and confirmed by Kasten (1994). The dependence of δ_{CDA} on air mass is a consequence of the strong dependence of Rayleigh scattering on the incident wavelength, eqn (4). As all the attenuation processes are dependant on wavelength, T_L is also dependant on air mass, although in a somewhat lesser manner than δ_{CDA} , [see Robinson (1966) for a comprehensive insight]. This variation of T_L for constant turbidity and the number of processes accounted for by T_L greatly hinders the practicality of Linke's formalism. A number of authors have tried to circumvent this difficulty by different means, the most popular method is to normalize the measured values of T_L at air mass = 2. In this respect Grenier *et al.*'s (1994) contribution is more convincing than Kasten's (1988) paper.

Linke himself (1942) recognized the variation of T_L with air mass but had little success in introducing a new extinction coefficient based on an atmosphere of pure air containing 1 cm of water.

Dogniaux (1974) derived the following relation from extensive experimental campaigns, illustrating the observed variation of T_L with solar height, h ($^\circ$), atmospheric water vapour content w (cm) and Ångström's turbidity coefficient β :

$$T_L = \left[\frac{(h + 85)}{39.5e^{-w} + 47.4} + 0.1 \right] + (16 + 0.22w)\beta. \quad (10)$$

Louche (1986) and Grenier *et al.* (1994) added absorption by the permanent gaseous constituents to the definition of δ_{CDA} (these gases are considered uniformly mixed and invariable in both a CDA and a turbid atmosphere). Based on updated computed spectral data, Louche (1986) fitted a polynomial in fourth order of m_a to the optical thickness of a CDA. Grenier *et al.* (1994), in the same approach, added some minor changes to the spectral absorption and scattering equations and obtained the following polynomial, yielding very similar values to Louche's (1986) relation:

$$\delta_{CDA} = (5.4729 + 3.0312m_a - 0.6329m_a^2 + 0.0910m_a^3 - 0.00512m_a^4)^{-1}. \quad (11)$$

The resulting values of δ_{CDA} are higher (and hence the resulting values of T_L will be smaller) than those obtained with eqn (9) by as much as 25% for low values of air mass, see Fig. 2. Both Louche (1986) and Grenier *et al.* (1994) attribute this difference to the updated spectral data

they used and question the use of the term "Rayleigh atmosphere" instead of "clean dry atmosphere", but neither recognized the fact that, more than an update, their definition of δ_{CDA} (and hence of T_L) is actually quite different from previous formulations. In Linke's (1922) original formalism taken up by Feussner and Dubois (1930) and Kasten (1980), Rayleigh scattering was indeed the only atmospheric effect (with the exception of stratospheric ozone absorption) accounted for by δ_{CDA} . In the new definition, δ_{CDA} also accounts for absorption by the permanent atmospheric gases and should be named "optical thickness of a clean dry atmosphere".

This new definition enhances Linke's formalism, making T_L a better defined turbidity factor covering only the effects of the variable constituents of the atmosphere. T_L is now also less dependent on air mass, see Grenier *et al.* (1994). The effects of water vapour, aerosols and possible gaseous pollutants such as NO_2 or tropospheric ozone, not accounted for in eqn (11), are accounted for by T_L . Equation (11) does have a flaw however, the polynomial becomes quickly divergent for air mass > 7 , see Fig. 2. Louche's (1986) polynomial, not presented here, becomes divergent for air mass > 12 . This drawback was not the case with eqn (9), Kasten's original formula. In order to circumvent this drawback, the following expression was used in this study:

$$\delta_{CDA} = 0.124 - 0.0285 \ln m_a. \quad (12)$$

Equation (12) was simply obtained from a least squares fit to an artificial set of points chosen so as to respect eqn (11) in the range $1 < m_a < 6$, follow Louche's (1986) polynomial for

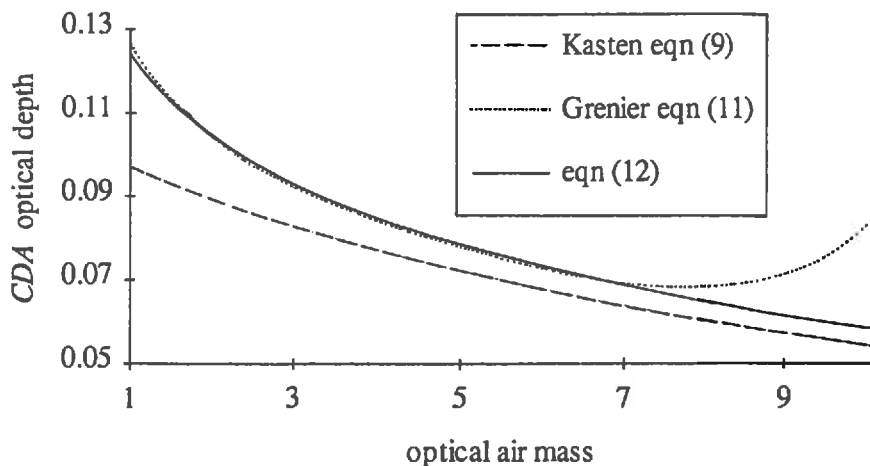


Fig. 2. Clean dry atmosphere optical depth as a function of air mass: comparison of three equations.

$6 < m_a < 12$ and, finally, respect eqn (9) for $m_a > 12$. The curves of eqns (9), (11) and (12) are compared in Fig. 2 for $1 < m_a < 10$. Equation (12) does not deviate by more than 0.7% from eqn (11) in the range $1 < m_a < 6$.

Using this definition, the relation between T_L and β is now investigated. In a first approximation, T_L can be considered independent of air mass and water vapour in a temperate climate, resulting in the following expression given in Grenier *et al.* (1994) and adapted from Katz *et al.* (1982) to the new smaller values of T_L :

$$T_L = 1.74 + 15.4\beta. \quad (13)$$

The minimal value of T_L is somewhat greater than the theoretical value of 1. This means T_L accounts for a number of effects in addition to aerosol extinction. Water vapour dependence contributes to the first term of eqn (13). In a humid climate, the dependence of T_L with w , the height of precipitable water content, is reported in Grenier *et al.* (1994) but the difference with eqn (13) seldom exceeds 10%, even for $w > 3$ cm.

The advantages of using an updated definition for δ_{CDA} , the integral optical thickness of a clean dry atmosphere, are highlighted by the performance of the direct luminous efficacy models presented below. The main advantage of having a practical relation between β and T_L is the answer to the problem of T_L 's dependence on air mass, as β is itself independent of air mass. In addition, β and T_L are commonly used to represent atmospheric turbidity but we have seen that their physical meaning is actually quite different, β being a spectral parameter and T_L representing broad band attenuation and encompassing other effects such as that of water vapour and, until recently, mixed gas absorption. In addition, these two parameters are seldom measured simultaneously and the possibility of calculating one from the other opens the field to quantitative comparisons between different turbidity data banks, whether based on β or T_L . An attempt at deriving an empirical relation which accounts for the variation of T_L with both air mass, water vapour content and β , similar to eqn (10) but based on the new definition of δ_{CDA} , is discussed in Section 7.

4. ILLUMINANCE TURBIDITY FACTOR AND DIRECT LUMINOUS EFFICACY

Dogniaux (1974) was apparently the first to suggest using a formalism similar to eqn (8) for the transmission of integrated direct illumina-

nance:

$$I_{vn} = I_{vo} \cdot \exp(-\delta_{il} m_a T_{il}) \quad (14)$$

where I_{vo} is the extraterrestrial illuminance and T_{il}, δ_{il} the corresponding illuminance turbidity and CDA optical depth. Navvab *et al.* (1984), whom incorrectly present this formalism as a new concept, derive the following expressions after multiplying theoretical attenuated spectral data with the V_λ curve for photopic vision:

$$\delta_{il} = 0.1/(1 + 0.0045m_a) \quad (15)$$

$$T_{il} = 1 + 21.6\beta. \quad (16)$$

Direct luminous efficacy can now be computed after dividing eqn (14) by eqn (8):

$$LE_{beam} = \frac{I_{vn}}{I_n} = \frac{I_{vo}}{I_o} \exp[m_a(\delta_{CDA} T_L - \delta_{il} T_{il})] \quad (17)$$

which combined to eqns (9), (10), (15) and (16) will be referred to as Navvab's model giving direct luminous efficacy as a function of β , h and w . If combined to eqns (12), (13), (15), and (16) this relation will be referred to as model A, giving LE_{beam} as a function of β and h . These equations are entirely derived from calculated spectral transmission data except for eqns (10) and (13) for which T_L was fitted to previous experimental data. Equations (8)–(17) are all developed for cloudless skies. The promising results obtained below in all conditions suggest however that the effect of clouds on eqn (17) is less important than on either eqn (8) or (14) taken separately.

Choosing which values of the solar constants I_o and I_{vo} should be used in eqn (17) is a delicate and sometimes disconcerting problem as these values have been revised a number of times and may bias the results. If eqns (12) and (13) are used to compute δ_{CDA} and T_L then 1367 W/m^2 should be used as the most recent value. In Navvab *et al.* (1984), a value of 1370 W/m^2 is given with eqns (9) and (10) and used with Navvab's model throughout this paper, although these equations were certainly developed from previous, lower values of the solar constant. Concerning the illuminance solar constant, the differences are more important. We suggest using a value of 127.5 klux [corresponding to Leckner's (1978) widely used spectrum] with eqns (15) and (16) as this value gave best results and was most probably used by Navvab *et al.* (1984). The revised value is 133 klux obtained with the CIE (1983) V_λ curve for photopic vision and Gueymard's (1995)

extraterrestrial spectrum, updated from the World Radiation Centre's 1985 spectrum and in agreement with Olseth and Skartveit (1989). A revision of eqns (12), (13), (15) and (16) using SMARTS2, a simple model for the radiative transfer of clear sky irradiance, Gueymard (1995), is the objective of a future paper.

5. EXPERIMENTAL DATA

The results presented here are limited to two independent data bases situated in two urban sites, 1 yr from Albany (42.7°N, 73.8°W, altitude: 60m, population with suburbs: 500,000, including February 1992 to January 1993) and 1 yr from Geneva (46.2°N, 6.2°E, altitude: 400m, population with suburbs: 400,000, covering March 1993 to February 1994). Global, diffuse and normal beam of both irradiance and illuminance components were measured at both sites. According to the manufacturers, the uncertainties in the measurements are $\pm 2\%$ for the Kipp & Zonen radiometers and Eppley pyrheliometers and $\pm 5\%$ for the Licor photometers used. This last figure seems somewhat overestimated when compared to our experimental results.

In this paper, direct irradiance/illuminance or normal beam irradiance/illuminance are named indifferently, referring to the totally or partially integrated solar spectrum in (W/m^2) or (klux), measured within a cone of open angle = 5.7° and impinging on a plane perpendicular to the sun's rays. The circumsolar effect (due to the fact that the sun covers only an open angle of 0.5°) is not taken into account in the spectral transmission data. It is relevant to note that direct illuminance and irradiance were measured with the same sun tracker at both sites.

The quality of the measurements was rigorously controlled according to Molineaux and Ineichen (1994a). A total of 3017 hourly averaged values were thus validated for which the results cover the validated data in all sky conditions for which $I_n > 10 \text{ W}/\text{m}^2$, $I_{vn} > 0.1 \text{ klux}$ and $h > 5^\circ$ (in order to eliminate perturbation from the horizon). Horizontal visibility was estimated five times a day by an observer at Geneva's airport, approx. 6 km away. In Albany visibility was estimated in much the same manner on an hourly basis at a distance of 7 km from the site of measurements. A lower limit of visibility = 14 km (corresponding to an upper limit of turbidity $\beta = 0.2$) was applied to the visibility measurements. This limit was chosen arbitrarily and was seldom exceeded

in our weather conditions. It enabled elimination of exceptional conditions such as fog being present at the airport but not on the site of measurements, as sometimes observed in Albany. The height of precipitable water vapour content in the atmosphere, w , was estimated from on site temperature and humidity measurements using Wright *et al.*'s (1989) algorithm which was empirically developed from Albany data. In Geneva, this algorithm was also used and may be a source of error.

6. OBSERVED IMPACT OF ATMOSPHERIC PARAMETERS ON DIRECT LUMINOUS EFFICACY

Increase in direct luminous efficacy with solar height, h , is very well demonstrated by our two data banks as illustrated in Fig. 3. A number of models are based on this dependence, see Section 8. A reasonable approximation was also obtained with a least squares fit to our Geneva data, in terms of air mass, m_a :

$$LE_{beam} = 116 \cdot \exp(-0.1m_a) \text{ (lm/W)} \quad (18a)$$

This relation, referred to as model B, was chosen to correct the measured luminous efficacies so as to illustrate the effect of atmospheric turbidity and water vapour content. Figure 4 shows the deviation of model B from the measured luminous efficacy:

$$\Delta LE = LE_{beam} - 116 \cdot \exp(-0.1m_a) \quad (18b)$$

where LE_{beam} is measured and ΔLE is repre-

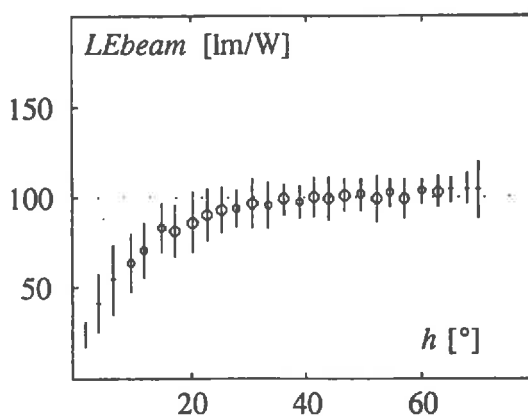


Fig. 3. Observed increase in direct luminous efficacy with solar altitude. The range of solar altitude is divided into 30 bins and the mean measured luminous efficacies are shown as a circle, the area of which is proportional to the number of observations relatively to the other bins. The means are extended by ± 1 SD within the considered bin.

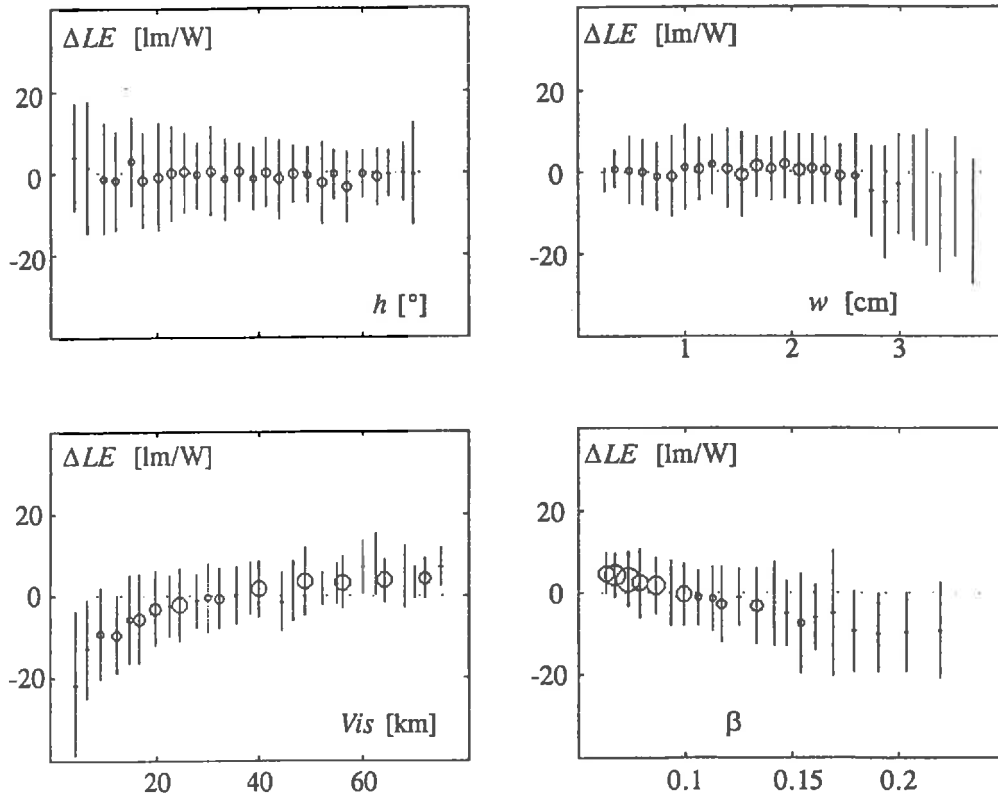


Fig. 4. Measured-computed (computed using model B) direct luminous efficacy as a function of four parameters.

sented in Fig. 4 as a function of four atmospheric parameters for all conditions. Dependence on solar altitude is now well accounted for. Dependence on horizontal visibility and atmospheric turbidity is significant, as expected. As in Fig. 3, the area of the circles represents the relative number of cases, showing that $1 < w < 2.5$ cm occurs in a vast majority of cases. For high values of w , it is clear that increased turbidity is more important than increased absorption in the IR region. The expected increase in direct luminous efficacy with increasing w , as predicted in Fig. 1, was only observed after selecting very clear days with low turbidity.

7. EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF LINKE'S TURBIDITY FACTOR AS A FUNCTION OF OPTICAL AIR MASS, WATER VAPOUR CONTENT AND ÅNGSTRÖM'S TURBIDITY COEFFICIENT

An empirical approach was chosen to account for T_L 's variation with air mass, m_a , water vapour content, w , and Ångström's turbidity coefficient, β (derived here from horizontal visi-

bility measurements) and making use of the revised definition of δ_{CDA} . Hourly values of T_L were determined from measured direct luminous efficacies, optical air mass and eqns (17), (16), (15) and (12). The observed dependence of these hourly values of T_L on β , w and m_a was then modelled in a simple relation. In order to test the model on a separate set of data, the Albany and Geneva data were divided in two data sets. The first set was used to obtain the following relation and the second set was used to test the model:

$$T_L = 1.5 + 12.4\beta + 0.5w^{1/3} + 4(\beta - 0.1) \cdot \ln m_a. \quad (19)$$

This relation was obtained by least squares fitting to 625 data points from 1 yr in Albany and 1 yr in Geneva after dividing the data banks into two equal parts, by selecting every other hour and only clear sky conditions. The range of variations of the different parameters was $0.3 < w < 3.7$ cm, $0.03 < \beta < 0.20$ and $1 < m_a < 12$. The criterion for clear sky conditions was arbitrarily chosen as $Kt' > 0.7$, where Kt' is the

revised clearness index according to Perez *et al.* (1990b).

This simple model based on the revised definition of δ_{CDA} and developed on a limited set of direct luminous efficacy data is presented here as no equivalent published expression was found in the literature. The dependence on β seems somewhat underestimated when compared to eqns (10) and (13). Combined to eqns (12), (15), (16) and (17) this relation will be referred to as model C, for the prediction of direct illuminance.

An attempt at deriving a similar relation to eqn (19), but based on eqn (8) and the sole measurement of direct irradiance was also carried out, with little success. The reason for this discrepancy is most probably due to small clouds, which were present even in our selected clear sky data, and whose effect may be exceedingly difficult to separate from turbidity variations. Using a more restrictive criterion for clear skies had the effect of reducing our data banks to a size which was no longer statistically relevant. Thus, the use of eqn (19) for the prediction of direct irradiance via eqn (8), must be considered with extreme caution, since some clouds were present during the derivation of eqn (19). This source of error has apparently little effect when predicting direct luminous efficacy with model C, as witnessed below. The fact that β was derived from visibility estimates is also a possible source of error if eqn (19) is to be used in another context.

8. MODEL PERFORMANCE IN PREDICTING DIRECT ILLUMINANCE

Table 1 gives a list of the models tested in this study. The models' input parameters (which

may be measured, calculated or estimated from tables), the basic assumptions involved, and the referred text where the algorithms can be found are also listed in Table 1. The input parameters are those used to predict direct luminous efficacy. To predict direct illuminance, as presented in Table 2, the direct luminous efficacy values are multiplied by measured direct irradiance values.

Perez *et al.*'s (1990a) model is the most extensively validated with respect to the number of sites and to the size of the data bases. Littlefair's (1988) model was fitted to a limited data set from Garston, North London. Aydinli's (1981) model is often referred to as a pioneering model, based on spectral data. Page's (1986) model uses Dogniaux's (1974) attenuation equations and a limited data set to fit T_{ii} as a polynomial function of T_L . The model reported in Winkelmann and Selkowitz (1985) also borrows equations formulated by Dogniaux (1974), based on his parameterization of atmospheric extinction. Taking a constant value of 96.7 lm/W (this is the mean measured value, very close to the extraterrestrial value of 97.7 lm/W) was also attempted. Olseth and Skartveit's (1989) model is fitted to the clear sky spectral transmission model SPCTRAL2, (Bird and Riordan, 1986) with a seasonal term depending on day number and accounting for the seasonal variations in aerosol and water vapour content found in Bergen, Norway. Wright *et al.*'s (1989) model is empirically developed to a limited data set from Albany.

Chong's (1992) model was fitted to data from Hong Kong and appears to be climate dependent. Two other models (not presented in Table 1) predict significantly higher values of

Table 1. Direct luminous efficacy models

Model, 1st author	Input parameters	Basic ingredients
Chong (1992)	h	Empirical fit to 1.5 yr's data from Hong Kong
Dogniaux (1974), see Winkelmann (1985)	h, w, β	Empirical parameterization of atmospheric extinction using extensive experimental data from Uccle, Belgium
Wright (1989)	h	Empirical fit to 3 months data from Albany
Perez (1990a)	h, I_n, G_h, w	Empirical fit to 14,000 15 min and hourly data
Olseth (1989)	$h, nday$	Fit to SPCTRAL2 clear sky transmission model
Navvab (1984)	h, w, β	Analytical illuminance equivalent of Linke turbidity
Littlefair (1988)	h	Empirical fit to 495 hourly records of global-diffuse
Aydinli (1988)	h	Fit to theoretical spectral attenuation data
Page (1986)	h, w, I_n	Empirical illuminance equivalent of Linke turbidity with an estimated seasonal variation of turbidity
Constant	None	$LE_{beam} = 96.7$ lm/W, mean measured value
Model A	h, β	Same as Navvab (1984), with revised formulation of δ_{CDA} and eqn (13) for T_L
Model B	m_a	Empirical fit to 1550 h from Geneva
Model C	h, β, w	Same as model A with empirical fit to T_L , based on direct luminous efficacy measurements, eqn (19)

Table 2. Model performance

Model and variations	Site		Geneva				Albany			
			MBD		RMSD		MBD		RMSD	
	(klux)	(%)	(klux)	(%)	(klux)	(%)	(klux)	(%)		
(1) Constant	-0.01	0.0	4.55	10.8	-0.30	-0.8	4.02	10.1		
(2) Chong (1992)	0.94	2.2	5.29	12.5	0.00	0.0	5.26	13.2		
(3) Dogniaux (1974)	1.94	4.6	5.33	12.7	2.34	5.9	4.71	11.8		
(4) Littlefair (1988)	-2.68	-6.4	4.90	11.6	-3.24	-8.1	5.16	12.9		
(5) Aydinli (1981)	-0.93	-2.2	4.04	9.6	-1.70	-4.3	4.70	10.5		
(6) Wright (1989)	2.12	5.0	4.02	9.5	1.44	3.6	3.08	7.7		
(7) Page (1986)	-0.81	-1.9	3.46	8.2	-0.79	-2.0	3.04	7.6		
(8) Model B	0.20	0.5	3.33	7.9	-0.44	-1.1	3.01	7.5		
(9a) Olseth (1989)	2.35	5.6	4.07	9.7	2.02	5.1	3.49	8.7		
(9b) Olseth, without seasonal term	2.67	6.3	4.39	10.4	2.00	5.0	3.40	8.5		
(10a) Perez (1990a)	0.03	0.1	3.14	7.4	-1.14	-2.8	2.94	7.4		
(10b) Perez, w fixed at 1.7 cm	0.00	0.0	3.01	7.1	-1.03	-2.6	2.93	7.4		
(11) Navvab (1984)	-0.23	-0.6	2.69	6.4	0.44	1.1	2.97	7.4		
(12) Model A	-0.23	-0.5	2.58	6.1	0.46	1.2	2.43	6.1		
(13) Model A, $\alpha = 1.3$	0.40	0.9	2.61	6.2	1.02	2.6	2.67	6.7		
(14) Model A, $\beta = 0.1$	0.62	1.5	3.41	8.1	0.05	0.1	2.81	7.0		
(15) Model A, seasonal β , eqn (7)	0.24	0.6	3.37	8.0	0.15	0.4	3.03	7.6		
(16) Model A, half the data	-0.24	-0.6	2.59	6.1	0.46	1.2	2.40	6.0		
(17) Model C, half the data	-0.20	-0.5	2.43	5.8	0.44	1.1	2.30	5.8		

β was derived from visibility estimates unless specified. Ångström's wavelength exponent, $\alpha = 1$, unless specified. Results refer to the complete data banks, 1518 h in Geneva and 1499 h in Albany except for comparisons 16 and 17 where half the data was used to derive model C, the other half was used to obtain these results.

the direct luminous efficacy than we observed here, Treado and Gillete (1987) suggesting a constant value of 105 lm/W or McCluney (1984), due apparently to less turbid atmospheres. The possibility of having β as model input, even on an averaged basis would make these models more universal.

The performance of the different models (with certain variations) is presented in Table 2 for the two data banks. The mean bias difference, MBD, and root mean square difference, RMSD, are obtained by subtracting the measured from the modelled value of the direct illuminance. The best model at predicting direct luminous efficacy under all conditions may not rank first in this table because a poor prediction of luminous efficacy for small values of direct illuminance will be overwhelmed by precise modelling for larger values. All models make use of direct irradiance as additional input parameter in order to predict direct illuminance. We chose this approach in the aim of obtaining the best representative values of direct illuminance.

A number of observations can be made from Table 2:

- The dispersion observed for the two data banks and the different models is comparable.
- The bias observed may differ by 3% from one data bank to the other, but there is no

evidence for either of the data banks being biased by calibration errors.

- Using a constant mean measured value of 96.7 lm/W yields about a 10% RMSD on the predictions, a number of models do not show a significantly smaller dispersion.
- Accounting for variations of direct luminous efficacy with solar altitude is sufficient to reduce the RMSD to less than 8%.
- A small increase in precision is obtained with Perez *et al.*'s (1990a) empirical model which is based on Perez' sky clearness and sky brightness parameters (determined from global and direct irradiance) and on w to represent the sky conditions. Comparisons (10a) and (10b), show however that taking a fixed value of $w = 1.7$ cm (mean measured value) has little or no effect on model performance. This implies that either the effect of water vapour content is poorly estimated, or its effect is very limited.
- Making use of β computed from visibility (i.e. Navvab's model, models A and C) enables a significant increase in model precision.
- Using the new formulation of δ_{CDA} and eqn (13) for Linke's turbidity factor, models A and C, brings another remarkable increase to model performance.

- Using the new formulation of δ_{CDA} and empirical eqn (19) for Linke's turbidity factor, model C, gives the best performing model in predicting direct illuminance under all sky conditions.
- The value of α which gave best overall results is $\alpha = 1$ but taking $\alpha = 1.3$ essentially changes the bias with no effect on the dispersion, see comparisons (12) and (13).
- Littlefair's (1988) is the only model that gives a much lower luminous efficacy than was observed here. His data and subsequent empirical model plausibly suffered from the pollution caused by the city of London and its industries.
- Olseth and Skartveit's model was developed for rural aerosol conditions found in Norway and predicts a significant overestimation of direct luminous efficacy in the more polluted climates of Albany and Geneva.
- Adding a seasonal term, based on a spring maximum in aerosol activity, to Olseth and Skartveit's model brings little or no

improvement to model precision, see comparisons (9a) and (9b).

- Comparisons (12), (14) and (15), based on model A's predictions, show the model's sensitivity to β and the importance of correctly estimating atmospheric turbidity. A seasonal variation of turbidity, also assumed in Page's and Olseth and Skartveit's models is clearly not sufficient to account for the effect of changing turbidity.

Figure 5 illustrates the results obtained with models A, B and C. Model B shows that using only the dependence on air mass in a simple expression, a reasonable estimate of direct illuminance can be obtained. This model is empirically derived from the Geneva data bank and compared here to the Albany data. An average of $\beta = 0.1$ was recorded in both Geneva and Albany, and this model may give biased results in either a very clean or very turbid climate. Model A gives remarkable results when taking into account the fact that all the functions are derived from spectral transmission models

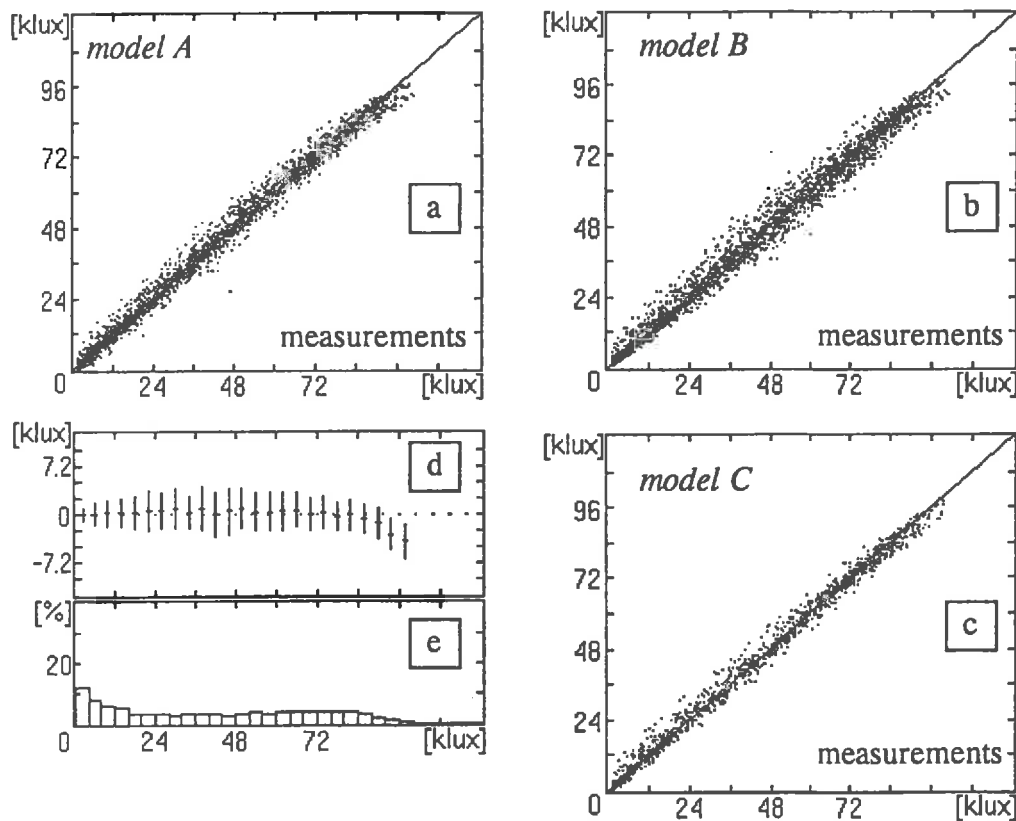


Fig. 5. Comparison of measured and modelled direct illuminance for three models. a, b, c: modelled versus measured values for models A, B and C. d: means bias difference ± 1 SD for model A and 30 bins of direct illuminance and e: relative number of events in each bin.

except the simplified expression for T_L , eqn (13), derived from independent experimental results obtained by Katz *et al.* (1982) and adapted by Grenier *et al.* (1994). Model C uses eqn (19) for T_L , which is derived from half the Albany and Geneva data and tested here on the other half. The precision obtained with this model is remarkably close to instrumental uncertainty. The two data sets described above which were used to develop and test model C are far from being statistically independent. A subsequent validation has however been carried out since this paper was submitted, yielding similar results to those presented here when compared to an independent set of data from Freiburg, Germany, see Molineaux and Ineichen (1994b).

9. CONCLUSIONS

The importance of correctly assessing the turbidity of the atmosphere when predicting direct illuminance in an urban site is well demonstrated by our results. The performance of the direct luminous efficacy models developed in this paper is a promising experimental validation of the turbidity equations which were used.

The use of airport horizontal visibility estimates to determine atmospheric turbidity in a vertical direction proved to be a simple and effective method for this application. This tends to corroborate the hypothesis that the majority of the aerosol loading lies in the bottom layer of the atmosphere, at least in an urban climate. Using a seasonal model to estimate variations in atmospheric turbidity proved to be far from satisfactory, also showing the sensibility of direct luminous efficacy to rapid variations in aerosol content.

The complexity of the effect of water vapour and thin clouds on direct luminous efficacy requires a very careful study and was not properly addressed in this paper, although their impact appears to be quite limited when trying to predict direct illuminance.

Finally, these results raise one essential problem which is left greatly unsolved and is the objective of a future paper: Finding an appropriate and satisfactory model in order to estimate atmospheric turbidity from readily available pyrheliometric direct irradiance measurements.

Acknowledgements—We wish to thank Richard Perez and Robert Seals for having kindly provided the Albany data. Christian Gueymard must be acknowledged for his precious revision of the manuscript. Bruce McArthur must be

thanked for his valuable but unpublished work on luminous efficacy. The Swiss Institute of Meteorology provided the horizontal visibility measurements from Geneva airport. This work was made possible with sponsorship from the Swiss Federal Energy Office and the University of Geneva.

NOMENCLATURE

λ	wavelength (μm)
$I_{n\lambda}$	monochromatic normal beam irradiance ($\text{W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$)
$I_{on\lambda}$	monochromatic extraterrestrial beam irradiance ($\text{W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$)
$\tau_{r\lambda}$	monochromatic atmospheric transmittance accounting for the following processes:
$\tau_{r\lambda}$	Rayleigh scattering by air molecules
$\tau_{a\lambda}$	Mie scattering and absorption by aerosols
$\tau_{o\lambda}$	selective absorption by the stratospheric ozone layer
$\tau_{g\lambda}$	selective absorption by the permanent atmospheric gases
$\tau_{w\lambda}$	selective absorption by water vapour
$k_{i\lambda}$	monochromatic atmospheric attenuation coefficient for the same process
h	solar height above the horizon ($^\circ$)
$m_{i,a}$	relative optical atmospheric mass of a single constituent or of the averaging atmosphere
β	Ångström's turbidity coefficient
α	Ångström's wavelength exponent
vis	horizontal visibility as determined at airports (km)
nday	day number of the year, 1st January = 1
I_n	integrated normal beam irradiance (W m^{-2})
I_o	integrated extraterrestrial beam irradiance (W m^{-2})
δ	total integrated optical thickness of the atmosphere
δ_{CDA}	integrated optical thickness of a clean dry atmosphere
δ_{il}	equivalent illuminance integrated optical thickness of a clean dry atmosphere
T_L	Linke's turbidity factor
T_{il}	equivalent illuminance turbidity factor
w	height of precipitable water vapour content (cm)
I_{in}	integrated normal beam illuminance (klux)
I_{vo}	integrated extraterrestrial beam illuminance (klux)
LE_{beam}	direct luminous efficacy (lm/W)
ΔLE	difference between measured and modelled direct luminous efficacy (lm/W)
MBD	mean bias difference = $\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N$ (modelled value _{<i>i</i>} - measured value _{<i>i</i>})
RMSD	root mean square difference = $\sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\text{modelled value}_i - \text{measured value}_i)^2}$

REFERENCES

- Ångström A. On the atmospheric transmission of solar radiation and on dust in the air. *Geografis. Annal.* 2, 156–166 (1929).
- Ångström A. On the atmospheric transmission of solar radiation. *Geografis. Annal.* 2/3, 130–159 (1930).
- Ångström A. Techniques of determining the turbidity of the atmosphere. *Tellus* 13, 214–223 (1961).
- Aydinli S. The availability of solar radiation and daylight. Institut für Lichttechnik der Technischen Universität Berlin, Germany (1981).
- Bird R. E. and Riordan C. Simple spectral model for direct and diffuse irradiance on horizontal and tilted planes at the earth's surface for cloudless atmospheres. *J. Climate Appl. Meteor.* 25, 87–97 (1986).

- Chong T. A study of luminous efficacy of daylight in Hong-Kong. *Energy and Buildings* 19, 45–50 (1992).
- CIE publication No. 18.2 (TC-1.2). The basis of physical photometry. CIE, A-1030 Vienna, Austria (1983).
- Dogniaux R. Representation Analytique des composantes du rayonnement solaire. Institut Royal de Météorologie de Belgique, Série A No. 83 (1974).
- Fleagle G. F. and Businger J. A. *An Introduction to Atmospheric Physics*. Academic Press, New York (1980).
- Feussner K. and Dubois P. Trübungs-factor, precipitable water. *Staub. Gerlands Beitr. Geophys.* 27, 132–175 (1930).
- Grenier J. C., De La Casiniere A. and Cabot T. A spectral model of Linke's turbidity factor and its experimental implications. *Solar Energy* 52, 303–314 (1994).
- Gueymard C. Updated transmittance functions for use in fast spectral direct beam irradiance models. *Solar '94, Proceedings of the 23rd ASES Annual Conference*, S. Burley *et al.* (Eds), pp. 355–360 (1994).
- Gueymard C. SMARTS2, a simple model of the atmospheric radiative transfer of sunshine: algorithms description and performance assessment. Florida Solar Energy Center, Cape Canaveral, Florida 32920, U.S.A. (1995).
- Iqbal M. *An Introduction to Solar Radiation*. Academic Press, New York (1983).
- Junge C. E. *Air Chemistry and Radioactivity*. Academic Press, New York (1963).
- Kasten F. A new table and approximate formula for relative optical air mass. *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol., Ser. B14*, 206–223 (1966).
- Kasten F. A simple parameterization of two pyrheliometric formulae for determining the Linke turbidity factor. *Meteorol. Rdsch.* 33, 124–127 (1980).
- Kasten F. Elimination of the virtual diurnal variation of the Linke turbidity factor. *Meteor. Rdsch.* 41, 93–94 (1988).
- Kasten F. and Young T. Revised optical air mass tables and approximation formula. *Applied Optics* 28, 4735–4738 (1989).
- Kasten F. Personal communications (1994).
- Katz M., Baille A. and Mermier M. Atmospheric turbidity in a semi-rural site, evaluation and comparison of different turbidity coefficients. *Solar Energy* 28, 323–327 (1982).
- Kiehl J. K. and Briegleb B. P. The relative roles of sulphate aerosols and greenhouse gases in climate forcing. *Science* 260, 311–314 (1993).
- King R. and Buckius R. O. Direct solar transmittance for a clear sky. *Solar Energy* 22, 297–301 (1979).
- Leckner B. The spectral distribution of solar radiation at the earth's surface—elements of a model. *Solar Energy* 20, 143–150 (1978).
- Linke F. Transmissions-Koeffizient und Trübungs-factor. *Beitr. Phys. fr. Atmos.* 10, 91–103 (1922).
- Linke F. Die Sonnenstrahlung und ihre Schwächung in der Atmosphäre. *Handbook der Geophysik*, Bornträger, Berlin, 8, 281–291 (1942).
- Littlefair, P. J. Measurements of the luminous efficacy of daylight. *Light Res. Tech.* 20, 177–188 (1988).
- Louche A., Peri G. and Iqbal M. An analysis of Linke turbidity factor. *Solar Energy* 37, 393–396 (1986).
- McCluney R. SKYSIZE—a simple procedure for sizing skylights based upon statistical illumination performance. *Energy and Buildings* 6, 213–219 (1984).
- Michalsky J. J., Perez R., Seals R. and Ineichen P. Degradation of solar concentrator performance in the aftermath of Mount Pinatubo. *Solar Energy* 52, 205–213 (1994).
- Middleton W. E. K. Random reflections in the history of atmospheric optics. *J. Opt. Soc. Am.* 50, 97–100 (1960).
- Molineaux B. and Ineichen P. Automatic quality control of daylight measurements, Appendix 1. Guide to recommended practice of daylight measurement. CIE TC-3.07 (1994a).
- Molineaux B. and Ineichen P. Impact of aerosols on daylight modeling. *Proceedings of the European Conference on Every Performance and Indoor Climate in Buildings*, pp. 1327–1332, ENTPE (Ed.), Lyon, France (1994b).
- Navvab M., Kerayel M., Ne'eman E. and Selkowitz S. Analysis of atmospheric turbidity for daylight calculations. *Energy and Buildings* 6, 293–303 (1984).
- Olseth J. A. and Skartveit A. Observed and modelled hourly luminous efficacies under arbitrary cloudiness. *Solar Energy* 42, 221–233 (1989).
- Page J. K. Prediction of solar radiation on inclined surfaces. *Solar Energy R&D in the E.C.*, p. 489. Reidel, Dordrecht, Holland (1986).
- Perez R., Ineichen P., Seals R., Michalsky J. and Stewart R. Modelling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance. *Solar Energy* 44, 271–289 (1990a).
- Perez R., Ineichen P., Seals R. and Zelenka A. Making full use of the clearness index for parameterizing hourly insolation conditions. *Solar Energy* 45, 111–114 (1990b).
- Robinson N. *Solar Radiation*. Elsevier, New York (1966).
- Treado S. and Gillette G. Measurements of sky luminance, sky illuminance, and horizontal solar radiation. *J.I.E.S.* 13, 130–135 (1987).
- Van Heuklon T. K. Estimating atmospheric ozone for radiation models. *Solar Energy* 22, 63–68 (1979).
- Winkelmann F. C. and Selkowitz S. Daylighting simulation in the DOE-2 building energy analysis program. *Energy and Buildings* 8, 271–286 (1985).
- Wright J., Perez R. and Michalsky J. Luminous efficacy of direct irradiance: variations with insolation and moisture conditions. *Solar Energy* 42, 387–394 (1989).

ANNEXE E

IMPACT OF AEROSOLS ON DAYLIGHT MODELING

Benoît Molineaux & Pierre Ineichen

Group of Applied Physics, University of Geneva
4, ch. de Conches, 1231 Switzerland, FAX: +41 22 347 86 49

ABSTRACT

The impact of aerosols on the optical properties of our atmosphere must be taken into account when using either daylight or irradiance models. A sudden increase in stratospheric aerosols following a large volcanic eruption will largely determine the respective proportions of direct and diffuse radiation impinging on the earth's surface, without really affecting the total global radiation. The negative effect of urban aerosols on direct luminous efficacy is shown to oppose a net increase in diffuse luminous efficacy, again without much effect on the global luminous efficacy. Using airport visibility data as model input to predict direct luminous efficacy brings a spectacular improvement to model precision, shown here by comparing the predictions of different models to an independent set of data.

1. INTRODUCTION

Luminous efficacy models are developed in order to generate daylight values where only radiation parameters are measured. Global to direct conversion models are used to generate direct and diffuse radiation data for sites where only global radiation is available. In addition, the models help to give us a better understanding of the processes which occur when solar radiation undergoes scattering and spectral absorption as it passes through the terrestrial atmosphere. A better understanding of the role played by aerosols is becoming urgent with the alarming increase in anthropogenic emissions in sulphate aerosols now outnumbering the natural emissions by a factor of three on a global scale [1]. Climatologists are trying to show that this increase in sulphate aerosols explains why the measured global temperature increase is significantly less than that predicted by the greenhouse models [1].

Horizontal visibility estimates made in airports may be a simple means of quantifying the turbidity of the lower atmosphere. In this paper, these visibility estimates are used to illustrate the effect of lower atmospheric turbidity on the performance of global, diffuse and direct luminous efficacy models. The short lived aerosols found in the lower atmosphere over the cities of Geneva (Switzerland, latitude 46°), Freiburg (Germany, latitude 48°) and Albany (USA, latitude 43°) will be called urban aerosols as opposed to stratospheric aerosols influenced by volcanic eruptions with a typical lifetime of 3 years. Distribution in urban aerosol concentrations are also subject to greater fluctuations on a horizontal scale, as their lifetime is limited to approximately 5 days in the case of sulphate aerosols.

The splitting up of solar radiation into its direct and diffuse components as it passes through the terrestrial atmosphere is influenced by the amount of aerosols present in the stratosphere. After Mt Pinatubo's eruption in 1991 in the Philippines sending 20 million metric tons of SO₂ in the stratosphere, the predicted amount of direct solar radiation available at Albany, NY, is shown to be somewhat less than the observed values, for two consecutive winters after the eruption.

2. GLOBAL TO DIRECT CONVERSION

Estimating the amount of direct radiation from the knowledge of global radiation is not an easy task as the global component alone does not give much information on the sky conditions. The proportions of direct and diffuse radiation for the same amount of global radiation may vary greatly depending on whether the sky is for example bright with a large circumsolar brightening or dark blue with a much more contrasted solar disk. The concentration of stratospheric aerosols has a significant impact on the size of the circumsolar brightening. Perez et al.'s global to direct conversion model [14] is based on the dynamics of the clearness index (estimated from global irradiance one hour before and after the desired value) in order to appreciate the sky conditions. The following figure illustrates the model's mean bias on 10 day averages, as a function of the date.

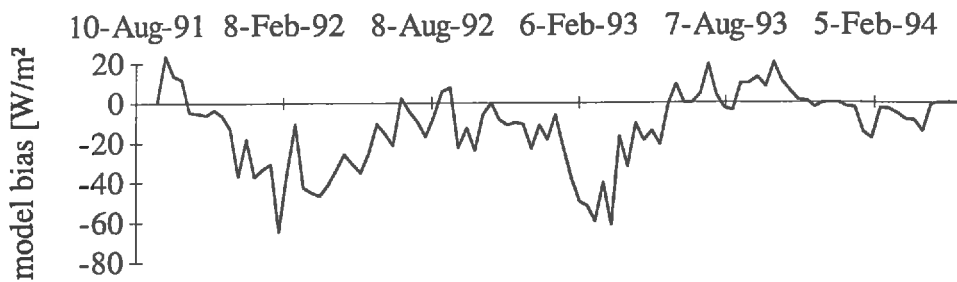


Figure 1: Measured - modeled direct irradiance after Mt Pinatubo's eruption in June 1991

The impact of Mt Pinatubo's eruption in the Philippines at $15^\circ N$ had a significant effect on the amount of direct irradiance reaching the earth's surface for two consecutive winters after the eruption, illustrated here for data from Albany at $43^\circ N$. The effect largely disappears in the summer and had reached background levels by the third winter after the eruption. These results are in perfect agreement with [3], showing that the decrease in global radiation was negligible, most of the scattered radiation reaches the ground in the form of circumsolar diffuse radiation. Depletion in direct radiation reached $150 Wm^{-2}$ in the Californian desert at latitude $30^\circ N$ where solar thermal power plants relying on concentrating collectors, suffered a dramatic decrease in production [3].

3. DIRECT LUMINOUS EFFICACY

The luminous efficacy of direct radiation is the ratio of visible to net radiation existing in the direct solar spectrum. This spectrum undergoes large variations as it passes through the atmosphere, depending on the atmospheric composition. Atmospheric effects such as Rayleigh scattering on air molecules and selective absorption by the permanent gases are well modeled by a number of authors, see [4], giving direct luminous efficacy as a function of solar height. The negative effect of aerosols on direct luminous efficacy has been however neglected in most models as a result of the difficulty in obtaining reliable and continuous turbidity data.

When studying the performance of several direct luminous efficacy models we found that model bias depended on the season. Perez et al.'s [2] extensively validated model is used here to illustrate the results obtained showing the model mean bias ± 1 standard deviation for hourly data measured in Geneva in March and July 1993.

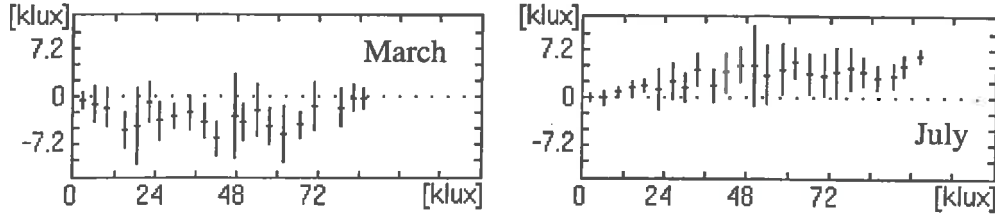


Figure 2: Measured - modeled direct illuminance in Geneva in March and July 1993 as a function of the measured direct illuminance

This result is in contradiction with the fact that seasonal aerosol variations indicate maximum turbidity in summer, observed with very few exceptions in a large number of sites in both hemispheres [5]. In both the above examples the weather was generally clear, with water content, $w < 2$ [cm] in most cases. Central heating, still generally working in March in Geneva, may explain some of the differences.

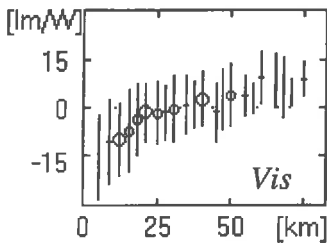


Figure 3: Measured - modeled direct luminous efficacy

Fig. 3 confirms that the fluctuations in the turbidity of the lower atmosphere can be held responsible for the above variations. The model mean bias is shown for 1 year in Geneva as a function of 30 bins of horizontal visibility measured in Geneva's nearby airport. The model uses as input data the direct and global irradiance and the height of precipitable water content, but fails to predict the variations in direct luminous efficacy with atmospheric turbidity. Fig 3 illustrates data measured after February 1993, free from the influence of Mt Pinatubo's eruption. Before this date, the effect of the net increase in stratospheric aerosols, as observed in Fig. 1, could not be put into evidence when studying direct

luminous efficacy. This may be due to the fact that our measurements were less reliable before this period and because the effect of Mt Pinatubo was only visible in winter when bad weather often obstructed the direct radiation.

Ångström's atmospheric turbidity factor, β , can be computed from visibility estimates as in [6]:

$$\beta = (0.55)^\alpha (3.912 / Vis - 0.01162) [0.02472(Vis - 5) + 1.132] \quad (1)$$

where Vis is the airport visibility [km] and α is an estimated value of Ångström's wavelength exponent. α is linked to the average size of aerosols and a value of $\alpha = 1$ was used in this study, as a plausible figure for urban aerosols, in agreement with [7].

In order to account for the differences observed in Fig. 3, the authors propose the following model, fully described in [4] and based on Linke's turbidity equation:

$$LE_{beam} = LE_{beam_0} \cdot \exp(\delta_{CDA} T_L m_a - \delta_{ii} T_{il} m_a) \quad (2)$$

where LE_{beam} and LE_{beam_0} are the predicted and extraterrestrial direct luminous efficacies (93.3 lm/W in this model although recent studies suggest a value of 97 lm/W, see [4]), δ_{CDA} and δ_{ii} are the optical depths of a clean dry atmosphere with respect to direct irradiance and direct illuminance, as given below:

$$\delta_{CDA} = 0.124 - 0.0285 \cdot \ln m_a \quad (3)$$

$$\delta_{ii} = 0.1/(1+.0045m_a) \quad (4)$$

m_a is the optical air mass [8] and T_L , T_{ii} are Linke's true and equivalent illuminance turbidity factors, given by the following equations:

$$T_L = 1.5 + 12.4\beta + .5w^{\frac{1}{3}} + 4(\beta - 0.1) \cdot \text{Ln}m_a \quad (5)$$

$$T_{ii} = 1 + 21.6\beta \quad (6)$$

where w is the height of precipitable water content [cm] computed from ground based measurements, see [2]. Eqn (5) is the only equation in the model which was not obtained from theoretical spectral data, instead it was empirically developed from clear and slightly cloudy days, with data from Albany and Geneva, see [4]. Eqns (4) and (6) were developed by Navvab et al. in 1984 [9] and seem to be based on an extraterrestrial value of 127.5 klux. This value has been updated to 133 klux and an update of these equations is the aim of a future paper. The performance of this and other models from the literature are compared in the following table on an independent set of data.

No	Reference	Input parameters	MBD		RMSD	
			klux	%	klux	%
1	Constant value = 96.7 lumen/W	I_n	0.67	1.6	5.21	12.7
2	Littlefair (1988) [10]	I_n , hs	3.58	8.7	6.20	15.1
3	Olseth and Skartveit (1989) [11]	I_n , hs , $day\ no.$	-2.54	-6.2	4.71	11.5
4	Perez et al. (1991) [2]	I_n , hs , G_w , w	1.38	3.4	3.80	9.3
5	Molineaux et al. (1994) [4]	I_n , m_w , β , w	0.55	1.3	2.96	7.2

Table 1: Performance of five models in the prediction of direct illuminance. MBD is the measured - modeled mean bias difference. RMSD is the root mean square difference.

The data base is from the Fraunhofer Solar Energy Institute in Freiburg at latitude 48°N and includes 2500 15 min averages from July to December 1993. All data went through the authors' quality control tests [12] and were selected only the data for which solar height, $hs > 5^\circ$, direct irradiance, $I_n > 10 \text{ Wm}^{-2}$ and simultaneous on site humidity measurements were available as were the visibility estimates made in Freiburg's airport, used here to evaluate the atmospheric turbidity. These results generally confirm those obtained for Geneva and Albany with the same models, see [4], although the scatter is larger in Freiburg.

Model algorithms can be found in the referred texts. Perez et al.'s and Littlefair's models are empirical with data from respectively Albany, NY and Garston, North of London. Olseth & Skartveit's model is theoretical with a seasonal variation accounting for seasonal variations in atmospheric turbidity found in Bergen, Norway.

Model 5 can be used with the following equation, if humidity measurements are not available, obtained empirically by Katz et al. in 1982 [13] and given below:

$$T_L = 1.74 + 15.4\beta \quad (7)$$

When using this relation instead of eqn (5) the root mean square difference obtained from the same data as in Table 1, was 8.1%.

Littlefair's model predicts a direct luminous efficacy significantly smaller than was observed whereas Olseth & Skartveit's model suggests somewhat higher values than those measured in Freiburg. Both these models appear to be site dependent, the results can be explained by the fact that Littlefair's model was developed from data in Garston, less than 30 kms from London in a rather polluted atmosphere whereas Olseth & Skartveit's model was adapted to the cleaner aerosol conditions found in Bergen, Norway.

4. DIFFUSE AND GLOBAL LUMINOUS EFFICACY

Aerosols, like air molecules, are efficient at scattering solar radiation, especially in the shorter and visible wavelengths. This explains the net decrease in direct luminous efficacy with increasing turbidity, as illustrated above. Since the majority of the scattered radiation will reach the earth's surface under the form of diffuse radiation as seen in § 2, it can be predicted that diffuse luminous efficacy will increase with increasing atmospheric turbidity and increasing air mass. The latter effect is well modeled by a number of authors, e.g. Perez et al. [2], but the model fails to predict the effect of aerosols on diffuse luminous efficacy, as illustrated in Fig 4, with 1 year's hourly data from Albany. The circles in Fig. 4 are centred on the model's mean bias within several bins of horizontal visibility and extended by ± 1 standard deviation within that bin. The area of the circles is proportional to the number of observations recorded in each bin.

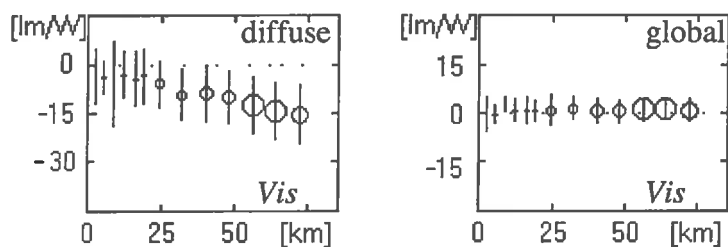


Figure 4: Measured - modeled diffuse and global luminous efficacies

A model for predicting global luminous efficacy is also given in [2], based on the same input data, i.e. global and direct irradiance and the height of precipitable water content. The model's mean bias is shown in Fig. 4 as a function of the visibility estimated in Albany's airport some 6 kms away from the site of measurements. The

important increase in diffuse luminous efficacy with decreasing visibility is absent when considering global luminous efficacy. Thus the effect of aerosols on direct and diffuse luminous efficacies appear to largely compensate each other.

5. CONCLUSIONS

The results in three different sites of measurements show the important role played by aerosols on the optical properties of the terrestrial atmosphere. Stratospheric aerosols are shown to have an important influence on the proportion of solar radiation which is diffused in the atmosphere. Urban aerosols have an important influence on the luminous efficacy of direct or diffuse solar radiation but not on the luminous efficacy of global radiation.

The influence of water vapour on atmospheric turbidity appears to be limited when regarding our results and aerosols are held responsible for the majority of the observed effects. This is possibly due to the limited variations in total amount of water vapour observed in our climates. Perez et al.'s [2] luminous efficacy models, based on radiation and humidity data, fail to predict the effect of aerosols whereas airport visibility data appears to give a reliable quantification of urban turbidity.

Acknowledgements

We wish to thank R. Seals and R. Perez for providing the Albany data, J.J. Delaunay for the Freiburg data and the Swiss Federal Energy Office for their financial support.

List of symbols

LE_{beam}	: direct luminous efficacy above or below the terrestrial atmosphere [lmW^{-1}]
$\delta_{CDA}, \delta_{il}$: irradiance and illuminance optical depth of a clean dry atmosphere
T_L, T_{il}	: irradiance and illuminance equivalent Linke turbidity factor
m_a	: relative optical air mass, = 1 for sun at zenith above sea level
β, α	: Ångström's turbidity factor and wavelength exponent
w	: height of precipitable water content [cm]
I_n, G_h	: integrated normal beam and global horizontal irradiance [Wm^{-2}]
hs	: angular height of sun above the horizon [°]
$day\ no.$: day number of the year, 1st January = 1
Vis	: horizontal visibility, as estimated in airports [km]

References

1. Kiehl J. K., Briegleb B. P., The relative roles of sulphate aerosols and greenhouse gases in climate forcing, *Science*, **260**, 311-314 (1993).
2. Perez R., Ineichen P., Seals R., Michalsky J., Stewart R., Modeling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance, *Solar Energy*, **44/5**, 271-289 (1990).
3. Michalsky J.J., Perez R., Seals R., Ineichen P., Degradation of solar concentrator performance in the aftermath of Mount Pinatubo, *Solar Energy* **52/2**, 205-213 (1994).
4. Molineaux B., Ineichen P., Delaunay J.J., Direct luminous efficacy and atmospheric turbidity: Improving model performance, submitted to *Solar Energy*, July (1994).
5. Ångström A., Techniques of determining the turbidity of the atmosphere, *Tellus* **13(2)**, 214-223, (1961).
6. McClatchey R. A., Selby J. E., Atmospheric transmittance from 0.25 to 38.5 μm : computer code Lowtran-2. AFCRL-72-0745, Environ. Res. Paper 427 (1972).
7. Gueymard C., Updated transmittance functions for use in fast spectral direct beam irradiance models, Proc. 23rd ASES conf., *in press* (1994).
8. Kasten F., Young T., Revised optical air mass tables and approximation formula, *Applied Optics* **28/22**, 4735 - 4738 (1989).
9. Navvab M., Kerayel M., Ne'eman E., Selkowitz S., Analysis of atmospheric turbidity for daylight calculations, *Energy and Buildings*, **6**, 293-303, (1984).
10. Littlefair P. J., Measurements of the luminous efficacy of daylight, *Light. Res. and Tech.*, **20/4**, 177-188 (1988).
11. Olseth J. A., Skartveit A., Observed and modeled hourly luminous efficacies under arbitrary cloudiness, *Solar Energy* **42/3**, 221-233 (1989).
12. Molineaux B., Ineichen P., Guide to recommended practice of daylight measurement, appendix 1, Automatic quality control of daylight measurements, CIE TC-3.07 (1994).
13. Katz M., Baille A., Mermier M., Atmospheric turbidity in a semi-rural site, Evaluation and comparison of different turbidity coefficients, *Solar Energy*, **28/4** 323-327 (1982).
14. Perez R., Ineichen P., Maxwell E., Seals R., Zelenka A., Dynamic global to direct irradiance conversion models, *Ashrae transactions* 1992, V. 98, Pt 1 (1992).



ON THE BROAD BAND TRANSMITTANCE OF DIRECT IRRADIANCE IN A CLOUDLESS SKY AND ITS APPLICATION TO THE PARAMETERIZATION OF ATMOSPHERIC TURBIDITY

B. MOLINEAUX† and P. INEICHEN‡

Group of Applied Physics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland

(Communicated by RICHARD PEREZ)

Abstract—The total atmospheric attenuation of direct irradiance is often expressed as the product of independent broad band transmittances pertaining to the different depleting materials in the atmosphere. In theory, it is clear however that the broad band transmittances of the two most important attenuating factors, aerosols and water vapour, cannot be considered independent of each other. This is most relevant when trying to isolate the effect of atmospheric aerosols from the measurement of broad band direct irradiance. These questions are addressed in an analytical approach. Several broad band direct transmittance equations and corresponding turbidity parameters are discussed with respect to the analytical results. Simulations made with the SMARTS2 spectral radiative transfer code are used to illustrate the broad band effects. Copyright © 1996 Elsevier Science Ltd.

1. INTRODUCTION

The higher availability of broad band measurements as opposed to spectral measurements of direct irradiance has motivated the development of numerous parametric broad band atmospheric transmittance models. It is shown here that the principal attenuators of direct irradiance in a cloudless sky and average conditions are, in order of importance, aerosols, water vapour and molecular scattering. Since atmospheric aerosol and water vapour contents are also highly variable in space and time, it is the way in which their effects can be estimated which will largely determine the precision of the considered models.

The possibility of estimating the atmosphere's aerosol content from the measurement of broad band direct irradiance is also highly prized. This is a very delicate task, because of the fact that depletion of direct solar irradiance by aerosol scattering and absorption shows a high degree of spectral dependence. Broad band turbidity indices are not a new theme, but the challenge is now to relate quantitatively broad band and spectral indices, as witnessed by the articles of Pinazo *et al.* (1995) and Grenier *et al.* (1994).

In this article we start with a study of the relations between broad band and spectral transmittance equations. We show that, in theory, the effects of different atmospheric attenuating factors are not independent in a broad

band equation as is assumed in the spectral equation. The fact that the assumption of independent broad band transmittances is often presented in standard texts (e.g. Iqbal, 1983) as a practical and widely used approximation has largely motivated us to publish this discussion. In Section 2 it is shown that this assumption is by no means necessary, and a more thorough approach is proposed. In Section 3 an interpretation of our analytical results is made with the aim of lifting the veil from a number of questions pertaining to the parametric modelling of broad band direct irradiance. In Section 4, the implications of the previous results are discussed with respect to Linke's and Unsworth Monteith's broad band turbidity coefficients.

2. FROM SPECTRAL TO BROAD BAND TRANSMITTANCE EQUATIONS

The spectral attenuation of a monochromatic beam passing through the atmosphere and depleted by n attenuating factors can be written:

$$I_{\lambda} = I_{0\lambda} \prod_{i=1}^n \tau_{i\lambda} \quad (1)$$

where I_{λ} and $I_{0\lambda}$ are the attenuated and extra-terrestrial normal beam irradiances of wavelength λ . The spectral transmittance for factor i , $\tau_{i\lambda}$, is given by Bouguer's law:

$$\tau_{i\lambda} = \exp(-m_i \delta_{i\lambda}) \quad (2)$$

where $\delta_{i\lambda}$ is the total (vertical) optical depth for

†To whom all correspondence should be addressed.
 ‡ISES member.

attenuating factor i and wavelength λ , which is an integral over the vertical atmosphere. The relative optical atmospheric mass, m_i , is the ratio of the actual path length of the Sun's rays to the length of a corresponding vertical path above sea level for factor i . This corrective factor should take into account the distribution of the attenuating factor i within the atmosphere and the site's altitude and pressure. In this article, we will refer mostly to m or air mass, as the relative optical atmospheric mass for the Rayleigh scattering term. The spectral dependence of the refractive properties of the atmosphere are neglected here, as in Kondratyev (1969).

With respect to the above, the attenuated direct normal irradiance at the bottom of the atmosphere can be written:

$$I = \int_0^\infty I_{0\lambda} \prod_{i=1}^n \tau_{i\lambda} d\lambda \quad (3)$$

In the following, eqn (3) will be referred to as the spectral transmittance equation and the equivalent broad band equation can be written as often seen in the literature:

$$I = I_0 \prod_{i=1}^n T_i \quad (4)$$

where

$$I_0 = \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda.$$

The broad band (also called 'spectrally weighted') transmittances are usually given as in Iqbal (1983),

$$T_i = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{i\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda} \quad (5)$$

representing the equivalent total atmospheric transmittance for an atmosphere comprising only a single depleting factor i .

If we take, for illustrative purposes, an atmosphere comprising only two attenuating factors and T_1 is given by eqn (5), then for eqns (3) and (4) to be valid, we see that T_2 must be:

$$T_2 = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{1\lambda} \tau_{2\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{1\lambda} d\lambda} \quad (6)$$

Hence T_2 cannot be considered independent of the attenuating process accounted for by T_1 .

The above results can be extended to an atmosphere comprising n attenuating factors, whence the broad band transmittance for the i th attenuating factor can be written:

$$T_i = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \prod_{j=1}^i \tau_{j\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} \prod_{j=1}^{i-1} \tau_{j\lambda} d\lambda} \quad (7)$$

and it is easy to show that

$$\prod_{i=1}^n T_i = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \prod_{i=1}^n \tau_{i\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda} = \frac{I}{I_0}$$

thus eqn (7) is in perfect agreement with both the broad band and spectral transmittance eqns (3) and (4). In the subsequent discussions, eqns (5) and (7) will be referred to as, respectively, the independent and interdependent broad band transmittances. For $i = 1$, we see that both eqns (5) and (7) yield the same result and for $i > 1$, eqn (7) has the disadvantage that each new T_i will be dependent upon all the $\tau_{j\lambda}$ for $j \leq i$. It is also deceptive that the definitions of each broad band transmittance are not symmetrical and depend on the order in which they are defined, i.e. each T_i is weighted by an extraterrestrial spectrum which has been depleted by the $i - 1$ attenuating factors defined before T_i .

A physical interpretation can be superposed to the above effect if the depleting factors affect the beam in consecutive layers of the atmosphere and T_1 pertains to the first layer. Equation (7) can then be interpreted as the broad band transmittance due to process i , but takes into account the modification of the spectrum due to the $i - 1$ processes which have occurred in higher layers of the atmosphere. In the troposphere however, a number of effects occur simultaneously. If this is the case, eqn (7) loses some of its physical meaning but not its validity. Indeed, the order in which the T_i s are defined has no influence on their product. Therefore the order in which the depleting factors are encountered need not be known beforehand and eqn (7) is valid for two or more atmospheric processes occurring in the same or separate atmospheric layers.

It also speaks in favour of eqn (7) that, if the atmospheric depleting factors for $j \leq i$ are invari-

ant with time, then T_i will only be dependent on atmospheric mass and this parameterization entails no loss in practicality from eqn (5). The dependence on atmospheric mass is inevitable for all the broad band transmittances unless the spectral transmittance can be considered constant over the whole spectrum. This can be seen from eqn (2) which must be integrated over the whole spectrum and is illustrated in the next section.

If the attenuating factors affect distinct and separate parts of the spectrum however, the broad band transmittances can truly be considered independent. As above, we start with an atmosphere in which only two attenuating factors are present but this time each affects a separate part of the spectrum, symbolised by $\Delta\lambda_1$ and $\Delta\lambda_2$, with $0 \leq \tau_{k\lambda} \leq 1$ if $\lambda \in \Delta\lambda_k$ and $\tau_{k\lambda} = 1$ if $\lambda \notin \Delta\lambda_k$, whereby the spectral eqn (3) is respected. If we also assume that $\Delta\lambda_1$ and $\Delta\lambda_2$ cover the whole spectrum, we can divide correspondingly the extraterrestrial and attenuated normal beam irradiance: $I_0 = I_{01} + I_{02}$ and

$$I = I_1 + I_2 = \sum_{k=1}^2 \int_{\Delta\lambda_k} I_{0\lambda} \tau_{k\lambda} d\lambda$$

We can then write:

$$I = \int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{1\lambda} d\lambda - I_{02} + \int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{2\lambda} d\lambda - I_{01} \\ = I_0(T_1 + T_2 - 1) = I_0(T_1 - \alpha_2) \quad (8)$$

where $\alpha_2 = 1 - T_2$ is the broad band absorptance for process 2 and T_1, T_2 are considered independent, as defined per eqn (5). This result can be extended to a spectrum divided into n separate bands, with

$$T_k = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{k\lambda} d\lambda}{I_0} \\ = \frac{\int_{\Delta\lambda_k} I_{0\lambda} \tau_{k\lambda} d\lambda + I_0 - \int_{\Delta\lambda_k} I_{0\lambda} d\lambda}{I_0} \quad (9)$$

Note that k represents the spectral band $\Delta\lambda_k$ and not a single process as i in eqn (7). If $\tau_{k\lambda}$ is the result of a combination of different factors affecting the same band, then it can be written as the product of different transmittances as in eqn (3). For a spectrum divided into n spectral bands, it can be shown from eqn (9):

$$I = I_0 \left(\sum_{k=1}^n T_k + 1 - n \right) \quad (10)$$

Note also that it is not necessary in this result for the wavebands to cover the whole spectrum, neither is it necessary for the bands to be continuous.

This simple result must be differentiated from eqn (4) in that the broad band transmittances T_k are this time symmetrical and independent, as defined per eqn (5), but relate to a spectral transmittance which is equal to unity for all wavelengths outside the interval $\Delta\lambda_k$ and which covers all the attenuating processes affecting the waveband $\Delta\lambda_k$. If these conditions are respected, eqn (10) is a rigorous result which can be extremely convenient when considering two processes which affect different parts of the spectrum, such as can be assumed for molecular scattering and adsorption by water vapour. This result is valid for any number of processes as long as there is no overlapping of the wavebands affected by the different factors. In case of two processes occurring over the same bands, the first approach and eqn (4) should be favoured. In a real atmosphere it is possible to combine the two results as shown in the next sections.

3. INTERPRETATION OF SOME EXISTING BROAD BAND EQUATIONS

In this section we give a short discussion on possible implications of the above results, with respect to existing parameterized direct irradiance transmittance models. We limit our study to the three models, A, B and C presented in Iqbal (1983), which give, in our opinion, a good general view of the subject. For further reading, please consult the review papers of Bird and Hulstrom (1981), Louche *et al.* (1988), Davies *et al.* (1989) and Gueymard (1993).

The most straightforward broad band transmittance equation (model C in Iqbal, 1983), is to simply rewrite the spectral equation with broad band transmittances, as in eqn (4) above:

$$I = I_0 \cdot T_o T_R T_g T_w T_a \quad (11)$$

where the subscripts of the broad band transmittances refer to: ozone absorption, Rayleigh scattering, gaseous absorption (by the 'permanent mixed gases' such as CO₂), water vapour absorption and aerosol extinction, respectively. This method has been used extensively with different transmittance equations, usually fitted to detailed spectral models.

Such a model can be found in Bird and Hulstrom (1981), hereafter B&H's model. In this article, we use the term B&H's model

whenever eqn (11) is used with the independent broad band transmittances given as per eqn (5). It should be said that a number of other broad band transmittance models cited in the above mentioned review articles also use eqn (11). When specified in the corresponding texts however, these transmittances are always calculated using the independent eqn (5), as suggested in Iqbal (1983). The effects of calculating the transmittances according to eqn (7) instead of eqn (5) are discussed below.

Paltridge and Platt (1976) proposed the following broad band transmittance equation (model A in Iqbal, 1983):

$$I = I_0 [T_o T_R - \alpha_w] T_a \quad (12a)$$

where $\alpha_w = 1 - T_w$ is the broad band water vapour absorptance. The small term pertaining to absorption by the permanent gases is missing in this equation, as noted by Iqbal (1983). This equation is in fact a combination of eqns (10) and (4) and has also proved to be very popular, as in Davies and Hay (1980).

Paltridge and Platt (1976) suggest that the

independent eqn (5) be used for all the broad band transmittances and do not mention the possibility of using interdependent transmittances. However, they justify, on p.121, the separation of the water vapour absorptance from ozone and Rayleigh attenuation by stating that these effects occur in different parts of the spectrum and were hence well aware of the result expressed in eqn (10). In the comparisons illustrated below, we have added the missing term accounting for the permanent gases:

$$I = I_0 [T_o T_R + T_g T_w - 1] T_a \quad (12b)$$

This relation, used in combination with eqn (5) to compute the broad band transmittances, will be hereafter named P&P's model. We have chosen to add the missing term for the sake of coherence and because it seems unlikely that Paltridge and Platt (1976) have omitted it purposefully.

Figure 1 gives an illustration of the broad band optical depth of the different atmospheric attenuating factors versus air mass, as calculated by three different methods: (i) from eqns (11)

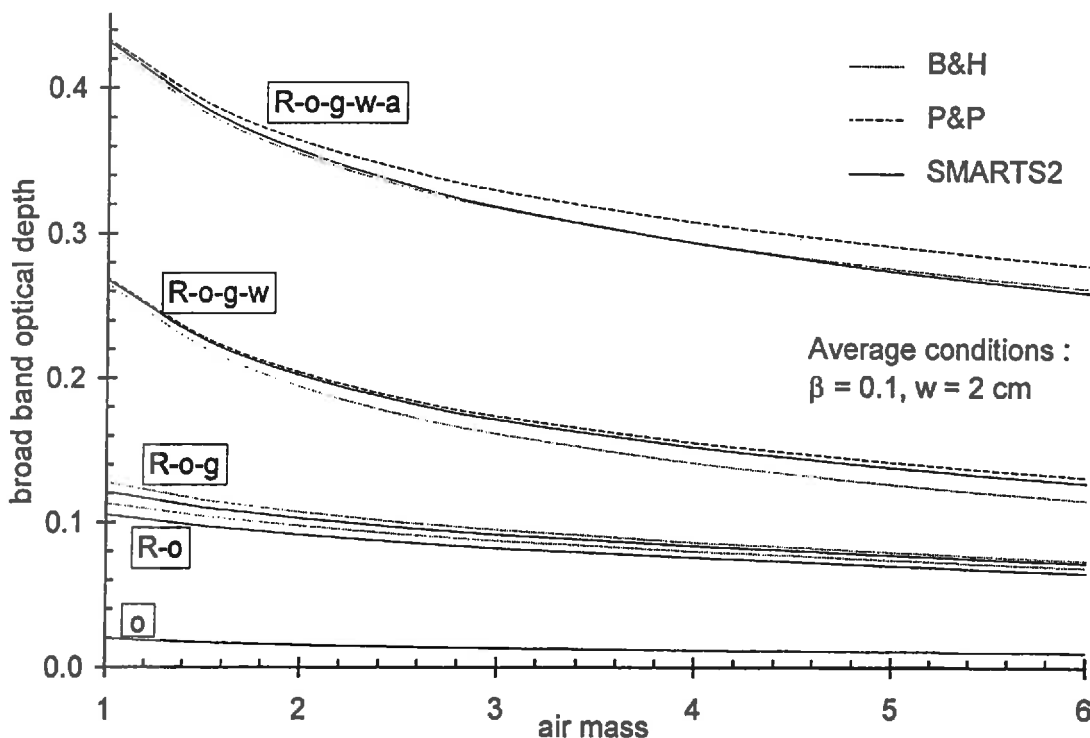


Fig. 1. Broad band optical depth versus air mass when considering the effects of the different atmospheric constituents as computed from two broad band and one spectral model (see text). Were considered, in order: (a) stratospheric ozone only (o); (b) the same + Rayleigh scattering (R-o); the same + uniformly mixed gases (R-o-g); (c) the same + water vapour (R-o-g-w) and (d) the same + aerosols (R-o-g-w-a). The spectral results from SMARTS2 can be considered here as the benchmark towards which B&H's and P&P's broad band models should tend. Average atmospheric conditions in a temperate climate were chosen: height of precipitable water content: $w = 2$ cm, aerosol optical depth at $1 \mu\text{m}$: $\beta = 0.1$, Ångström's wavelength exponent: $\alpha = 1.3$ and stratospheric ozone thickness: $O_3 = 0.34$ atm-cm.

and (5), corresponding to B&H's model and Iqbal's model C; (ii) from eqns (12b) and (5), corresponding to P&P's model and Iqbal's model A and (iii) from eqns (11) and (7), which corresponds to the full spectral calculation and was estimated from the spectral code SMARTS2, see Gueymard (1995).

The broad band optical depths, δ , are calculated from $T = \exp(-m\delta)$ where $T = I/I_0$ is the resulting broad band transmittance of the attenuating factors being considered. The integrals in eqns (5) and (7) were obtained here from SMARTS2 and not from approximate formulae as proposed for example in Bird and Hulstrom (1981).

The resolution of SMARTS2 is of 1 nm for wavelengths smaller than 1700 nm and 5 nm for $\lambda > 1700$ nm. The predictions of this code are shown in Gueymard (1995) to be in very good agreement with the more rigorous MODTRAN spectral code. Nitrogen dioxide, NO_2 , which exists in both the stratosphere and troposphere, absorbs in the visible wavelengths and is also taken into account by SMARTS2. Only a stratospheric component (as for ozone) was considered here. Its thickness was considered constant throughout (0.0017 atm-cm) and its effect was always computed simultaneously with that of ozone. A diffuse circumsolar effect due to the

fact that current pyrheliometric instruments have an opening of 5.7° in comparison to the 0.5° covered by the Sun's disk, can also be modelled by SMARTS2. This effect is however small in the present illustrations and was not considered further.

The atmospheric aerosol content is symbolised in Figs 1 and 2 by Ångström's spectral turbidity factor β . This factor is defined in Ångström's formula: $\delta_{a\lambda} = \beta\lambda^{-\alpha}$, where $\delta_{a\lambda}$ is the spectral aerosol optical depth and λ is in μm . This equation has been derived empirically, see Ångström (1961), and confirmed theoretically in the special case of a Junge spherical polydispersion, see Junge (1963); α is correlated to the size of the aerosols (see for example Shifrin, 1995) while β is the equivalent aerosol optical depth at $1 \mu\text{m}$. Although α and β may vary considerably over the solar spectrum in real conditions, Ångström's formula nevertheless gives a good general representation of the spectral behaviour of atmospheric aerosol attenuation (see for example Cachorro *et al.*, 1989). In all the illustrations, α and β were kept constant over the whole spectrum with $\alpha = 1.3$, the global average value suggested by Ångström (1961), while β was made to vary, as specified for each figure.

It can be seen from Fig. 1 that water vapour

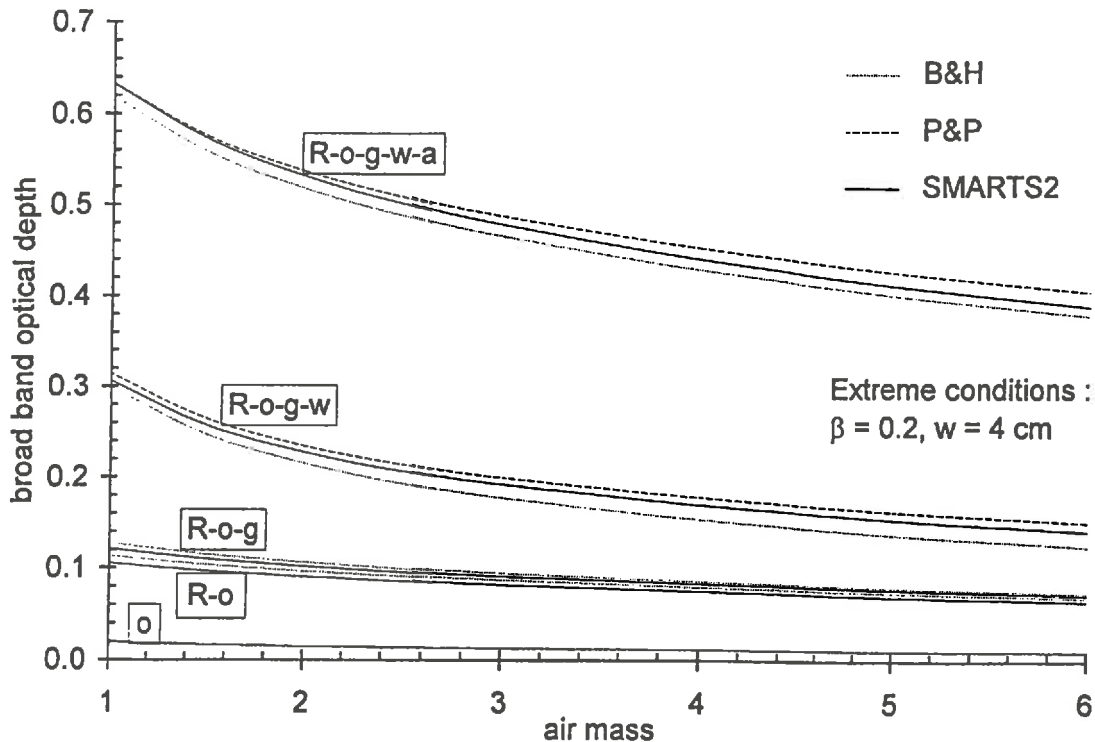


Fig. 2. Same as Fig. 1 for extreme conditions of water vapour and aerosol contents; $w = 4$ cm and $\beta = 0.2$.

and aerosols contribute overwhelmingly to the total broad band optical depth in these cloudless sky conditions. The height of precipitable water vapour content, w , was set at 2 cm in Fig. 1 and Ångström's spectral turbidity factor, β , was set at 0.1. These are the average conditions we have observed in two northern mid latitude sites, see Molineaux *et al.* (1995). The air mass dependence is important and cannot be neglected, for all the attenuating factors taken either together or separately. If the atmosphere is free of aerosols, then it is clear that P&P's model is the most precise. If all constituents are considered together however, then B&H's model is close to perfect for all values of air mass. This appears to be a fortunate coincidence. In fact the aerosol broad band optical depths computed from both B&H's and P&P's models are the same [both are computed from eqn (5)], and overestimated in both cases, except that in B&H's model this error compensates the underestimation of the effect of water vapour.

If extreme rather than average conditions are taken however, such as aerosol optical depth at $1 \mu\text{m} = 0.2$ and height of precipitable water vapour = 4 cm as illustrated in Fig. 2, the errors do not compensate so well and P&P's model is better for small values of air mass.

It is also interesting to see from Figs 1 and 2 that doubling the amount of water vapour from 2–4 cm only increases the water vapour broad band optical depth by about 30%. This is because the spectral absorption bands of water vapour rapidly saturate and is illustrated further in the next section. However, doubling Ångström's turbidity factor β from 0.1 to 0.2 also doubles the aerosol broad band optical depth. In real conditions, hygroscopic aerosols will absorb humidity and rapidly increase in size as the relative humidity increases above a certain threshold, see for example Tang *et al.* (1981). This effect, which was not taken into account in the present simulations, will have an influence on the above results in these particular conditions.

The third parameterization method we have chosen (model B in Iqbal, 1983) is taken from Hoyt (1978), but can be attributed to others before him, and is written:

$$I = I_0(1 - \alpha_o - \alpha_g - \alpha_w - \alpha_a)T_R T_{as} \quad (13)$$

where α_a represents the broad band absorptance by aerosols and T_{as} is the transmittance resulting from aerosol scattering. It is not justified in Hoyt's paper how he obtained this relation.

Iqbal's interpretation is that eqn (13) is simply a replica of eqn (11) in which the transmittances of the terms related to gaseous absorption have been replaced by 1 minus their corresponding absorptances. Equation (13) can be written thus if the second and higher order terms are all neglected in front of the first order terms. This is justified because the absorptances are small. We propose another possible interpretation. Indeed, if the absorption processes are assumed to occur in different bands, then these terms can be added as in eqn (10), yielding exactly the same result. This means that the two assumptions, either of small absorptances or of separate spectral intervals, are perfectly equivalent. The results obtained with eqn (13) are very close to those of eqn (12) because the two most important effects, i.e. aerosol scattering and water vapour absorptance, are considered in the same manner. This model is therefore not illustrated here.

More complicated models also exist and we would like to attract the reader's attention to the physical method proposed by King and Buckius (1979), which is one of the rare studies in which the interdependence is respected. Another interesting approach was taken up by Gueymard (1989), in which he divided the spectrum into two bands, and used eqn (11) with independent transmittances weighted over each of the two bands. The resulting equations are however too complicated to isolate the effects of aerosols alone, which is the subject of the next section.

4. ASSESSING THE ATMOSPHERIC AEROSOL CONTENT FROM BROAD BAND PYRHELIOMETRIC MEASUREMENTS

The above results show clearly that broad band direct irradiance is very sensitive to atmospheric aerosol content. It is therefore of special interest to investigate the possibility of estimating atmospheric turbidity from broad band measurements of direct irradiance. Since aerosol extinction is a highly spectral process, only a spectral turbidity factor can give an unambiguous description of the atmospheric aerosol content. Thus the keystone of the following discussion is the relation between broad band turbidity factors and Ångström's spectral turbidity factor β . In this context, we will study the implications of the above results with respect to the much referred Linke's and Unsworth-Monteith's turbidity factors.

Linke's turbidity factor, T_L

Linke's (1922) turbidity equation can be written:

$$I = I_0 \exp(-\delta m) = I_0 \exp(-\delta_{CDA} T_L m) \quad (14)$$

where the total broad band optical thickness of the vertical atmosphere, δ , is written as the product of two terms: δ_{CDA} , the corresponding theoretical optical thickness of a Clean Dry Atmosphere (hereafter CDA, real atmosphere free of water vapour, aerosols and any pollutants) and T_L which thus represents the number of CDAs needed to obtain the observed attenuation as a result of the additional effects of water vapour, natural and artificial aerosols and eventual gaseous pollutants.

With the knowledge of δ_{CDA} , T_L can be computed from the measurement of I , the direct irradiance, and the relation:

$$T_L = \frac{1}{m\delta_{CDA}} \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) \quad (15)$$

as in Kasten (1980). It is interesting to note that Kasten (1980) in his widely used equation: $\delta_{CDA} = (9.4 + 0.9m)^{-1}$, considered only the effects of Rayleigh scattering and ozone absorption. Absorption by the uniformly mixed gases should also be included in δ_{CDA} , as discussed in Molineaux *et al.* (1995).

Equation (14) can be written: $I = I_0 \cdot T_{CDA}^{T_L}$ with $T_{CDA} = \exp(-m\delta_{CDA})$. In agreement with the above results, we can then write:

$$T_{CDA} = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda} \quad (16)$$

Thus T_{CDA} and δ_{CDA} are dependent only on air mass in the assumption that the effects of ozone absorption, Rayleigh scattering and absorption by the permanent mixed gases are considered invariant.

From eqn (11), we can write:

$$I = I_0 \cdot T_{CDA} T_{wa}$$

with

$$T_{wa} = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} \tau_{a\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} d\lambda} \quad (17)$$

where the broad band transmittance T_{wa} is

defined as per eqn (7). Eventual gaseous pollutants are neglected here.

From eqns (14) and (17) we find:

$$T_L = \frac{\ln(T_{wa})}{\ln(T_{CDA})} + 1 \quad (18)$$

From the above relations, it can be seen that T_L will be dependent on atmospheric mass, water vapour and aerosol content. The dependence of T_L on atmospheric mass for constant turbidity has been seen by many authors as a serious hindrance to the estimation of turbidity with this parameter, see for example Robinson (1966). This has lead to a number of rather unsuccessful attempts, starting with Linke himself (1942), in order to circumvent this difficulty.

Grenier *et al.* (1994) illustrate the dependence of T_L with air mass and propose a Linke turbidity index normalised at air mass 2 which they call T_{LAM2} and which is therefore independent of air mass. They also investigate the dependence of T_{LAM2} on water vapour and Ångström's spectral turbidity factor and give these dependencies in the form of various tables and polynomial fits. Thus Grenier *et al.* (1994) give a possible method for estimating Ångström's spectral turbidity factor from the measurement of direct irradiance and the knowledge of w , the precipitable water content.

The dependence of T_L with air mass is illustrated in Fig. 3, as would be estimated from two different approaches. In this illustration, we have used the relation $\delta_{CDA} = T_o T_R T_g$ where the transmittances are computed from either eqns (5) or (7). We see that the effect of using interdependent rather than independent [eqn (7) rather than eqn (5)] broad band transmittances for computing δ_{CDA} , entails a greater difference than the air mass varying from 1 to 6. In the

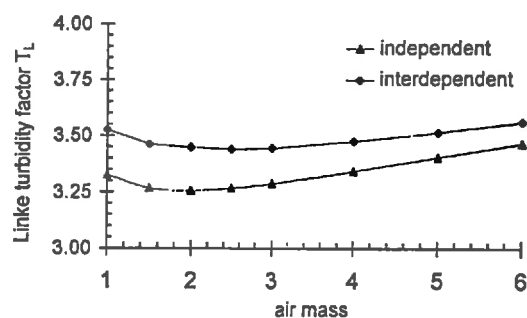


Fig. 3. Linke's broad band turbidity factor versus air mass, as computed by SMARTS2 with two different approaches: using either independent or interdependent broad band transmittances to compute δ_{CDA} . $w = 2$ cm, $\beta = 0.1$, $\alpha = 1.3$ and $O_3 = 0.34$ atm-cm.

approach taken up by Grenier *et al.* (1994), the interdependence is implicit in their formulation of δ_{CDA} . These authors show that the amplitude of the variations illustrated in Fig. 3 does not change much with different conditions of water vapour and atmospheric turbidity.

The dependence of T_L with Ångström's spectral turbidity factor, β , for different values of precipitable water vapour, w , and constant air mass = 2 is depicted in Fig. 4. From the comparison of Figs 3 and 4, it is clear that the variation of T_L with air mass and water vapour is small in front of the variations of T_L with atmospheric aerosol content. The variation of T_L with w for an invariable aerosol content however appears to be at least as much a problem for the estimation of β as the variation of T_L with air mass. The computations from which these figures are drawn are all made from Gueymard's (1995) SMARTS2 spectral code.

It can be seen from Fig. 4 that the dependence of T_L with β is close to linear. Katz *et al.* (1982) have found experimentally that $T_L = 2.0 + 19\beta$ but they used Kasten's (1980) definition of δ_{CDA} , which includes only Rayleigh scattering and ozone absorption. Considering that attenuation by the mixed gases should also be accounted for in δ_{CDA} , Grenier *et al.* (1994) have adapted Katz *et al.*'s results to yield: $T_L = 1.74 + 15.4\beta$, which agrees well with the predictions of SMARTS2 and Fig. 4 for $0.5 < w < 4$ cm.

Also apparent from Fig. 4 is the fact that most of the effect of water vapour occurs between 0 and 0.5 cm. The fact that the amount of atmospheric water vapour is difficult to estimate from ground based measurements is therefore not a serious hindrance in this application, since values of $w < 0.5$ cm are a rare climatic event. Indeed, it is only in cold climates and during the winter time that the height of precipi-

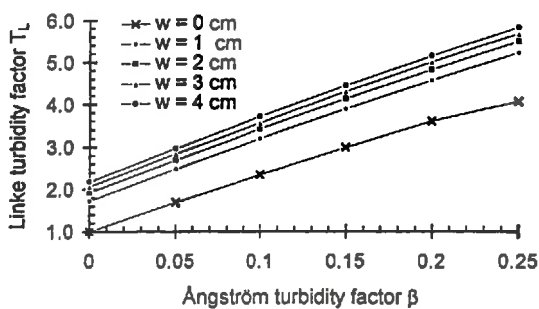


Fig. 4. Linke's broad band turbidity factor versus Ångström's spectral turbidity factor for different heights of precipitable water vapour, as predicted by SMARTS2. $m = 2$, $\alpha = 1.3$ and $O_3 = 0.34$ atm-cm.

table water vapour reaches such small values (Gueymard, 1994). The effect of particle growth with high levels of relative humidity has not been considered here and may considerably influence the above results in certain specific conditions.

Unsworth–Monteith's turbidity parameter, τ_{UM}

This parameter was introduced by Unsworth and Monteith (1972) and can be defined from the following relation:

$$T_a = \exp(-m\tau_{\text{UM}}) = \frac{I(\tau_{\text{UM}})}{I(\tau_{\text{UM}}=0)} \quad (19)$$

where $I(\tau_{\text{UM}}=0)$ is the theoretical broad band direct irradiance which would be measured if the atmosphere was free of aerosols, given by:

$$I(\tau_{\text{UM}}=0) = \int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} d\lambda \\ = I_0 \cdot T_o T_R T_g T_w \quad (20)$$

where the broad band transmittances should be computed according to eqn (7). T_a is given by:

$$T_a = \frac{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} \tau_{a\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{0\lambda} \tau_{o\lambda} \tau_{R\lambda} \tau_{g\lambda} \tau_{w\lambda} d\lambda} \quad (21)$$

Thus τ_{UM} is dependent on all the attenuating processes in the atmosphere, including aerosol extinction and water vapour absorption; τ_{UM} is a spectrally weighted optical depth and not an atmospheric transmittance. The ' τ ' symbol was chosen in the original article (Unsworth and Monteith, 1972), but corresponds to the (spectrally weighted) optical depth ' δ ' symbol in this paper and not the spectral transmittance, also symbolised by ' τ ' in the preceding equations.

Unsworth and Monteith (1972) do not give the equations with which they compute $I(\tau_{\text{UM}}=0)$ but it can be seen from eqns (19)–(21) that all the other atmospheric effects have been accounted for before computing T_a . From the literature, both eqns (11) and (12) have been used to compute $I(\tau_{\text{UM}}=0)$. For example, Louche *et al.* (1987) and Kambezidis *et al.* (1993) make use of eqn (11) and Bird and Hulstrom's (1981) model whereas Uboegbulam and Davies (1983) make use of eqn (12) and Davies and Hay's (1980) model. Freund (1983) and later Hay and Darby (1984) use exactly the same approach as Uboegbulam and Davies

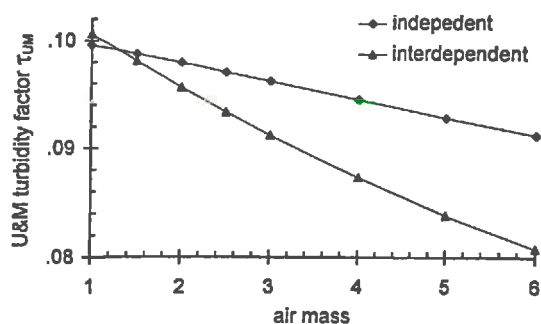


Fig. 5. Unsworth and Monteith's broad band turbidity factor versus air mass, as computed by SMARTS2 with two different approaches: using either independent or interdependent broad band transmittances to compute $I(\tau_{UM}=0)$ as in eqn (20). $w=2$ cm, $\beta=0.05$, $\alpha=1.3$ and $O_3=0.34$ atm-cm.

(1983) but call their index Aerosol Optical Depth, AOD, instead of τ_{UM} .

From Fig. 1 it can be seen that the total broad band optical depth of a cloudless atmosphere free of aerosols will be better estimated using eqn (12). Thus P&P's model should be preferred over B&H's model when computing $I(\tau_{UM}=0)$. Figure 5 illustrates the difference between the values of τ_{UM} which would be obtained by these two different approaches. The independent approach for calculating $I(\tau_{UM}=0)$ is based on B&H's model. However, P&P's model will yield much closer results to the interdependent approach which is also illustrated in Fig. 5.

Comparing T_L and τ_{UM}

Figure 6 illustrates the linear variation of τ_{UM} with β for different values of w , as was illustrated for T_L in Fig. 4. It is clear that, even if the dependence of τ_{UM} on water vapour cannot be eliminated completely, it is relatively much smaller than in the case of T_L . Similarly and over the same range of β , it can be seen from Figs 3-6 that, relatively speaking, the variation

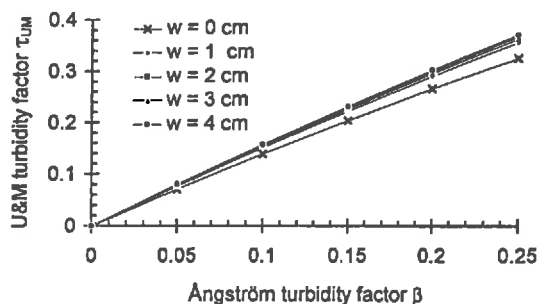


Fig. 6. Unsworth and Monteith's broad band turbidity factor versus Ångström's spectral turbidity factor for different heights of precipitable water vapour, as predicted by SMARTS2. $m=2$, $\alpha=1.3$ and $O_3=0.34$ atm-cm.

of τ_{UM} with air mass is about half of the variation of T_L with air mass (approximately $\pm 1.5\%$ for τ_{UM} and $\pm 3\%$ for T_L). Also important considering Figs 3 and 5, is the fact that the dependence on air mass will be easier to express in analytical form for τ_{UM} than it will be for T_L . Choosing another value than 1.3 for Ångström's wavelength exponent α essentially changes the slope of the curves in Figs 4 and 6, with little influence on the above results.

In this theoretical comparison, it has been assumed that both δ_{CDA} and $I(\tau_{UM}=0)$ have been estimated correctly. In practice however it will be much easier to obtain a reliable value of δ_{CDA} than of $I(\tau_{UM}=0)$ because the latter also depends on the highly variable and inaccessible value of atmospheric precipitable water content.

Kambezidis *et al.* (1993) present a ten year experimental comparison of τ_{UM} and T_L estimated in the city of Athens. It is shown that on average τ_{UM} and T_L are linearly correlated. Both parameters exhibit a significant diurnal variation with a maximum at noon [which may be partly explained by the daily trend in air pollution, see Junge (1963), p. 362]. The amplitude of τ_{UM} 's measured variation is however about one third of that of T_L which partly agrees with the above simulations.

The analytical relation between these two broad band turbidity parameters can be shown. We first write eqn (14) with τ_{UM} instead of T_L :

$$I = I_0 \exp(-m(\delta_{CDA} + \delta_w + \tau_{UM})) \quad (22)$$

with $T_w = \exp(-m\delta_w)$, and the relation between τ_{UM} and T_L can be written:

$$T_L = 1 + \frac{\delta_w + \tau_{UM}}{\delta_{CDA}} \quad (23)$$

In this relation it is assumed that T_w is defined as in eqn (7). Since δ_w depends on w and both δ_w and δ_{CDA} are intricate functions of atmospheric mass, we see that the relation between T_L and τ_{UM} is not straightforward, theoretically speaking.

5. CONCLUSIONS

From this analytical study of the atmospheric transmittance of direct irradiance in a cloudless sky, we have come to the following conclusions:

- the assumption that atmospheric broad band transmittances are independent of each other is neither true nor is it a necessary condition in order to compute these transmittances;
- this assumption yields however very good

results when predicting the total broad band optical depth of the atmosphere in average conditions, due to a favourable compensation of the errors made on the broad band optical depths of water vapour and aerosols;

- if two attenuating processes affect two different parts of the direct solar spectrum, their corresponding broad band transmittances are this time independent, and should be added instead of multiplied;
- this last result is used by Paltridge and Platt (1976) and their model should be preferred to Bird and Hulstrom's (1981) when estimating Unsworth and Monteith's turbidity index;
- the turbidity index proposed by Hay & Darby (1984) is perfectly equivalent to Unsworth & Monteith's (1972);
- this broad band turbidity index may be more adapted than Linke's turbidity factor when trying to isolate the effect of aerosols from the measurement of attenuated direct irradiance, since the latter exhibits a greater dependence on both air mass and water vapour.

Acknowledgements—This article was born as a result of lively discussions with Christian Gueymard, whom we also wish to acknowledge for his SMARTS2 spectral code. Our colleagues, Bernard Lachal and André Mermoud are thanked for their helpful comments. We also feel indebted to the reviewers whom insisted on an illustration of the effects, which contributed significantly to our understanding of these processes. This work was made possible with support from the Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique and the University of Geneva.

NOMENCLATURE

- λ wavelength, [μm] or [nm]
 I_λ and I monochromatic [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$] and broad band normal beam irradiance [Wm^{-2}]
 $I_{0\lambda}$ and I_0 monochromatic [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$] and extraterrestrial beam irradiance [Wm^{-2}]
 $\tau_{i\lambda}$ atmospheric spectral transmittance for wavelength λ and process i
 $\delta_{i\lambda}$ atmospheric spectral vertical optical depth for wavelength λ and process i
 $m_{i\lambda}$ relative optical atmospheric mass for wavelength λ and process i
 T_i atmospheric broad band transmittance for process i
 α_i atmospheric broad band absorptance = $1 - T_i$
- The subscript i may represent one or a combination of the following atmospheric attenuation processes:
- o ozone absorption
 - R molecular or Rayleigh scattering
 - g absorption by the permanent mixed gases such as CO_2
 - w absorption by water vapour
 - a aerosol extinction
- CDA all processes existing in a clean dry atmosphere (o, R and g)
- $\Delta\lambda_k$ bandwidth No. k , continuous or not
 $\tau_{k\lambda}$ atmospheric spectral transmittance for the waveband $\Delta\lambda_k$

- m relative optical air mass
- δ total broad band optical thickness of the atmosphere for all processes
- δ_i broad band optical thickness of the atmosphere for process i
- α Ångström's wavelength exponent
- β Ångström's turbidity index, equivalent to the aerosol optical depth at $1\mu\text{m}$
- w atmosphere's precipitable water content in a vertical column of unit area [cm]
- O_3 ozone thickness in [atm-cm] corresponding to height of gaseous ozone in a vertical column of unit area at normal temperature and surface pressure
- T_L Linke's broad band turbidity factor
- τ_{UM} Unsworth-Monteith's broad band turbidity factor
- AOD Hay & Darby's broad band aerosol optical depth, equivalent to τ_{UM}
- B&H symbolising Bird and Hulstrom's (1981) model, combining eqns (5) and (11)
- P&P symbolising Paltridge and Platt's (1976) model, combining eqns (5) and (12)

REFERENCES

- Ångström A. (1961) Techniques of determining the turbidity of the atmosphere. *Tellus* 13(2), 214–223.
- Bird R. E. and Hulstrom R. L. (1981) Review, evaluation and improvement of direct irradiance models. *Trans. ASME, J. Sol. Engng.* 103, 182–192.
- Cachorro V. E., Gonzalez M. J., Frutos A. M. and Casanova J. L. (1989) Fitting Ångström's formula to spectrally resolved optical thickness. *Atm. Env.* 23(1), 265–270.
- Davies J. A. and Hay J. E. (1980) Calculation of the solar radiation incident on a horizontal surface. In *Proc. First Canadian Solar Radiation Data Workshop*, Hay J. E. and Won T. K. (Eds), pp. 32–58, Toronto 1978, Atmos. Envir. Service of Downsview, Canada.
- Davies J. A. and McKay D. C. (1989) Evaluation of selected models for estimating solar radiation on horizontal surfaces. *Solar Energy* 43(3), 153–168.
- Freund J. (1983) Aerosol optical depth in the Canadian Arctic. *Atmos.-Ocean* 21(2), 158–167.
- Grenier J. C., DeLaCasiniere A. and Cabot T. (1994) A spectral model of Linke's turbidity factor and its experimental implications. *Solar Energy* 52(4), 303–314.
- Gueymard C. (1989) A two band model for the calculation of clear sky solar irradiance, illuminance, and photosynthetically active radiation at the Earth's surface. *Solar Energy* 43(5), 253–265.
- Gueymard C. (1993) Critical analysis and performance assessment of clear sky solar irradiance models using theoretical and measured data. *Solar Energy* 51(2), 121–138.
- Gueymard C. (1994) Analysis of monthly average atmospheric precipitable water and turbidity in Canada and northern U.S. *Solar Energy* 53(1), 57–71.
- Gueymard C. (1995) SMARTS2, a simple model of the atmospheric radiative transfer of sunshine: algorithms and performance assessment. Professional paper of the Florida Solar Energy Center, FSEC-PF-270-95., Cape Canaveral, Florida 32920, USA.
- Hay J. E. and Darby R. (1984) El Chichon—influence on aerosol optical depth and direct, diffuse and total solar irradiances at Vancouver, BC. *Atmos.-Ocean* 22, 354–368.
- Hoyt D. V. (1978) A model for the calculation of solar global insolation. *Solar Energy* 21(1), 27–35.
- Iqbal M. (1983) *An Introduction to Solar Radiation*, 1st edn, pp. 169–213. Academic Press, Toronto.

- Junge C. E. (1963) *Air Chemistry and Radioactivity*, 1st edn, pp. 141–146 and 362. Academic Press, New York.
- Kambezidis H. D., Founda D. H. and Papanikolaou N. S. (1993) Linke and Unsworth-Monteith turbidity parameters in Athens. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **119**, 367–374.
- Kasten F. (1980) A simple parameterization of two pyrheliometric formulae for determining the Linke turbidity factor. *Meteorol. Rdsch* **33**, 124–127.
- Katz M., Baille A. and Mermier M. (1982) Atmospheric turbidity in a semi-rural site, evaluation and comparison of different turbidity coefficients. *Solar Energy* **28**(4), 323–327.
- King R. and Buckius R. O. (1979) Direct solar transmittance for a clear sky. *Solar Energy* **22**, 297–301.
- Kondratyev K. Y. (1969) *Radiation in the Atmosphere*, 1st edn, p. 162. Academic Press, New York.
- Linke F. (1922) Transmissions-Koeffizient und Trübungs-faktor. *Beitr. Phys. fr. Atmos.* **10**, 91–103.
- Linke F. (1942) Die Sonnenstrahlung und ihre Schwächung in der Atmosphäre. *Handbook der Geophysik, Bornträger*, Berlin, Vol. 8, pp. 281–291.
- Louche A., Maurel M., Simonnot G., Peri G. and Iqbal M. (1987) Determination of Ångström's turbidity coefficient from direct total solar irradiance measurements. *Solar Energy* **38**(2), 89–96.
- Louche A., Simonnot G., Iqbal M. and Mermier M. (1988) Experimental verification of some clear sky insolation models. *Solar Energy* **41**(3), 273–279.
- Molineaux B., Ineichen P. and Delaunay J. J. (1995) Direct luminous efficacy and atmospheric turbidity: improving model performance. *Solar Energy* **55**(2), 125–137.
- Paltridge G. W. and Platt C. M. R. (1976) *Radiative Processes in Meteorology and Climatology*, 1st edn, pp. 113–124. Elsevier, New York.
- Pinazo J. M., Canada J. and Bosca J. V. (1995) A new method to determine Ångström's turbidity coefficient: its application for Valencia. *Solar Energy* **54**(4), 219–226.
- Robinson N. (1966) *Solar Radiation*. Elsevier, Amsterdam.
- Tang I. N., Wong W. T. and Munkelwitz H. R. (1981) The relative importance of atmospheric sulfates and nitrates in visibility reduction. *Atm. Env.* **15**(12), 2463–2471.
- Shifrin K. S. (1995) Simple relationships for the Ångström parameter of disperse systems. *Appl. Optics* **34**(21), 4480–4485.
- Uboegbulam T. C. and Davies J. A. (1983) Turbidity in eastern Canada. *J. App. Meteor.* **22**, 1384–1392.
- Unsworth M. M. and Monteith J. L. (1972) Aerosol and solar radiation in Britain. *Q. J. R. Meteor. Soc.* **98**, 778–797.

ANNEXE G

Equivalence of pyrhelimetric and monochromatic aerosol optical depths at a single key wavelength

Benoît Molineaux*, Pierre Ineichen*, Norm O'Neill**

*Group of Applied Physics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland

**Centre d'Applications et de Recherches en Télédétection, University of Sherbrooke, Quebec, Canada

ABSTRACT

The atmospheric aerosol optical depth (AOD) weighted over the solar spectrum is equal to the AOD at a single wavelength. This key wavelength is a quasi-constant ~ 0.7 [μm], only slightly influenced by air mass and aerosol content. Simple relations are proposed to predict monochromatic AOD from pyrhelimetric data and vice-versa. The accuracy achieved is close to ± 0.01 units of AOD at ~ 0.7 [μm], estimated from simultaneous sunphotometer data. The precision required on the estimation of the precipitable water vapor content is approximately ± 0.5 [cm].

1. Introduction

Aerosol optical depth (hereafter "AOD") is usually estimated after subtracting Rayleigh and gaseous optical depths from sunphotometer extinction measurements across a few narrow wavelength bands¹. The realization that aerosols of anthropogenic origin may significantly be modifying the earth's radiation budget² has led to the development of sophisticated instruments and methods for the measurement of aerosols^{3,4}. The effect of aerosols on the optical properties of the atmosphere can also be evaluated from readily available pyrhelimetric data^{5 to 7}. A valuable application in this context has been to trace the impact of major volcanic eruptions in both hemispheres for over a century⁸.

There is however an essential problem when trying to interpret pyrhelimetric data. This is the fact that the AOD vs. wavelength relation depends on particle size distribution (PSD) and refractive index, which can be highly variable in space and time. It therefore appears uncertain to relate pyrhelimetric AOD to the monochromatic AOD at any particular wavelength. The easiest way to circumvent this problem is to assume that the AOD vs. wavelength relation is known beforehand and remains invariable^{9, 10}. Also seen in the literature, is the empirical finding that the pyrhelimetric AOD is simply equal to the monochromatic AOD at 0.55 [μm], multiplied by a certain constant. This constant is however dependent on the optical characteristics of the atmospheric aerosol (and, as will be shown, on the air mass) and takes a value of 1 to 1.7 according to different authors⁸.

In this paper we tackle the question of relating monochromatic to pyrhelimetric AOD by considering that the heart of the problem lies in finding the wavelength at which both AODs are equal. Blanchet¹¹ noticed that this wavelength was about 0.7 [μm] for several different aerosol models. Our results generally agree with this, showing that the key wavelength in fact increases slowly and linearly with both air mass and aerosol loading. An analytical description of this result is presented in section 2 of this paper, which is well validated with simulated data in section 3. Simple relations are proposed to derive monochromatic AOD from pyrhelimetric data, for which an estimation of errors is presented in section 4. Section 6 presents an experimental validation of the proposed relations, based on the 9 month data set described in section 5, which comprises simultaneous pyrhelimeter and sunphotometer measurements.

2. Theoretical Background

The stepping stone from which panchromatic (“panchromatic” refers here to the range 0.3–4 [μm], such as measured by a pyrheliometer and encompassing over 99% of solar irradiance) and monochromatic optical depths are defined is Bouguer’s law of exponential attenuation :

$$I_{\lambda} = I_{0\lambda} \exp[-m_R \delta_{CDA\lambda} - m_w \delta_{w\lambda} - m_a \delta_{a\lambda}] \quad (1)$$

where I_{λ} and $I_{0\lambda}$ are the attenuated and extraterrestrial direct solar irradiances at wavelength λ [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$], m_R , m_w and m_a are the relative optical masses and $\delta_{CDA\lambda}$, $\delta_{w\lambda}$ and $\delta_{a\lambda}$ are the monochromatic optical depths for a vertical atmospheric column. The subscripts R , w , a and CDA represent Rayleigh scattering, water vapor absorption, aerosol extinction and Clean Dry Atmosphere extinction. A CDA represents a fictitious atmosphere comprising only the effects of Rayleigh scattering and absorption by the atmospheric gases other than water vapor.

The same form of equation can be adopted for the atmospheric attenuation of panchromatic direct solar irradiance :

$$I = I_0 \exp[-m_R \Delta_{CDA} - m_w \Delta_w - m_a \Delta_a] \quad (2)$$

where all the terms here are the panchromatic analogues of the terms in eqn (1) and I is the direct solar irradiance measured with a standard pyrheliometer in [Wm^{-2}]. A simple, but sufficient approximation for panchromatic modeling is to equate m_a and m_w to the value of m_R at sea level.

Eqn (2) is however a lot less straightforward than eqn (1) because the panchromatic optical depths Δ_{CDA} , Δ_w and Δ_a are all dependent on air mass and, to a small extent, on each other as well. This is due to the fact that all atmospheric attenuation processes are highly wavelength dependent in different ways¹². For eqn (2) to be compatible with eqn (1), we must set :

$$\exp(-m_R (\Delta_{CDA} + \Delta_w + \Delta_a)) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \exp(-m_R (\delta_{CDA\lambda} + \delta_{w\lambda} + \delta_{a\lambda})) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} d\lambda} = \frac{I}{I_0} \quad (3a)$$

If in addition we force the aerosol free components to follow:

$$\exp(-m_R (\Delta_{CDA} + \Delta_w)) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \exp(-m_R (\delta_{CDA\lambda} + \delta_{w\lambda})) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} d\lambda} \quad (3b)$$

then we may write:

$$\exp(-m_R \Delta_a) = \frac{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \exp(-m_R (\delta_{CDA\lambda} + \delta_{w\lambda} + \delta_{a\lambda})) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{0\lambda} \exp(-m_R (\delta_{CDA\lambda} + \delta_{w\lambda})) d\lambda} = \frac{I}{I_0 \exp(-m_R (\Delta_{CDA} + \Delta_w))} \quad (4)$$

where the numerator is the attenuated direct solar irradiance as measured by a standard pyrheliometer and the denominator is the panchromatic solar irradiance which would be measured if the atmosphere was free of all aerosol attenuation.

The relations between monochromatic and panchromatic aerosol optical depths (δ_a and Δ_a) can be found through the study of the relation between δ_a and wavelength, which depends on the particle size distribution. The PSD can be described as:

$$n(r) = \partial N / \partial r = N \cdot f(r) \quad (5)$$

where $n(r)$ is the number of particles with radius between r and $r + \partial r$ per unit volume per unit radius increment, N is the total number of particles per unit volume and $f(r)$ is the relative size distribution normalized to unity, such that $\int_0^{\infty} f(r) dr = 1$. Many different size distributions have been used to characterize aerosol polydispersions. Of special interest in the present context is Junge's power law¹³:

$$n(r) = Cr^{-(v+1)} \quad (6)$$

where v is sometimes called Junge's size parameter and C is a constant which is proportional to N . This law is usually valid within a certain radius range (outside which $n(r) = 0$), such that N is a

$$\text{finite number given by } N = \int_{r_1}^{r_2} n(r) dr = \frac{C}{v} (r_1^{-v} - r_2^{-v}).$$

The log-normal size distribution (LND) is also often used for tropospheric aerosol models^{14, 15} and is written :

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{Ln}\sigma}} \cdot \frac{1}{r} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Ln} \left(\frac{r}{r_n} \right)}{\text{Ln}\sigma} \right)^2 \right] \quad (7)$$

where r_n and σ are the geometric mean radius and standard deviation of the log normal curve.

The particulate volume extinction coefficient at altitude z and wavelength λ , can be related to the PSD by summing all contributions from elemental scatterers of size r , number density $N(z) f(r, z) dr$ and scattering cross section $\pi r^2 Q_{\text{ext}}$:

$$\gamma_a(\lambda, z) = \pi N(z) \int_0^{\infty} r^2 Q_{\text{ext}}(x, m) f(r, z) dr \quad (8)$$

where Q_{ext} is the dimensionless Mie extinction efficiency, x is the Mie size parameter ($x = 2\pi r/\lambda$), m is the particulate (complex) index of refraction at wavelength λ , $f(r, z)$ is the relative size distribution at altitude z and $N(z)$ is the particle number density at altitude z . The dimensionless aerosol optical depth integrated over the entire atmospheric layer can then be written as :

$$\delta_a(\lambda) = \int_0^{\infty} \gamma_a(\lambda, z) dz = \pi N_{\text{col}} \int_0^{\infty} r^2 Q_{\text{ext}}(x, \bar{m}) \bar{f}(r) dr \quad (9)$$

where $N_{col.} = \int_0^{\infty} N(z)dz$ is the number of particles in a vertical column of unit cross section,

$\bar{f}(r) = \frac{1}{N_{col.}} \int_0^{\infty} N(z)f(r,z)dz$ is an average relative size distribution weighted over the entire vertical column and \bar{m} is a representative refractive index for the total aerosol loading. If the PSD follows a Junge power law, the following relation can be easily obtained by incorporating the limits r_1 and r_2 and substituting $x = 2\pi r/\lambda$ into eqn (9)¹⁶ :

$$\delta_a(\lambda) = \pi C \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^{-v+2} \int_{\frac{2\pi r_1}{\lambda}}^{\frac{2\pi r_2}{\lambda}} x^{-v+1} Q_{ext}(x, \bar{m}) dx \quad (10)$$

If the size distribution of eqn (6) is valid over the range of radius 0 to ∞ , and the refractive index is assumed to be independent of wavelength, then we can write: $\delta_a(\lambda) = \delta_a(\lambda_0) (\lambda/\lambda_0)^{-v+2}$, which is of exactly the same form as Ångström's widely used expression¹⁷:

$$\delta_a(\lambda) = \beta \lambda^{-\alpha} \quad (11)$$

where β is the equivalent AOD at $\lambda_0 = 1$ [μm] and the wavelength exponent $\alpha = v - 2$. Tomasi et al.¹⁸ have suggested that the hypothesis made on both the radius range and the refractive index are unrealistic and actual atmospheric aerosols may lead to results quite different from eqn (11). A more flexible approximation is to allow α and β to vary somewhat over the solar spectrum such that eqn (11) is valid for any size distribution^{19, 20}. This approach (i.e. that of a spectrally local Ångström relation) was used in the present study to estimate the AOD at ~ 0.7 [μm] from sunphotometer measurements at 0.673 and 0.869 [μm].

If the log-normal function is used instead of the power law, eqn (9) can be written as :

$$\delta_a(\lambda) = \frac{\pi r_n^2 N_{col.}}{\sqrt{2\pi \text{Ln}\sigma}} x_n^{-2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Ln}x_n}{\text{Ln}\sigma} \right)^2 \right] \int_0^{\infty} x Q_{ext} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\text{Ln}x}{\text{Ln}\sigma} \right)^2 + \frac{\text{Ln}x \text{Ln}x_n}{\text{Ln}^2\sigma} \right] dx \quad (12)$$

where the wavelength dependence (which is included in the term $x_n = \frac{2\pi r_n}{\lambda}$) cannot easily be separated from the integral as in eqn (10). From simulated data and eqn (12), we found:

$$\delta_a(\lambda) = \frac{u + y\lambda}{\lambda^s + t} \quad (13)$$

where s , t , u and y are constants for a given aerosol model. The coefficients of eqn (13) were derived from fits to Mie simulations²¹ for several widely used aerosol models and are given in Table 1. For all aerosol models considered here, the standard error for the estimate of $\delta_a(\lambda)$ is inferior to 0.5% of its Mie value at 0.7 [μm] and the coefficient of determination, R^2 , is always > 0.99 over the range $0.3 < \lambda < 3$ [μm].

Table 1 : Coefficients of eqn (13) fitted to several log normal aerosol models. The aerosol size distributions are all normalized to $\delta_{a7} = 1$.

aerosol model	r_n [μm]	σ [-]	r_{eff} [μm]	refractive index [-]	s	t	u	y
S.R.A ¹⁵								
1. dust like	.471	2.512	3.9278	1.50 - 0.0i	1.39	4.270	3.390	2.12
2. water solub.	.0285	2.239	0.1446	1.50 - 0.0i	1.98	0.174	0.668	-
3. soot	.0118	2.00	0.039	1.75 - .440i	1.35	0.019	0.637	-
4. oceanic	0.30	2.51	0.635	1.381 - 4.26E-9i	1.65	3.160	2.440	1.82
Sh. & Fenn ¹⁴ (RH = 75%)								
5. large rural	0.5	2.512	1.6619	1.46 - .0033i	1.08	1.070	0.801	-
6. small rural	0.03	2.239	0.1522	1.47 - .0047i	1.98	0.180	0.674	-
7. large urban	0.5	2.512	1.6619	1.443 - .0467i	1.86	0.170	0.610	0.106
8. small urban	0.03	2.239	0.1522	1.453 - .0463i	1.71	0.186	0.729	-
9. oceanic	0.3	2.512	0.9972	1.443 - .0467i	1.66	3.400	2.650	1.86
Shettle&Fenn ¹⁴ (RH < 50%)								
10. rural mixt.	mixture of 0.999875x(6.) + 0.000125x(5.)				1.760	0.204	0.738	-
11. urban mixt.	mixture of 0.999875x(8.) + 0.000125x(7.)				1.460	0.217	0.811	-
12. maritime	mixture of 0.99x(6.) + 0.01x(9.)				0.830	0.416	1.160	-

If the particle radii are small and the wavelength is large enough, the second term in the numerator disappears and the AOD decreases monotonically with wavelength. This is due to the fact that Q_{ext} decreases rapidly with wavelength if the Mie size parameter is always smaller than its value for which Q_{ext} is maximum. The SRA water soluble and soot components (see Table 1) fall into this category, as illustrated in Fig. 1.

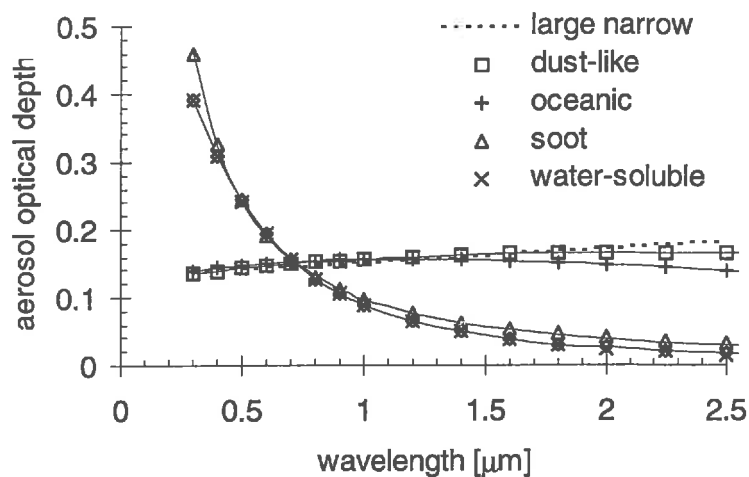


Figure 1 : AOD versus wavelength for the SRA aerosol components. All curves are normalized to yield a broad band AOD of 0.15 at air mass 2. The points are Mie simulations, the solid lines correspond to eqn (13) with the coefficients of Table 1. The dotted line are Mie simulations for a fictitious narrow size distribution of optically large aerosols (LND with $\sigma = 1.5$, $r_n = 1.7$ [μm], $m = 1.5 - 0i$).

The dust-like and oceanic SRA models have a wider distribution centered around a larger radius and significant extinction takes place on the right side of the value of x for which Q_{ext} is maximum (note that as the wavelength increases a monomodal distribution would move from the right to the left of the Q_{ext} curve¹⁶). The result is that the AOD increases slowly with wavelength in the first part of the solar spectrum. Fresh volcanic aerosols exhibit a similar behavior²².

Despite the difference in the AOD vs. wavelength curves illustrated in Fig. 1, the AOD at $\lambda = 0.7$ [μm] is close to the panchromatic AOD for all aerosol models. This behavior is reasonably insensitive to the aerosol model. The most unfavorable distribution in this context is one for which Q_{ext} increases from its minimal to its maximal value with increasing wavelength over the solar spectrum. This is exactly the case for the “large narrow” size distribution of Fig. 1, which we have chosen wide enough to wash out the high frequency oscillations in the $Q_{ext}(x)$ curve¹⁶. Thus the behavior of any polydispersion is either a rapidly decreasing AOD with wavelength (for optically small aerosols) or a rather flat or gently increasing AOD vs. wavelength curve (for larger aerosols). In either case, the result is that the AOD at 0.7 [μm] was found to be nearly equal to the panchromatic AOD.

Much like the relative size distribution, $f(r)$, it will be convenient to define a relative or normalized AOD, $\hat{\delta}_a$, which is independent of aerosol concentration :

$$\delta_a(\lambda) = A\hat{\delta}_a(\lambda) \quad (14)$$

where A is a dimensionless multiplicative factor directly proportional to N_{col} and independent of both the wavelength and $f(r)$. We have in fact used $A = \delta_{a7}$ for the coefficients of Table 1 above.

The integral of a product of two continuous, positive functions over a finite range can be written²⁴: $\int_a^b f(x)g(x)dx = g(\bar{x})\int_a^b f(x)dx$, where $a < \bar{x} < b$. From this relation, we can equate the panchromatic AOD to the monochromatic AOD at a certain wavelength : $\Delta_a = \delta_a(\lambda^*)$ where λ^* lies somewhere in the solar spectrum. Given the above integral relation, we can extract the normalized AOD at wavelength λ^* in terms of the following expression:

$$\exp(-m_R A \hat{\delta}_a(\lambda^*)) \int_0^{\infty} I_\lambda(a=0) d\lambda = \int_0^{\infty} I_\lambda(a=0) \exp(-m_R A \hat{\delta}_a(\lambda)) d\lambda \quad (15)$$

where $I_\lambda(a=0) = I_{0\lambda} \exp(-m_R(\delta_{CDA} + \delta_w))$ is the spectral direct irradiance emerging from an aerosol free atmosphere.

Taking the Taylor expansion to the first term of the reciprocal of eqn(15), with $m_R A$ as the variable, yields:

$$\frac{1}{\hat{\delta}_a(\lambda^*)} = \frac{1}{\langle \hat{\delta}_a \rangle} + \frac{m_R A}{2} \left(\frac{\langle (\hat{\delta}_a)^2 \rangle}{\langle \hat{\delta}_a \rangle^2} - 1 \right) \quad (16)$$

where $\langle (\hat{\delta}_a)^k \rangle = \frac{\int_0^{\infty} I_\lambda(a=0) (\hat{\delta}_a)^k d\lambda}{\int_0^{\infty} I_\lambda(a=0) d\lambda}$

where the weighted terms, $\langle \hat{\delta}_a \rangle^k$, are dependent on air mass, as shown in the next section.

In a first approximation, we can neglect the second term on the right of eqn (16), use the extraterrestrial spectrum instead of $I_\lambda(a=0)$ and define a mean AOD:

$$\bar{\delta}_a = \int_0^\infty I_{0\lambda} \delta_a(\lambda) d\lambda / \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda \quad (17)$$

which is independent of air mass. If we also assume that $\delta_a(\lambda) = \beta\lambda^{-1}$, then the corresponding wavelength is of course equal to $\beta/\bar{\delta}_a$. We found (from spectral simulations and numerical integration of eqn (17)) values ranging from 0.69 to 0.72 [μm] for δ_{a5} ranging from 0 to 0.5. This finding, with all the approximations it involves, is in excellent agreement Fig. 1 above for different aerosol models and further confirmed by a comparison of $\delta_{a\lambda}$ and Δ_a in Fig. 2. It is also interesting to note that 0.72 [μm] corresponds to the median of the extraterrestrial spectrum, λ_M , defined from:

$$\int_0^{\lambda_M} I_{0\lambda} d\lambda = \int_{\lambda_M}^\infty I_{0\lambda} d\lambda = \frac{1}{2} \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda.$$

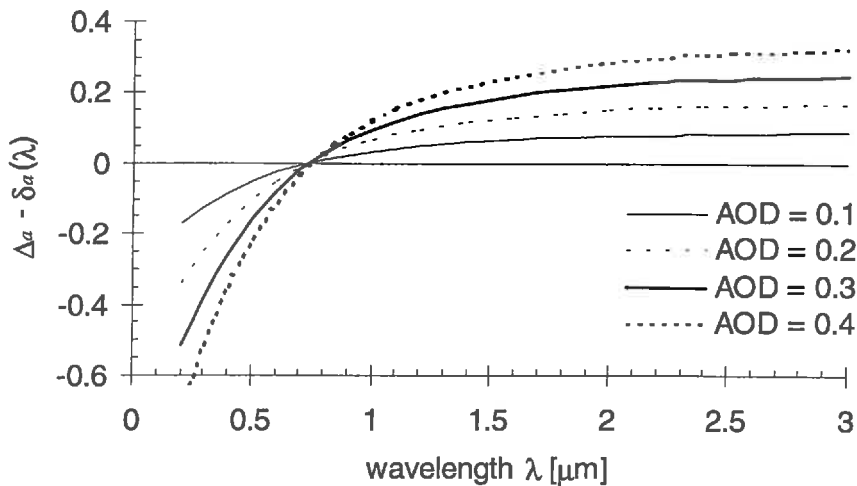


Figure 2 : Difference between panchromatic and monochromatic aerosol optical depth (AOD) versus wavelength for different values of AOD (at 0.7 [μm]). Shettle & Fenn rural aerosol mixture (RH < 50%). Air mass = 2.

These results should give a clear answer to the question raised by different authors⁸ and refs. therein in trying to relate Δ_a to δ_{a55} . Based on previous evidence, Stothers⁸ admits the relation $\delta_{a55} = k\Delta_a$, and decides on a constant value of $k = 1.6$ for a post volcanic aerosol (for which $\delta_{a\lambda} \equiv \beta\lambda^{-1}$). He also notes that $(0.55/0.9)^{-1} = 1.6$, i.e. this value of k agrees with Volz⁷ that the key wavelength at which $\delta_{a\lambda} = \Delta_a$ is given by: $\int_0^\infty I_{0\lambda} \lambda d\lambda / \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda \equiv 0.9$ [μm]. If we take the median of the solar spectrum instead of the mean, i.e. 0.7 instead of 0.9 [μm], then Stothers should have used $k = (0.55/0.7)^{-1} = 1.3$. Incidentally, the only simultaneous measurements of monochromatic and panchromatic AODs to which Stothers had access, yielded a value of $k = 1.4$. Thus it is our feeling that the volcanic AODs at 0.55 [μm] which Stothers derives from pyrheliometric data are overestimated by about 20 %.

3. Simulated Panchromatic Optical Depths

Two radiative transfer codes were used to generate spectral direct solar irradiance attenuated by different atmospheric conditions^{25, 26}. All simulations were made with the US 1976 standard atmosphere at sea level, with a default stratospheric ozone content of 0.343 [atm-cm]. The first step in the aim of retrieving Δ_a from the measurement of panchromatic direct solar irradiance and eqn (2), was to find analytical fits for Δ_{CDA} and Δ_w from numerically integrated spectral simulations made with MODTRAN²⁵:

$$\Delta_{CDA} = -0.101 + 0.235m_R^{-0.16} \quad (18a)$$

$$\Delta_w = 0.112m_R^{-0.55}w^{0.34} \quad (18b)$$

where w is the precipitable water content in [cm]. The precision of these fits is generally better than 1 % when compared to the simulations in the range: $1 < m_R < 6$ and $0 < w < 5$ [cm]. If the local pressure P is different from $P_0 = 1013.25$ [hPa], then Δ_{CDA} can be modeled to a very good approximation by simply multiplying m_R by P/P_0 whenever this term is concerned. The influence of seasonal variations in the stratospheric ozone content on Δ_{CDA} and altitude variations on Δ_w are deemed negligible in the present application.

The atmospheric water vapor content was then fixed at 1.42 [cm] and the spectral codes were run for different aerosol models in order to evaluate the dependence of Δ_a on different parameters. The simulations gave an excellent agreement with eqn (16), showing that the key wavelength increases linearly with both air mass and aerosol loading, see Fig. 3.

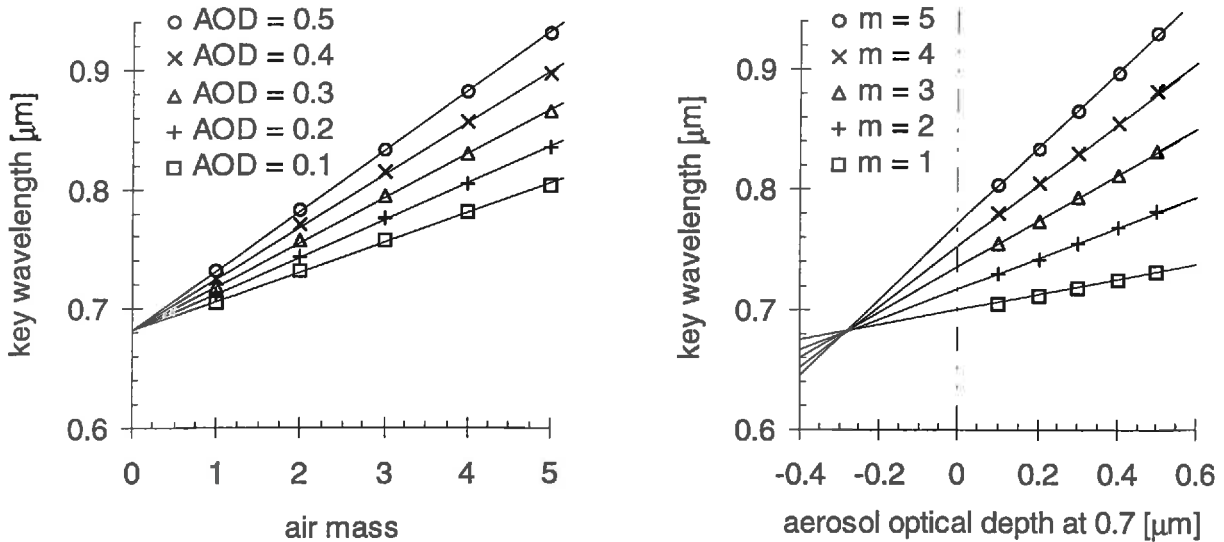


Figure 3 : Key wavelength versus air mass and aerosol optical depth (AOD) at 0.7 [μm] for the S&F rural aerosol mixture. The points are simulated with MODTRAN, the lines correspond to eqn (19a) with the coefficients of Table 2 for the rural aerosol mixture.

Since Δ_a is proportional to δ_{a7} , a linear increase of λ^* as a function of Δ_a can also be expected, giving:

$$\lambda^* = \lambda_0 + [B + C\delta_{a7}]m_R \quad (19a)$$

$$\lambda^* = \lambda_0' + [B' + C' \Delta_a] m_R \quad (19b)$$

for which the best fitting coefficients are given in Table 2 for some standard aerosol models. Additional fits for an arbitrary Ångström wavelength exponent are given in the appendix. Eqn (19a) can be used to predict panchromatic direct solar irradiance from sunphotometer data whereas eqn (19b) was used in to predict monochromatic AODs from pyr heliometric data, which are compared to independent sunphotometer AOD retrievals in the next section.

Table 2 : Coefficients of eqn(19) for several aerosol models, coefficient of determination (R^2) and standard deviation (SD) on the value of λ^* estimated from eqn (19).

Aerosol model	λ_0 [μm]	B [μm]	C [μm]	R^2 [-]	SD [μm]	λ_0' [μm]	B' [μm]	C' [μm]	R^2 [-]	SD [μm]	error ⁽¹⁾ [%]	error ⁽²⁾ [-]
Sh.&Fenn ¹⁴ (RH<50%)												
rural	0.695	0.0164	0.0655	0.999	0.001	0.685	0.0173	0.0942	0.997	0.004	0.7 %	0.003
urban	0.696	0.0171	0.0623	0.999	0.001	0.689	0.0179	0.0840	0.998	0.003	0.5 %	0.000
maritime	0.727	0.0174	0.0484	0.999	0.002	0.725	0.0177	0.0560	0.997	0.003	0.3 %	0.007
S.R.A. ¹⁵												
continental	0.674	0.0190	0.0390	0.991	0.005	0.673	0.0192	0.0408	0.990	0.0052	0.3 %	0.010
urban	0.684	0.0169	0.0634	0.999	0.001	0.676	0.0176	0.0828	0.990	0.0029	0.5 %	0.002
maritime	1.350	0.0076	0.1069	0.964	0.016	1.350	0.0077	0.1107	0.960	0.0163	2.7 %	0.012
Ångström ⁹ $\alpha = 1.3$	0.667	0.0173	0.0663	0.999	0.002	0.655	0.018	0.0929	0.999	0.0027	0.5 %	0.003

- (1) Relative error in the aerosol optical depth retrieved from pyr heliometric data, calculated as per eqn (20), assuming that the error made in estimating λ^* is equal to the SD of the previous column, i.e. the standard deviation of the fit to eqn (19b).
- (2) Absolute error in the aerosol optical depth (standard deviation) retrieved from pyr heliometric data over the range $1 < m_R < 5$ and $0 < \delta_{a'} < 0.3$, calculated from simulations made by using the coefficients of the Shettle and Fenn¹⁴ urban aerosol mixture for all aerosol models (RH < 50%).

4. Estimation of Errors

The modeling errors made in estimating $\delta_a(\lambda^*)$ from Δ_a are essentially due to errors made in estimating λ^* . These can be assessed by differentiating eqn (13):

$$\frac{d\delta_a(\lambda)}{\delta_a(\lambda)} \equiv \frac{d\lambda}{\lambda} \left(\frac{y}{y + u\lambda^{-1}} - \frac{s}{1 + t\lambda^{-s}} \right) \quad (20)$$

The relative errors obtained with eqn (20) are given in the second to last column of Table 2. The uncertainty in the estimation of $\Delta_a = \delta_a(\lambda^*)$ induced by uncertainties due to a poor choice of aerosol model are mostly < 0.01 units of optical depth, as reported in the last column of Table 2. It is interesting to note that: if the actual aerosol size distribution and refractive index is that of the S.R.A. maritime aerosol model (which has a key wavelength = 1.35 [μm]), then it can still be adequately modeled by using the coefficients fitted to the urban aerosol model. This is because the AOD at 1.35 is not very different from its value at 0.7 [μm] for the S.R.A. maritime aerosol model, which is true for all the optically large aerosols of Fig. 1. Clouds, for which the AOD is quasi-

independent of wavelength over the solar spectrum²⁷, fall into this spectral category and accordingly the possible contamination by thin clouds should not be an important source of errors in the present application.

The instrumental errors made in estimating Δ_a from panchromatic data, which are due to uncertainties in the estimation of Δ_w or the measurement of I with a pyrheliometer, can be assessed from eqns (2) and (18b):

$$d\Delta_a \cong 0.037 m_R^{-0.55} w^{-0.66} dw + \frac{1}{m_R} \frac{dI}{I} \tag{21}$$

such that an uncertainty of ± 0.5 [cm] on w at air mass 2 will yield an uncertainty of approximately ± 0.01 in Δ_a . Similarly, an uncertainty of ± 2 % in the measurement of I will yield an uncertainty of ± 0.01 in Δ_a at air mass 2.

5. Experimental Data

The results presented in the next section refer to instruments collocated on the top of one of the highest buildings in the center of Geneva, Switzerland. This is a small city (pop: 340000) situated at 46.2°N, 6.1°E, altitude = 400 [m]. The climate is much influenced by the surrounding mountains and lake such that rapid weather variations are frequent in all seasons, with however long periods of cloudy weather in winter. The data represented here covers the period from Sept. 1st 1996 to May 31st 1997, totaling about 500 hours of sunshine.

Monochromatic AODs were estimated using eqn (1) and the measurement of $I_\lambda/I_{0\lambda}$ at several wavelengths with two sunphotometers: *i*) a Multi-Filter-Rotating-Shadowband-Radiometer (MFRSR)²⁸ and *ii*) a hand made instrument purchased from SolData²⁹ and mounted on an Eppley sun tracker. The MFRSR measures the global and diffuse irradiance (using an automated shadowband) in a couple of wavebands, from which the direct is deduced. The shadowband of the MFRSR subtends an angle of 3.3°. Both instruments have filters at 0.673 and 0.869 [μ m], from which the AOD at ~ 0.7 [μ m] was deduced using a spectrally local Ångström relation, see § 2.

On-line Langley calibration of the sunphotometers were carried out from the data itself with the 0.869 [μ m] selected as the most reliable³⁰. No statistically significant trend could be deduced for the SolData instrument whereas the calibration constants of the MFRSR showed a severe decrease over the 9 month period considered here, as illustrated in Fig. 4.

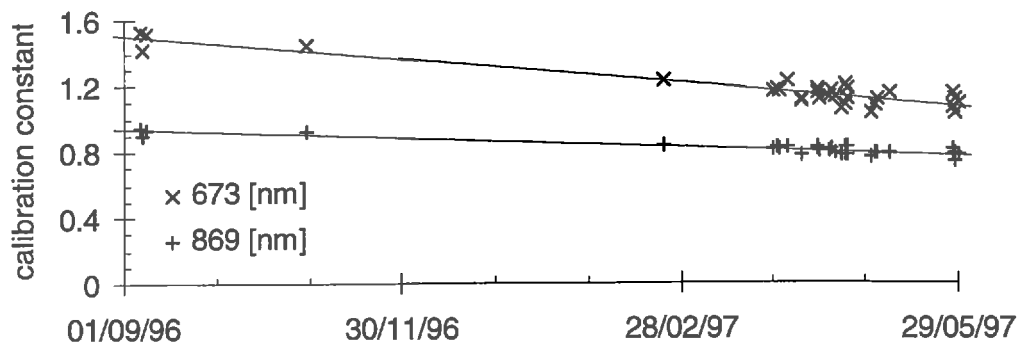


Figure 4 : Drift in the calibration constants (arbitrary units) derived from 30 Langley plots for two of the MFRSR channels. The least-squares linear fits represent the “linear” calibration values which were used for most of the experimental analysis, see Table 3.

It should be noted that Geneva's rapidly varying urban climate is not favorable to Langley calibration. The MFRSR 0.937 [μm] band was calibrated using the modified Langley-plot technique³¹, showing a similar behavior to Fig. 4, with a high dispersion due to unstable humidity conditions.

All data considered here are an average of six instantaneous values measured every 10 seconds, such that one value is recorded per minute. Only the data for which the sun was higher than 10° above the horizon and the direct irradiance was $> 100 \text{ [W/m}^2\text{]}$ are considered here. An independent automatic quality control test was applied to the pyrheliometric data, based on simultaneous measurements of the global and diffuse panchromatic irradiance³². Since the monochromatic and panchromatic data were not collected at exactly the same instant (up to 1 min. difference), a reduction was necessary in order to eliminate errors due to rapidly changing weather conditions. Three time intervals were selected for this purpose (4, 10 and 30 min.), from which only one measurement was kept (corresponding to the interval's mid-point). The whole period was discarded if the weather conditions were considered unstable. The criteria for stable conditions was that the Linke turbidity coefficient⁵ estimated from pyrheliometric data (see the definition of T_L in the list of symbols), did not vary by more than 0.5 units over a given interval. No specific selection was carried out to eliminate any thin clouds which could be perturbing the data.

6. Experimental Results

Table 3 shows comparisons between the AOD predicted from pyrheliometric and MFRSR data for a variety of situations *i*) different methods used to calibrate the MFRSR, *ii*) different assumed prediction coefficients (or aerosol models), *iii*) different estimates of the atmospheric water vapor content and *iv*) different time intervals over which the weather conditions were judged to be stable. Results obtained with the SolData instrument are not presented in Table 3 because this instrument yielded unreliable results over the morning periods (dew problems) and the dispersion was generally large even in the afternoon.

Errors associated with the calibration of the MFRSR sunphotometer appear to be the determining factor influencing the precision of the results. Assuming a linear decrease as illustrated in Fig. 4 instead of a constant average value brings a spectacular improvement (rows 1, 2 of Table 3). The differences between the AODs derived from the MFRSR and the pyrheliometer show striking similarities to the differences between the AODs derived from the MFRSR and Soldata sunphotometer, Fig. 5. This is a convincing illustration that the calibration constants of the MFRSR showed a sporadic behavior which cannot be wholly reproduced by the linear decrease of Fig. 4. This was confirmed by the fact that the errors of Fig. 5 are mostly proportional to $1/m_R$ (not illustrated). This is typical of calibration errors, since $d\delta_{a\lambda} \cong \frac{1}{m_R} \frac{dI_{0\lambda}}{I_{0\lambda}}$, as deduced from eqn (1). An

adjustment of the MFRSR calibration constants was therefore attempted by linear fitting over short time periods (approx. 10 days) to the average errors between the two sunphotometers for the 4 months illustrated in Fig. 5 (the other months were characterized by comparatively much smaller errors). Only the afternoon values were considered in order to avoid dew problems. A small but significant improvement was achieved with this adjustment (rows 2, 3 and 14, 15 of Table 3).

The choice of aerosol model has only a small influence on the errors obtained here (rows 2, 4-6 of Table 3). The maritime aerosol model yields the largest errors in this continental, urban site. Assuming a Junge size distribution with $\alpha = 1.6$ (which corresponds to an average value deduced over the range 0.5-0.869 [μm]) gave similar results to those obtained with an urban aerosol model, slightly better than those obtained with rural aerosols (rows 2, 4, 6). Assuming the key wavelength takes a fixed value of 0.7 [μm] yield results which are only slightly worse than those obtained with

eqn (19). A fixed value of 0.9 [μm], as suggested by^{7,8}, is clearly inappropriate for this data set (rows 7, 8 of Table 3).

Table 3 : Comparisons between the aerosol optical depth at ~ 0.7 [μm] estimated from panchromatic and spectral (MFRSR) data over a 9 month period.

	aerosol model ⁽¹⁾	inter-val ⁽²⁾	calibra-tion ⁽³⁾	water vapor ⁽⁴⁾	no. of points	average AOD ⁽⁵⁾	MBD ⁽⁶⁾	RMSD ⁽⁶⁾	SD ⁽⁶⁾
1	urban	10	const.	937	3757	0.144	-0.004	0.040	0.040
2	urban	10	linear	937	3757	0.118	0.010	0.020	0.017
3	urban	10	adjust	937	3757	0.124	0.004	0.014	0.013
4	rural	10	linear	937	3757	0.118	0.010	0.020	0.017
5	maritime	10	linear	937	3757	0.118	0.014	0.023	0.017
6	$\alpha = 1.6$	10	linear	937	3757	0.118	0.002	0.018	0.018
7	$\lambda = 0.7$	10	linear	937	3757	0.118	-0.002	0.024	0.024
8	$\lambda = 0.9$	10	linear	937	3757	0.118	0.033	0.040	0.024
9	urban	10	linear	meteo	3757	0.118	0.002	0.019	0.018
10	urban	10	linear	0.5 cm	3757	0.118	0.018	0.028	0.021
11	urban	10	linear	1.0 cm	3757	0.118	0.002	0.021	0.021
12	urban	10	linear	1.5 cm	3757	0.118	-0.009	0.022	0.020
13	urban	4	linear	937	11218	0.140	0.008	0.040	0.039
14	urban	30	linear	937	996	0.107	0.010	0.019	0.016
15	urban	30	adjust	937	996	0.112	0.004	0.013	0.012

- 1) The urban, rural and maritime are those of Shettle and Fenn (RH < 50%, see Table 1) modeled as per eqn (19b) with the coefficients of Table 2. $\lambda = 0.7$ or 0.9 means the wavelength at which spectral and panchromatic AODs are equal is assumed to remain constant = 0.7 or 0.9 [μm]. The vale of $\alpha = 1.6$ corresponds to the average value deduced of the Ångström wavelength exponent from the spectral data and was modeled as per eqn (19b) with the coefficients of Appendix 1.
- (2) Time interval in minutes between each data point, see text.
- (3) Calibration of the MFRSR sunphotometer : *i*) "const." means the Langley calibration constants were averaged and assumed to remain unchanged over the period of measurements, *ii*) "linear" means the calibration constants obtained from Langley analysis were fitted to a linear decrease over the period of measurements as in Fig. 4 and *iii*) "adjust", means the Langley calibration constants were adjusted according to the comparisons made with another sunphotometer, see text.
- (4) The columnar precipitable water vapor content was estimated from either *i*) "937" : extinction in the 0.937 [μm] band compared to that in the 0.869 [μm] band or *ii*) "meteo" : from ground based ambient temperature and relative humidity and *iii*) assuming the precipitable water vapor content remained constant over the 9 month period.
- (5) Average aerosol optical depth estimated from the spectral data at a wavelength of 0.7 [μm].
- (6) Mean Bias, Root Mean Square Difference and Standard Deviation between the AOD at the key wavelength, ~ 0.7 [μm], estimated from panchromatic data ($\delta_{a\lambda'}$) and spectral data ($\delta_{a\lambda}$) :

$$\text{MBD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\delta_{a\lambda_i'} - \delta_{a\lambda_i}), \text{RMSD} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\delta_{a\lambda_i'} - \delta_{a\lambda_i})^2}{n-2}}, \text{SD} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\delta_{a\lambda_i'} - \delta_{a\lambda_i})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n (\delta_{a\lambda_i'} - \delta_{a\lambda_i})\right)^2}{n}}{n-2}}$$

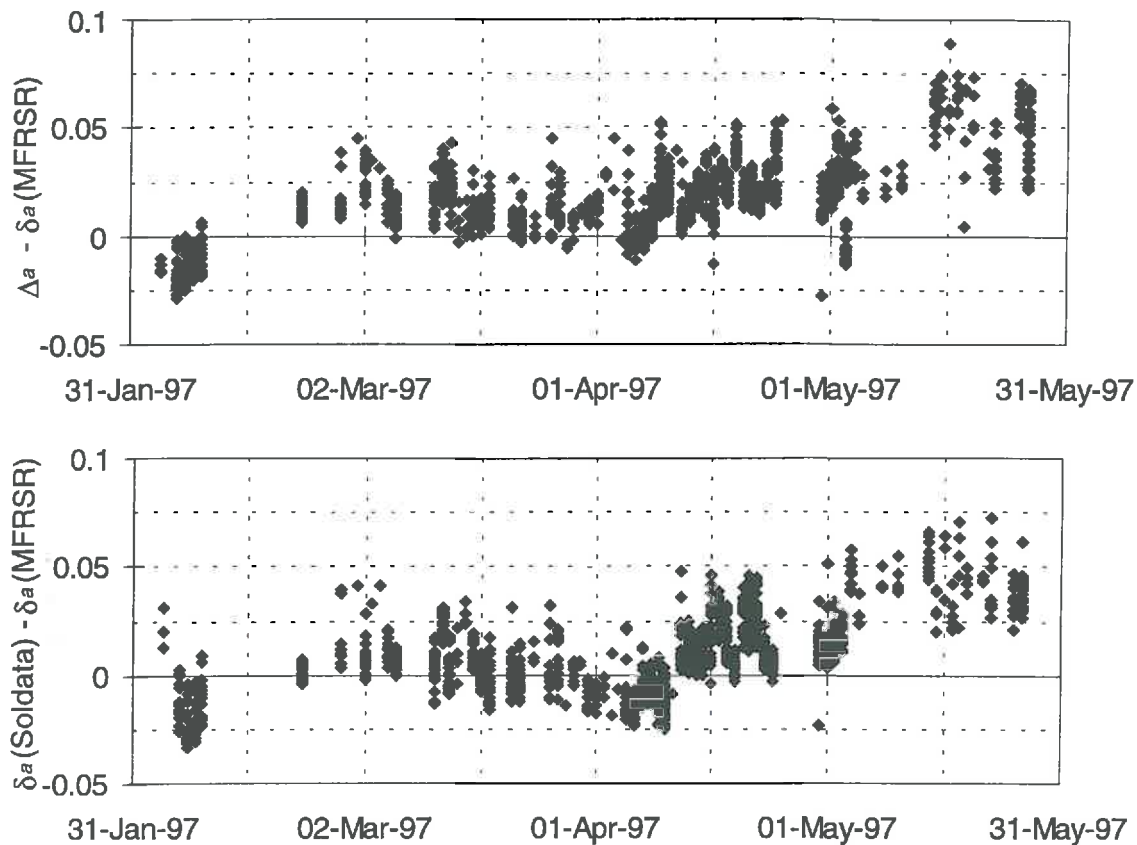


Figure 5 : Top graph : difference between the AOD derived from pyrhelimetric data (Δ_a) and MFRSR data. Bottom graph : difference between the AOD derived from the SolData and the MFRSR. Afternoon 10 min. time interval. Feb. to May 1997. The MFRSR AODs are calculated using the “linear” calibration constants, see text.

Using a value of w deduced from ground based temperature and humidity measurements³³ yields only a slightly larger dispersion than if water vapor is estimated from the 0.937 [μm] band (rows 2, 9 of Table 3). Variations in atmospheric water vapor content do not appear to have much influence on the dispersion of the results, although an error of 0.5 [cm] on the average value will yield a bias of over 0.01 on the AOD retrieved from panchromatic data (rows 10 to12).

The best results are obtained with the 30 minute time interval (during which the conditions were judged to remain stable. The results for this sampling period and line 15 of Table 3 (c.f. Fig. 6) show that the precision with which the AOD can be derived from pyrhelimetric data is surprisingly good. This is especially relevant if we take into account the fact that the calibration constants of the MFRSR instrument proved to be highly unstable (Figs. 4 and 5 above). Eqn (19a) was also used to estimate panchromatic irradiance from the AOD at 0.7 [μm]. The comparison of modeled and measured pyrhelimetric irradiance is illustrated in Fig. 7, for the same data as Fig. 6.

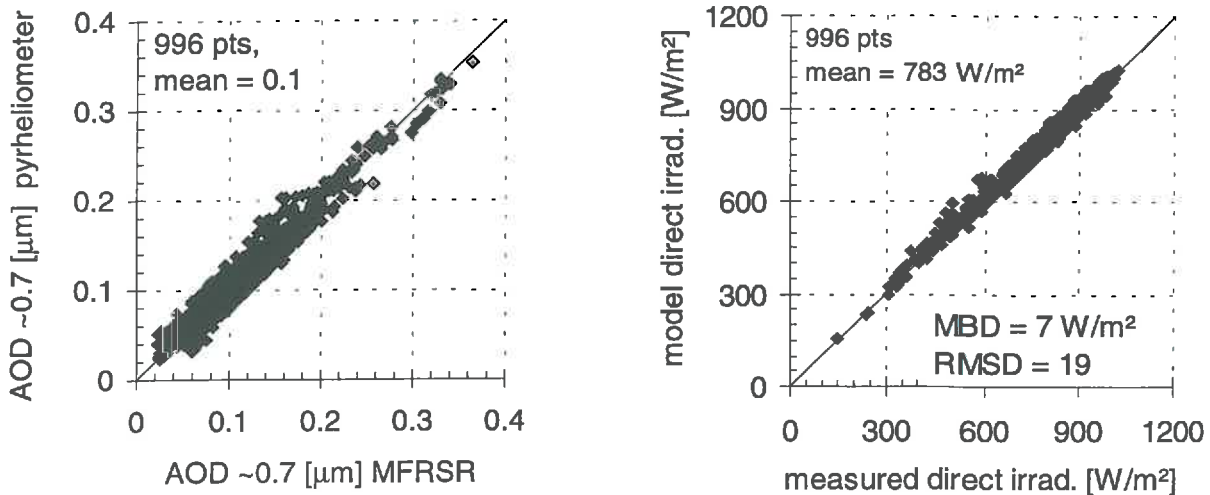


Figure 6 (left): Comparison between the AODs derived from pyr heliometric and MFRSR data at the key wavelength ~ 0.7 $[\mu\text{m}]$ for instantaneous data selected every 30 min. in stable weather conditions covering a 9 month period. Figure 7 (right): Comparison between the panchromatic direct irradiance estimated from monochromatic AOD at 0.7 $[\mu\text{m}]$ retrieved from MFRSR data and measured with an Eppley pyr heliometer, for the same data as Fig. 6.

7. Conclusions

It is possible to estimate the aerosol optical depth (AOD) at a wavelength of approximately 0.7 $[\mu\text{m}]$ from the measurement of pyr heliometric direct solar irradiance. The precision achieved is close to ± 0.01 in units of monochromatic AOD at ~ 0.7 $[\mu\text{m}]$. This precision is only slightly altered if the actual aerosol characteristics are even radically different from the necessary *a priori* assumption (e.g. maritime instead of continental). We believe this is an important finding for users of solar sunphotometer data because of two key advantages which are inherent to pyr heliometers : *i*) such data has been currently collected in meteorological stations for years and *ii*) the calibration of a pyr heliometer is straightforward and subject only to small variations, often $< 1\%$ over years, whereas sunphotometers are difficult to calibrate and often drift significantly by more than 1% over relatively short periods (as evidenced by the apparent drift of the MFRSR instrument).

These promising results were obtained despite the fact that the measurements were collected in an urban site with a climate subject to rapid variations. This seems chiefly due to the fact that the wavelength at which panchromatic and monochromatic AODs are equal is a quasi-constant (~ 0.7 $[\mu\text{m}]$), only slightly dependent on the aerosol optical characteristics and air mass. In contrast an error of ± 0.5 [cm] in the estimation of atmospheric water vapor content was shown to induce a bias of approximately ± 0.01 in the AOD retrieved from panchromatic data, for the conditions of this study. The analytical relations developed here can also be used to estimate panchromatic direct solar irradiance from monochromatic AOD with a degree of precision which is close to that of a standard pyr heliometer.

List of acronyms

AOD	Aerosol Optical Depth (monochromatic or panchromatic, as specified)
CDA	Clean Dry Atmosphere
LND	Log Normal (size) Distribution
MFRSR	Multi Filter Rotating Shadowband Radiometer
PSD	Particle Size Distribution

List of symbols in their order of appearance

λ	wavelength in [μm]
$\delta_a(\lambda)$	monochromatic AOD at wavelength λ [-]
$I_{0\lambda}, I_\lambda$	extraterrestrial and attenuated (i.e. arriving at the earth's surface) monochromatic direct solar irradiance [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
I_0, I	extraterrestrial and attenuated panchromatic (0 to 4 [μm]) direct solar irradiance [Wm^{-2}]
m_R, m_a, m_w	relative optical mass, i.e. ratio of slanted to vertical path length for attenuation due to <u>R</u> ayleigh scattering, <u>a</u> erosol extinction and <u>w</u> ater vapor absorption [-]
$\delta_{\text{CDA}\lambda}, \delta_{w\lambda}, \delta_{a\lambda}$	Clean Dry Atmosphere, water vapor and aerosol monochromatic optical depths [-]
$\Delta_{\text{CDA}}, \Delta_w, \Delta_a$	panchromatic analogues of the above [-]
T_L	Linke turbidity factor defined from : $I = I_0 \exp[-m_R(\Delta_{\text{CDA}}T_L)]$, represents the number of CDAs necessary to produce the actual attenuation [-]
w	precipitable water vapor in a vertical column above the altitude being considered [cm]
N	aerosol number density, i.e. total number of [aerosols per unit volume]
r	particle radius [μm]
$n(r)$	differential number density, [particles per unit volume per μm], eqn (5)
$f(r)$	relative size distribution, [particles per μm], see eqn (5)
v	Junge size parameter defined as per eqn (6) [-]
r_n, σ	geometric mean radius [cm] and geometric standard deviation [-] of a LND
z	altitude above sea level [m]
$N(z)$	number of [particles per unit volume] at altitude z
$f(r, z)$	relative PSD at altitude z in [particles per μm]
$\bar{f}(r)$	average relative PSD weighted over the vertical column [particles per μm]
N_{col}	differential abundance or number of [particles per unit surface] in a vertical column
Q_{ext}	Mie extinction efficiency [-]
x	Mie size parameter $x = 2\pi r/\lambda$ [-]
m	particulate refractive index [-]
\bar{m}	representative refractive index for the total aerosol loading [-]
$\gamma_a(\lambda, z)$	particulate volume extinction coefficient for wavelength λ at altitude z [m^{-1} or equivalent]
$\delta_a(\lambda)$	monochromatic AOD at wavelength λ , same as $\delta_{a\lambda}$ [-]
α	Ångström wavelength exponent [-]
β	Ångström turbidity factor [μm^α]
s, t, u, y	constants used in eqn (13) [various units]
RH	relative humidity in [%]

r_{eff}	effective radius defined in ²³ [μm]
A	constant which is directly proportional to N_{col} . [-]
$\hat{\delta}_a(\lambda)$	normalized or relative monochromatic AOD, see eqn (14) [-]
λ^*	“key wavelength” at which $\delta_a(\lambda) = \Delta_a$ and $\hat{\delta}_a(\lambda) = \hat{\Delta}_a$ [μm]
I or $I_\lambda(a=0)$	fictitious direct solar panchromatic or monochromatic solar radiation which would arrive at the earth’s surface if the atmosphere was free of aerosols, [Wm^{-2}] or [$\text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1}$]
$\langle (\hat{\delta}_a)^k \rangle$	normalized panchromatic AOD, weighted by solar irradiance having traversed an aerosol-free atmosphere, see eqn (16) [-]
$\delta_{a5}, \delta_{a55}, \delta_{a7}$	monochromatic AOD at 0.5, 0.55, 0.7 [μm]
$\bar{\delta}_a$	mean AOD over the solar spectrum [-]
B, C, B', C'	constants used in eqn (19) [various units]
λ_0, λ_0'	constant wavelength [μm]

Acknowledgments

We are grateful to the Ernst and Lucy Schmidheiny Foundation and the University of Geneva for their sponsorship.

Appendix 1 : Estimation of the key wavelength for an arbitrary value of the Ångström wavelength exponent

This appendix gives various fits to eqn (19) for an Ångström relation, i.e. assuming $\delta_a(\lambda) = \beta\lambda^{-\alpha}$. The coefficients $\lambda_0, A, B, \lambda_0', A'$ and B' of eqn (19) were found to have a nearly linear dependence on α , which was best reproduced by :

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0.723 - 0.0428\alpha, A = 0.0179 - 0.000446\alpha, B = 0.0539 + 0.00952\alpha \\ \lambda_0' &= 0.721 - 0.0511\alpha, A' = 0.0182, B' = 0.0523 + 0.0358\alpha \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

These relations can be used to calculate monochromatic from panchromatic AOD and vice versa via eqn (19), for an arbitrary wavelength exponent. The simulations were carried out for $0 < \alpha < 2.5$ and the uncertainty on the value of λ^* calculated within this range are comparable to those presented in Table 2 for several other aerosol models.

References

1. E. G. Dutton, P. Reddy, S. Ryan and J. J. DeLuisi, “Features and effects of aerosol optical depth observed at Mauna Loa, Hawaii: 1982-1992,” *J. of Geophys. Res.*, **99**(D4), 8295-8306 (1994).
2. R. J. Charlson, S. E. Schwartz, J. M. Hales R. D. Cess, J. A. Coackley Jr, J. E. Hansen and D. J. Hofman, “Climate forcing by anthropogenic aerosols,” *Science*, **255**, 423-430, (1992).
3. T. Takamura, Y. Sasano and T. Hayasaka, “Tropospheric aerosol properties derived from Lidar, sunphotometer and optical particle counter measurements,” *Applied Optics* **33**(30), 7132-7140, (1994)
4. D. Tanré, M. Herman and Y. J. Kaufman, “Information on aerosol size distribution contained in solar reflected spectral radiances,” *J. of Geophys. Research*, **101**(D14), 19,043-19,060, (1996).
5. F. Linke, “Transmissions-koeffizient und trübungs-faktor,” *Beitr. Phys. fr. Atmos.* **10**, 91-103, (1922).

6. M. M. Unsworth and J. L. Monteith, "Aerosol and solar radiation in Britain," *Q. J. R. Meteor. Soc.* **98**: 778-797, (1972).
7. F. E. Volz, "Atmospheric turbidity after the Agung eruption of 1963 and size distribution of the volcanic aerosol," *J Geophys. Res.* **75**(27), 5185-5193, (1970).
8. R. B. Stothers, "Major optical depth perturbations to the stratosphere from volcanic eruptions: Pyrheliometric period, 1881-1960," *J Geophys. Res.* **101**(D2), 3901-3920, (1996).
9. J. C. Grenier, A. DeLaCasiniere and T. Cabot, "A spectral model of Linke's turbidity factor and its experimental implications," *Solar Energy* **52**(4), 303-314 (1994).
10. C. Gueymard, "Turbidity determination from broadband irradiance measurements : a detailed multi-coefficient approach," Rep. FSEC-PF-311-96, Florida solar Energy Center, Cape Canaveral, Florida 32920, U.S.A., (1996).
11. J. P. Blanchet, "Application of the Chandrasekhar mean to aerosol optical parameters," *Atm. Ocean*, **20**(3), 189-206, (1982).
12. B. Molineaux and P. Ineichen, "On the broad band transmittance of direct solar radiation in a cloudless sky and its Application to the Parameterization of Atmospheric Turbidity," *Solar Energy*, **56**(6), 553-563, (1996).
13. C. E. Junge, *Air chemistry and radioactivity* (Academic, New York, 1963).
14. E. P. Shettle and R. W. Fenn, "Models for the aerosols of the lower atmosphere and the effect of humidity variations on their optical properties," Rep. AFGL-TR-79-0214 (Air Force Geophysics Lab., Hanscom AFB. 1979)
15. "IAMAP, A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation," Rep. WCP-112, WMO/TD-24 (World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 1986).
16. H. C. Van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles*, (Dover, New York, 470pp, 1957).
17. A. K. Ångström, "On the atmospheric transmission of sun radiation and on dust in the air," *Geogr. Ann.*, **11**, 156-166, (1929).
18. C. Tomasi, E. Caroli and V. Vizale, "Study of the relationship between Ångström's wavelength exponent and Junge particle size distribution exponent," *J. Climate Applied Meteor.*, **22**(10), 1707-1716, (1983).
19. K. S. Shifrin, "Simple relationships for the Ångström parameter of disperse systems," *Applied Optics*, **34**(21), 4480-4485, (1995).
20. N. O'Neill and A. Royer, Extraction of bimodal aerosol-size distribution radii from spectral and angular slope (Ångström) coefficients, *Applied Optics*, **32**(9), 1642-1645, (1993).
21. B. Evans, Adaptation of Mie Code IPHASE, Defense Research Establishment, Val Caltier, Québec, Canada, (1993).
22. Russel, P. R., J. M. Livingston, R. F. Pueschel, J. J. Bauman, J. B. Pollack, S. L. Brooks, P. Hamil, L. W. Thomason, L. L. Stowe, T. Deshler, E. G. Dutton, and R. W. Bergstrom, Global to microscale evolution of the Pinatubo aerosol derived from diverse measurements and analyses, *J. of Geophys. Res.*, **101**(D), 18,745-18,763, 1996.
23. J. E. Hansen and L. D. Travis, "Light scattering in planetary atmospheres," *Space Sci. Rev.* **16**, 527-610 (1974).
24. M. R. Spiegel, *Theory and problems of advanced calculus*, McGraw-Hill, New York, (1973).
25. MODTRAN 3 for Windows v1.0, 7/96 "Moderate spectral resolution transmission and radiance software," (Ontar Corporation, 9 Village Way, North Andover, MA 01845 USA, 1996)
26. C. Gueymard, "SMARTS2, A simple model of the atmospheric radiative transfer of sunshine: algorithms and performance assessment," Rep. FSEC-PF-270-95 (Florida Solar Energy Center, Cape Canaveral, Florida 32920, USA, 1995).
27. D. Deirmendjian, *Electromagnetic Scattering on spherical Polydispersions*, (American Elsevier, New York, 290 pp. 1969).

28. L. Harrison, J. Michalsky and J. Berndt, "Automated multifilter shadow-band radiometer: an instrument for optical depth and radiation measurements," *Applied Optics*, **33**(22), 5118-5125, (1994).
29. F. Bason, SolData instruments, Linabakken 13, DK-8600 Silkeborg, Denmark, (1995).
30. B. W. Forgan, "General method for calibrating sunphotometers," *Applied Optics*, **33**(21), 4841-4850 (1994).
31. J. A. Reagan, K. J. Thome and B. M. Herman, "A simple instrument for measuring columnar water vapor via Near-IR differential solar transmission measurements," *IEEE Tr. Geoscience Rem. Sensing*, **30**(4), 825-831 (1992).
32. International Commission on Illumination, *Guide to recommended practice of daylight measurement*, CIE 108-1994, 53p, CIE Central Bureau, Kegelgasse 27, A-1030 Vienna, Austria, (1994).
33. J. Wright, R. Perez and J. Michalsky, "Luminous efficacy of direct irradiance: variations with insolation and moisture conditions," *Solar Energy* **42**, 387-394 (1989).

Bibliographie

Les ouvrages ci-dessous sont surtout des ouvrages généraux, référencés dans les chapitres I à III et dans l'annexe A. Une bibliographie plus détaillée et spécifique à chaque article est donnée dans les annexes B à G.

ASHRAE Fundamentals Handbook, American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, Inc., 1791 Tullie Circle, NE Atlanta, GA 3032, 1989.

Bird RE and Riordan C, Simple solar spectral model for direct and diffuse irradiance on horizontal and tilted plans at the earth's surface for cloudless atmospheres, *J Climate Appl. Meteor.*, 25, 87-97, 1986.

Boas M. *Mathematical methods in the physical sciences*, John Wiley New York, 793pp, 2nd ed. 1983.

Bohren CF and Huffman RH, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley & Sons, New York, 530pp, 1983.

Bohren CF, Multiple scattering of light and some of its observable consequences, *J of Physics*, 55(6), 524-533, 1987.

Born M et Wolf E, *Principles of Optics*, Pergamon Press, London, 800pp, 1959.

Brine DT and Iqbal M, Solar spectral diffuse irradiance under cloudless skies, *Sol. Energy*, 30, 447-453, 1983.

Bruegge CJ, Conel JE, Green RO, Margolis JS, Holm RG and Toon G, Water vapor abundance retrievals during FIFE, *J Geophys. Res.*, 97, 18,759-18,768, 1992.

CIE publication N° 18.2 (TC-1.2), The basis of physical photometry, 1983.

Chandrasekhar S, *Radiative Transfer*, Oxford, Clarendon Press, 1950. Reprinted by Dover Publications, N.Y., Inc., 1960.

Dutton GE, Reddy P, Ryan S and DeLuisi JJ, Features and effects of aerosol optical depth observed at Mauna Loa, Hawaii: 1982-199, *J. of Geophys. Res.*, 99(D4), 8295-8306, 1994.

Feynman RP, Leighton et Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, California Institute of Technology, 5 volumes, 1963-1965. Traduit en Français, InterEditions, Paris, 1979.

Goody RM and Yung YL, *Atmospheric Radiation*, Oxford Univ. Press, 519p, 2nd ed., 1989.

Gueymard C, Analysis of monthly average atmospheric precipitable water vapor and turbidity in Canada and Northern United States, *Solar Energy* 53(1), 57-71, 1994.

Gueymard C, "Turbidity determination from broadband irradiance measurements : a detailed multi-coefficient approach," Rep. FSEC-PF-311-96 (Florida solar Energy Center, Cape Canaveral, Florida 32920, U.S.A. 1996).

- Hansen JE, Lacis A, Ruedy R, Sato M and Wilson H, How sensitive is the world's climate ?, *Research & Exploration*, 9(2), 143-15, 1993.
- Hansen JE and Travis AD, Light scattering in planetary atmospheres, *Space Sci. Rev.* **16**, 527-610, 1974.
- Harshvardhan and MD King, Comparative accuracy of diffuse radiative properties computed using selected multiple scattering approximations, *J of the Atmospheric Sci.*, 50(2), 247-259, 1993.
- Hobbs PV (Ed.) *Aerosol cloud climate interactions*, Academic Press, San Diego, 233p, 1993.
- Horvath H, Estimation of the average visibility in central Europe, *Atmospheric Environment*, 29(2), 241-246, 1995.
- Houghton JT, *The physics of Atmospheres*, Cambridge University press, London, 190p, 1977.
- IAMAP, A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation," Rep. WCP-112, WMO/TD-24 (World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 1986).
- Iqbal, M, *An Introduction to Solar Radiation*, Academic Press, Toronto, 390pp, 1983.
- Jennings SJ, Ed., *Aerosol effects on climate*, University of Arizona Press, 304pp, 1993.
- Justus CG and Paris MV, A model for solar spectral irradiance and radiance at the bottom and top of a cloudless atmosphere, *J Climate Appl. Meteor.* , 14, 193-205, 1985.
- Kasten F, A new table and approximation formula for the relative optical air mass, *Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimatol.*, 206-223, 1965.
- Kasten F and Young T, Revised optical air mass tables and approximation formula, *Applied Optics*, V28(22), 4735-4738, 1989.
- King R and Buckius RO, Direct solar transmittance for a clear sky. *Solar Energy* **22**, pp. 297-301, 1979.
- King MD and Harshvardan, Comparative accuracy of selected multiple scattering approximations, *J Atmospheric Sci.*, 43(8), 784-801, 1986.
- Kondratyev KY, *Radiation in the Atmosphere*, Academic Press new York, 912pp, 1969.
- Langner J, Rodhe H, Crutzen PJ and Zimmermann P, Anthropogenic influence on the distribution of tropospheric sulphate aerosol, *Nature*, 359, 712-716, 1992.
- Lenoble J, *Atmospheric Radiative Transfer*, Deepak, Hampton, Virginia, 531pp, 1993.
- Leckner B., The spectral distribution of solar radiation at the earth's surface - elements of a model, *Solar Energy* **20** 143-150 (1978).
- Linke F., Transmissions-Koeffizient und Trübungsfaktor, *Beitr. Phys. fr. Atmos.* **10**, 91-103, (1922).

- Liou KN, *An Introduction to Atmospheric Radiation*, International Geophysics Series V26, Academic press, San Diego, 392pp, 1980.
- Michalsky JJ, The astronomical almanac's algorithm for approximate solar position (1950-2050), *Solar Energy*, 40(3), 227-235, 1988.
- Middleton WEK, Random reflections on the history of atmospheric optics, *J Optical Soc. America*, 50(2), 97-100, 1960.
- MODTRAN, Berk BA, Bernstein LS, Robertson DC, MODTRAN: A moderate resolution model for LOWTRAN z, GL-89-0122, 1989 - PcModWin3 code available at Ontar, 9 village Way, North Andover, MA 01845 USA, 1996.
- Reagan, JA, Thome KJ and Herman BM, A simple instrument and technique for measuring columnar water vapor via NIR differential solar transmission measurements, *IEEE Geosc. Remote Sensing*, 30(4), 825-831, 1992.
- Reagan, JA, Thome KJ, Herman BM and Gall R, Water vapor measurements in the 0.94 μm absorption band, *Proceedings of IGARSS'87 Symposium*, 63-67, 1987.
- Rietan CH, Surface dew point and water vapor aloft, *J Appl. Meteor.*, 2, 776-779, 1963.
- Rosen, JM., Kjome NT, McKenzie RL and Liley JB, Decay of Mt. Pinatubo aerosol at midlatitudes in the northern and southern hemispheres, *J. of Gephys Res.*, 99(D12), 25,733-25,739, 1994.
- Sassen K, Peter T, Beiping PL, Crutzen PJ, Volcanic Bishop's ring: evidence for a sulphuric particle aureole, *Applied Optics*, 33(21), 4602-4606, 1994.
- Shettle EP and Fenn RW, Models for the aerosols of the lower atmosphere and the effect of humidity variations on their optical properties, Rep. AFGL-TR-79-0214 (Air Force Geophysics Lab., Hanscom AFB), 1979.
- Skartveit A and Olseth JA, Some simple formulas for multiple Rayleigh scattered irradiance, *Solar Energy* 41, 19-20, 1988.
- SMARTS2, Gueymard C, A simple model of the atmospheric radiative transfer of sunshine: algorithms and performance assessment. Florida Solar Energy Center, FSEC-PF-270-95., Cape Canaveral, Florida 32920, U.S.A., 1995.
- Stothers RB, Major optical depth perturbations to the stratosphere from volcanic eruptions: Pyrheliometric period, 1881-1960, *J Geophys. Res.* 101(D2), 3901-3920, 1996.
- Tabata S, A simple but accurate for the saturation vapor pressure over liquid water, *J Appl. Meteorology*, 12, 1410-1411, 1973.
- Tang IN, Wong WT, Munkelwitz HR, The relative roles of sulphates and nitrates in visibility reduction, *Atmospheric Environment*, 15(12), 2463-2471, 1981.

- Tanré D, Deroo C, Duhaut P, Herman M, Morcrette JJ, Perbos J et Deschamps PY, Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum (5S), Laboratoire d'Optique Atmosphérique Université de Lille, 59655 Villeneuve d'Ascq Cédex, France, 1986.
- Tegen I, Lacis A, Fung I, The influence on climate forcing of mineral aerosols from disturbed soils, *Nature*, 380, 419-422.
- Taylor KE, Penner JE, Response of the climate system to atmospheric aerosols and greenhouse gases, *Nature*, 369, 734-737.
- Unsworth MM, Monteith JL, Aerosol and Solar Radiation in Britain. *Q J R Meteor Soc* 98: 778-797, (1972).
- Van de Hulst HC, *Light Scattering by Small Particles*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1957. Reprinted by Dover, New York, N.Y., 470p, 1981.
- Watson JG and Chow JC, Clear sky visibility as a challenge for society, *Annu. Rev. Environ.*, 19, 241-266, 1994.
- Weintraub D and Saxena VK, Impact of nonstandard conditions on visibility measurements, in *Aerosols and Climate*, PV Hobbs and MP McCormick Eds., Deepak Publ. 1988.
- Wiscombe WJ and Grams, GW, The backscattered fraction in two-stream approximations, *J Atmos. Sci.* 33, 2440-2451, 1976.
- Wright J, Perez R and Michalsky JJ, Luminous efficacy of direct irradiance: variations with insolation and moisture conditions, *Solar Energy* 42, 387-394, 1989.
- Young AT, Air mass and refraction, *Applied Optics*, 33(6), 1108-1110, 1994.