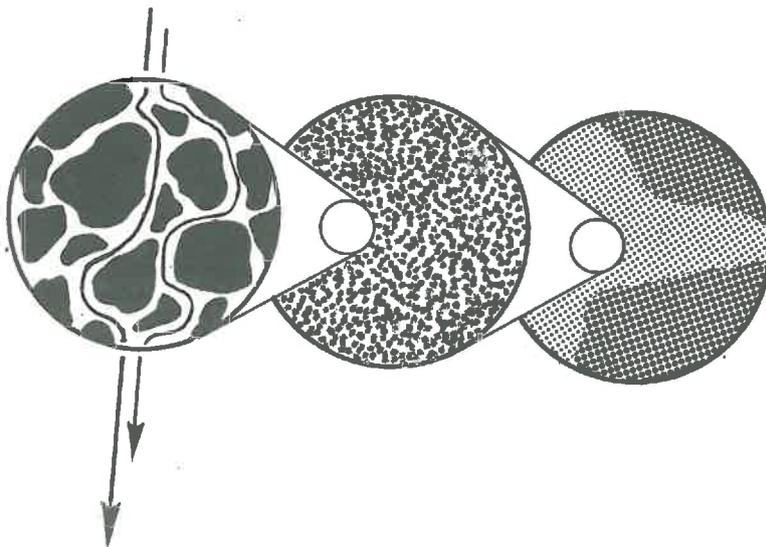


UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN
FACULTE DES SCIENCES AGRONOMIQUES
Département de Génie Rural

**HETEROGENEITE GEOMETRIQUE
DES MILIEUX POREUX NATURELS
EN RELATION AVEC LEURS PROPRIETES
HYDRODYNAMIQUES**



Olivier COGELS

Thèse de doctorat en
Sciences Agronomiques

Mai 1980

CETTE THÈSE A ÉTÉ DÉFENDUE PUBLIQUEMENT
LE 8 MAI 1980 À L'UNIVERSITÉ CATHOLI-
QUE DE LOUVAIN, À LOUVAIN - LA - NEUVE,
DEVANT LE JURY

MESSIEURS J. DEGAND (UCL), PRÉSIDENT
L. DE BACKER (UCL), PROMOTEUR
R. FRANKART (UCL)
G. GERARD (UCL)
C. LAROSSI (INAT, TUNIS)
E. PERSOONS (UCL)
L. SINE (UCL - GBX)
G. VACHAUD (GRENOBLE)

Lorsque je passe en revue les différentes étapes qui, durant ces quatre dernières années, ont mené à la présentation de cette thèse, je me souviens avec plaisir et non sans un brin d'émotion des nombreux contacts humains qui en constituent la trame.

Avant tout, je remercie mon épouse d'avoir accepté avec le sourire les diverses contraintes que je lui ai imposées.

Ma très sincère gratitude va ensuite au Professeur Louis DE BACKER, promoteur de cette thèse, mais avant tout un homme dont la préoccupation de mettre en valeur et de faire progresser ceux qui l'entourent et les qualités d'honnêteté et d'acharnement au travail ont depuis toujours suscité mon admiration et mon amitié. Après m'avoir ouvert la voie de la recherche, il n'a jamais arrêté de m'y guider en m'aidant fructueusement dans ce travail.

J'ai eu la chance de pouvoir travailler quelques années avec Chadli LAROUSSE, actuellement Professeur à l'Université de Tunis, envers qui je garde une amitié sincère. Sa lucidité scientifique et son esprit analytique ont contribué à m'ouvrir les yeux sur bien des choses.

Je voudrais remercier aussi le Docteur Georges VACHAUD, de l'Université de Grenoble, d'avoir bien voulu accepter de faire partie de mon jury et qui n'a pas manqué de faire des suggestions très pertinentes. C'est un honneur de pouvoir faire juger ma thèse par un chercheur de sa renommée. J'ai pu profiter largement de la sociabilité, du dynamisme et de la polyvalence du Professeur Etienne PERSOONS à qui je suis également très reconnaissant.

Mes vifs remerciements vont aussi aux Professeurs Léopold SINE, Guy GERARD et Raymond FRANKART, que j'ai eu le plaisir de côtoyer souvent et qui m'ont fait bénéficier de leurs compétences en consacrant une part de leur temps précieux à des discussions pour ma part passionnantes et utiles. Un très grand merci à Viviane AUTELET d'avoir valorisé ce travail grâce à une dactylographie et une mise en page magnifiques.

J'ai bénéficié aussi de l'aide et des conseils de nombreuses personnes, enseignants, chercheurs, techniciens, étudiants et autres, à qui je demande de bien vouloir m'excuser de ne pas les citer, tant la liste serait longue.

AVANT PROPOS

Les exigences actuelles du point de vue des ressources alimentaires et hydrauliques amènent l'homme à donner à des sciences relativement théoriques, comme la physique du sol, un rôle de plus en plus déterminant. L'empirisme, encore fort répandu dans le domaine de l'irrigation, du drainage et de la lutte antiérosive, cède progressivement le pas à un déterminisme quantitatif où les mathématiques, la statistique et l'informatique sont des outils de base.

Connaître et contrôler l'aptitude culturale des sols et optimiser les aménagements hydroagricoles sont les principales motivations du physicien du sol. Or, la volonté de connaître et à fortiori de contrôler les interactions entre l'eau et le sol se heurte à la complexité inhérente des milieux poreux naturels. Un rapide survol de l'histoire de la physique du sol, science jeune, permet de voir comment elle s'est attachée à décrire ce monde complexe et les phénomènes qui s'y passent à l'aide de quelques équations. On distingue principalement deux types de phénomènes : la rétention et le transfert d'eau.

Initialement, la rétention de l'eau dans les sols était envisagée uniquement sur base d'une similitude entre un milieu poreux et des tubes capillaires de différents diamètres. Le pouvoir de rétention s'explique alors par les forces de tension dans les ménisques des films d'eau entourant les grains de sol.

BRIGGS (1897) définit l'eau gravitaire, l'eau capillaire et l'eau hygroscopique. Une conception énergétique de la rétention fut introduite par BUCKINGHAM (1907) avec la définition d'un potentiel capillaire. Le potentiel total de l'eau du sol est alors une somme d'un potentiel capillaire, osmotique, gravitaire, etc.... Une continuité dans les phénomènes de rétention apparaît avec GARDNER (1920), HAINES (1927) et SCHOFIELD (1935) grâce à la notion de courbe caractéristique de rétention (soil moisture characteristic curve ou courbe de pF), reliant la teneur en eau et le potentiel capillaire.

Depuis BRIGGS and LANE (1907) et BRIGGS and SHANTZ (1912) on conserve les notions très répandues de point de flétrissement (wilting point) et de capacité au champ (field capacity) comme étant pratiquement les seuls paramètres quantitatifs caractérisant les propriétés de rétention. Les phénomènes de rétention ont également été étudiés d'un point de vue thermodynamique par EDELFSSEN and ANDERSON (1943) entre autres, mais cette approche n'est pas parvenue à s'imposer.

La similitude entre des pores et des capillaires est prédominante et a rendu de nombreux services, notamment pour l'étude de la distribution des pores dans les sols. On considère alors que la courbe caractéristique de rétention est équivalente à une courbe de distribution des diamètres des pores, (SCHOFIELD, 1938).

Le coup d'envoi quant à l'étude des phénomènes de transfert d'eau en milieux poreux a été donné en France par l'hydraulicien DARCY (1856). La loi empirique qui porte son nom est simple. Elle énonce que, lorsque l'écoulement en milieux poreux est permanent, il existe une linéarité entre la vitesse de l'écoulement et le gradient de charge. Le milieu poreux, si complexe et si hétérogène à l'échelle microscopique, est assimilé à un continuum et n'est caractérisé alors que par un seul paramètre global, la conductivité hydraulique. DARCY a ainsi introduit une philosophie qui gouverne encore très largement la physique du sol aujourd'hui et qui peut être appelée l'approche macroscopique. Depuis DARCY, on a pris l'habitude, sans doute par souci de simplification, de ne plus distinguer les constituants solides, liquides et gazeux. Ce sont les grandeurs caractéristiques globales qui sont utilisées : porosité, conductivité et diffusivité hydraulique, etc.... Un avantage indéniable de l'approche macroscopique est la similitude qui apparaît entre l'écoulement dans un milieu poreux et les phénomènes de conduction de chaleur ou d'électricité et de diffusion de masse dans des milieux continus. Très vite pourtant certains ont proposé des méthodes de prédiction de la conductivité hydraulique à partir des caractéristiques des constituants. Déjà SLICHTER en 1897. présenta une équation faisant intervenir le diamètre caractéristique des grains et la viscosité du liquide.

Un grand pas fut réalisé par RICHARDS (1931) qui généralise la loi de DARCY pour des milieux poreux non saturés et en régime d'écoulement non permanent en la combinant avec l'équation de continuité adaptée à la phase liquide du milieu poreux. La phase vapeur est négligée et on suppose que la matrice garde ses propriétés. L'équation générale de l'écoulement, ainsi obtenue, constitue un modèle de prédiction. Sa solution ne peut être obtenue que si le système auquel elle est appliquée est défini par des conditions initiales et des conditions aux limites.

Les conditions initiales expriment l'état du système au départ et les conditions aux limites expriment ce qui se passe aux frontières du système, par exemple un flux d'eau constant à l'entrée et un flux nul à la sortie. Cette équation est donc un modèle qui permet de simuler mathématiquement l'influence de conditions extérieures et des propriétés internes sur l'évolution de l'état d'un système, sa teneur en eau par exemple.

Depuis 1931, les physiciens du sol se sont surtout attelés à :

- résoudre mathématiquement et numériquement l'équation générale dans toutes sortes de cas particuliers pouvant être rencontrés dans un laboratoire ou sur le terrain,
- développer des méthodes de mesure des grandeurs caractéristiques et des variables intervenant dans ces modèles,
- comparer, surtout en laboratoire, les résultats des simulations mathématiques aux phénomènes physiques réels.

Beaucoup de travail a été fourni, de sorte que l'on peut dire que la plupart des situations ont été étudiées mathématiquement. Grâce à des chercheurs comme VACHAUD (1969), la fiabilité des simulations mathématiques a été accrue considérablement. Cette fiabilité atteint aujourd'hui semble-t-il un plafond. Or, que constate-t-on en pratique ? La physique du sol n'est visiblement pas encore suffisamment armée pour faire concurrence à l'empirisme et au tâtonnement qui prévalent encore dans le domaine de l'aménagement hydraulique. L'amélioration des techniques de mesure des paramètres globaux est certes un facteur de progrès, mais peut-être insuffisant.

Le moment semble venu de s'interroger sur les limitations de l'approche macroscopique ou autrement dit de l'utilisation de paramètres globaux, et de se pencher sur les approches réalisées dans d'autres disciplines intéressées par les milieux poreux.

Parallèlement aux développements de la physique du sol, surtout orientée vers l'étude de milieux poreux naturels de surface, on constate que dans le domaine de l'hydrogéologie et dans celui du génie pétrolier, les mécanismes d'écoulement en milieux poreux ont aussi été beaucoup étudiés. L'étude de l'écoulement dans des espaces capillaires a débuté vers 1840 grâce aux recherches de l'hydraulicien allemand Ludwig HAGEN et du médecin français Jean-Louis POISEUILLE. Les équations font alors intervenir séparément les propriétés des fluides, les propriétés des solides et la géométrie du système. Actuellement, cette approche est à un stade très théorique et ne s'applique pratiquement qu'à des milieux poreux idéaux ou hypothétiques.

Pourtant, depuis 1950 environ on constate qu'en hydrogéologie et en génie pétrolier surtout, le souci de tenir compte de la géométrie du milieu poreux est de plus en plus marqué. La physique du sol en a tiré profit partiellement grâce au développement de méthodes de calcul de la conductivité et de la diffusivité hydraulique en conditions non saturées à partir de la distribution des diamètres des pores. CHILDS and COLLIS-GEORGE (1950), MILLINGTON and QUIRK (1959) et plus proches de nous LAROUSSE and DE BACKER (1975, 1977) ont contribué dans cette voie. Toutefois, la philosophie de DARCY n'est pas changée car ce sont en définitive les mêmes paramètres macroscopiques et les mêmes équations de prédiction auxquels on se raccroche. Elles sont plus accessibles à la mesure.

Mais ne faut-il pas aller encore plus loin et supposer que les paramètres globaux comme la conductivité et diffusivité hydraulique sont voués à céder progressivement la place à une approche plus fine. Celle-ci ferait intervenir séparément les propriétés des fluides et des composantes du système poreux où la géométrie joue un rôle essentiel. L'esprit des recherches de FATT (1956), BACHMAT (1972), DULLIEN (1971) et BEAR (1972, 1978), concernant une approche de réseaux de capillaires, dénommée le "network approach", paraît très instructif à cet égard.

La justification d'un éventuel revirement au niveau de l'échelle d'approche de la physique du sol pourrâit bien être dû à l'hétérogénéité des milieux poreux naturels. L'étude de la variabilité spatiale des propriétés physiques des sols est d'ailleurs en plein développement actuellement.

L'examen de l'hétérogénéité des milieux poreux naturels, qui fait l'objet du travail ci-après, concerne les échelles d'approche et des méthodes de recherche en ce domaine.

Dans les conclusions de son ouvrage "Eléments pour une théorie des milieux poreux" MATHERON (1967) écrit : "Il faut malheureusement se rendre à l'évidence : dans un milieu à perméabilités régionalisées, il n'existe pas de loi de DARCY macroscopique permettant de décrire globalement les écoulements non-uniformes" et : "la perméabilité apparente est une variable aléatoire et ne coïncide même pas en valeur probable avec la perméabilité macroscopique constante K des écoulements uniformes". MATHERON est un des rares chercheurs à avoir étudié, uniquement de façon théorique d'ailleurs, le problème de l'écoulement transitoire en milieux poreux saturés et hétérogènes. Le cas des milieux non saturés est encore bien plus complexe et ne semble avoir été abordé que par GUPTA, SPOSITO and BHATTACHARYA (1977).

Pour conclure cet avant-propos, disons que la physique du sol nous paraît entrer dans une phase de réflexion et de remise en question de certaines hypothèses. Nous pensons qu'une meilleure connaissance de la géométrie et de l'hétérogénéité géométrique des milieux poreux naturels est essentielle pour guider le chercheur et le praticien dans l'élaboration de leur programme de travail.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GÉNÉRALE

PREMIÈRE PARTIE : ÉTUDE DE LA GÉOMÉTRIE DES MILIEUX POREUX NATURELS

CHAPITRE I : ROLE DE LA GÉOMÉTRIE PORALE EN PHYSIQUE DU SOL

INTRODUCTION	6
I.1. GEOMETRIE DE L'ESPACE POREUX, POROSIMETRIE ET STRUCTURE	8
I.1.1. Principes de la porosimétrie	8
I.1.2. Techniques de mesure des courbes porosimétriques	13
I.1.3. La structure des milieux poreux	16
I.2. GEOMETRIE PORALE ET PROPRIETES DE RETENTION D'EAU	18
I.2.1. Approche mécanique de l'état énergétique de l'eau du sol	18
I.2.2. Capillarité	19
I.2.3. Caractéristiques de rétention	21
I.3. GEOMETRIE PORALE ET PROPRIETES DE TRANSFERT D'EAU	23
I.3.1. Approche macroscopique	23
I.3.2. Approche microscopique	25
I.3.3. Passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique	27
I.4. LE PROBLEME DE L'HETEROGENEITE DES MILIEUX POREUX ET DE LA VARIABILITE SPATIALE DE LEURS PROPRIETES PHYSIQUES	32
I.4.1. Concepts liés à l'hétérogénéité des milieux poreux	32
I.4.2. Description des hétérogénéités et étude des varia- bilités spatiales	35
I.4.3. Conséquences des hétérogénéités sur la macroscopi- sation et la régionalisation des variables	36
CONCLUSIONS	38

CHAPITRE II : ÉTUDE DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ GÉOMÉTRIQUE DES MICROPORES
À L'ÉCHELLE DU VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF

INTRODUCTION	39
II.1. METHODE D'OBTENTION DES COURBES POROSIMETRIQUES	41
II.1.1. Le porosimètre AMINCO-WINSLOW 5000	41
II.1.2. Individualisation et signification de la notion de distribution	45
II.1.3. Courbe porosimétrique	47
II.1.4. Transformation de la courbe porosimétrique en courbe caractéristique de rétention d'eau	50
II.1.5. Transformation des courbes porosimétriques observées en courbes continues par fonctions splines cubiques	52
II.2. METHODE DE PARAMETRISATION DES COURBES POROSIMETRIQUES	56
II.2.1. L'ajustement de fonctions	56
II.2.2. Calcul de paramètres statistiques ou valeurs typi- ques de la distribution d'une variable géométrique	58
II.2.3. Transformations de variables	60
II.2.4. Explicitation des variables transformées	63
II.2.5. Méthode d'évaluation de la précision des paramètres et de la représentativité du volume élémentaire de sol analysé	67
II.3. SELECTION DES PARAMETRES ET RECHERCHE D'UNE METHODE DE CLASSIFICATION	69
II.3.1. Contenu et objectifs de l'étude	69
II.3.2. Méthode utilisée	72
II.3.3. Présentation et discussion des résultats	74
II.3.4. Choix d'une transformation et sélection de paramètres	92
II.3.5. Précision des paramètres et représentativité du grumeau	95
II.3.6. Définition de grandeurs caractéristiques de la géométrie et des propriétés de rétention d'eau	98
II.3.7. Présentation des grandeurs caractéristiques des sols étudiés et proposition d'une classification	103
CONCLUSIONS	110

CHAPITRE III : DESCRIPTION DES HÉTÉROGÉNÉITÉS MACROSCOPIQUES

INTRODUCTION	110
III.1. CHOIX D'UNE VARIABLE ALEATOIRE ET DEFINITION D'ECHELLES DE VARIATION	112
III.1.1. Comparaison entre normalité et log-normalité	112
III.1.2. Définition des échelles	113
III.2. METHODE DE DESCRIPTION DES HETEROGENEITES D'ECHELLES	116
III.2.1. Méthode de l'analyse de la variance	116
III.2.2. Paramètres d'hétérogénéité	122
III.3. CONSEQUENCES DE L'HETEROGENEITE MACROSCOPIQUE	124
III.3.1. Sur le choix du nombre d'échantillons dans un plan d'échantillonnage à deux niveaux	124
III.3.2. Sur l'estimation de la variance microscopique d'une population définie à une échelle macroscopique	125
III.4. EXEMPLE D'APPLICATION A L'ETUDE DES HETEROGENEITES D'UN CHAMP	127
III.4.1. Description de l'échantillonnage	127
III.4.2. Méthode	129
III.4.3. Résultats des calculs et discussion	129
CONCLUSIONS	138

DEUXIÈME PARTIE : APPROCHE EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS DE RÉTENTION
ET DE TRANSFERT D'EAU ET INTERPRÉTATION EN TERMES
DE GÉOMÉTRIE PORALE

CHAPITRE IV : EXAMEN DE MÉTHODES ANALYTIQUES DE DÉTERMINATION DES
PROPRIÉTÉS DE RÉTENTION ET DE TRANSFERT D'EAU UTILI-
SANT LA TECHNIQUE DE LA CELLULE DE PRESSION À MEMBRANE

INTRODUCTION	142
VI.1. EXAMEN DE LA PROCEDURE EXPERIMENTALE	145
IV.1.1. Milieux poreux utilisés	145
IV.1.2. Description de la cellule de pression	147
IV.1.3. Procédé de mesure de teneurs en eau ponctuelles par atténuation du rayonnement gamma émis par une source d'Américium -241	152
IV.1.4. Mesure des courbes caractéristiques de réten- tion $h(\theta)$	156
IV.1.5. Mesure des cinétiques de drainage	159
IV.1.6. Présentation des mesures effectuées en vue d'estimer les propriétés de transfert et de rétention	167
VI.2. EXAMEN DE METHODES D'ESTIMATION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT	172
IV.2.1. Calcul des courbes caractéristiques de transfert $K(\theta)$ par un modèle statique d'interaction de pores	172
IV.2.2. Simulation des cinétiques de drainage par des mo- dèles dynamiques	177
1. Introduction	177
2. Procédure d'estimation des coefficients	179
3. Conditions initiales et aux limites	184
4. Modèles dynamiques classiques	188
5. Examen de deux autres modèles	205
CONCLUSIONS	222

CHAPITRE V : RELATIONS ENTRE LA GÉOMÉTRIE DES MILIEUX POREUX ET
LEURS PROPRIÉTÉS DE RÉTENTION ET DE TRANSFERT

INTRODUCTION	224
V.1. PROPRIETES DE RETENTION	226
V.1.1. Méthode de comparaison entre la technique d'intrusion de mercure et celle de désorption d'eau	226
V.1.2. Comparaison des courbes et des grandeurs caractéristiques	227
V.1.3. Interprétation des différences entre les deux techniques	240
V.2. METHODES DE CALCUL DES PROPRIETES DE TRANSFERT A PARTIR DES CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES	242
V.2.1. Efficience du modèle d'interaction de pores de GREEN and COREY (1971)	242
V.2.2. Nouvelle méthode de prédiction à partir des grandeurs géométriques caractéristiques	245
V.3. CONSEQUENCES DES HETEROGENEITES MICRO- ET MACROSCOPIQUES SUR LA DETERMINATION DES PROPRIETES DE RETENTION ET DE TRANSFERT	257
V.3.1. Détermination des propriétés de rétention	257
V.3.2. Détermination des propriétés de transfert	258
CONCLUSIONS	262
CONCLUSION GÉNÉRALE	265
BIBLIOGRAPHIE	269
LISTE DES SYMBOLES	283

INTRODUCTION GENERALE

Quand vous traitez de l'écoulement de l'eau, n'oubliez pas d'invoquer l'expérience, puis la raison.

Léonard de Vinci, "Del mote e misura dell'acqua"

L'avant-propos a montré non seulement l'intérêt d'une étude de la géométrie des milieux poreux naturels, mais aussi la nécessité de s'intéresser particulièrement à son hétérogénéité. L'objectif est de dégager des moyens et de donner des éléments pour que la physique du sol devienne réellement applicable aux aménagements hydroagricoles.

D'une façon très générale l'on peut dire que l'étude de la géométrie présente trois aspects : un aspect descriptif qui consiste à définir et à étudier des grandeurs caractéristiques, un aspect interprétatif qui consiste à étudier l'influence de la géométrie sur les propriétés d'écoulement et enfin un aspect explicatif qui consiste à étudier les facteurs déterminants de cette géométrie.

Avant de pouvoir envisager l'aspect explicatif, il nous a paru nécessaire de nous limiter ici à des aspects descriptifs et interprétatifs.

Le milieu poreux est intrinsèquement hétérogène à l'échelle microscopique et son hétérogénéité à grande échelle est évidente. A notre connaissance aucune étude systématique de l'hétérogénéité géométrique des milieux poreux naturels n'a été faite jusqu'à présent. Une telle étude tenant compte des implications du passage d'une échelle à une autre constitue une étape utile pour atteindre notre but. Les retombées de cette étude, abordées dans ce travail, se situent principalement au niveau de :

- la relation entre l'hétérogénéité géométrique et la variabilité spatiale des propriétés physiques des sols,
- la classification des sols, sur base des caractéristiques physiques,
- l'étude des propriétés de rétention d'eau,
- la prédiction de la conductivité hydraulique des milieux non saturés,

Les retombées en dehors de ce travail se situent entre autres au niveau de :

- l'approche microscopique des phénomènes d'écoulement telle que le "network approach",
- l'étude de la structure des sols, sa génèse et son contrôle.

Parallèlement à l'étude de la géométrie, une étude expérimentale plus classique porte sur la caractérisation des propriétés de transfert et de rétention d'eau. Une partie importante de ce travail est par conséquent consacrée à la détermination au laboratoire des paramètres globaux, tels que la conductivité et la diffusivité hydraulique en conditions de non saturation et en régime d'écoulement transitoire.

Les deux approches sont confrontées pour voir expérimentalement dans quelle mesure la géométrie est déterminante dans les phénomènes d'écoulement dans les sols et comment ceux-ci peuvent être prédits à partir des caractéristiques géométriques. Cette confrontation est essentielle aussi pour confirmer ou infirmer l'intérêt d'une approche plus détaillée que l'approche classique de la physique du sol qui semble ne pas garantir de nouveaux développements permettant la liaison avec les aménagements hydroagricoles.

En résumé le travail peut être défini comme étant une recherche d'une méthode descriptive de la géométrie des milieux poreux naturels, significative du point de vue des propriétés de rétention et de transfert d'eau et s'accommodant bien des différentes échelles d'observation et de leurs hétérogénéités. Etant donné que cette recherche ne concerne à ce stade que les micropores, dont les diamètres sont compris entre 0.05 et 300 microns, il va de soi que nous nous limitons à des considérations sur les phénomènes se déroulant à l'état de non saturation du sol.

Le travail est divisé en cinq chapitres regroupés en deux parties. La première partie comportant les chapitres I, II et III est consacrée à l'étude de la géométrie des milieux poreux à différentes échelles.

L'échelle microscopique est celle des pores, de dimensions inférieures au millimètre. Ensuite viennent les échelles macroscopiques qui varient du centimètre à l'hectomètre. Un troisième type d'échelle est simplement introduit, celle dite mégascopique ou régionale. Les variations des propriétés y sont telles, qu'on peut y distinguer des zones considérées comme homogènes, ce qui permet la cartographie des sols. Le passage entre les échelles du type microscopique et macroscopique est possible grâce à la définition du volume élémentaire représentatif (VER). Pratiquement c'est le plus petit volume de milieu poreux pouvant être considéré comme un continuum. Le VER est défini entre deux limites volumiques V_{min} et V_{max} . Pour tout volume plus petit que V_{min} , les hétérogénéités microscopiques influencent fortement la valeur moyenne de la propriété et pour tout volume supérieur à V_{max} , c'est l'hétérogénéité macroscopique qui a tendance à influencer cette valeur moyenne.

Le premier chapitre tend à montrer le rôle déterminant que joue la géométrie dans les phénomènes étudiés en physique du sol. Le chapitre II est principalement consacré à l'étude expérimentale et descriptive de l'hétérogénéité microscopique d'un grand nombre de petits volumes de sols fort différents du point de vue pédologique. Les observations sont faites à l'aide d'un porosimètre à intrusion de mercure. La statistique paramétrique descriptive est utilisée comme un outil permettant le passage d'une échelle à une autre grâce au calcul des paramètres caractéristiques des distributions ou des lois spatiales. Cette étude doit aboutir à l'élaboration d'une méthode de caractérisation quantitative de la géométrie des milieux poreux naturels. Au chapitre III, les hétérogénéités d'échelles du type macroscopique sont examinées théoriquement par la méthode de l'analyse de la variance et illustrées par un exemple.

La deuxième partie, comportant les chapitres III et IV, a pour but de montrer expérimentalement les relations entre la géométrie porale et les propriétés de rétention et de transfert. Le chapitre IV aborde le problème de la caractérisation globale des propriétés de transfert et de rétention d'eau dans des échantillons de sols. Nous étudierons de façon approfondie différentes méthodes classiques de détermination des coefficients de transfert appliquées à un cas expérimental précis:

le drainage par épisodes d'écoulement non-permanent d'échantillons de sols préalablement saturés (outflow method).

Le dernier chapitre est consacré aux relations entre la géométrie et les propriétés de rétention et de transfert. Les échantillons utilisés dans les expériences du quatrième chapitre sont également analysés du point de vue porosimétrique. L'objectif de ce chapitre n'est pas uniquement de proposer une méthode de prédiction de ces propriétés, mais aussi d'apporter des arguments en faveur ou en défaveur d'une approche plus détaillée et plus fondamentale des phénomènes d'écoulements dans les sols.

PREMIERE PARTIE

ETUDE DE LA GEOMETRIE DES MILIEUX POREUX NATURELS

Le rôle déterminant de la géométrie poreuse et de son hétérogénéité naturelle au niveau des principaux phénomènes étudiés en physique du sol est montré à l'aide d'une revue bibliographique.

La technique d'intrusion de mercure utilisée pour l'investigation de la gamme des micropores (0.05 à 300 microns) est exploitée pour décrire la géométrie poreuse à l'échelle microscopique. Une méthode de paramétrisation des courbes porosimétriques est proposée. Elle est appliquée ensuite à près de cinq cents milieux poreux naturels groupés en cinq groupes en fonction d'un critère régional et textural. L'analyse des résultats expérimentaux aboutit à la sélection de paramètres qui sont susceptibles de décrire utilement la géométrie poreuse et de remplir le rôle de critères de classification. Une nouvelle méthode de classification physique est présentée. Les paramètres retenus sont la microporosité, la moyenne arithmétique, la variance et le coefficient de dissymétrie de FISCHER de la distribution logarithmique des diamètres des pores.

Une méthode de description des hétérogénéités géométriques macroscopiques (à l'échelle du cm^2 jusqu'à l'hectare), basée sur l'analyse de la variance à un critère de classification, est présentée et ensuite appliquée à un cas précis. Cette application illustre l'importance relative des hétérogénéités micro- et macroscopiques.

the 1990s, the number of people in the world who are poor has increased. The number of people living on less than \$1 a day has increased from 1.1 billion in 1981 to 1.5 billion in 1999.

There are a number of reasons why the number of people who are poor has increased. One reason is that the world's population has increased. In 1981, there were 5 billion people in the world. In 1999, there were 6 billion people in the world.

Another reason is that the world's economy has not grown fast enough. The world's economy has grown, but not fast enough to keep up with the world's population. This means that there are not enough jobs for everyone who wants to work.

A third reason is that the world's resources are being used up. The world's resources, such as oil, coal, and natural gas, are being used up. This means that there will be less of these resources in the future, which will make it harder for people to live.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's climate is changing, which is making it harder for people to live. The world's climate is getting warmer, which is causing more droughts and floods.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting older, which means that there are more people who are retired and need money to live on.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more diverse, which means that there are more people who are different from each other. This can make it harder for people to get along and work together.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more mobile, which means that there are more people who are moving from one place to another. This can make it harder for people to find jobs and get along.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more educated, which means that there are more people who are able to work in better jobs. This can make it harder for people who are not educated to find jobs.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more urban, which means that there are more people who are living in cities. This can make it harder for people who are living in rural areas to find jobs.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more diverse, which means that there are more people who are different from each other. This can make it harder for people to get along and work together.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more mobile, which means that there are more people who are moving from one place to another. This can make it harder for people to find jobs and get along.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more educated, which means that there are more people who are able to work in better jobs. This can make it harder for people who are not educated to find jobs.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more urban, which means that there are more people who are living in cities. This can make it harder for people who are living in rural areas to find jobs.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more diverse, which means that there are more people who are different from each other. This can make it harder for people to get along and work together.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more mobile, which means that there are more people who are moving from one place to another. This can make it harder for people to find jobs and get along.

There are also a number of other reasons why the number of people who are poor has increased. For example, the world's population is getting more educated, which means that there are more people who are able to work in better jobs. This can make it harder for people who are not educated to find jobs.

PREMIERE PARTIE

CHAPITRE I

ROLE DE LA GEOMETRIE PORALE EN PHYSIQUE DU SOL

INTRODUCTION

L'étude de la géométrie des pores des milieux poreux naturels s'inscrit dans le cadre général de la *caractérisation* des *propriétés physiques* des sols, ce qui représente un des principaux thèmes de recherche en *physique du sol*.

Par *caractérisation*, il faut comprendre l'action visant à déterminer une particularité d'un milieu poreux permettant de le distinguer nettement et de préférence quantitativement des autres milieux poreux.

Par *propriétés physiques*, il faut comprendre celles qui sont importantes pour les conditions hydriques du sol, à savoir les propriétés de *rétenion* et de *transfert* d'eau. Il ne sera pas question de propriétés mécaniques dans ce travail.

La physique du sol est une science neuve basée principalement sur des théories de conservation et vérifiées par des expériences menées en laboratoire avec des milieux poreux de dimensions telles que l'hypothèse d'homogénéité peut être formulée. Les grandeurs expérimentales déterminées à cette échelle sont appelées des *grandeurs macroscopiques* ou *globales*. L'hypothèse d'homogénéité est un des postulats de la physique du sol. L'échelle pratique est celle du volume élémentaire représentatif VER.

Le premier objectif de ce chapitre à caractère bibliographique (*) est de préciser ce qu'il faut entendre par *géométrie porale* et comment elle peut être mesurée.

Le second objectif est de définir les propriétés de rétention et de transfert d'eau à l'échelle du laboratoire tout en montrant la place qu'occupe la géométrie porale à ce niveau.

Le troisième objectif est de poser le problème de l'hétérogénéité et de la *variabilité spatiale* des propriétés physiques des milieux poreux à l'échelle du terrain.

Ce problème constitue l'obstacle majeur en vue d'une ouverture de la physique du sol vers l'application de théories sur le terrain.

(*) Les principaux ouvrages généraux traitant de physique du sol ou traitant de l'écoulement en milieux poreux sont :

BAVER, 1940, 1948; SCHEIDEGGER, 1957; SCHNEEBELLI, 1966;
CHILDS, 1969; KIRKHAM and POWERS, 1972; BEAR, 1972;
CARLIER, 1972; HILLEL, 1974; HENIN, 1977.

I.1. GEOMETRIE DE L'ESPACE POREUX, POROSIMETRIE ET STRUCTURE

I.1.1. Principes de la porosimétrie

L'analyse porosimétrique permet de déterminer les proportions de pores en fonction de leurs dimensions. Par proportion, on peut comprendre rapport volumique ou rapport numérique.

Une classe de pores peut en principe être caractérisée par différentes grandeurs, mais la définition d'une grandeur caractéristique suppose toujours une modélisation des pores en cellules élémentaires. En réalité, les pores ne sont pas individualisables, car ils sont presque tous interconnectés.

On pourrait caractériser quantitativement une classe de pores par :

- une surface spécifique,
- une section,
- un périmètre,
- une ou plusieurs longueurs,
- un diamètre,

et qualitativement par :

- la continuité,
- l'orientation,
- la morphologie.

Dans le paragraphe suivant, il apparaît que les physiciens du sol se sont principalement contentés d'une approche mécanique des phénomènes de rétention et de transfert d'eau. Cette approche implique que ce sont essentiellement les forces capillaires qui régissent les propriétés de rétention et de transfert. Il est montré que le potentiel capillaire est inversement proportionnel aux rayons de courbure de l'interface air-eau dans un pore. Ceci explique pourquoi *le diamètre ϕ* est la grandeur caractéristique la plus utilisée.

JOHNSON et al. (1960) a proposé une terminologie pour différencier les grands pores entre eux. Elle a été adoptée par la FAO (1977). Du point de vue des diamètres, cette classification est la suivante :

micropores	$\phi \leq 75 \mu\text{m}$
pores très fins	$75 \mu\text{m} < \phi \leq 1 \text{ mm}$
pores fins	$1 < \phi \leq 2 \text{ mm}$
pores moyens	$2 < \phi \leq 5 \text{ mm}$
pores grossiers	$\phi > 5 \text{ mm}$

BAKER (1979) a proposé le terme mésopores pour les diamètres compris entre 75 et 300 μm .

La terminologie utilisée au cours de ce travail est la suivante :

macropores	$\phi > 300 \mu\text{m}$
micropores	$0.05 \leq \phi \leq 300 \mu\text{m}$
nanopores	$\phi \leq 0.05 \mu\text{m}$

Les pores ou classes de pores sont distribués d'une certaine façon à l'intérieur de ces grands groupes. On peut définir la *fonction de distribution* F et la *fonction densité de distribution* f . Soit x_i la grandeur caractéristique appartenant à un intervalle ou à une classe :

$$\left[x_i - \frac{\Delta x}{2}, x_i + \frac{\Delta x}{2} \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{I.1.1})$$

Si le volume des pores appartenant à cette classe est défini par $v(x_i)$, le volume total des pores est donné par :

$$V_p = \sum_{i=1}^n v(x_i) \quad (\text{I.1.2})$$

Le volume poreux cumulé de la classe x_i vaut :

$$V(x_i) = \sum_{j=1}^i v(x_j) \quad (\text{I.1.3})$$

Et le volume total des pores :

$$V_p = V(x_n) \quad (\text{I.1.4})$$

On entend par *fonction de distribution volumique des pores* le volume poreux relatif cumulé :

$$F(x_i) = \frac{V(x_i)}{V_p} = \frac{\text{volume poreux cumulé}}{\text{volume total des pores}} = F(\phi) \quad (\text{I.1.5})$$

$$F(x_n) = 1 \quad (\text{I.1.6})$$

La *fonction densité de distribution volumique des pores* est mesurée par la dérivée de $F(x_i)$:

$$f_v(x_i) = \frac{\Delta F(x_i)}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad f_v(x) = \frac{dF}{dx} \quad (\text{I.1.7})$$

Elle a été introduite par RITTER and DRAKE (1945).

Nous utilisons dans ce travail la dénomination de *courbe porosimétrique* pour le graphe qui montre en abscisse le diamètre des pores et en ordonnée sa fonction de distribution volumique, c'est-à-dire la contribution volumique des pores de diamètres plus petits qu'un diamètre donné.

La figure I.1 montre schématiquement une courbe porosimétrique qui couvrirait toute la gamme des diamètres.

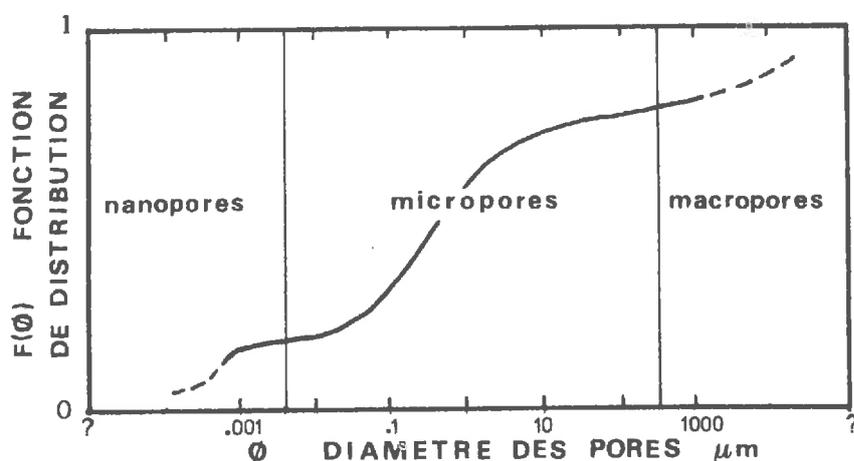


FIGURE I.1. : Schéma d'une courbe porosimétrique complète

Cette courbe peut présenter plus d'une inflexion dans chaque catégorie de pores.

On distingue la fonction densité de distribution du volume de pores $f_v(x)$ et la fonction densité du nombre de pores $f_n(x)$ ou *densité de distribution numérique* (THIRRIOT, 1969 et MOREL-SEYTOUX, 1969) :

$$f_n(x) = \frac{n(x)}{N_p dx} \quad (\text{I.1.8})$$

si $n(x)$ est le nombre de cellules élémentaires appartenant à la classe :

$$\left[x - \frac{dx}{2}, x + \frac{dx}{2} \right] \quad (\text{I.1.9})$$

La relation reliant les fonctions $f_v(x)$ et $f_n(x)$ nécessite une modélisation de la forme géométrique des cellules élémentaires.

Nous démontrons par exemple ci-dessous la relation reliant f_v et f_n dans le cas de capillaires cylindriques de section droite circulaire et de longueur ℓ . Comme la cellule élémentaire de diamètre ϕ a un volume défini par :

$$\frac{\pi \phi^2}{4} \cdot \ell \quad (\text{I.1.10})$$

on peut calculer le volume des pores appartenant à la classe ϕ :

$$v(\phi) = n(\phi) \frac{\pi \phi^2}{4} \cdot \ell \quad (\text{I.1.11})$$

Si le volume total des pores vaut V_p et le nombre total N_p , on peut écrire :

$$V_p = \frac{v(\phi)}{f_v(\phi) d\phi} \quad \text{ou} \quad V_p = \frac{V(\phi_i)}{F(\phi_i)} \quad (\text{I.1.12})$$

$$N_p = \frac{n(\phi)}{f_n(\phi) d\phi} \quad (\text{I.1.13})$$

On définit un pore moyen par :

$$\bar{\phi}^2 = \int_0^{\infty} \phi^2 f_n(\phi) d\phi \quad (\text{I.1.14})$$

tel que :

$$V_p = N_p \cdot \frac{\pi \bar{\phi}^2}{4} \cdot \ell \quad (\text{I.1.15})$$

Le rapport entre le volume des pores et son nombre vaut d'après (I.1.12 et I.1.13) :

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{v(\phi)}{n(\phi)} \cdot \frac{f_n(\phi)}{f_v(\phi)} \quad (\text{I.1.16})$$

D'après (I.1.11) :

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{\pi \phi^2}{4} \cdot \ell \cdot \frac{f_n(\phi)}{f_v(\phi)} \quad (\text{I.1.17})$$

En combinant avec (I.1.15) on obtient finalement :

$$f_v(\phi) = \frac{\phi^2 f_n(\phi)}{\int_0^{\infty} \phi^2 f_n(\phi) d\phi} \quad (\text{I.1.18})$$

GANOULIS (1974) a montré la relation inverse :

$$f_n(\phi) = \frac{f_v(\phi)}{\phi^2 \int_0^{\infty} \frac{f_v(\phi)}{\phi^2} d\phi} \quad (\text{I.1.19})$$

En mécanique des fluides des milieux poreux, il y a actuellement une tendance à simuler les propriétés de transfert de liquides grâce à des modèles numériques faisant intervenir directement des distributions de pores sans passer par les équations macroscopiques classiques d'écoulement en milieux poreux. On construit en quelque sorte un modèle de matrice poreuse en générant des pores par un processus aléatoire, mais correspondant à des distributions prédéterminées. Cette approche dénommée la "*Network approach*" (voir point I.3.2.2) est appliquée au cas où la distribution peut être approchée par des fonctions analytiques.

I.1.2. Techniques de mesure des courbes porosimétriques

Il existe principalement quatre techniques d'investigation de l'espace poreux :

- technique de sorption d'azote,
- technique microphotographique,
- technique de désorption d'eau,
- technique d'intrusion de mercure.

I.1.2.1. Technique de sorption d'azote

La technique implique l'analyse soit de la branche d'adsorption, soit de désorption de l'isotherme de sorption d'azote (ou parfois de benzène) obtenue habituellement à 78°K en appliquant l'équation de KELVIN. Cette équation relie le rayon r des pores remplis à la pression relative p/p_0 de la vapeur au-dessus du liquide :

$$\frac{R^+T}{V_m} \ln (p/p_0) = - \frac{2 \gamma \cos\alpha}{r} \quad (\text{I.1.20})$$

- R^+ = constante des gaz ($8.31 \cdot 10^3$ Joule/Kmole . degré)
- T = température absolue (°K)
- γ = tension superficielle du liquide (dyne/cm)
- V_m = volume molaire du liquide (cm^3)
- α = angle de contact liquide-solide

En désorption, l'angle de contact est négligeable car les parois des pores sont déjà mouillées.

Cette technique est beaucoup utilisée en physicochimie. Elle est applicable dans une gamme de pores de 0.001 à 0.02 μm , c'est-à-dire les nanopores. Dans les pores plus grands, la valeur de p/p_0 est trop proche de l'unité pour pouvoir être mesurable.

Cette technique est donc de faible intérêt pour l'hydrodynamique des sols, si ce n'est pour étudier les phénomènes de transfert par diffusion et condensation de vapeur.

I.1.2.2. La technique microphotographique

Cette technique connaît actuellement un développement assez important mais reste assez sophistiquée. Elle est la plus directe mais aussi la moins facile car elle est basée sur la mesure des dimensions des pores visibles dans un champ photographique. Un analyseur de texture a été développé à l'Ecole des Mines de Paris par SERRA (1971) et décrit aussi par KLEIN and SERRA (1972). L'interprétation des contrastes obtenus dans l'image est basée sur les théories de la *morphologie mathématique* développées au Centre de Morphologie Mathématique de l'Ecole des Mines de Paris par MATHERON et SERRA. Un inconvénient de cette méthode est la petite gamme de dimensions pouvant être analysées simultanément. Le pouvoir de résolution ne permet de travailler que dans un ordre de grandeur à la fois. Cette technique est la seule actuellement capable de fournir la "vraie" courbe de distribution des pores et sert donc parfois de référence. Pratiquement, elle n'est d'ailleurs applicable actuellement que pour des pores de diamètres supérieurs à 30 microns.

I.1.2.3. Technique de désorption d'eau

C'est la technique la plus classique en physique du sol (*). Elle consiste à transformer la branche de désorption de la courbe caractéristique de rétention d'eau qui sera analysée plus en détail dans le prochain paragraphe. L'inconvénient majeur de cette technique est qu'elle fait intervenir les deux phases air et eau simultanément. La première conséquence de ceci est qu'il est indispensable d'utiliser une membrane ou plaque semi-perméable. La deuxième conséquence est que le volume de pores correspondant à un diamètre donné peut être rempli de

(*) Depuis 1937, divers chercheurs se sont intéressés à la distribution des pores des sols, obtenus à partir des courbes caractéristiques de rétention d'eau : DONAT J. (1937), BRADFIELD R. and JAMISON V.C. (1938), SCHOFIELD R.K. (1939), LEAMER R.W. and LUTZ J.F. (1940), RUSSEL M.B. (1941), CHILDS E.C. (1940, 1942) et FENG C.L. and BROWNING G.M. (1946).

ces deux phases. L'air peut être présent sous forme d'*air piégé* (CARY, 1967 et DE BACKER, 1967, 1969) et/ou de petites bulles dans le volume liquide (IRMAY, 1951). Pratiquement, la technique permet d'étudier les pores dans une gamme de 300 μm à 0.3 μm , mais il faut un temps relativement long pour investiger les pores plus petits que 3 μm . On introduit une erreur importante au niveau de la détermination des grands pores à cause de l'influence de l'épaisseur de l'échantillon (BOUMA, 1977).

I.1.2.4. Technique d'intrusion de mercure

Elle a été suggérée par WASHBURN (1921) et les premières données expérimentales furent publiées par RITTER and DRAKE (1945). En forçant du mercure, liquide non mouillant, sous pression dans un échantillon de sol sec et vide d'air, on peut déterminer les diamètres des pores grâce à la loi de capillarité appliquée dans le cas du mercure :

$$P = - \frac{4 \gamma_{\text{Hg}} \cos \alpha_{\text{Hg}}}{\phi} \quad (\text{I.1.21})$$

- ϕ = diamètre du pore rempli de mercure (cm)
- γ_{Hg} = tension superficielle du mercure = 473 dyne/cm
- α_{Hg} = angle de contact mercure-solide (130° à 140°)
- P = pression absolue du mercure (dyne/cm²)

A chaque mesure de pression correspond une mesure de volume de mercure pénétré dans l'échantillon. La question de l'angle de contact α_{Hg} n'a pas été élucidée avec certitude. Alors que pour RITTER et DRAKE (1945) l'angle vaut 140°, valeur vérifiée par JUHOLA and WIIG (1949), WINSLOW and SHAPIRO (1959) adoptèrent 130°.

I.1.2.5. Comparaisons entre les techniques



Des comparaisons ont été faites entre les différentes techniques. SILLS, AYLMORE and QUIRK (1973) ont comparé l'injection de mercure et l'adsorption d'azote pour des cristaux de goethite dont les dimensions de pores étaient en moyenne de 0.02 microns. Leur conclusion est que les deux méthodes coïncident à condition d'ajuster l'angle de contact mercure-solide. NAGPAL, BOERSMA and DE BACKER (1972) ont obtenus une bonne ressemblance entre les courbes obtenues par la technique d'intrusion de mercure et par celle de désorption d'eau. DULLIEN (1972) a comparé la technique d'intrusion de mercure et la technique microphotographique. Sa conclusion est que la technique d'intrusion de mercure explore les pores selon un principe d'*accessibilité*. Par conséquent, il y a une surestimation du volume des plus petits pores au détriment des grands pores. GANOULIS (1974) a proposé une méthode de correction des courbes obtenues par intrusion de mercure. On reconnaît en général que la méthode microphotographique donne la "vraie courbe". Les autres méthodes renseignent sur des *diamètres équivalents*. Du point de vue hydrodynamique, l'intérêt de mesurer une courbe de distribution des diamètres équivalents n'est certes pas négligeable car la notion d'*accessibilité* y est incluse.

On peut dire pour conclure qu'il y a complémentarité entre les techniques de désorption d'azote, d'intrusion de mercure ou de désorption d'eau et la technique microphotographique.

I.1.3. La structure des milieux poreux

La *structure* peut être définie de façon générale comme étant la manière dont un édifice est construit.

La structure des sols est un concept très répandu et très important en agriculture, mais caractérisé de façon essentiellement qualitative. Alors que la définition classique est la manière dont les particules du sol sont agencées et cimentées entre elles, sa description est principalement faite à partir de la forme, de la dimension et de la stabilité des agrégats.

L'échelle à laquelle elle est décrite ne correspond donc pas à l'échelle à laquelle elle est définie. Cette contradiction est probablement la raison principale de l'arbitraire et même de la subjectivité qui règne dans ce domaine.

Les notions d'échelles sont définies dans le paragraphe I.4 de ce chapitre. Elles constituent la toile de fond de ce travail. Il nous semble utile ici de distinguer *microstructure* et *macrostructure*.

La *microstructure* est la manière dont les pleins et les vides sont agencés à l'échelle microscopique (voir I.4). Elle peut être décrite à partir des dimensions et des formes des pores, autrement dit de leur géométrie. La *macrostructure* serait plutôt définie par la morphologie des agrégats. Nous n'utiliserons pas cette notion dans ce travail. Il y a un lien évident entre micro- et macrostructure car ce sont les mêmes facteurs générateurs de structure qui interviennent, quelle que soit l'échelle. La structure résulte principalement d'effets cationiques et d'effets de cimentation. Les facteurs les plus importants sont la quantité et le type d'argile et de matière organique.

L'étude explicative de la microstructure des sols ou de la géométrie de l'espace poreux à partir de tels facteurs sort du cadre de ce travail car elle ne peut être envisagée valablement qu'après une étude descriptive.

I.2. GEOMETRIE PORALE ET PROPRIETES DE RETENTION D'EAU

I.2.1. Approche mécanique de l'état énergétique de l'eau du sol (*)

L'état énergétique de l'eau du sol, à l'échelle macroscopique, est caractérisé depuis BUCKINGHAM (1907) par son énergie potentielle par unité de volume, de poids, ou de masse d'eau. Lorsque l'eau est en mouvement, comme les vitesses sont généralement faibles, son énergie cinétique est pratiquement insignifiante et peut être négligée. L'état énergétique de l'eau du sol est donc essentiellement fonction de la position et de l'état interne moyen du volume élémentaire représentatif. L'énergie interne moyenne est le résultat de la combinaison de forces d'adhésion et de cohésion, d'énergie chimique, électrique et calorifique et de forces de pression. L'énergie interne est en principe la somme d'un *potentiel matriciel ou capillaire*, d'un *potentiel osmotique*, d'un *potentiel électrique* et d'un *potentiel calorifique*. En pratique, on ne tiendra compte que du *potentiel matriciel ou capillaire* (ψ). Ce concept a été introduit en 1907 par BUCKINGHAM. Il est défini comme un travail nécessaire pour amener une quantité unitaire d'eau à une pression donnée à partir d'une pression de référence.

Dans ce travail, le potentiel capillaire sera désormais exprimé par unité de poids. Les unités sont des cm de colonne d'eau. Conventionnellement, la *suction* h est positive lorsque le potentiel capillaire est négatif. Sauf exception, c'est surtout le terme *suction* qui sera utilisé dans ce travail ($h = -\psi$).

Le potentiel capillaire est défini par rapport à une référence qui est la pression atmosphérique.

(*) Plusieurs tentatives furent faites pour utiliser un concept thermodynamique, mais les physiciens du sol n'en ont jamais fait largement usage, EDELFSSEN and ANDERSON (1943), BABCOCK and OVERSTREET (1955), BOLT and FRISSEL (1960).

On suppose généralement que l'air du sol est constamment à la pression atmosphérique. Par conséquent, la succion vaut exactement la différence de pression à l'*interface air-eau* dans le sol :

$$h = P_a - P_w \quad \text{en cm de colonne d'eau} \quad (\text{I.2.1})$$

si P_w = pression de l'eau en cm de colonne d'eau

P_a = pression de l'air = 1 atm = 1033 cm de colonne d'eau.

En définitive, le *potentiel total* de l'eau est défini comme étant la somme du potentiel capillaire ψ et du potentiel de position z (ou potentiel gravitaire) par rapport à une cote de référence :

$$H = z + \psi \quad (\text{I.2.2})$$

L'axe des z étant dirigé vers le haut, c'est-à-dire en sens contraire de la force d'attraction gravitaire.

I.2.2. Capillarité

L'interface entre l'air et l'eau dans un pore soutient une différence de pression ΔP . La loi de LAPLACE (1806) et YOUNG (1855) exprime la relation entre la courbure de l'interface et la discontinuité de pression :

$$\Delta P = \gamma_w \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{I.2.3})$$

où R_1 et R_2 sont les rayons de courbure (*) de l'interface et γ_w la tension superficielle de l'eau, qui vaut pour l'eau pure 72,7 dynes/cm (ou g/s^2).

La loi de JURIN qui dérive de la loi de LAPLACE exprime la différence de pression à l'interface en fonction du rayon R d'un capillaire cylindrique de section circulaire :

$$P_a - P_w = \frac{2 \gamma_w}{R_1} = \frac{2 \gamma_w \cos \alpha}{R} \quad (\text{I.2.4})$$

où α est l'angle de contact entre l'interface et la paroi.

(*) R_1 et R_2 sont les rayons de courbure de courbes planes résultant de l'intersection de deux plans perpendiculaires à la surface au point considéré. Ces rayons sont positifs lorsqu'ils sont dans le liquide et négatifs dans le cas contraire.

Cet angle exprime la mouillabilité du matériau. En conditions de drainage d'eau, il est pratiquement nul. En conditions d'humectation d'un capillaire sec, l'angle de contact vaut, d'après MALIK et al. (1979), 51.7° pour du verre et peut atteindre, d'après LETEY et al. (1962), 70° pour certains sols. D'après LOPARDO (1968), le caractère non-cylindrique du capillaire aurait une influence non négligeable sur α qui augmente aux endroits des constriction. De plus, LOPARDO distingue un angle statique et un angle dynamique qui dépend de la vitesse d'avancement de l'interface.

La différence de pression est compensée par une élévation de l'interface au-dessus du niveau de référence. La succion h équivaut à cette montée capillaire et la loi de JURIN peut s'écrire :

$$h = \frac{2 \gamma_w \cos \alpha}{R \rho_w g} \quad (\text{I.2.5})$$

où ρ_w est la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur.

En système c.g.s. et en posant $\alpha = 0^\circ$, cette équation devient :

$$h = \frac{0.3}{\phi} \quad (\text{I.2.6})$$

où ϕ est le diamètre du capillaire.

La loi de JURIN est applicable pour le sol dans le cas des micropores. Dans des très petits pores, pratiquement de diamètre inférieur à 0.01 micron, la loi n'est plus applicable car le potentiel d'adsorption (forces de VAN DER WAALS) et le potentiel électro-chimique dû aux charges électriques de surface peuvent être non négligeables par rapport au potentiel capillaire proprement dit.

I.2.3. Caractéristiques de rétention

En conditions d'équilibre, un milieu poreux peut être caractérisé par une relation entre la teneur en eau θ (volume d'eau/volume de sol) et l'état énergétique interne ou succion : $h(\theta)$. Cette relation, appelée *courbe caractéristique de rétention* ou "soil moisture characteristic curve" (GARDNER, 1920 et HAINES, 1927), n'est pas unique étant donné les phénomènes d'*hystérésis* (*). A une succion donnée peuvent correspondre différentes teneurs en eau d'équilibre. Cela dépend de l'histoire de cette mise en équilibre. En désorption, les teneurs en eau sont plus élevées qu'en humidification. L'usage en physique du sol est de ne considérer que la branche de désorption. On peut à cette condition, associer à chaque valeur de succion une seule valeur de teneur en eau.

Il y a principalement deux méthodes de laboratoire pour mesurer les courbes caractéristiques de rétention d'eau en désorption, celle de la *plaque de tension* de HAINES (1930) et celle de la *plaque de pression* de RICHARDS (1949). En vertu de la loi de JURIN, il y a équivalence entre la courbe caractéristique de rétention et la courbe de distribution des pores.

La *capacité spécifique de rétention* est définie comme étant la pente de la courbe caractéristique de rétention :

$$c(\theta) = \frac{d\theta}{dh} \quad (\text{I.2.7})$$

Cette courbe est également sujette à l'hystérésis.

Les modes de la courbe $c(\theta)$ correspondent aux points d'inflexion des courbes $h(\theta)$ et définissent des états de rétention optimale. La notion de capacité spécifique de rétention n'est pas d'usage courant et on lui préfère en général des définitions plus empiriques.

(*) Ces phénomènes ont fait l'objet de nombreuses études dont celles de POULOVASSILIS (1962), TOPP and MILLER (1966), TOPP (1969), THONY (1970), LAROUSSE (1972), MUALEM (1973, 1974), MUALEM and DAGAN (1975), LAROUSSE and DE BACKER (1979), mais aucune théorie n'a donné jusqu'à présent de satisfaction générale.

Des concepts plus pratiques ont été définis pour permettre d'évaluer les doses d'irrigation. Il s'agit de la capacité au champ et du point de flétrissement permanent.

La *capacité au champ* ou "field capacity" F_{cy} a été définie une première fois en 1874 par MAYER et redéfinie par VEIHMEYER et HENDRICKSON (1931) : "c'est la teneur en eau du sol après ressuyage de l'eau gravitaire, lorsque les vitesses d'écoulement deviennent très faibles". Divers auteurs, dont FEODOROFF et BALLIF (1968) et RICHARDS (1949) ont proposé des définitions basées sur des essais de laboratoire. Pratiquement, ces méthodes reviennent à définir une teneur en eau correspondant à une valeur caractéristique de succion. D'après MARSHALL and STIRK (1949), BONNEAU (1961), COMBEAU et QUANTIN (1963) et GRAS (1962), le choix de cette valeur dépend fortement de la granulométrie du sol, de sorte que ce système est contestable. Pour un sol sableux, la succion à la F_{cy} vaut 100 cm de c.e., tandis que pour un sol argileux, il vaut 1000 cm de c.e. Le point de *flétrissement permanent* ou "wilting point" W_p , qui a été introduit par BRIGGS and SHANTZ (1912), a été défini par RICHARDS et WEAVER (1943) comme étant la teneur en eau correspondant à une succion de 15000 cm de colonne d'eau.

Certaines tentatives ont été faites pour relier les propriétés de rétention à la granulométrie. Récemment encore, RIVERS and SHIPP (1978) ont étudié le cas de sables et de limons sableux. Ce genre d'études est essentiellement expérimental et aucune approche théorique n'a pu donner satisfaction. La granulométrie a elle seule ne pourra jamais prédire valablement les propriétés de rétention étant donné le rôle important que jouent les propriétés chimiques et biologiques dans l'élaboration de la structure et donc dans la configuration des pores en tant que réservoir.

Concluons ce paragraphe en disant que la caractérisation des propriétés de rétention des milieux poreux a le plus souvent été envisagée à partir d'une conception statique. Le milieu poreux est considéré comme un réservoir. La notion de capacité au champ et celle de réserve en eau utile semblent insuffisantes en pratique et suscitent parfois bien des controverses. Du point de vue de l'application du concept de rétention, on constate qu'aucune grandeur caractéristique n'est solidement définie. Il y a dans ce domaine un travail de recherche utile à fournir en partant d'une perception à la fois statique et dynamique des propriétés de rétention, GARDNER (1960).

I.3. GEOMETRIE PORALE ET PROPRIETES DE TRANSFERT D'EAU

I.3.1. Approche macroscopique

I.3.1.1. Equations macroscopiques d'écoulement

Les équations classiques de l'hydrodynamique des milieux poreux présentées ci-dessous ne sont valables que dans le cas d'un écoulement laminaire, c'est-à-dire lorsque les pertes d'énergie ne résultent pratiquement que des frottements internes visqueux du liquide.

Le milieu poreux est constitué de trois phases : solide, liquide et gazeuse. La thermodynamique de processus irréversibles (GUELIN, 1969; BOLT and GROENEVELT, 1969) et la mécanique des milieux continus (RAATS, 1965) permettent de définir les équations d'écoulement en considérant que le milieu poreux est une mixture polyphasique continue. Cette approche n'est pour ainsi dire pas utilisée en physique du sol où l'on fait généralement l'hypothèse que la matrice solide est rigide et que la phase gazeuse n'influence pas l'écoulement du liquide. On considère en général le transfert d'eau pure dans un milieu isotherme et indéformable, la phase gazeuse étant constamment à la pression atmosphérique.

On distingue le milieu saturé et le milieu non saturé ainsi que l'écoulement permanent et l'écoulement transitoire.

- Ecoulement permanent, loi généralisée de DARCY, par RICHARDS (1931) :

$$\vec{v} = - K(\theta) \nabla H \quad (\text{I.3.1})$$

$K(\theta)$ = coefficient de conductivité hydraulique

\vec{v} = vecteur flux dont les composantes sont v_x , v_y et v_z

H = charge hydraulique totale ou potentiel total de l'eau par unité de poids

∇ = opérateur gradient

$K(\theta)$ = coefficient de conductivité hydraulique à la teneur en eau θ

En milieu saturé : $K(\theta) = K_s$, où K_s est la conductivité hydraulique saturée et est une constante.

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla \cdot \vec{v} \quad (\text{I.3.2})$$

$$\begin{aligned} \theta &= \text{teneur en eau volumique} \\ \nabla \cdot &= \text{divergent} = \frac{\delta}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta y} + \frac{\delta}{\delta z} \end{aligned}$$

- Ecoulement transitoire :

$$\frac{\delta \theta}{\delta t} = \nabla \cdot (K(\theta) \nabla H) \quad (\text{I.3.3})$$

ou

$$\frac{\delta \theta}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} (K(\theta) \frac{\delta H}{\delta x}) + \frac{\delta}{\delta y} (K(\theta) \frac{\delta H}{\delta y}) + \frac{\delta}{\delta z} (K(\theta) \frac{\delta H}{\delta z}) \quad (\text{I.3.4})$$

I.3.1.2. Les équations de diffusion hydrodynamique ^(*)

L'analyse mathématique et numérique des phénomènes de *diffusion* pour différentes conditions aux limites de temps et d'espace est rapportée dans les ouvrages de référence de CARLSLAW and JAEGER (1959) et de CRANK (1956, 1975). Depuis 25 ans des physiciens du sol comme KLUTE (1952), BRUCE and KLUTE (1956), GARDNER (1956), MILLER and ELRICK (1958), RYTEMA (1959) et d'autres, ont utilisé l'analogie entre écoulement et diffusion pour décrire à l'aide de cette analyse mathématique différentes expériences d'écoulement en milieux poreux. La teneur en eau est alors assimilée à une concentration et le coefficient de *diffusivité hydraulique* est défini pour chaque teneur en eau :

$$D(\theta) = K(\theta) / c(\theta) \quad (\text{I.3.5})$$

avec, d'après (I.2.7) :

$$c(\theta) = d\theta/dh = \text{capacité spécifique de rétention}$$

(*) La diffusion est le processus de transport de matière d'un endroit à un autre d'un système, résultant de mouvements moléculaires aléatoires, CRANK (1956). C'est FICK (1855) qui le premier décrit les phénomènes de diffusion sous forme mathématique en faisant l'analogie entre la diffusion de matière et la conduction de chaleur dont la première équation fut dérivée par FOURIER (1822).

Cette définition permet de transformer les équations d'écoulement en équations de diffusion :

- équation de diffusion permanente :

$$\vec{v} = - D(\theta) \nabla \theta \quad (\text{I.3.6})$$

- équation de diffusion transitoire :

$$\frac{\delta \theta}{\delta t} = \nabla \cdot (D(\theta) \nabla \theta) + \frac{\delta K(\theta)}{\delta z} \quad (\text{I.3.7})$$

Cette analogie est évidemment contestable dans le cas où l'écoulement se produit dans le sens opposé au gradient de teneur en eau. Ceci peut arriver lorsque les phénomènes d'hystérésis sont importants. En milieu stratifié et/ou avec hystérésis, il faut utiliser l'équation de RICHARDS, car la variable explicative du transfert est la charge hydraulique et non la teneur en eau.

I.3.2. Approche microscopique

I.3.2.1. Écoulement dans un capillaire

Le flux d'eau dans un capillaire cylindrique de section circulaire, en condition d'écoulement permanent et laminaire, obéit à la loi de POISEUILLE (1842) :

$$v = \frac{R^2}{8} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot \frac{h_0 - h_L}{L} \quad (\text{I.3.8})$$

où v = flux = débit/section du capillaire (cm/s)

L = longueur du capillaire (cm)

$h_0 - h_L$ = perte de charge sur la longueur L (cm)

R = rayon du capillaire (cm)

ν = viscosité cinématique (cm²/s)

g = accélération gravitaire (cm/s²)

Le flux du type HELE-SHAW entre deux plaques parallèles séparées d'une distance R est donné par :

$$v = \frac{R^2}{12} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot \frac{h_o - h_L}{L} \quad (I.3.9)$$

L'avancement d'un *interface* dans un capillaire dépend de la mouillabilité de sa paroi, exprimée par l'angle de contact α . En combinant la loi de POISEUILLE et celle de JURIN, on peut écrire pour l'écoulement permanent dans un tube horizontal :

$$v = \frac{R^2}{4} \cdot \frac{\gamma \cos \alpha}{\mu} \cdot \frac{1}{x} \quad (I.3.10)$$

si x est la distance entre l'interface et le point où l'eau est à la pression atmosphérique. μ est la viscosité dynamique de l'eau = $\nu \cdot \rho_w$. Cette équation a été vérifiée expérimentalement par MALIK et al (1979). L'avancement d'interfaces dans des domaines à géométrie aléatoire ou non cylindrique a été étudié de façon approfondie par GANOULIS (1974).

I.3.2.2. Écoulement dans un réseau de capillaires

La modélisation de l'écoulement en milieux poreux en appliquant la loi d'écoulement dans des capillaires semble devoir faire intervenir :

- les variations séquentielles des sections et des longueurs des segments de pores
- l'interconnection des pores
- le caractère diphasique de l'écoulement (air + eau)
- le caractère tridimensionnel du réseau

Cette approche est dénommée "*Network Approach*" et a été développée et utilisée entre autres par FATT (1936), FARREL and LARSON (1972), DULLIEN (1972, 1975), DULLIEN et al. (1976), BONNET et LENORMAND (1977), LENORMAND (1978), CHATZIS and DULLIEN (1978).

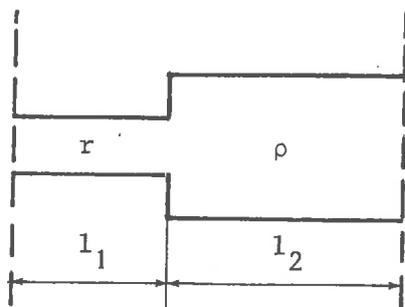
D'après DULLIEN (1972), la plupart des milieux poreux naturels auraient une structure poreuse principale consistant en un réseau tridimensionnel de *vides*, interconnectés par des *engorgements*. Pour modéliser la structure de ces milieux poreux, il faudrait connaître à la fois la distribution des vides et celle des engorgements. VAN BRAKEL (1975) a récemment passé en revue les différents modèles existants.

I.3.3. Passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique

Depuis 1950, plusieurs chercheurs, notamment dans le domaine du génie pétrolier (*) ont proposé d'estimer les caractéristiques macroscopiques de transfert à partir des courbes caractéristiques de rétention $h(\theta)$ transformées en courbes de distributions porosimétriques.

Ces méthodes sont basées sur l'analogie entre la loi microscopique de POISEUILLE et la loi macroscopique de DARCY, pour un écoulement monodimensionnel dans une tranche de milieu poreux définie par deux plans perpendiculaires à l'axe de l'écoulement.

Dans cette tranche, le milieu poreux est modélisé par un faisceau de tubes capillaires. Chaque tube est caractérisé par deux rayons (r et ρ) définis sur chacune des faces de la tranche en question. Les segments sont schématisés ci-dessous :



(*) ROSE (1949), THORNTON (1949), FATT and DYKSTRA (1951), RAPOPORT and LEAS (1951), BURDINE (1953).

L'analogie entre la loi de DARCY et de POISEUILLE permet d'écrire que la conductivité hydraulique est donnée par :

$$K = \frac{g}{v} \cdot \epsilon_t \frac{R_m^2}{8} \quad (\text{I.3.11})$$

où ϵ_t est la porosité en cm^3 de pores par cm^3 de milieu poreux et R_m un rayon moyen résultant d'une intégration des rayons effectifs des différents capillaires.

Plusieurs méthodes ont été proposées depuis 1950 environ et des modifications ont été apportées suite à des vérifications expérimentales. Récemment, MUALEM and DAGAN (1978) ont fait la synthèse des différentes méthodes et ont proposé des formulations généralisées permettant de les unifier.

Les différences entre toutes les méthodes résultent des différentes hypothèses faites au niveau de la définition du rayon effectif de chaque capillaire ainsi qu'au niveau de la définition éventuelle d'un facteur de tortuosité.

En ce qui concerne tout d'abord le rayon effectif r_e , on peut distinguer trois définitions (MUALEM and DAGAN, 1978) :

$$\begin{aligned} 1. \quad r_e &= r & \text{si} & \quad r < \rho \\ r_e &= \rho & \text{si} & \quad r > \rho \end{aligned} \quad (\text{I.3.12})$$

Les méthodes de CHILDS and COLLIS-GEORGE (1950) et de MARSHALL (1958) sont basées sur cette définition.

$$2. \quad \left(\frac{r_e}{r}\right)^2 = \frac{\text{section effective participant à l'écoulement}}{\text{section totale des pores}} \quad (\text{I.3.13})$$

Cette hypothèse est à la base de la méthode de BURDINE (1953) et de WYLLIE and GARDNER (1958).

3. MUALEM (1976) a proposé une méthode basée sur l'hypothèse que :

$$r_e = \sqrt{r \cdot \rho} \quad (\text{I.3.14})$$

Cette dernière formulation est basée sur une proportionalité entre le rayon d'un capillaire et sa longueur. Cette hypothèse avait été introduite par FATT (1956).

Toutefois, pour pouvoir démontrer (I.3.14), MUALEM (1976) combine deux conditions d'équivalence. D'une part, il pose que le débit et la perte de charge entre l'entrée et la sortie du capillaire soient constants, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{L}{r_e} = \frac{l_1}{r} + \frac{l_2}{\rho} \quad (\text{I.3.15})$$

D'autre part, il pose l'équivalence des volumes :

$$r_e^2 L = r^2 l_1 + \rho^2 l_2 \quad (\text{I.3.16})$$

Toutefois, les deux équations (I.3.15) et (I.3.16) ne sont compatibles que lorsque la longueur totale L est différente de la somme des deux longueurs l_1 et l_2 . On peut montrer aisément que L est donné par :

$$L = \frac{r}{\rho} l_1 + \frac{\rho}{r} l_2 \quad (\text{I.3.17})$$

L'épaisseur de la tranche de sol n'est plus clairement définie et l'analogie entre la loi de DARCY et de POISEUILLE n'est plus rigoureusement possible.

Les apports de MILLINGTON and QUIRK (1959, 1964), KUNZE et al. (1968), GREEN and COREY (1971), JACKSON (1972) concernent la prise en considération de la tortuosité, de façon à permettre une meilleure correspondance entre les conductivités mesurées et calculées. Le rayon effectif est défini par :

$$r'_e = \theta_e^p r_e \quad (\text{I.3.18})$$

où θ_e est la teneur en eau effective :

$$\theta_e = \theta - \theta_r \quad (\text{I.3.19})$$

θ_r étant la teneur en eau résiduelle dans des pores dont la conductivité est négligeable.

Le coefficient p est empirique et dépend de la tortuosité du milieu.

MUALEM and DAGAN (1978) ont donné des formulations générales des différents modèles :

- pour l'hypothèse 1, l'équation de CHILDS and COLLIS-GEORGE (1950) généralisée :

$$K_r(\theta) = \left(\frac{\theta_e}{\theta_{e,s}}\right)^p \int_0^{\theta_e} (\theta_e - \theta) \frac{d\theta}{h^2} \Big/ \int_0^{\theta_{e,s}} (\theta_{e,s} - \theta) \frac{d\theta}{h^2} \quad (I.3.20)$$

où $K_r(\theta)$ est la conductivité relative définie par le rapport entre la conductivité à la teneur en eau θ et la conductivité saturante.

$\theta_{e,s}$ est la teneur en eau effective saturante et h est la succion. θ est la variable d'intégration représentant la teneur en eau effective en fonction de h entre les limites 0 et θ .

- pour l'hypothèse 2, l'équation de BURDINE (1953) généralisée :

$$K_r(\theta) = \left(\frac{\theta_e}{\theta_{e,s}}\right)^{p+1} \int_0^{\theta_e} d\theta_e / h^2 \Big/ \int_0^{\theta_{e,s}} d\theta_e / h^2 \quad (I.3.21)$$

- pour l'hypothèse 3, l'équation de MUALEM (1976) :

$$K_r(\theta) = \left(\frac{\theta_e}{\theta_{e,s}}\right)^p \left[\int_0^{\theta_e} \frac{d\theta_e}{h} \Big/ \int_0^{\theta_{e,s}} \frac{d\theta_e}{h} \right]^2 \quad (I.3.22)$$

La tortuosité peut encore être prise en charge d'une autre façon, ce qui conduit à d'autres formulations générales.

Il est intéressant à différents points de vue de pouvoir calculer les coefficients de transfert à l'aide de paramètres de la distribution des pores ou de la distribution des suctions, plutôt qu'à l'aide de toute la courbe. Une méthode semi-empirique a été proposée par BROOKS and COREY (1964) dans le cas du drainage :

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{h_b}{h(\theta)}\right)^{2+3\lambda} \quad h \geq h_b \quad (I.3.23)$$

$$K = K_s \quad h < h_b \quad (I.3.24)$$

où h_b est la succion d'entrée d'air ou point de bulle du milieu poreux et λ un "indice de distribution des pores". De grandes valeurs de λ correspondent à des distributions serrées.

Cet indice est calculé à partir de la courbe de rétention $h(\theta)$. Les données mesurées sont approchées par la relation empirique suivante :

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad h \geq h_b \quad (\text{I.3.25})$$

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = 1 \quad h < h_b \quad (\text{I.3.26})$$

θ_s est la teneur en eau saturante et θ_r la teneur en eau résiduelle.

LAROUSSI (1972) et LAROUSSI, VANDERVOORDE and DE BACKER (1975) ont présenté une équation permettant de prédire le coefficient de diffusivité à partir du rayon moyen des pores dans le cas de billes de verre à distribution serrée et pour des teneurs en eau comprises entre 4 et 28 % :

$$D(\theta) = D_v(\theta) + D_\ell(\theta) \quad (\text{I.3.27})$$

$$D_\ell(\theta) = C_\ell \cdot \bar{R} \cdot \theta \quad (\text{I.3.28})$$

$D_v(\theta)$ = coefficient de diffusivité en phase vapeur du fluide absorbé par le solide.

$D_\ell(\theta)$ = coefficient de diffusivité du liquide

C_ℓ = célérité d'une particule de liquide

\bar{R} = rayon moyen des pores obtenus par porosimétrie à mercure.

I.4. LE PROBLEME DE L'HETEROGENEITE DES MILIEUX POREUX ET DE LA VARIABILITE SPATIALE DE LEURS PROPRIETES PHYSIQUES

Comme par nature un milieu poreux est hétérogène, le physicien du sol est de plus en plus souvent confronté à des notions telles que : *échelle microscopique, macroscopique, mégascopique* (régionale) ainsi qu'à des notions d'*uniformité, d'isotropie, etc....* Ces termes n'ont pas toujours la même signification pour tout le monde et nous définissons tout d'abord ci-dessous comment il faut les comprendre dans le cadre de ce travail.

I.4.1. Concepts liés à l'hétérogénéité des milieux poreux

I.4.1.1. Echelles

BEAR (1972), et GANOULIS et TSAKOYIANNIS (1978) définissent trois types d'échelles : les échelles *microscopiques, macroscopiques* et *mégascopiques* (ou régionales). Ces trois types d'échelles sont en fait les trois principaux niveaux de description des phénomènes de transfert.

- Niveau *microscopique* : description de la taille et de la forme des pores et des grains. Certains l'appellent le niveau granulométrique (MATHERON, 1967)
- Niveau *macroscopique* : c'est le niveau de définition du *continuum* qui permet la description des propriétés globales comme la conductivité hydraulique, la teneur en eau, etc....
- Niveau régional ou *mégascopique* : description des formations et des systèmes géologiques ou pédologiques.

Cette subdivision est explicitée à la figure I.2. Le physicien du sol est habituellement situé à l'échelle du volume élémentaire représentatif, la seule échelle où le milieu poreux apparaît comme étant homogène.

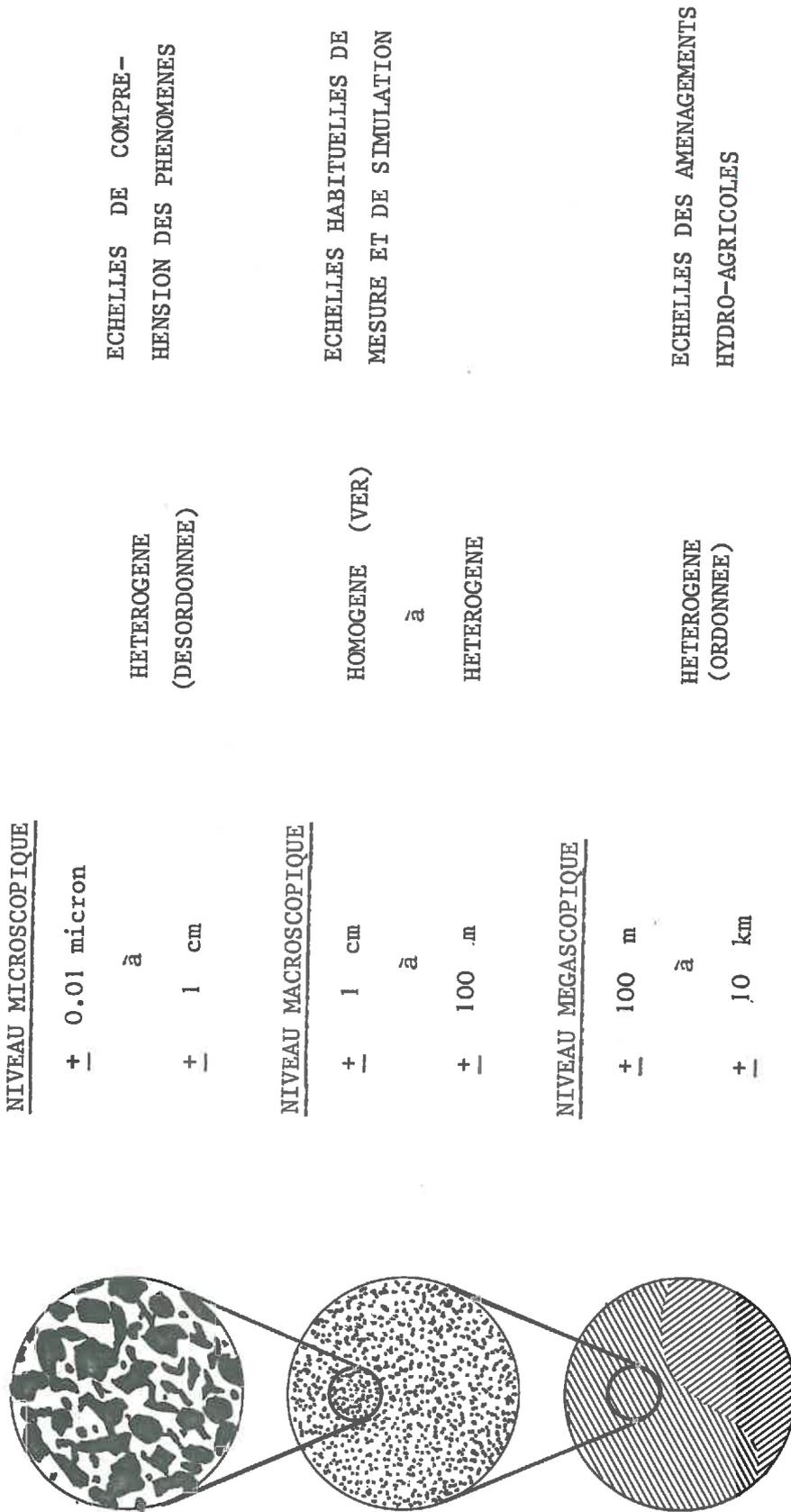


FIGURE I.2. : Explicitation des types d'échelles de perception des phénomènes physiques en milieux poreux.

La *macroscopisation* (BACHMAT, 1971) et la *régionalisation* (MATHERON, 1967) sont des opérations (intégration) permettant de définir des variables macroscopiques ou régionales à partir de grandeurs définies et mesurées à des échelles respectivement microscopiques et macroscopiques, lorsqu'à ces échelles les milieux sont considérés comme hétérogènes.

I.4.1.2. Uniformité et non-uniformité; homogénéité et hétérogénéité

GAOULIS et TSAKOYIANNIS (1978) ont rapporté que certains auteurs comme GREENKORN and KESSLER (1969) et FREEZE (1975) font une distinction entre *uniformité*, *non-uniformité* et *homogénéité*, *hétérogénéité* sur base de la forme des graphes donnant la distribution de la variable étudiée (la perméabilité). Un milieu est *uniforme* lorsque le graphe est une combinaison linéaire et finie de fonctions de DIRAC, autrement dit lorsqu'il peut y avoir plusieurs pics mais aucun étalement autour de ceux-ci. Par contre, un milieu est *hétérogène* lorsqu'il présente plus d'un mode ou pic, quel que soit l'étalement.

Ces définitions ne nous semblent pas fort pratiques dans les cas des milieux poreux naturels car il est presque exclu d'y trouver des milieux uniformes. Nous considérons donc que *l'hétérogénéité* est liée à *l'étalement* de la distribution de la variable en question. Le milieu est hétérogène lorsque l'étalement ne peut pas être négligé. Lorsque le graphe présente plusieurs pics, nous dirons qu'il est *pluri-modal*.

L'hétérogénéité géométrique et *l'hétérogénéité structurale* sont pour nous des notions équivalentes qui expriment l'étalement de la distribution d'une variable géométrique du milieu poreux (diamètre des pores par exemple.).

I.4.1.3. Variabilité spatiale

La notion de *variabilité spatiale* est équivalente à celle d'hétérogénéité et peut être définie comme étant l'étalement de la fonction de distribution spatiale d'une variable.

L'hétérogénéité d'un milieu poreux est parfois décrite à partir de la variabilité spatiale de la conductivité géométrique (ou perméabilité intrinsèque), notamment par MORINEAU, SIMANDOUX et DUPUY (1965) et THIRRIOT et VALIANTZAS (1978). Dans ce travail, nous envisageons l'étude de l'hétérogénéité à partir de la notion de géométrie ou de porosimétrie. Nous n'avons pas connaissance d'une étude semblable. L'étude de la variabilité spatiale des propriétés physiques est un passage obligé dans le développement actuel de la physique du sol.

I.4.1.4. Isotropie et anisotropie

Un milieu est *isotrope* lorsque ses propriétés physiques sont identiques dans toutes les directions, sinon il est anisotrope. Nous n'utiliserons pas cette notion dans ce travail.

I.4.2. Description des hétérogénéités et étude des variabilités spatiales

Selon que la variable étudiée est du type intrinsèque (ou permanent) ou du type spécifique (ou temporaire) on parlera ici d'*hétérogénéité intrinsèque* et d'*hétérogénéité spécifique*.

Parmi les *hétérogénéités intrinsèques*, on peut citer celles de la granulométrie caractérisée par des pourcentages de sable, limon et argile qui ont été étudiées par ANDREW and STEARNS (1963) et BABALOLA (1978) par exemple. Ensuite il y a la variabilité de la densité apparente et de la teneur en eau correspondant à des succions caractéristiques et qui ont été étudiées par MASON et al. (1957), ANDREW and STEARNS (1963) et CASSEL and BAUER (1974). Les distributions de certaines catégories de pores, macropores ou biopores par exemple, ont été étudiées par MASON et al. (1957) et VAN DER PLAS and SLAGER (1964).

WILDING, SCHAFER and JONES (1964) ont étudié la variabilité du degré de structuration ou de la stabilité structurale.

Enfin, il faut citer les études concernant la conductivité hydraulique saturée, effectuées notamment par MASON et al. (1957), KEISLING (1974), BAKER and BOUMA (1975), BABALOLA (1977) et KEISLING et al. (1977).

L'étude de MORINEAU, SIMANDOUX et DUPUY (1965) de l'hétérogénéité des perméabilités géométriques dans des carottes de grès nous semble la plus proche de l'étude de l'hétérogénéité structurale telle qu'elle est envisagée dans ce travail. Aucune étude expérimentale de l'hétérogénéité des dimensions de pores ne semble avoir été effectuée. A côté des hétérogénéités intrinsèques, il existe des *hétérogénéités spécifiques* à certaines propriétés occasionnelles ou temporaires comme la teneur en eau, la succion, etc.... Celles-ci sont également importantes du point de vue de l'écoulement et ont été assez largement étudiées par ALLMARAS and GARDNER (1956), JACOB and KLUTE (1956), HAMMOND et al. (1958), NIELSEN et al. (1973), BIGGAR and NIELSEN (1976), CARVALLO et al. (1976). RAO et al. (1979) ont analysé la littérature au point de vue du type de distribution et ont remarqué, sans interprétation, que l'on peut distinguer deux classes de propriétés selon qu'elles sont distribuées de façon *normale* ou *lognormale*. Les propriétés telles que la densité apparente, la teneur en matière organique, la teneur en argile, et la teneur en eau à une succion donnée sont généralement caractérisées par des distributions normales. Les propriétés liées à l'écoulement tel que la perméabilité à l'air, la conductivité hydraulique saturée, le flux, la vitesse d'écoulement et le coefficient de dispersion de solutions sont distribuées de façon lognormale.

I.4.3. Conséquences des hétérogénéités sur la macroscopisation et la régionalisation des variables

La question de la façon dont les propriétés locales se composent pour définir une propriété moyenne reste un problème délicat. Il y a moyen de l'aborder de différentes façons. DAGAN (1979) en a fait une synthèse pour la conductivité saturée dans le cas de formations géologiques aquifères. Des essais sur modèles mathématiques en utilisant des techniques du type MONTE-CARLO ou en supposant comme MATHERON (1974) que l'équation générale d'écoulement est une équation stochastique où

les paramètres sont associés à une variance, montrent que la perméabilité moyenne peut varier de la moyenne arithmétique à la moyenne harmonique (assemblage en parallèle ou en série).

MATHERON (1965, 1967) a étudié de façon théorique la régionalisation de la conductivité hydraulique saturée en conditions d'écoulement permanent et d'écoulement transitoire. Sa conclusion est que la loi de DARCY, pour l'écoulement permanent, reste valable à une échelle régionale. Par contre, en écoulement transitoire, cette loi ne semblerait plus applicable car la conductivité hydraulique serait alors une variable aléatoire dont la valeur probable ne coïnciderait pas avec la conductivité en condition d'écoulement permanent.

CONCLUSIONS

Ce chapitre a permis de montrer que la géométrie porale joue un rôle déterminant, tant du point de vue des propriétés de rétention que des propriétés de transfert d'eau des sols.

L'approche macroscopique, celle qui est classiquement utilisée, fait appel à des paramètres globaux empiriques qui ne permettent pas de tenir compte séparément des caractéristiques de la matrice solide et des fluides.

Si à l'échelle du VER, les propriétés de rétention et de transfert dépendent de la géométrie et de l'hétérogénéité géométrique microscopique, il est évident que la variabilité spatiale de ces propriétés dépend de l'hétérogénéité géométrique macroscopique.

La suite de ce travail montrera comment la porosimétrie à mercure peut être utilisée pour décrire cette géométrie et ses hétérogénéités à différentes échelles, du moins en ce qui concerne la gamme des micropores (0.05 à 300 microns) et comment ces caractéristiques géométriques peuvent être mises expérimentalement en relation avec les propriétés de rétention et de transfert.

CHAPITRE II

ETUDE DE L' HETEROGENEITE GEOMETRIQUE DES MICROPORES A L' ECHELLE DU VOLUME ELEMENTAIRE REPRESENTATIF...

INTRODUCTION

Les objets étudiés dans ce chapitre sont des *volumes élémentaires de sols*, principalement des agrégats d'environ 1 cm^3 , généralement considérés comme homogènes. L'objectif est d'établir une méthode de description de la géométrie porale des sols à l'échelle *microscopique* en se basant notamment sur une étude expérimentale de la variabilité de cette géométrie à l'échelle *régionale*.

Les techniques utilisées pour mesurer la distribution des pores doivent être capables de mesurer une grande gamme de dimensions. Actuellement, il n'y a pas de méthode unique capable de mesurer toute cette gamme, c'est-à-dire du millième de microns jusqu'à plusieurs centaines de microns. Or, le physicien du sol est le plus souvent confronté à des phénomènes d'écoulement laminaire dans des sols non saturés, c'est-à-dire dans les *micropores* tels qu'ils ont été définis dans le paragraphe I.1.1 du premier chapitre, soit de 0.05 à 300 microns. La technique la plus appropriée pour investiger cette gamme de pores est la *technique d'intrusion de mercure*. C'est donc cette technique qui est utilisée dans ce chapitre. On peut, grâce à elle, étudier des milieux poreux dont la structure est intacte et ce de façon tridimensionnelle. De plus, la mesure tient compte de l'interconnection des pores. Les *macropores*, pouvant jouer un rôle déterminant dans certains phénomènes hydrodynamiques, ne sont pas étudiés dans ce travail.

Le chapitre est divisé en trois paragraphes.

Le premier concerne la *procédure expérimentale* et la représentation graphique des résultats, y compris le lissage mathématique. Le second paragraphe est consacré à la présentation d'une méthode de *paramétrisation* des

courbes porosimétriques mesurées. Plusieurs paramètres sont définis à partir de quatre *transformations* d'une variable géométrique, le diamètre des pores. Le troisième paragraphe est consacré au choix d'une des quatre transformations et à la *sélection des paramètres* les plus utiles. Ce choix est basé sur une étude expérimentale de près de cinq cents volumes élémentaires de sols de provenances et de textures variées. Enfin, une *méthode de classification* est proposée à la lumière des valeurs observées des paramètres sélectionnés et de leur variabilité d'un sol à l'autre. Habituellement, la classification physique des sols est basée sur l'analyse *texturale ou granulométrique*. Ici, nous envisageons la porosimétrie comme un moyen de décrire la *microstructure* des sols, qui mieux que la texture, détermine les propriétés de rétention et de transfert.

II.1. METHODE D'OBTENTION DES COURBES POROSIMETRIQUES

II.1.1. Le porosimètre AMINCO-WINSLOW 5000

Avec ce porosimètre on peut mesurer les diamètres des pores allant de 400 à 0,04 microns et des volumes de pores aussi faibles que $0,001 \text{ cm}^3$ pour chaque diamètre. Il comporte deux parties distinctes représentées à la figure II.1. :

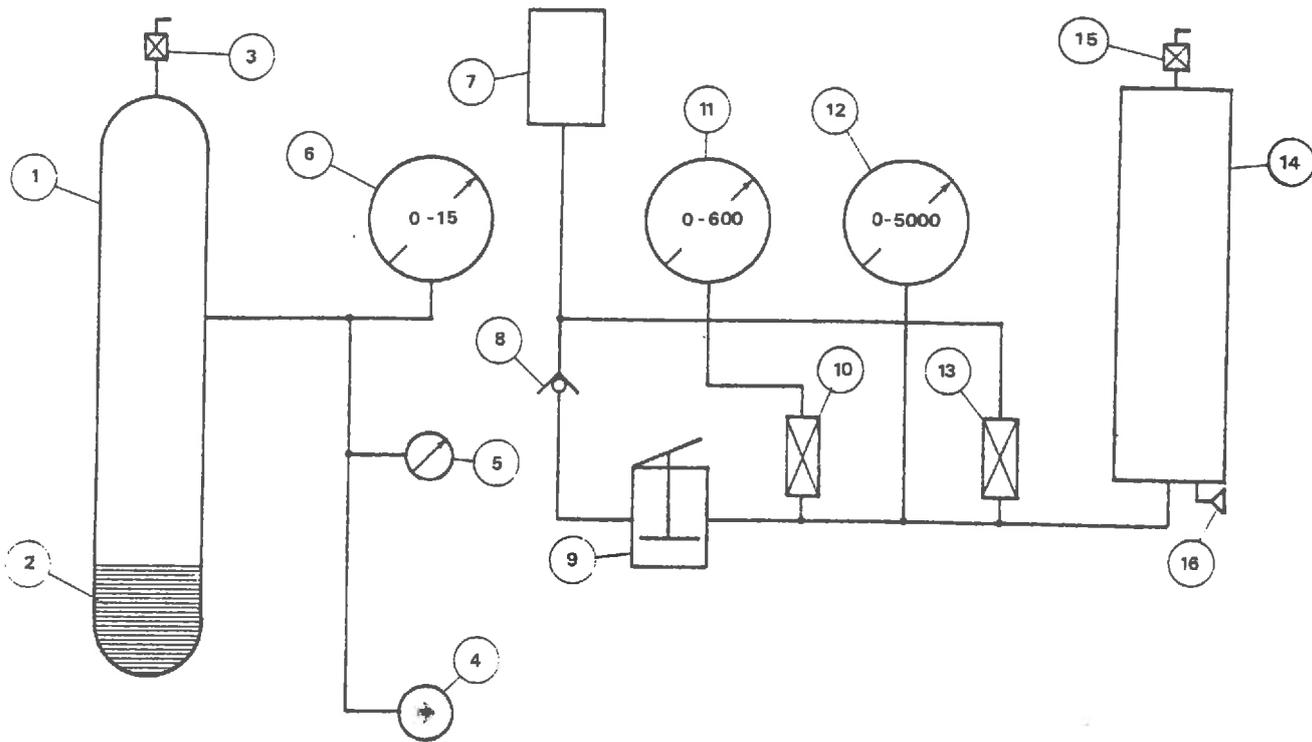
- une chambre en verre inclinable contenant du mercure et reliée à une pompe à vide.
- une chambre blindée contenant de l'alcool isopropylique et reliée à une pompe manuelle pouvant fournir des pressions de 0 à 5000 psi (*).

Actuellement, la pression maximale atteinte par un appareil commercial est de 60.000 psi, ce qui permet d'introduire du mercure dans des pores de $0.003 \mu\text{m}$ de diamètre environ.

Le principe de l'opération est le suivant : un échantillon sec de dimension et de porosité appropriées (environ 1 cm^3) est placé dans un *pénétrromètre* dont le schéma est donné à la figure II.2. Celui-ci est en fait un récipient en verre prolongé d'un tube capillaire gradué de 0.000 à 0.200 cm^3 . Le pénétromètre est introduit dans la chambre en verre. Une pompe à vide évacue l'air de cette chambre ainsi que du pénétromètre et de l'échantillon qui s'y trouve. Lorsqu'un vide suffisant est atteint (**), l'extrémité du tube gradué du pénétromètre est plongé dans le mercure grâce à l'inclinaison de la chambre et un apport d'air atmosphérique dans la chambre fait monter le mercure qui remplit le pénétromètre et enveloppe complètement l'échantillon. Le mercure entre déjà dans les plus grands pores ($> 400 \mu\text{m}$), ce qui constitue

(*) $1 \text{ psi} = 1 \text{ pound per square inch}$; $1 \text{ atm} = 14,7 \text{ psi}$.

(**) Il faut atteindre un vide tel que le volume d'air résiduel ne provoque pas de contrepression lorsque le mercure l'a refoulé dans les plus petits pores. Cette contrepression pourrait fausser la mesure. Alors que le constructeur de l'appareil conseille d'atteindre un vide de $50 \mu\text{m}$ de mercure, nous croyons que dans le cas de sols, où il reste suffisamment de pores non explorables, un vide de $500 \mu\text{m Hg}$ est suffisant.



- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1. Chambre à vide | 9. Pompe manuelle |
| 2. Réserve de mercure | 10. Vanne de manomètre |
| 3. Robinet de mise à pression | 11. Manomètre 0-600 psi |
| 4. Pompe à vide | 12. Manomètre 0-5000 psi |
| 5. Capteur de pression résiduelle | 13. Vanne de relachement de pression |
| 6. Manomètre 0-15 psi abs | 14. Chambre de pression |
| 7. Réservoir d'alcool | 15. Purge |
| 8. Clapet antiretour | 16. Vidange |

FIGURE II.1. : Schéma du porosimètre à mercure
AMINCO-WINSLOW-5000

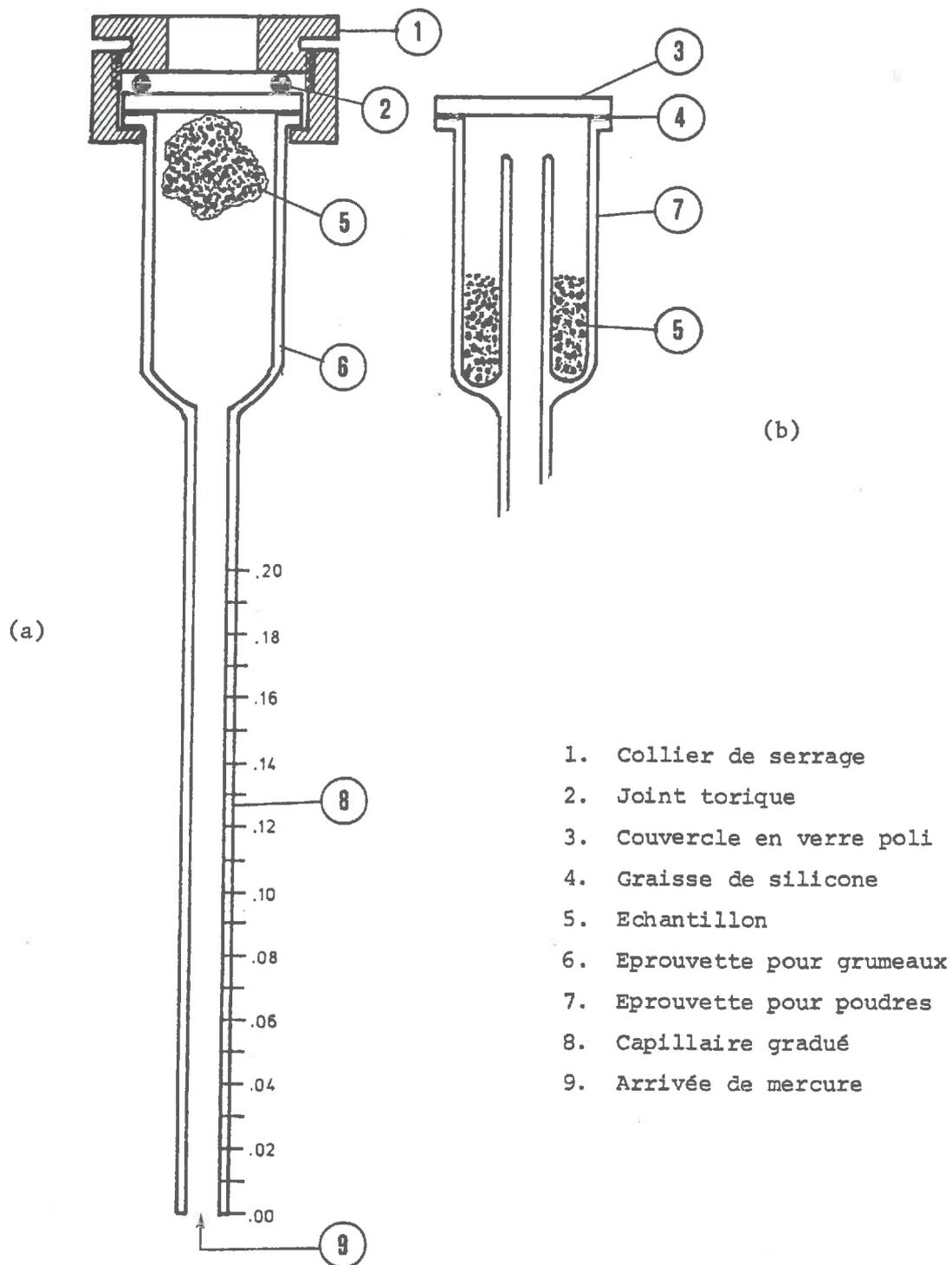


FIGURE II.2. : Coupes longitudinales des pénétrromètres
 a. pour grumeau
 b. pour poudre

la *limite supérieure d'investigation*. Après remplissage, l'extrémité du tube gradué est sorti du mercure et la mesure peut commencer. Elle s'effectue par pas de pression croissante. A chaque pas i , deux mesures sont effectuées :

SR_i = le volume total de mercure introduit dans l'échantillon depuis le début de l'expérience

P_i = la pression absolue dans l'ambiance de la chambre, c'est-à-dire sous la colonne de mercure pendante dans le tube gradué.

Comme le mercure est un liquide non mouillant, il faut d'autant plus de pression que les pores à explorer sont petits (loi de JURIN).

Lorsque la pression atmosphérique est atteinte dans la chambre en verre, le pénétromètre est transféré dans la chambre blindée où la pression d'alcool est amenée progressivement de 0 à 5000 psi (340 atm).

A cette pression, le mercure peut entrer dans des pores de 0,04 μm de diamètre ce qui constitue la *limite inférieure d'investigation* :

SR_m = volume de mercure contenu dans l'échantillon à la pression maximale.

Les *facteurs d'erreurs* dans la mesure porosimétrique sont les suivants :

- Effet de compressibilité du mercure :

Théoriquement, la diminution de volume de mercure pour une pression de 5000 psi, sans échantillon dans le pénétromètre, vaut 0,008 cm^3 .

- Présence d'air dans le pénétromètre :

Après évacuation jusqu'à une pression résiduelle de 50 $\mu\text{m Hg}$, cet air est ultérieurement comprimé dans les pores et occupe un volume de 0,0075 cc à 5000 psi.

- Effet de compressibilité du solide :

Le coefficient de compressibilité de la plupart des solides est estimé à $10^{-11} - 10^{-12} \text{ cm}^2/\text{dyne}$.

Cet effet est négligeable.

- Facteur temps :

La mise en équilibre de l'écoulement du mercure peut être vérifiée en donnant de légers chocs au pénétromètre.

Elle est quasi instantanée.

- Effet bouteille à encre ou rapport entre diamètre d'entrée et diamètre d'occupation des pores. La pression correspond au diamètre d'entrée.

- Effet de la hauteur de l'échantillon :

La base et le sommet de l'échantillon ne sont pas soumis à la même pression et ceci a son importance pour la mesure des grands diamètres. Ce problème est analysé en détail au paragraphe II.1.3.

- Pureté et température du mercure :

Ces facteurs influencent principalement la valeur de la tension superficielle.

- Imprécision de l'estimation de la valeur de l'angle de contact liquide-solide.

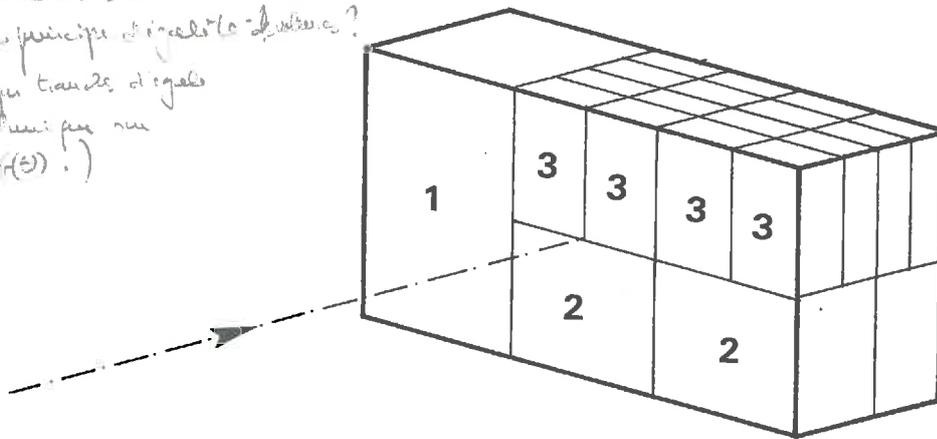
Lorsqu'on abaisse systématiquement la pression jusqu'à zéro, la courbe de drainage ne suit pas la courbe originale d'intrusion du mercure et un peu de celui-ci est retenu dans l'échantillon, même à pression nulle. DRAKE and RITTER (1945) en attribuèrent la raison à l'effet bouteille à encre. D'après CARO and FREEMAN (1961), cette hystérésis serait due à un effet additif de la différence entre angles de contact entrant et sortant et la sorption chimique irréversible du mercure sur les parois des pores, manifesté par un changement de couleur de l'échantillon.

II.1.2. Individualisation et signification de la notion de distribution

Il a déjà été précisé dans l'introduction de ce chapitre, que l'objet qui nous intéresse est un *volume élémentaire de sol* et non le sol dont il a été extrait. Du point de vue statistique, on peut dire que ce volume porte le nom de *population*. Or, pour pouvoir parler de population, il faut définir les *individus* qui en font partie.

Il est théoriquement difficile d'*individualiser* des pores ou des groupes de pores dans un milieu poreux, car l'espace poreux est essentiellement *interconnecté*. Pratiquement pourtant, on peut résoudre ce problème en s'interrogeant sur l'information que l'on désire extraire des courbes porosimétriques. Nous cherchons une information sur les variations dans l'espace de certaines caractéristiques géométriques. Si nous nous limitons aux variations dans un plan par exemple, nous aimerions savoir quelle est la probabilité de rencontrer en un point défini par deux coordonnées, un individu caractérisé par une certaine valeur de la variable concernée. Ceci suppose que tous les individus aient la même surface élémentaire. Dans un espace à trois dimensions, il faut donc qu'ils aient tous le même volume élémentaire. L'exemple suivant éclaircit ce principe d'*égalité des volumes des individus*. Prenons le cas d'une mince tranche de milieu poreux, comptant au total 21 pores différenciés par 3 dimensions caractéristiques seulement, $i = 1$ à 3 :

Ceci signifie-t-il que pour appliquer un calcul probabiliste
il faut se mettre dans les conditions
d'application du principe d'égalité des volumes?
C'est-à-dire que les tranches d'égal
épaisseur ont des volumes égaux
ou non ($\varphi(H)$).



La probabilité qu'une molécule d'eau rencontre un pore caractérisé par la dimension i est donnée par la contribution volumique des pores caractérisés par cette dimension. Par contre, la contribution numérique ou le rapport entre le nombre de pores caractérisés par i et le nombre total de pores est une information peu utile. La distribution du nombre de pores telle qu'elle a été définie au point I.1.1 n'a pas beaucoup d'intérêt dans le cadre de ce travail. C'est la distribution du volume des pores ou du nombre d'individus de même volume qui nous intéresse.

Quel est maintenant le volume élémentaire des individus ? Celui-ci dépend de la métrologie et est défini par la précision de mesure des volumes de mercure introduits dans le grumeau de sol. Dans le cas qui nous concerne, ce volume est de 0.001 cm^3 . Ceci correspondrait à une trentaine de pores sphériques de $400 \text{ }\mu\text{m}$ de diamètre et plusieurs milliards de pores de $0.04 \text{ }\mu\text{m}$. L'individu est défini comme étant un *réseau élémentaire de pores interconnectés*, caractérisés par un diamètre équivalent ϕ et dont le volume est de 0.001 cm^3 . Chaque grumeau possède un volume de pores compris entre 0.1 et 0.2 cm^3 . Le nombre d'individus varie donc pratiquement de 100 à 200. La population est de type finie. Grâce au principe d'égalité des volumes d'individus, la *fonction de distribution volumique* $F(x)$ telle qu'elle a été définie en (I.1.1) devient une *fonction de distribution numérique de réseaux de pores* de même volume élémentaire.

Les dimensions des pores résultent de facteurs non contrôlables et sont donc à nos yeux le fruit de phénomènes aléatoires. Le diamètre peut être considéré comme une variable aléatoire. Elle est continue car elle peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné. Les individus ne sont pas indépendants car à cette échelle les petits pores résultent d'un fractionnement de grands pores. L'intrusion de mercure ne correspond pas à un échantillonnage car tous les individus de la population sont analysés. La conséquence de ceci est que les paramètres calculés à partir des courbes de distribution sont des paramètres dont la précision ne dépend que des erreurs instrumentales. Dans le chapitre suivant, les grumeaux seront considérés comme des échantillons d'une population infinie, le sol.

II.1.3. Courbe porosimétrique

Le *diamètre des pores* ϕ du réseau élémentaire peut être calculé par l'équation de WASHBURN (1921), qui est une application de la loi de JURIN (I.2.5) :

$$\phi_i = - \frac{4 \gamma_{\text{Hg}} \cos \alpha_{\text{Hg}}}{P_i} \cdot 1,4504 \cdot 10^{-1} = \frac{175}{P_i} \quad (\text{II.1.1})$$

- ϕ_i = diamètre en microns (1 micron = 10^{-4} cm)
 γ_{Hg} = tension superficielle = 473 dynes/cm
 α_{Hg} = angle de contact = 130°
 P_i = pression absolue de mercure dans l'échantillon poreux,
 exprimé en psi ($1 \text{ dyne/cm}^2 = 1,4504 \cdot 10^{-5} \text{ psi}$, $1 \text{ psi} = 70.4 \text{ g/cm}^2$)
 $P_o = P_{0-15,i} + P_{0-5000,i} - P_c + 13,8 \cdot \text{SR}_i$
 $P_{0-15,i}$ = pression absolue dans la chambre en verre
 $P_{0-5000,i}$ = pression relative dans le chambre blindée
 P_c = pression correspondant à une colonne de mercure
 égale à la hauteur du pénétrömètre
 = 5 psi pour un solide poreux
 = 4,53 psi pour une poudre dans le pénétrömètre adéquat
 $13,8 \cdot \text{SR}_i$ = correction à apporter à c pour tenir compte du raccourcissement de la colonne de mercure dans la branche du pénétrömètre.

La hauteur de l'échantillon devient une source d'erreur très importante pour la mesure des grands diamètres. On peut en effet écrire la loi de WASHBURN (II.1.1) sous la forme suivante :

$$\phi = \frac{0.09}{h_{\text{Hg}}} \quad (\text{II.1.2})$$

si ϕ est le diamètre des pores en cm et h_{Hg} la pression du mercure en cm de colonne de mercure.

Si la pression de mercure à la base de l'échantillon vaut h_{Hg} et celle au sommet ($h_{\text{Hg}} + \Delta h$), on peut estimer le diamètre par la relation :

$$\phi = 0.09 / (h_{\text{Hg}} + \frac{\Delta h}{2}) \quad (\text{II.1.3})$$

On peut montrer que l'erreur relative de mesure du diamètre vaut :

$$\frac{\Delta \phi}{\phi} = \phi \frac{\Delta h}{0.09} \quad (\text{II.1.4})$$

où $\Delta \phi$ est la différence entre le diamètre correspondant respectivement à la base et au sommet de l'échantillon.

On peut faire le même raisonnement dans le cas de la désorption d'eau grâce à la loi de JURIN (I.2.6.), ce qui conduit à l'expression qui peut être démontrée de façon similaire :

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = \phi \frac{\Delta h}{0.3} \quad (II.1.5)$$

La technique d'intrusion de mercure est donc plus restrictive quant à la hauteur de l'échantillon.

Pour un Δh de 1 cm, et pour un diamètre ϕ de 400 μm , l'erreur relative est de 44.4 % pour le mercure et de 13.3 % pour l'eau.

L'idéalisation du milieu en un faisceau de pores cylindrique (modèle capillaire) conduit à une surestimation des diamètres. FREVEL and KRESSLEY (1963) ont proposé un modèle plus complexe basé sur l'empilement de billes sphériques. Toutefois, KLOCK, BOERSMA and DE BACKER (1969) ont gardé le modèle capillaire moyennant l'utilisation d'un facteur correctif C déterminé expérimentalement ($C = 1.31$). Cette correction correspond assez bien au rapport existant entre le diamètre d'occupation et le diamètre d'entrée d'un pore formé par l'empilement de particules sphériques. Finalement, le diamètre peut être calculé par :

$$\phi_i = 1.31^* \cdot \frac{175}{P_i} \quad (II.1.6)$$

ϕ_i en μm et P_i en psi.

Pour chaque étape on détermine le taux de contribution volumique ou fonction de distribution par :

$$F(\phi_i) = \frac{SR_m - SR_i}{SR_m} \quad (II.1.7)$$

L'ensemble de ces mesures (de 10 à 30 points environ) constitue la fonction observée $F(\phi)$.

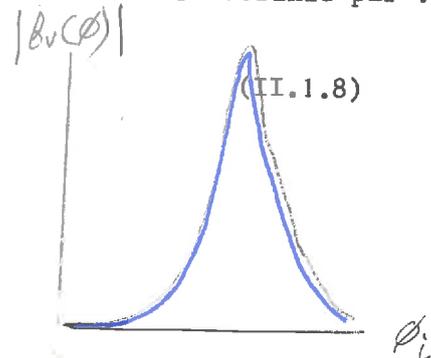
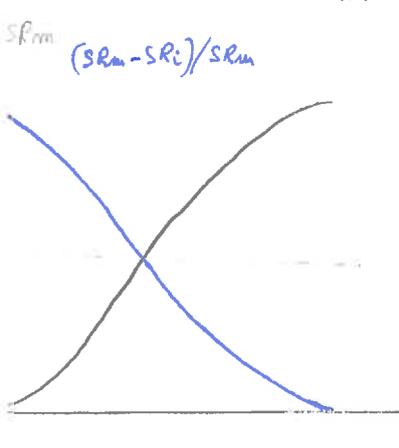
La fonction densité de distribution est définie par :

$$f_v(\phi) = \frac{dF(\phi)}{d\phi} \quad (II.1.8)$$



It de l'axe x (175) par le même coefficient

Vol. de Hg introduit par le mercure
Vol. de Hg total introduit



* et pour qu'il ne soit pas au diamètre des pores, qui tient compte de la densité de volume du sol

Si l'on désire situer l'information concernant la densité de distribution par rapport à d'autres milieux poreux, il nous semble utile de la pondérer à l'aide de la porosité totale du grumeau analysé. Comme il est fort difficile de mesurer le volume de celui-ci, nous utilisons la porosité pondérale et nous définissons une fréquence porale $f(\phi)$:

$$f(\phi) = f_v(\phi) \cdot \frac{SR_m}{W_s} \quad (II.1.9)$$

Vol. de mercure à l'échelle P_{max} .

poids de l'échantillon

Celle-ci est exprimée en cm^3 de pores par unité de poids sec de l'échantillon et par unité de dimensions de ϕ , soit ici en $cm^3/g \cdot \mu m$.

II.1.4. Transformation de la courbe porosimétrique en courbe caractéristique de rétention d'eau

est à l'origine sa!

Il est relativement courant en physique du sol de transformer la courbe caractéristique de rétention $h(\theta)$ en courbe de distribution des pores. La transformation inverse est tout aussi justifiée. La loi de JURIN (I.2.6) permet d'écrire que :

$$h = \frac{3000}{\phi} \quad (II.1.10)$$

si h est la succion en cm de c.e et ϕ le diamètre des pores en μm . A cette succion, la teneur en eau volumique correspondant à la branche de désorption de la caractéristique de rétention peut être calculée par :

$$\theta = [F(\phi) \cdot \epsilon_e + \epsilon_r] \cdot \rho_b \quad (II.1.11)$$

ρ_b = densité apparente sèche du sol en g/cm^3

ϵ_e = porosité explorée par la technique d'intrusion de mercure; pratiquement pour des diamètres compris entre 400 et 0.04 μm (en cm^3 de Hg/g de sol); ($\epsilon_e \cdot \rho_b$) est la porosité par unité de volume du sol.

ϵ_r = porosité résiduelle pour des diamètres inférieurs à 0.04 μm .

D'après NAGPAL, BOERSMA and DE BACKER (1972) on peut estimer ϵ_r à partir de la teneur en argile du sol a exprimée en % :

$$100 \cdot (\epsilon_r \cdot \rho_b) = 2.189 + 0.403 \cdot a \quad (\text{II.1.12})$$

Le tableau II.1 ci-dessous indique quelques valeurs calculées à partir de cette formule :

TABLEAU II.1. : Relation entre la porosité résiduelle et le pourcentage d'argile

a en %	100 ($\rho_b \cdot \epsilon_r$) en %
5	4.2
10	6.2
20	10.2
30	14.3
40	18.3
50	22.3
60	26.4

restitue le cas de
un : quelle relation
il entre ces deux courbes.
de Nagpal et al (1972) ne
pas l'équivalence que pour
le - la question est posée
de manière un peu vague
tous finit à < 3mm.
une est assimilée à

Pour contourner le problème de l'estimation de ϵ_r , nous proposons de mesurer une teneur en eau résiduelle θ_r correspondant à un quelconque taux résiduel F_r sur la courbe $F(\phi)$. Ceci est possible en appliquant une succion résiduelle h_r et en recherchant la valeur de :

$$F_r = F(\phi_r) \quad \text{avec} \quad \phi_r = \frac{3000}{h_r} \quad (\text{II.1.13})$$

Connaissant la teneur en eau θ_o qui sature tous les pores dont le diamètre est inférieur à 400 μm , ce qui correspond à une succion de 7,5 cm, on peut calculer θ par :

$$\theta = \theta_r + (F - F_r) \left(\frac{\theta_o - \theta_r}{1 - F_r} \right) \quad (\text{II.1.14})$$

On peut aussi négliger la teneur en eau correspondant à des pores $< 0.04 \mu\text{m}$, c'est-à-dire pour une succion d'environ 75000 cm de c.e. Une teneur en eau effective peut alors être définie simplement par :

$$\theta_e = F \cdot \theta_{e,o} \quad (\text{II.1.15})$$

et

$$\theta_{e,o} = \frac{SR_m}{W_s} \cdot \rho_b \quad (\text{II.1.16})$$

Nous (1978) avons déjà utilisé cette méthode pour étudier les propriétés de rétention d'eau des sols du bassin du BIRAN et un exemple de courbes $h(\theta_e)$ est présenté à la figure II.3. Une comparaison entre cette méthode d'obtention de la courbe $\theta(h)$ et une méthode plus classique (plaque de pression) est effectuée dans le chapitre IV.

II.1.5. Transformation des courbes porosimétriques observées en courbes continues par fonctions splines cubiques (**)

Pour obtenir une présentation graphique présentable de $f(x)$ ou $f_v(x)$ ayant la propriété de masquer les imprécisions de mesure qui dans les courbes dérivées sont exprimées par des pics secondaires et/ou par des pics d'amplitude exagérée, une méthode de lissage mathématique par fonctions splines cubiques est appliquée (**). Une fonction spline cubique est un ensemble de polynômes de troisième degré qui ont des dérivées continues à la jonction de deux polynômes. Nous avons conçu un programme FORTRAN, dénomé CSPLI1 à cet effet. Ce programme fait appel à une sousroutine ICSSMU du catalogue de software statistique du Centre de Calcul de l'U.C.L. à Louvain-la-Neuve.

Soient m points de mesure d'une courbe $f(x)$ sous forme de tableau (f_i, x_i) , avec $i = 1, 2, \dots, m$ tel que $x_1 < x_2 < x_3 \dots < x_m$. La sousroutine ICSSMU permet de calculer la fonction $f_s(x)$ qui "passe" relativement près des points tout en étant relativement lisse.

(**) Un programme analogue CSPLI 2 permet le traitement des courbes caractéristiques de rétention.

(**) D'après DAENINCK et SCHIFFLERS, Centre de Calcul, Louvain-la-Neuve.

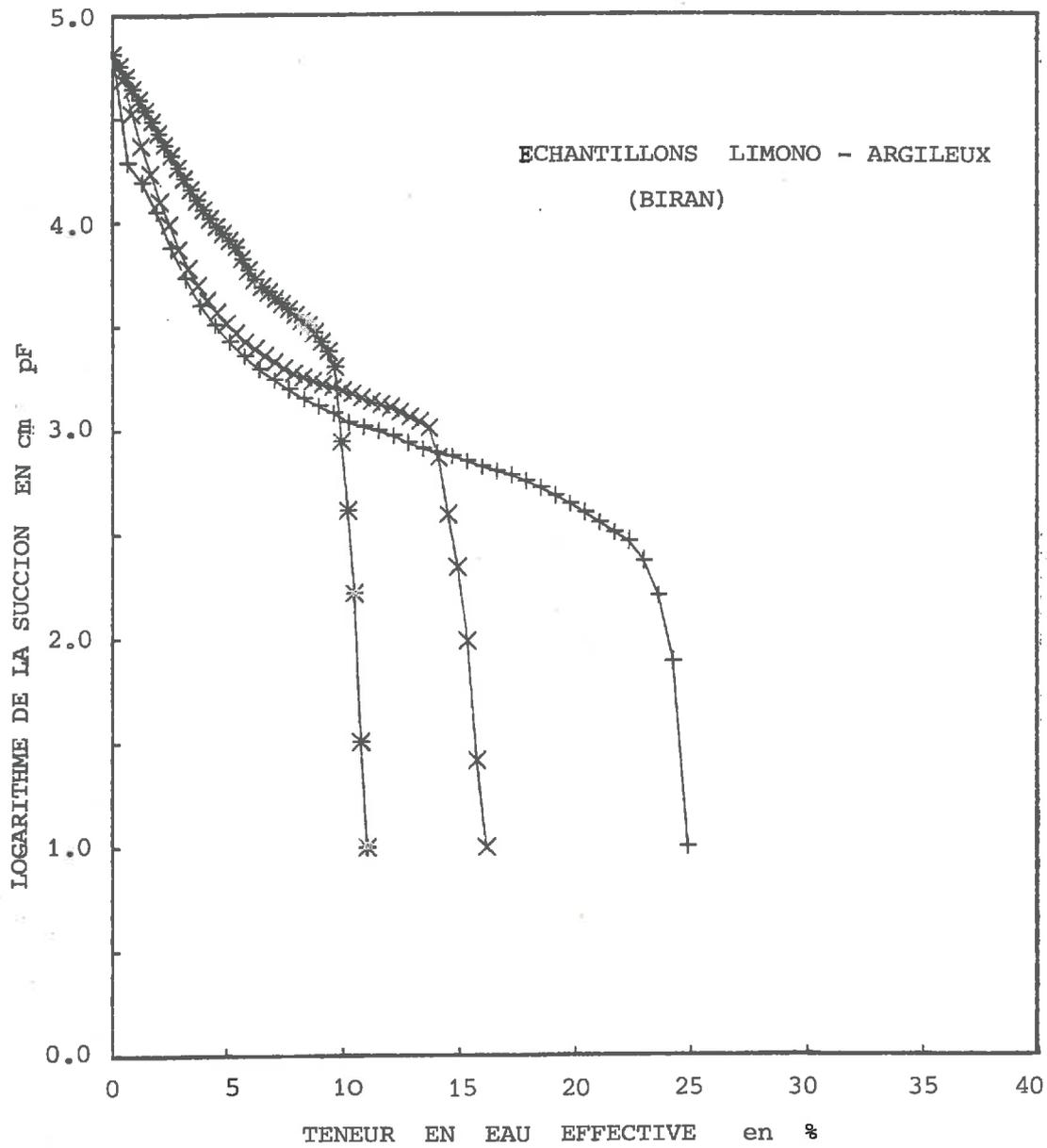


FIGURE II.3. : Courbes caractéristiques de rétention d'eau effective de trois échantillons de sol limono-argileux du bassin du Biran (Famenne)

La fonction est de la forme :

$$f_s(x) = a_i + b_i (x - x_i) + c_i (x - x_i)^2 + d_i (x - x_i)^3 \quad (\text{II.1.17})$$

pour tout x compris dans l'intervalle x_i, x_{i+1} .

Il y a donc $(m - 1)$ valeurs des quatre coefficients a_i, b_i, c_i et d_i .

Les coefficients sont estimés de façon à minimiser :

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} [g''(x)]^2 dx \quad (\text{II.1.18})$$

g étant une fonction vérifiant que les dérivées de $f_s(x)$ sont continues jusqu'à l'ordre 2. La dérivée seconde de g est linéaire dans les intervalles x_i, x_{i+1} et est donc déterminée par les points $g''(x_i)$. La contrainte est définie par une sévérité de lissage S_p ; $f_s(x) = g(x)$ lorsque :

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{f_s(x_{i+1}) - f_s(x_i)}{\delta_i} \right]^2 \leq S_p \quad (\text{II.1.19})$$

En pratique on choisit les valeurs de δ_i en considérant qu'ils expriment l'importance de l'erreur d'approximation de x_i . D'après REINSCH (1967), un choix raisonnable pour S_p est donné par :

$$1 - \sqrt{\frac{2}{m}} \leq S_p / \sqrt{m} \leq 1 + \sqrt{\frac{2}{m}} \quad (\text{II.1.20})$$

Le programme CSPLI1 utilise la fonction $f_s(x)$ pour calculer un nombre m_s de points ($m_s \geq m$) qui sont alors tracés graphiquement (*). Un choix de δ_i/x_i est possible.

La figure II.4 montre un exemple de courbes obtenues en imposant des δ_i respectivement de $0.01 x_i$ et de $0.1 x_i$. La figure montre la distribution d'un échantillon limono-sableux. Dans ce dessin, la variable x est définie par :

$$x = \log_{10} \phi \quad (\text{II.1.21})$$

Le problème de la transformation de variables est analysé plus en détail dans le point suivant.

(*) Ce traçage peut s'effectuer sur écran TEKTRONIX et/ou à la table traçante.

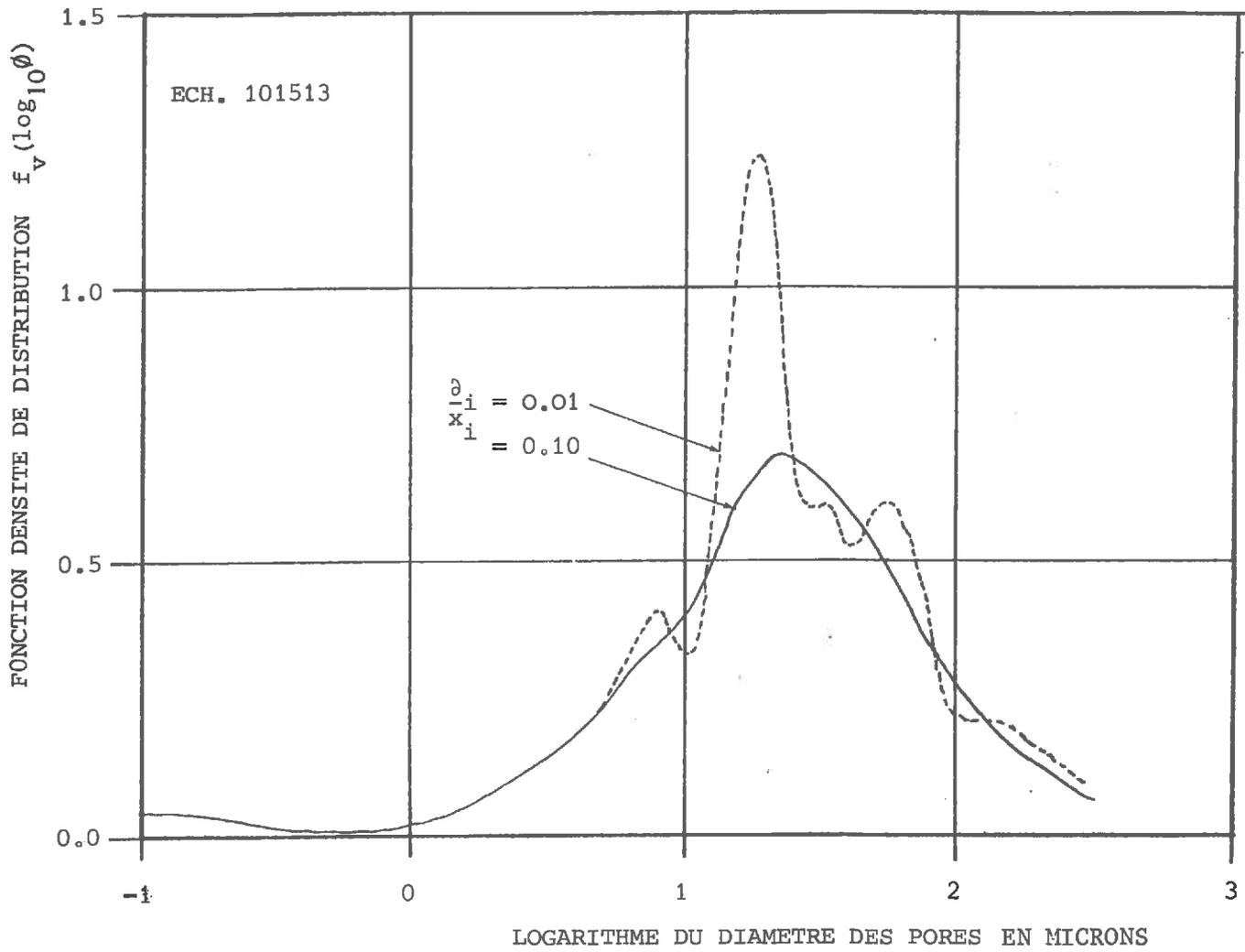


FIGURE II.4 : Exemples de lissages mathématiques d'une courbe porosimétrique d'un mélange de sable (70%) et de limon (30%) par fonctions splines cubiques.

II.2. METHODE DE PARAMETRISATION DES COURBES POROSIMETRIQUES

II.2.1. L'ajustement de fonctions

L'objectif est de remplacer une courbe porosimétrique donnée, par quelques *valeurs typiques* ou *paramètres* à l'aide d'une méthode ne dépendant pas de la nature du sol.

Dans la littérature, on trouve de multiples tentatives de traitement des courbes caractéristiques de rétention faisant appel à l'*ajustement de fonctions* plus ou moins empiriques (MILLIGAN and ADAMS, 1954; VISSER, 1966; LALIBERTE, BROOKS and COREY, 1968; GARDNER, 1970; COGELS and DE BACKER, 1975).

BRUTSAERT (1966) a tenté de représenter les courbes de distribution des pores par des lois de probabilité. D'après lui, c'est la loi *log-normale* qui serait d'application dans le plus grand nombre de cas.

Cette méthode de réduction des données porosimétriques qui consiste à remplacer une courbe par un ou plusieurs paramètres obtenus par identification de fonctions analytiques empiriques et n'ayant par conséquent pas de signification physique apparente ne sera pas adoptée dans ce travail. Tant qu'on ne connaît pas une fonction qui serait valable dans tous les cas il n'est pas intéressant de standardiser une telle méthode pour caractériser simplement les courbes porosimétriques. Pour illustrer ceci, la figure II.5.a montre une application de la loi normale à la distribution logarithmique d'un échantillon limoneux. Ceci revient à appliquer la loi lognormale à la distribution du diamètre ϕ . La figure II.5.b montre la distribution logarithmique d'un échantillon sablo-limoneux. Pratiquement, il n'est pas possible de représenter celle-ci par une loi de probabilité. On remarque aussi que les distributions observées sont caractérisées par des "queues" se prolongeant de part et d'autre du (ou des) mode(s). L'ajustement de fonctions reste donc très arbitraire. On lui préférera la description du milieu poreux par un nombre approprié de paramètres ou valeurs typiques indépendantes les unes des autres.

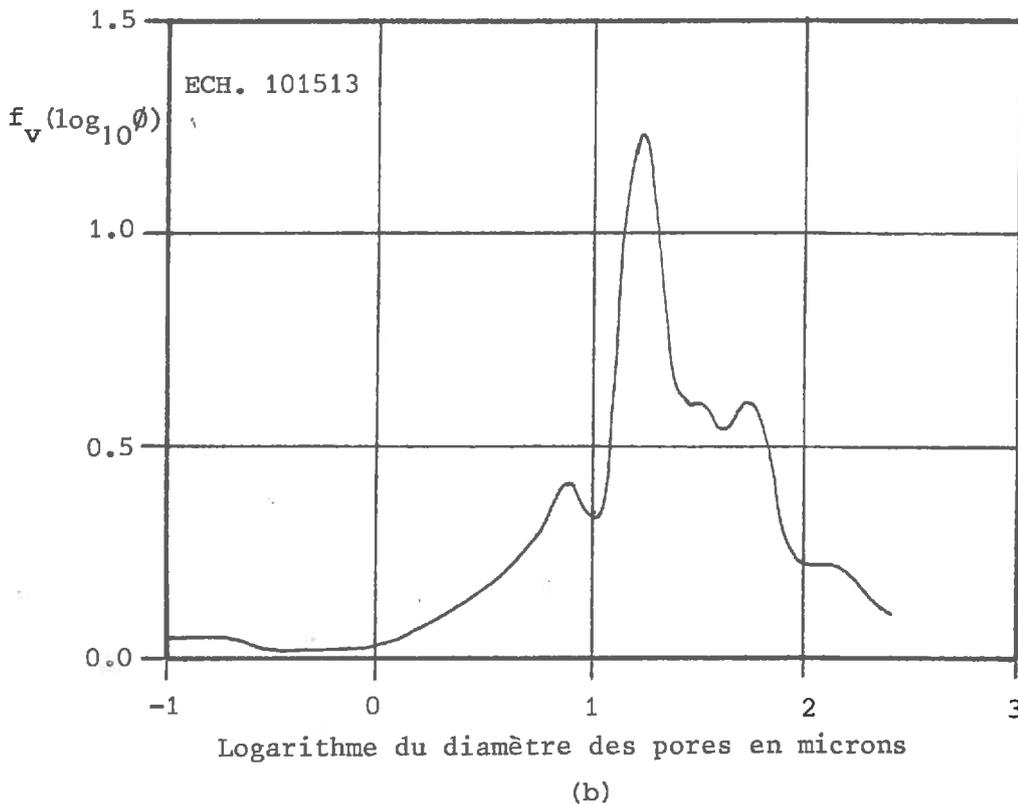
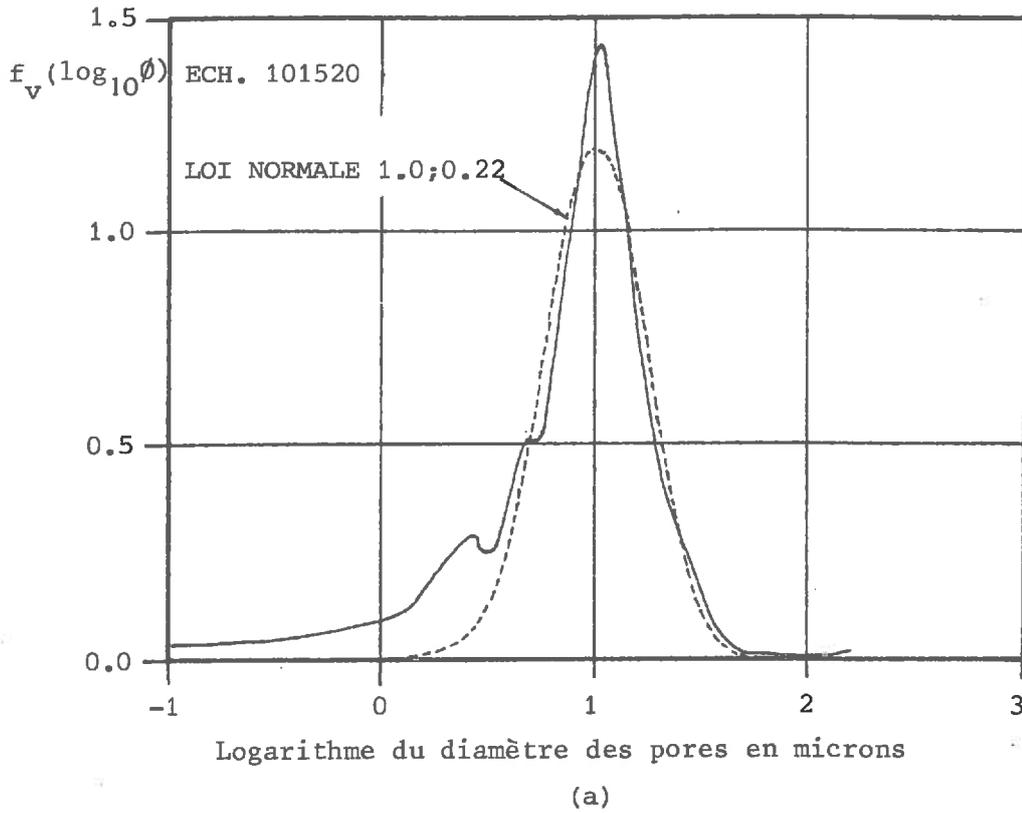
FONCTION DENSITE DE DISTRIBUTION DE $\log_{10}\phi$


FIGURE II.5 : Courbes porosimétriques d'un limon (a) et d'un mélange de 70 % de sable et de 30 % de limon (b). Essais d'ajustement d'une loi normale (a).

II.2.2. Calcul de paramètres statistiques ou valeurs typiques de la distribution d'une variable géométrique

Les méthodes de *statistique paramétrique descriptive* (DAGNELIE, 1969) permettent de remplacer une courbe de distribution d'une variable par des *valeurs typiques de position, de dispersion, de dissymétrie et d'aplatissement*. Cette méthode a été conseillée par SCHEIDEGGER (1957) pour caractériser les milieux poreux, mais rarement appliquée.

Il faut considérer les paramètres ainsi calculés, non pas tant comme de réelles informations statistiques, mais plutôt comme différentes *mesures* de la géométrie porale d'un petit volume de sol.

A partir des courbes porosimétriques observées $F(x)$ d'une variable géométrique x , on construit un tableau donnant des *fréquences porales* $f(x)$ associées à des *classes de pores* (*). Ces classes sont obtenues en découpant la droite réelle x en k segments continus de longueurs égales. On définit pour chaque classe une valeur centrale x_i et une *fréquence porale* exprimée en cm^3 de pores par unité de poids du sol sec et par unité de dimension de la classe :

$$f(x_i) = \frac{\Delta F(x_i)}{\Delta x} \cdot \frac{SR_m}{W_s} \quad (\text{II.2.1})$$

où SR_m est le volume total de pores explorés par le mercure (ou par l'eau).

La réduction des données a été programmée en langage FORTRAN IV. Le programme s'appelle CDOC1 (**). Les paramètres calculés par ce programme sont :

(*) L'utilisation des courbes lissées, approchées par fonctions splines cubiques en lieu et place des courbes observées introduit une erreur au niveau du calcul des paramètres d'étalement. Cette méthode n'est donc pas utilisée ici, mais est remplacée par une interpolation linéaire entre les points expérimentaux.

(**) Un programme similaire, appelé CDOC2 a été conçu pour réduire les données porosimétriques obtenues en transformant une courbe caractéristique de rétention d'eau.

ε_e = volume total de pores explorés par unité de poids
 sec = SR_m / W_s = porosité explorée

\bar{x} = moyenne arithmétique de x

\tilde{x} = médiane de x

σ_x^2 = variance ou moment centré d'ordre 2

G_1 = coefficient de dissymétrie de FISCHER

G_2 = coefficient d'aplatissement de FISCHER

Les paramètres de position sont la moyenne arithmétique et la médiane. La moyenne arithmétique est définie par :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad (\text{II.2.2})$$

La médiane \tilde{x} est un paramètre tel que la moitié des observations lui est inférieure et la moitié supérieure. C'est donc la valeur de x qui définit un état où la moitié du volume de pores explorés est saturée (d'eau ou de mercure)* :

$$F(\tilde{x}) = 0.5 \quad (\text{II.2.3})$$

Le paramètre d'étalement est la variance.

La variance σ_x^2 d'une distribution de fréquences est la moyenne arithmétique des carrés des écarts par rapport à la moyenne et caractérise donc la dispersion ou l'étalement de la courbe. Elle est encore égale au moment centré d'ordre deux μ_2 .

Les moments centrés d'ordre j sont définis par :

$$\mu_j = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^j}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad (\text{II.2.4})$$

Les moments centrés d'ordres 3 et 4 sont des coefficients respectivement de dissymétrie et d'aplatissement. Une dissymétrie droite est appelée négative, tandis qu'une dissymétrie gauche est appelée positive. Tout comme la variance, les moments centrés d'ordres 3 et 4 ne sont pas influencés par un changement d'origine, mais leurs dimensions dépendent de l'unité de mesure utilisée. Pour caractériser la dissymétrie ou l'aplatissement sans être influencé par les unités, on peut utiliser les paramètres de FISCHER qui sont deux paramètres de forme.

Les paramètres de FISCHER sont définis par :

$$G_1 = \mu_3 / (\sigma_x^2)^{3/2} \quad (\text{II.2.5})$$

$$G_2 = [\mu_4 / (\sigma_x^2)^2] - 3$$

Jusqu'à présent, on s'est principalement intéressé à la distribution de la variable diamètre des pores ϕ . Dans le point suivant, différentes transformations de cette variable sont présentées.

II.2.3. Transformations de variables

Il peut y avoir deux raisons pour que l'on s'intéresse à des *variables transformées*. Il y a tout d'abord une raison physique, dans le cas où la nouvelle variable joue un rôle important dans les phénomènes de transfert et de rétention d'eau. Par exemple, si on fait l'hypothèse d'une modélisation du milieu poreux par un faisceau de tubes capillaires, c'est la distribution des sections des capillaires qui peut sembler utile, grâce à l'application de la loi de POISEUILLE. Dans le paragraphe précédent, on a pu voir aussi l'intérêt de la distribution des succions. Ensuite, il peut y avoir une raison mathématique ou statistique. Si on désire caractériser une distribution par des paramètres statistiques de position, de dispersion et de dissymétrie, on a intérêt à ce que la courbe ait une allure la plus adéquate possible au niveau du mode, de la symétrie et de l'étalement. Or, pour la plupart des sols, les courbes de distribution des diamètres sont complexes, plurimodales, fortement dissymétriques.

Nous envisageons les distributions de quatre variables :

$$x_1 = \phi \quad (\text{II.2.6})$$

$$x_2 = \log_{10} \phi = \Lambda \quad (\text{II.2.7})$$

$$x_3 = 3000/\phi = h \quad (\text{II.2.8})$$

$$x_4 = \phi^2 \quad (\text{II.2.9})$$

La transformation *logarithmique* (x_2) permet d'étudier la distribution du diamètre après classement dans des intervalles proportionnels.

La transformation *capillaire* (x_3) et la transformation *carrée* (x_4) sont justifiées par l'intérêt qu'elles présentent en physique du sol.

Ces transformations permettent d'analyser les données d'une même courbe porosimétrique de différentes façons pour mettre en valeur les caractéristiques physiques les plus utiles avec le moins de variables possibles.

Les courbes de fréquences des variables transformées peuvent être mathématiquement exprimées en fonction de $f(\phi)$ grâce à l'équation :

$$f(x) = \left| \frac{d\phi}{dx} \right| \cdot f(\phi) \quad (\text{II.2.10})$$

ce qui donne respectivement :

$$f(x_2) = f(\phi) \cdot \frac{1}{2.3 \phi} \quad (\text{II.2.11})$$

$$f(x_3) = f(\phi) \cdot \frac{3000}{\phi^2} \quad (\text{II.2.12})$$

$$f(x_4) = f(\phi) \cdot 2 \cdot \phi \quad (\text{II.2.13})$$

Le choix du nombre de segments ou classes (k), nécessaires pour assurer une précision suffisante lors des calculs a fait l'objet d'essais effectués sur trois échantillons, un sableux (101510), un limoneux (101520) et un argileux (150013). Les résultats de ces essais sont présentés au tableau II.2 où l'influence du nombre de segments (variant de 3 à 3000) sur les moyennes arithmétiques peut être appréciée. On peut voir que cette influence dépend de la transformation choisie. En définitive, le choix du nombre de segments est le suivant :

pour les transformations 1, 3 et 4	$n = 1000$
pour la transformation logarithmique	$n = 100$

TABLEAU II.2 : Influence du nombre de classes
de x sur la valeur de sa moyen-
ne arithmétique exprimée en microns

TYPE DE TRANSFORMATION	NOMBRE DE CLASSES	ECHANTILLONS		
		101510 (sable)	101520 (limon)	150015 (argile limoneuse)
1 $x = \phi$	3	87.4	82.3	78.7
	5	72.6	52.8	48.7
	10	84.2	31.0	26.0
	15	81.0	23.8	18.4
	20	82.2	20.6	14.7
	30	81.5	18.2	11.0
	50	81.0	18.6	8.0
	100	81.0	18.1	5.7
	500	81.0	17.9	3.9
	1000	81.0	17.9	3.7
	3000	81.0	17.9	3.6
2 (logarithmique) $x = \Lambda$	3	81.3	5.13	0.243
	5	56.2	6.82	0.143
	10	60.2	7.43	0.154
	15	61.6	7.66	0.151
	20	63.1	7.71	0.150
	100	61.6	7.93	0.149
	500	61.6	7.93	0.149
3 (capillaire) $x = h$	10	0.83	0.75	0.115
	50	2.83	1.84	0.115
	100	4.05	2.14	0.115
	500	6.10	2.21	0.115
	1000	6.49	2.21	0.115
4 (carrée) $x = \phi^2$	500	107.2	61.1	40.4
	1000	107.2	60.4	39.1
	3000	107.2	60.2	38.2

II.2.4. Explicitation des variables transformées

II.2.4.1. Transformation logarithmique

Par définition la variable transformée s'écrit :

$$\Lambda = \log_{10} \phi \quad (\text{II.2.14})$$

avec ϕ = diamètre des pores exprimé en microns.

Si $F(\Lambda)$ représente la proportion de pores plus petits que Λ , on peut définir la moyenne arithmétique dans le cas d'une distribution continue par :

$$\bar{\Lambda} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Lambda f_v(\Lambda) d\Lambda \quad (\text{II.2.15})$$

$f_v(\Lambda)$ étant la fonction densité de distribution :

$$f_v(\Lambda) = \frac{dF(\Lambda)}{d\Lambda} \quad (\text{II.2.16})$$

Dans le cas discontinu ou pour une distribution groupée on peut écrire :

$$\bar{\Lambda} = \sum_{i=1}^n f_{v,i} \cdot \Lambda_i \quad (\text{II.2.17})$$

avec $f_{v,i}$ représentant la fréquence relative de la classe $\Lambda_{i-1/2}$ à $\Lambda_{i+1/2}$, autrement dit le rapport entre le volume des pores appartenant à la classe et le volume total des pores.

On peut donc écrire que :

$$\bar{\Lambda} = \sum_{i=1}^n f_{v,i} \log_{10} \phi_i \quad (\text{II.2.18})$$

On définit un diamètre moyen ϕ^g par :

$$\phi^g = 10^{\bar{\Lambda}} = \left[\prod_{i=1}^n \phi_i^{f_{v,i}} \right] \quad (\text{II.2.19})$$

Ce résultat est donc égal à la *moyenne géométrique* des diamètres des pores. Elle est égale à l'antilogarithme de la moyenne arithmétique des logarithmes. La moyenne géométrique étant toujours plus faible que ou égale à la moyenne arithmétique, elle donne donc plus d'importance aux petits pores.

II.2.4.2. Transformation capillaire

Par définition :

$$h = a/\phi \quad \text{avec} \quad a = 3000 \quad (\text{II.2.20})$$

si h en cm et ϕ en μm

et représente la succion capillaire en cm de colonne d'eau; a est appelée ici la constante capillaire.

Dans le cas continu, la moyenne vaut :

$$\bar{h} = \int_{-\infty}^{+\infty} h f_v(h) dh \quad (\text{II.2.21})$$

ou

$$\bar{h} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a}{\phi} f_v(\phi) d\phi \quad (\text{II.2.22})$$

et on peut définir un nouveau diamètre moyen ϕ^h :

$$\phi^h = \frac{a}{\bar{h}} = \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\phi} f_v(\phi) d\phi} \quad (\text{II.2.23})$$

Ce diamètre est par définition la *moyenne harmonique* de la distribution. Elle est toujours plus faible que ou égale à la moyenne géométrique. Ce paramètre donne encore plus d'importance aux petits pores que la moyenne géométrique. On peut démontrer en outre qu'il y a proportionnalité inverse entre ce diamètre moyen ϕ^h et la surface spécifique ζ_a . En effet, si on définit une *surface spécifique apparente* par le rapport suivant :

$$\zeta_a = \frac{A_S}{V_T} = \frac{\text{Surface du solide}}{\text{Volume total}} \quad (\text{II.2.24})$$

et si on considère que la surface des pores A_p est approximativement égale à la surface de toutes les particules solides A_s :

$$A_p = A_s \quad (\text{II.2.25})$$

on obtient

$$\zeta_a = \frac{A_p}{V_T} \quad (\text{II.2.26})$$

Pour des pores sphériques de diamètres constants ϕ en microns, on peut écrire :

$$\zeta_a = \frac{\pi \phi^2}{\frac{\pi \phi^3}{6}} 10^4 = \frac{6}{\phi} 10^4 \quad \text{en} \quad \text{m}^2/\text{cm}^3 \quad (\text{II.2.27})$$

Dans le cas d'une distribution de diamètres $F(\phi)$, on a :

$$\zeta_a = 10^4 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pi \phi^2}{\frac{\pi \phi^3}{6}} f_v(\phi) d\phi \quad (\text{II.2.28})$$

$$\zeta_a = \frac{6}{\phi^h} 10^4 \quad \text{en} \quad \text{m}^2/\text{cm}^3 \quad (\text{II.2.29})$$

où ϕ^h est la moyenne harmonique donnée par (II.2.23).

On peut aussi écrire que :

$$\zeta_a = 6 \cdot 10^4 \cdot \frac{\bar{h}}{a} \quad \text{en} \quad \text{m}^2/\text{cm}^3 \quad (\text{II.2.30})$$

avec \bar{h} est la moyenne arithmétique des succions exprimée en cm de colonne d'eau.

II.2.4.3. Transformation carrée

Par définition on a posé :

$$x_4 = \phi^2 \quad (\text{II.2.31})$$

Si la moyenne arithmétique de x_4 vaut \bar{x}_4 , on peut définir un diamètre moyen ϕ^q par la relation :

$$\phi^q = \sqrt{\bar{x}_4} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \phi^2 f_v(\phi) d\phi} \quad (\text{II.2.32})$$

Ce qui n'est autre que la *moyenne quadratique* de la distribution des diamètres des pores, toujours supérieure ou égale aux moyennes arithmétique, géométrique et harmonique.

Cette transformation est par conséquent intéressante pour connaître la section moyenne des pores \bar{A}_ϕ car on peut définir :

$$\bar{A}_\phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pi \phi^2}{4} f_v(\phi) d\phi \quad (\text{II.2.33})$$

$$\bar{A}_\phi = \frac{\pi (\phi^q)^2}{4} \quad (\text{II.2.34})$$

II.2.4.4. Relations entre les moyennes et entre les variances
de variables transformées

On peut montrer des relations approchées entre la moyenne arithmétique d'une variable transformée et celle de la variable initiale. MEYER (1974) donne les expressions approchées de l'espérance mathématique et de la variance d'une variable aléatoire. Nous montrons ici comment on obtient des expressions analogues pour \bar{x} et σ_x^2 .

Connaissant $\bar{\phi}$ et σ_{ϕ}^2 , on désire connaître \bar{x} et σ_x^2 , si la fonction de transformation est donnée par $x = y(\phi)$.

Le développement de x en série de TAYLOR, limité aux trois premiers termes donne :

$$x = y(\bar{\phi}) + (\phi - \bar{\phi}) \cdot y'(\bar{\phi}) + \frac{(\phi - \bar{\phi})^2}{2} \cdot y''(\bar{\phi}) + R_1 \quad (\text{II.2.35})$$

où y' et y'' sont les dérivées première et seconde de y et R_1 le résidu de la série.

En négligeant R_1 on peut aisément montrer que la moyenne arithmétique de x est donnée par :

$$\bar{x} \cong y(\bar{\phi}) + \frac{\sigma_x^2}{2} \cdot y''(\bar{\phi}) \quad (\text{II.2.36})$$

De même, l'application de la définition de la variance aux deux premiers termes de la série de TAYLOR permet d'écrire que :

$$\sigma_x^2 \cong \sigma_{\phi}^2 \cdot [y'(\bar{\phi})]^2 \quad (\text{II.2.37})$$

Pour que ces formules approchées soient applicables, il suffit donc que y soit différenciable deux fois, condition satisfaisante pour les transformations proposées.

Les moyennes arithmétiques des variables transformées sont donc dans notre cas données par :

$$\bar{\phi}^2 = \bar{\phi}^2 + \sigma_{\phi}^2 \quad (\text{II.2.38})$$

$$\bar{h} \cong \frac{a}{\bar{\phi}} + \frac{a}{\bar{\phi}^3} \sigma_{\phi}^2 \quad (\text{II.2.39})$$

$$\bar{\Lambda} \cong \log_{10} \bar{\phi} - \frac{0.21715}{\bar{\phi}^2} \sigma_{\phi}^2 \quad (\text{II.2.40})$$

Les variances sont données par :

$$\sigma_{\phi^2}^2 \cong 4 \bar{\phi}^2 \sigma_{\phi}^2 \quad (\text{II.2.41})$$

$$\sigma_h^2 \cong \left(\frac{a}{\bar{\phi}^2}\right)^2 \sigma_{\phi}^2 \quad (\text{II.2.42})$$

$$\sigma_{\Lambda}^2 \cong (0.4343)^2 \cdot \frac{\sigma_{\phi}^2}{\bar{\phi}^2} \quad (\text{II.2.43})$$

L'équation (II.2.43) montre que l'écart-type de la distribution du logarithme du diamètre est pratiquement proportionnel au coefficient de variation de la distribution du diamètre et qu'il est adimensionnel. Remarquons enfin que les médianes des variables transformées sont, après transformation inverse, identiques entre elles.

II.2.5. Méthode d'évaluation de la précision des paramètres et de la représentativité du volume élémentaire de sol analysé

Si on considère un certain volume de sol macroscopiquement homogène, on peut déterminer la précision des paramètres (moyenne, médiane, variance,...) estimés à partir des mesures porosimétriques effectuées sur un grumeau prélevé dans ce volume de sol. La notion d'*homogénéité macroscopique* sera explicitée au chapitre III. Elle suppose que les différences entre les paramètres estimés pour les différents grumeaux sont des différences stochastiques dues au caractère aléatoire des estimateurs.

Si x est la variable géométrique et σ_x^2 la variance de la distribution de celle-ci pour le sol considéré, on peut écrire que la variance de la distribution d'échantillonnage de la moyenne arithmétique \bar{x} est donnée par :

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n_r} \sigma_x^2 \quad (\text{II.2.44})$$

où n_r est le nombre d'individus de chaque échantillon. En l'occurrence, il s'agit du nombre de réseaux de pores.

Cette variance σ_x^2 exprime donc la variabilité de l'estimateur \bar{x} à l'échelle macroscopique du sol et donc sa précision.

L'équation II.2.44 suppose que les mesures effectuées sur les réseaux de pores soient indépendants. Sans entrer dans cette discussion délicate, nous allons vérifier cette méthode à l'aide de matériaux homogénéisés (voir point II.3.5).

En ce qui concerne la variabilité de la médiane \tilde{x} , elle est théoriquement plus grande que celle de la moyenne \bar{x} .

Lorsque la distribution est normale, on peut montrer que le rapport des deux variances, celle de la moyenne et celle de la médiane, vaut 1.57 (DAGNELIE, 1970). Toujours dans l'hypothèse de normalité, on peut estimer la variance des variances par :

$$\text{var}(\sigma_x^2) = \frac{2}{n_r} \sigma_x^4 \quad (\text{II.2.45})$$

La représentativité du grumeau dépend d'une part du seuil de précision désiré, de la variance de la distribution et du nombre de réseaux qu'il contient. Autrement dit, le volume élémentaire représentatif de sol VER doit contenir suffisamment de réseaux de pores pour qu'à l'échelle macroscopique, plusieurs prélèvements de VER's d'un sol homogène possèdent pratiquement les mêmes caractéristiques moyennes. La variance des moyennes doit être négligeable. Ce volume minimum est donné par le produit du volume total des pores et de la porosité. On peut écrire :

$$\text{VER} \geq \epsilon \cdot V_r \cdot n_r \quad (\text{II.2.46})$$

où V_r est le volume élémentaire des réseaux et ϵ la porosité totale (en cm^3/cm^3).

En combinant (II.2.46) et (II.2.44) on obtient que :

$$\text{VER} \geq \epsilon \cdot V_r \cdot \sigma_x^2 / \sigma_x^2 \quad (\text{II.2.47})$$

où σ_x^2 est la variance tolérée de l'estimateur \bar{x} .

plus il y a de réseaux, plus il y a de précision
 plus il y a de précision, plus il y a de réseaux
 plus il y a de précision, plus il y a de réseaux
 plus il y a de précision, plus il y a de réseaux

II.3. SELECTION DES PARAMETRES ET RECHERCHE D'UNE METHODE DE CLASSIFICATION

II.3.1. Contenu et objectifs de l'étude

Un grand nombre de milieux poreux naturels provenant de différents sols ont été analysés par porosimétrie à mercure au Département de Génie Rural de l'U.C.L. Nous avons rassemblé 463 courbes de distribution porosimétriques mesurées sous notre conduite depuis 1976. Ces courbes sont rassemblées en cinq groupes :

SAB , SLI , LIM , BAS , BIR

différenciés selon un critère régional et un critère textural. Le tableau II.3 précise le contenu de chacun des groupes et la figure II.6 situe les sols dans des diagrammes texturaux. Chaque courbe porosimétrique est paramétrisée selon la procédure explicitée dans le paragraphe précédent, c'est-à-dire à l'aide de la porosité explorée et de quatre fois cinq valeurs typiques de distributions, respectivement pour les quatre transformations de variables proposées. Chaque groupe de sols est analysé séparément, mais aussi par rapport à l'ensemble.

Trois objectifs principaux sont poursuivis. Le premier objectif est de faire un *choix d'une transformation* qui soit la plus adéquate dans le cadre de ce travail. Le second objectif est de sélectionner les *paramètres les plus utiles* pour jouer le rôle de *grandeurs caractéristiques*. Le troisième objectif est d'établir une *classification* qui soit fonction de la variabilité des paramètres dans le cas d'une gamme étendue de sols différents.

Le choix d'une transformation et des paramètres est basé sur les critères suivants :

- variabilité des paramètres d'un sol à l'autre
- précision et représentativité des paramètres
- signification physique
- symétrie maximale et étalement minimal des distributions
- indépendance entre paramètres de position, d'étalement et de dissymétrie.

TABEAU II.3. : IDENTIFICATION DES ECHANTILLONS ETUDIÉS

GROUPE	CODE DU FICHIER	NOMBRE DE COURBES	PROVENANCE
SLI	POR1015	85	Mélanges sable bruxellien-loess de la région de Louvain-la-Neuve en différentes proportions, COGELS (1978)
SAB	POR20	43	Sables des sablières de Cortil-Noirmont et de Mont-St-Guibert, MUKENDI (1979)
BAS	POR07	82	Limons du plateau de Bastogne, BEAUVOIS (1978)
BIR	POR15	95	Limons argileux et argiles limoneuses de Famenne, Biran, COGELS (1978)
LIM	POR09	14	Limons du bassin du Ruchaux, L.L.N., LOMBAERTS (1977)
	POR1050	15	Idem, remaniés
	POR07PR	48	Limons du plateau de Lauzelle, L.L.N. et de la forêt de Meerdael, Leuven, DELVAUX (1978)
	POR0310	45	Limons du plateau de Lauzelle, L.L.N., COGELS (1979)
	POR03	37	Limons du plateau de Lauzelle, L.L.N., divers

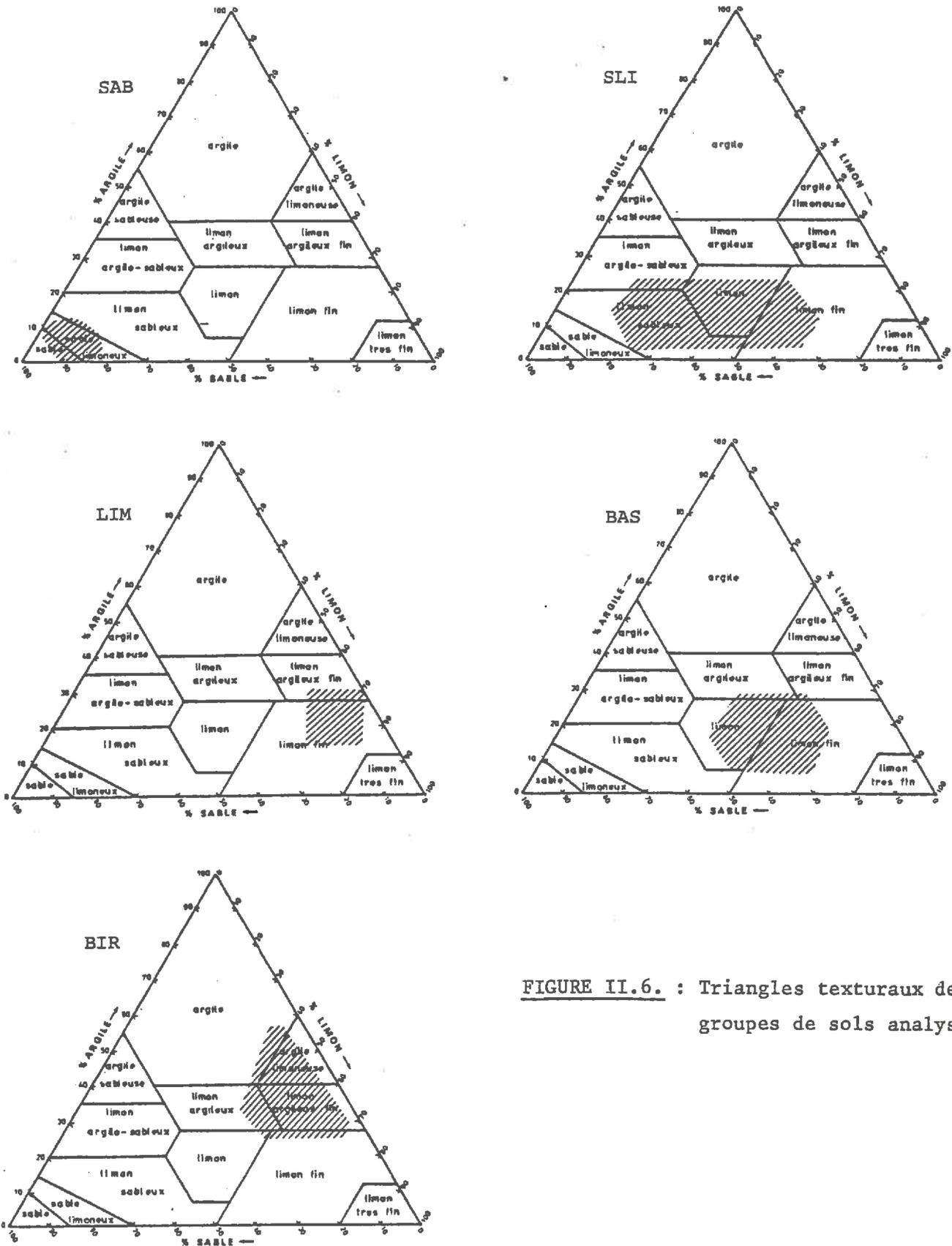


FIGURE II.6. : Triangles texturaux des groupes de sols analysés.

Ces critères sont donc à la fois d'ordre pratique et statistique. Précisons que l'objectif est plus *descriptif* que *déductif*. Cette remarque est importante du point de vue de la justification de la méthode utilisée, qui peut être considérée comme semi-empirique. L'étude des lois qui gouvernent la distribution des pores dans un milieu poreux, envisagée sous un angle probabiliste, serait également intéressante mais verrait mieux sa place dans une approche stochastique des phénomènes de rétention et de transfert.

II.3.2. Méthode utilisée

La méthode est semi-empirique et constituée de deux étapes :

- Comparaison des valeurs moyennes des paramètres et étude de la variabilité des paramètres de position.
- Etude de la dépendance entre paramètres appartenant à la même transformation.

La distribution spatiale de certains paramètres est analysée de façon plus approfondie dans le chapitre suivant à l'aide d'un échantillonnage plus restreint mais rigoureusement défini du point de vue cartographique.

La *variabilité* des paramètres de position est comparée d'une transformation à l'autre et d'un groupe de sol à l'autre à l'aide d'un coefficient empirique dénommé ici *rapport de variabilité* et défini par :

$$r_v = \frac{\sigma_x^2 \cdot n_r}{\overline{\sigma_x^2}} \quad (\text{II.3.1})$$

σ_x^2 est la variance régionale de la série de moyennes arithmétiques observées pour un groupe de sols.

$\overline{\sigma_x^2}$ est la moyenne arithmétique des variances microscopiques des distributions observées de x pour ce groupe de sols.

n_r est une valeur moyenne du nombre de réseaux (environ 150).

Ce coefficient, en principe supérieur à 1, exprime le rapport entre la *variabilité spatiale* du paramètre de position \bar{x} et la précision moyenne de celui-ci, conditionnée par *l'hétérogénéité microscopique*. Au plus ce rapport est grand, au plus le paramètre \bar{x} permet de différencier les sols entre eux, ce qui le rend apte à remplir un rôle de *critère de classification*.

La *dépendance* entre paramètres deux à deux est analysée d'un point de vue descriptif uniquement grâce au dessin de diagrammes de dispersion (réalisés à l'ordinateur par une procédure Tektronix) ainsi qu'au calcul des coefficients de corrélation simple r_{xy} et éventuellement de droites de régression (lorsque r_{xy}^2 est supérieur à 0.5). Le coefficient de corrélation simple r_{xy} entre deux variables x et y est donné par :

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (\text{II.3.2})$$

où σ_x et σ_y sont les écarts-types de x et y et où $\text{cov}(x,y)$ est la covariance de x et y donnée par :

$$\text{cov}(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (\text{II.3.3})$$

Si on considère trois séries d'observations x_i , y_i et z_i , on peut calculer un coefficient de corrélation multiple entre x_i et les valeurs correspondantes de $x(y_i, z_i)$ d'un plan de régression de x en y et z par :

$$R_{x(yz)} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy} r_{xz} r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}} \quad (\text{II.3.4})$$

Ces corrélations et régressions ont été effectuées à l'aide de la sous-routine BECORI du catalogue de software de statistiques du Centre de Calcul de Louvain-la-Neuve (DAENINCK et SCHIFFLERS, 1978).

Les analyses permettent d'*observer* la géométrie porale sous différents angles. L'objectif n'est pas de chercher des relations mathématiques entre paramètres, certaines de ces relations étant d'ailleurs démontrables sur base d'un raisonnement uniquement théorique.

II.3.3. Présentation et discussion des résultats

II.3.3.1. Comparaison des valeurs moyennes des paramètres et étude de la variabilité des paramètres de position

Le tableau II.4 présente pour chaque paramètre une valeur moyenne observée pour chacun des cinq groupes de sols et pour tous les sols rassemblés. L'écart-type correspondant est donné entre parenthèses à côté de chaque valeur moyenne. La comparaison entre moyenne arithmétique \bar{x} et médiane \tilde{x} est une indication de la symétrie des distributions. Ces deux paramètres sont assez semblables dans le cas de la transformation logarithmique Λ . On constate de très grandes différences pour les autres transformations, sauf pour le groupe SAB dans le cas de la transformation \emptyset . Une autre mesure de la symétrie est le coefficient G_1 . En général, c'est la transformation logarithmique qui produit les plus petites valeurs absolues, sauf pour le groupe SAB, ce qui confirme l'observation précédente. Remarquons qu'il n'y a de valeurs négatives (dissymétrie droite) que dans le cas Λ . L'interprétation des valeurs de G_2 est analogue à celle des valeurs de G_1 . S'il est délicat de comparer les variances σ_x^2 d'une transformation à l'autre, il est instructif de les comparer d'un groupe à l'autre pour une transformation donnée. On remarque que c'est pour la transformation logarithmique que la variance varie, relativement parlant, le plus significativement.

Les valeurs calculées du *rapport de variabilité* r_v définies par II.3.2, exprimant la variabilité des moyennes arithmétiques \bar{x} , sont présentées au tableau II.5. La valeur de ce coefficient est toujours plus élevée dans le cas de la transformation logarithmique, sauf pour le groupe SAB. Dans le cas de la transformation capillaire, ce coefficient dépend fortement du groupe. Il est même inférieur à 1 dans le cas de SAB et de SLI. Le paramètre \bar{h} ne permet dans ce cas pas de distinguer les sols entre eux.

On souhaite non seulement une variabilité à l'intérieur des groupes, mais aussi d'un groupe à l'autre. Celle-ci est indiquée par la valeur de r_v obtenue pour tous les sols réunis. On voit que c'est pour la transformation logarithmique que cette valeur est la plus grande, mais aussi qu'elle est nettement plus grande que pour chacun des groupes séparés.

TABLEAU II.4. : Valeurs moyennes (et écarts-types) des paramètres pour chaque groupe de sols et pour tous les sols rassemblés

Paramètre	Groupe	Transformation			
		ϕ (μm)	Λ ($\log_{10}\mu\text{m}$)	h (cm)	ϕ^2 (μm^2)
ϵ_a (cm^3/g)	. SAB	0.183 (0.027)	-	-	-
	. SLI	0.218 (0.035)	-	-	-
	. LIM	0.221 (0.067)	-	-	-
	. BAS	0.308 (0.093)	-	-	-
	. BIR	0.153 (0.051)	-	-	-
	TOUS	0.218 (0.079)			
κ_1	. SAB	92.36 (16.46)	1.87 (0.08)	647 (205)	11226 (3399)
	. SLI	40.61 (21.54)	1.25 (0.29)	1249 (335)	6200 (3197)
	. LIM	23.85 (10.63)	0.71 (0.23)	3100 (1330)	5632 (2924)
	. BAS	24.51 (10.92)	0.44 (0.21)	5359 (1216)	5654 (2675)
	. BIR	9.23 (4.99)	-0.26 (0.31)	13804 (6582)	2388 (2155)
	TOUS	30.44 (25.73)	0.67 (0.66)	5106 (5566)	5601 (3624)
κ_2	. SAB	91.47 (18.90)	1.93 (0.09)	339 (4.0)	9549 (3837)
	. SLI	28.52 (24.50)	1.32 (0.31)	376 (24.7)	1570 (2520)
	. LIM	7.53 (7.71)	0.72 (0.29)	723 (348)	217 (320)
	. BAS	4.11 (3.56)	0.36 (0.25)	1515 (682)	151 (977)
	. BIR	2.62 (0.42)	-0.30 (0.38)	8427 (6976)	113 (5.3)
	TOUS	17.58 (28.41)	0.67 (0.72)	2328 (4423)	1299 (3131)
σ_x^2	. SAB	1804 (436)	0.152 (0.058)	$9.78 \cdot 10^6$ ($9.41 \cdot 10^6$)	$2.30 \cdot 10^8$ ($6.93 \cdot 10^7$)
	. SLI	3154 (1703)	0.298 (0.079)	$3.02 \cdot 10^7$ ($1.15 \cdot 10^7$)	$5.46 \cdot 10^8$ ($3.49 \cdot 10^8$)
	. LIM	3781 (1615)	0.495 (0.137)	$7.42 \cdot 10^7$ ($3.85 \cdot 10^7$)	$6.87 \cdot 10^8$ ($3.35 \cdot 10^8$)
	. BAS	4175 (1724)	0.727 (0.169)	$1.14 \cdot 10^8$ ($2.82 \cdot 10^7$)	$6.36 \cdot 10^8$ ($2.89 \cdot 10^8$)
	. BIR	1632 (1325)	0.464 (0.145)	$2.05 \cdot 10^8$ ($6.59 \cdot 10^7$)	$3.05 \cdot 10^8$ ($2.71 \cdot 10^8$)
	TOUS	3116 (1809)	0.462 (0.209)	$9.38 \cdot 10^7$ ($7.53 \cdot 10^7$)	$5.32 \cdot 10^8$ ($3.46 \cdot 10^8$)
G_1	. SAB	2.63 (1.61)	-4.52 (0.83)	11.21 (1.73)	7.98 (2.26)
	. SLI	5.09 (2.59)	-1.76 (1.02)	8.57 (2.00)	7.22 (2.41)
	. LIM	5.13 (1.22)	-0.24 (0.49)	4.97 (1.13)	6.11 (1.51)
	. BAS	4.67 (1.32)	0.39 (0.31)	3.42 (0.55)	6.23 (1.48)
	. BIR	8.75 (1.73)	1.41 (1.00)	1.91 (0.98)	9.82 (1.96)
	TOUS	5.54 (2.44)	-0.47 (1.80)	5.31 (3.15)	7.26 (2.34)
G_2	. SAB	19.95 (12.56)	26.69 (8.52)	137.7 (42.78)	83.80 (32.72)
	. SLI	37.59 (36.48)	6.74 (6.13)	83.54 (42.35)	62.02 (42.55)
	. LIM	29.49 (14.92)	1.34 (1.12)	28.02 (13.95)	40.86 (21.67)
	. BAS	25.30 (14.74)	0.15 (1.01)	12.54 (4.55)	42.79 (20.75)
	. BIR	85.76 (29.65)	4.12 (4.14)	4.24 (5.51)	105.3 (36.5)
	TOUS	40.77 (32.98)	5.04 (8.41)	40.83 (47.43)	62.15 (39.69)

TABLEAU II.5. Rapports de variabilité r_v des moyennes arithmétiques des quatre variables transformées pour les différents groupes de sols et pour tous les sols rassemblés.

Groupe	Transformation			
	\emptyset	Λ	h	\emptyset^2
SAB	22.6	6.7	0.6	7.5
SLI	22.0	42.8	0.5	2.8
LIM	4.5	15.8	3.6	1.9
BAS	4.3	9.0	2.0	1.7
BIR	2.3	31.6	31.7	2.2
TOUS	31.9	140.4	49.6	3.7

La figure II.7 présente des *diagrammes de dispersion* relatifs aux moyennes arithmétiques, géométriques, harmoniques et quadratiques. Cette figure illustre la variabilité de ces paramètres ainsi que l'amplitude des différences entre eux. Ainsi, pour le groupe SAB on constate que la moyenne arithmétique est très proche de la moyenne géométrique et de la moyenne quadratique, tandis que ces moyennes sont fort différentes pour le groupe BIR, dans quel cas la moyenne géométrique est assez proche de la moyenne harmonique. En ce qui concerne les variances, nous avons constaté qu'il n'y a aucune corrélation simple entre les variances des différentes variables.

II.3.3.2. Etude de la dépendance entre paramètres relatifs à une même transformation

Les *corrélations bidimensionnelles* entre les paramètres d'une courbe de distribution, pour une transformation donnée sont illustrées aux figures suivantes :

Figure II.8	$\epsilon_e - \bar{x}$	pour les quatre transformations
Figure II.9	$x - \bar{x}$	pour les quatre transformations
Figure II.10	$\sigma_x^2 - \bar{x}$	pour les quatre transformations
Figure II.11	$G_1 - G_2$	pour \emptyset et Λ
Figure II.12.a	$G_1 - \bar{x}$	pour Λ
Figure II.12.b	$G_1 - \sigma_x^2$	pour Λ

Un symbole différent est utilisé pour chaque groupe de sol.

Il est évident que des indépendances entre deux paramètres n'excluent pas des dépendances pluridimensionnelles possibles entre plusieurs paramètres.

- Corrélation entre la porosité explorée et les autres paramètres

La porosité explorée ϵ_e a été définie comme étant le volume de pores dont les diamètres sont compris entre deux valeurs limites (ici 0.04 et 400 microns) par unité de poids sec de l'échantillon. Il n'y a pratiquement aucune corrélation entre la porosité explorée par le mercure et les autres paramètres, quelle que soit la transformation. La gamme de variation de la porosité est de 0.1 à 0.7, indépendamment des caractéristiques géométriques des milieux

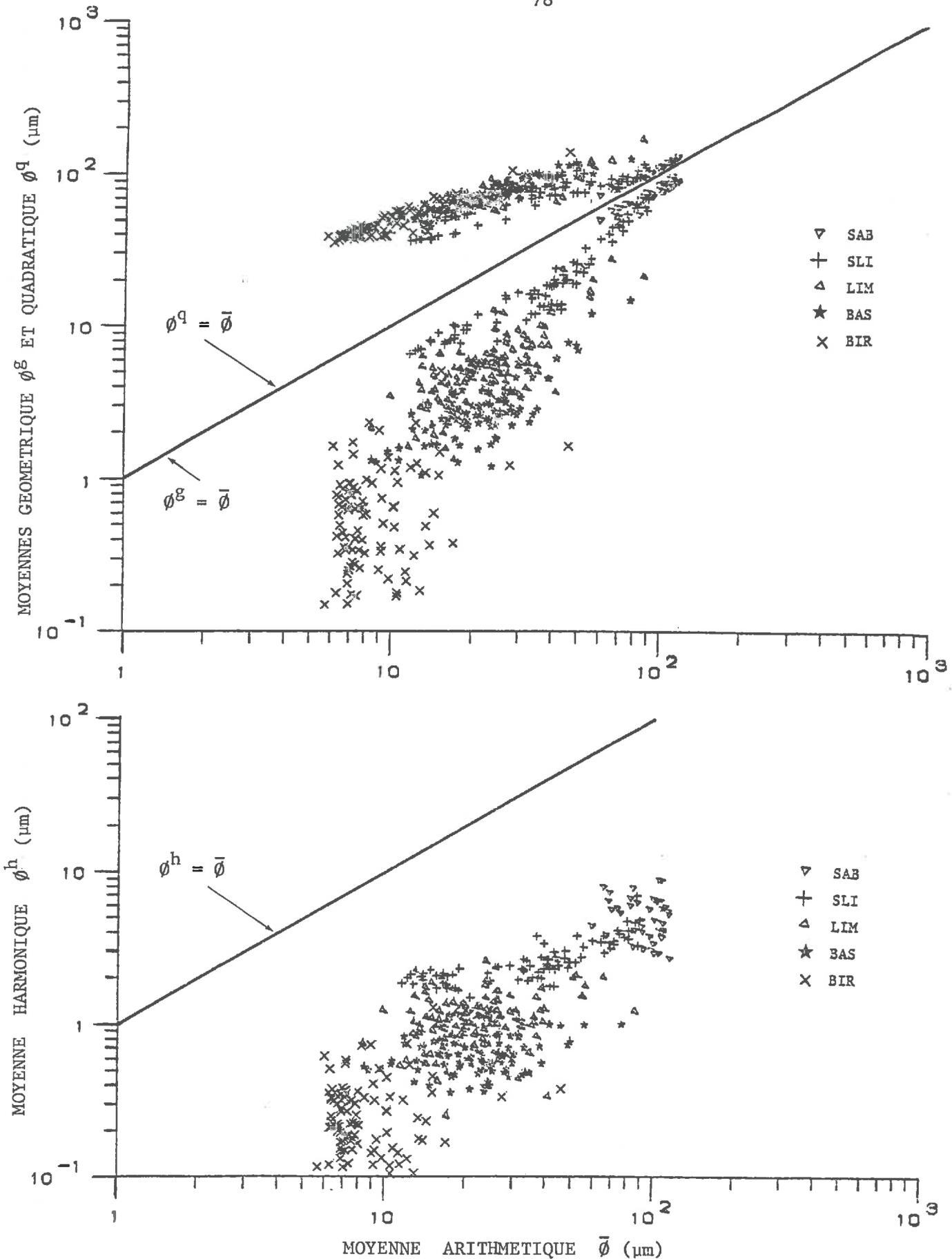


FIGURE II.7. : Diagrammes de dispersion des moyennes arithmétique, quadratique, géométrique et harmonique des distributions des pores de 463 échantillons appartenant à cinq groupes de sols : SAB, SLI, LIM, BAS, BIR.

poreux. Les figures II.8.a,b,c,d donnent les diagrammes de dispersion entre la porosité et la moyenne arithmétique des quatre transformations respectivement.

Le tableau II.6 présente les coefficients de corrélation entre la porosité explorée et la moyenne arithmétique pour les différents sols.

Le tableau II.7 présente les coefficients de corrélation entre la porosité explorée et la variance.

TABLEAU II.6. : Coefficient de corrélation entre la porosité explorée et la moyenne arithmétique

Groupe	Transformation			
	ϕ	Λ	h	ϕ^2
SAB	-0.383	-0.487	0.019	-0.342
SLI	0.458	0.415	-0.484	0.102
LIM	0.106	0.456	-0.445	-0.131
BAS	0.226	0.422	-0.630	0.151
BIR	0.082	0.540	-0.517	0.011
TOUS	0.048	0.209	-0.364	0.077

TABLEAU II.7. : Coefficients de corrélation entre la porosité explorée et la variance

Groupe	Transformation			
	ϕ	Λ	h	ϕ^2
SAB	0.177	0.218	0.008	-0.030
SLI	-0.350	-0.357	-0.518	-0.437
LIM	-0.144	-0.285	-0.398	-0.185
BAS	0.105	-0.075	-0.592	0.049
BIR	-0.013	-0.127	-0.752	-0.021
TOUS	0.247	0.229	-0.346	0.131

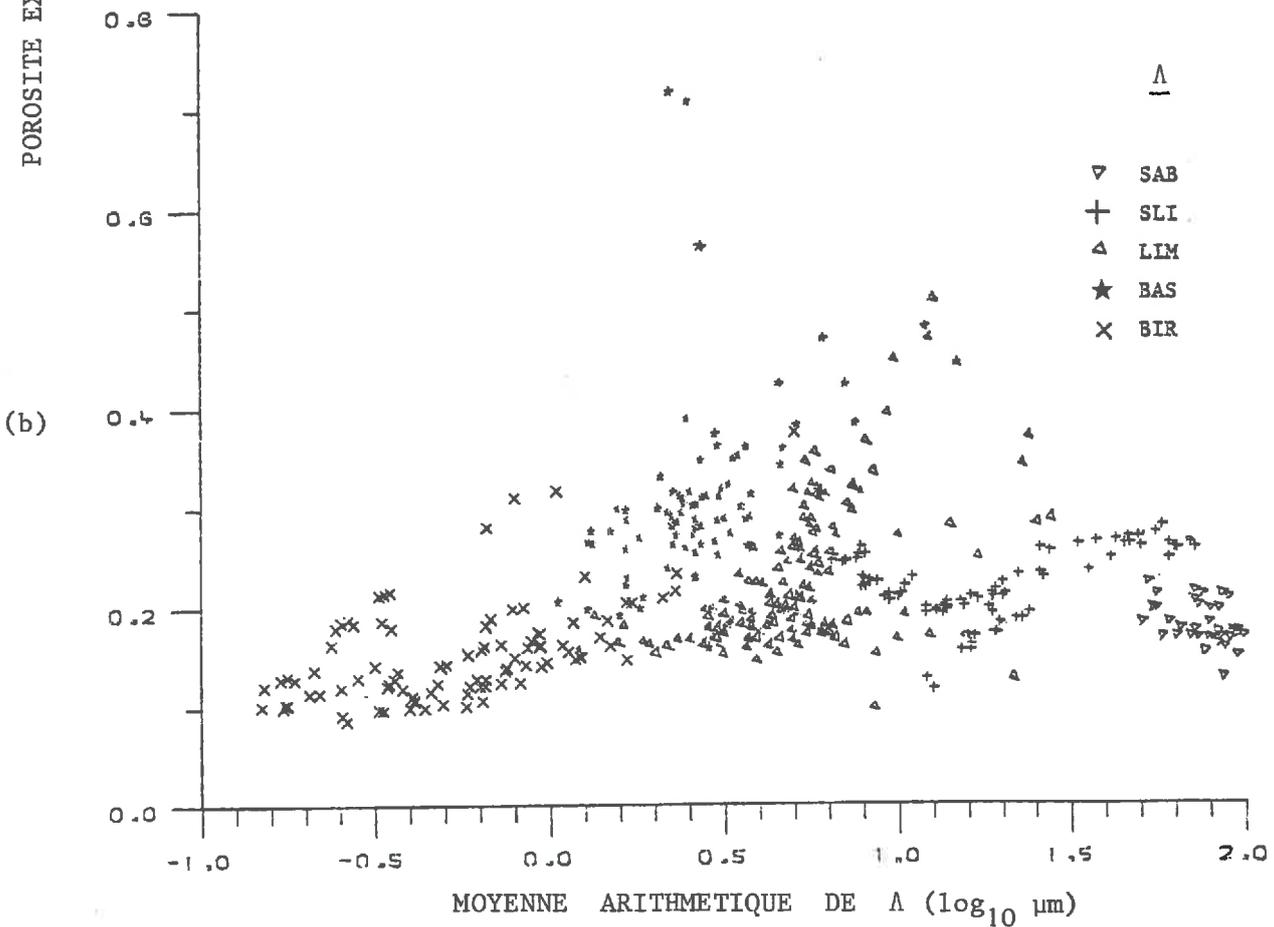
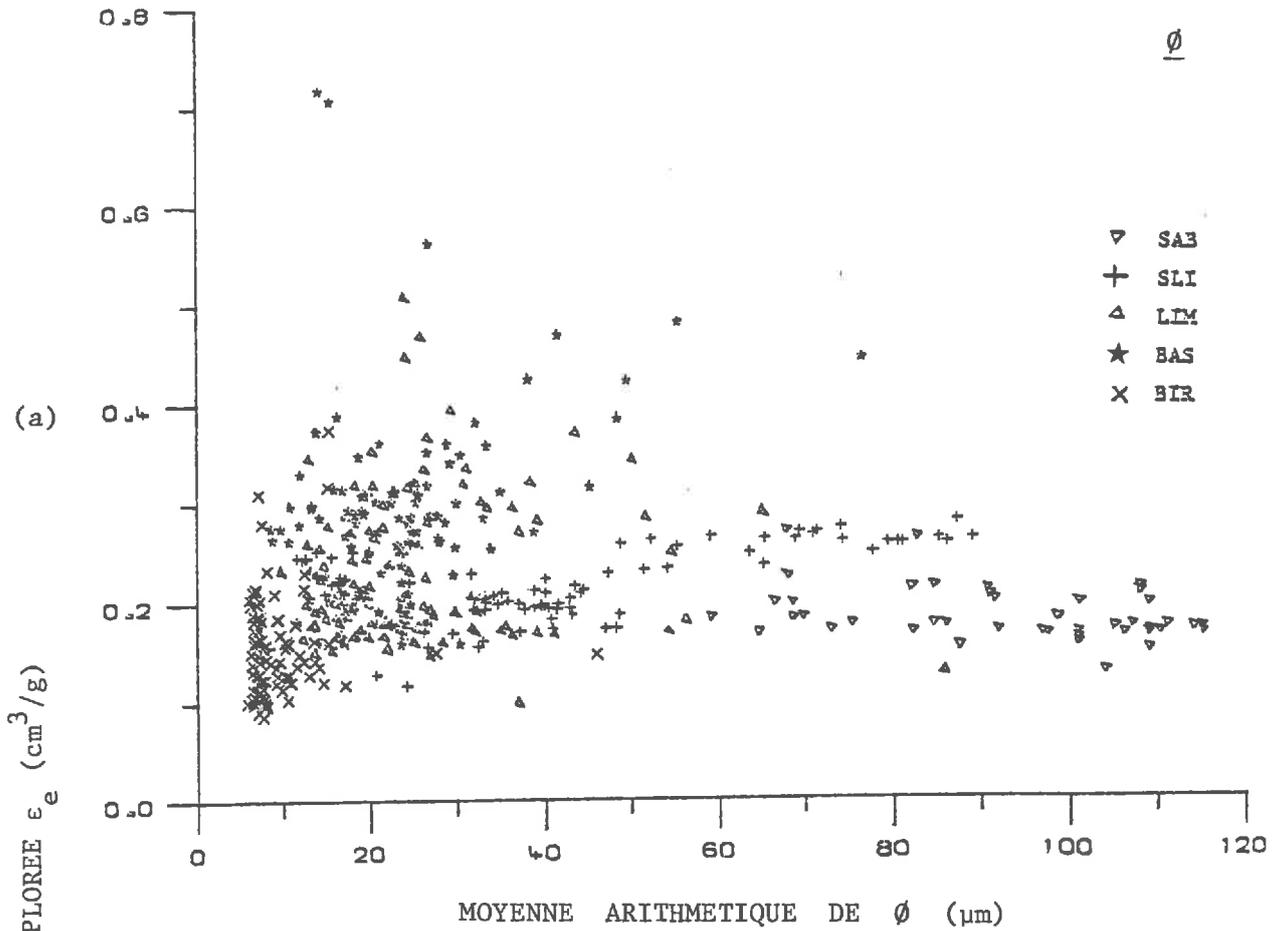


FIGURE II.8.a,b : Diagrammes de dispersion de la porosité explorée et de la moyenne arithmétique des distributions de ϕ (a) et de Λ (b).

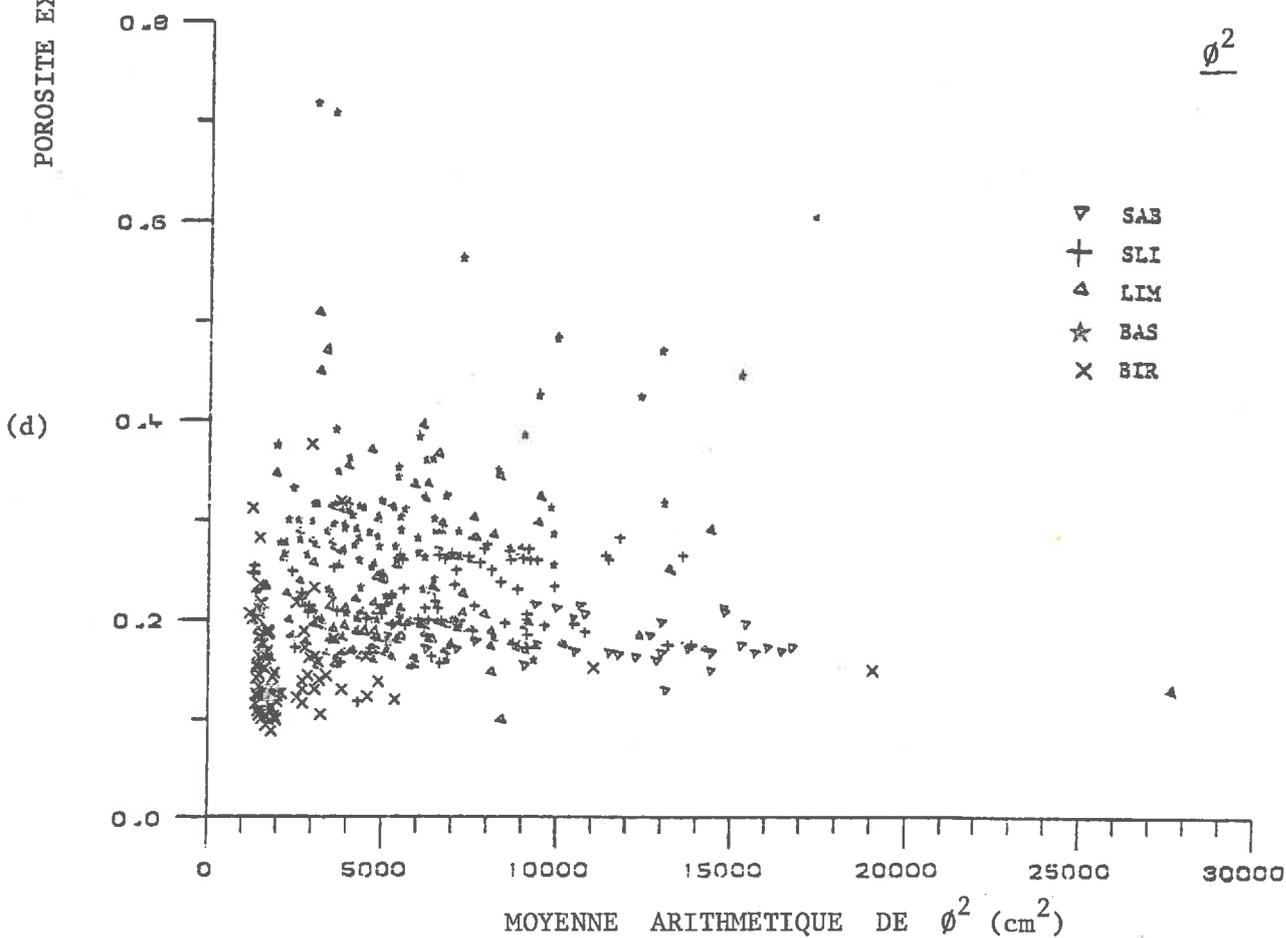
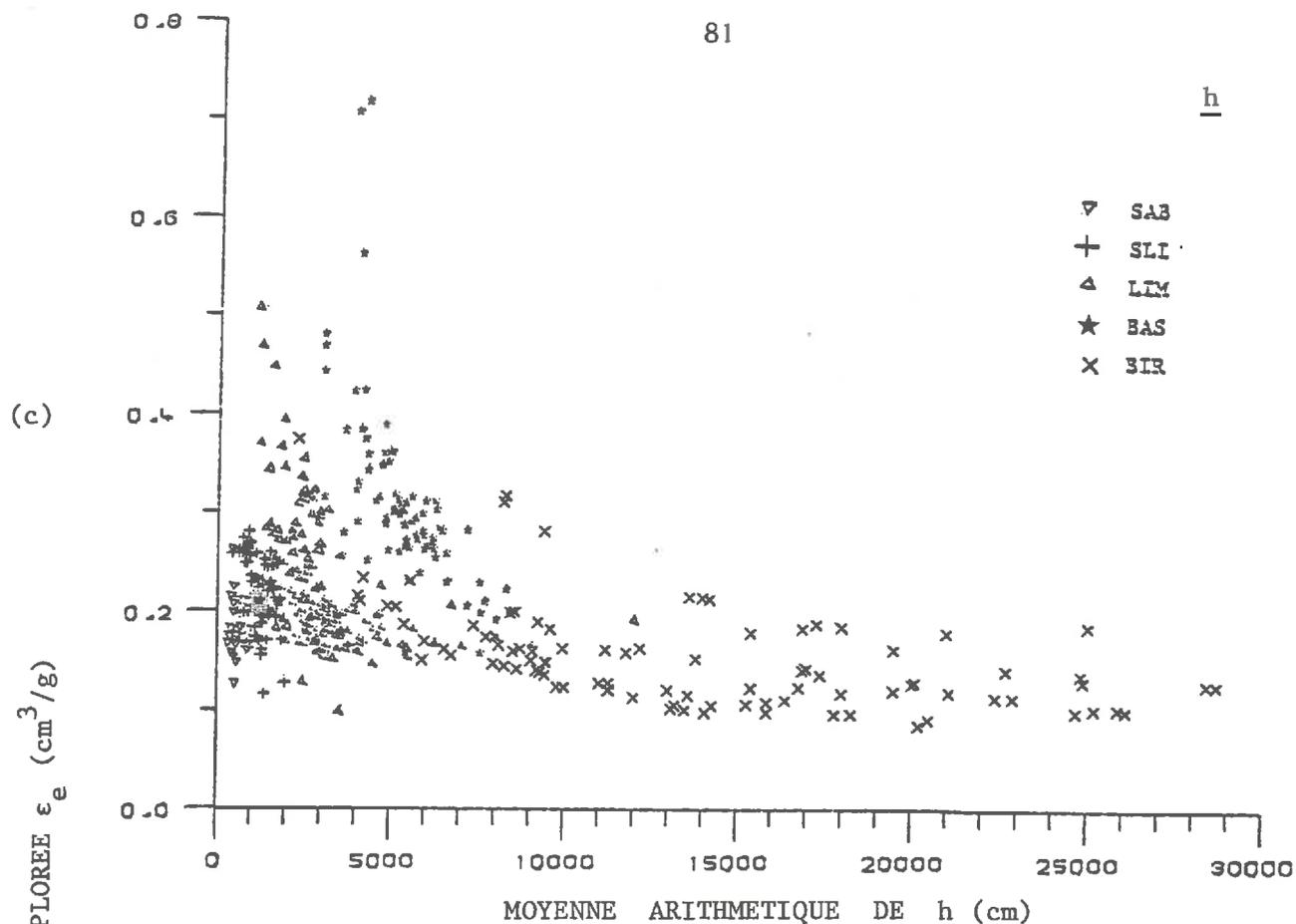


FIGURE II.8.c,d : Diagrammes de dispersion de la porosité explorée et de la moyenne arithmétique des distributions de h (c) et de ϕ^2 (d)

Tous ces coefficients sont assez petits, quel que soit le groupe de sols.

- Corrélation entre la médiane et la moyenne arithmétique

Le tableau II.8 présente les coefficients de corrélation entre la moyenne arithmétique et la médiane obtenus pour les différents sols. Ces valeurs sont surtout élevées dans le cas de la transformation logarithmique, ce qui indique que cette transformation donne les courbes les plus symétriques.

TABLEAU II.8. : Coefficients de corrélation entre la moyenne arithmétique et la médiane

Groupe	Transformation			
	ϕ	Λ	h	ϕ^2
SAB	0.985	0.956	0.471	0.972
SLI	0.909	0.965	0.749	0.515
LIM	0.794	0.964	0.689	0.510
BAS	0.761	0.903	0.788	0.532
BIR	0.306	0.907	0.769	0.488
TOUS	0.945	0.992	0.945	0.634

Une conséquence de cette constatation est que dans certains cas, le calcul de la moyenne, pas très aisé, peut être remplacé par une estimation de la médiane, beaucoup plus facile. Dans le cas de la transformation logarithmique, l'équation de régression suivante peut être utilisée :

$$\tilde{\Lambda} = 1.08 \bar{\Lambda} - 0.0518 \quad (\text{II.3.5})$$

Les figures II.9.a,b,c,d montrent les corrélations entre la médiane et la moyenne arithmétique pour les quatre transformations respectivement.

- Corrélation entre variance et moyenne arithmétique

Il y a actuellement une tendance à utiliser précisément ces deux paramètres conjointement en tant que variables explicatives dans des équations de prédiction des propriétés de transfert (LAROUSSE, 1972).

Il est par conséquent utile de voir dans quelle mesure ils sont indépendants. D'autre part, on considère assez généralement que la moyenne exprime la finesse du matériau tandis que la variance explique l'uniformité de rétention. Or, la plupart des spécialistes du sol admettent que ces deux propriétés sont étroitement liées.

Le tableau II.9 présente les coefficients de corrélation calculés pour les différents groupes de sols et les différentes transformations.

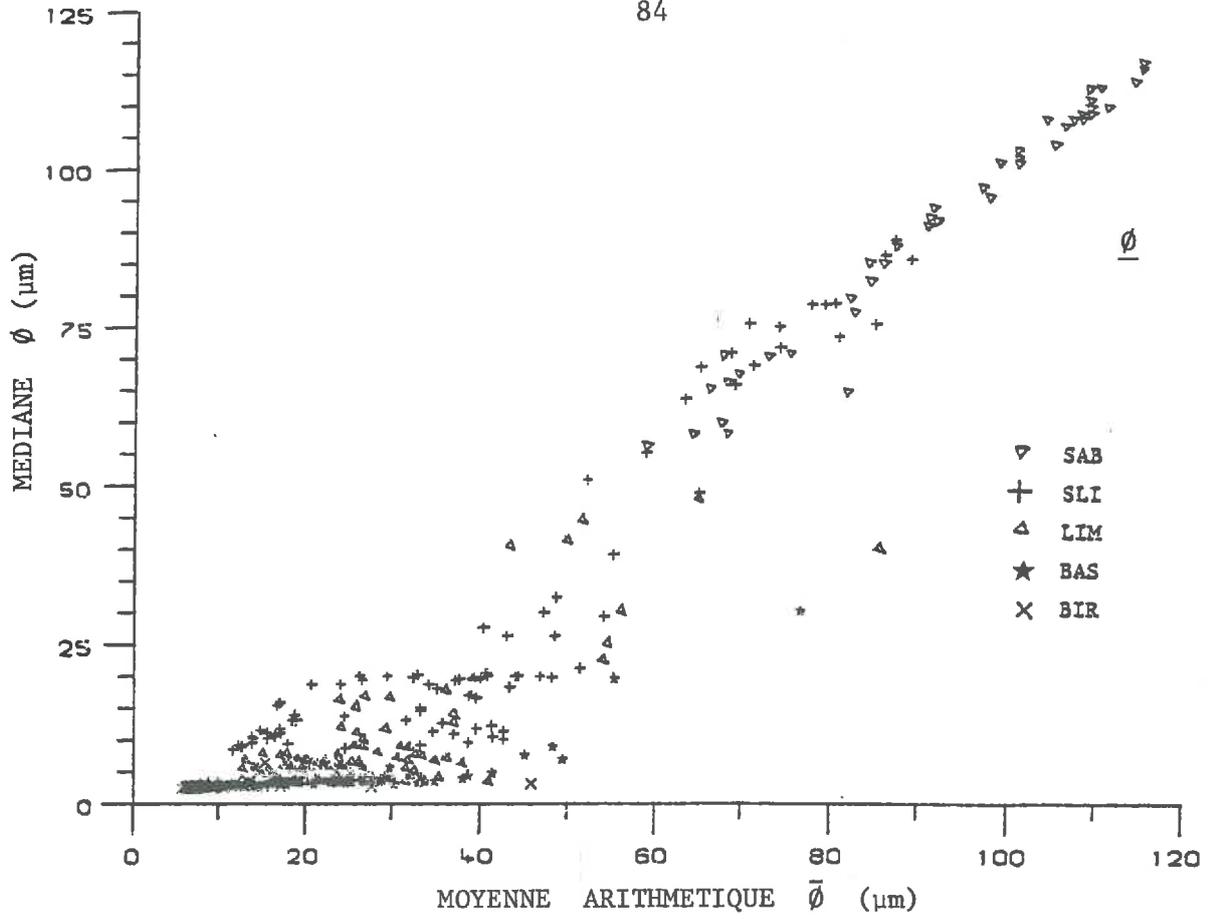
TABLEAU II.9. : Coefficient de corrélation entre la moyenne arithmétique et la variance

Groupe	Transformation			
	ϕ	Λ	h	ϕ^2
SAB	0.375	-0.042	0.968	0.174
SLI	0.237	-0.245	0.952	0.675
LIM	0.817	-0.023	0.931	0.987
BAS	0.860	0.546	0.861	0.913
BIR	0.964	0.110	0.681	0.991
TOUS	0.151	-0.430	0.889	0.564

Les figures II.10.a,b,c,d montrent les corrélations entre la moyenne arithmétique et la variance pour les quatre transformations respectivement. Il y a visiblement une influence du groupe de sol, surtout pour ϕ et ϕ^2 .

*influence de
éléments*

(a)



(b)

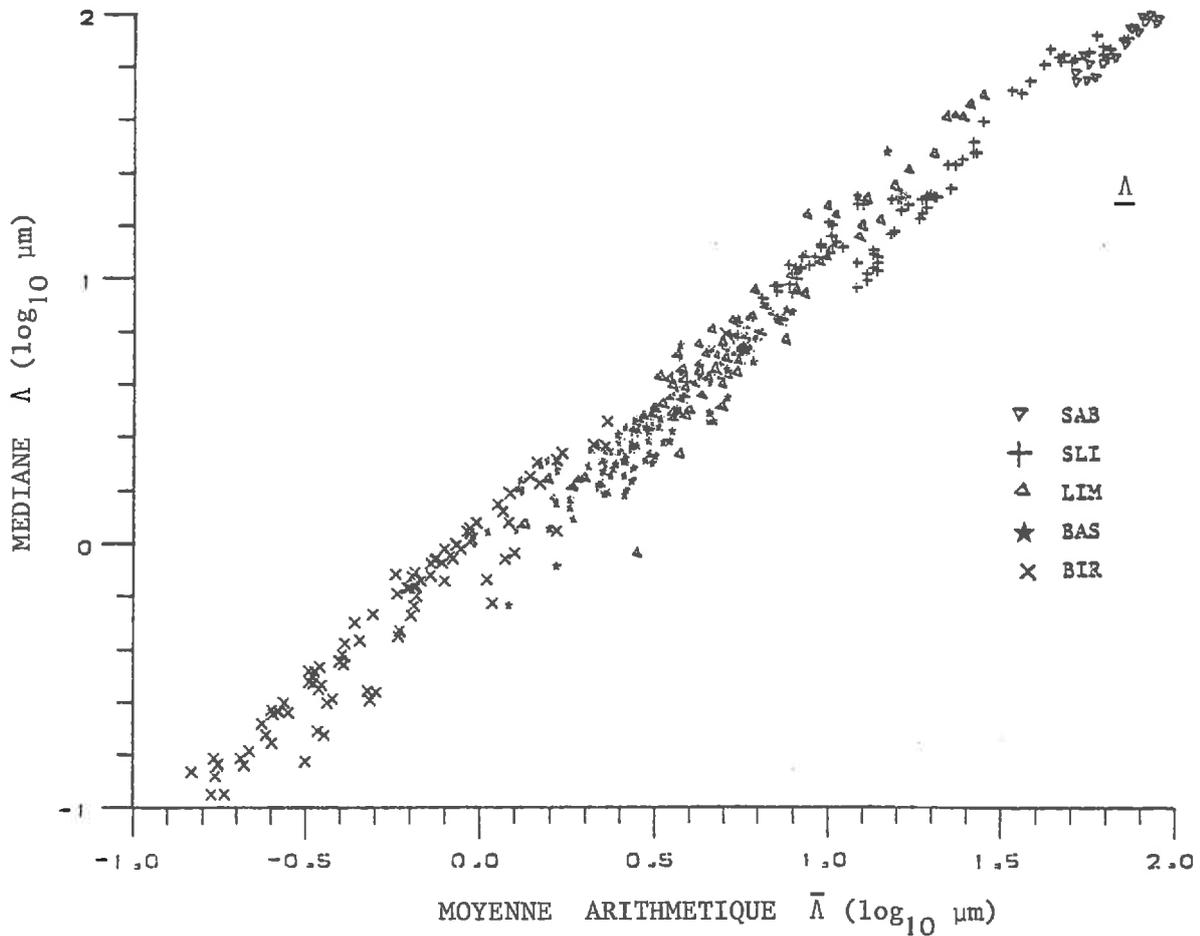
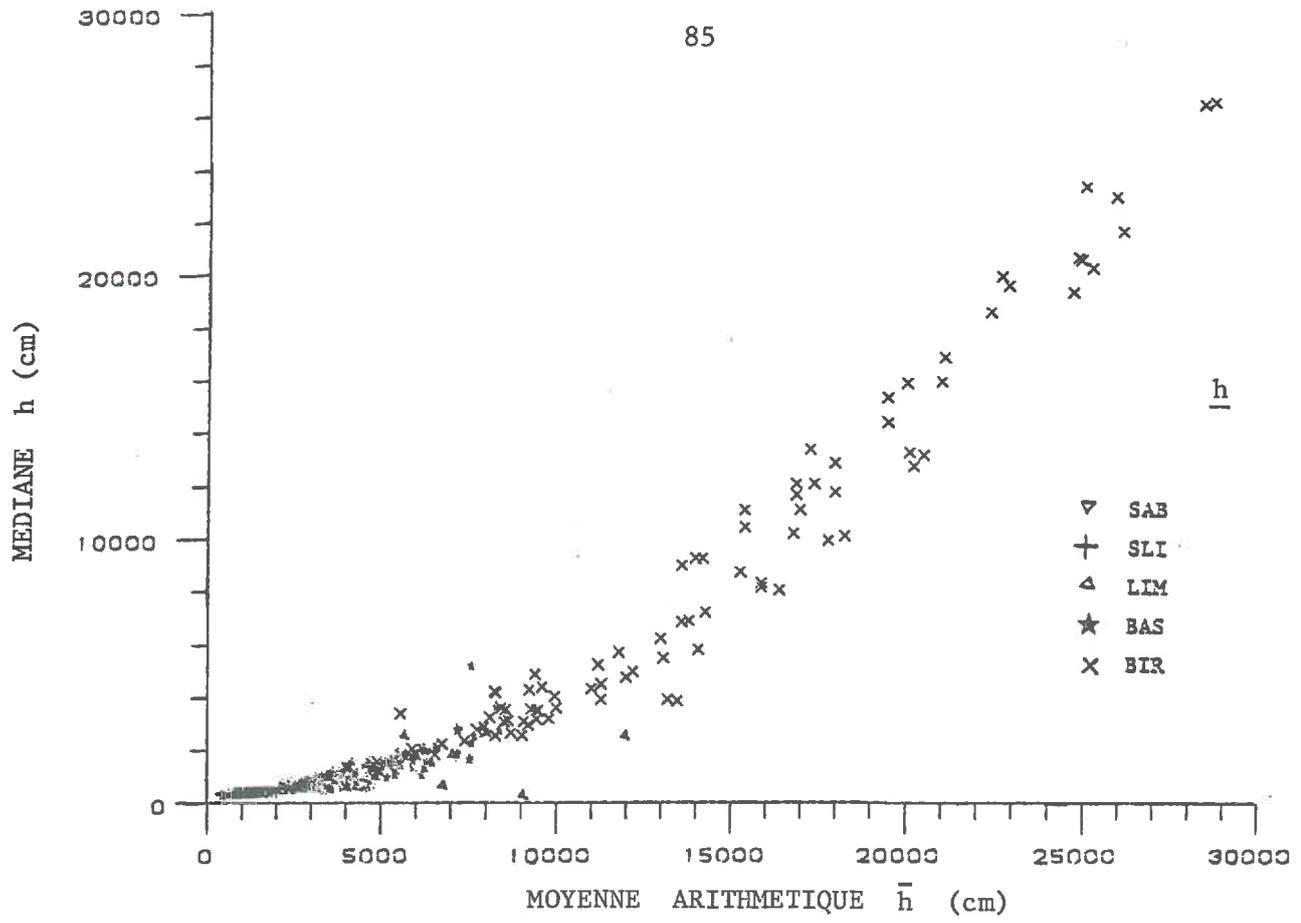


FIGURE II.9.a,b : Diagrammes de dispersion de la médiane et de la moyenne arithmétique des distributions de ϕ (a) et de Λ (b)

(c)



(d)

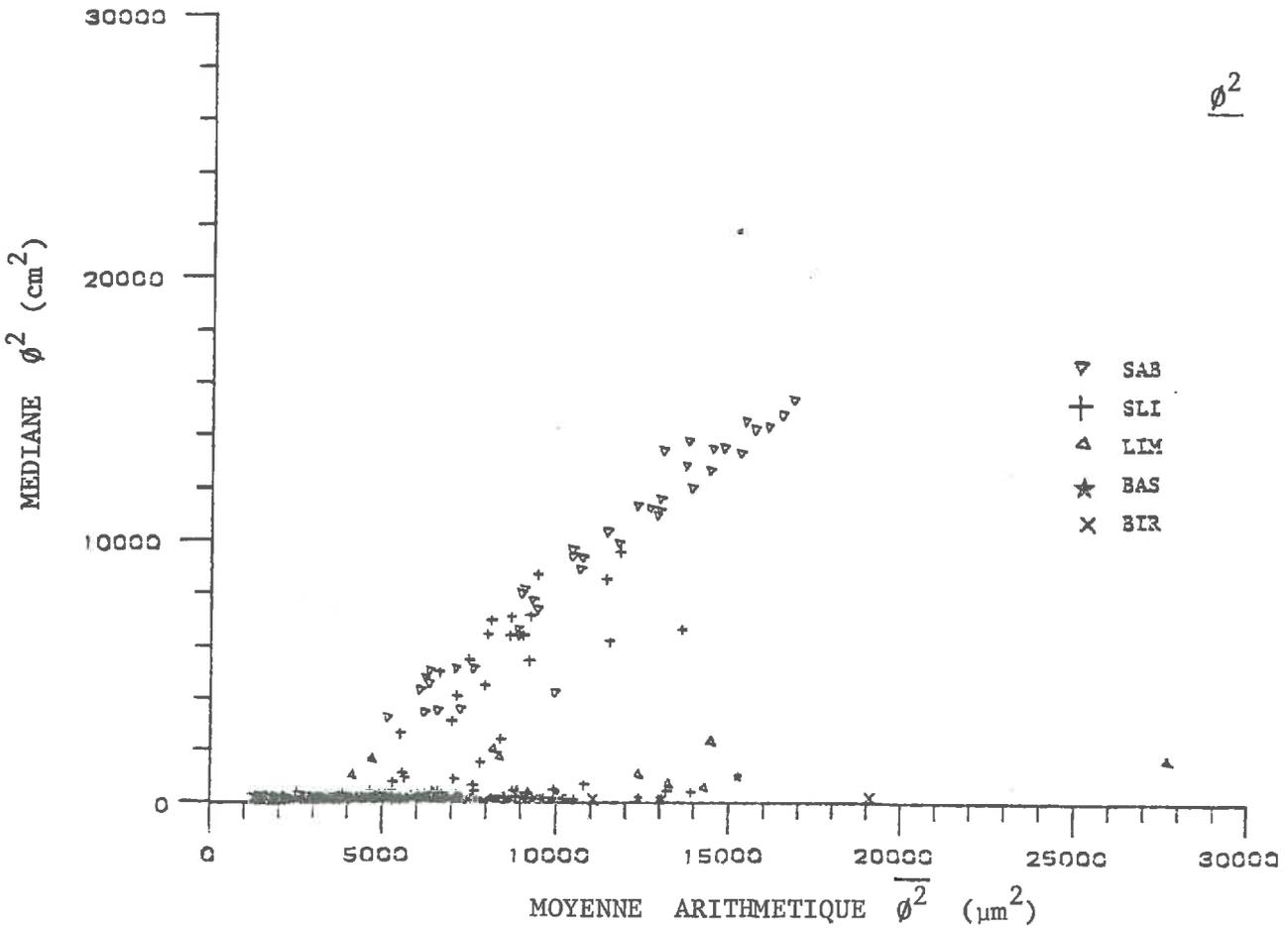


FIGURE II.9.c,d : Diagrammes de dispersion de la médiane et de la moyenne arithmétique des distributions de h (c) et de ϕ^2 (d)

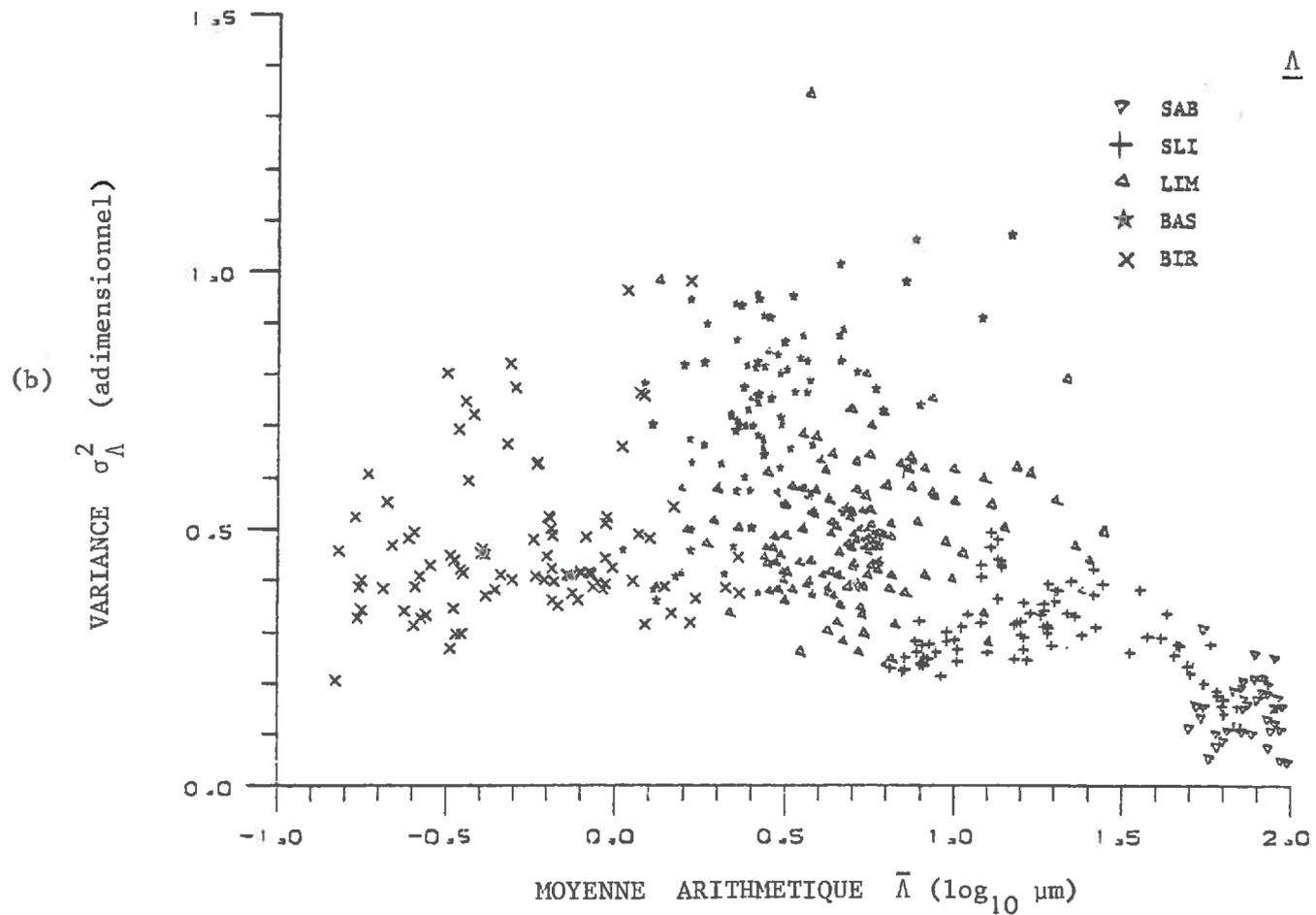
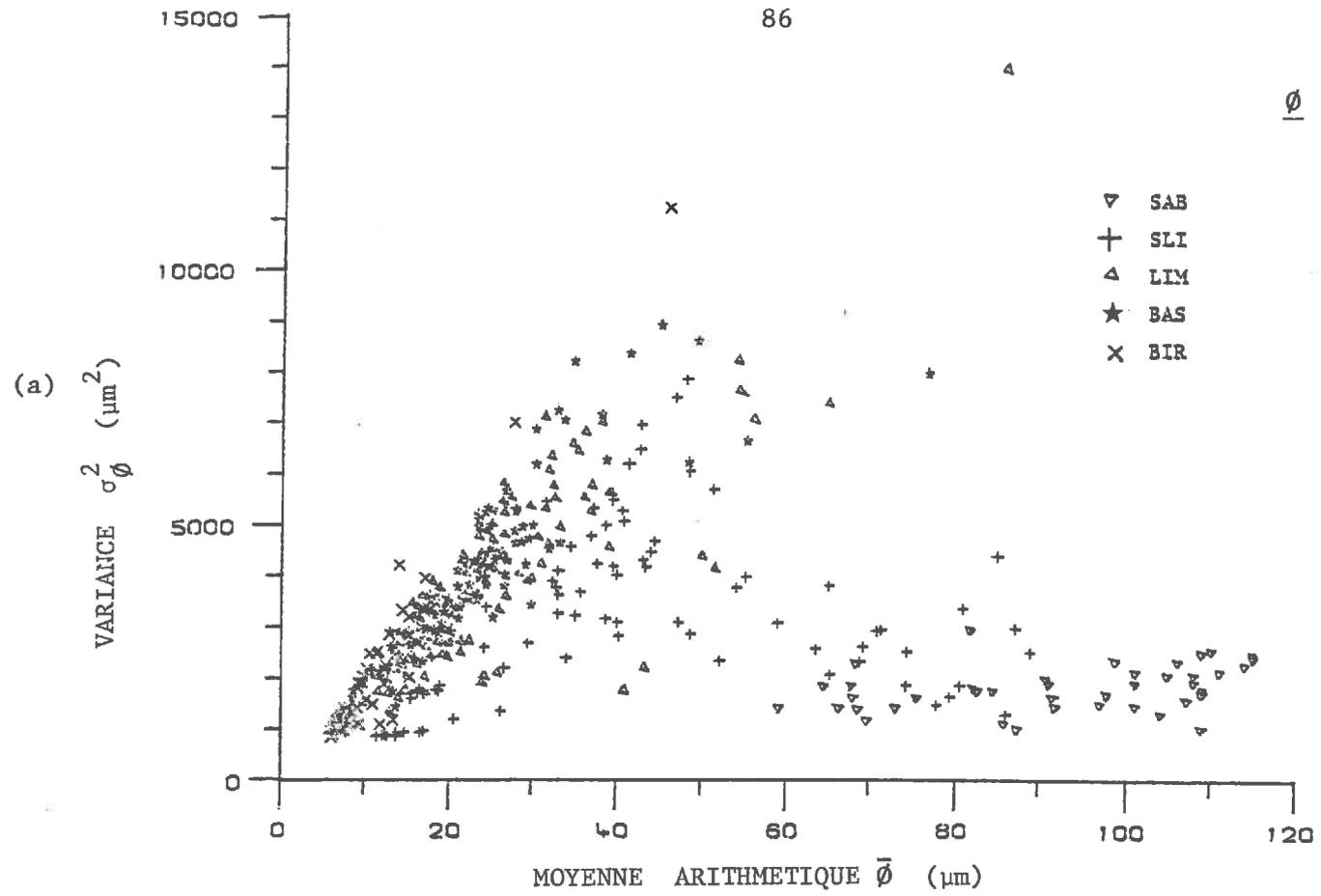


FIGURE II.10.a,b : Diagrammes de dispersion de la variance et de la moyenne arithmétique des distributions de ϕ (a) et de Λ (b)

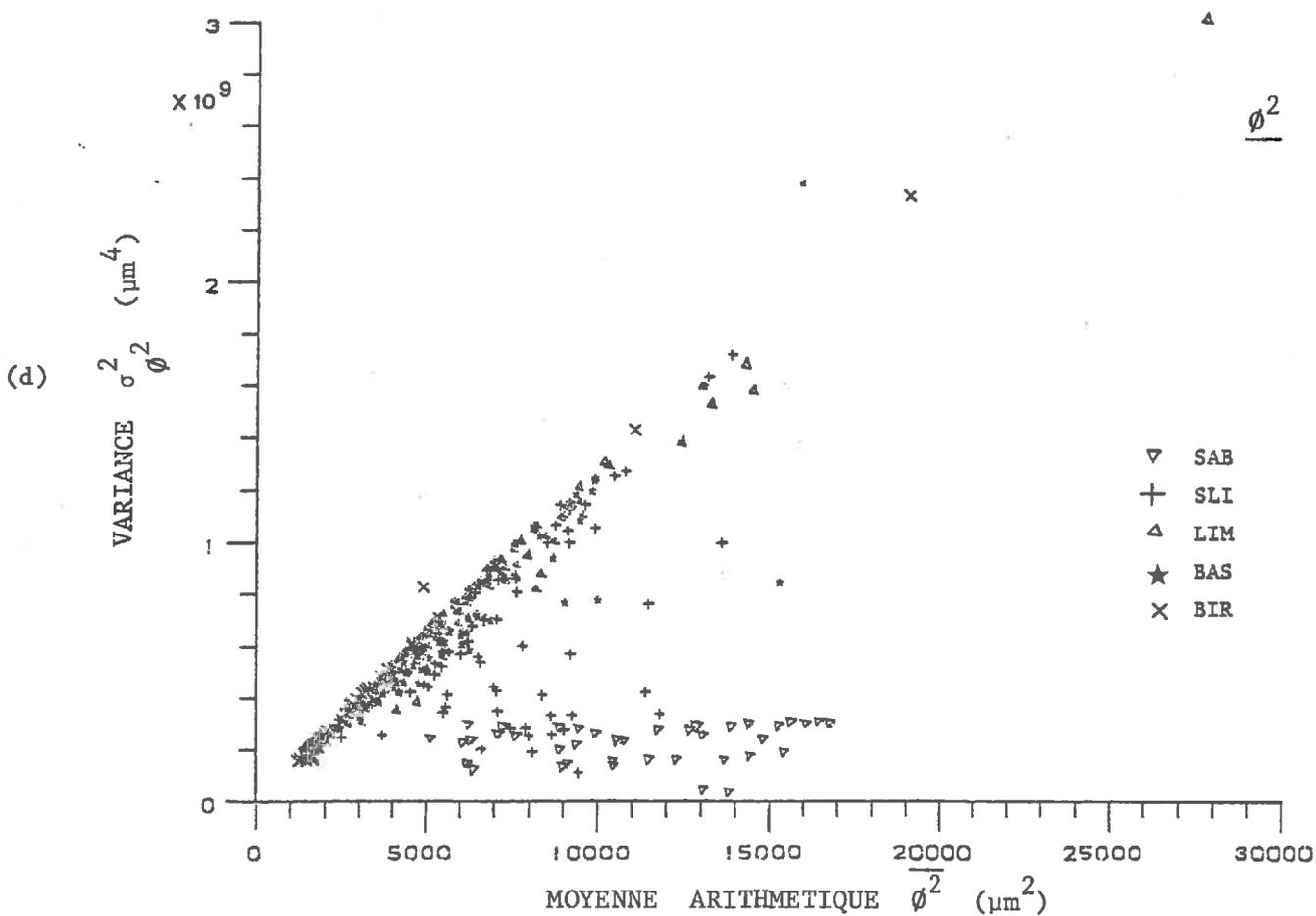
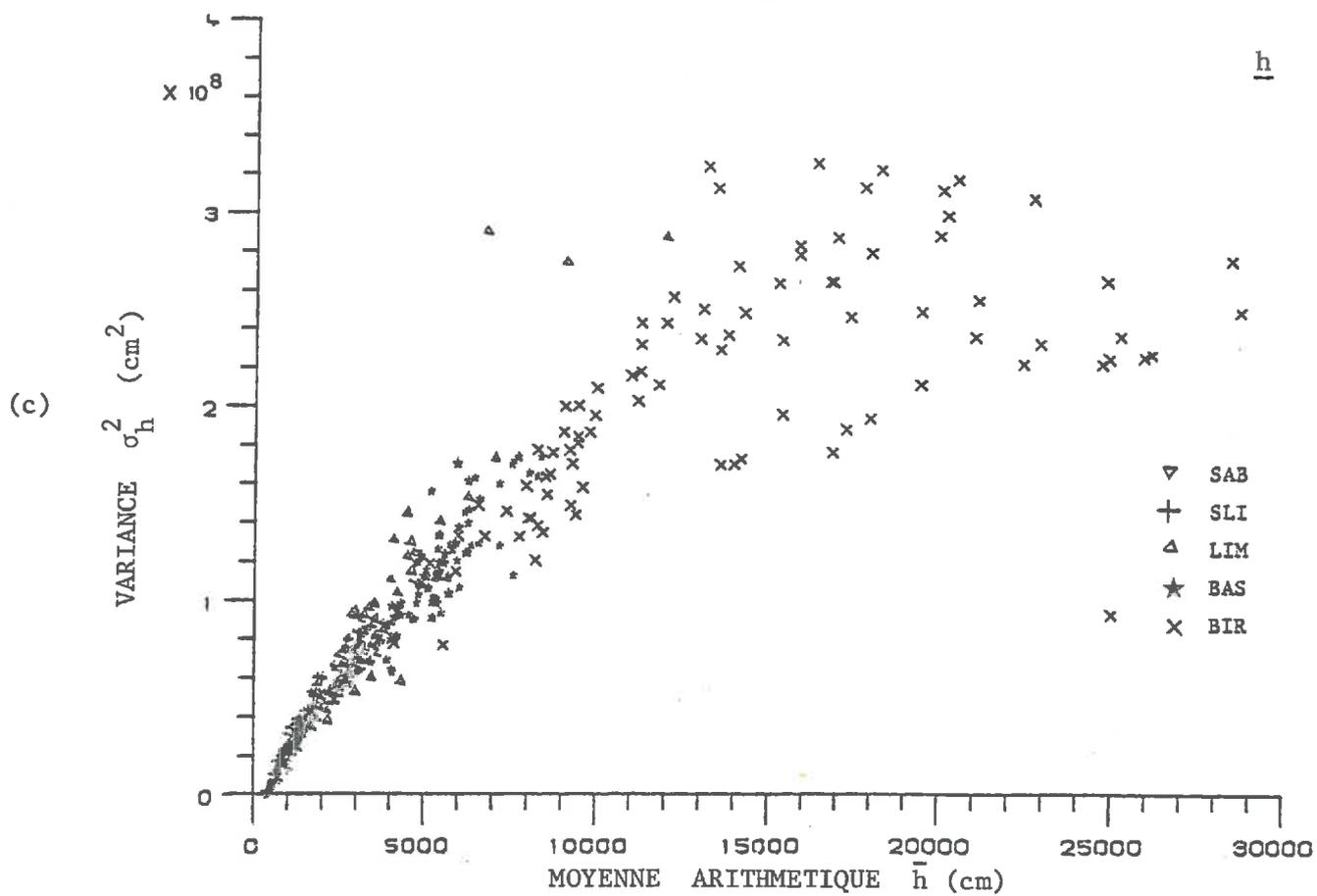


FIGURE II.10.c,d : Diagrammes de dispersion de la variance et de la moyenne arithmétique des distributions de h (c) et de ϕ^2 (d)

En ce qui concerne la liaison entre la finesse du matériau et ses propriétés de rétention, on doit surtout s'intéresser aux distributions de succion h . On constate en effet dans le tableau II.9 et à la figure II.10.c qu'il y a un lien assez étroit entre la moyenne des suctions et la variance. Ceci confirme donc ce qui est généralement admis. Du point de vue mathématique, ces deux paramètres ne devraient pas intervenir ensemble dans une équation de prédiction.

C'est dans la transformation logarithmique que ces deux paramètres, variance et moyenne arithmétique sont les moins corrélés.

L'interprétation physique des corrélations entre moyenne et variance est instructive en ce qui concerne la manière dont les facteurs qui contrôlent la géométrie des pores et leur microstructure agissent. Les corrélations entre moyenne arithmétique et variance dans le cas de (ϕ) , (h) et (ϕ^2) peuvent être interprétées comme étant des conséquences d'effets proportionnels ou multiplicatifs plutôt qu'additifs. L'effet proportionnel pur est toujours exprimé par un rapport constant entre moyenne et variance.

Ici, c'est le fait que c'est la transformation logarithmique qui donne la plus grande indépendance entre moyenne arithmétique et variance, qui permet de conclure que cet effet proportionnel est prépondérant. Il y a toutefois une différence entre matériaux fins structurés et matériaux sableux.

La valeur observée du diamètre caractéristique d'un réseau de pores résulte d'une multiplication de la tension superficielle du mercure, de l'angle de contact mercure-solide et de l'inverse de la pression absolue. Physiquement, le diamètre des pores d'un milieu poreux structuré est l'aboutissement de l'action d'une série de facteurs sur une granulométrie donnée :

- érosion
- fractionnement
- tassement
- agrégation chimique
- agrégation biologique
- agrégation électrique

Ces facteurs divisent ou accroissent les diamètres des pores et ont donc tendance à agir de façon multiplicative. Cette interprétation justifie l'utilisation de la transformation logarithmique. Celle-ci revient en définitive à classer les valeurs prises par la variable en classes définies par un rapport constant entre limite supérieure de classe et limite inférieure plutôt que par une différence constante. Puisque les individus ont été définis comme étant des réseaux de pores de même volume élémentaire mais dont les géométries caractéristiques pouvaient être très différentes (0.04 μm à 400 μm), il est justifié de ne les comparer qu'après mise à échelle. Il ne semble donc pas fort utile de comparer par exemple un réseau dont le diamètre caractéristique est compris entre 0.1 et 1 μm avec un réseau dont le diamètre est compris entre 100.1 et 101 μm . Il faut respecter les proportions qui reviennent à classer les réseaux dans des intervalles logarithmiques.

- Corrélation entre les paramètres de FISCHER

Les deux paramètres de FISCHER G_1 et G_2 sont très étroitement liés entre eux (figure II.11.). Cela provient du fait qu'il y a une très forte corrélation entre les moments centrés d'ordre 3 et d'ordre 4. Ces deux paramètres sont pourtant indépendants du point de vue strictement mathématique. Dans la transformation logarithmique on peut voir à la figure II.11.b que certains milieux poreux ont une *dissymétrie droite* ($G_1 < 0$) et d'autres une *dissymétrie gauche*. La plupart des échantillons ont un paramètre G_1 compris entre +2 et -4, ce qui indique que la transformation logarithmique donne des courbes de distribution fortement symétrique en comparaison des autres transformations.

- Corrélation entre la moyenne arithmétique et le coefficient de dissymétrie

La figure II.12.a montre les corrélations pour la transformation logarithmique. Il y a visiblement un lien étroit entre la dissymétrie G_1 d'une courbe de distribution et sa moyenne arithmétique. Ceci a été vérifié pour les autres transformations.

- Corrélation entre la variance et le coefficient de dissymétrie

La figure II.12.b montre une faible liaison entre ces paramètres dans le cas de la transformation logarithmique.

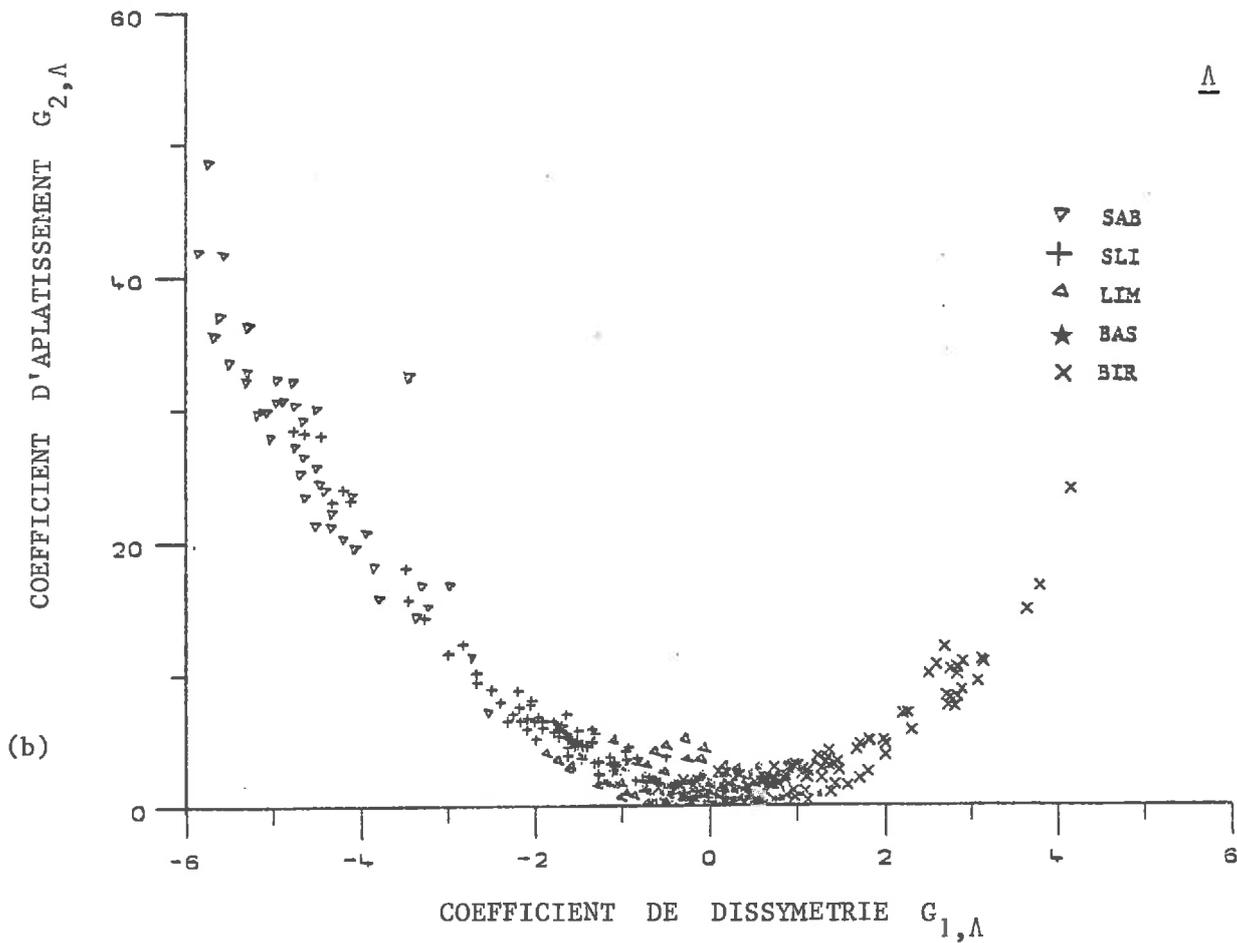
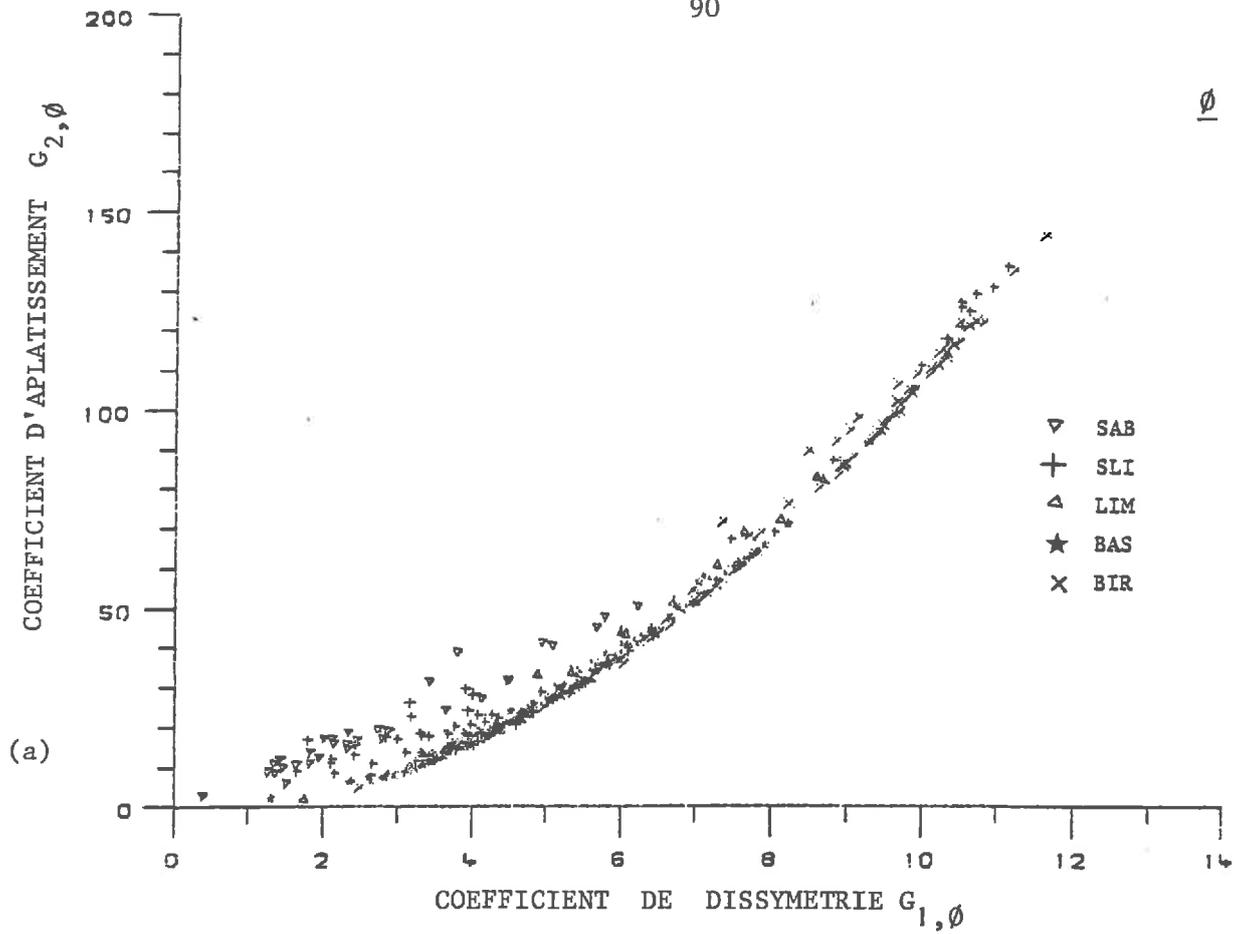


FIGURE II.11.a,b : Diagrammes de dispersion des coefficients d'aplatissement et de dissymétrie des distributions de ϕ (a) et de Λ (b)

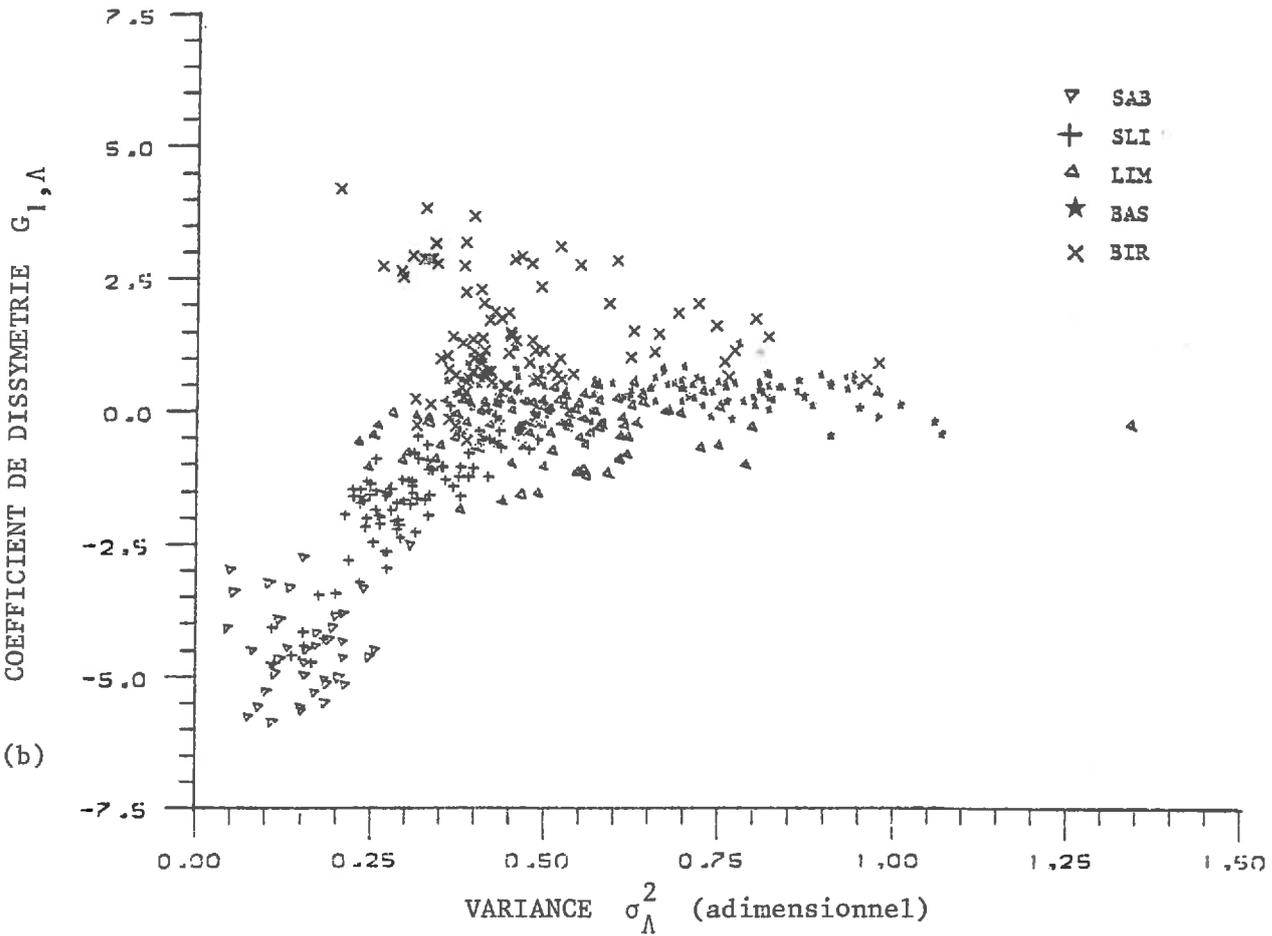
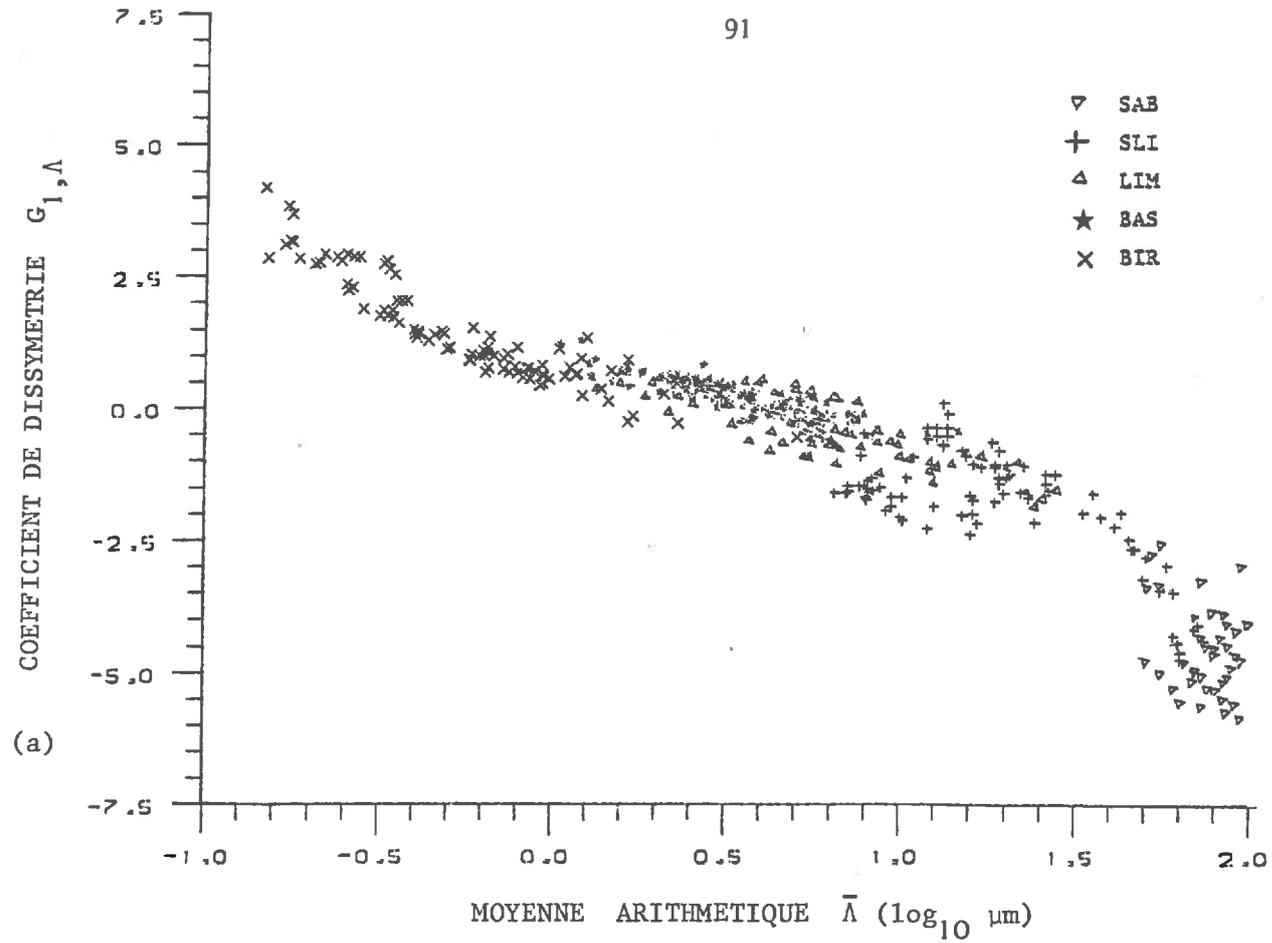


FIGURE II.12.a,b : Diagrammes de dispersion du coefficient de dissymétrie, de la moyenne arithmétique (a) et de la variance (b) des distributions de Λ

II.3.4. Choix d'une transformation et sélection de paramètres

C'est la transformation logarithmique qui satisfait le mieux aux différents critères énoncés dans l'introduction de ce paragraphe. On peut résumer l'intérêt de cette transformation par :

- distributions assez symétrique
- forte corrélation linéaire entre moyenne et médiane
- excellente précision de calcul de paramètres
- paramètres de position fortement variables d'un sol à l'autre.
- indépendance entre moyenne et variance.

Pour cette transformation, on peut faire un choix des paramètres statistiques les plus utiles. Nous retenons la *porosité explorée* ε_e , un paramètre *d'étalement* et un paramètre de *forme*.

En ce qui concerne le paramètre de position, un choix est possible entre moyenne arithmétique et médiane. Ces deux paramètres fournissent, dans la transformation logarithmique, pratiquement les mêmes résultats. Un avantage de la médiane est qu'elle est très aisée à déterminer. Un autre critère de choix est la dépendance avec les limites d'investigation imposées par le porosimètre, c'est-à-dire les plus petits et plus grands diamètres explorés par le mercure. Une comparaison a été faite à ce sujet entre la moyenne et la médiane, pour trois échantillons de sol, un sable, un limon et une argile limoneuse :

101510	101520	150013
--------	--------	--------

Le programme CDOC1 permet de *tronçonner* les courbes de distribution des pores et donc de calculer des paramètres en négligeant les plus petits ou les plus grands pores.

Le tableau II.10 montre les résultats de ces essais. Les paramètres sont exprimés en microns, soit les antilogarithmes des moyennes et médianes calculées. La moyenne est donc la moyenne géométrique de la distribution du diamètre ϕ^g .

TABEAU II.10 : Influence des classes limites sur la valeur de la moyenne géométrique et de la médiane

ECHANTILLON		101510 sable		101520 limon		150013 limon argileux	
Indices des classes limites	Diamètres limites en microns	Moye. ϕ^g	Media. $\tilde{\phi}$	Moye. ϕ^g	Media. $\tilde{\phi}$	Moye. ϕ^g	Media. $\tilde{\phi}$
1 à 100	0.05 à 500	62	68	7.7	9.2	0.15	0.13
1 à 90	0.05 à 200	57	68	7.3	9.2	0.14	0.13
1 à 80	0.05 à 80	44	56	7.1	9.2	0.14	0.13
1 à 70	0.05 à 30	-	-	6.7	9.1	0.14	0.13
10 à 100	0.10 à 500	65	68	8.1	9.3	0.22	0.17
20 à 100	0.25 à 500	66	69	8.6	9.3	-	-
30 à 100	0.65 à 500	66	69	9.1	9.4	-	-

La première constatation est que ces paramètres ne dépendent pas fortement des valeurs limites. La deuxième est que la médiane dépend moins que la moyenne des valeurs limites. Un troisième avantage de la médiane est qu'elle ne dépend pas de la transformation, ce qui n'est pas le cas pour la moyenne.

L'équation II.3.5 nous montre que l'on peut calculer la moyenne arithmétique $\bar{\Lambda}$ à partir de la médiane $\tilde{\Lambda}$, qui est beaucoup plus aisée à déterminer, par :

$$\bar{\Lambda} = 0.926 \tilde{\Lambda} + 0.048 \quad (\text{II.3.6})$$

L'étalement ou l'hétérogénéité microscopique peut valablement être représenté par la variance microscopique σ_{Λ}^2 . Celle-ci est adimensionnelle.

En ce qui concerne le paramètre de forme, un choix entre G_1 et G_2 s'impose. De prime abord, on peut éliminer le paramètre G_2 de FISCHER car, outre le fait que sa signification physique n'est pas claire, ce paramètre est très étroitement lié à G_1 . Ce dernier peut être soit négatif, soit positif et varie généralement dans les limites de +2 à -4. Le paramètre G_1 peut être retenu en raison de sa signification en tant qu'indicateur de *l'effet proportionnel*. S'il est fortement négatif, on peut supposer que la géométrie de l'espace poreux résulte davantage d'une addition de facteurs tandis que s'il est proche de 0, on peut supposer une combinaison multiplicative. Il nous semble intéressant d'étudier son utilité en tant qu'*indice de structuration*.

Le tableau II.11 présente la matrice de corrélation des paramètres statistiques pris deux par deux.

TABLEAU II.11. : Matrice de corrélation des paramètres statistiques de la distribution des logarithmes des diamètres des pores pour 463 échantillons

	ε_e	$\bar{\Lambda}$	$\tilde{\Lambda}$	σ_{Λ}^2	G_1
ε_e	1.000				
$\bar{\Lambda}$	0.209	1.000			
$\tilde{\Lambda}$	0.196	0.992	1.000		
σ^2	0.229	-0.430	-0.481	1.000	
G_1	0.062	-0.929	-0.930	0.550	1.000

Le coefficient de corrélation entre la moyenne (ou la médiane) et le coefficient de dissymétrie est relativement élevé. La moyenne et la médiane sont fortement corrélées, ce qui a déjà été indiqué précédemment. Toutes les autres corrélations sont très faibles, ce qui est un des objectifs poursuivis.

II.3.5. Précision des paramètres et représentativité du grumeau

La méthode proposée au point II.2.5 est appliquée ici, à l'aide de matériaux homogénéisés, pour tester l'équation II.2.44 et pour analyser la précision des paramètres estimés.

Un échantillonnage de n grumeaux dans un milieu poreux, homogène à l'échelle macroscopique, permet de déterminer la précision associée à chaque paramètre ou grandeur caractéristique. Le milieu poreux analysé est un loess prélevé à Louvain-la-Neuve et dont le code est 101520. Il a été homogénéisé à sec, puis humidifié de façon à lui donner une certaine stabilité structurale. Huit grumeaux ont été prélevés au hasard dans un cylindre de 5 cm de diamètre et de 2 cm d'épaisseur.

Le tableau II.12 donne les valeurs des paramètres caractéristiques des distributions des logarithmes des diamètres des pores Λ . Les moyennes et les écarts-types des différents paramètres sont donnés également. Ces écarts-types ne sont pas dus à des erreurs mais surtout à des différences stochastiques entre les grumeaux. En effet, c'est principalement la variance de la population de réseaux de pores qui est responsable de la variance de la distribution d'échantillonnage des moyennes. L'équation II.2.44 peut s'écrire dans le cas de la transformation logarithmique :

$$\sigma_{\Lambda}^2 = \frac{1}{n_r} \sigma_{\Lambda}^2 \quad (\text{II.3.7})$$

où n_r est le nombre de réseaux dont le volume élémentaire dépend de la précision des mesures (point II.1.2). σ_{Λ}^2 est la *variance microscopique* de la distribution de réseaux. La variance peut être estimée, lorsque n_2 est grand, par :

$$\sigma_{\Lambda}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{\Lambda,i}^2 \quad (\text{II.3.8})$$

où n est le nombre de grumeaux.

TABLEAU II.12. : Variabilité des paramètres statistiques de la distribution logarithmique des diamètres des pores de huit échantillons de loess 101520

Echantillon n°	Paramètres statistiques de la distribution logarithmique				
	$\bar{\Lambda}$	$\tilde{\Lambda}$	σ_{Λ}^2	G_1	ϵ_e
1	0.889	0.966	0.258	- 0.933	0.250
2	0.853	0.961	0.248	- 1.61	0.245
3	0.885	1.04	0.279	- 1.52	0.246
4	0.844	0.960	0.223	- 1.62	0.243
5	0.896	0.934	0.318	- 0.50	0.259
6	0.906	0.986	0.233	- 1.63	0.252
7	0.813	0.916	0.226	- 1.64	0.245
8	0.852	0.941	0.224	- 1.50	0.245
Valeurs moyennes	0.867	0.963	0.251	- 1.37	0.248
Ecartis types	0.032	0.038	0.033	0.422	0.005

Dans le cas concret envisagé, le nombre de réseaux vaut environ 150 et la valeur attendue de la variance des moyenne $\bar{\Lambda}$ vaut d'après II.3.7 et II.3.8 :

$$\sigma_{\bar{\Lambda}}^2 = \frac{1}{150} \cdot 0.251 = 0.00167 \quad (\text{II.3.9})$$

Or, la valeur observée de l'écart-type (tableau II.12) est de 0.032, ce qui correspond à une variance de 0.00102, ce qui est proche de la valeur calculée.

De même, la valeur attendue de la variance des variances, calculées par l'équation (II.2.45) vaut :

$$\text{var} (\sigma_{\bar{\Lambda}}^2) = \frac{2}{150} \cdot 0.063 = 0.00084 \quad (\text{II.3.10})$$

Le carré de l'écart-type observé au tableau II.12 vaut 0.00110.

La méthode proposée semble donc satisfaisante en première approximation.

L'erreur relative de la mesure de la porosité explorée n'est que de 2 % (coefficient de variation). On peut conclure que la détermination des paramètres est fort précise et que l'erreur relative associée à chaque paramètre ne dépasse probablement pas quelques pourcents.

Si on tolère une variance $\sigma_{\bar{\Lambda}}^2$, on peut estimer l'erreur correspondante de a % sur l'estimation du diamètre moyen géométrique par :

$$\frac{100 + a}{100} = 10^{\frac{\sigma_{\bar{\Lambda}}}{\bar{\Lambda}}} \quad (\text{II.3.11})$$

En y substituant l'équation II.3.7, on peut écrire :

$$a = 100 \cdot [10^{\frac{\sigma_{\Lambda}}{\sqrt{n_r}}} - 1] \quad (\text{II.3.12})$$

Dans le cas concret envisagé ici ($n_r = 150$) on peut montrer que pour un sable dont la variance σ_{Λ}^2 vaut 0.15, a vaut environ 3 %, tandis que pour un limon argileux de variance 0.7, cette erreur a vaut environ 14 %. Ceci illustre la représentativité des grumeaux analysés à l'aide du porosimètre à mercure AMINCO-WINSLOW-5000.

II.3.6. Définition de grandeurs caractéristiques de la géométrie et des propriétés de rétention d'eau

Il a été montré précédemment que la porosité explorée, la moyenne arithmétique, la médiane, la variance et le coefficient de dissymétrie de la distribution logarithmique du diamètre des pores sont les paramètres les plus adéquats. Dans ce point ci, nous nous attachons à définir, à partir de ces paramètres, des *grandeurs caractéristiques géométriques* d'utilité plus pratique.

Diamètre moyen ϕ_m (μm)

Il peut être estimé soit à partir de la médiane de la distribution, soit en calculant la *moyenne géométrique* de la distribution des diamètres.

Pouvoir moyen de rétention h_m (cm)

Les agronomes ont l'habitude de définir le pF par :

$$pF = \log_{10}(h) \quad (\text{II.3.13})$$

si h est la succion en cm de colonne d'eau.

La distribution du pF est absolument symétrique à celle du logarithme du diamètre Λ , car en vertu de la loi de JURIN on peut écrire que :

$$\Lambda = \log_{10}(\phi) = \log_{10}\left(\frac{a}{h}\right) \quad (\text{II.3.14})$$

$$\Lambda = \log_{10}(a) - pF \quad (\text{II.3.15})$$

où a est la *constante capillaire* qui vaut pratiquement 3000 si h est exprimé en cm et ϕ en μm .

On peut dès lors très aisément démontrer que :

$$\bar{\Lambda} = \log_{10}(a) - \overline{pF} \quad (\text{II.3.16})$$

$$\tilde{\Lambda} = \log_{10}(a) - \tilde{pF} \quad (\text{II.3.17})$$

$$\sigma_{\Lambda}^2 = \sigma_{pF}^2 \quad (\text{II.3.18})$$

$$G_{1,\Lambda} = -G_{1,pF} \quad (\text{II.3.19})$$

$$G_{2,\Lambda} = G_{2,pF} \quad (\text{II.3.20})$$

Toute interprétation faite pour les distributions de Λ est donc applicable aux distributions de pF . L'utilisation des courbes de pF est donc tout aussi justifiée pour caractériser les propriétés de rétention que l'est l'utilisation des courbes de Λ pour la géométrie.

Le *pouvoir moyen de rétention* exprimé en cm est donc défini à partir du diamètre moyen :

$$h_m = \frac{a}{\phi_m} \quad (\text{II.3.21})$$

Rapport d'hétérogénéité microscopique r_e (sans dimension)

Il est défini par un rapport entre deux diamètres caractéristiques de la courbe de distribution de ϕ :

$$r_e = \frac{\phi_m + \Delta\phi}{\phi_m - \Delta\phi} \quad (\text{II.3.22})$$

où $\Delta\phi$ est l'antilogarithme de $(\bar{\Lambda} + \sigma_{\Lambda})$ moins l'antilog. de $\bar{\Lambda}$
 r_e peut être calculé par l'antilogarithme du double de l'écart-type σ_{Λ}

$$\boxed{r_e = 10^{2\sigma_{\Lambda}}} \quad (\text{II.3.23})$$

Si la courbe de distribution de Λ est log-normale, ce rapport correspond au rapport entre les deux points d'inflexions (probabilité 2/3) de la fonction densité de distribution.

Le rapport d'hétérogénéité r_e peut être estimé si nécessaire par une valeur approchée \hat{r}_e basée sur une régression linéaire présentée à la figure II.13 :

$$2\hat{\sigma} = 0.568 (\Lambda_{85} - \Lambda_{15}) + 0.689 \quad (\text{II.3.24})$$

$$\hat{r}_e = 10^{2\hat{\sigma}} \quad (\text{II.3.25})$$

avec $\Lambda_{15} = \log_{10}$ du diamètre des pores tel que 15 % du volume exploré correspond à des diamètres inférieurs

$\Lambda_{85} = \log_{10}$ du diamètre des pores tel que 85 % du volume exploré correspond à des diamètres inférieurs

Le coefficient de corrélation pour 463 échantillons vaut 0.936. Des essais effectués avec $(\Lambda_{75} - \Lambda_{25})$, $(\Lambda_{80} - \Lambda_{20})$ et $(\Lambda_{66} - \Lambda_{33})$ ont conduit à des corrélations nettement moins bonnes. Les limites x_{85} , x_{25} , x_{15} , x_{75} , ..., ont été choisies arbitrairement.

Le rapport d'hétérogénéité exprime aussi l'étalement des courbes de pF conformément à (II.3.18)

Coefficient de dissymétrie G_1 (sans dimensions)

Il serait utile de voir dans quelle mesure ce coefficient peut jouer le rôle d'indice de structuration. Une telle recherche sort du cadre de ce travail.

Microporosité ϵ_e (cm^3/g)

Les micropores ont été définis au point I.1.1 par les limites de diamètres 0.05 et 300 microns. Pratiquement, ceci correspond aux limites du porosimètre à mercure (0.04 à 400 μm) utilisé lors de ce travail de sorte que l'on peut assimiler ici la microporosité à la porosité explorée par le mercure.

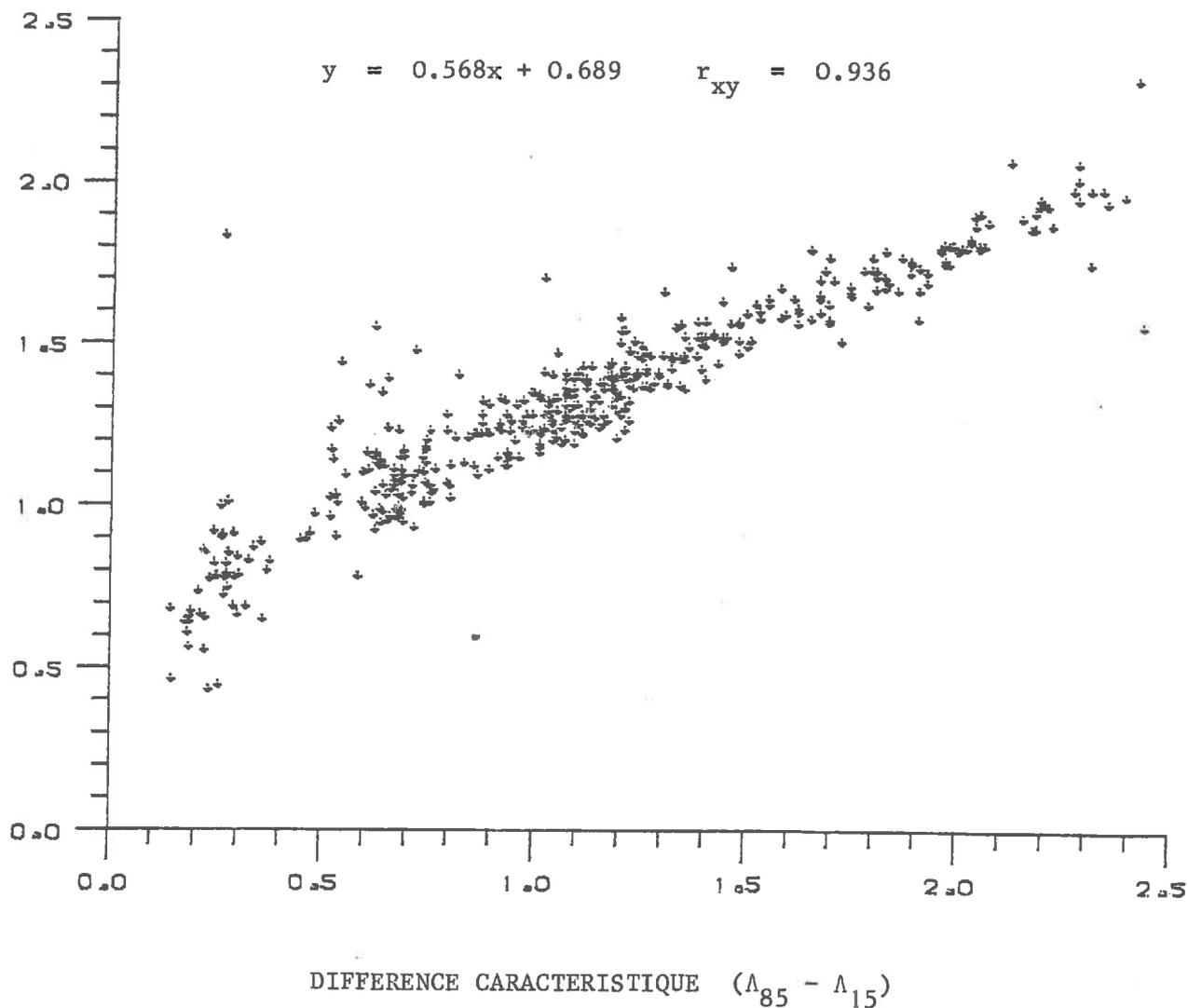
DOUBLE DE L'ECART-TYPE DE LA DISTRIBUTION LOGARITHMIQUE $2\sigma_{\Lambda}$ 

FIGURE II.13. : Régression entre l'écart-type de la distribution logarithmique et une différence caractéristique entre les Λ correspondant respectivement à une contribution volumique de 85 et de 15 pourcents

Capacité utile de rétention

La *capacité utile de rétention* peut être définie par :

$$C_u = F_{cy} - W_p \quad (\text{II.3.26})$$

où F_{cy} et W_p sont respectivement les teneurs en eau correspondant à la capacité au champ et au point de flétrissement permanent (point I.2.3) Pratiquement, ces teneurs en eau sont mesurées au laboratoire par la technique de la plaque de pression en appliquant une pression P de 15 bars pour le W_p et une pression entre 0.1 et 1 bar pour la F_{cy} . C'est le choix de *pression correspondant à la F_{cy}* qui est en général assez arbitraire et basé sur une appréciation texturale du milieu poreux.

Tant que le problème de la capacité au champ n'aura pas été étudié de façon plus scientifique nous devons nous contenter d'une méthode arbitraire. La porosimétrie nous paraît ici utile pour définir cette *pression correspondant à la F_{cy}* . Nous proposons une relation simple et pragmatique, de façon à assurer au moins une standardisation :

$$P(F_{cy}) = \frac{1000}{\sqrt{\phi_m}} \quad \text{en cm de colonne d'eau} \quad (\text{II.3.27})$$

Ainsi, un sable caractérisé par un ϕ_m de 100 μm devra être soumis à une pression de 100 cm, un limon dont ϕ_m est de 10 μm à une pression de 333 cm et un sol argileux dont le ϕ_m est de 1 μm à une pression de 1000 cm, ce qui est assez généralement admis actuellement.

Grâce à la loi de JURIN (I.2.6), on peut définir ainsi un diamètre caractéristique de la F_{cy} par :

$$\phi_{F_{cy}} = 3 \sqrt{\phi_m} \quad (\text{II.3.28})$$

Cette formule assez empirique mériterait une vérification expérimentale sur le terrain.

II.3.7. Présentation des grandeurs caractéristiques des sols étudiés et proposition d'une classification

Le tableau II.13 présente les valeurs moyennes et écarts-types (entre parenthèses) des grandeurs caractéristiques des groupes de sols analysés. Il faut rappeler que les échantillons n'ont pas été prélevés au hasard et que par conséquent ce tableau est surtout indicatif. Toutefois, son intérêt en tant que référence est évident. On constate que ce sont les limons et limons fins du plateau de Bastogne (BAS) qui possèdent la plus grande hétérogénéité microscopique. Les limons argileux et les argiles limoneuses du bassin du BIRAN (BIR) ont des hétérogénéités microscopiques comparables aux limons fins de la région sablo-limoneuse, mais leurs diamètres moyens sont nettement plus petits (10 x). Les limons et limons fins sont des sols dont l'hétérogénéité est quasi symétrique. On remarque des écarts-types très faibles dans le cas des sables bruxelliens (SAB).

On constate dans ce tableau II.13 que la variabilité des grandeurs caractéristiques, indiquée par l'écart-type, à l'intérieur d'un groupe donné de sols est liée à l'hétérogénéité géométrique microscopique moyenne, indiquée par le rapport d'hétérogénéité. Il en résulte que la *variabilité spatiale* des propriétés géométriques d'échantillons de sols à une *échelle régionale* est en relation avec la *microstructure* caractéristique des sols dans cette région. La figure II.14 montre par exemple la relation entre le rapport d'hétérogénéité r_e et le coefficient de variation régionale du diamètre médian. A l'échelle régionale, on vérifie donc qu'une faible hétérogénéité microscopique correspond à une faible variabilité spatiale et vice-versa.

La variété de sols étudiés et le nombre d'échantillons analysés permet de proposer une méthode de classification. Il a été démontré que le paramètre bien adapté pour jouer le rôle de *critère d'hétérogénéité* est l'écart type de la distribution de Λ , ou le rapport d'hétérogénéité r_e . Sachant bien que tout milieu poreux est intrinsèquement hétérogène et qu'une distribution d'écart type nul n'existe pas, il est toutefois nécessaire, dans un souci pragmatique, de définir des *classes d'hétérogénéité*. A notre connaissance, une telle classification n'a pas encore été proposée.

TABLEAU II.13. : Moyennes et écarts-types des paramètres et grandeurs caractéristiques de la géométrie microscopique de différents milieux poreux naturels

Groupe de sols	Porosité expl. ϵ_e	Diamètre moyen ϕ_m (m)	Succion moyenne h_m (cm)	Rapport d'hétérogénéité r_e	Coefficient de dissymétrie G_1
SAB (43)	0.183 (0.027)	87.49 (16.89)	35.76 (7.96)	6.18 (2.16)	- 4.525 (0.826)
SLI (85)	0.218 (0.035)	27.65 (22.78)	176.15 (96.91)	12.76 (4.32)	- 1.757 (1.017)
LIM (159)	0.221 (0.067)	7.08 (7.75)	685.09 (437.07)	27.64 (18.38)	- 2.371 (0.489)
BAS (82)	0.308 (0.093)	2.94 (3.77)	1484 (716)	54.49 (22.96)	0.389 (0.310)
BIR (95)	0.153 (0.051)	0.736 (0.791)	8413 (6894)	25.16 (15.43)	1.405 (1.001)
TOUS (463)	0.218 (0.079)	16.30 (27.37)	2242 (4433)	27.17 (21.73)	- 0.470 (- 1.803)

Les valeurs des écarts-types sont indiquées entre parenthèses

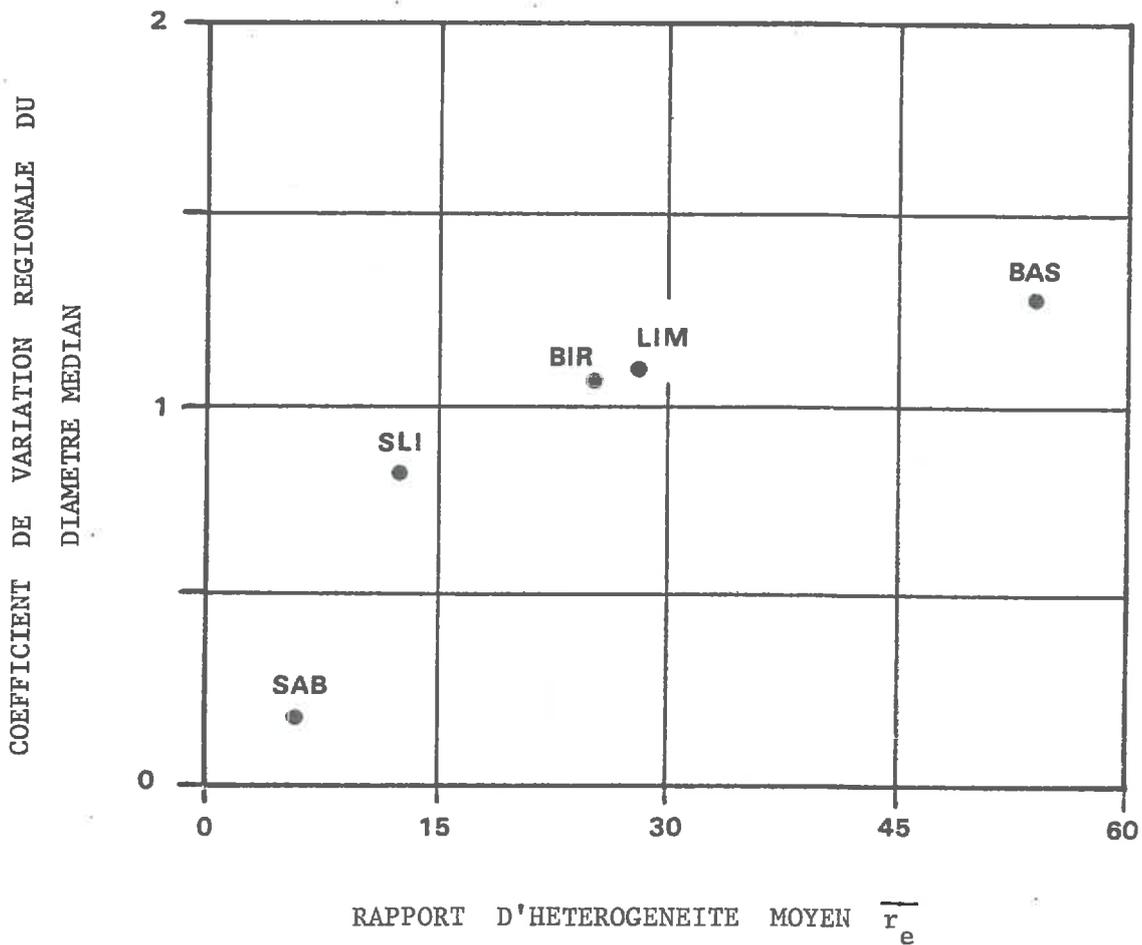


FIGURE II.14. : Relation entre le coefficient de variation régionale du diamètre médian et le rapport d'hétérogénéité moyen correspondant aux cinq groupes de sols.

Il faut tout d'abord faire la distinction entre ce qui pourrait être dénommé *homogène* de ce qui est *hétérogène*. Par définition nous posons qu'un milieu poreux est homogène à l'échelle microscopique lorsque son rapport d'hétérogénéité est inférieur à 2. Parmi les 463 milieux poreux analysés, la plus petite valeur de r_e observée est de 2.7 mais il est possible de trouver des matériaux à granulométrie plus serrée dont le r_e est inférieur à 2 (sables calibrés, billes de verre,..). La plus grande valeur observée est de 207, mais il n'y a que 4 valeurs au-dessus de 100. La majorité des valeurs se situent entre 10 et 50 mais le nombre de valeurs entre 2 et 10 n'est pas négligeable.

Nous proposons une classification sur base de trois critères :

- la microporosité pondérale ϵ_e
- le diamètre moyen ϕ_m
- le rapport d'hétérogénéité microscopique r_e

Pour chaque critère, nous proposons quatre classes :

1. <u>Microporosité</u> ϵ_e (cm ³ /g)	
Microporosité faible	$\epsilon_e \leq 0.15$
moyenne	$0.15 < \epsilon_e \leq 0.30$
élevée	$0.30 < \epsilon_e \leq 0.45$
très élevée	$0.45 < \epsilon_e$
2. <u>Diamètre moyen</u> ϕ_m (μm)	
Pores très petits	$\phi_m \leq 1$
petits	$1 < \phi_m \leq 10$
moyens	$10 < \phi_m \leq 33$
grands	$33 < \phi_m$
3. <u>Microhétérogénéité</u> r_e (adimensionnel)	
Homogène	$r_e \leq 2$
Faiblement hétérogène	$2 < r_e \leq 10$
Moyennement hétérogène	$10 < r_e \leq 50$
Fortement hétérogène	$50 < r_e$

Les données d'observations relatives aux trois variables ϵ_e , ϕ_m et r_e sont représentées graphiquement à l'aide d'un diagramme de dispersion marginal à deux dimensions qui est une projection d'un diagramme de dispersion à trois dimensions sur chacun des plans. Ce diagramme est présenté à la figure II.15.

Les coefficients de corrélation simple et de corrélations multiples calculés d'après II.3.2 et II.3.4 sont donnés par :

$$\begin{aligned} r_{\epsilon_e r_e} &= 0.232 \\ r_{\epsilon_e \phi_m} &= -0.048 \\ r_{\phi_m r_e} &= -0.389 \\ R_{\epsilon_e (\phi_m r_e)} &= 0.237 \\ R_{\phi_m (\epsilon_e r_e)} &= 0.391 \\ R_{r_e (\epsilon_e \phi_m)} &= 0.441 \end{aligned}$$

Ces valeurs sont faibles ce qui confirme l'intérêt de l'utilisation de ces grandeurs caractéristiques comme critères de classification. De plus, elles peuvent intervenir conjointement en tant que variables explicatives dans une équation de prédiction.

L'intérêt pratique de cette classification, outre celui de la cartographie peut se concrétiser notamment au niveau des aménagements hydroagricoles. Les propriétés géométriques jouent un rôle dans la définition des aptitudes à l'*irrigation*, à côté des aspects topographiques, physiographiques et pédologiques. Du point de vue du dimensionnement de l'irrigation, cette classification peut permettre un *regroupement* de classes homogènes quant à la dose optimale d'irrigation. En ce qui concerne la *conservation des sols*, on peut voir l'intérêt de la description de la microstructure au niveau de l'étude de la sensibilité des sols à l'érosion. Quant au *drainage des sols*, les grandeurs caractéristiques devraient pouvoir donner des renseignements sur le coefficient d'emménagement ou porosité de drainage. Du point de vue du rabattement des nappes toutefois, il y aurait lieu d'étudier l'incidence des macropores ($> 300 \mu\text{m}$) avant de voir une application directe de cette méthode, basée essentiellement sur l'étude des micropores.

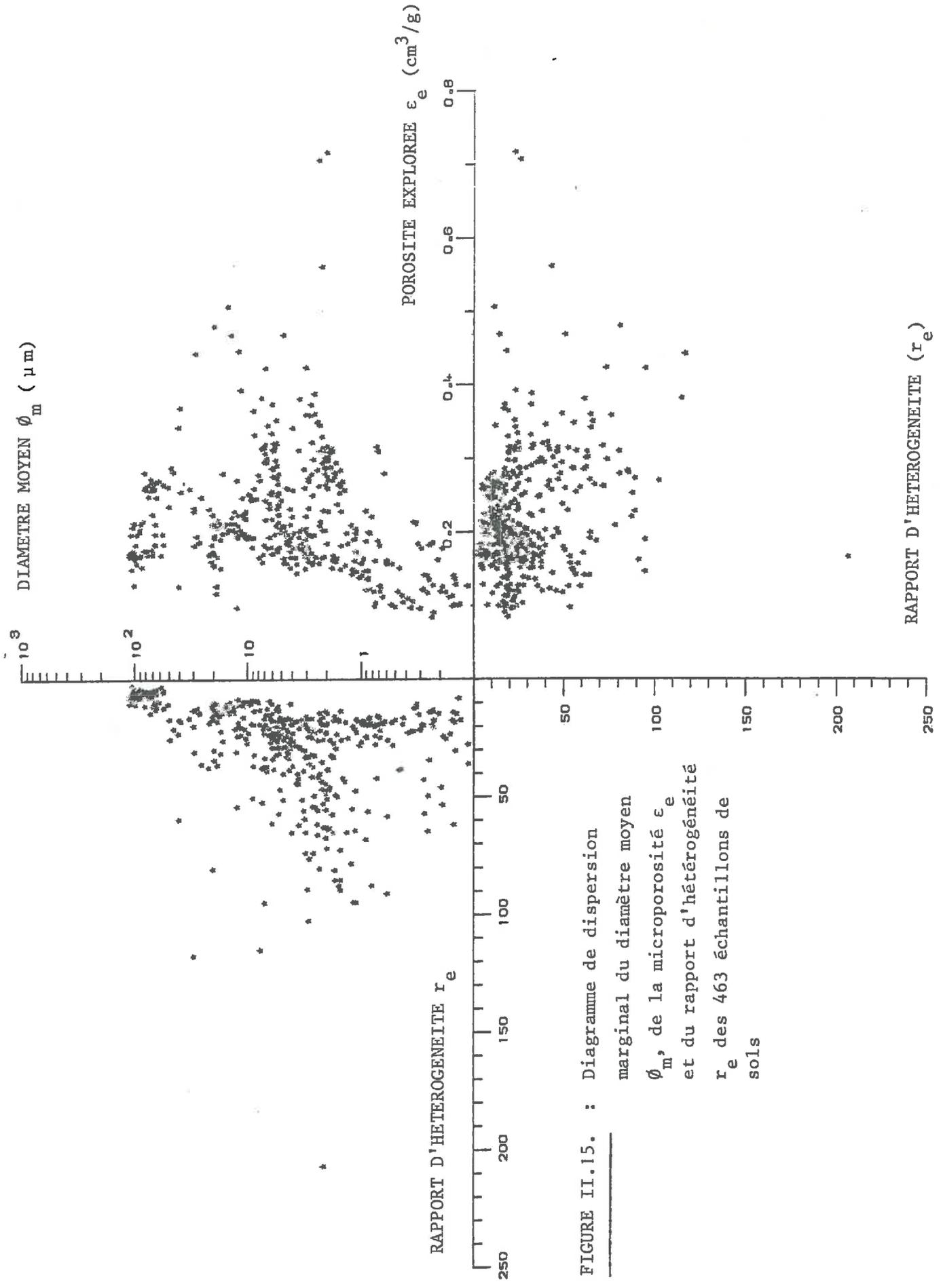


FIGURE II.15. : Diagramme de dispersion marginal du diamètre moyen ϕ_m , de la microporosité ϵ_e et du rapport d'hétérogénéité r_e des 463 échantillons de sols

CHAPITRE III

DESCRIPTION DES HÉTÉROGÉNÉITÉS MACROSCOPIQUES

INTRODUCTION

Il a été montré dans le chapitre précédent que les milieux poreux naturels sont intrinsèquement hétérogènes à l'échelle microscopique. A une échelle beaucoup plus grande, celle des bassins hydrographiques ou des périmètres d'aménagement hydroagricole, on admet également l'existence d'une hétérogénéité du type mégascopique ou régional. C'est d'ailleurs le rôle de la classification et de la cartographie de délimiter à cette échelle des zones supposées homogènes.

Entre ces deux extrêmes, il existe ce que MORINEAU, SIMANDOUX et DUPUY (1965) appellent des *hétérogénéités d'échelles intermédiaires* qui ne sont pratiquement jamais explicitées et dont on ne connaît guère l'influence sur les écoulements. Nous les appelons des *hétérogénéités macroscopiques* qui se présentent à des échelles perceptibles pour l'homme, pratiquement du centimètre à l'hectomètre.

Le problème peut être posé en considérant à une de ces échelles intermédiaires un espace pour lequel on désire estimer une valeur moyenne unique d'une *variable aléatoire* représentative d'une grandeur caractéristique de la microstructure. L'estimation de cette *grandeur moyenne macroscopique* et de sa *variance macroscopique* sont alors les deux facettes du problème.

Ce chapitre est divisé en quatre paragraphes :

- Définition des *échelles* et choix d'une *variable aléatoire* dont on peut étudier la *variabilité spatiale*.
- Examen de *l'analyse de la variance* en tant que méthode de description des hétérogénéités.

CONCLUSIONS

Une méthode paramétrique a été proposée pour décrire et représenter la géométrie porale d'un quelconque volume élémentaire de milieux poreux naturels en vue d'y inscrire les propriétés de rétention et de transfert. La technique d'intrusion de mercure s'est montrée bien adaptée à cet effet.

L'observation a montré que la transformation logarithmique des diamètres caractéristiques des réseaux de pores conduit généralement à des distributions relativement symétriques. Ceci permet de supposer que les facteurs générateurs de structure se combinent d'une manière multiplicative plus qu'additive.

Puisque le type de distribution dépend des facteurs générateurs de structure et que ceux-ci peuvent jouer un rôle plus ou moins déterminant d'un sol à l'autre, il serait hasardeux de proposer une fonction analytique unique et universelle pour décrire la fonction de distribution de grandeurs géométriques dans le cas de milieux poreux naturels.

L'étude a pu mettre en évidence une relation entre la variabilité spatiale et l'hétérogénéité microscopique de la géométrie porale au niveau régional.

Une méthode de classification des milieux poreux sur base de leur microstructure a été présentée. Le nombre réduit des critères, indépendants entre eux, et l'étendue des gammes de classification en font une méthode d'application directe.

- Conséquences de l'hétérogénéité macroscopique sur les méthodes d'échantillonnage et sur l'estimation de l'hétérogénéité microscopique.
- Exemple d'application pour illustrer l'utilisation de la méthode proposée et pour situer l'importance relative des différentes hétérogénéités.

A côté de cet aspect descriptif, on peut aussi envisager un aspect interprétatif et un aspect explicatif. L'aspect interprétatif concerne l'incidence de l'hétérogénéité sur les propriétés hydrodynamiques d'un sol et sur leur estimation. Cet aspect est abordé dans le dernier chapitre. L'aspect explicatif concerne les facteurs générateurs de structure qui sont responsables des hétérogénéités. Cet aspect sort du cadre de ce travail.

III.1. CHOIX D'UNE VARIABLE ALEATOIRE ET DEFINITION D'ECHELLES DE

VARIATION

III.1.1. Comparaison entre normalité et log-normalité

RAO et al. (1978) ont regroupé les variables (propriétés physiques) en deux groupes : celles distribuées de façon normale et celles distribuées de façon log-normale. Cette différence est interprétée ici grâce au *théorème central limite* ou théorème de LAPLACE-LIAPOUNOFF. D'après MOOD et GRAYBILL (1973), ce théorème est l'un des plus remarquables en statistique et il justifie l'importance accordée à l'étude de la loi normale.

Selon ce théorème, toute somme de n variables aléatoires indépendantes X_1, X_2, \dots, X_n , est une variable asymptotiquement normale, quelles que soient les distributions des variables initiales. On peut donc dire aussi que toute variable résultant d'une multiplication de variables aléatoires indépendantes est asymptotiquement log-normale. On peut appeler ceci *l'effet proportionnel*. Nous pouvons appliquer ce théorème pour différentes propriétés physiques. Il est possible de les grouper en deux classes selon que les facteurs déterminants des propriétés se combinent principalement de façon *additive* ou *multiplicative*. Alors que la porosité, le pourcentage de grains d'une certaine catégorie, la teneur en eau et d'autres fractions semblables résultent principalement d'une *combinaison additive* de facteurs, il est assez clair que les propriétés d'écoulement telles que la conductivité, le flux, résultent d'une *combinaison multiplicative*. Ces facteurs sont entre autres la porosité, la viscosité, la densité du liquide, le gradient de charge hydraulique, la tortuosité et le diamètre des pores. En ce qui concerne le diamètre caractéristique des réseaux de pores, on sait que la valeur observée par intrusion de mercure résulte de la combinaison multiplicative de la tension superficielle, l'angle de contact et la pression du mercure. Physiquement, il résulte d'une combinaison entre les diamètres des grains initialement présents dans le réseau et de facteurs d'agrégation chimiques et biologiques, facteur d'érosion ou de fractionnement, facteur d'arrangement, etc.... Ces considérations concordent avec les observations du

chapitre précédent qui montrent que la distribution de ces diamètres à l'échelle microscopique est la plus symétrique dans le cas d'une *transformation logarithmique*. Par conséquent, nous choisissons la *moyenne arithmétique du logarithme du diamètre des réseaux de pores* comme étant la variable caractéristique de la microstructure des milieux poreux à l'échelle macroscopique. La *variable aléatoire* est définie par :

$$X = \bar{\Lambda} = \int_{\Lambda_{\min}}^{\Lambda_{\max}} \Lambda f_v(\Lambda) d\Lambda \quad (\text{III.1.1})$$

où Λ est le logarithme décimal du diamètre ϕ exprimé en microns et $f_v(\Lambda)$ sa fonction densité de distribution volumique. A cette variable est associée une *variance microscopique* :

$$\sigma_{\Lambda}^2 = \int_{\Lambda_{\min}}^{\Lambda_{\max}} (\Lambda - \bar{\Lambda}^2) f_v(\Lambda) d\Lambda \quad (\text{III.1.2})$$

La variance de la variable X a été définie au point (II.2.5) par :

$$\sigma_X^2 = \sigma_{\Lambda}^2 / n_r \quad (\text{III.1.3})$$

où n_r est le nombre de réseaux à partir duquel X a été estimé.

III.1.2. Définition des échelles

Une *population* est un ensemble d'individus. C'est la population qui constitue l'objet étudié et qui doit être caractérisé par une grandeur moyenne et une distribution de fréquences. Les *individus* sont des sous-populations caractérisées également par des valeurs moyennes.

L'*échelle* est la dimension caractéristique de la population ou de l'objet étudié.

Décrire une hétérogénéité nécessite toujours la définition de deux échelles, celle de la population et celle des individus. On peut donc parler d'*hétérogénéités d'échelles*. Une certaine confusion à ce niveau, causée par un manque de respect de cette règle, rend difficile l'interprétation des résultats présentés dans la littérature concernant la variabilité spatiale des propriétés. Le tableau III.1 donne

TABLEAU III.1.1. : Distinction entre les échelles d'hétérogénéité et terminologie utilisée pour désigner les populations et les individus

NIVEAU D'OBSERVATION	ECHELLE	POPULATION	INDIVIDU
Microscopique (1)	Millimétrique	Réseau	Pores
	Centimétrique (c)	Grumeau	Réseaux
	Décimétrique (d)	Carotte	Grumeaux
	Métrique (M)	Horizon (pédon)	Grumeaux
	Décamétrique (D)	Horizon (polypédon)	ou
	Hectométrique (H)	Unité pédol. ou parcelle	Carottes
Mégascopique (L)	Kilométrique (K)	Zone, bassin, etc...	Unité pédol.

une synthèse des approches, échelles, populations et individus que l'on doit distinguer dans cette étude. La plus petite échelle envisagée dans ce travail est celle du réseau de pores.

L'hétérogénéité mégascopique ou régionale correspond à ce que certains appellent une *hétérogénéité pédologique*, c'est-à-dire celle qui justifie la définition d'unités de classification différentes. En cartographie pédologique, les unités supposées homogènes ont pratiquement toujours au moins une superficie de 1 hectare. Du point de vue pédologique, il faut distinguer dans une unité de classification les différents horizons. La population étudiée à l'échelle métrique est donc un horizon du pédon (*) et pas le pédon tout entier. Il en va de même pour les échelles supérieures.

Comme il n'est pas possible en général de faire des expériences de labo sur des individus plus grands que quelques décimètres, ce sont souvent les échelles décimétriques et centimétriques qui servent de référence pour caractériser les hétérogénéités macroscopiques. La caractérisation "in situ" par contre fait en général référence à l'échelle métrique.

La plupart des populations définies ici sont du type *infini* c'est-à-dire que le nombre d'individus existants est très grand par rapport au nombre d'individus prélevés.

Alors que le modèle théorique de l'hétérogénéité latérale est du type *aléatoire*, il est du type *fixe* dans le cas de l'hétérogénéité verticale.

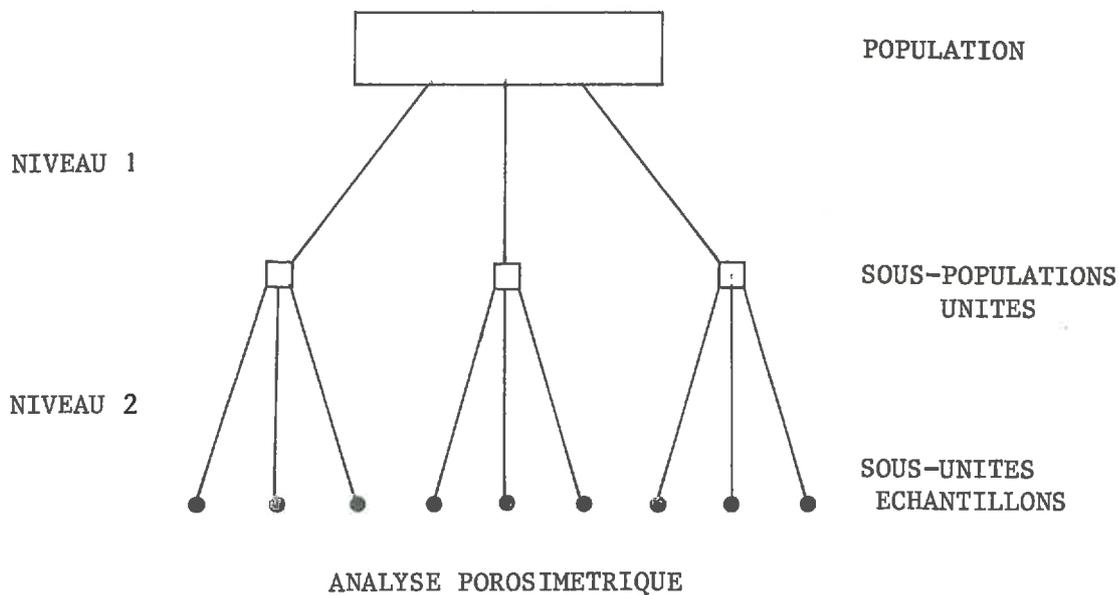
Le modèle *aléatoire* concerne un nombre presque *infini* de sous-populations. Un échantillon est prélevé dans quelques une de ces sous-populations (DAGNELIE, 1970). Le modèle *fixe* concerne un nombre *fini* de sous-populations dans chacune desquelles on a prélevé un échantillon. C'est le cas des horizons pédologiques d'un profil. Seul le cas aléatoire est envisagé dans ce travail.

(*) La définition du pédon apparaît dans le 7ème approximation de la classification américaine des sols : le pédon est le plus petit volume de sol permettant l'étude de tous les horizons et leurs relations mutuelles.

III.2. METHODE DE DESCRIPTION DES HETEROGENEITES D'ECHELLES

III.2.1. Méthode de l'analyse de la variance (*)

Comme il apparaît clairement dans le point précédent que l'hétérogénéité ne peut valablement être explicitée que dans un rapport d'échelles, la méthode est basée sur un échantillonnage à au moins deux étages ou *niveaux*. Le premier niveau nous renseigne sur l'hétérogénéité d'une population de sous-populations. Le deuxième niveau nous renseigne sur l'hétérogénéité de ces sous-populations. Une sous-population est dénommée *unité d'échantillonnage*. Elle est caractérisée par une valeur moyenne de la variable X estimée pour chaque échantillon ou *sous-unité*. C'est la comparaison des moyennes caractérisant les différentes unités qui permet de dire si la population (niveau 1) est homogène ou non :



(*) SNEDECOR and COCHRAN (1967), DAGNELIE (1970), MOOD et GRAYBILL (1973).

Dans ce travail, les *sous-unités* sont toujours des grumeaux de sols analysés par porosimétrie. La porosimétrie peut être considérée alors comme un troisième niveau d'échantillonnage.

La comparaison des moyennes peut se faire grâce à la méthode de l'analyse de la variance à un *critère de classification*. Ce critère est celui de la localisation ou position géographique de la sous-population. Cette méthode peut être utilisée dans deux buts, celui de la description ou celui de *l'inférence*. Ce dernier but peut être atteint en faisant un *test d'hypothèse* concernant l'égalité ou non des moyennes observées avec un degré de confiance donné. Ce test ne peut être valablement appliqué que lorsque certaines conditions sont remplies. Il faut que les populations soient normales et que les échantillons soient *stochastiquement indépendants*. D'autre part, il faut que les sous-populations aient la même variance. Toutefois, la méthode de *l'analyse de la variance* peut toujours être utilisée dans un *but descriptif* sans que ces conditions soient remplies. C'est le cas dans ce travail.

La notion d'*indépendance stochastique* peut être explicitée en terme de *liaison de voisinage*. MORINEAU, SIMANDOUX et DUPUY (1965), ont montré que la *liaison de voisinage* des mesures de perméabilités géométriques est fortement décroissante avec la distance entre les mesures. La corrélation cesse à partir d'une certaine distance appelée *distance d'indépendance*. Ils ont effectué des essais très systématiques dans deux carottes de grès et ont montré que cette distance vaut pratiquement un centimètre. On peut par conséquent admettre que des grumeaux prélevés en différents endroits d'une carotte ou d'une population plus grande sont indépendants du point de vue structural. Par contre, et cela va de soi, il n'y a pas indépendance entre les réseaux constitutifs des grumeaux.

Le premier niveau de prélèvement est caractérisé par un indice i et un effectif n_1 d'unités :

$$i = 1 \text{ à } n_1 \quad (\text{III.2.1})$$

Chaque unité i est elle-même une sous-population dans laquelle on prélève n_{2i} sous-unités (ou échantillons), ce qui correspond au *second niveau de prélèvements* :

$$j = 1 \text{ à } n_{2i} \quad (\text{III.2.2})$$

Le nombre total d'échantillons est donné par :

$$n = \sum_{i=1}^{n_1} n_{2i} \quad (\text{III.2.3})$$

Lorsque les unités n'ont pas toutes le même effectif n_2 il est nécessaire de définir un nombre n' par :

$$n' = n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_1} n_{2i}^2 \quad (\text{III.2.4})$$

Lorsque les unités possèdent le même effectif n_2 , ce nombre vaut :

$$n' = n_2 (n_1 - 1) \quad (\text{III.2.5})$$

Chaque échantillon est caractérisé par une valeur de variable X_{ij} .

La moyenne représentative de chaque sous-population i est donnée par \bar{X}_i :

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_{2i}} \sum_{j=1}^{n_{2i}} X_{ij} \quad (\text{III.2.6})$$

La moyenne générale \bar{X} représentative de la population globale est donnée par :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_{2i}} X_{ij} \quad (\text{III.2.7})$$

Les moyennes arithmétiques observées \bar{X}_i et \bar{X} sont des estimateurs des *vraies moyennes* M_i et m respectivement des sous-populations i et de la population totale. La précision de ces estimateurs dépend de la variance de ceux-ci, respectivement $\sigma_{\bar{X}_i}^2$ et $\sigma_{\bar{X}}^2$ qui sont inversement proportionnels à leurs effectifs correspondants. La variance de la population globale et par conséquent celle de la moyenne générale possèdent en réalité deux *composantes*. L'une est liée à l'hétérogénéité propre aux sous-populations i et l'autre aux différences entre celles-ci. On peut décomposer

l'écart entre chaque valeur observée X_{ij} et la vraie moyenne générale m en deux écarts :

$$X_{ij} - m = \beta_i + \epsilon_{ij} \quad (\text{III.2.8})$$

β_i représente l'écart lié à l'hétérogénéité de la population globale et ϵ_{ij} à celle des sous-populations i .

L'analyse de la variance fait appel aux définitions de *sommes des carrés totaux, factoriels et résiduels* ainsi qu'à leurs *carrés moyens* correspondant :

Totaux : somme des carrés carrés moyens

$$\text{SCT} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2 \quad \text{CMT} = \text{SCT}/(n-1) \quad (\text{III.2.9})$$

Factoriels :

$$\text{SCF} = \sum_i n_{2i} (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad \text{CMF} = \text{SCF}/(n_1-1) \quad (\text{III.2.10})$$

Résiduels :

$$\text{SCR} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad \text{CMR} = \text{SCR}/(n-n_1) \quad (\text{III.2.11})$$

On peut écrire l'équation de l'analyse de la variance qui ne sera pas démontrée ici :

$$\text{SCT} = \text{SCF} + \text{SCR} \quad (\text{III.2.12})$$

Cette équation ne demande aucune restriction quant à la distribution ou à l'indépendance des échantillons. Les *valeurs attendues* $E(-)$ ou *espérées* des carrés moyens sont données par :

$$E(\text{CMT}) = \sigma_X^2 + \frac{n'}{n-1} \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.2.13})$$

$$E(\text{CMF}) = \sigma_X^2 + \frac{n'}{n_1-1} \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.2.14})$$

$$E(\text{CMR}) = \sigma_X^2 \quad (\text{III.2.15})$$

Et dans le cas particulier où toutes les unités ont un même effectif n_2 :

$$E(\text{CMT}) = \sigma_x^2 + \frac{n_2(n_1 - 1)}{n - 1} \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.2.16})$$

$$E(\text{CMF}) = \sigma_x^2 + n_2 \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.2.17})$$

σ_x^2 est la variance des sous-populations, supposées égales partout. La moyenne générale possède une variance à deux composantes :

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{1}{n} (\sigma_x^2 + \frac{n'}{n_1 - 1} \sigma_\beta^2) = \frac{1}{n} E(\text{CMF}) \quad (\text{III.2.18})$$

La variance $\sigma_{\bar{X}_i}^2$ des moyennes observées représentatives des unités, est donnée par :

$$\sigma_{\bar{X}_i}^2 = \frac{1}{n_1} \sigma_x^2 = \frac{1}{n_1} E(\text{CMR}) \quad (\text{III.2.19})$$

La variance des vraies moyennes M_i des sous-populations i est donnée par σ_β^2 . Faire l'hypothèse d'homogénéité consiste à supposer que σ_β^2 est nul. Ce *test d'hypothèse* ne peut en principe se faire que lorsque les conditions d'indépendance et de normalité sont remplies. D'après DAGNELIE (1970) des déviations par rapport à ces restrictions sont pourtant admissibles en raison de la forte puissance du test. Remarquons que si les déviations sont trop importantes, on peut utiliser la *statistique non-paramétrique* sans aucune restriction comme cela a été conseillé par Mc INTYRE and TANNER (1958). Le *test d'hypothèse* revient ici à calculer une statistique de FISCHER-SNEDECOR F à $n_1 - 1$ et à $n - n_1$ degrés de liberté définis par le rapport :

$$F_{n_1-1, n-n_1} = \frac{\text{CMF}}{\text{CMR}} \quad (\text{III.2.20})$$

On rejette l'hypothèse d'égalité des moyennes M_i lorsque cette statistique est supérieure à celle donnée dans les tables pour un degré de confiance donné $(1 - \alpha)$:

$$F_{n_1-1, n-n_1, 1-\alpha} < \text{CMF}/\text{CMR} \quad (\text{III.2.21})$$

Le tableau de l'analyse de la variance est donné par le tableau III.2.

Remarque

Nous avons supposé au départ que les populations étaient du type *infini*. Dans le cas où le nombre d'échantillons prélevés n_1 ou n_2 est presque aussi grand que le nombre d'individus présents N_1 ou N_2 dans la popula-

TABLEAU III.2. : Tableau de l'analyse de la variance

SOURCE DE VARIATION	DEGRES DE LIBERTE	CARRÉS MOYENS	STATISTIQUE DE FISCHER	
			OBSERVEE	THEORIQUE
Entre unités	$n_1 - 1$	$E(\text{CMF}) = \sigma_X^2 + \frac{n'}{n_1 - 1} \sigma_\beta^2$	$\frac{\text{CMF}}{\text{CMR}}$	$F_{n_1 - 1, n - n_1, 1 - \alpha}$
Entre sous-unités	$n - n_1$	$E(\text{CMR}) = \sigma_X^2$		

tion, on peut écrire d'après SUKHATME (1954) que la variance de la moyenne générale est donnée par :

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{N_1}\right) \sigma_{\beta}^2 + \frac{1}{n_1 n_2} - \frac{1}{N_1 N_2} \sigma_X^2 \quad (\text{III.2.22})$$

Si $n_2 = N_2$, ce qui est le cas pour le nombre de réseaux dans les grumeaux, on peut écrire que :

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right) (\sigma_X^2 + N_2 \sigma_{\beta}^2) / n \quad (\text{III.2.23})$$

L'équation (III.2.18) est donc encore applicable à condition de tenir compte du facteur correctif $(1 - n_1/N_1)$.

III.2.2. Paramètres d'hétérogénéité

Le paramètre qui caractérise l'hétérogénéité d'une population par rapport à ses sous-populations est la variance ou de préférence *l'écart-type des vraies moyennes* de ces sous-populations, c'est-à-dire σ_{β} . Rappelons que lorsque la distribution des moyennes M_i est normale, la probabilité qu'une valeur M de cette moyenne soit comprise entre $m + \sigma_{\beta}$ et $m - \sigma_{\beta}$ est de 2/3, ce qui correspond aux points d'inflexions de la courbe de densité de distribution. Conformément à la définition des échelles dans le point III.1.2, nous proposons le symbolisme suivant :

$$\sigma_{\beta} \text{ (Echelle 1, Echelle 2)} = \sigma_{E_1 E_2} \quad (\text{III.2.24})$$

avec E correspondant à K, H, D, M, d, c, pour les échelles kilo-, hecto-, déca-, -, déci-, et centimétriques respectivement.

Les différentes hétérogénéités d'échelles de type macroscopiques peuvent donc être caractérisées par les paramètres :

$$\sigma_{HD}, \sigma_{HM}, \sigma_{Hd}, \sigma_{Hc}, \sigma_{DM}, \sigma_{Dd}, \sigma_{Dc}, \sigma_{Md}, \sigma_{Mc}, \sigma_{Dc}$$

Ces considérations basées sur le choix d'une subdivision décimale des échelles sont faites ici dans un souci d'éviter toute confusion. Dans la littérature malheureusement, les échelles ne sont données qu'implicitement bien souvent, ce qui empêche toute comparaison objective entre les résultats présentés par des auteurs différents.

Tout comme dans le chapitre précédent, nous définissons ici un *rapport d'hétérogénéité macroscopique*. Sa définition est la suivante :

$$r_{E_1 E_2} = 10^{2\sigma_{E_1 E_2}} \quad (\text{III.2.25})$$

Tout comme au chapitre précédent (II.4.4) nous définissons aussi comme *critère d'hétérogénéité* le fait que ce rapport soit supérieur à deux. Ce critère est relativement empirique et pourrait être remplacé si nécessaire par un test statistique.

L'homogénéité spatiale est parfois définie aussi à l'aide du concept *d'intervalle de confiance*. L'homogénéité statistique d'une zone implique alors que l'occurrence d'une valeur donnée de X en tous lieux de cette zone soit également probable à l'intérieur d'une différence statistique tolérable.

Si la distribution de X est *normale*, on peut définir la largeur L de l'intervalle de confiance de \bar{X} par :

$$L = 2 \cdot t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{III.2.26})$$

où $1 - \alpha$ est le niveau de confiance, S l'écart-type observé de X et

$t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$ est la statistique de STUDENT pouvant être trouvée dans des tables.

III.3. CONSEQUENCES DE L'HETEROGENEITE MACROSCOPIQUE

III.3.1. Sur le choix du nombre d'échantillons dans un plan d'échantillonnage à deux niveaux

L'objectif est l'estimation d'une *moyenne générale* m d'une population donnée à une échelle donnée par un estimateur \bar{X} résultant d'un échantillonnage à deux niveaux (n_1 unités dans laquelle on prélève n_2 échantillons). Partant d'une précision désirée de l'estimateur, définie par sa variance $\sigma_{\bar{X}}^2$, on désire connaître non seulement le nombre total d'échantillons, mais aussi le nombre n_2 le plus adéquat. Le nombre total est donné à partir de l'équation (III.2.18) :

$$n = (\sigma_X^2 + n_2 \sigma_\beta^2) / \sigma_{\bar{X}}^2 \quad (\text{III.3.1})$$

dans laquelle on peut voir qu'il y a toujours avantage, pour augmenter la précision d'estimation de la moyenne, à rendre $n_2 = 1$, autrement dit à ne pas procéder à de l'échantillonnage par niveaux. Ce sont d'autres critères qui peuvent justifier un nombre n_2 supérieur à un. Premièrement, le désir de connaître σ_β^2 justifie que n_2 soit au moins égal à 2. Ensuite, on peut être désireux de minimiser le *coût total de l'échantillonnage* C_t et des analyses effectuées sur ceux-ci. En effet, on admet en général que le coût lié aux prélèvements du premier niveau (préparation d'un site où les prélèvements n_2 auront lieu) est plus élevé que le coût du prélèvement et de l'analyse d'un échantillon de deuxième niveau. Si C_1 est le coût lié à chaque unité et C_2 à chaque sous-unité, on peut estimer le *coût total de l'échantillonnage* C_t (y compris les frais d'analyse) par :

$$C_t = C_1 \cdot n_1 + C_2 \cdot n_1 \cdot n_2 \quad (\text{III.3.2})$$

Le nombre n d'échantillons pour une précision $\sigma_{\bar{X}}^2$ donnée et pour un *coût minimum* est calculable si on minimise la fonction suivante qui est une combinaison de (III.3.1) et (III.3.2) :

$$C_t = \frac{\sigma_X^2/n_2 + \sigma_\beta^2}{\sigma_{\bar{X}}^2} (C_1 + n_2 C_2) \quad (\text{III.3.3})$$

Le minimum de cette fonction correspond à :

$$n_2 = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{\sigma_X^2}{\sigma_\beta^2}} \quad (\text{III.3.4})$$

et

$$n_1 = C_t / (C_1 + n_2 C_2) \quad (\text{III.3.5})$$

ou

$$n_1 = (\sigma_X^2 + n_2 \sigma_\beta^2) / n_2 \sigma_X^2 \quad (\text{III.3.6})$$

Le nombre de prélèvements de deuxième niveau n_2 est donc bien inversement proportionnel à l'écart type exprimant l'hétérogénéité de premier niveau σ_β . Si celui-ci est nul, dans le cas d'un espace homogène, on peut se contenter de faire des prélèvements dans une seule unité, c'est-à-dire à un seul site.

III.3.2. Sur l'estimation de la variance microscopique d'une population définie à une échelle macroscopique

Considérons une population de réseaux de pores à une échelle plus grande que l'échelle centimétrique, c'est-à-dire composée de plusieurs grumeaux. On désire connaître la variance microscopique, celle d'une grandeur Λ caractéristique des réseaux de pores, à partir de plusieurs mesures effectuées sur des grumeaux, c'est-à-dire à l'échelle centimétrique. On considère donc ici que la variable aléatoire X est la grandeur Λ .

Si on prélève n_1 grumeaux composés chacun de n_2 réseaux, on peut estimer la variance microscopique σ_Λ^{2*} grâce au carré moyen total (II.2.9) :

$$\sigma_\Lambda^{2*} = E(\text{CMT}) = \sigma_\Lambda^2 + \frac{n_2(n_1 - 1)}{n_2 n_1 - 1} \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.3.7})$$

où σ_Λ^2 est la variance microscopique à l'échelle centimétrique (celle des grumeaux) et σ_β le paramètre d'hétérogénéité.

On peut écrire que le carré moyen factoriel (III.2.10) correspond à :

$$E(\text{CMF}) = \sigma_\Lambda^2 + n_2 \sigma_\beta^2 \quad (\text{III.3.8})$$

ce qui donne en éliminant l'inconnue σ_β^2 dans les deux équations :

$$\sigma_\Lambda^{2*} = \sigma_\Lambda^2 + \frac{n_1 - 1}{n_1 n_2 - 1} [E(\text{CMF}) - \sigma_\Lambda^2] \quad (\text{III.3.9})$$

Comme on peut aisément estimer la variance des moyennes observées $\bar{\Lambda}$ par un paramètre symbolisé ici par s^2 :

$$s^2 = \sum_{i=1}^{n_1} (\bar{\Lambda}_i - \bar{\Lambda})^2 \quad (\text{III.3.10})$$

où $\bar{\Lambda}_i$ est la grandeur caractérisant le grumeau i .

Conformément à la définition du CMF (III.2.10) on peut écrire que :

$$s^2 = \frac{1}{n_2} \text{CMF} \quad (\text{III.3.11})$$

La variance microscopique peut être estimée par :

$$\sigma_\Lambda^{2*} = \frac{n_1 n_2 - n_1}{n_1 n_2 - 1} \sigma_\Lambda^2 + \frac{n_1 n_2 - n_2}{n_1 n_2 - 1} s^2 \quad (\text{III.3.12})$$

Lorsque n_2 est assez grand (> 100) on peut écrire la formule approchée :

$$\sigma_\Lambda^{2*} = \sigma_\Lambda^2 + \left(1 - \frac{1}{n_1}\right) s^2 \quad (\text{III.3.13})$$

Selon que l'on connaisse σ_β^2 ou s^2 , on peut appliquer (III.3.7) ou (III.3.13). On peut montrer que la valeur attendue de s^2 vaut :

$$E(s^2) = \frac{1}{n_2} \sigma_\Lambda^2 + \sigma_\beta^2$$

III.4. EXEMPLE D'APPLICATION A L'ETUDE DES HETEROGENEITES D'UN CHAMP

III.4.1. Description de l'échantillonnage

Un échantillonnage a été effectué le 13 septembre 1978 dans un champ cultivé (vesce). La superficie totale du champ est d'environ 7 ha (250 m x 280 m). Il est localisé en bordure du bois de Lauzelle entre Louvain-la-Neuve et Wavre, dans la région sablo-limoneuse de Belgique. Cinq unités pédologiques sont cartographiées à cet endroit (carte n° 117 - Wavre, à l'échelle de 1:25.000) :

Aba Aca limoneux, développement de profil textural, bien drainé

Abp . Acp limoneux, sans développement de profil

wLDx sablo-limoneux, développement de profil indéfini.

Des carottes verticales de sol (30 au total) de 3 cm de diamètre et de 65 cm de longueur ont été prélevées à l'aide d'une sonde en acier inoxydable enfoncée par vibration rapide, grâce à un marteau vibrant électrique alimenté par un groupe électrogène transportable. Cette technique permet le prélèvement de la carotte de sol sans tassement, ni altération de structure. Seize sites de prélèvement ont été choisis de façon systématique par quadrillage (60 m x 70 m) comme l'indique la figure III.1. A chaque site, une carotte a été prise sauf au seizième où 15 carottes ont été prises dans un cercle de 80 cm de diamètre environ. Pour chacun des 16 sites, deux grumeaux, pris dans la même carotte à environ 60 cm de profondeur, ont été analysés par porosimétrie à mercure. Le seizième site est représenté par la carotte prise au centre du cercle. Pour chacun des autres prélèvements du cercle, un seul grumeau, à 60 cm de profondeur, a été analysé. Au total, l'étude des hétérogénéités de ce champ est faite à partir de 46 courbes porosimétriques. La variable dont on étudie les fluctuations à différentes échelles est la moyenne arithmétique des logarithmes des diamètres caractéristiques des réseaux de pores \emptyset :

$$X = \overline{\log_{10}(\emptyset)} = \bar{\Lambda} \quad (\text{III.4.1})$$

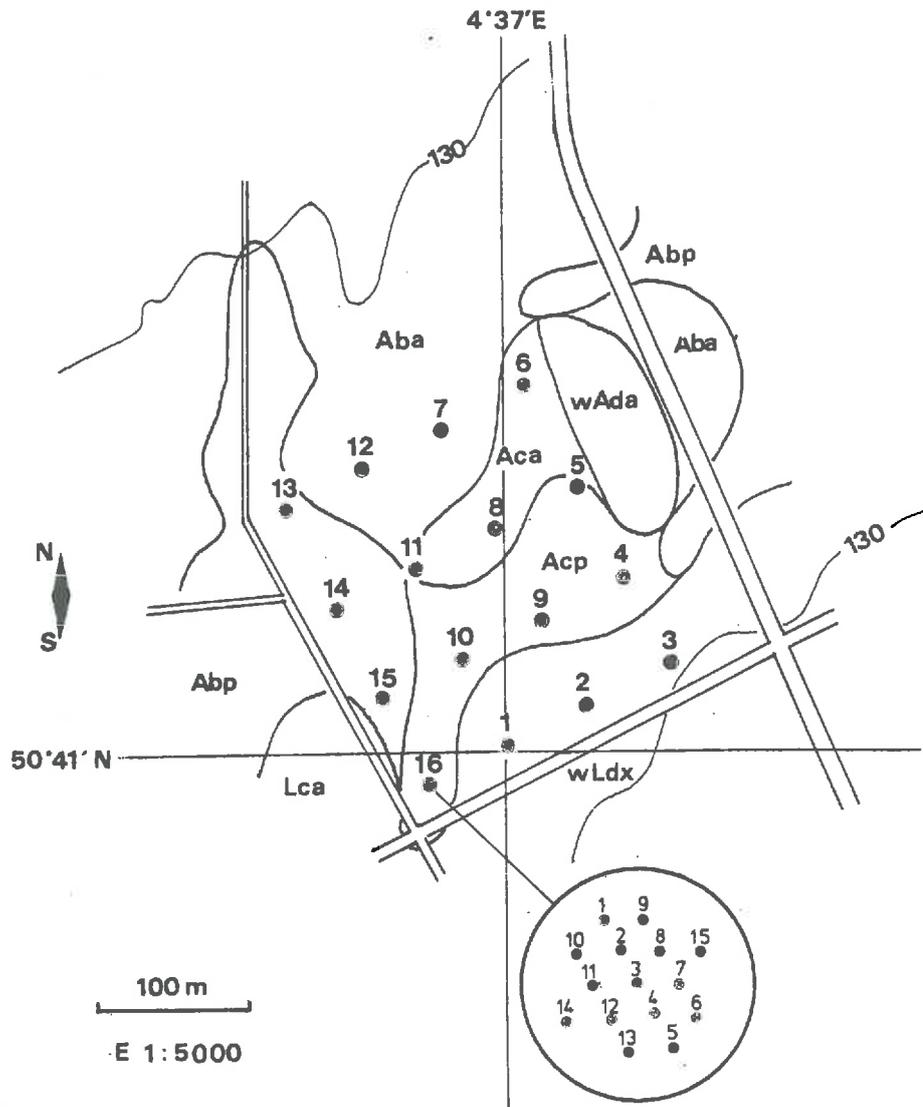


FIGURE III.1. : Localisation des prélèvements d'échantillons de sol sur la carte pédologique de Wavre 117W (carte IRSIA)

Chaque grumeau (échelle centimétrique) est caractérisée aussi par une variance microscopique σ_{Λ}^2 . Il est possible de caractériser quatre hétérogénéités d'échelles :

HECTOMETRIQUE	-	METRIQUE	H - M
HECTOMETRIQUE	-	DECIMETRIQUE	H - d
HECTOMETRIQUE	-	CENTIMETRIQUE	H - c
METRIQUE	-	CENTIMETRIQUE	M - c

Le tableau III.3 présente les valeurs de X et σ_{Λ}^2 pour les 46 grumeaux. Les valeurs prises par la variable aléatoire X aux différents endroits du champ sont présentées à l'aide d'un schéma en perspective à la figure III.2.

III.4.2. Méthode

L'analyse de la variance telle qu'elle a été explicitée dans le paragraphe précédent est appliquée pour les quatre rapports d'échelles. Les nombres n_1 , n_2 et éventuellement n' sont d'abord définis. Puis la moyenne générale et sa variance sont estimées pour la population correspondant à la plus grande des deux échelles. Ensuite, le paramètre d'hétérogénéité est calculé. Enfin, le tableau de l'analyse de la variance est établi et la statistique F de FISHER-SNEDECOR est comparée à la statistique théorique pour un degré de confiance $(1 - \alpha)$ de 95 %.

III.4.3. Résultats des calculs et discussion

III.4.3.1. Tableaux de l'analyse de la variance

Le tableau III.4 présente les principaux résultats des calculs effectués pour les quatre rapports d'échelles analysés. Ce tableau est conforme au tableau théorique III.2.

Les statistiques théoriques de FISCHER sont données à titre indicatif car il n'est pas question de faire ici de l'inférence statistique. Toutefois, on peut conclure que les tests d'hypothèse auraient conduit à la conclusion de rejet de l'hypothèse d'homogénéité dans tous les cas.

TABLEAU III.3. : Tableau des grandeurs caractéristiques des distributions de réseaux de pores

ECHELLE HECTOMETRIQUE

Site	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Premier grumeau																
X	0.938	0.553	0.792	0.505	0.196	0.619	0.363	0.443	1.090	0.335	0.682	0.497	0.743	0.782	0.888	0.700
σ^2	0.560	0.499	0.723	0.542	0.577	0.611	0.497	0.459	0.591	0.333	0.466	0.411	0.408	0.436	0.511	0.530
Deuxième grumeau																
X	0.995	0.590	0.738	0.552	0.548	0.756	0.632	0.507	1.110	0.439	0.746	0.771	0.816	0.851	1.020	0.718
σ^2	0.610	0.676	0.797	0.679	0.577	0.696	0.554	0.412	0.546	0.440	0.481	0.487	0.407	0.372	0.452	0.536

ECHELLE METRIQUE SITE N° 16

Site	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Un seul grumeau															
X	0.812	0.714	0.700	0.651	0.779	0.451	0.758	0.747	0.912	0.630	0.841	0.734	0.587	0.693	0.754
σ^2	0.507	0.574	0.530	0.503	0.471	0.840	0.469	0.468	0.612	0.411	0.622	0.477	0.523	0.537	0.496

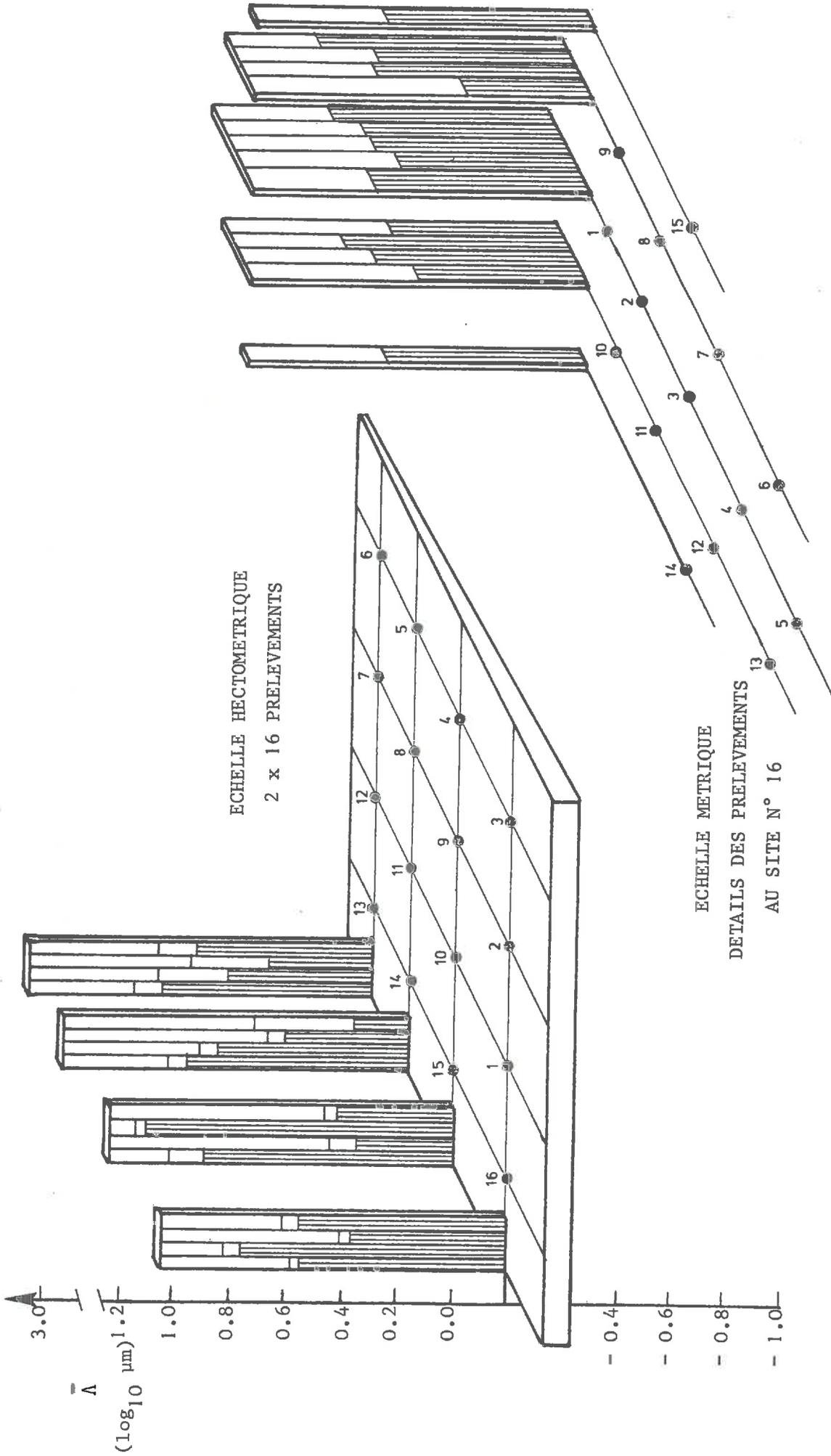


FIGURE III.2. : Diagramme des valeurs de $\bar{\lambda}$ correspondant au différents sites de prélèvements aux échelles hectométriques et métriques.

TABLEAU III.4. : Tableau des analyses de la variance

RAPPORT D'ECHELLES $E_1 - E_2$	SOURCE DE VARIATION	DEGRES DE LIBERTES	CARRES MOYENS	STATISTIQUE DE FISHER ($\alpha = 0.05$)	
				Observée	Théorique
H - M	Entre unités	15	0.0613	5.02	2.95
	Entre sous-unités	14	0.0122		
H - d	Entre unités	15	0.0891	8.65	2.79
	Entre sous-unités	16	0.0103		
H - c	Entre unités	15	8.63	16.9	1.8
	Entre sous-unités	2384	0.510		
M - c	Entre unités	14	1.832	3.42	1.8
	Entre sous-unités	2235	0.536		

III.4.3.2. Valeurs moyennes, précision et paramètres d'hétérogénéité

Le tableau III.5. présente les valeurs estimées des moyennes générales \bar{X} et de leurs variances $\sigma_{\bar{X}}^2$ indiquant leurs précisions. Ce tableau donne également les valeurs estimées des paramètres d'hétérogénéité et des rapports d'hétérogénéité macroscopiques (III.2.2). Selon notre *critère d'hétérogénéité*, seule la population définie dans le rapport métrique - centimétrique est homogène. C'est donc dans ce cas que la moyenne est connue avec le plus de précision.

III.4.3.3. Hétérogénéité microscopique $\sigma_{\Lambda}^{2^+}$

La variance microscopique à l'échelle des grumeaux σ_{Λ}^2 vaut en moyenne 0.536. L'hétérogénéité microscopique des grumeaux peut être caractérisée par l'écart type σ_{Λ} qui vaut 0.732. Ceci correspond à un rapport d'hétérogénéité de 29. Ce paramètre est assez variable, mais sa variabilité ne semble pas dépendre de l'échelle. L'écart type de la variance des grumeaux dans le site 16, soit à l'échelle métrique, vaut 0.101 tandis que pour tout le champ elle vaut 0.095 et 0.121 pour les deux séries de 16 grumeaux respectivement.

On peut calculer la variance microscopique à l'échelle métrique et hectométrique grâce à l'équation (III.3.13). L'application de cette équation conduit aux résultats suivants :

centimétrique	$\sigma_{\Lambda}^2 = 0.536$
métrique	$\sigma_{\Lambda}^{2^+} = \sigma_{\Lambda}^2 + (1 - \frac{1}{15}) 0.0122 = 0.547$
hectométrique	$\sigma_{\Lambda}^{2^+} = \sigma_{\Lambda}^2 + (1 - \frac{1}{16}) 0.0538 = 0.586$

Les rapports d'hétérogénéités microscopiques sont respectivement :

centimétrique	$r_e = 29.1$
métrique	$r_e^+ = 30.1$
hectométrique	$r_e^+ = 34.0$

TABLEAU III.5. : Résultats des analyses de la variance
appliquées à quatre rapports d'échelles

Rapport d'échelles	Effectifs			Moyenne générale	Variance de la moyenne	Paramètre hétérogénéité	Rapport hétérogénéité
	niveau 1	niveau 2	total				
$E_1 - E_2$	n_1	n_2	n' n	\bar{X}	$\sigma_{\bar{X}}^2$	$\sigma_{E_1 E_2}$	$r_{E_1 E_2}$
H - M	16	1 - 15	22 30	0.6732	0.00204	0.183	2.3
H - d	16	2	- 32	0.685	0.00278	0.198	2.5
H - c	16	+ 150	- 2400	0.633	0.00360	0.232	2.9
M - c	15	+ 150	- 2250	0.718	0.000813	0.093	1.5

III.4.3.4. Allure des distributions spatiales

En classant les 16 mesures de X effectuées à l'échelle hectométrique en 5 classes d'intervalle de longueur 0.2 et celles à l'échelle métrique en 10 classes d'intervalle de longueur 0.1, on peut voir à la figure III.3 que pratiquement l'hypothèse de normalité peut être acceptée.

La figure III.4 montre les distributions moyennes des caractéristiques Λ des réseaux de pores pour les deux populations hectométriques (16 échantillons pour chaque population) et pour la population métrique du site n° 16. Celle-ci est moins étalée conformément à III.4.3.3.

III.4.3.5. Discussion des résultats

L'expérience décrite dans ce paragraphe ne constitue qu'un exemple. Dans cet exemple on constate toujours une certaine hétérogénéité. Il apparaît que l'hétérogénéité macroscopique est très inférieure à la microscopique.

BECKET and WEBSTER (1971) ont rapporté que la *pureté de cartographie* pour des séries de sols est généralement de 50 % en ce qui concerne les critères de classification. Cela correspond pratiquement à un écart type défini par le logarithme de 1.5, soit la valeur de 0.176. Le rapport d'hétérogénéité macroscopique prend dans ce cas la valeur de 2.25. On constate que cette valeur est proche du rapport calculé pour la comparaison entre l'échelle hectométrique et l'échelle métrique. On peut donc supposer que la variabilité de la *géométrie* à l'échelle du champ est du même ordre que celle des autres propriétés.

Dans l'exemple étudié ici, on constate que seul le rapport métrique-centimétrique conduit à un rapport d'hétérogénéité inférieur à deux. On peut donc conclure que l'horizon (à 60 cm) de ce pèdon est homogène. Les autres rapports d'échelles conduisent à des conclusions inverses. Ce qui est important, c'est que l'hétérogénéité microscopique, définie par un rapport d'échelles centimétrique-millimétrique est beaucoup plus grande que les hétérogénéités macroscopiques.

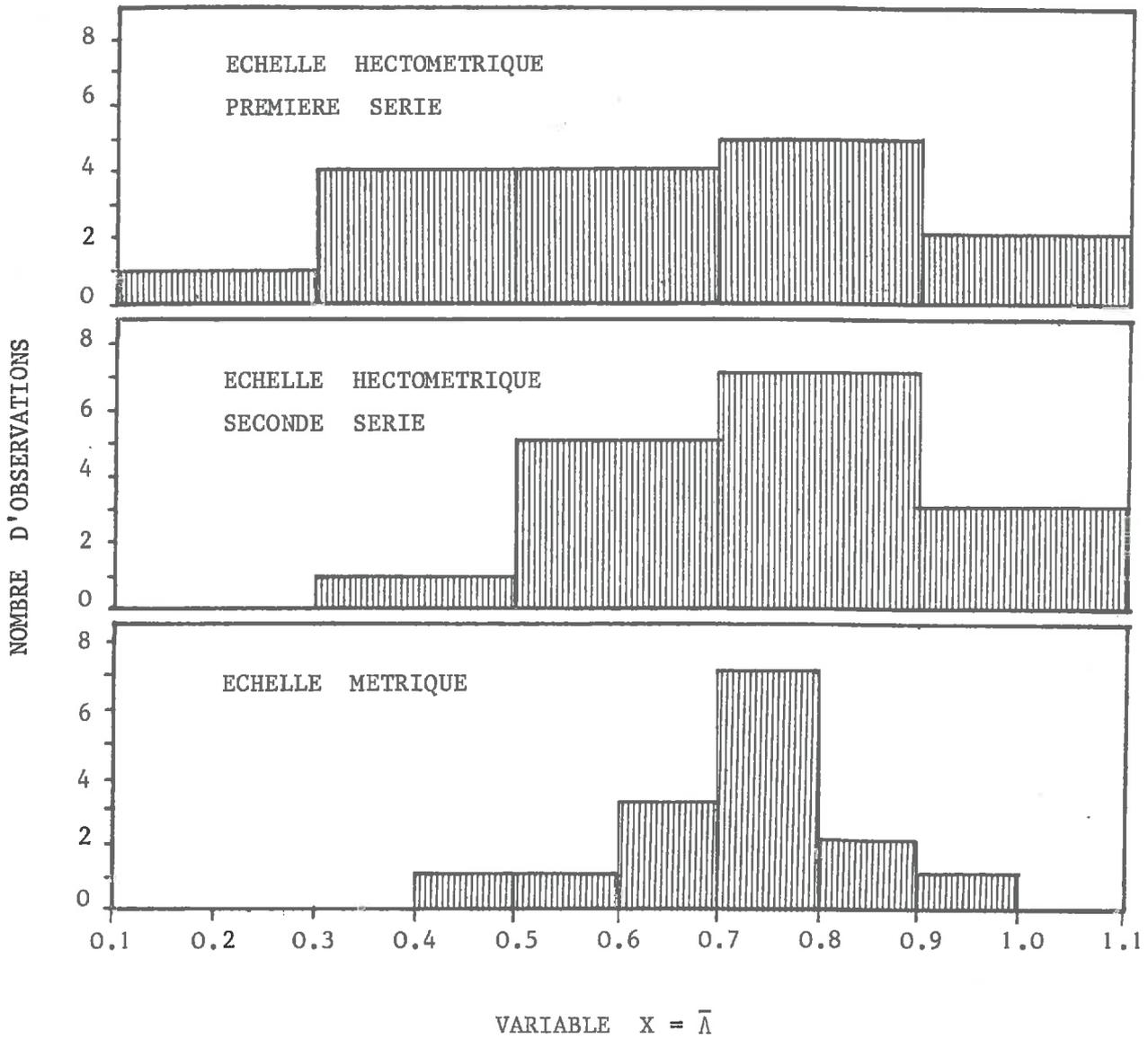


FIGURE III.3. : Histogrammes de $\bar{\lambda}$ correspondants aux échelles hectométrique et métrique

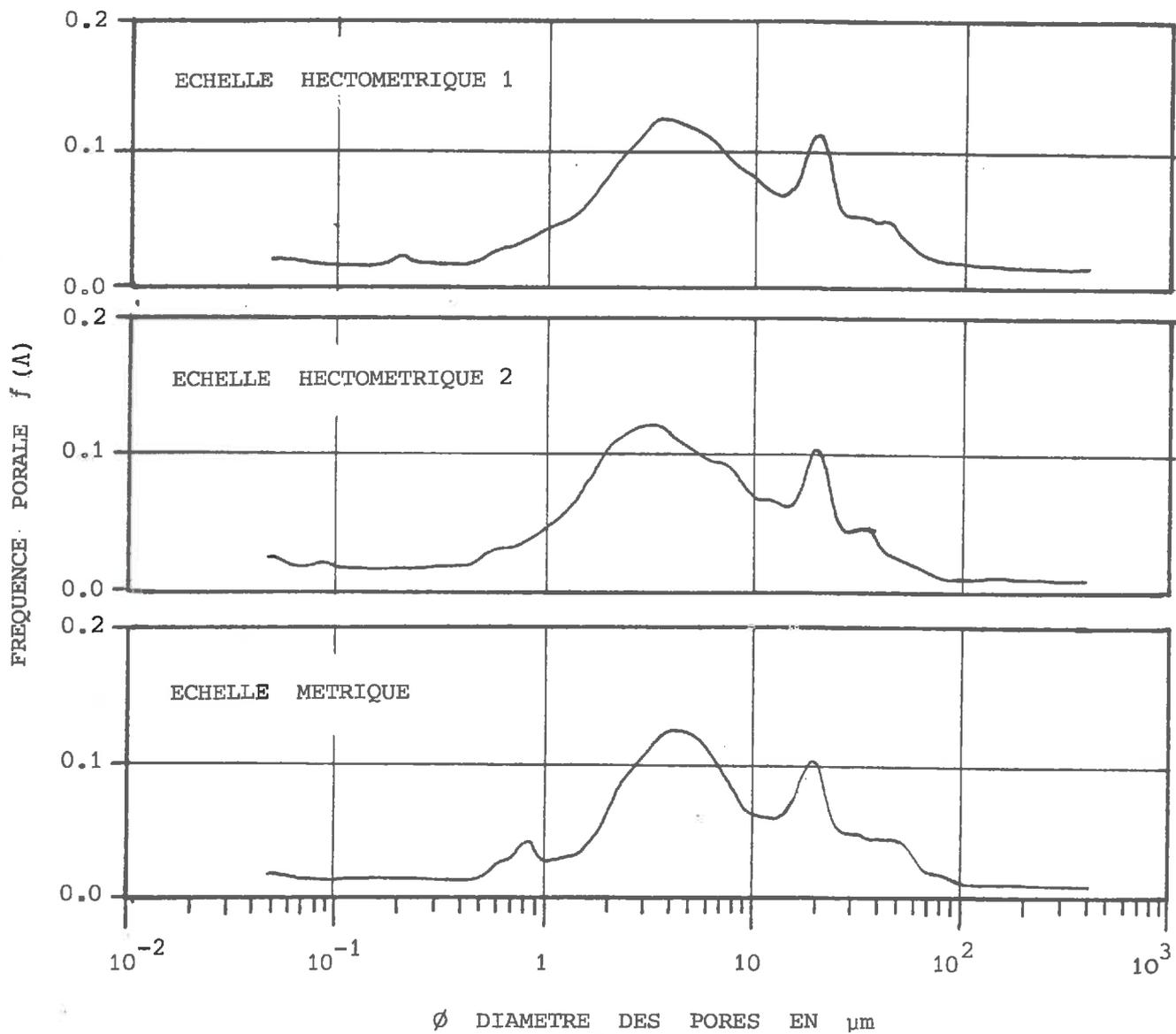


FIGURE III.4. : Courbes porosimétriques moyennes aux échelles hectométrique et métrique

CONCLUSIONS

Ce chapitre a permis d'expliciter une méthode pour décrire l'hétérogénéité structurale des milieux poreux dans une grande gamme d'échelles latérales macroscopiques à partir de notions développées d'abord pour l'échelle microscopique. Le lien entre hétérogénéité microscopique et macroscopique apparaît donc clairement. Le même critère de distinction entre milieu homogène et hétérogène peut être utilisé dans les deux cas, il s'agit du rapport d'hétérogénéité r_e . Nous avons voulu insister sur le fait qu'il faut, dans ce genre d'étude, définir correctement deux échelles associées à une hétérogénéité. L'exemple a suffisamment montré l'importance de ceci. L'exemple a aussi montré que l'hétérogénéité macroscopique, depuis l'échelle centimétrique jusqu'à l'échelle hectométrique, pouvait être beaucoup moins importante que l'hétérogénéité microscopique. Ce paramètre, jouant un rôle fondamental dans les propriétés de rétention, ne dépendrait dans ce cas pas fortement des dimensions du sol étudié. Ceci sera encore explicité plus en détail dans le chapitre suivant.

La notion d'hétérogénéité est essentielle dans le problème de la macroscopisation et de la régionalisation des variables caractérisant les propriétés physiques des sols. Le passage de l'échelle microscopique à l'échelle du volume élémentaire représentatif pour définir des propriétés globales, comme cela se fait implicitement en physique du sol, nous semble tout aussi délicat du point de vue théorique que le passage de l'échelle du laboratoire à celle du terrain ou de la région.

Dans le dernier chapitre, nous analyserons dans quelle mesure l'hétérogénéité géométrique peut être mise en relation avec la variabilité spatiale des propriétés de transfert et de rétention. Cela permettra de voir dans quelle mesure la méthode présentée dans ce chapitre-ci, soit un échantillonnage à deux niveaux avec au moins deux grumeaux par site, permet de définir de façon optimale une campagne de détermination des propriétés physiques et éventuellement de cartographie d'un terrain.

DEUXIEME PARTIE

APPROCHE EXPERIMENTALE DES PROPRIETES DE RETENTION ET DE TRANSFERT D'EAU ET INTERPRETATION EN TERMES DE GEOMETRIE PORALE

La technique de la cellule de pression à membrane est exploitée pour déterminer des courbes caractéristiques de rétention et des coefficients de transfert en conditions non saturées. Différents modèles analytiques, dont les coefficients de transfert sont les paramètres, sont utilisés pour simuler 75 courbes de drainage. Les paramètres estimés par ces modèles sont comparés entre eux. Un modèle statique d'interaction de pores est appliqué pour calculer des coefficients de transfert à partir des courbes caractéristiques de rétention. Les deux méthodes, l'une dynamique et l'autre statique, sont comparées. On peut en conclure qu'aucune de ces méthodes ne semblent pouvoir donner de valeurs intrinsèques de propriétés de transfert, mais qu'elles sont limitées à une utilisation qualitative. Dans ce cas, le modèle statique d'interaction de pores peut être valablement remplacé (dans le cas des mélanges de sable et de limon étudiés) par une méthode plus empirique, mais plus simple. Une méthode de calcul de la conductivité hydraulique en condition de non saturation basée sur l'utilisation des paramètres caractéristiques géométriques définis dans la première partie est proposée.

En ce qui concerne les propriétés de rétention, une comparaison est faite entre la technique de désorption d'eau (plaque de pression) et celle d'intrusion de mercure. Sur base du rapprochement entre caractéristiques géométriques et propriétés de rétention et de transfert, le problème de la variabilité spatiale de ces propriétés est examiné sous l'angle de l'hétérogénéité géométrique.

the 1990s, the number of people with diabetes has increased in all industrialized countries (1).

Diabetes is a chronic disease with a high prevalence. In the Netherlands, the prevalence of diabetes is 6.5% (2). The prevalence of diabetes is expected to increase in the next decades, because of the increasing prevalence of obesity and the increasing life expectancy (3).

Diabetes is a disease with a high morbidity and mortality. The mortality of diabetes is 2.5 times higher than that of the general population (4). The morbidity of diabetes is high, because of the complications of diabetes. The complications of diabetes are retinopathy, nephropathy, neuropathy, and cardiovascular disease (5).

The complications of diabetes are the cause of the high morbidity and mortality of diabetes (6).

The complications of diabetes are preventable (7).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control (8).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control and good blood pressure control (9).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, and good lipid control (10).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, and good lifestyle (11).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, and good patient education (12).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, and good patient motivation (13).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, and good patient support (14).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, and good patient self-management (15).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, and good patient adherence (16).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, and good patient compliance (17).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, and good patient cooperation (18).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, and good patient participation (19).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, and good patient involvement (20).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, and good patient empowerment (21).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, and good patient autonomy (22).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, and good patient responsibility (23).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, good patient responsibility, and good patient accountability (24).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, good patient responsibility, good patient accountability, and good patient integrity (25).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, good patient responsibility, good patient accountability, good patient integrity, and good patient honesty (26).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, good patient responsibility, good patient accountability, good patient integrity, good patient honesty, and good patient trust (27).

The complications of diabetes are preventable by good glycaemic control, good blood pressure control, good lipid control, good lifestyle, good patient education, good patient motivation, good patient support, good patient self-management, good patient adherence, good patient compliance, good patient cooperation, good patient participation, good patient involvement, good patient empowerment, good patient autonomy, good patient responsibility, good patient accountability, good patient integrity, good patient honesty, good patient trust, and good patient respect (28).

DEUXIEME PARTIE

CHAPITRE IV

EXAMEN DE METHODES ANALYTIQUES DE DETERMINATION DES PROPRIETES DE RETENTION ET DE TRANSFERT D'EAU UTILISANT LA TECHNIQUE DE LA CELLULE DE PRESSION A MEMBRANE

INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de sélectionner une méthode de détermination de propriétés de rétention et de transfert de l'eau dans des échantillons de sols de façon à pouvoir mettre en corrélation ces propriétés avec les caractéristiques géométriques.

Ces dernières décennies, de nombreuses recherches en physique du sol ont consisté à mettre au point des méthodes de laboratoire pour estimer des paramètres hydrodynamiques, principalement la conductivité et la diffusivité en fonction de la teneur en eau. Ces méthodes sont pratiquement toujours appliquées à l'échelle du *volume élémentaire représentatif* VER alors qu'elles sont destinées, soit à la compréhension des phénomènes à l'échelle microscopique, soit à l'application à l'échelle mégascopique, celle du terrain. Cette contradiction est actuellement inévitable pour des raisons essentiellement technologiques.

La détermination des propriétés de rétention et de transfert dans les sols non saturés peut se faire à l'aide de différentes méthodes basées sur deux types de techniques. Un premier type de techniques consiste à mesurer, quasi *ponctuellement*, des teneurs en eau et des succions à l'intérieur d'un volume de sol. Un deuxième type de technique consiste à faire des mesures *globales* de teneurs en eau et de succions moyennes de tout le volume de sol et de faire appel à un modèle pour simuler les profils hydriques à l'intérieur de celui-ci.

L'avantage du premier type de techniques réside principalement dans la possibilité de faire une analyse mathématique rigoureuse. Les paramètres déterminés ont un caractère *intrinsèque*. L'inconvénient réside dans la sophistication métrologique. L'avantage du second type de techniques réside dans une métrologie simple et précise mais son inconvénient est la nécessité de faire appel à des hypothèses simplificatrices au niveau des conditions initiales et aux limites des modèles utilisés.

Notre but est donc de sélectionner une méthode qui soit peu exigeante du point de vue métrologique, mais qui revêt un caractère classique. Avant d'utiliser des méthodes, probablement plus exactes, mais nécessitant une métrologie plus sophistiquée, il est souhaitable de vérifier tout d'abord qualitativement si les caractéristiques géométriques définies au chapitre II peuvent remplir le rôle de variables explicatives des propriétés de rétention et de transfert. Cette corrélation fera l'objet du dernier chapitre.

Pour ces raisons, la technique choisie est celle de la cellule de pression à membrane. Cette technique est du deuxième type et est largement utilisée. Deux groupes de méthodes de détermination des propriétés hydrodynamiques faisant appel à cette technique sont d'application courante :

- Les méthodes de calcul des coefficients de transfert à partir des courbes caractéristiques de rétention. On peut les appeler des *modèles statiques*.
- Les méthodes d'estimation des coefficients de transfert en tant que paramètres de *modèles dynamiques de simulation* d'épisodes de drainage.

Le chapitre est divisé en deux paragraphes. Le premier concerne l'examen détaillé et critique de la technique expérimentale. Une cellule de pression à membrane avec enregistrement graphique des pressions et des volumes d'eau écoulés a été construite.

Le deuxième paragraphe est entièrement consacré à des méthodes d'estimation des coefficients de transfert $D(\theta)$ et $K(\theta)$. L'estimation est faite grâce à deux types de modèles, un du type *statique* et cinq du type *dynamique*. Le modèle statique est utilisé pour 17 courbes caractéristiques de rétention d'eau. Les modèles dynamiques sont utilisés pour 75 épisodes de drainage et les coefficients estimés par ces différents modèles sont comparés entre eux.

IV.1. EXAMEN DE LA PROCEDURE EXPERIMENTALE

IV.1.1. Milieux poreux utilisés

Les courbes granulométriques des différents milieux poreux sont présentées à la figure IV.1. Il s'agit de mélanges homogénéisés de sable bruxellien (tertiaire) et de loess nivéo-éolien (quaternaire). Ces matériaux ont été prélevés à l'emplacement du futur lac de Louvain-la-Neuve. Le loess à + 2 m et le sable à + 5 m de profondeur. Des échantillons de mélanges de sable et de loess, dans des proportions pondérales bien définies, ont été tassés dans des cylindres métalliques de + 5 cm de diamètre et de hauteurs variant de 1 à 5 cm. Le tassement a été effectué par vibration mécanique légère jusqu'à l'obtention d'une densité apparente sèche prédéterminée et correspondant à un tassement presque maximum. A chaque échantillon, cylindre de + 5 cm de diamètre, est associé un code composé de trois nombres, le premier pour la granulométrie, le second pour l'épaisseur et le troisième pour le numéro d'ordre de l'étape de pression

1A - B - C

où A représente en dixièmes la proportion de limon dans le sable, B l'épaisseur en cm et C un numéro associé à une étape de pression. Ainsi par exemple, la première étape de pression appliquée à un sable bruxellien sans limon de deux cm d'épaisseur est associé au code :

10 - 2 - 1

et pour un mélange de proportions égales de sable et de limon :

15 - 2 - 1

Lorsque le sable bruxellien est utilisé dans le but de tester une méthode, notamment du point de vue reproductibilité, nous lui avons donné le code suivant :

01 - B - C

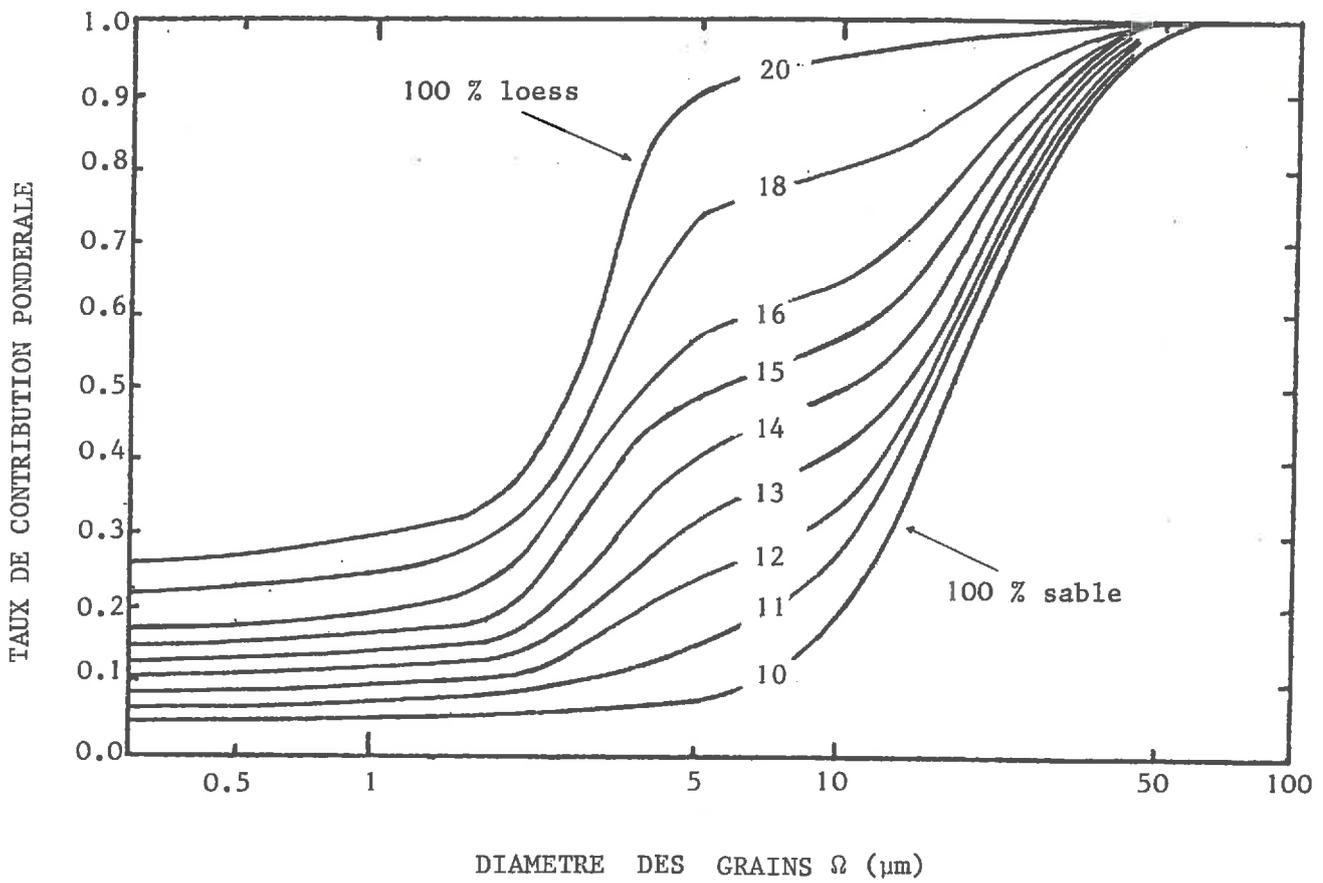


FIGURE IV.1. : Courbes granulométriques des mélanges sable - loess.

Des tests ont aussi été effectués avec du loess préalablement tamisé à 120 μm dont le code est :

O2 - B - C

O1 représente le sable et O2 le limon.

IV.1.2. Description de la cellule de pression

IV.1.2.1. Principe

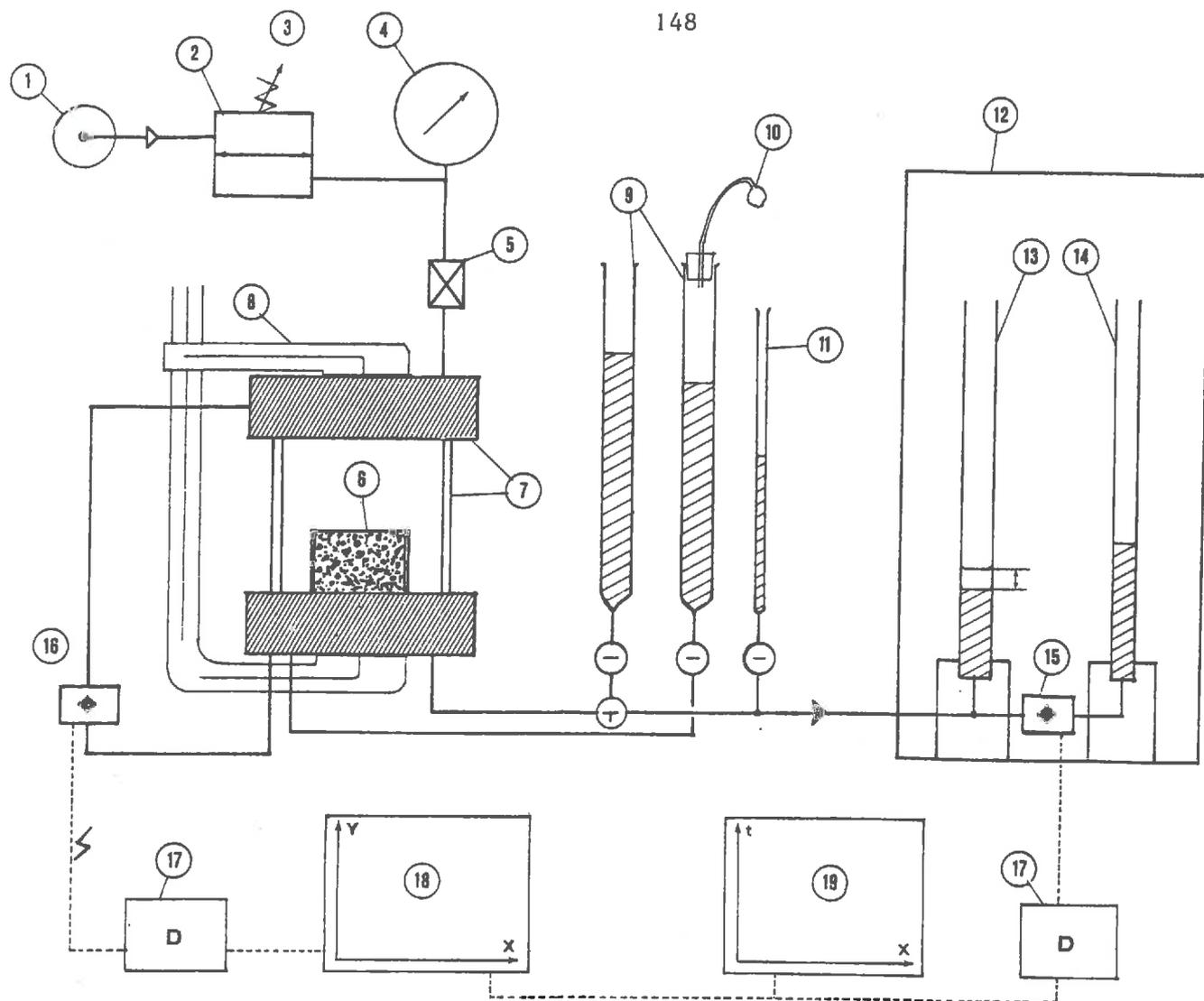
Une cellule de pression à *enregistrement automatique* des *cinétiques de drainage* et des *courbes de rétention* a été construite et le schéma est montré à la figure IV.2. Pour chaque étape de pression, l'eau drainée est accumulée dans une colonne verticale dont la hauteur d'eau est mesurée à l'aide d'un transducteur de pression (*) et enregistrée sur un enregistreur à papier $x(t)$. La calibration se fait à l'aide d'une micro-pipette de 2 ml connectée au circuit hydraulique. L'information est également transmise à un enregistreur x-y calibré de façon à enregistrer directement en y les variations de *teneur en eau* θ en cm^3/cm^3 . La *suction* h enregistrée en x est obtenue par un deuxième transducteur de pression, qui mesure directement la différence entre la pression de l'air dans la cellule et celle de l'eau sous la membrane semi-perméable. L'ensemble des couples d'équilibre (x-y) constituent ainsi la *courbe caractéristique de rétention* soit en drainage, soit en humidification. De la sorte on peut enregistrer directement les courbes d'hystérésis.

Des *membranes millipores* (***) de 90 mm de diamètre (diamètre des pores : 0,22 microns) ont été utilisées. Leur conductance est de $2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ tandis que leur point d'entrée d'air est de 1 bar.

(*) Model KP15 Pressure Transducer Kit, Pace Engineering Co., North Hollywood.

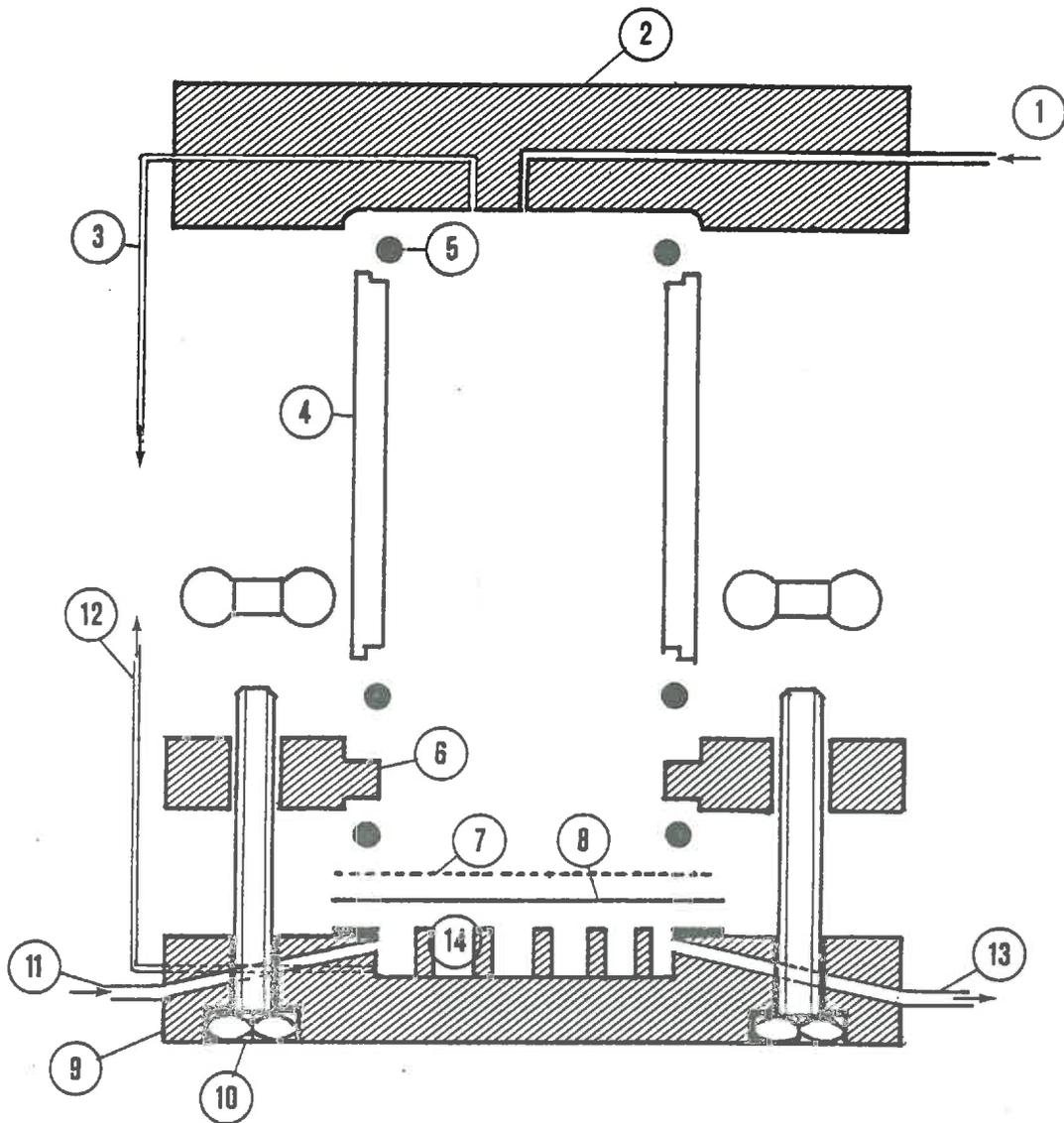
Transducer Indicator, Model CD25, Dynascience Corp.

(***) GSWP09025, Millipore Corp., Bedford, Massachusetts.



- | | |
|---|---|
| 1. Compresseur | 11. Burette graduée de calibration |
| 2. Détendeur | 12. Chambre à température et humidité saturante stabilisées |
| 3. Bouton de régulation de pression | 13. Colonne d'accumulation d'eau |
| 4. Manomètre | 14. Colonne d'eau de référence |
| 5. Vanne | 15. Capteur de pression (1 psi) |
| 6. Echantillon de sol | 16. Capteur de pression (100 psi) |
| 7. Cellule de pression à membrane | 17. Démodulateur, indicateur de pression |
| 8. Pince serrante à desserrage instantané | 18. Enregistreur x-y à papier |
| 9. Réservoirs d'eau | 19. Enregistreur x-t à papier |
| 10. Poire pour évacuation des bulles | |

FIGURE IV.2. : Cellule de pression à membrane



- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1. Arrivée d'eau | 8. Plaque perforée |
| 2. Couvercle | 9. Embase |
| 3. Prise de pression d'air | 10. Vis de serrage |
| 4. Chambre transparente | 11. Arrivée d'eau |
| 5. Joint torique | 12. Prise de pression d'eau |
| 6. Anneau de serrage | 13. Sortie d'eau |
| 7. Membrane poreuse | 14. Supports |

FIGURE IV.3. : Détail de la chambre de pression de la cellule de pression à membrane

IV.1.2.2. Description détaillée et performances

- La cellule de pression, dont le détail est montré à la figure IV.3, peut être démontée très rapidement. La membrane semi-perméable et son support en acier inox sont maintenus hermétiquement dans le support en PVC à l'aide de joints toriques serrés grâce à des vis papillons. Le cylindre transparent en polyméthacrylate de méthyle est maintenu hermétiquement contre l'embase grâce à un joint torique et une pince de serrage instantanée. Ainsi, l'échantillon peut être enlevé très rapidement.
- Le circuit hydraulique est fait à l'aide de tuyaux de cuivre de 1/4 pouce.
- Deux burettes graduées contenant de l'eau déminéralisée permettent d'éliminer, grâce à l'action d'une poire, les bulles d'air éventuellement accumulées sous la membrane.
- L'eau évacuée de l'échantillon (Q) s'accumule dans une colonne verticale dont le diamètre est choisi en fonction de la sensibilité souhaitée. Pour éviter les pertes par évaporation ainsi que les changements de température ambiante, cette colonne est placée dans une chambre dont l'air est saturé en humidité. Les pertes par évaporation sont réduites à moins de 0.1 ml par 24 h.
- La mesure du volume d'eau Q accumulé dans la colonne est faite par un transducteur de pression PACE avec démodulateur permettant une calibration aisée. Une micropipette de 2 ml donne une référence. Le capteur est placé dans la chambre isolée. Il est muni d'une plaquette de mesure pour une gamme de 0 à 7 cm de colonne d'eau. La stabilité de la mesure a été vérifiée. L'erreur ne dépasse pas 4 mm de colonne d'eau en 24 h, soit moins de 0,5 ml pour une colonne de 10 mm de diamètre. Par rapport au volume de l'échantillon, cela représente une erreur de mesure de teneur en eau de $0,01 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. La linéarité des capteurs est excellente. L'erreur à fond d'échelle est de 5 % et l'erreur relative à la mesure ne dépasse pas 2 %. Ces chiffres ont été vérifiés à l'aide d'une colonne de mercure de référence.

- La pression d'air P dans la cellule est réglée par un réducteur de pression très stable (± 0.5 cm de colonne d'eau) du type "Soil Moisture" (*). Les mesures sont faites de 0 à 4 bars. La pression n'est pas mesurée au manomètre du réducteur, mais de façon plus précise encore à l'aide d'un deuxième capteur de pression PACE, ce qui permet une précision de mesure de ± 0.5 cm de colonne d'eau.
- Les deux capteurs sont reliés à des enregistreurs à papier. Un enregistreur x-y donne en x la pression et en y le volume d'eau accumulé dans la colonne verticale. Un enregistreur x-t est indispensable pour enregistrer la cinétique d'écoulement de l'eau Q(t). Ce changement d'équilibre peut en effet être trop rapide pour des mesures visuelles.

IV.1.2.3. Caractéristiques des membranes semi-perméables

Après plusieurs essais peu satisfaisants avec des plaques en *céramique* (Soil Moisture) il a été décidé d'employer des membranes fines en *fibres synthétiques* (Millipore). Ces membranes ont une épaisseur d'environ 0.1 mm et sont déposées sur un support en acier inoxydable perforé de trous de 1 mm. Les caractéristiques des membranes sont :

diamètre	90 mm
épaisseur	0.1 mm
point d'entrée d'air	1,5 bar
diamètre des pores (estimé par le constructeur)	0,22 μ m
conductance de l'ensemble membrane + support (mesurée en imposant une perte de charge constante)	2 10^{-4} s ⁻¹

Les caractéristiques des plaques en *céramique* Soil Moisture, homologues à ces membranes sont :

diamètre	75 mm
épaisseur	6,3 mm
point d'entrée d'air	1 bar
conductance	1,5 10^{-5} s ⁻¹

(*) Pressure Regulator Type 11-018, 0-60 psi. NORGEN, LITTLETON, COLORADO.

En raison de la faible épaisseur de l'ensemble membrane + support, déposé sur cinq supports pointus et un support annulaire, on doit tenir compte de *l'élasticité*. C'est-à-dire qu'une augmentation de la différence de pression entre le dessus et le dessous du système provoque une légère déformation se traduisant par un accroissement du volume d'eau accumulé dans la burette de mesure. L'erreur est d'environ 2 ml par bar de différence de pression. Heureusement, comme l'équilibre d'élasticité est aussi rapide que le changement de pression, c'est-à-dire quasiment instantané, la correction est très aisée à partir de la courbe enregistrée $Q(t)$.

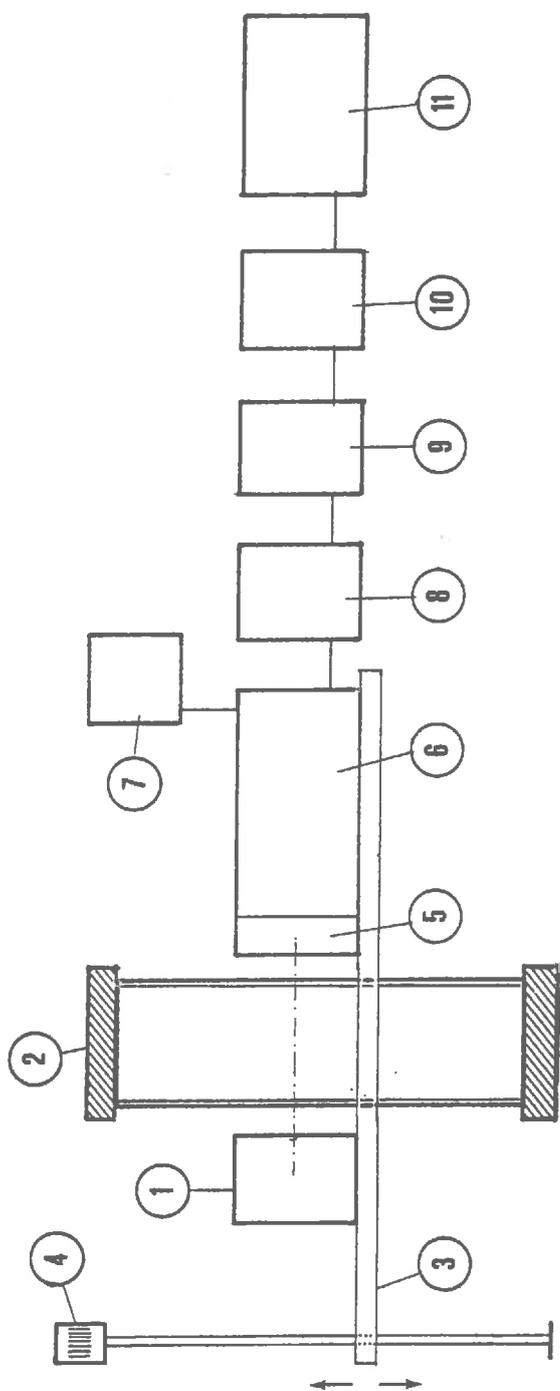
IV.1.3. Procédé de mesure de teneurs en eau ponctuelles par atténuation du rayonnement gamma émis par une source d'Américium-241

Les mesures de teneur en eau à différents niveaux de l'échantillon ne sont en fait pas nécessaires pour pouvoir estimer les coefficients de transfert. Toutefois, les modèles analytiques utilisés à cet effet sont basés sur des hypothèses concernant la distribution des teneurs en eau selon l'axe d'écoulement. Ces mesures de teneur en eau sont donc intéressantes pour pouvoir critiquer les modèles existants.

Pour ce faire, un support portant une *source radioactive* d'Américium -241 et un *détecteur à scintillations* (NaI) est rendu mobile dans l'axe vertical grâce à une vis sans fin et un moteur à courant continu. La vitesse de montée et descente est fixée à 0.081 cm/s. Le schéma du système est montré à la figure IV.4. La source d'Américium -241 émet un *rayonnement gamma* (photons) défini par un pic principal correspondant à une énergie de 60 keV.

D'après GARDNER and CALISSENDORF (1967), l'épaisseur optimale du milieu poreux est de 4 à 6 cm. Les rayonnements de 660 keV du Césium -137 souvent utilisés également en raison de leur énergie plus élevée, nécessitent une épaisseur optimale de 15 à 20 cm.

La durée de vie de l'isotope Am-241 est de 458 ans et son intensité est dans notre cas de 200 mCi. D'après VACHAUD et al. (1970), l'intérêt principal de l'Am -241 résulte de la faible épaisseur de blindage nécessaire à la protection de la source.



1. Source radioactive Am-241
 2. Cellule de pression
 3. Support source-détecteur
 4. Moteur et vis tournante
 5. Détecteur NaI
 6. Photomultiplicateur
 7. Transformateur haute tension
 8. Pré-amplificateur
 9. Amplificateur
 10. Analyseur-sélecteur
 11. Intégrateur-compteur

FIGURE IV.4. : Chaîne de mesure de teneurs en eau par atténuation de rayonnement gamma Am-241.

L'*atténuation* de l'intensité d'émission obéit à la loi de LAMBERT-BEER :

$$N_x = N_o e^{-\mu\rho x} \quad (\text{IV.1.1})$$

N_x = nombre de coups de rayonnement passant à travers une épaisseur de x cm de matière de densité ρ .

N_o = nombre de coups en absence de cette matière.

μ = *coefficient d'atténuation*.

Théoriquement, d'après GRONSTEIN (1957), le coefficient d'atténuation de l'eau vaut 0.204 cm^{-1} .

Dans le cas qui nous concerne, le rayonnement traverse 4 milieux, l'eau, l'air, le sol et le récipient. La loi s'écrit :

$$N = N_o \exp [- (\mu_c \rho_c x_c + \mu_s \rho_s x_s + \mu_w \rho_w x_w)] \quad (\text{IV.1.2})$$

x = épaisseur

ρ = densité

μ = coefficient d'atténuation

c = récipient (polyméthacrylate de méthyle)

s = solide

w = eau

l'air est négligé.

En mesurant N_c , c'est-à-dire l'intensité de rayonnement passant à travers le récipient vide, on peut écrire :

$$N = N_c \exp [- (\mu_s \rho_s x_s + \mu_w \rho_w x_w)] \quad (\text{IV.1.3})$$

L'épaisseur de la couche d'eau traversée est proportionnelle à la teneur en eau :

$$x_w = x_b \cdot \theta \quad (\text{IV.1.4})$$

x_b étant le diamètre interne de la colonne.

L'épaisseur du solide est donnée par :

$$x_s = x_b \cdot \rho_b / \rho_s \quad (\text{IV.1.5})$$

où ρ_b est la densité apparente du milieu poreux sec.

Finalement, la teneur en eau est calculable par :

$$\theta = \left[\ln \frac{N_c}{N} - (\mu_s x_b \rho_b) \right] / \rho_w \mu_w x_b \quad (\text{IV.1.6})$$

Avec un mélange de 80 % sable et 20 % de limon, dans lequel des profils de teneur en eau ont été mesurés en collaboration avec TOURE (1979) et NSIMBA (1979), le coefficient μ_w a été déterminé :

$$\mu_w = 0.1825 \text{ cm}^2/\text{g} \quad (\text{IV.1.7})$$

correspondant à une teneur en eau de 26 %.

Tandis que le μ_s du sol vaut :

$$\mu_s = 0.1913 \text{ cm}^2/\text{g} \quad (\text{IV.1.8})$$

Le diamètre interne des colonnes est de 4.4 cm et l'épaisseur des parois est de 0.5 cm.

La précision de mesure de θ dépend du temps de comptage. L'émission de photons gamma est un processus aléatoire obéissant à la loi de POISSON. L'erreur relative due aux fluctuations de comptage est donnée pour un degré de confiance de 95 % par (VACHAUD et al, 1970) :

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{2}{\sqrt{Nt}} \quad (\text{IV.1.9})$$

Pour	t = 5 s	$\Delta\theta = 0.033$
	30 s	0.0071

IV.1.4. Mesure des courbes caractéristiques de rétention $h(\theta)$

IV.1.4.1. Principe

Dans le point IV.1.2, il a été montré comment on peut enregistrer graphiquement et de façon continue à la fois l'évolution du volume d'eau écoulé Q et accumulé dans burette et le couple (Q, P) , P étant la différence de pression entre le gaz dans la cellule et l'eau sous la membrane. Connaissant le volume total de l'échantillon V_t , ainsi que la teneur en eau presque saturante (à une succion de 6 à 7 cm de C.E.) θ_s , on peut très aisément transformer la courbe (Q_e, P_e) (couples d'équilibre) en courbe *caractéristique de rétention* $\theta(h)$. Il faut remarquer toutefois, que le volume total de l'échantillon V_t a été assimilé au volume intérieur du cylindre. En présence de gonflement V_t est donc sous-estimé et par conséquent θ est surestimé. Il est possible d'enregistrer soit la courbe de drainage, soit une courbe d'humidification. Avant d'effectuer une mesure définitive, deux ou trois cycles complets de drainage et d'humidification (entre 0 et 1000 cm de C.E.) sont effectués. Les teneurs en eau correspondant au début et à la fin de la courbe sont également mesurées par méthode gravimétrique, c'est-à-dire par pesage avant et après séchage à l'étuve (105°, 24 h).

IV.1.4.2. Reproductibilité

La *reproductibilité* des courbes de drainage a été testée pour deux granulométries : le sable bruxellien (01) et le limon nivéo-éolien préalablement tamisé au tamis de 212 μm (02).

La préparation des échantillons présente inévitablement une certaine hétérogénéité. Par conséquent, la comparaison des propriétés de rétention et de transfert, estimée par différentes méthodes (épisodes de drainage et porosimétrie) seront faites avec les mêmes échantillons.

Les couples d'équilibre (θ, h) sont donnés dans le tableau IV.1 et montrés à la figure IV.5. L'estimation de la *teneur en eau saturante* ainsi que la *teneur en eau résiduelle* à 1000 cm C.E. est faite avec une marge d'erreur d'environ 0,02 cm^3/cm^3 .

TABLEAU IV.1. : Couples d'équilibre teneur en eau-succion d'échantillons de sable (O1) et de loess (O2).

La succion h est en cm de colonne d'eau

01 - 3 - 1		01 - 3 - 2		01 - 3 - 3		01 - 3 - 4		01 - 2 - 1	
θ	h								
34.60	2	34.50	1	34.50	1	34.50	1	39.00	1
34.10	10	34.20	9	34.00	20	29.60	29	37.00	15
31.30	25	33.40	22	29.60	30	27.1	32	32.50	25
19.00	45	27.00	35	6.50	1000	21.8	37	27.20	29
12.20	65	20.00	40			16.9	46	20.50	35
11.00	85	6.50	1000			13.4	60	16.50	45
10.50	185					10.6	120	12.50	82
6.50	1000					6.50	1000	6.50	1000

01 - 1 - 1		01 - 1 - 2		02 - 1 - 1		02 - 1 - 2		02 - 1 - 3	
θ	h								
39.50	2	39.50	2	43.00	2	41.30	2	40.30	2
37.00	15	36.50	17	39.30	20	38.70	16	38.00	20
32.40	25	30.00	27	38.00	30	36.70	40	35.80	60
25.50	33	24.50	36	37.30	49	35.30	56	34.70	104
19.00	45	19.20	47	36.70	64	34.30	104	33.30	168
14.00	66	15.50	62	35.70	100	34.00	130	33.00	216
11.50	95	13.20	78	35.30	120	33.30	196	32.30	264
9.20	240	11.50	120	35.00	144	32.80	230	29.70	324
6.50	1000	9.50	240	34.30	176	31.50	300	27.80	380
		6.50	1000	33.80	192	27.50	364	24.70	428
				33.30	232	23.80	450	22.00	496
				32.70	268	20.80	540	19.30	614
				32.20	292	19.00	620	17.00	830
				31.10	329	18.00	720	16.50	1000
				29.00	370	16.50	1000		
				26.70	404				
				25.70	430				
				23.60	462				
				22.20	504				
				20.20	550				
				17.50	796				
				16.50	1000				

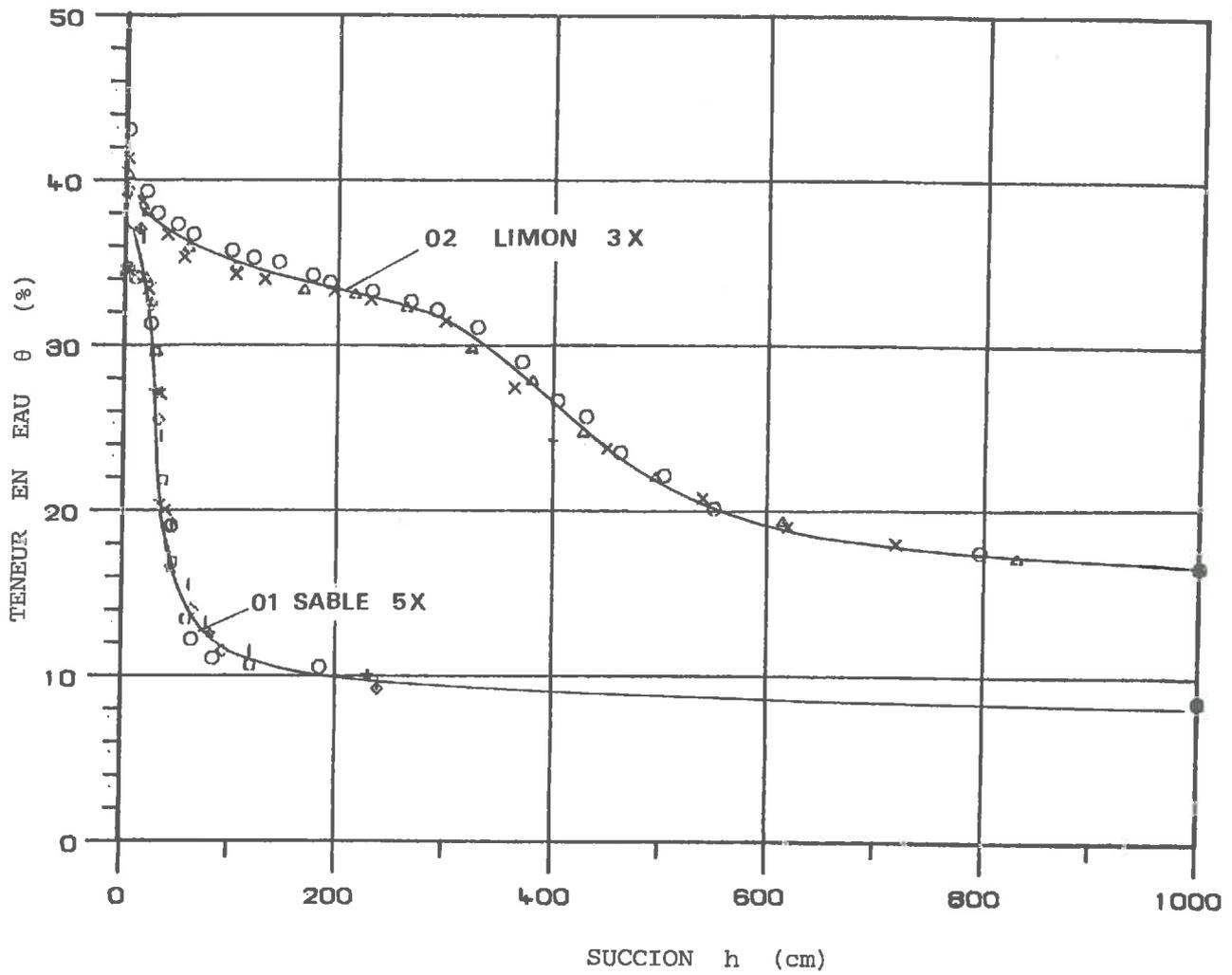


FIGURE IV.5. : Courbes caractéristiques de rétention d'eau de trois échantillons de limon et de cinq échantillons de sable

IV.1.5. Mesure des cinétiques de drainageIV.1.5.1. Définitions

L'application d'un *accroissement de pression d'air* ΔP dans la cellule de pression provoque le drainage d'une certaine quantité d'eau à travers la plaque ou membrane semi-perméable. Au temps t , le volume d'eau sorti de l'échantillon de hauteur L correspond à un changement d'état de teneur en eau de celui-ci :

$$Q(t) = (\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}(t)) \cdot L \quad (\text{IV.1.10})$$

où L est la hauteur de l'échantillon.

Le volume d'eau drainé est exprimé par unité de surface de l'échantillon :

$$L \cdot \bar{\theta}(t) = \int_0^L \theta(z,t) dz \quad (\text{IV.1.11})$$

$$L \cdot \bar{\theta}_0 = \int_0^L \theta(z,0) dz \quad (\text{IV.1.12})$$

Après un temps suffisamment long, en principe $t = \infty$, l'équilibre final est atteint et la *teneur en eau moyenne* est définie par :

$$\bar{\theta}_\infty = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(z,\infty) dz \quad (\text{IV.1.13})$$

Le volume d'eau sorti de l'échantillon vaut :

$$Q_\infty = (\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}_\infty) \cdot L \quad (\text{IV.1.14})$$

La définition à priori du temps nécessaire pour atteindre un équilibre est difficile en principe mais pratiquement on peut admettre que ce temps doit être au moins dix fois supérieur au temps nécessaire pour drainer la moitié du volume d'eau drainé durant cet épisode.

La courbe de *volume relatif d'eau drainé* est donnée par :

$$Q_R = Q(t)/Q_\infty = 1 - \frac{\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_\infty}{\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}_\infty} \quad (\text{IV.1.15})$$

Q_R varie de 0 à 1 pour t variant de 0 à ∞ .

Cette courbe est dénommée désormais *courbe de drainage*.

IV.1.5.2. Allure des courbes observées

Avant d'aborder les différentes approches théoriques et les modèles analytiques permettant de simuler les *courbes de drainage* observées, il est utile de présenter deux groupes de solutions analytiques et *l'allure théorique* de $Q_R(t)$ qu'elles font intervenir. Tout d'abord, il y a les solutions classiques du drainage de colonnes de *longueur finie* lorsque la diffusivité est constante :

$$\log (1 - Q_R) = a + bt \quad (\text{IV.1.16})$$

ou

$$Q_R = 1 - c \exp^{bt} \quad (\text{IV.1.17})$$

Ensuite, il y a les solutions classiques du drainage de colonnes de longueur supposée *semi-infinie* qui sont de la forme :

$$Q_R = a \sqrt{t} \quad (\text{IV.1.18})$$

La figure IV.6 montre les courbes observées dans des diagrammes linéaire, logarithmique et racine carrée. Avant même de tester les modèles permettant en principe de simuler les courbes observées $Q_R(t)$, il apparaît une distorsion assez grande dans l'allure générale des courbes de drainage dans chacun de ces diagrammes. Il conviendra donc de rechercher un modèle qui tienne compte de ces distorsions. Une des causes de ces distorsions pourrait provenir d'un phénomène *d'inertie* qui se développe aux tous premiers temps de l'écoulement et qui risque d'influencer tout l'épisode de drainage. En effet, en ce qui concerne les temps très courts, pour lesquels Q_R est assez difficile à mesurer avec précision, on constate une certaine *inertie* dans l'écoulement. Celle-ci est illustrée à la figure IV.7 où sont présentées les courbes $Q_R(t)$ et sa dérivée dQ_R/dt d'un échantillon de limon de 5 cm posé sur une plaque en céramique, de façon à éviter le problème de l'élasticité rencontré lors de l'utilisation des membranes pour les premiers temps du drainage. Ce phénomène de passage du flux par une valeur maximale est pratiquement toujours négligé dans les analyses théoriques. Il a été illustré par DE BACKER (1969) et étudié par MAKOKO et DE BACKER (1972) dans le cas de l'infiltration d'eau dans un milieu poreux initialement sec. Il se vérifie ici encore dans le cas du drainage d'un sol initialement saturé.

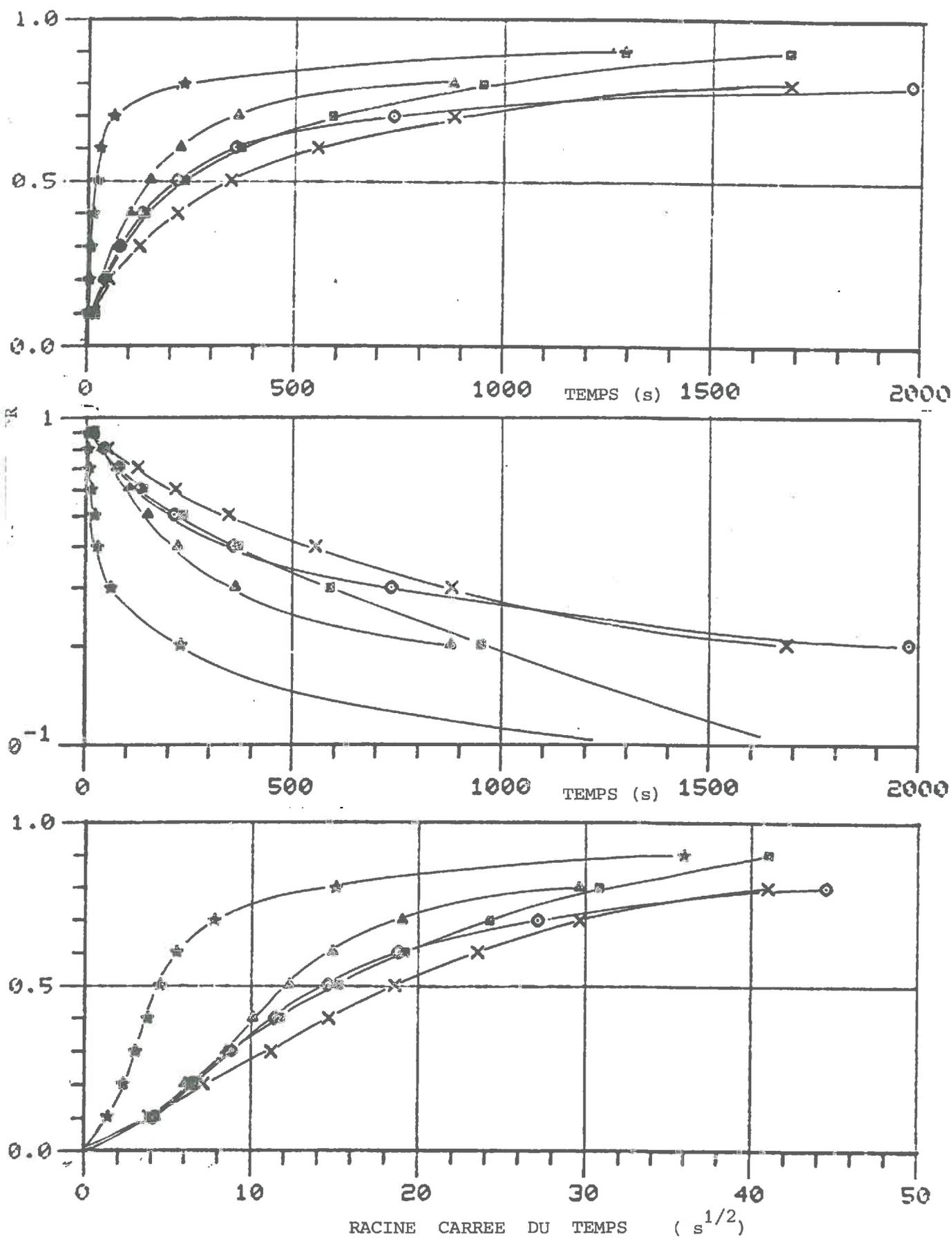


FIGURE IV.6. : Exemples de courbes de drainage observées présentées dans des diagrammes linéaires, logarithmiques et racines carrées.

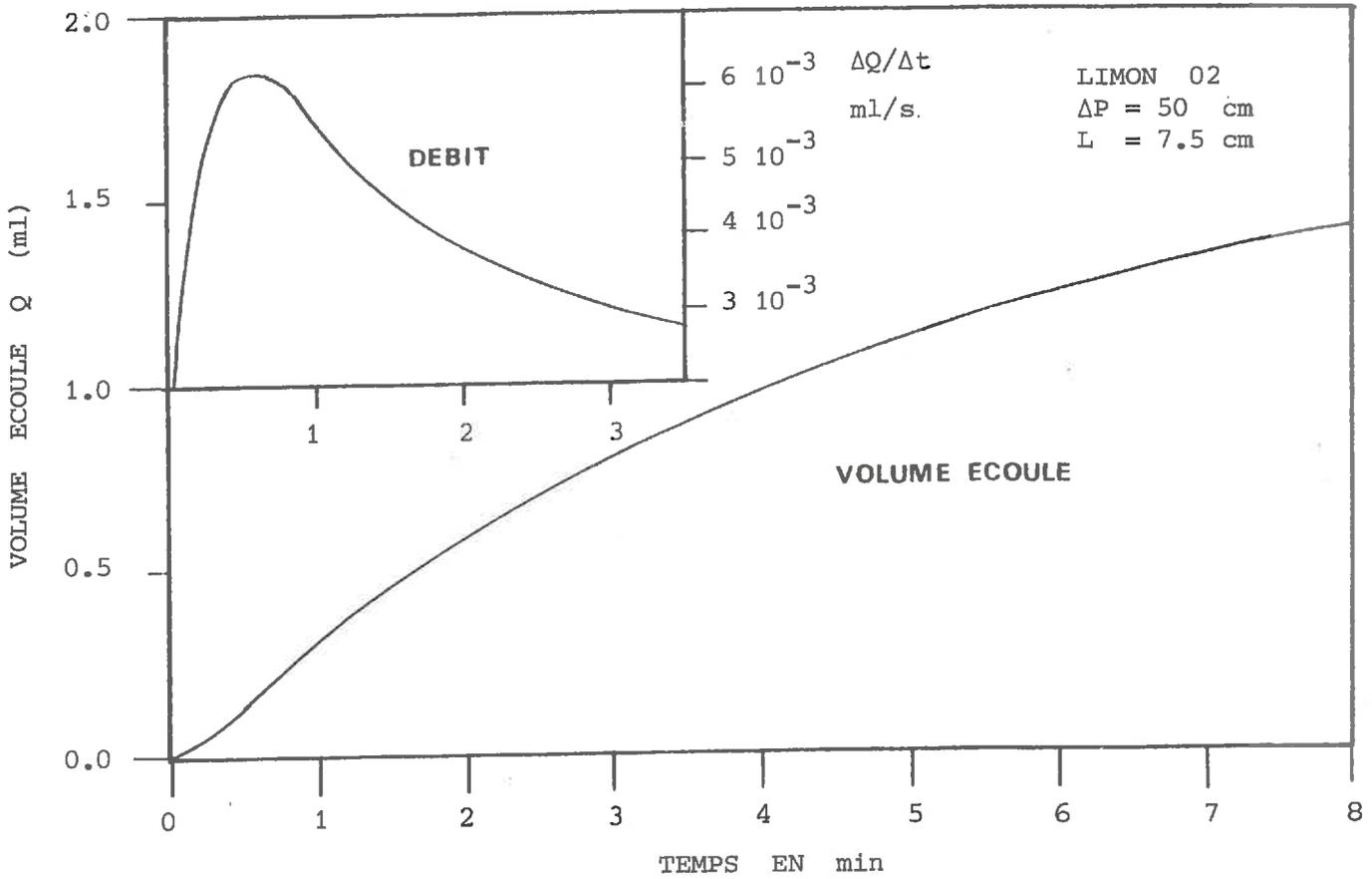


FIGURE IV.7. : Illustration d'un phénomène d'inertie durant les premiers temps d'un épisode de drainage

IV.1.5.3. Reproductibilité des courbes de drainage et influence de la hauteur L de l'échantillon

La *reproductibilité* des courbes de drainage a été vérifiée pour des hauteurs d'échantillon de 1,2 ou 3 cm (sable). Il apparaît qu'il y a lieu de tenir compte alors de la *conductance* de la membrane C_m . En effet, si on définit une épaisseur équivalente de sol, e :

$$e = \frac{K_{sol}}{C_m} \quad (IV.1.19)$$

où K_{sol} est la conductivité du sol. La conductance est définie par le rapport entre la conductivité hydraulique et l'épaisseur. On peut considérer que l'échantillon a une *hauteur* fictive $(L + e)$ et que le temps de drainage est inversement proportionnel à $(L + e)^2$. La valeur de e a pu être estimée en faisant les mêmes expériences de drainage (mêmes pressions initiales et finales) sur des échantillons de hauteurs différentes. La figure IV.8 présente trois essais de reproductibilité. Il faut remarquer que les conductances ainsi estimées sont deux à trois fois plus faibles que la conductance mesurée en l'absence d'échantillon et qui est de 2.10^{-4} s^{-1} . L'*impédance* (inverse de la conductance) de contact sol-membrane semble être au moins aussi importante que l'*impédance* de la membrane.

IV.1.5.4. Influence de l'incrément de pression ΔP

Lorsque l'*incrément de pression* ΔP varie pour une même pression moyenne et pour une même hauteur d'échantillon, les courbes ne sont plus reproductibles.

Le tableau IV.2 montre que l'influence de ΔP sur le temps nécessaire pour drainer 50 % du volume d'eau maximum est non négligeable.

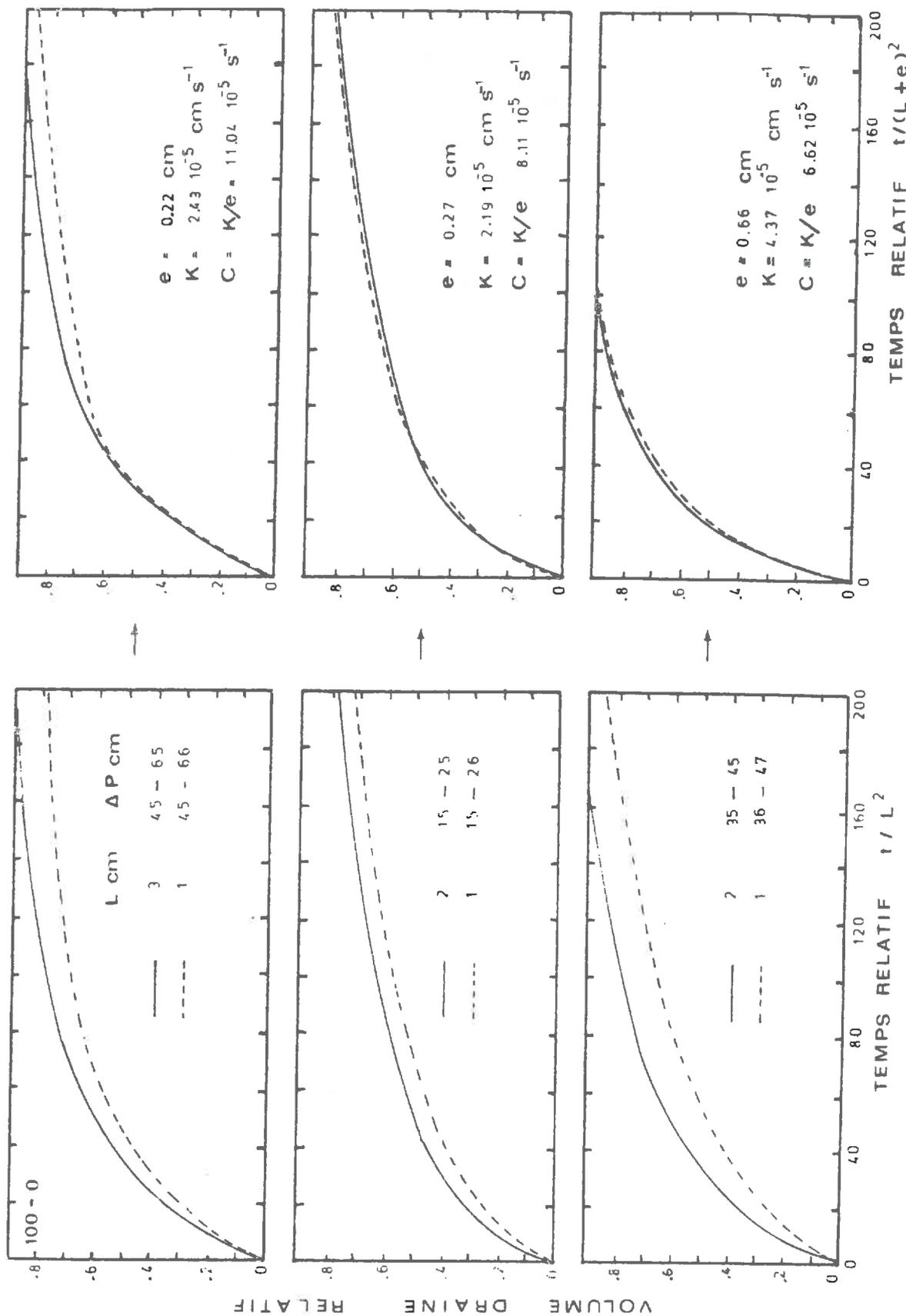


FIGURE IV.8. : Reproductibilité des courbes de drainage pour des échantillons de hauteurs différentes en faisant intervenir l'impédance de la membrane sous forme d'une hauteur équivalente e .

TABLEAU IV.2

Influence de l'incrément de pression ΔP sur le temps nécessaire au drainage de la moitié du volume d'eau total $t_{0,5}$ à la pression \bar{P} (hauteur 1 cm, échant. 100-0).

ΔP (cm)	10	11	15	15	17	17	19	19	20
\bar{P} (cm)	25	25.5	24.5	24.5	24.5	24	25.5	26.5	26
$t_{0,5}$ (s)	221	186	168	170	153	165	150	148	138

IV.1.5.5. Allure des distributions de teneurs en eau à l'intérieur d'un échantillon soumis à un épisode de drainage

Des mesures de teneur en eau à différentes hauteurs de colonnes de sol soumis à des épisodes de drainage ont été effectuées par *atténuation de rayonnement gamma*. La figure IV.9 montre les évolutions de profils de teneur en eau $\theta(z,t)$ mesurées dans des billes de verre (100 - 200 μm de diamètre) ainsi que dans un mélange de sable et de loess (80 % S - 20 % L) (*). Les hauteurs de colonnes sont respectivement de 5 et 6 cm.

On observe clairement que les profils de teneurs en eau évoluent *parallèlement*. Cette constatation, également observée par SINE et BENTZ (1966) est importante du point de vue de la critique des modèles analytiques présentés dans le paragraphe suivant.

(*) Les mesures dans le mélange sable-loess ont été effectuées en collaboration avec TOURE (1979) et NSIMBA (1979).

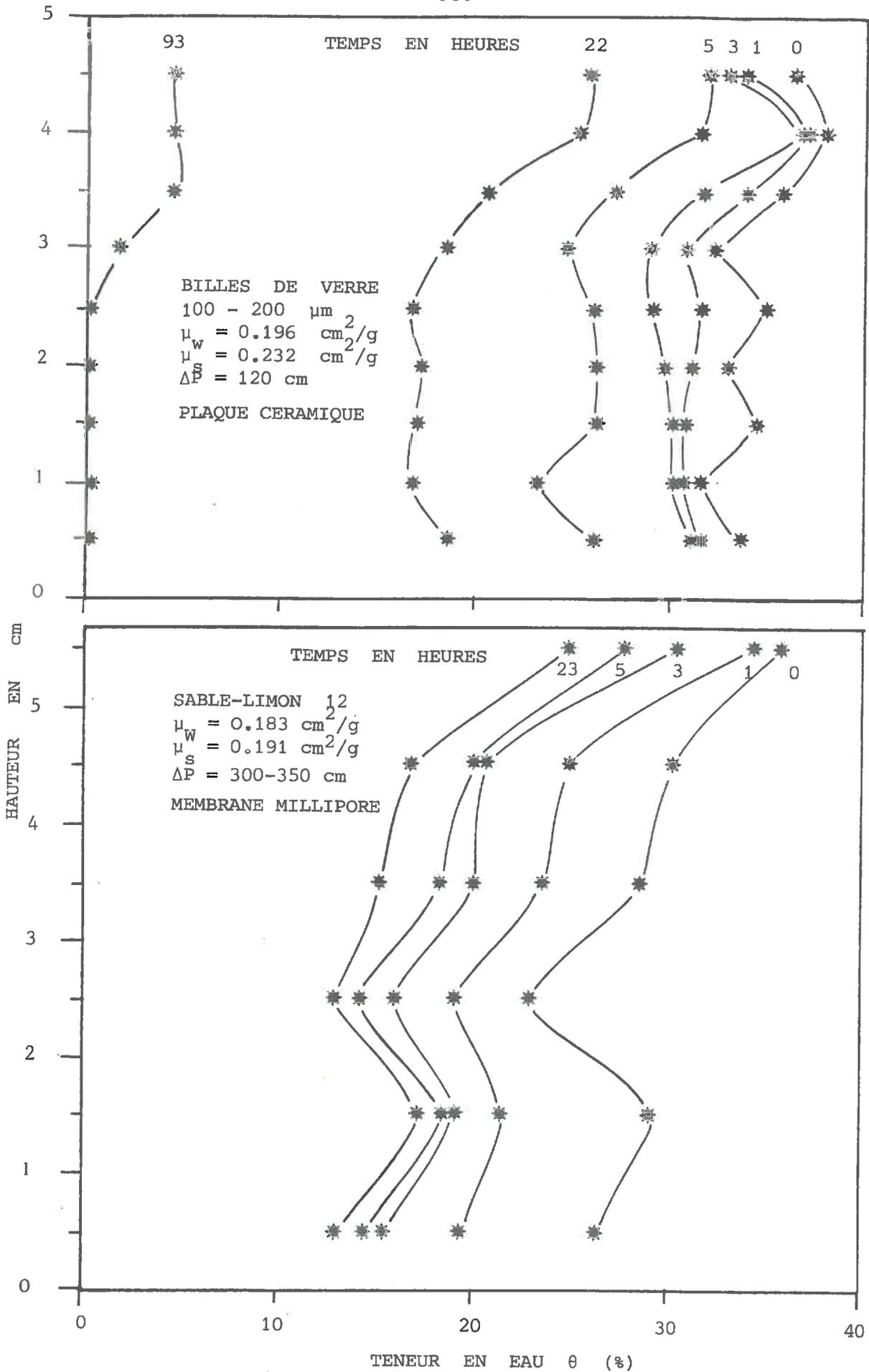


FIGURE IV.9. : Evolutions de profils de teneur en eau dans des billes de verre et dans un mélange de sable et de loess lors d'un épisode de drainage.

IV.1.6. Présentation des mesures effectuées en vue d'estimer les propriétés de transfert et de rétention.

IV.1.6.1. Caractéristiques de rétention

Le tableau IV.3 donne les valeurs de densité apparente, porosité totale, teneur en eau saturante et teneur en eau résiduelle à 1000 cm de colonne d'eau des différents échantillons de mélanges sable-loess. Les poids spécifiques mesurés à l'aide d'un pycnomètre à air (BECKMAN) sont également donnés.

Etant donné que les différences entre les teneurs en eau saturantes sont inférieures à la *marge d'erreur* qui est d'environ $0.02 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, nous utilisons la valeur moyenne arrondie de 0.36 pour tous les échantillons.

Les *courbes caractéristiques de rétention* sont présentées dans le tableau IV.4 et à la figure IV.10.

IV.6.1.2. Présentation des courbes de drainage mesurées dans le but d'estimer les coefficients de transfert

16 échantillons ont été étudiés. Il s'agit de 10-2, 11-2, 12-2, 12-2', 12-3, 12-4, 13-2, 14-2, 15-2, 16-2, 18-2, 20-2, 01-3, 02-1, 02-2 et 02-3. En tout, 75 *courbes de drainage* $Q_R(t)$ ont été exploitées pour estimer des coefficients de transfert et pour comparer les méthodes. La plupart des échantillons ont été ensuite découpés après séchage et environ 8 grumeaux par échantillon ont été soumis à la *porosimétrie* dans le but de permettre une confrontation entre les propriétés de transfert et les grandeurs caractéristiques géométriques (chapitre V). Toutes les informations ont été traitées à l'ordinateur du Centre de Calcul de Louvain-la-Neuve. Le tableau IV.5 montre les données correspondant aux 75 épisodes de drainage. Les valeurs ont été lues sur les graphiques d'enregistrement $Q(t)$ en recherchant les temps correspondant aux écoulements relatifs Q_R de 0.1, 0.2, ..., 0.9.

Le choix des valeurs de pressions est fixé en fonction de l'incrément $\Delta\theta$ de teneur en eau désiré pour un épisode de drainage donné. En général, cet incrément ne dépasse pas 5 %.

TABLEAU IV.3. : Propriétés physiques de base des
mélanges sable-loess

Echantillon	Poids spécifique (g/cm ³)	Densité apparente (g/cm ³)	Porosité totale (cm ³ /cm ³)	Teneur en eau (cm ³ /cm ³)	
				Saturante h = 6 cm	Résiduelle h = 1000 cm
10 - 2	2.650	1.55	0.415	0.360	0.055
11 - 2	2.652	1.60	0.397	0.348	0.060
12 - 2	2.654	1.65	0.378	0.362	0.065
13 - 2	2.656	1.70	0.360	0.350	0.080
14 - 2	2.658	1.67	0.372	0.362	0.083
15 - 2	2.660	1.64	0.383	0.364	0.088
16 - 2	2.662	1.61	0.395	0.354	0.105
18 - 2	2.666	1.56	0.415	0.354	0.115
20 - 2	2.670	1.50	0.438	0.342	0.125

TABLEAU IV.4. : Courbes caractéristiques de rétention des mélanges
sable-loess (h en cm de colonne d'eau)

10 - 2		11 - 2		12 - 2		13 - 2		14 - 2	
θ	h								
36.00	7	36.00	7	36.00	7	36.00	7	36.00	7
34.00	15	35.20	12	33.90	14	34.50	22	34.50	18
29.50	25	28.50	31	30.40	29	31.90	38	30.70	37
24.20	29	22.10	44	25.20	43	29.00	57	28.70	52
17.20	35	17.40	70	20.80	70	27.10	82	27.30	73
13.50	45	14.60	100	18.50	98	25.10	117	25.60	107
9.50	92	8.60	250	10.60	243	17.50	243	16.80	260
7.00	230	6.00	1000	7.50	500	9.40	500	10.00	500
5.50	1000			6.50	1000	8.00	1000	8.30	1000

15 - 2		16 - 2		18 - 2		20 - 2	
θ	h	θ	h	θ	h	θ	h
36.00	7	36.00	7	36.00	7	36.00	7
32.50	36	31.70	49	30.00	98	30.20	60
31.10	72	29.90	96	28.60	155	28.10	115
29.80	123	26.70	196	27.50	260	26.30	185
29.10	165	22.00	296	21.00	400	25.50	240
25.70	246	19.00	393	11.50	1000	21.00	345
19.90	339	12.50	600			12.50	1000
12.50	450	10.50	1000				
10.30	590						
8.80	1000						

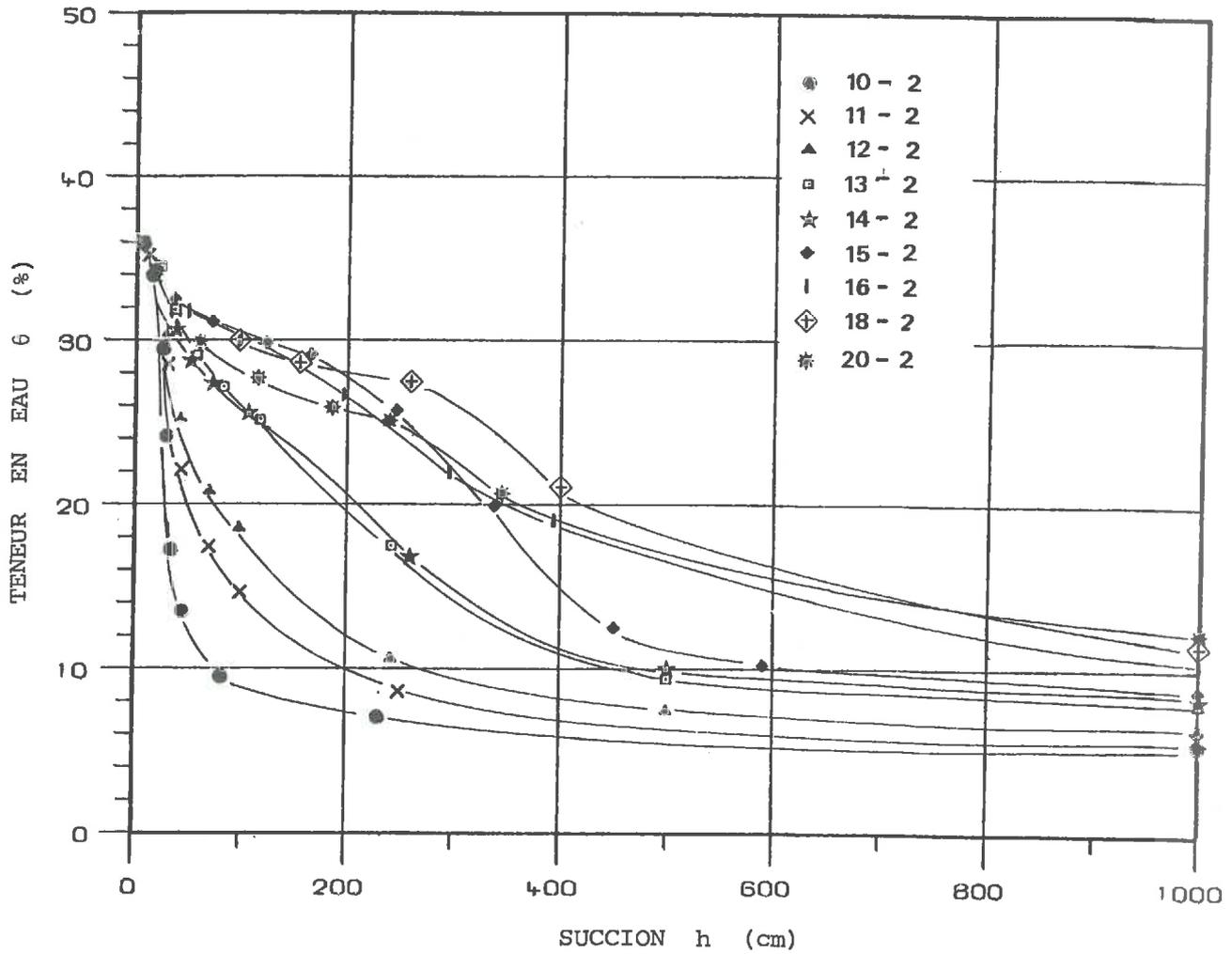


FIGURE IV.10. : Courbes caractéristiques de rétention mesurées à l'aide de la cellule de pression à membrane.

IV.2. EXAMEN DE METHODES D'ESTIMATION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT

IV.2.1. Calcul des courbes caractéristiques de transfert $K(\theta)$ par un modèle statique d'interaction de pores

IV.2.1.1. Choix et portée du modèle

Dans ce paragraphe, les courbes de rétention constituées des couples d'équilibre (θ, h) sont exploitées pour estimer les coefficients de transfert. Différentes méthodes de calcul de $K(\theta)$ à partir de $h(\theta)$ existent et ont été brièvement exposées au paragraphe I.4.4.

Il a été généralement admis, notamment d'après NIELSEN et al. (1960), JACKSON et al. (1965), KUNZE et al. (1968), GREEN and COREY (1971) et JACKSON (1972) que ce sont les modèles dérivés de la théorie de MARSHALL (1958) et de MILLINGTON and QUIRK (1959) qui sont les mieux à même de prédire les courbes $K(\theta)$. On suppose dans ce modèle que tous les pores saturés participent à l'écoulement. Il n'y a pas d'intervention d'eau immobile. Or, GAUDET, JEGAT and VACHAUD (1976), GAUDET et al. (1977), VAN GENUCHTEN and WIERINGA (1976, 1977) et DE SMEDT (1979) ont insisté sur l'importance d'une quantité d'eau stagnante ou immobile ne participant pas réellement à l'écoulement. Par conséquent, ces modèles conservent un caractère empirique.

IV.2.1.2. Description du modèle

MARSHALL (1958) a présenté un *modèle capillaire idéalisé* où les pores ont une section circulaire et où l'écoulement d'une section du sol vers une autre section parallèle à la première est conditionné par les rayons des pores les plus petits. C'est-à-dire qu'en face de chaque pore d'une section donnée du milieu poreux on ne tient compte que des pores égaux ou plus petits que celui-ci.

Si dans une *section unitaire* de sol on définit n classes de pores représentées par leurs rayons $R_1 > R_2 \dots > R_i \dots > R_n$ et ayant la même *section partielle* ϵ/n (ϵ étant la porosité), on peut considérer d'après MARSHALL que la *section totale d'écoulement* A sera composée des *sections partielles* de la façon suivante :

$$A = \frac{\pi\epsilon}{n} (R_1^2 + R_2^2 + \dots + R_n^2) + 2 (R_2^2 + R_3^2 + \dots + R_n^2) + \dots + i(R_i^2 + R_{i+1}^2 + \dots + R_n^2) + \dots + nR_n^2 \quad (\text{IV.2.1})$$

En se basant sur l'analogie entre la loi de DARCY et de POISEUILLE, qui permet de définir une perméabilité géométrique K_g :

$$K_g = \frac{\epsilon R_m^2}{8} \quad (\text{IV.2.2})$$

on peut écrire en posant que R_m^2 est le rayon d'une section A supposée circulaire, que :

$$K_g = \frac{\epsilon}{8n^2} (R_1^2 + 3R_2^2 + \dots + (2n-1)R_m^2) \quad (\text{IV.2.3})$$

et en faisant intervenir la fluidité définie par le rapport entre l'accélération gravitaire et la viscosité cinématique, on obtient la conductivité hydraulique :

$$K = K_g \cdot \frac{g}{\nu} \quad (\text{IV.2.4})$$

Cette théorie a été adaptée par MILLINGTON and QUIRK (1959) au cas de l'écoulement en milieux non saturés. JACKSON et al. (1965) ont introduit un facteur correctif. Quelques modifications empiriques ont été apportées par MILLINGTON and QUIRK (1964) et KUNZE et al. (1968), mais c'est surtout l'introduction d'un *facteur correctif* qui permet d'observer un bon accord entre valeurs mesurées et calculées.

L'équation utilisée ici est celle présentée par GREEN and COREY (1971);

$$K(\theta_i) = \frac{K_s}{K_{sc}} \cdot \frac{30 \gamma^2}{\rho_w g \eta} \cdot \frac{\epsilon p}{n^2} \sum_{j=i}^n [(2j+1-2i) h_j^{-2}] \quad (\text{IV.2.5})$$

où K_s est la conductivité mesurée à saturation et K_{sc} la valeur calculée correspondante. η = viscosité dynamique de l'eau (g.s/cm). ρ_w = densité de l'eau. La valeur de p a été supposée égale à 4/3 et ϵ est la porosité totale. $K(\theta_i)$ est la conductivité à une teneur en eau θ_i définie par un découpage de la saturation totale en n parties égales (en cm/min). Pour $\theta = \theta_i$, l'eau circule dans les pores définis par une succion h_j , $j = i$ à n . Cette équation a été programmée en FORTRAN IV sous forme de sous-routine pouvant être utilisée par différents programmes (sous-routine CONIN).

L'application de ce modèle à des mesures microphotométriques a été présentée par BOUMA and ANDERSON (1973) et BOUMA and DENNING (1974) qui ont trouvé une bonne correspondance avec des mesures dans des sols sableux et moins bonne dans des sols contenant de l'argile.

IV.2.1.3. Présentation et discussion des résultats

La méthode de calcul de $K(\theta)$ a été appliquée aux différentes courbes $\theta(h)$ présentées dans le paragraphe IV.1.4 et aux figures IV.5 et IV.10. Ces courbes ont été tronçonnées en 40 classes de porosités égales. La figure IV.11 montre les courbes calculées pour le sable (01) et le loess (02) dans le but d'illustrer la reproductibilité. La figure IV.12 présente les courbes (sans facteur correctif) obtenues pour les mélanges sable-loess. Les facteurs correctifs seront déterminés plus tard à partir d'une comparaison avec les conductivités estimées à l'aide d'un modèle dynamique. Le *facteur correctif* K_s/K_{sc} , a été estimé pour le sable (01) et pour le loess (02) à partir de plusieurs essais effectués au laboratoire sur des échantillons de loess non remaniés (*):

$$\begin{aligned} K_s \text{ sable} &= 3.5 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \\ K_s \text{ loess} &= 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s} \end{aligned}$$

Par conséquent, les facteurs correctifs valent respectivement 0.0093 pour le sable et 0.0072 pour le loess.

Dans le chapitre précédent, il a été montré que l'estimation des grands diamètres des pores, en se basant sur la loi de LAPLACE, peut être entachée d'une *imprécision* importante. La loi de LAPLACE peut être écrite dans le système cgs de la façon suivante pour de l'eau :

$$\phi = \frac{0.3}{h} \quad (\text{IV.2.6})$$

où ϕ est le diamètre de pores en cm, correspondant à une succion h en cm de colonne d'eau. L'*imprécision* d'estimation du diamètre peut être exprimée par l'erreur relative (II.1.5) :

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = \phi \frac{\Delta h}{0.3} \quad (\text{IV.2.7})$$

(*) Méthode = perméamètre à charge constante, méthode de la station de VERGIERES, Société du Canal de Provence.

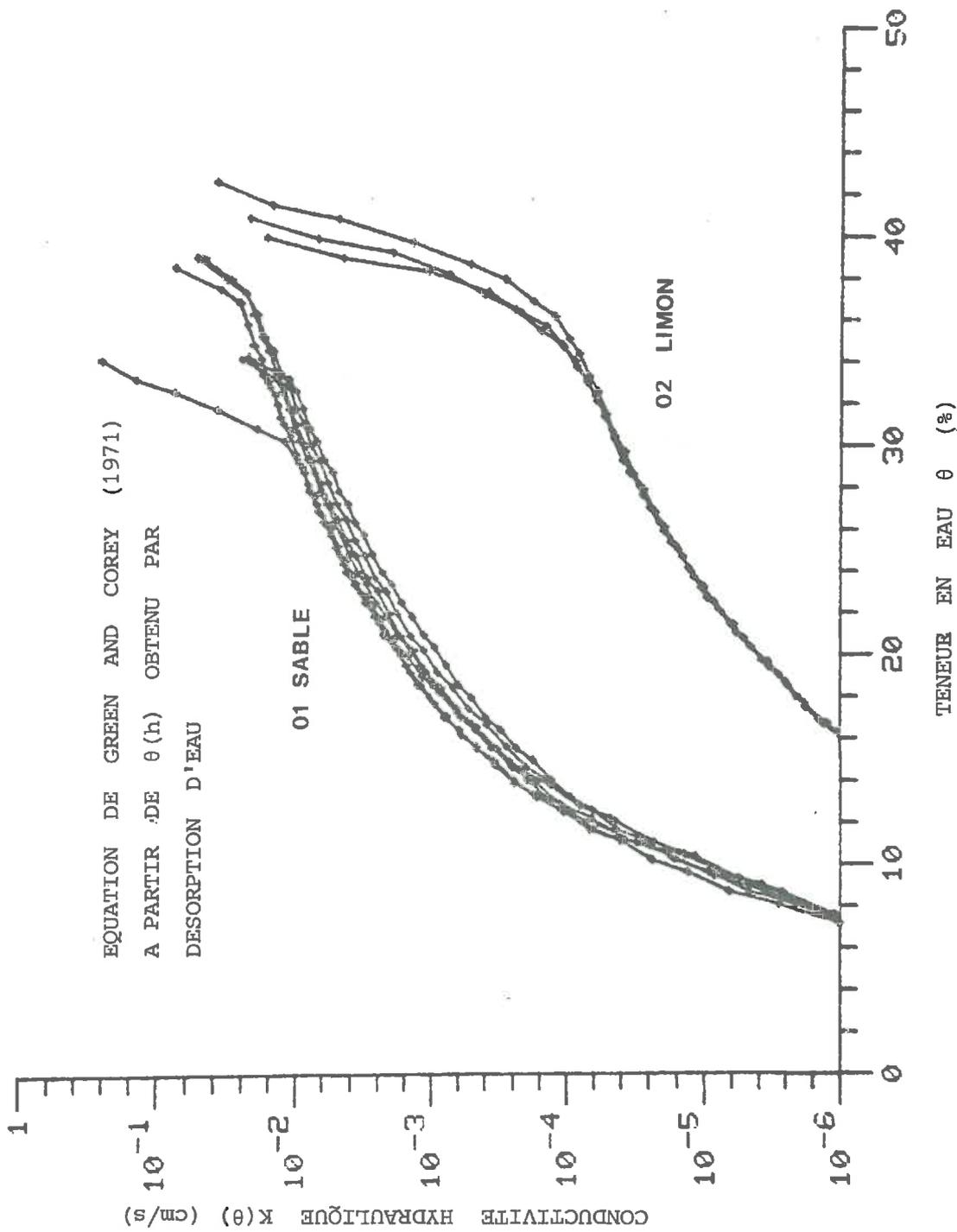


FIGURE IV.11. : Relation entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau de six échantillons de sable et trois échantillons de limon, calculée à l'aide de l'équation de GREEN and COREY (1971) sans intervention d'un facteur correctif.

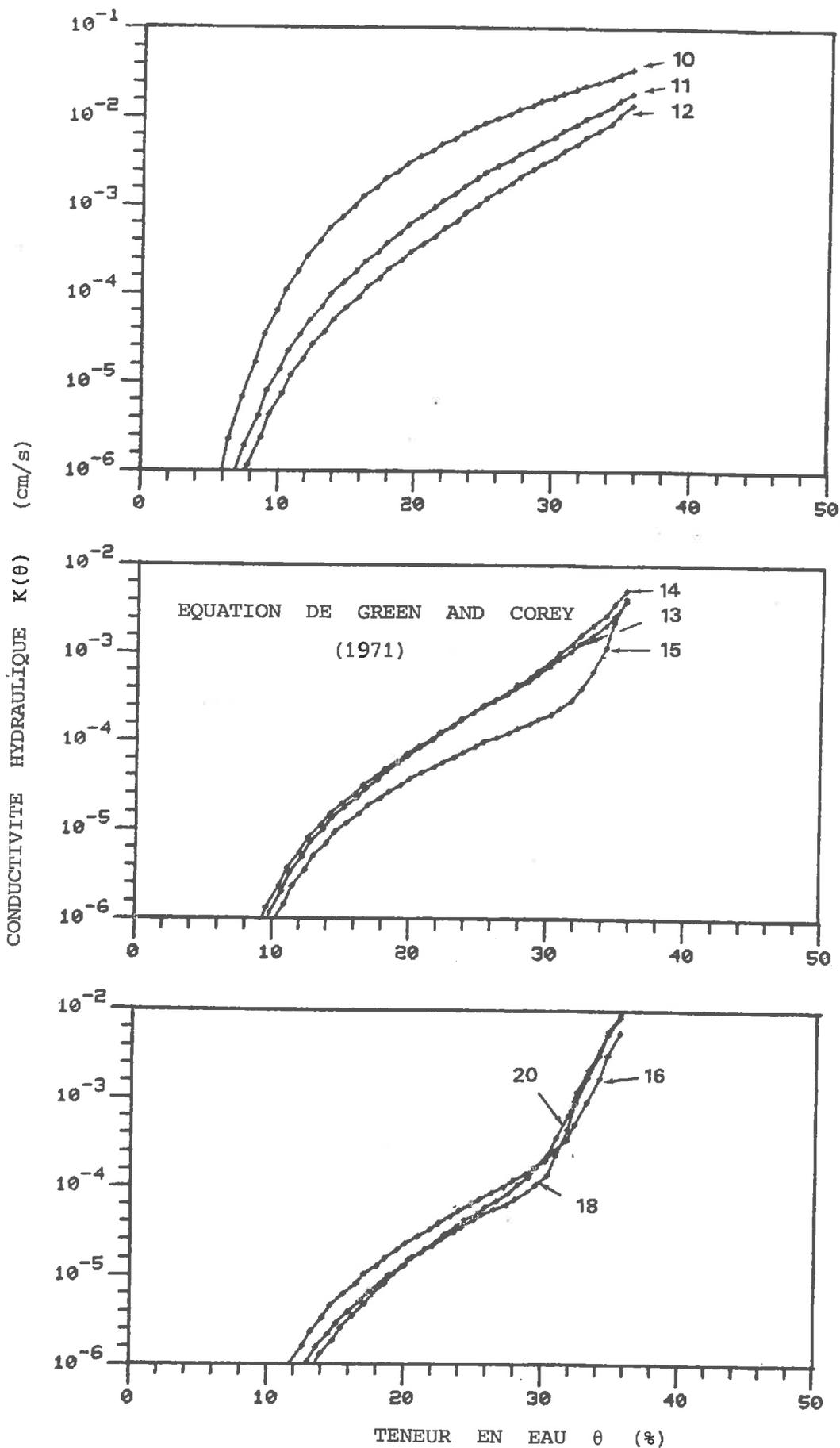


FIGURE IV.12. : Relations entre la conductivité hydraulique et la teneur en eau des échantillons de mélanges sable-limon, calculées à l'aide de l'équation de GREEN and COREY (1971) sans intervention d'un facteur correctif.

où Δh est l'imprécision de la mesure de succion, au moins égale à la hauteur de l'échantillon. La figure IV.13 montre l'effet d'une imprécision volontaire de 5 cm de colonne d'eau pour toutes les succions sur le calcul de la courbe $K(\theta)$ par l'équation (IV.2.5) dans le cas du sable 01 et du loess 02. La conductivité saturée K_s varie du simple au double dans le cas du sable, et dans une proportion de 1 à 10 dans le cas du loess.

IV.2.2. Simulation des cinétiques de drainage par des modèles dynamiques

IV.2.2.1. Introduction

La technique des épisodes de drainage dans une cellule de pression est une des techniques les plus largement étudiées pour déterminer la relation *diffusivité-teneur en eau* $D(\theta)$.

Différentes méthodes, dénommées généralement *Outflow methods*, basées sur l'analyse de la courbe d'évolution du volume d'eau drainé $Q_R(t)$ obtenue suite à l'augmentation par pas de la pression de l'air ΔP ont été proposées et testées par GARDNER (1956), MILLER and ELRICK (1958), RYTEMA (1959), KUNZE and KIRKHAM (1962), GARDNER (1962), JACKSON et al. (1963), DOERING (1965), PECK (1966), SINE et BENTZ (1966), DAVIDSON et al. (1966), GUPTA et al. (1974). Ces méthodes sont toutes basées sur des similitudes avec des *solutions analytiques* des lois générales de *conduction de chaleur* (FOURIER, 1822) ou de *diffusion* (FICK, 1855) solutions qui sont développées dans les ouvrages de CARLSLAW and JAEGER (1959) et de CRANK (1956, 1975).

L'équation générale de l'écoulement de l'eau dans les sols (RICHARDS, 1931) peut être transformée en une équation générale de diffusion grâce à la définition d'un *coefficient de diffusivité* D et en négligeant les effets de la gravité. Ce sont alors les hypothèses faites pour un épisode d'écoulement considéré concernant la *variabilité* ou non de D et l'influence ou non de la *conductivité de la membrane* qui différencient ces modèles les uns des autres. Les formes des équations proposées diffèrent également selon les *techniques mathématiques* utilisées pour résoudre l'équation générale.

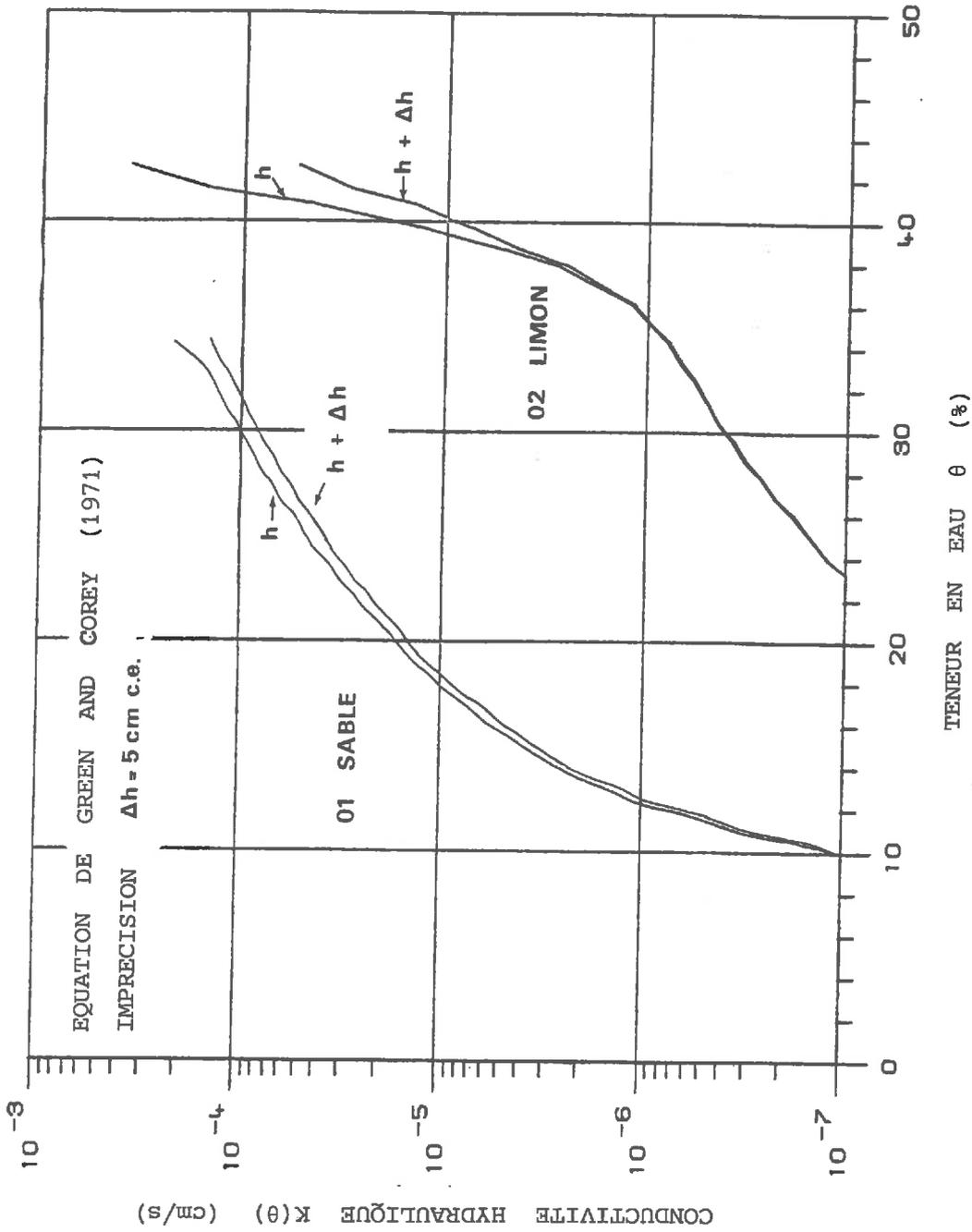


FIGURE IV.13. : Sensibilité de l'équation de GREEN and COREY (1971) à une imprécision de la mesure de la succion de 5 cm de colonne d'eau, dans le cas d'un sable et d'un limon

Lorsque D est supposé constant, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas de θ pour l'épisode en question, il est fait appel à la méthode de la *transformée de Laplace* ou à la méthode de *séparation des variables* (*). La solution se présente soit sous forme d'une série de fonctions d'erreur auquel cas elle se prête bien au calcul numérique pour des temps courts, soit sous forme d'une série trigonométrique qui converge lorsque le temps est suffisamment long.

Le reproche majeur que l'on peut faire de prime abord à ces méthodes est l'introduction d'hypothèses simplificatrices concernant les conditions aux limites et concernant la dépendance de la teneur en eau et de la diffusivité. Seuls les *modèles numériques* arrivent à prendre en compte pratiquement n'importe quelles conditions aux limites expérimentales, ce qui n'est pas le cas des solutions analytiques. Les premières solutions numériques sont probablement de DAY and LUTHIN (1956) mais ont connu un essor considérable depuis, grâce notamment à des chercheurs comme RUBIN (1966), VACHAUD (1969) et VAUCLIN et al. (1975).

IV.2.2.2. Procédure d'estimation des coefficients

Les coefficients de transfert peuvent être considérés comme des paramètres de *modèles analytiques* qui expriment des relations entre le temps et le volume d'eau drainé relatif Q_R :

$$Q_R = f(t, \vec{X}, \vec{C}) \quad (\text{IV.2.8})$$

\vec{X} représente l'ensemble de *paramètres* et \vec{C} l'ensemble de *conditions expérimentales*, c'est-à-dire la hauteur de l'échantillon, et les conditions initiales et aux limites.

(*) Une explication de ces méthodes peut être trouvée dans CRANK (1975), pp. 17-24.

Dans ce travail, les paramètres sont estimés par une *procédure numérique* relativement simple : la *méthode du gradient* basée sur la minimisation de *fonction de coût* ou minimisation des moindres carrés. La même procédure est utilisée pour les différents modèles proposés. Comme il a été dit dans le point IV.1.6.2, les observations sont présentées sous forme de temps t_i correspondant à des volumes relatifs Q_{Ri} tels que :

$$Q_{Ri} = i/10 \quad 1 \leq i \leq 9 \quad (\text{IV.2.9})$$

Ces valeurs sont appelées ci-dessous les *fonctions observées* $Y_{o,i}$ tandis que celles calculées pour les temps t_i à l'aide d'un modèle sont dénommées *fonctions calculées* $Y_{c,i}$. La *fonction de coût* qui doit être rendue minimum est définie par :

$$J = \sum_{i=1}^m (Y_{c,i} - Y_{o,i})^2 \quad (\text{IV.2.10})$$

Il faut donc que les dérivées partielles de cette fonction par rapport à chaque paramètre soient annulées :

$$\frac{\partial J}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{IV.2.11})$$

\vec{X} est un ensemble de paramètres X_j , $j = 1$ à p .

La procédure employée est *itérative*, $k = 1$ à n .

Partant d'une valeur initiale approchée de chaque paramètre X_j^1 on calcule à chaque *itération* k la fonction de coût :

$$J^k = \sum_{i=1}^m (Y_{c,i}^k - Y_{o,i})^2 \quad (\text{IV.2.12})$$

et les dérivées partielles par une méthode discontinue :

$$\frac{\partial J^k}{\partial X_j^k} = \frac{\Delta J^k}{\Delta X_j^k} \quad j = 1, n \quad (\text{IV.2.13})$$

Ensuite, des nouvelles valeurs des paramètres sont calculées par :

$$X_j^{k+1} = X_j^k - F_{c,j} \frac{\delta J^k}{\delta X_j^k} \quad (\text{IV.2.14})$$

$F_{c,j}$ est appelé le *facteur de convergence*. Comme d'un épisode de drainage à l'autre l'ordre de grandeur de X_j peut être assez différent, on utilise ici un facteur de convergence qui dépend du paramètre :

$$F_{c,j} = a_c \cdot X_j^k \quad (\text{IV.2.15})$$

Autrement dit, l'équation (IV.2.14) peut encore s'écrire :

$$X_j^{k+1} = X_j^k \cdot \left(1 - a_c \frac{\delta J^k}{\delta X_j^k}\right) \quad (\text{IV.2.16})$$

La constante a_c est prise de façon arbitraire entre 0.001 et 0.00001 selon le modèle utilisé.

Le nombre d'itérations est fixé après quelques essais préliminaires. Il peut aller de 100 à 1000 selon le modèle utilisé.

Le schéma de la figure IV.14 explique la procédure d'optimisation des paramètres de transfert.

Pratiquement, les modèles présentés ci-après n'utilisent qu'un ou deux paramètres. Un exemple de minimisation de la fonction J est montré à la figure IV.15. Les modèles peuvent alors être comparés entre eux par l'intermédiaire du calcul de l'*écart type résiduel* qui est défini de la façon suivante :

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{J^n}{m}} \quad (\text{IV.2.17})$$

L'écart type résiduel exprime l'erreur moyenne d'estimation des volumes d'eau drainés relatifs pour des temps donnés. Il a les mêmes unités que Q_R , dont n est le nombre de points et J^n est la fonction de coût à la $n^{\text{ième}}$ itération.

Cette procédure a été programmée en Fortran IV sous forme d'une sous-routine dénommée OPTIM.

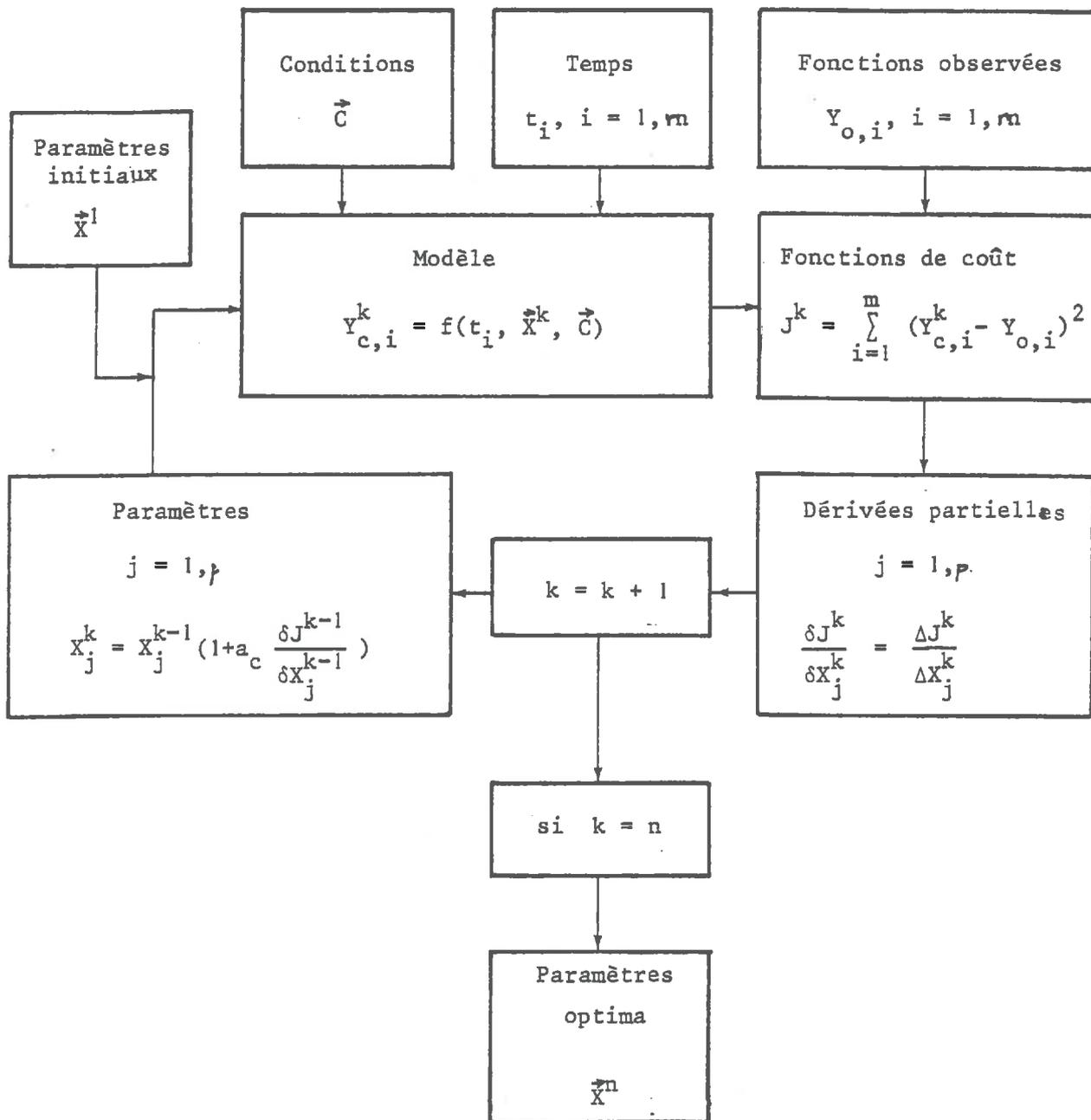


FIGURE IV.14. : Procédure d'optimisation des paramètres des modèles dynamiques

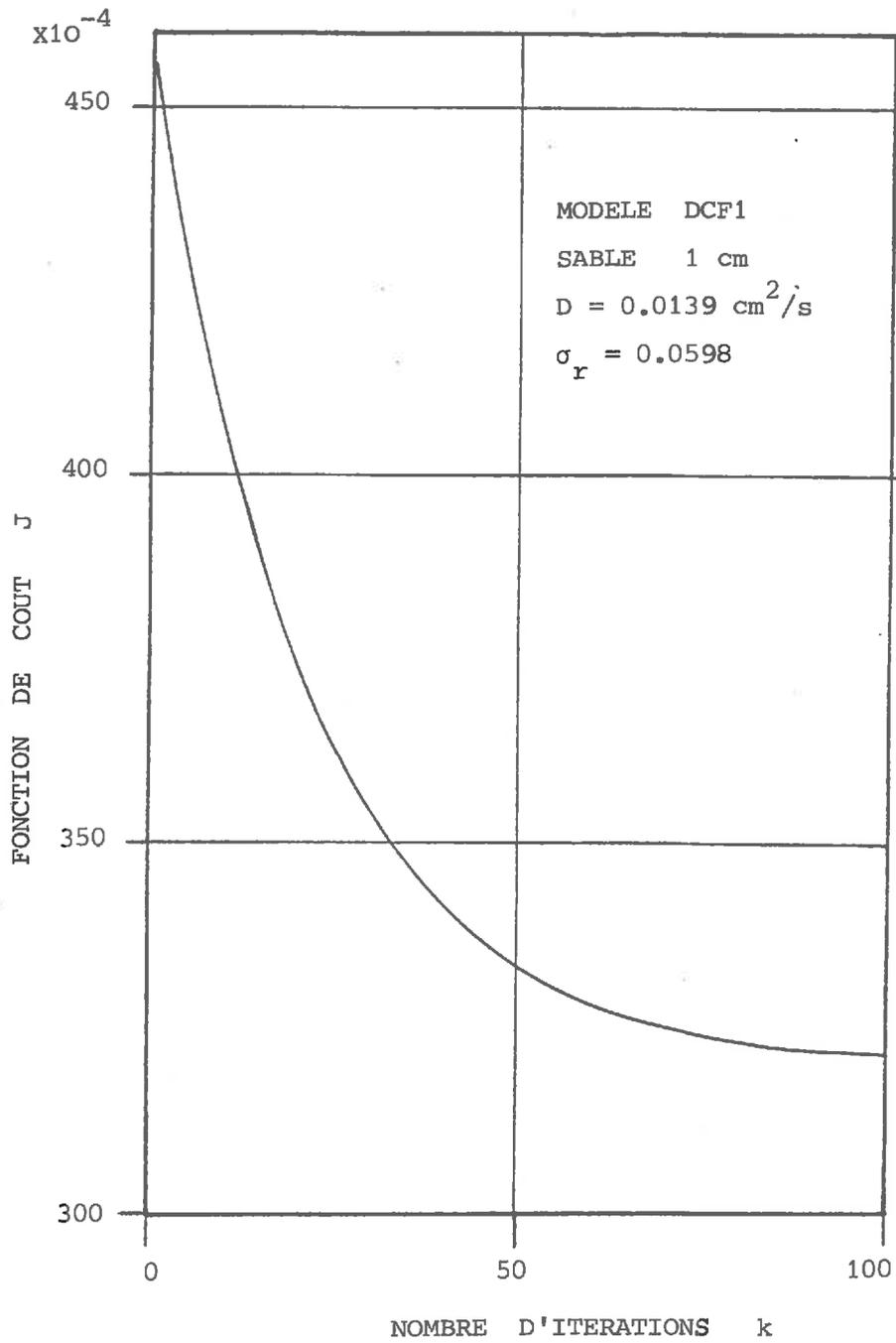


FIGURE IV.15. : Exemple de minimisation de la fonction coût en fonction du nombre d'itérations.

IV.2.2.3. Conditions initiales et aux limites

Pour rappel, les conditions aux limites expérimentales, dans le cas de la technique de la cellule de pression à membrane (méthode globale), sont des états de pression. Il est nécessaire pour obtenir une solution analytique dans ce cas précis, de considérer des états de teneur en eau.

IV.2.2.3.1. Pression d'air P

Lorsqu'un échantillon de sol humide placé dans la chambre de pression est soumis à une augmentation de pression d'air, on admet que partout dans l'échantillon la pression d'air passe instantanément d'une valeur initiale à une valeur finale :

$$\Delta P = P_{\infty} - P_0 \quad (\text{IV.2.18})$$

La pression est exprimée ici en cm de colonne d'eau.

IV.2.2.3.2. Pression d'eau P_w

Avant l'application de ΔP , la pression de l'eau dans l'échantillon est égale à la pression atmosphérique en dehors de la cellule (la gravité est négligée) :

$$P_w = P_{\text{atm}} = 0 \quad (\text{IV.2.19})$$

Au temps initial, au moment où ΔP est appliqué :

$$P_w(z,0) = \Delta P \quad z > 0 \quad (\text{IV.2.20})$$

A $z = 0$, c'est-à-dire au contact de la membrane, la pression d'eau au temps initial est soit nulle si l'impédance de la membrane est négligée, soit positive si ce n'est pas le cas.

On définit un terme de correction \bar{a} :

$$\bar{a} = \frac{\text{impédance de la membrane}}{\text{impédance de l'échantillon de sol}} \quad (\text{IV.2.21})$$

où l'impédance est donnée par le rapport entre l'épaisseur et la conductivité hydraulique. C'est l'inverse de la conductance.

IV.2.2.3.3. Conditions de succion

La succion a été définie comme étant la différence de pression d'air et d'eau à l'interface (I.3.11) :

$$h = P_a - P_w$$

P_a est la pression d'air dans la cellule.

On peut écrire que :

$$h(z, t) = P_\infty - P_w(z, t) \quad (\text{IV.2.22})$$

$$h(z, 0) = P_\infty - \Delta P = P_0 \quad (\text{IV.2.23})$$

$$h(z, \infty) = P_\infty = P_a \quad (\text{IV.2.24})$$

A la limite inférieure de l'échantillon, ($z = 0$), la succion est définie de façon générale par :

$$h(0, t) = f(P_\infty, t, \bar{a}) \quad (\text{IV.2.25})$$

Si l'impédance de la membrane est négligeable, on peut écrire :

$$h(0, t) = P_w \quad (\text{IV.2.26})$$

A la limite supérieure il n'y a pas de flux et par conséquent le gradient de succion y est nul :

$$\left. \frac{\delta h}{\delta z} \right|_{z=L, t} = 0 \quad (\text{IV.2.27})$$

Lorsque l'échantillon est considéré comme ayant une hauteur semi-infinie, on pose :

$$h(\infty, t) = P_0 \quad (\text{IV.2.28})$$

IV.2.2.3.4. Conditions de teneur en eau et critique du concept de diffusivité

Il a été montré dans le premier chapitre (I.4.3) que c'est pour des raisons essentiellement mathématiques que BRUCE and KLUTE (1956) et d'autres auteurs par après ont préféré utiliser des conditions de teneur en eau plutôt que de succion. C'est alors le gradient de teneur en eau qui gouverne le flux.

Le coefficient de diffusivité hydraulique est défini pour chaque teneur en eau par :

$$D(\theta) = K(\theta)/c(\theta) \quad (\text{IV.2.29})$$

avec

$$c(\theta) = d\theta/dh = \text{capacité spécifique de rétention.}$$

L'hypothèse qu'il existe une relation indépendamment de la dynamique de l'écoulement et unique entre la teneur en eau et la succion, est donc indispensable. Autrement dit, on doit pouvoir assimiler la dérivée totale à une dérivée partielle par rapport à la succion :

$$\frac{d\theta}{dh} = \frac{\partial\theta}{\partial h} + \frac{\delta\theta}{\delta u} \frac{du}{dh} \quad (\text{IV.2.30})$$

où u désigne tout autre paramètre dont peut dépendre la teneur en eau à une succion donnée, par exemple le temps ou la position dans l'échantillon. Ce n'est que lorsqu'on peut négliger le dernier terme de (IV.2.30) que la définition de la diffusivité hydraulique peut être comprise. Dans le cas contraire on peut observer un écoulement dans le sens inverse du gradient de teneur en eau, c'est-à-dire d'une teneur en eau faible vers une teneur en eau élevée.

Cette hypothèse importante n'a pour ainsi dire jamais été vérifiée par ceux qui ont proposé les différents modèles présentés ci-après. SINE et BENTZ (1966) ont mesuré lors d'un épisode de drainage, que l'écoulement près de la plaque poreuse se produisait effectivement dans le sens inverse du gradient de teneur en eau ce qui vient confirmer cette critique. Les mesures de profils de teneur en eau mesurées à l'aide d'une chaîne d'atténuation γ et présentées à la figure IV.9 permettent également des conclusions dans ce sens.

D'après TOPP, KLUTE and PETERS (1967), SMILES, VACHAUD and VAUCLIN (1971), VACHAUD and THONY (1971), VACHAUD, VAUCLIN and WAKIL (1972), ELSEFTAWY and MANSELL (1975) et WATSON and WHISLER (1978), l'hypothèse d'une relation unique entre la succion et la teneur en eau pendant un processus de drainage n'est pas valable. Il semblerait qu'une des causes importantes de ceci soit la difficulté de ventilation des pores de l'échantillon.

En supposant toutefois que l'hypothèse d'une relation unique entre θ et h est acceptable, on peut écrire les conditions de la façon suivante :

Pour une colonne de longueur L :

$$\theta = \theta_0 \quad 0 \leq x \leq L \quad t = 0 \quad (\text{IV.2.31})$$

$$\theta = \theta_\infty \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (\text{IV.2.32})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad x = L \quad t > 0 \quad (\text{IV.2.33})$$

Pour une colonne de longueur supposée *semi-infinie* :

$$\theta = \theta_0 \quad x \geq 0 \quad t = 0 \quad (\text{IV.2.34})$$

$$\theta = \theta_0 \quad x = \infty \quad t > 0 \quad (\text{IV.2.35})$$

$$\theta = \theta_\infty \quad x = 0 \quad t > 0 \quad (\text{IV.2.36})$$

$$\theta = \theta_\infty \quad x \geq 0 \quad t = \infty \quad (\text{IV.2.37})$$

IV.2.2.4. Modèles dynamiques classiques

L'équation de départ est celle présentée au point I.3.1.2. dans laquelle on néglige la gravité et dans le cas d'écoulement mono-dimensionnel :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (\text{IV.2.38})$$

Cette équation est fortement non linéaire et la solution dépend très fortement des conditions initiales et aux limites ainsi que du mode d'estimation de la non linéarité de $D(\theta)$.

Si l'on veut obtenir une solution exacte du problème physique, il faut appliquer une allure théorique de courbe $D(\theta)$ correspondant à l'allure réelle. D'autre part, il faut que la formulation mathématique des conditions initiales et aux limites correspondent exactement à celles de l'expérience envisagée. Cette dernière contrainte n'est pas respectée avec la formulation (IV.2.38) étant donné que l'on applique physiquement des conditions de pression et non des conditions de teneurs en eau. Pourtant les solutions discutées ci-dessous sont largement utilisées et méritent d'être comparées à l'aide d'applications dans le cas de différents milieux poreux.

Les solutions discutées concernent toujours un petit incrément de teneur en eau $\Delta\theta$ (maximum 5 %).

Trois modèles supposant une colonne de longueur finie sont définis ici par :

- DCF Diffusivité constante sans influence de la membrane, colonne de longueur finie
- DCFM Diffusivité constante avec incidence de la membrane, colonne de longueur finie
- DVF Diffusivité variable sans incidence de la membrane, colonne de longueur finie.

IV.2.2.4.1. DCF(1 et 2), diffusivité constante, colonne de hauteur finie

Si l'incrément de pression ΔP et par conséquent la variation de teneur en eau $\Delta \theta$ est suffisamment faible, l'hypothèse que $D = \text{cte}$ pour cet épisode de drainage peut être faite. GARDNER W.R. (1956) a fait également l'hypothèse que la relation entre teneur en eau et succion est linéaire et que l'impédance de la membrane est négligeable. La colonne est supposée de longueur finie L :

$$D = \text{cte} \quad (\text{IV.2.39})$$

$$\bar{a} = 0 \quad (\text{IV.2.40})$$

$$\theta = b + c(\theta) \cdot h \quad (\text{IV.2.41})$$

La solution de l'équation, résolue par la méthode de séparation des variables, est donnée par :

$$Q_R(t) = \frac{Qt}{Q_\infty} = 1 - \left(\frac{8}{\pi^2}\right) \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{m\pi}{2}\right)^2 \frac{Dt}{L^2} \right] / m^2 \quad (\text{IV.2.42})$$

DCF₁

L = longueur de l'échantillon

Qt = volume d'eau drainé au temps

Q_∞ = volume d'eau drainé après un temps ∞

Pour des temps suffisamment longs, définis par $Dt/L^2 > 0.2$, la série converge rapidement et l'équation de la courbe de drainage peut s'écrire :

$$\frac{Qt}{Q_\infty} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp \left[- \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot \frac{Dt}{L^2} \right] \quad (\text{IV.2.43})$$

DCF₂

Une solution similaire, mais obtenue par la méthode de la *transformée de LAPLACE* est donnée par CRANK (1956, 1975) :

$$Q_R(t) = 2 \sqrt{\frac{Dt}{L^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \text{ierfc} \left(\frac{nL}{\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (\text{IV.2.44})$$

La *fonction erreur complémentaire* est :

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{IV.2.45})$$

$\text{ierfc}(x)$ est une intégrale de la fonction erreur complémentaire définie par :

$$\text{ierfc}(x) = \int_x^{\infty} \text{erfc}(\xi) d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x \text{erfc}(x) \quad (\text{IV.2.46})$$

Lorsque les temps sont faibles, c'est-à-dire lorsque $Dt/L^2 < 0.2$ on peut négliger les termes en $n > 1$ et l'équation peut s'écrire :

$$Q_R(t) = 2 \sqrt{\frac{Dt}{\pi L^2}} \quad (\text{IV.2.47})$$

Cette dernière méthode qui ne sera pas appliquée dans ce travail a été testée par BUTYN and WESSELING (1959) et a reçu le nom de *la méthode de la racine carrée du temps*.

Il faut remarquer que cette dernière équation est en fait une solution au problème du drainage d'une colonne de *longueur semi-infinie* :

$$Q_t = 2 (\theta_0 - \theta_\infty) \sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \quad (\text{IV.2.48})$$

dans laquelle on a posé :

$$Q_\infty = L (\theta_0 - \theta_\infty) \quad (\text{IV.2.49})$$

IV.2.2.4.2. DCFM, diffusivité constante, colonne finie, tenant compte de la membrane

Pour pouvoir tenir compte d'une *impédance non négligeable* de la membrane, MILLER and ELRICK (1958), RYTEMA (1958) et KUNZE and KIRKHAM (1962) posent que l'eau de l'échantillon - en contact immédiat avec la membrane - est à une pression $P_{w,o}$ calculable par :

$$P_{w,o} = K \frac{\partial P_w}{\partial z} \cdot \frac{l_m}{K_m} + P_{w,f} \quad (\text{IV.2.50})$$

$P_{w,f}$ = pression appliquée à partir de l'instant initial à la face inférieure de la membrane

l_m = épaisseur de la membrane

K = conductivité hydraulique du sol

K_m = conductivité de la membrane

La solution alors est donnée par :

$$Q_R(t) = \frac{Q_t}{Q_\infty} = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\alpha_n^2 \frac{Dt}{L^2}) / \alpha_n^2 (\bar{a} + \cos^2 \alpha_n) \quad (\text{IV.2.51})$$

avec $\alpha_n = n^e$ racine de $\bar{a} = \cot \alpha$

Les six premières racines sont données par CARLSLAW and JAEGER (1959), appendice IV, table I, et

$$\bar{a} = \frac{\text{impédance membrane}}{\text{impédance sol}} = \frac{l_m K}{K_m L} \quad (\text{IV.2.52})$$

Le tableau IV.6 donne le carré de la première racine de α pour différentes valeurs de \bar{a} .

RYTEMA (1958) propose une forme de solution valable pour des temps suffisamment longs :

$$t > 0.3 L^2 / \alpha^2 D \quad (\text{IV.2.53})$$

En posant :

$$\beta L = \frac{K_m L}{l_m K} = \frac{1}{\bar{a}} \quad (\text{IV.2.54})$$

$$\beta L = \alpha \tan \alpha \quad (\text{IV.2.55})$$

TABLEAU IV.6.

Carré de la racine de $\bar{a} = \cot \alpha$, pour différentes valeurs de \bar{a}

\bar{a}	$\frac{2}{\alpha^2}$
1.000	0.001
10	0.0096754
5	0.187351
2.5	0.351936
1.667	0.497035
1	0.740174
0.5	1.15966
0.389	1.32276
0.2	1.72617
0.142	1.89782
0.00667	2.16935
0.0473	2.24990
0.0	2.46740

Il obtient l'équation suivante :

$$Q_R(t) = 1 - [2\beta^2 L^2 \exp(-\alpha^2 \frac{Dt}{L^2})] / \alpha^2 (\beta^2 L^2 + \beta L + \alpha^2) \quad (\text{IV.2.56})$$

DCFM

On peut montrer que cette équation est similaire à l'équation IV.2.51 de MILLER and ELRICK dans laquelle on néglige les termes en $n > 1$.

Encore une autre forme de solution est donnée par CRANK (1975) et CARLSLAW and JAEGER (1959) et a été utilisée par SINE et BENTZ (1963) ainsi que par PECK (1966). Cette solution n'est valable en principe que pour les temps courts car elle décrit la diffusion dans un milieu *semi-infini composite* :

$$\frac{\theta - \theta_{\bar{\delta}}}{\theta_{\infty} - \theta_0} = \operatorname{erfc} \frac{x}{\sqrt{4Dt}} - e^{\beta x + \beta^2 Dt} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}} + \beta \sqrt{Dt} \right) \quad (\text{IV.2.57})$$

$$\text{où } \beta = \frac{\text{conductance de la membrane}}{\text{conductivité du sol}} \quad (\text{IV.2.58})$$

Ce modèle n'étant valable que pour des temps courts, il ne sera pas appliqué ici.

IV.2.2.4.3. DVF, diffusivité variable, colonne de longueur finie

Pour un type particulier de relations $D(\theta)$, GARDNER (1962) propose une solution analytique de l'équation générale de diffusion par la méthode de *séparation des variables*. En supposant :

$$D = a \theta^n \quad (\text{IV.2.59})$$

ou

$$D = a^{b\theta} \quad (\text{IV.2.60})$$

et en séparant

$$\theta(x,t) = X(x) \cdot T(t) \quad (\text{IV.2.61})$$

$$D(x,t) = D_x(x) \cdot D_t(t) \quad (\text{IV.2.62})$$

l'équation générale devient :

$$\frac{1}{D_t T} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{X} \frac{d}{dx} \left(D_x \frac{dX}{dx} \right) = - \Xi^2 \quad (\text{IV.2.63})$$

GARDNER suppose également que la teneur en eau est toujours uniforme dans l'échantillon, ce qui permet de poser :

$$D_x = \text{cte} \quad (\text{IV.2.64})$$

et

$$\Xi^2 = D_x \pi^2 / 4L^2 \quad (\text{IV.2.65})$$

Ensuite on peut démontrer que :

$$\frac{1}{D(\theta) \cdot (\theta - \theta_\infty)} \frac{d\theta}{dt} = - \frac{\pi^2}{4L^2} \quad (\text{IV.2.66})$$

et la diffusivité à une teneur en eau θ est alors donnée par :

$$D(\theta) = - \frac{4L^2}{\pi^2 (\theta - \theta_\infty)} \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{IV.2.67})$$

GARDNER (1959) a démontré *numériquement* que excepté tout près de la membrane, l'hypothèse d'une teneur en eau uniforme est acceptable. DOERING (1965) a appliqué cette méthode à la technique des épisodes de drainage et elle a été baptisée "*one step method*" car elle permet en principe d'établir la relation expérimentale $D(\theta)$ suite à une grande variation de teneur en eau et de pression.

Plus récemment, GUPTA et al. (1974) ont proposé une solution semblable mais en partant d'une solution pour le drainage d'une *colonne semi-infinie*. En utilisant la *transformation de BOLTZMANN* sous la forme suivante :

$$y = x/2 \cdot \sqrt{D_{\infty} t} \quad (\text{IV.2.68})$$

D_{∞} = diffusivité à la teneur en eau finale

et en définissant une *diffusivité moyenne constante* :

$$\bar{D} = \frac{\pi}{4} D_{\infty} \left(\frac{d\theta^+}{dy} \right)_{y=0}^2 \quad (\text{IV.2.69})$$

avec

$$\theta^+ = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_{\infty} - \theta_0}$$

ce qui permet d'écrire une expression pour le *flux d'eau* à une position donnée de la colonne (CRANK, 1975) :

$$v = (\theta_0 - \theta_{\infty}) \sqrt{\bar{D}/\pi t} \quad (\text{IV.2.70})$$

D'après CRANK (1956), \bar{D} peut alors être calculé par intégration numérique de :

$$\bar{D} = \frac{1.85}{(\theta_0 - \theta_{\infty})^{1.85}} \int_{\theta_{\infty}}^{\theta_0} D(\theta) \cdot (\theta_0 - \theta)^{0.85} d\theta \quad (\text{IV.2.71})$$

En posant :

$$\bar{\theta}^+ = \frac{1}{L} \int_0^L \theta^+ dx \quad (\text{IV.2.72})$$

et en faisant des hypothèses concernant la teneur en eau θ^+ ($Z = L$) :

$$\theta^+ (Z=L) = \frac{\bar{\theta}^+}{2} \pi \quad (\text{IV.2.73})$$

GUPTA et al. (1974) obtiennent finalement une équation proche de celle de GARDNER (IV.2.67) :

$$\bar{D}(\theta^+) = -\frac{4L^2}{\pi^2} \frac{d\bar{\theta}^+}{\bar{\theta}^+} dt \quad (\text{IV.2.74})$$

La différence entre IV.2.67 et IV.2.74 réside dans le fait que pour la première, \bar{D} est une mesure de la *diffusivité moyenne* et qu'il faut faire appel à l'intégrale de CRANK (IV.2.71) pour estimer $D(\theta)$ alors que dans la dernière équation D est la diffusivité pour $\theta^+ = \bar{\theta}^+$.

Pour pouvoir simuler aisément une courbe de drainage à l'aide de ce modèle, nous proposons d'utiliser une *relation linéaire* entre la teneur en eau et la diffusivité. Cette hypothèse est considérée valable pour des faibles incréments de teneur en eau. Nous proposons d'exprimer la diffusivité à une teneur en eau θ^+ donnée en fonction d'une *diffusivité finale* D_∞ et *initiale* D_0 :

$$D = D_\infty + (D_0 - D_\infty) \theta^+ \quad (\text{IV.2.75})$$

où

$$\theta^+ = \frac{\theta - \theta_\infty}{\theta_0 - \theta_\infty} \quad (\text{IV.2.76})$$

$$D_\infty = D(\theta_\infty) \quad \text{et} \quad D_0 = D(\theta_0) \quad (\text{IV.2.77})$$

L'équation IV.2.67, dans laquelle on admet comme GARDNER (1962) que D est la diffusivité correspondant à θ^+ , devient :

$$D = -\frac{4L^2}{\pi^2 \theta^+} \cdot \frac{d\theta^+}{dt} \quad (\text{IV.2.78})$$

et en remplaçant D par l'expression (IV.2.75) :

$$\frac{d\theta^+}{[D_\infty + \theta^+ (D_0 - D_\infty)] \theta^+} = -\frac{\pi^2 dt}{4L^2} \quad (\text{IV.2.79})$$

L'intégration du terme de gauche donne :

$$\int \frac{d\theta^+}{\theta^+ [D_\infty + (D_0 - D_\infty) \theta^+]} = -\frac{1}{D_\infty} \ln \left[\frac{D_\infty + (D_0 - D_\infty) \theta^+}{\theta^+} \right] + C_1 \quad (\text{IV.2.80})$$

d'où IV.2.78 devient :

$$\ln \left[\frac{D_{\infty} + (D_0 - D_{\infty}) \theta^+}{\theta^+} \right] = \frac{D_{\infty} \pi^2 t}{4L^2} + C_1 \quad (\text{IV.2.81})$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\theta^+ = D_{\infty} / \{ C_2 \left[\exp \left(\frac{D_{\infty} \pi^2 t}{4L^2} \right) \right] - (D_0 - D_{\infty}) \} \quad (\text{IV.2.82})$$

Pour définir la constante C_2 nous proposons de comparer cette dernière équation à celle de GARDNER (1956) donnée par (IV.2.43). L'équation (IV.2.43) s'écrit :

$$Q_R(t) = 1 - \theta^+ = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp \left(- \frac{D \pi^2 t}{4L^2} \right) \quad (\text{IV.2.83})$$

En comparant IV.2.82 et IV.2.83 lorsque $t = 0$, on trouve :

$$C_2 = \frac{D_{\infty} \pi^2}{8} + (D_0 - D_{\infty}) \quad (\text{IV.2.84})$$

Finalement, le modèle DVF peut être exprimé par l'équation :

$$Q_R = 1 - \frac{D_{\infty}}{\left[(D_0 - D_{\infty}) + \frac{\pi^2}{8} D_{\infty} \right] \left[\exp \left(\frac{D_{\infty} \pi^2 t}{4L^2} \right) \right] - (D_0 - D_{\infty})} \quad (\text{IV.2.85})$$

DVF

ou encore :

$$Q_R = 1 - \frac{1}{\left(\frac{D_0}{D_{\infty}} - 1 + \frac{\pi^2}{8} \right) \left[\exp \left(\frac{D_{\infty} \pi^2 t}{4L^2} \right) \right] - \frac{D_0}{D_{\infty}} + 1} \quad (\text{IV.2.86})$$

L'expression (IV.2.85) ou (IV.2.86) constitue en fait un *nouveau modèle*. C'est la forme intégrée IV.2.74 ou IV.2.67 qui est classique. La nouveauté provient de l'hypothèse (IV.2.75).

IV.2.2.4.4. Présentation des résultats et comparaison des modèles
DCF, DCFM et DVF

La figure IV.16 (a) montre les courbes théoriques de drainage correspondant aux trois modèles dans un *diagramme adimensionnel* :

$$Q_R = f(D t/L^2) \quad (IV.2.87)$$

où D_∞ est la *diffusivité finale* dans le cas de DVF. La figure IV.16 (b) montre le modèle DVF lorsque D est défini par :

$$\bar{D} = \frac{D_0 + D_\infty}{2} \quad (IV.2.88)$$

La figure IV.17 montre des exemples de simulation de quelques courbes observées à l'aide des trois modèles. Alors que les trois modèles simulent bien le début des courbes, le modèle DVF simule mieux l'entiereté des valeurs observées. Aucun des modèles n'est cependant réellement applicable dans toute la gamme des débits relatifs.

Les tableaux IV.7, 8, 9 et 10 donnent les résultats d'estimation des coefficients de transfert et la figure IV.18 montre des relations entre les conductivités estimées par les différents modèles. On constate qu'il y a pratiquement égalité entre les valeurs estimées par DCF1 et DCF2 et qu'il est donc parfaitement justifié de n'utiliser qu'un seul terme dans la série de l'équation (IV.2.42).

L'*incidence de la membrane* est présentée dans la 7ème colonne du tableau IV.9. Ce paramètre est fort variable et visiblement pas en relation étroite avec la conductivité du sol. Par conséquent, en se rapportant à la définition IV.2.52 on peut calculer que la *conductance de la membrane* n'est pas du tout constante. En moyenne, elle vaut $8.83 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ avec un coefficient de variation (écart type/moyenne) de 161 %. Antérieurement, la conductance de la membrane avait été mesurée indépendamment du sol, sa valeur de $2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ correspond à une conductance 44 fois moins que celle trouvée par optimisation. La relation DCFM-DCF1 montrée à la figure IV.18 indique que le fait de ne pas tenir compte d'une conductance de membrane a pour conséquence de sous estimer en moyenne d'un facteur 2.3 la conductivité, et ce pratiquement indépendamment de la valeur de celle-ci. Par contre, le fait de supposer que la *diffusivité* est constante, conduit à une *surestimation* des coefficients de transfert par rapport à l'hypothèse d'une diffusivité variable.

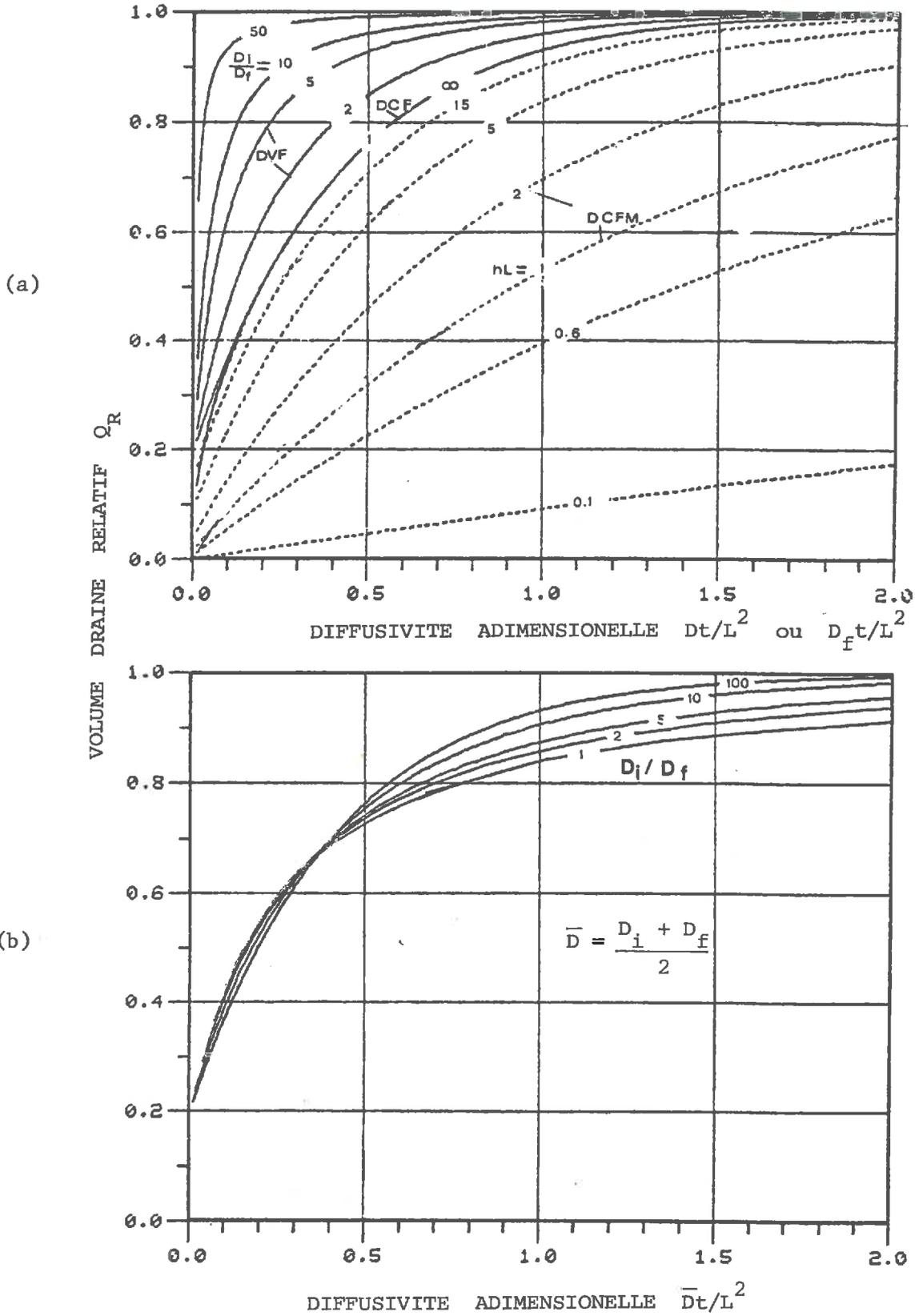


FIGURE IV.16. : Diagrammes adimensionnels des courbes théoriques de drainage $Q_R = f(Dt/L^2)$ relatifs aux modèles DCF, DCFM et DVF en (a) et au modèle DVF en (b)

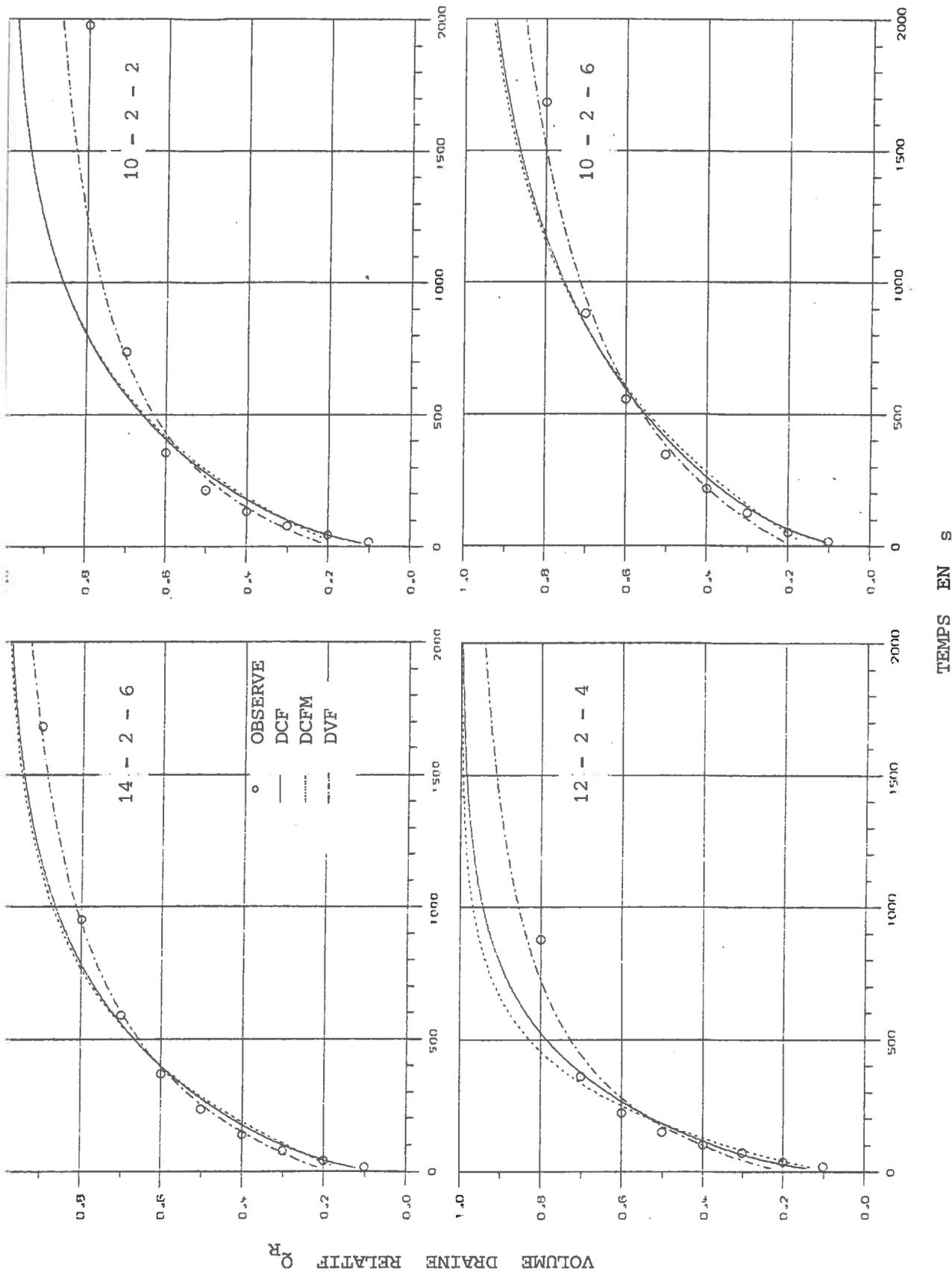


FIGURE IV.17. : Exemples de simulations de courbes de drainage observées à l'aide des modèles DCF, DCFM et DVF

TABLEAU IV.7 APPLICATION DU MODELE DCF1

ech.	press.		ten. en eau		ep. cm	D 10-3 cm/s	K 10-5 cm/s	e.t.
	cm	C.E.	%	vol.				
10 2 1 1	7	15	36.00	34.00	2	29.800	7.450	0.082
10 2 1 2	15	25	34.00	29.50	2	2.820	1.270	0.076
10 2 1 3	25	29	29.50	24.20	2	1.420	1.880	0.051
10 2 1 4	29	35	24.20	17.20	2	3.940	4.600	0.036
10 2 1 5	35	45	17.20	13.50	2	5.070	1.880	0.034
10 2 1 6	45	82	13.50	9.50	2	1.930	0.209	0.040
11 2 1 1	7	12	36.00	35.20	2	12.600	2.020	0.082
11 2 1 2	12	31	35.20	28.50	2	2.130	0.751	0.090
11 2 1 3	31	44	28.50	22.10	2	2.400	1.180	0.045
11 2 1 4	44	70	22.10	17.40	2	3.340	0.604	0.033
11 2 1 5	70	100	17.40	14.60	2	1.490	0.139	0.030
12 2 1 1	7	14	36.00	33.90	2	13.900	4.170	0.046
12 2 1 2	14	29	33.90	30.40	2	1.900	0.443	0.086
12 2 1 3	29	43	30.40	25.20	2	2.650	0.984	0.043
12 2 1 4	43	70	25.20	20.80	2	4.310	0.702	0.055
12 2 1 5	70	98	20.80	18.50	2	1.910	0.157	0.077
12 2 1 6	98	243	18.50	10.60	2	0.523	0.028	0.058
13 2 1 1	7	22	36.00	34.50	2	18.500	1.850	0.042
13 2 1 2	22	38	34.50	31.90	2	4.760	0.774	0.058
13 2 1 3	38	57	31.90	29.00	2	7.810	1.190	0.050
13 2 1 4	57	82	29.00	27.10	2	6.190	0.470	0.104
13 2 1 5	82	117	27.10	25.10	2	4.040	0.231	0.111
13 2 1 6	117	243	24.80	17.20	2	0.935	0.056	0.066
13 2 1 7	243	500	17.20	9.10	2	0.086	0.003	0.065
14 2 1 1	7	18	36.00	34.50	2	31.700	4.320	0.087
14 2 1 2	18	37	34.50	30.70	2	14.600	2.920	0.084
14 2 1 3	37	52	30.70	28.70	2	17.700	2.360	0.099
14 2 1 4	52	73	28.70	27.34	2	14.900	0.965	0.109
14 2 1 5	73	107	27.34	25.64	2	12.900	0.645	0.149
14 2 1 6	107	260	25.64	16.84	2	2.890	0.166	0.036
15 2 1 1	7	36	36.00	32.50	2	29.200	3.520	0.038
15 2 1 2	36	72	32.50	31.10	2	35.600	1.380	0.082
15 2 1 3	72	123	31.10	29.80	2	24.800	0.632	0.084
15 2 1 4	123	165	29.80	29.10	2	3.540	0.059	0.073
15 2 1 5	165	246	29.10	25.70	2	0.204	0.009	0.019
15 2 1 6	246	339	25.70	19.90	2	0.078	0.005	0.045
16 2 1 1	7	48	36.00	31.75	2	53.000	5.490	0.042
16 2 1 2	50	96	31.75	29.90	2	21.200	0.853	0.114
16 2 1 3	96	196	29.90	26.70	2	0.245	0.008	0.221
18 2 1 1	7	98	36.00	30.00	2	57.100	3.760	0.061
18 2 1 2	98	155	30.00	28.60	2	2.230	0.055	0.076
20 2 1 1	7	60	36.20	30.20	2	36.100	4.080	0.050
20 2 1 2	60	115	30.20	28.10	2	1.980	0.076	0.059
20 2 1 3	115	185	28.10	26.30	2	1.040	0.027	0.043
12 2 2 1	100	200	18.00	12.50	2	3.400	0.187	0.028
12 3 1 1	100	200	18.00	12.50	3	1.490	0.082	0.025
12 4 1 1	100	200	18.00	12.50	4	0.912	0.050	0.020
20 3 1 1	6	45	33.70	30.20	3	80.800	7.250	0.042
20 3 1 2	45	85	30.20	27.80	3	55.300	3.320	0.058
20 3 1 3	120	200	25.70	22.70	3	9.800	0.367	0.128
1 3 1 1	2	17	39.50	37.00	1	21.100	3.520	0.051
1 3 1 2	15	26	37.00	32.50	1	2.270	0.930	0.063
1 3 1 3	25	34	32.40	25.50	1	2.190	1.680	0.051
1 3 1 4	33	45	25.50	19.00	1	4.200	2.280	0.044
1 3 1 5	45	66	19.00	14.00	1	3.850	0.916	0.034
1 3 1 6	66	95	14.00	11.50	1	0.964	0.083	0.023
1 3 2 1	2	20	39.50	36.50	1	13.900	2.320	0.060
1 3 2 2	17	27	36.50	30.00	1	1.150	0.746	0.025
1 3 2 3	27	36	30.00	24.50	1	1.810	1.110	0.024
1 3 2 4	36	47	24.50	19.20	1	3.190	1.540	0.031
1 3 2 5	47	62	19.20	15.50	1	2.630	0.649	0.041
1 3 2 6	62	68	15.50	13.20	1	1.020	0.391	0.021
1 2 1 1	2	15	39.00	37.00	2	36.800	5.660	0.087
1 2 1 2	15	25	37.00	32.50	2	2.820	1.270	0.076
1 2 1 3	25	30	32.50	27.20	2	1.640	1.740	0.025
1 2 1 4	30	36	27.20	20.50	2	3.940	4.400	0.036
1 2 1 5	36	45	20.50	16.50	2	5.060	2.250	0.034
1 2 1 6	45	82	16.50	12.50	2	1.930	0.209	0.040
1 1 1 1	10	25	34.10	31.35	3	17.200	3.160	0.037
1 1 1 2	25	45	31.35	19.00	3	10.300	6.350	0.043
1 1 1 3	45	65	19.00	12.50	3	5.260	1.710	0.034
1 1 2 1	20	30	34.00	29.60	3	6.770	2.980	0.034
1 1 3 1	20	30	34.00	29.60	3	5.060	2.230	0.038
1 1 3 2	36	46	21.80	16.90	3	7.370	3.610	0.042
1 1 3 3	45	60	16.90	13.40	3	5.220	1.220	0.036

TABLEAU IV.8 APPLICATION DU MODELE DCF2

ech.	press. cm C.E.	ten. % vol.	en eau	ep. cm	D 10-3 cm/s	K 10-5 cm/s	e.t.
10 2 1 1	7 15	36.00 34.00	2	29.100	7.270	0.096	
10 2 1 2	15 25	34.00 29.50	2	2.630	1.180	0.084	
10 2 1 3	25 29	29.50 24.20	2	1.340	1.770	0.065	
10 2 1 4	29 35	24.20 17.20	2	3.910	4.560	0.060	
10 2 1 5	35 45	17.20 13.50	2	5.000	1.850	0.056	
10 2 1 6	45 82	13.50 9.50	2	1.850	0.200	0.053	
11 2 1 1	7 12	36.00 35.20	2	13.700	2.200	0.090	
11 2 1 2	12 31	35.20 28.50	2	1.910	0.674	0.092	
11 2 1 3	31 44	28.50 22.10	2	2.350	1.160	0.062	
11 2 1 4	44 70	22.10 17.40	2	3.280	0.059	0.054	
11 2 1 5	70 100	17.40 14.60	2	1.420	0.132	0.050	
12 2 1 1	7 14	36.00 33.90	2	14.000	4.190	0.064	
12 2 1 2	14 29	33.90 30.40	2	1.700	0.397	0.087	
12 2 1 3	29 43	30.40 25.20	2	2.590	0.962	0.061	
12 2 1 4	43 70	25.20 20.80	2	4.190	0.684	0.071	
12 2 1 5	70 98	20.80 18.50	2	1.760	0.145	0.083	
12 2 1 6	98 243	18.50 10.60	2	0.491	0.027	0.064	
13 2 1 1	7 22	36.00 34.50	2	18.300	1.830	0.060	
13 2 1 2	22 38	34.50 31.90	2	4.500	0.731	0.068	
13 2 1 3	38 57	31.90 29.00	2	7.590	1.160	0.065	
13 2 1 4	57 82	29.00 27.10	2	5.650	0.429	0.106	
13 2 1 5	82 117	27.10 25.10	2	3.520	0.201	0.113	
13 2 1 6	117 243	24.80 17.20	2	0.874	0.053	0.073	
13 2 1 7	243 500	17.20 9.10	2	0.061	0.002	0.070	
14 2 1 1	7 18	36.00 34.50	2	31.200	4.250	0.095	
14 2 1 2	18 37	34.50 30.70	2	14.400	2.870	0.093	
14 2 1 3	37 52	30.70 28.70	2	17.100	2.290	0.105	
14 2 1 4	52 73	28.70 27.34	2	14.200	0.923	0.113	
14 2 1 5	73 107	27.34 25.64	2	11.600	0.582	0.147	
14 2 1 6	107 260	25.64 16.84	2	2.780	0.160	0.050	
15 2 1 1	7 36	36.00 32.50	2	28.900	3.490	0.057	
15 2 1 2	36 72	32.50 31.10	2	35.300	1.370	0.093	
15 2 1 3	72 123	31.10 29.80	2	24.300	0.620	0.093	
15 2 1 4	123 165	29.80 29.10	2	3.350	0.056	0.084	
15 2 1 5	165 246	29.10 25.70	2	0.197	0.008	0.048	
15 2 1 6	246 339	25.70 19.90	2	0.063	0.004	0.069	
16 2 1 1	7 48	36.00 31.75	2	52.900	5.480	0.061	
16 2 1 2	50 96	31.75 29.90	2	20.600	0.829	0.120	
16 2 1 3	96 196	29.90 26.70	2	0.218	0.007	0.051	
18 2 1 1	7 98	36.00 30.00	2	57.000	3.760	0.076	
18 2 1 2	98 155	30.00 28.60	2	2.120	0.052	0.086	
20 2 1 1	7 60	36.20 30.20	2	35.90	4.060	0.067	
20 2 1 2	60 115	30.20 28.10	2	1.960	0.075	0.073	
20 2 1 3	115 185	28.10 26.30	2	1.010	0.026	0.058	
12 2 2 1	100 200	18.00 12.50	2	3.310	0.182	0.048	
12 3 1 1	100 200	18.00 12.50	3	1.460	0.080	0.047	
12 4 1 1	100 200	18.00 12.50	4	0.893	0.049	0.049	
20 3 1 1	6 45	33.70 30.20	3	80.400	7.210	0.060	
20 3 1 2	45 85	30.20 27.80	3	55.300	3.320	0.075	
20 3 1 3	120 200	25.70 22.70	3	8.800	0.330	0.125	
1 3 1 1	2 17	39.50 37.00	1	21.000	3.500	0.068	
1 3 1 2	15 26	37.00 32.50	1	2.150	0.880	0.072	
1 3 1 3	25 34	32.40 25.50	1	2.140	1.640	0.066	
1 3 1 4	33 45	25.50 19.00	1	4.180	2.270	0.063	
1 3 1 5	45 66	19.00 14.00	1	3.810	0.907	0.056	
1 3 1 6	66 95	14.00 11.50	1	0.947	0.082	0.048	
1 3 2 1	2 20	39.50 36.50	1	13.800	2.310	0.074	
1 3 2 2	17 27	36.50 30.00	1	1.090	0.709	0.054	
1 3 2 3	27 36	30.00 24.50	1	1.770	1.080	0.048	
1 3 2 4	36 47	24.50 19.20	1	3.150	1.520	0.054	
1 3 2 5	47 62	19.20 15.50	1	2.590	0.640	0.060	
1 3 2 6	62 68	15.50 13.20	1	1.000	0.385	0.047	
1 2 1 1	2 15	39.00 37.00	2	36.100	5.560	0.095	
1 2 1 2	15 25	37.00 32.50	2	2.630	1.180	0.084	
1 2 1 3	25 30	32.50 27.20	2	1.570	1.660	0.055	
1 2 1 4	30 36	27.20 20.50	2	3.910	4.370	0.060	
1 2 1 5	36 45	20.50 16.50	2	5.000	2.220	0.056	
1 2 1 6	45 82	16.50 12.50	2	1.850	0.200	0.053	
1 1 1 1	10 25	34.10 31.35	3	16.900	3.100	0.055	
1 1 1 2	25 45	31.35 19.00	3	10.200	6.330	0.063	
1 1 1 3	45 65	19.00 12.50	3	5.220	1.700	0.058	
1 1 2 1	20 30	34.00 29.60	3	6.660	2.930	0.057	
1 1 3 1	20 30	34.00 29.60	3	5.010	2.210	0.061	
1 1 3 2	36 46	21.80 16.90	3	7.340	3.600	0.062	
1 1 3 3	45 60	16.90 13.40	3	5.150	1.200	0.057	

TABLEAU IV.9 APPLICATION DU MODELE DCFM

ech.	press. cm C.E.	ten. % vol.	en eau	ep. cm	hl	D 10-3 cm/s	K 10-5 cm/s	e.t.
10 2 1 1	7 15	36.00	34.00	2	71.700	28.900	7.220	0.086
10 2 1 2	15 25	34.00	29.50	2	31.600	3.040	1.370	0.084
10 2 1 3	25 29	29.50	24.20	2	21.300	1.620	2.140	0.063
10 2 1 4	29 35	24.20	17.20	2	2.120	10.900	12.700	0.021
10 2 1 5	35 45	17.20	13.50	2	3.460	10.600	3.920	0.033
10 2 1 6	45 82	13.50	9.50	2	18.500	2.260	0.245	0.050
11 2 1 1	7 12	36.00	35.20	2	71.700	12.200	1.950	0.087
11 2 1 2	12 31	35.20	28.50	2	71.700	2.050	0.724	0.093
11 2 1 3	31 44	28.50	22.10	2	6.490	3.830	1.890	0.051
11 2 1 4	44 70	22.10	17.40	2	5.930	5.460	0.987	0.039
11 2 1 5	70 100	17.40	14.60	2	8.930	2.070	0.193	0.057
12 2 1 1	7 14	36.00	33.90	2	2.270	37.600	11.300	0.039
12 2 1 2	14 29	33.90	30.40	2	71.700	1.820	0.424	0.088
12 2 1 3	29 43	30.40	25.20	2	7.210	4.050	1.500	0.051
12 2 1 4	43 70	25.20	20.80	2	5.610	7.510	1.220	0.063
12 2 1 5	70 98	20.80	18.50	2	71.700	1.880	0.155	0.084
12 2 1 6	98 243	18.50	10.60	2	28.700	0.565	0.031	0.065
13 2 1 1	7 22	36.00	34.50	2	2.770	44.100	4.410	0.053
13 2 1 2	22 38	34.50	31.90	2	10.300	6.550	1.060	0.070
13 2 1 3	38 57	31.90	29.00	2	3.020	18.600	2.840	0.066
13 2 1 4	57 82	29.00	27.10	2	16.500	7.390	0.561	0.110
13 2 1 5	82 117	27.10	25.10	2	5.640	7.940	0.454	0.126
13 2 1 6	117 243	24.80	17.20	2	13.600	1.180	0.071	0.076
13 2 1 7	243 500	17.20	9.10	2	0.653	0.514	0.016	0.012
14 2 1 1	7 18	36.00	34.50	2	4.360	57.200	7.800	0.098
14 2 1 2	18 37	34.50	30.70	2	3.030	34.300	6.860	0.092
14 2 1 3	37 52	30.70	28.70	2	6.750	26.800	3.580	0.108
14 2 1 4	52 73	28.70	27.34	2	14.100	17.300	1.120	0.115
14 2 1 5	73 107	27.34	25.64	2	71.700	6.000	0.300	0.138
14 2 1 6	107 260	25.64	16.84	2	16.300	3.470	0.199	0.048
15 2 1 1	7 36	36.00	32.50	2	3.360	61.000	7.370	0.044
15 2 1 2	36 72	32.50	31.10	2	2.970	78.400	3.050	0.088
15 2 1 3	72 123	31.10	29.80	2	4.720	43.200	1.100	0.096
15 2 1 4	123 165	29.80	29.10	2	5.020	6.710	0.112	0.086
15 2 1 5	165 246	29.10	25.70	2	1.370	0.772	0.032	0.065
15 2 1 6	246 339	25.70	19.90	2	0.669	0.527	0.033	0.013
16 2 1 1	7 48	36.00	31.75	2	2.710	124.000	12.800	0.018
16 2 1 2	50 96	31.75	29.90	2	3.120	47.400	1.910	0.131
16 2 1 3	96 196	29.90	26.70	2	2.450	0.664	0.021	0.083
18 2 1 1	7 98	36.00	30.00	2	2.570	134.000	8.850	0.059
18 2 1 2	98 155	30.00	28.60	2	1.620	8.330	0.205	0.092
20 2 1 1	7 60	36.20	30.20	2	2.520	86.800	9.830	0.054
20 2 1 2	60 115	30.20	28.10	2	1.120	8.960	0.342	0.057
20 2 1 3	115 185	28.10	26.30	2	1.930	3.200	0.082	0.073
12 2 2 1	100 200	18.00	12.50	2	2.790	8.090	0.445	0.055
12 3 1 1	100 200	18.00	12.50	3	1.910	4.440	0.244	0.054
12 4 1 1	100 200	18.00	12.50	4	1.460	3.220	0.177	0.052
20 3 1 1	6 45	33.70	30.20	3	2.950	171.000	15.400	0.057
20 3 1 2	45 85	30.20	27.80	3	2.380	135.000	8.070	0.044
20 3 1 3	120 200	25.70	22.70	3	9.500	12.400	0.466	0.135
1 3 1 1	2 17	39.50	37.00	1	2.090	58.700	9.780	0.050
1 3 1 2	15 26	37.00	32.50	1	2.910	5.630	2.300	0.086
1 3 1 3	25 34	32.40	25.50	1	1.670	7.430	5.700	0.068
1 3 1 4	33 45	25.50	19.00	1	1.410	15.200	8.220	0.030
1 3 1 5	45 66	19.00	14.00	1	1.590	12.800	3.050	0.035
1 3 1 6	66 95	14.00	11.50	1	1.420	3.480	0.300	0.050
1 3 2 1	2 20	39.50	36.50	1	1.970	41.700	6.950	0.060
1 3 2 2	17 27	36.50	30.00	1	1.590	4.160	2.700	0.061
1 3 2 3	27 36	30.00	24.50	1	2.030	5.110	3.120	0.054
1 3 2 4	36 47	24.50	19.20	1	1.590	10.700	5.150	0.039
1 3 2 5	47 62	19.20	15.50	1	1.460	9.520	2.350	0.049
1 3 2 6	62 68	15.50	13.20	1	1.410	3.670	1.410	0.045
1 2 1 1	2 15	39.00	37.00	2	3.390	75.300	11.600	0.107
1 2 1 2	15 25	37.00	32.50	2	3.080	6.970	3.140	0.098
1 2 1 3	25 30	32.50	27.20	2	1.680	5.750	6.090	0.058
1 2 1 4	30 36	27.20	20.50	2	1.460	13.900	15.500	0.024
1 2 1 5	36 45	20.50	16.50	2	1.760	15.900	7.060	0.038
1 2 1 6	45 82	16.50	12.50	2	3.710	3.970	0.429	0.067
1 1 1 1	10 25	34.10	31.35	3	2.980	39.500	7.240	0.056
1 1 1 2	25 45	31.35	19.00	3	1.750	31.600	19.500	0.018
1 1 1 3	45 65	19.00	12.50	3	1.630	17.000	5.540	0.018
1 1 2 1	20 30	34.00	29.60	3	2.020	19.800	8.700	0.049
1 1 3 1	20 30	34.00	29.60	3	1.630	16.800	7.410	0.034
1 1 3 2	36 46	21.80	16.90	3	1.610	23.800	11.700	0.016
1 1 3 3	45 60	16.90	13.40	3	1.830	15.900	3.710	0.040

TABLEAU IV.10 APPLICATION DU MODELE DVF

ech.	press. cm	teta %	ep. cm	D moy 10-3 cm/s	Di/Df	Ki 10-5	Kf cm/s	e.t.
10 2 1 1	7 15	36.00 34.00	2	25.400	18.500	12.000	0.651	0.063
10 2 1 2	15 25	34.00 29.50	2	2.380	44.500	2.090	0.047	0.057
10 2 1 3	25 29	29.50 24.20	2	1.210	10.300	2.920	0.284	0.055
10 2 1 4	29 35	24.20 17.20	2	3.640	1.970	5.630	2.860	0.067
10 2 1 5	35 45	17.20 13.50	2	4.700	2.260	2.410	1.070	0.060
10 2 1 6	45 82	13.50 9.50	2	1.750	5.110	0.316	0.062	0.045
11 2 1 1	7 12	36.00 35.20	2	11.100	18.200	3.370	0.185	0.059
11 2 1 2	12 31	35.20 28.50	2	1.810	304.000	1.270	0.004	0.053
11 2 1 3	31 44	28.50 22.10	2	2.140	4.130	1.700	0.411	0.060
11 2 1 4	44 70	22.10 17.40	2	2.090	2.650	0.810	0.306	0.056
11 2 1 5	70 100	17.40 14.60	2	0.021	1.000	0.002	0.002	0.060
12 2 1 1	7 14	36.00 33.90	2	12.300	7.030	6.460	0.919	0.073
12 2 1 2	14 29	33.90 30.40	2	1.670	145.000	0.774	0.005	0.053
12 2 1 3	29 43	30.40 25.20	2	2.420	3.090	1.360	0.440	0.059
12 2 1 4	43 70	25.20 20.80	2	3.740	6.930	1.070	0.154	0.065
12 2 1 5	70 98	20.80 18.50	2	1.690	121.000	0.275	0.002	0.053
12 2 1 6	98 243	18.50 10.60	2	0.470	26.900	0.049	0.002	0.045
13 2 1 1	7 22	36.00 34.50	2	16.200	9.760	2.940	0.301	0.064
13 2 1 2	22 38	34.50 31.90	2	4.240	12.300	1.270	0.104	0.051
13 2 1 3	38 57	31.90 29.00	2	6.950	7.200	1.860	0.259	0.056
13 2 1 4	57 82	29.00 27.10	2	4.670	477.000	0.708	0.001	0.069
13 2 1 5	82 117	27.10 25.10	2	3.130	342.000	0.357	0.001	0.072
13 2 1 6	117 243	24.80 17.20	2	0.841	54.500	0.100	0.002	0.048
13 2 1 7	243 500	17.20 9.10	2	0.086	178.000	0.005	0.000	0.129
14 2 1 1	7 18	36.00 34.50	2	22.300	19.700	5.790	0.294	0.065
14 2 1 2	18 37	34.50 30.70	2	11.000	25.800	4.240	0.164	0.074
14 2 1 3	37 52	30.70 28.70	2	12.200	36.300	3.170	0.087	0.069
14 2 1 4	52 73	28.70 27.34	2	10.400	42.800	1.320	0.031	0.078
14 2 1 5	73 107	27.34 25.64	2	6.000	326.000	0.598	0.002	0.099
14 2 1 6	107 260	25.64 16.84	2	2.700	3.390	0.240	0.071	0.044
15 2 1 1	7 36	36.00 32.50	2	24.600	14.700	5.560	0.378	0.062
15 2 1 2	36 72	32.50 31.10	2	25.200	18.900	1.860	0.098	0.072
15 2 1 3	72 123	31.10 29.80	2	17.800	20.100	0.864	0.043	0.063
15 2 1 4	123 165	29.80 29.10	2	2.990	21.000	0.095	0.005	0.063
15 2 1 5	165 246	29.10 25.70	2	0.333	203.000	0.028	0.000	0.124
15 2 1 6	246 339	25.70 19.90	2	0.111	306.000	0.014	0.000	0.158
16 2 1 1	7 48	36.00 31.75	2	46.700	17.100	9.150	0.535	0.086
16 2 1 2	50 96	31.75 29.90	2	13.300	34.900	1.040	0.030	0.081
16 2 1 3	96 196	29.90 26.70	2	0.175	10.300	0.010	0.001	0.173
18 2 1 1	7 98	36.00 30.00	2	44.100	16.100	5.480	0.340	0.077
18 2 1 2	98 155	30.00 28.60	2	1.850	37.300	0.088	0.002	0.063
20 2 1 1	7 60	36.20 30.20	2	28.800	14.900	6.110	0.409	0.069
20 2 1 2	60 115	30.20 28.10	2	1.810	2.300	0.096	0.042	0.074
20 2 1 3	115 185	28.10 26.30	2	0.954	4.190	0.040	0.009	0.051
12 2 2 1	100 200	18.00 12.50	2	3.170	2.760	0.256	0.093	0.045
12 3 1 1	100 200	18.00 12.50	3	1.420	1.750	0.099	0.057	0.046
12 4 1 1	100 200	18.00 12.50	4	0.887	1.070	0.050	0.047	0.049
20 3 1 1	6 45	33.70 30.20	3	64.900	18.000	11.000	0.613	0.058
20 3 1 2	45 85	30.20 27.80	3	42.500	18.100	4.840	0.267	0.084
20 3 1 3	120 200	25.70 22.70	3	6.020	43.600	0.442	0.010	0.080
1 3 1 1	2 17	39.50 37.00	1	17.600	11.400	5.390	0.474	0.072
1 3 1 2	15 26	37.00 32.50	1	1.990	14.900	1.530	0.103	0.050
1 3 1 3	25 34	32.40 25.50	1	1.920	6.220	2.530	0.407	0.060
1 3 1 4	33 45	25.50 19.00	1	3.940	1.990	2.840	1.430	0.069
1 3 1 5	45 66	19.00 14.00	1	3.600	2.120	1.170	0.549	0.061
1 3 1 6	66 95	14.00 11.50	1	0.935	1.240	0.089	0.072	0.049
1 3 2 1	2 20	39.50 36.50	1	11.600	10.900	3.540	0.324	0.076
1 3 2 2	17 27	36.50 30.00	1	0.912	5.620	1.010	0.179	0.056
1 3 2 3	27 36	30.00 24.50	1	1.750	1.430	1.250	0.879	0.048
1 3 2 4	36 47	24.50 19.20	1	3.010	1.910	1.900	0.996	0.057
1 3 2 5	47 62	19.20 15.50	1	2.430	2.300	0.835	0.363	0.061
1 3 2 6	62 68	15.50 13.20	1	0.996	1.110	0.401	0.362	0.048
1 2 1 1	2 15	39.00 37.00	2	25.100	17.300	7.320	0.422	0.063
1 2 1 2	15 25	37.00 32.50	2	2.380	22.700	2.060	0.090	0.058
1 2 1 3	25 30	32.50 27.20	2	1.280	8.110	2.420	0.298	0.057
1 2 1 4	30 36	27.20 20.50	2	3.490	3.720	6.140	1.650	0.072
1 2 1 5	36 45	20.50 16.50	2	4.610	3.460	3.180	0.920	0.063
1 2 1 6	45 82	16.50 12.50	2	1.750	5.370	0.318	0.059	0.045
1 1 1 1	10 25	34.10 31.35	3	15.400	11.200	5.200	0.463	0.060
1 1 1 2	25 45	31.35 19.00	3	9.220	6.020	9.760	1.620	0.083
1 1 1 3	45 65	19.00 12.50	3	4.570	5.640	2.520	0.447	0.074
1 1 2 1	20 30	34.00 29.60	3	5.920	8.180	4.640	0.568	0.065
1 1 3 1	20 30	34.00 29.60	3	4.420	5.620	3.300	0.587	0.072
1 1 3 2	36 46	21.80 16.90	3	6.680	4.130	5.270	1.270	0.079
1 1 3 3	45 60	16.90 13.40	3	4.670	4.21	1.760	0.418	0.063

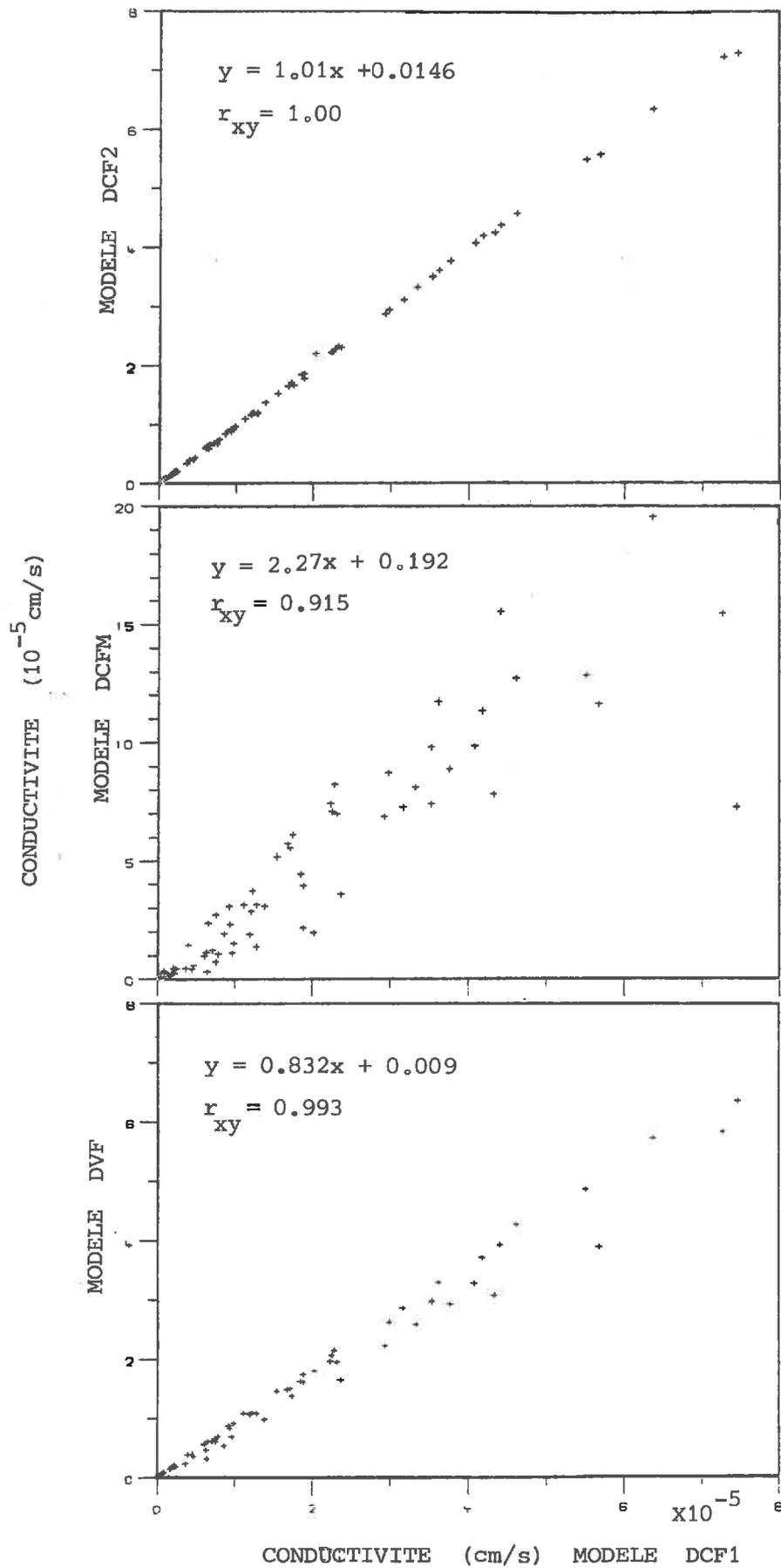


FIGURE IV.18. : Diagrammes de dispersion des coefficients estimés à l'aide des modèles DCF1, DCF2, DCFM et DVF. Présentation des équations de régression et des coefficients de corrélation linéaire r_{xy}

IV.2.2.5. Examen de deux autres modèles

Les solutions présentées dans les points précédents dépendent de conditions initiales et aux limites peu représentatives de la réalité et revêtent par conséquent un caractère empirique et subjectif. De surcroît, les courbes de drainage $Q_R(t)$ ne sont pas simulées avec beaucoup de précision, ce qui rend l'estimation des paramètres assez délicate. Il nous paraît justifié dans le cadre de nos objectifs de rechercher d'autres solutions, pas moins subjectives pour autant, mais permettant une estimation plus précise des paramètres grâce à une meilleure simulation des courbes de drainage observées.

Un premier modèle présenté ci-dessous (ERF) peut être considéré comme une reformulation et une extension de la méthode de BUTYN and WESSELING (1959) prévue pour les temps courts et dénommée *square root of time method* (voir point IV.2.2.4.1). Le modèle suppose que l'échantillon peut être assimilé à un domaine semi-infini.

Un deuxième modèle, dénommé ici CAP, est basé sur la loi de POISEUILLE d'écoulement dans des *capillaires*. Nous proposons une solution de ce type principalement dans le but de montrer l'importance de *l'interconnection des pores*, concept englobant différents phénomènes mal connus énumérés antérieurement tels que le piégeage d'air, la tortuosité, l'eau immobile, etc.....

IV.2.2.5.1. ERF, colonne de hauteur semi-infinie

Comme hypothèse principale nous postulons que, *quel que soit le temps*, la teneur en eau à un endroit donné de la colonne $\theta(z,t)$ ne dépend pas de sa longueur et qu'elle est définie comme si cette longueur était *semi-infinie*. La diffusivité est supposée constante.

Cette hypothèse est classiquement faite pour des temps définis par (BUTYN and WESSELING, 1959, GUPTA et al., 1974):

$$t < \frac{0.2 L^2}{D} \quad (\text{IV.2.89})$$

En se référant à la figure IV.16.a, on remarque que cette condition correspond à un volume relatif d'eau drainée inférieur à 50 %. Au delà de cette limite, l'hypothèse d'une hauteur semi-infinie n'est en principe plus exacte.

Le modèle ERF consiste à admettre cette hypothèse pour des temps plus longs également, tout en apportant une correction appropriée. Il sera montré plus loin que cela permet de simuler mieux l'entièreté de la courbe de drainage Q_R , ce qui permet une estimation plus aisée des paramètres. On rejette donc en fait l'hypothèse que pour $z = L$ le gradient de teneur en eau doit être nul (voir IV.2.33).

L'équation générale de diffusion (IV.2.38) soumise aux conditions aux limites d'une colonne semi-infinie (IV.2.34) à (IV.2.37) peut être résolue par application de la *transformation de LAPLACE* et donne la solution bien connue :

$$\theta^+(z, t) = \frac{\theta(z, t) - \theta_\infty}{\theta_0 - \theta_\infty} = \operatorname{erf} \left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}} \right) \quad (\text{IV.2.90})$$

ou encore

$$\theta^+(z, t) = \operatorname{erf} \left(\frac{z/L}{\sqrt{4 Dt/L^2}} \right) \quad (\text{IV.2.91})$$

Lorsque Dt/L^2 vaut 0.2, la teneur en eau à la limite supérieure de l'échantillon vaut :

$$\theta^+ \left(L, t = \frac{0.2 L^2}{D} \right) = 0.9 \quad (\text{IV.2.92})$$

Le volume d'eau drainé au temps t est défini par l'expression suivante :

$$Q(t) = \int_0^\infty [\theta_0 - \theta(z, t)] dz - \int_L^\infty [\theta_0 - \theta(z, t)] dz \quad (\text{IV.2.93})$$

Ceci est illustré à la figure IV.19.

D'après (IV.2.90) on peut écrire :

$$\theta_0 - \theta(z,t) = 1 - [\theta(z,t) - \theta_\infty] = (\theta_0 - \theta_\infty) \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}} \right) \quad (\text{IV.2.94})$$

où $\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}$ est la *fonction erreur complémentaire*.

Ceci permet d'écrire la relation (IV.2.91) sous la forme :

$$Q(t) = \int_0^\infty (\theta_0 - \theta_\infty) \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}} \right) dz - \int_L^\infty (\theta_0 - \theta_\infty) \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}} \right) dz \quad (\text{IV.2.95})$$

En sachant que le volume d'eau drainé après un temps ∞ est défini par :

$$Q_\infty = L (\theta_0 - \theta_\infty) \quad (\text{IV.2.96})$$

On peut écrire :

$$Q_R(t) = \frac{Q(t)}{Q_\infty} = 2 \sqrt{\frac{Dt}{\pi L^2}} - \frac{1}{L} \int_L^\infty \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4Dt}} \right) dz \quad (\text{IV.2.97})$$

Le premier terme du membre de droite représente la solution adoptée par BUTYN and WESSELING (1959) lorsque le temps est défini par $t < 0.2 L^2/D$ ce qui a déjà été montré (IV.2.2.4.1). On peut résoudre le second terme en posant (**) :

$$\xi = \frac{z}{\sqrt{4Dt}} \quad \text{et} \quad w = \frac{L}{\sqrt{4Dt}} \quad (\text{IV.2.98})$$

(**) Voir CARLSLAW and JAEGER (1959) p. 483.

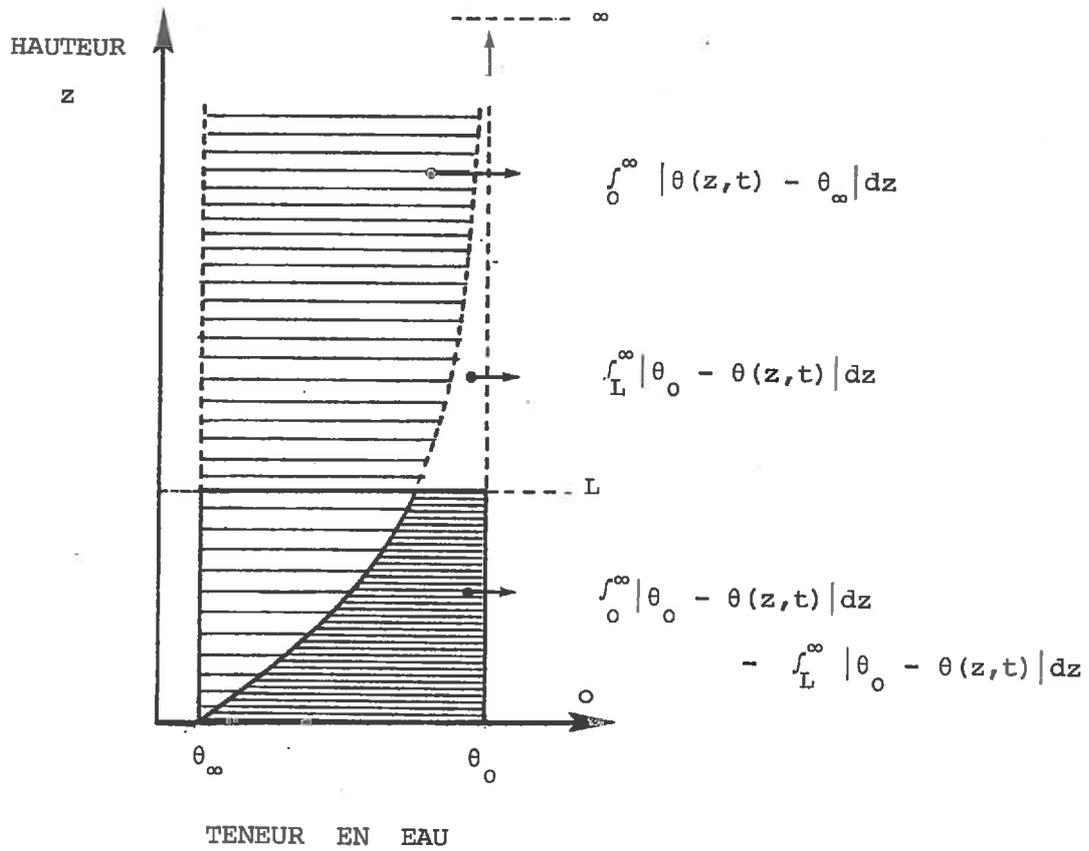


FIGURE IV.19. : Illustration du principe du modèle ERF

et sachant que l'intégrale donnée par (IV.2.46) s'écrit :

$$\int_w^\infty \operatorname{erfc}(\xi) d\xi = \operatorname{ierfc}(w) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-w^2} - w \cdot \operatorname{erfc}(w) \quad (\text{IV.2.99})$$

on peut finalement écrire :

$$Q_R(t) = 2 \sqrt{\frac{Dt}{\pi L^2}} - \frac{1}{L} \sqrt{4Dt} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-w^2} - w \cdot \operatorname{erfc}(w) \right] \quad (\text{IV.2.100})$$

ou en remplaçant w par sa valeur :

$$Q_R(t) = (1 - e^{-L^2/4Dt}) \sqrt{\frac{4Dt}{\pi L^2}} + \operatorname{erfc}\left(\frac{L}{\sqrt{4Dt}}\right) \quad (\text{IV.2.101})$$

ERF

IV.2.2.5.2. CAP : solution basée sur l'application de la loi de POISEUILLE

Partant de la considération que l'application de conditions aux limites de teneur en eau est critiquable (IV.2.2.3), car le drainage de l'échantillon n'est en fait pas un phénomène diffusif, des solutions basées sur la loi d'écoulement dans des *capillaires* ont été cherchées. Différents modèles peuvent être construits car différentes hypothèses peuvent être postulées, mais nous ne cherchons ici que celui qui permet de simuler les courbes de drainage avec le plus de précision.

A un instant t donné, on assimile l'écoulement dans les pores à un *écoulement laminaire* dans un faisceau de tubes capillaires de longueur L et de diamètre ϕ . La vitesse de l'eau dans ces capillaires v_p est donnée par la loi de POISEUILLE (1844) modifiée par l'intervention d'un *facteur d'interconnection entre pores* τ :

$$v_p = \frac{\tau^2 \phi^2 g}{32 \nu} j(t) \quad (\text{IV.2.102})$$

g = accélération gravitaire

ν = viscosité cinématique

j = perte de charge linéaire au temps (t)

Nous posons ensuite une série d'hypothèses.

- La *section d'écoulement* A dépend du temps t car elle est définie en fonction de la teneur en eau moyenne du milieu poreux $\bar{\theta}(t)$. La *section d'écoulement* $A(t)$ fait intervenir une certaine quantité d'eau immobile que l'on suppose, par simplicité, être constante dans l'épisode considéré et égale à la teneur en eau finale $\bar{\theta}_{im} = \bar{\theta}_{\infty}$.

La *section d'écoulement* au temps t par unité de surface de l'échantillon (surface perpendiculaire à l'axe général d'écoulement) peut donc s'écrire :

$$A(t) = \bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_{\infty} \quad (\text{IV.2.103})$$

et

$$dA(t)/dt = d\bar{\theta}(t)/dt \quad (\text{IV.2.104})$$

Le flux sortant du milieu poreux est alors donné par :

$$v(t) = v_p(t) \cdot A(t) \quad (\text{IV.2.105})$$

- La section est composée d'un ensemble de *sections circulaires* dont le diamètre $\bar{\phi}$ est supposé constant durant l'épisode en question.
- Il y a une *relation linéaire* entre la teneur en eau moyenne $\bar{\theta}(t)$ et la pression d'eau :

$$P(t) = a + b \bar{\theta}(t) \quad (\text{IV.2.106})$$

- Le *gradient de perte de charge* vaut :

$$j(t) = (P_{\infty} - P(t))/L \quad (\text{IV.2.107})$$

ou

$$j(t) = -b (\bar{\theta} - \bar{\theta}_{\infty})/L \quad (\text{IV.2.108})$$

Ces hypothèses permettent d'écrire la relation (IV.2.102) sous la forme :

$$v(t) = \frac{\tau^2 \bar{\phi}^2 g (P_{\infty} - P(t)) (\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_{\infty})}{32 \cdot v \cdot L} \quad (\text{IV.2.109})$$

Conformément à l'hypothèse (IV.2.106) :

$$(P_{\infty} - P(t)) = \frac{\Delta P}{\Delta \theta} (\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}_{\infty}) \quad (\text{IV.2.110})$$

et en posant :

$$X_c = \frac{\tau \bar{\phi}^2 g}{32 \nu} \quad (\text{IV.2.111})$$

on peut écrire (IV.2.109) sous la forme :

$$v(t) = X_c \frac{A^2(t) \Delta P}{L \Delta \theta} \quad (\text{IV.2.112})$$

D'autre part, le volume d'eau écoulé au temps t peut être défini par :

$$Q(t) = L(\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}(t)) \quad (\text{IV.2.113})$$

et la dérivée est donc définie par le flux :

$$v(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -L \frac{dA(t)}{dt} \quad (\text{IV.2.114})$$

En remplaçant (IV.2.105) dans (IV.2.114) on obtient :

$$\frac{dA(t)}{dt} = - \frac{X_c \Delta P}{L^2 \Delta \theta} A^2(t) \quad (\text{IV.2.115})$$

avec

$$\Delta \theta = (\bar{\theta}_0 - \bar{\theta}_{\infty}) = A(0)$$

Par intégration de cette équation on définit $A(t)$:

$$A(t) = \frac{L^2 \Delta \theta}{X_c \Delta P t + L^2 \Delta \theta \cdot C_1} \quad (\text{IV.2.116})$$

La constante C_1 est calculable car si $t = 0$, $A(0) = \Delta \theta$ et on a :

$$C_1 = \frac{1}{\Delta \theta} \quad (\text{IV.2.117})$$

Comme la courbe du volume d'eau drainée est donnée par :

$$Q(t) = L [\Delta \theta - A(t)] \quad (\text{IV.2.118})$$

On peut exprimer la courbe de drainage

$$Q_R(t) = Q(t)/L \Delta\theta$$

ou

$$Q_R(t) = 1 - \frac{1}{\frac{X_c \Delta P t}{L^2} + 1} \quad (\text{IV.2.119})$$

CAP

Dans les autres modèles, il y a un *terme adimensionnel* qui permet de comparer les courbes. Il s'agit de Dt/L^2 .

D'après ces modèles, ce terme adimensionnel est toujours constant pour un Q_R donné.

Par analogie, on peut considérer le terme $X_c \Delta P$ qui a les dimensions d'une diffusivité mais qui dépend linéairement de la différence de pression ΔP .

Or, il faut remarquer que la dépendance des courbes de drainage vis-à-vis de ΔP a été montrée expérimentalement au point IV.1.5.4. Ici, si $t_{0.5}$ représente le temps correspondant au drainage de la moitié de la quantité d'eau drainée après un temps infini ($Q_R = 0.5$), on peut calculer $X_c \Delta P$ en remplaçant Q_R par 0.5 dans l'équation (IV.2.119) :

$$X_c \Delta P = \frac{L^2}{t_{0.5}} \quad (\text{IV.2.120})$$

La figure IV.20 montre bien la relation observée entre $\frac{L^2}{t_{0.5}}$ et ΔP pour un sable de 1 cm d'épaisseur, données extraites du tableau présenté au point IV.1.5.4.

Ces observations, faites avant l'élaboration du modèle CAP, étaient en contradiction avec toutes les théories existantes pour lesquelles il est évident que Dt/L^2 est constant pour un Q_R donné, quel que soit le ΔP appliqué. Le modèle CAP est le seul qui soit en accord avec ces observations. Ces observations viennent donc justifier les nouvelles hypothèses émises et principalement les hypothèses qui expriment que la section d'écoulement à un moment donné dépend linéairement de l'accroissement de pression ΔP .

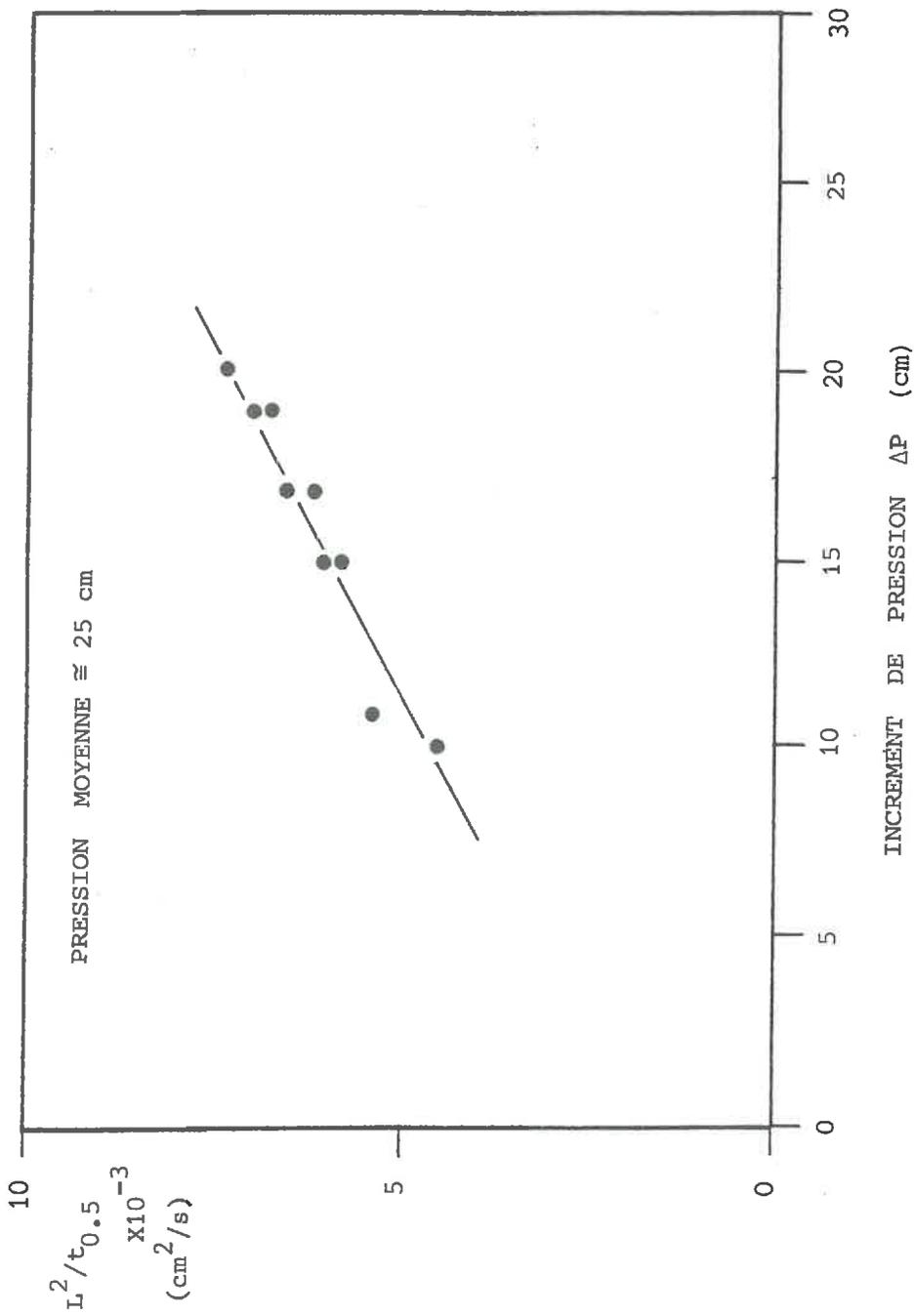


FIGURE IV.20. : Relation expérimentale entre l'incrément de pression appliqué ΔP et le rapport entre le carré de la hauteur et le temps nécessaire au drainage de 50 % du volume d'eau, dans le cas d'un échantillon de sable de 2 cm d'épaisseur soumis à une pression moyenne de 25 cm de colonne d'eau.

Une autre considération importante concerne le *facteur d'interconnection des pores* τ . Grâce à la loi de JURIN (I.2.6.) on peut estimer un *diamètre équivalent* à partir d'une succion donnée. Si h_o et h_∞ sont les succions initiale et finale d'un épisode de drainage, on peut estimer un *diamètre équivalent* de pores par la formule approchée :

$$\bar{\phi}^2 = \frac{(0.3)^2}{2} \left(\frac{1}{h_o^2} + \frac{1}{h_\infty^2} \right) \quad (\text{IV.2.121})$$

En combinant cette équation avec (IV.2.111) on obtient :

$$\tau^2 = \frac{64 \cdot v \cdot X_c}{(0.3)^2 \cdot \left(\frac{1}{h_o^2} + \frac{1}{h_\infty^2} \right) \cdot g} \quad (\text{IV.2.122})$$

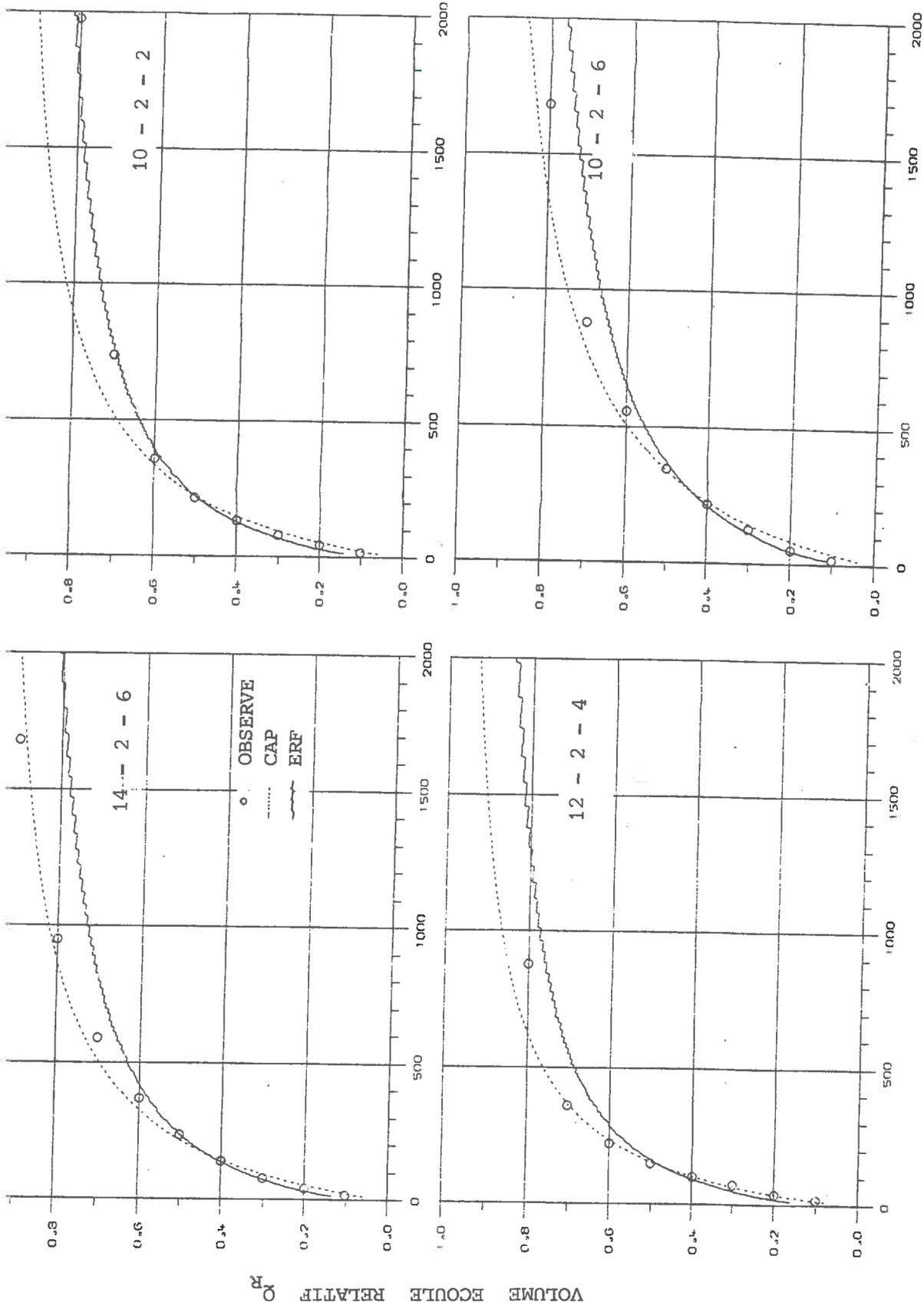
ou encore dans le système cgs

$$\tau = 0.0909 \sqrt{\frac{X_c}{\frac{1}{h_o^2} + \frac{1}{h_\infty^2}}} \quad (\text{IV.2.123})$$

Pratiquement, nous avons calculé que le *facteur d'interconnection* peut varier de 0.005 à 0.10 environ (voir tableau IV.12). C'est donc un facteur très important bien que le modèle CAP soit déjà en lui-même assez restrictif pour l'écoulement.

IV.2.2.5.3. Comparaison entre les nouveaux modèles et les modèles classiques

La figure IV.21 montre les courbes observées déjà présentées à la figure IV.17 et les courbes simulées par les modèles ERF et CAP. Les tableaux IV.11 et IV.12 donnent les coefficients estimés dans le cas des 75 courbes expérimentales. Le tableau IV.12 présente les valeurs de $X_c \Delta P$ et $X_c \Delta \theta$ en raison de leur analogie dimensionnelle avec respectivement D et K des autres modèles. Dans ce tableau est également présentée la valeur du *facteur d'interconnection des pores* τ . Calculé par (IV.2.123) X_c du modèle CAP représente une conductivité capillaire qui ne se rapporte qu'à la section des pores participant à l'écoulement. Pour pouvoir faire une analogie avec une conductivité de DARCY K , il est par conséquent nécessaire de tenir compte de la fraction de porosité participant à l'écoulement.



TEMPS EN S

FIGURE IV.17. : Exemples de simulations de courbes de drainage observées à l'aide des modèles ERF et CAP.

TABLEAU IV.11 APPLICATION DU MODELE ERF

ech.	press. cm C.E.	ten. % vol.	en eau	ep. cm	D 10-3 cm/s	K 10-5 cm/s	e.t.
10 2 1 1	7 15	36.00	34.00	2	43.100	10.800	0.035
10 2 1 2	15 25	34.00	29.50	2	4.120	1.850	0.025
10 2 1 3	25 29	29.50	24.20	2	1.970	2.610	0.023
10 2 1 4	29 35	24.20	17.20	2	4.330	5.050	0.076
10 2 1 5	35 45	17.20	13.50	2	5.480	2.030	0.083
10 2 1 6	45 82	13.50	9.50	2	2.510	0.271	0.030
11 2 1 1	7 12	36.00	35.20	2	26.300	4.210	0.053
11 2 1 2	12 31	35.20	28.50	2	3.190	1.120	0.017
11 2 1 3	31 44	28.50	22.10	2	3.340	1.640	0.056
11 2 1 4	44 70	22.10	17.40	2	3.530	0.638	0.080
11 2 1 5	70 100	17.40	14.60	2	2.290	0.214	0.050
12 2 1 1	7 14	36.00	33.90	2	19.000	5.700	0.080
12 2 1 2	14 29	33.90	30.40	2	2.940	0.686	0.015
12 2 1 3	29 43	30.40	25.20	2	3.630	1.350	0.061
12 2 1 4	43 70	25.20	20.80	2	5.600	0.913	0.052
12 2 1 5	70 98	20.80	18.50	2	2.910	0.239	0.028
12 2 1 6	98 243	18.50	10.60	2	0.716	0.039	0.021
13 2 1 1	7 22	36.00	34.50	2	25.000	2.500	0.068
13 2 1 2	22 38	34.50	31.90	2	8.030	1.300	0.033
13 2 1 3	38 57	31.90	29.00	2	12.000	1.830	0.054
13 2 1 4	57 82	29.00	27.10	2	9.290	0.706	0.033
13 2 1 5	82 117	27.10	25.10	2	6.540	0.374	0.039
13 2 1 6	117 243	24.80	17.20	2	1.330	0.080	0.030
13 2 1 7	243 500	17.20	9.10	2	0.072	0.002	0.048
14 2 1 1	7 18	36.00	34.50	2	39.100	5.330	0.030
14 2 1 2	18 37	34.50	30.70	2	23.400	4.680	0.060
14 2 1 3	37 52	30.70	28.70	2	25.600	3.410	0.036
14 2 1 4	52 73	28.70	27.34	2	20.600	1.330	0.044
14 2 1 5	73 107	27.34	25.64	2	17.100	0.855	0.073
14 2 1 6	107 260	25.64	16.84	2	3.860	0.222	0.052
15 2 1 1	7 36	36.00	32.50	2	36.200	4.370	0.055
15 2 1 2	36 72	32.50	31.10	2	41.000	1.590	0.041
15 2 1 3	72 123	31.10	29.80	2	30.200	0.770	0.027
15 2 1 4	123 165	29.80	29.10	2	5.060	0.084	0.039
15 2 1 5	165 246	29.10	25.70	2	0.237	0.010	0.031
15 2 1 6	246 339	25.70	19.90	2	0.059	0.004	0.049
16 2 1 1	7 48	36.00	31.75	2	68.600	7.110	0.093
16 2 1 2	50 96	31.75	29.90	2	26.900	1.080	0.047
16 2 1 3	96 196	29.90	26.70	2	0.271	0.0087	0.030
18 2 1 1	7 98	36.00	30.00	2	63.900	4.210	0.065
18 2 1 2	98 155	30.00	28.60	2	3.610	0.089	0.054
20 2 1 1	7 60	36.20	30.20	2	47.400	5.370	0.058
20 2 1 2	60 115	30.20	28.10	2	2.730	0.104	0.080
20 2 1 3	115 185	28.10	26.30	2	1.600	0.041	0.049
12 2 2 1	100 200	18.00	12.50	2	5.070	0.279	0.055
12 3 1 1	100 200	18.00	12.50	3	2.520	0.139	0.063
12 4 1 1	100 200	18.00	12.50	4	0.922	0.051	0.069
20 3 1 1	6 45	33.70	30.20	3	105.000	9.420	0.058
20 3 1 2	45 85	30.20	27.80	3	60.600	3.640	0.079
20 3 1 3	120 200	25.70	22.70	3	13.900	0.521	0.050
1 3 1 1	2 17	39.50	37.00	1	25.500	4.250	0.074
1 3 1 2	15 26	37.00	32.50	1	3.380	1.380	0.030
1 3 1 3	25 34	32.40	25.50	1	2.650	2.030	0.052
1 3 1 4	33 45	25.50	19.00	1	6.130	3.320	0.094
1 3 1 5	45 66	19.00	14.00	1	5.170	1.230	0.081
1 3 1 6	66 95	14.00	11.50	1	1.580	0.136	0.072
1 3 2 1	2 20	39.50	36.50	1	21.800	3.630	0.078
1 3 2 2	17 27	36.50	30.00	1	1.310	0.851	0.023
1 3 2 3	27 36	30.00	24.50	1	2.560	1.560	0.067
1 3 2 4	36 47	24.50	19.20	1	4.470	2.150	0.076
1 3 2 5	47 62	19.20	15.50	1	3.680	0.908	0.070
1 3 2 6	62 68	15.50	13.00	1	1.530	0.580	0.071
1 2 1 1	2 15	39.00	37.00	2	43.100	6.630	0.033
1 2 1 2	15 25	37.00	32.50	2	4.120	1.850	0.025
1 2 1 3	25 30	32.50	27.20	2	1.880	1.990	0.025
1 2 1 4	30 36	27.20	20.50	2	4.330	4.840	0.076
1 2 1 5	36 45	20.50	16.50	2	5.480	2.440	0.083
1 2 1 6	45 82	16.50	12.50	2	2.510	0.271	0.030
1 1 1 1	10 25	34.10	31.35	3	30.100	5.520	0.072
1 1 1 2	25 45	31.35	19.00	3	11.100	6.850	0.099
1 1 1 3	45 65	19.00	12.50	3	5.990	1.950	0.075
1 1 2 1	20 30	34.00	29.60	3	8.620	3.790	0.058
1 1 3 1	20 30	34.00	29.60	3	5.680	2.500	0.072
1 1 3 2	36 46	21.80	16.90	3	7.700	3.770	0.102
1 1 3 3	45 60	16.90	13.40	3	5.960	1.390	0.073

TABLEAU IV.12 APPLICATION DU MODELE CAP

ech.	press. cm C.E.	ten. % vol.	en eau	ep. cm	D 10-3 cm/s	K 10-5 cm/s	e.t.
10 2 1 1	7 15	36.00	34.00	2	103.000	25.800	0.070
10 2 1 2	15 25	34.00	29.50	2	4.000	1.800	0.050
10 2 1 3	25 29	29.50	24.20	2	1.700	2.250	0.043
10 2 1 4	29 35	24.20	17.20	2	3.120	3.630	0.025
10 2 1 5	35 45	17.20	13.50	2	7.880	2.910	0.022
10 2 1 6	45 82	13.50	9.50	2	2.990	0.323	0.037
11 2 1 1	7 12	36.00	35.20	2	109.000	17.400	0.058
11 2 1 2	12 31	35.20	28.50	2	2.120	0.749	0.066
11 2 1 3	31 44	28.50	22.10	2	2.210	1.090	0.008
11 2 1 4	44 70	22.10	17.40	2	4.210	0.761	0.014
11 2 1 5	70 100	17.40	14.60	2	3.090	0.289	0.040
12 2 1 1	7 14	36.00	33.90	2	37.700	11.300	0.025
12 2 1 2	14 29	33.90	30.40	2	3.780	0.882	0.068
12 2 1 3	29 43	30.40	25.20	2	3.040	1.130	0.012
12 2 1 4	43 70	25.20	20.80	2	5.810	0.947	0.020
12 2 1 5	70 98	20.80	18.50	2	5.590	0.459	0.048
12 2 1 6	98 243	18.50	10.60	2	0.435	0.024	0.050
13 2 1 1	7 22	36.00	34.50	2	72.000	7.200	0.011
13 2 1 2	22 38	34.50	31.90	2	11.800	1.920	0.040
13 2 1 3	38 57	31.90	29.00	2	16.300	2.490	0.014
13 2 1 4	57 82	29.00	27.10	2	21.300	1.620	0.081
13 2 1 5	82 117	27.10	25.10	2	13.600	0.775	0.082
13 2 1 6	117 243	24.80	17.20	2	0.815	0.049	0.042
13 2 1 7	243 500	17.20	9.10	2	0.045	0.001	0.017
14 2 1 1	7 18	36.00	34.50	2	115.000	15.700	0.056
14 2 1 2	18 37	34.50	30.70	2	21.600	4.320	0.052
14 2 1 3	37 52	30.70	28.70	2	49.600	6.610	0.072
14 2 1 4	52 73	28.70	27.34	2	66.300	4.290	0.084
14 2 1 5	73 107	27.34	25.64	2	47.400	2.370	0.132
14 2 1 6	107 260	25.64	16.84	2	2.090	0.120	0.029
15 2 1 1	7 36	36.00	32.50	2	46.500	5.620	0.023
15 2 1 2	36 72	32.50	31.10	2	132.000	5.120	0.050
15 2 1 3	72 123	31.10	29.80	2	105.000	2.670	0.056
15 2 1 4	123 165	29.80	29.10	2	31.700	0.529	0.040
15 2 1 5	165 246	29.10	25.70	2	0.189	0.008	0.121
15 2 1 6	246 339	25.70	19.90	2	0.066	0.004	0.007
16 2 1 1	7 48	36.00	31.75	2	69.500	7.200	0.041
16 2 1 2	50 96	31.75	29.90	2	62.700	2.520	0.086
16 2 1 3	96 196	29.90	26.70	2	0.470	0.015	0.256
18 2 1 1	7 98	36.00	30.00	2	49.900	3.290	0.032
16 2 1 2	98 155	30.00	28.60	2	9.720	0.239	0.036
20 2 1 1	7 60	36.20	30.20	2	32.600	3.690	0.028
20 2 1 2	60 115	30.20	28.10	2	5.400	0.206	0.029
20 2 1 3	115 185	28.10	26.30	1	3.610	0.093	0.019
12 2 2 1	100 200	18.00	12.50	2	3.770	0.207	0.021
12 3 1 1	100 200	18.00	12.50	3	1.630	0.090	0.020
12 4 1 1	100 200	18.00	12.50	4	0.967	0.053	0.017
20 3 1 1	6 45	33.70	30.20	3	126.000	11.300	0.012
20 3 1 2	45 85	30.20	27.80	3	118.000	7.100	0.032
20 3 1 3	120 200	25.70	22.70	3	21.300	0.798	0.107
1 3 1 1	2 17	39.50	37.00	1	46.400	7.740	0.024
1 3 1 2	15 26	37.00	32.50	1	3.200	1.310	0.036
1 3 1 3	25 34	32.40	25.50	1	1.880	1.440	0.015
1 3 1 4	33 45	25.50	19.00	1	3.650	1.980	0.038
1 3 1 5	45 66	19.00	14.00	1	4.440	1.060	0.026
1 3 1 6	66 95	14.00	11.50	1	2.300	0.198	0.020
1 3 2 1	2 20	39.50	36.50	1	26.000	4.340	0.029
1 3 2 2	17 27	36.50	30.00	1	1.030	0.672	0.032
1 3 2 3	27 36	30.00	24.50	1	2.020	1.230	0.025
1 3 2 4	36 47	24.50	19.20	1	3.490	1.680	0.022
1 3 2 5	47 62	19.20	15.50	1	4.130	1.020	0.013
1 3 2 6	62 68	15.50	13.20	1	2.610	1.000	0.023
1 2 1 1	2 15	39.00	37.00	2	101.000	15.600	0.065
1 2 1 2	15 25	37.00	32.50	2	4.000	1.800	0.050
1 2 1 3	25 30	32.50	27.20	2	1.810	1.920	0.029
1 2 1 4	30 36	27.20	20.50	2	3.250	3.630	0.025
1 2 1 5	36 45	20.50	16.50	2	7.290	3.240	0.022
1 2 1 6	45 82	16.50	12.50	2	2.990	0.323	0.037
1 1 1 1	10 25	34.10	31.35	3	37.700	6.920	0.019
1 1 1 2	25 45	31.35	19.00	3	4.650	2.870	0.043
1 1 1 3	45 65	19.00	12.50	3	4.450	1.450	0.029
1 1 2 1	20 30	34.00	29.60	3	8.950	3.940	0.011
1 1 3 1	20 30	34.00	29.60	3	6.460	2.840	0.020
1 1 3 2	36 46	21.80	16.90	3	8.380	4.110	0.043
1 1 3 3	45 60	16.90	13.40	3	8.510	1.990	0.020

On peut écrire la proportionalité suivante :

$$K = C \cdot X_c \Delta\theta \quad (\text{IV.2.124})$$

où le facteur de proportionalité C peut être estimé en comparant le modèle CAP avec un modèle dérivé de l'équation générale d'écoulement. La figure IV.22 (a) montre la corrélation trouvée entre les conductivités estimées par ERF et le terme $X_c \Delta\theta$ du modèle CAP. L'équation de régression est :

$$K = 0.0091 + 0.224 X_c \Delta\theta \quad (\text{IV.2.125})$$

le coefficient de corrélation linéaire vaut : 0.988.

A la figure IV.22 (b), est montrée la corrélation entre les conductivités calculées par ERF et par DCF 1.

Un critère objectif de comparaison des cinq modèles présentés est *l'écart-type résiduel* σ_r défini par (IV.2.17). Au tableau IV.13 sont données les valeurs moyennes des écarts-types calculés pour 75 épisodes de drainage observés.

TABLEAU IV.13. : Comparaison entre les écarts-types moyens correspondant aux différents modèles analytiques.

DCF 1	DCF 2	DCFM	DVF	ERF	CAP
0.0580	0.0708	0.0636	0.0672	0.0545	0.0416

On remarque que ce sont bien les modèles ERF et CAP qui simulent le mieux les courbes observées. Le fait de tenir compte de l'impédance de la membrane n'apporte qu'une faible amélioration à ce niveau. Il en va de même pour l'hypothèse d'une diffusivité variable.

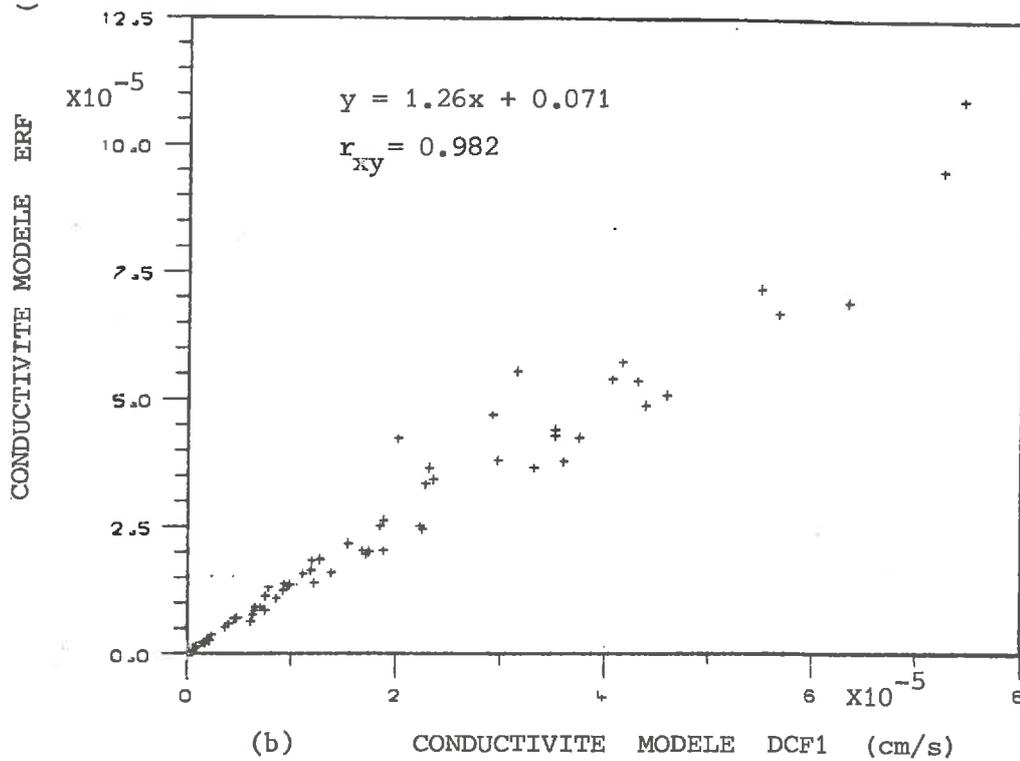
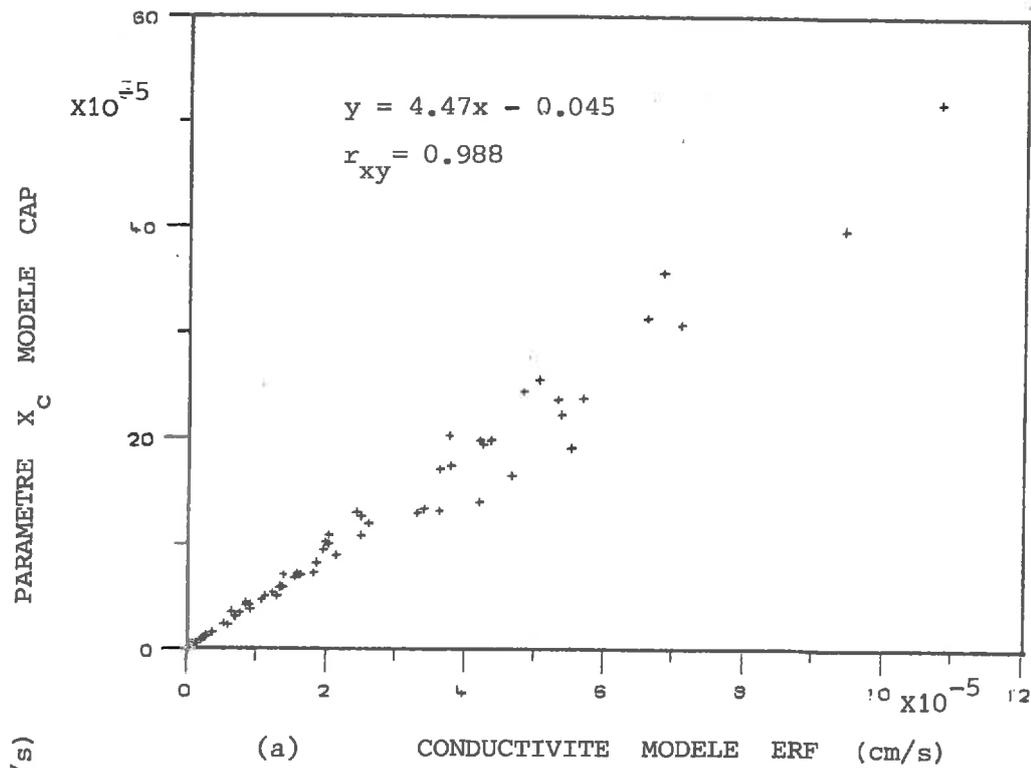


FIGURE IV.22. : Diagrammes de dispersion des coefficients estimés à l'aide des modèles CAP, ERF et DCF1. Présentation des équations de régression et des coefficients de corrélation linéaire r_{xy} .

L'examen des figures IV.18 et IV.22 ainsi que du tableau IV.13 nous amène à formuler la conclusion que les différents modèles analysés donnent des valeurs d'un coefficient de diffusivité se situant dans un intervalle dont la limite supérieure (DCF_M) est pratiquement de l'ordre de trois fois la limite inférieure (DVF).

Le modèle ERF permet non seulement de simuler avec précision les courbes observées, mais conduit à des paramètres dont les valeurs se situent pratiquement au centre de l'intervalle.

Dans la suite de ce travail, ce sont les coefficients estimés par ERF qui seront retenus pour caractériser les milieux poreux étudiés. L'intérêt du modèle CAP se situe surtout au niveau de la compréhension des mécanismes d'écoulement et notamment au niveau du rôle joué par le *facteur d'interconnection* τ . En guise de récapitulation, la figure IV.23 présente le *diagramme adimensionnel* $Q_R(t) = f(Dt/L^2)$ où dans le cas de DVF, D est égal à la diffusivité finale D_∞ et dans le cas de CAP, D est égal à $X_c \Delta P$.

Cette figure permet d'estimer avec une précision très acceptable la valeur des coefficients de transfert en choisissant un point d'interconnection entre la courbe théorique correspondant au modèle choisi et la courbe observée. Nous proposons d'utiliser le point correspondant à la moitié du volume d'eau drainé. Dans le cas du modèle ERF, la diffusivité peut alors être estimée grâce à :

$$D = 0.25 \frac{L^2}{t_{0.5}} \quad (\text{IV.2.126})$$

Nous avons vérifié que cette procédure d'estimation conduit (dans le cas de ERF) en moyenne à un écart de 10 % entre les diffusivités estimées par DCF, DCF_M, DVF et ERF par rapport à la procédure d'estimation numérique et qu'elle est donc tout à fait satisfaisante en pratique.

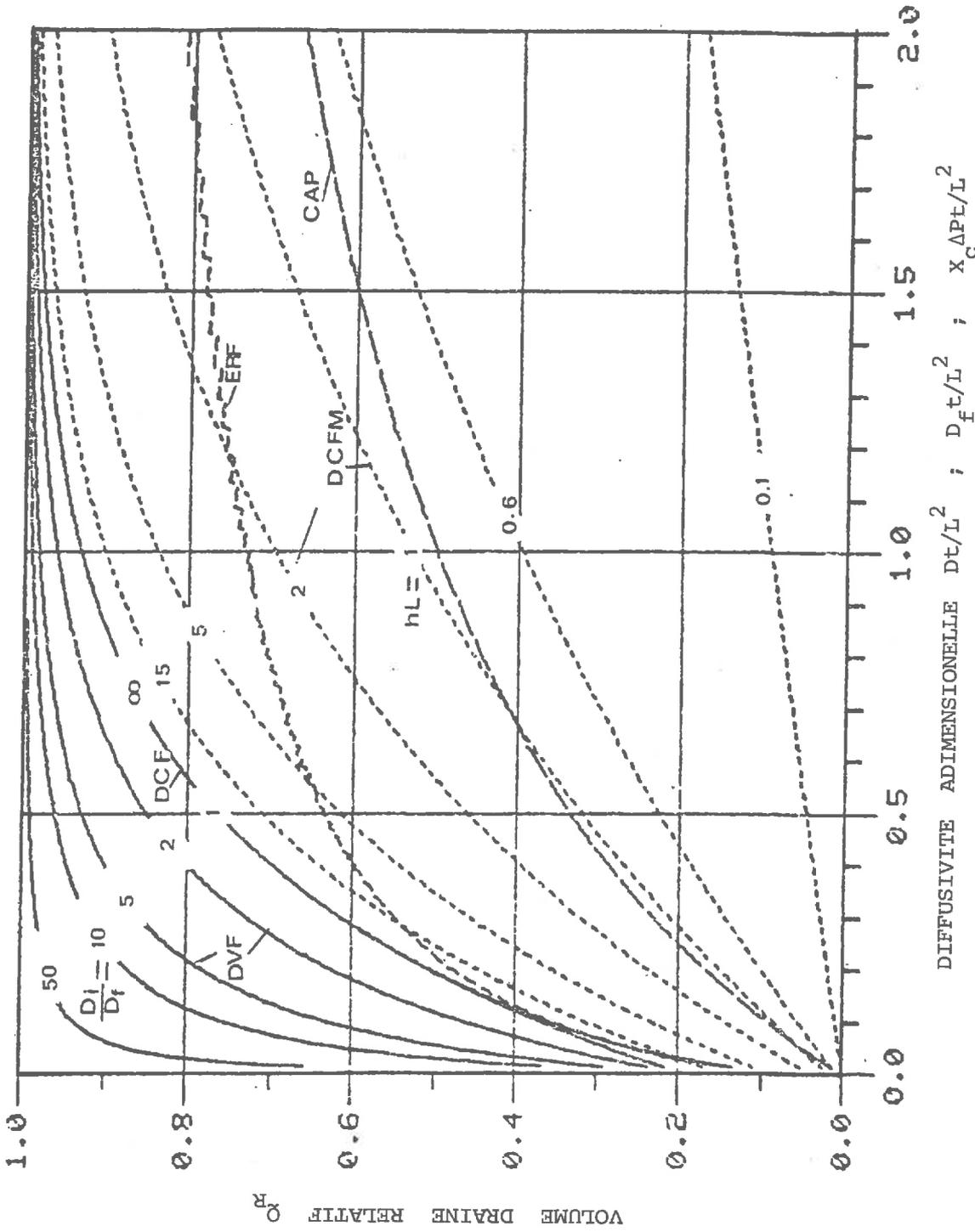


FIGURE IV.23. : Diagramme adimensionnel des courbes théoriques de drainage $Q_R = f(Dt/L^2)$ relatif aux modèles DCF, DCFM, DVF, ERF et CAP

CONCLUSIONS

Ce chapitre était consacré à l'examen d'une technique expérimentale couramment utilisée en physique du sol ainsi qu'à différentes méthodes de détermination des propriétés de rétention et de transfert d'eau y faisant appel.

En ce qui concerne tout d'abord la technique expérimentale, les conclusions suivantes peuvent être énoncées :

- Il est préférable d'utiliser des membranes en fibre synthétique que des plaques en céramique.
- Il est souhaitable d'enregistrer les mesures car les phénomènes sont assez rapides, surtout lors de l'utilisation de membranes.
- La technique est relativement simple et permet une reproductibilité satisfaisante des mesures.
- Son principal avantage métrologique est qu'elle est basée sur des mesures globales effectuées aux limites de l'échantillon de sol.
- Son principal inconvénient est l'utilisation obligatoire d'une membrane ou plaque semi-perméable dont on ne maîtrise pas bien l'incidence sur le phénomène observé.

Ensuite, du point de vue de la détermination des propriétés des sols, on peut émettre les idées suivantes :

- Il est probable que les conditions aux limites classiquement utilisées pour élaborer les modèles analytiques ne soient pas vraiment représentatives des conditions réelles. Par conséquent, ces modèles ont un caractère empirique et subjectif.
- On peut douter de la validité de la définition du coefficient de diffusivité hydraulique. En effet, cette définition n'est valable que lorsque la relation entre la succion et la teneur en eau est unique, ce qui ne semble pas être le cas. De plus, les observations faites à l'aide de l'atténuation gamma montrent l'existence d'écoulements allant d'une teneur en eau faible vers une teneur en eau élevée, ce qui est contraire au concept de diffusion.

- Le fait que plusieurs modèles différents et théoriquement équivalents puissent simuler les phénomènes observés conduit à penser qu'il n'est pas possible de dissocier les coefficients et les modèles utilisés pour les estimer. On ne peut utiliser ces coefficients pour caractériser les sols quantitativement et avec précision. On ne peut actuellement, avec des méthodes expérimentales telles que celles qui sont présentées dans ce chapitre, que caractériser très qualitativement les propriétés hydrodynamiques des sols.

Il serait très souhaitable de chercher une solution numérique plus exacte du problème physique envisagé. Toutefois, cette solution devra prendre en charge les phénomènes tels que le piégeage d'air.

Finalement, comment peut-on interpréter ces résultats à la lumière des propriétés géométriques des milieux poreux ? Une première réponse à cette question est de comparer qualitativement les coefficients estimés à l'aide du modèle statique d'interaction de pores et ceux estimés à l'aide des méthodes dynamiques. Le modèle d'interaction de pores semble être actuellement la meilleure méthode de calcul des propriétés de transfert à partir des propriétés géométriques. La différence entre valeurs calculées et mesurées (modèles dynamiques) doit donc forcément être instructive du point de vue des possibilités de rapprochement entre géométrie et propriétés de transfert. Il y aurait intérêt aussi à rechercher une méthode de calcul des coefficients de transfert qui soit plus simple mais équivalente au modèle statique. Une deuxième réponse serait d'étudier les possibilités d'une approche microscopique plus détaillée, mais ceci sort du cadre de ce travail.

CHAPITRE V

RELATIONS ENTRE LA GEOMETRIE DES MILIEUX POREUX ET LEURS PROPRIETES DE RETENTION ET DE TRANSFERT

INTRODUCTION

Ce chapitre envisage le problème de la *prédiction* des propriétés de rétention et de transfert d'eau des milieux poreux naturels à partir de leurs *caractéristiques géométriques*. L'approche est plus empirique que fondamentale car les propriétés dont il est question ne peuvent être décrites de façon rigoureuse. Les données expérimentales sont les courbes caractéristiques de rétention et les coefficients de transfert des échantillons de mélanges sable-loess (IV.1.1) ainsi que leurs caractéristiques géométriques déterminées par porosimétrie. Après l'application de la technique de la cellule de pression à membrane, plusieurs grumeaux (6 à 10) de chaque échantillon ont été analysés par porosimétrie à mercure.

Le premier paragraphe est consacré aux propriétés de rétention. Etant donné l'équivalence entre les courbes de rétention et de distribution des pores, par application de la loi de JURIN (I.2.5.), on peut comparer les techniques d'intrusion de mercure et de désorption d'eau.

Le deuxième paragraphe est consacré au calcul des propriétés de transfert à partir des caractéristiques géométriques. Les propriétés de transfert sont représentées par les courbes donnant la relation entre la conductivité hydraulique et le teneur en eau $K(\theta)$. Le chapitre précédent a montré que ces courbes, estimées à l'aide de la technique de la cellule de pression à membrane n'étaient pas assez précises pour pouvoir être considérées comme des vraies caractéristiques mais qu'elles avaient principalement une *valeur qualitative*.

Nous n'avons par conséquent pas de référence précise pour tester des méthodes de calcul de $K(\theta)$ à partir des caractéristiques géométriques. La critique ne peut donc être que qualitative également. Tout d'abord, *l'efficience du modèle statique* d'interaction de pores, utilisé dans le chapitre précédent, est analysé à partir d'une comparaison entre les courbes de transfert $K(\theta)$ calculées à l'aide de ce modèle et les valeurs estimées à l'aide du modèle dynamique ERF. Ensuite, une *nouvelle méthode* de calcul est dérivée du modèle statique, de façon à pouvoir prédire les propriétés de transfert à partir des grandeurs géométriques caractéristiques définies dans le deuxième chapitre. L'objectif est d'avoir une méthode équivalente au modèle statique mais plus simple car ne faisant appel qu'à un nombre réduit de *paramètres cartographiables*.

Le dernier paragraphe est consacré à une discussion concernant l'influence des *hétérogénéités géométriques micro- et macroscopiques* sur la détermination des propriétés de rétention et de transfert à l'échelle du terrain.

V.1. PROPRIETES DE RETENTION

V.1.1. Méthode de comparaison entre la technique d'intrusion de mercure et celle de désorption d'eau

Les 9 échantillons de mélanges sable-loess dont il est question dans le chapitre précédent ont été analysés par porosimétrie à mercure. La porosimétrie a été effectuée sur 6 à 10 grumeaux de chaque échantillon dont les codes ont été explicités au point (IV.1.1). Chacun des 9 échantillons est ainsi caractérisé par une *courbe porosimétrique moyenne* et par des *grandeurs géométriques*. De plus, des *courbes caractéristiques de rétention* ont été déterminées à partir des courbes porosimétriques selon la méthode présentée au point (II.1.4). La porosimétrie à mercure ne permet pas de mesurer le volume des pores plus petits que $0.04 \mu\text{m}$. Les comparaisons entre courbes obtenues par la porosimétrie à mercure et par désorption d'eau nécessitent une translation qui revient à définir une *teneur en eau effective* :

$$\theta_e = \theta - \theta_r \quad (\text{V.1.1})$$

où θ_r correspond à la porosité volumique correspondant aux pores plus petits que $0.04 \mu\text{m}$ ou à des succions supérieures à 75000 cm de colonne d'eau.

Inversément, la technique de désorption d'eau permet également la détermination de grandeurs géométriques caractéristiques. Les grandeurs déterminées par désorption d'eau sont symbolisées à l'aide d'un accent : ϕ'_m , r'_e , etc....

V.1.2. Comparaison des courbes et des grandeurs caractéristiques

Les figures V.1 à V.9 présentent les points expérimentaux des courbes $\theta_e(h)$ ainsi que les distributions des logarithmes des diamètres des pores Λ obtenus par les deux méthodes, l'une basée sur l'intrusion de mercure et l'autre sur la désorption d'eau. On remarque tout d'abord l'excellente *reproductibilité* des courbes $\theta_e(h)$ obtenues par porosimétrie à mercure. Ensuite, on constate que les deux méthodes donnent des courbes dont l'allure est semblable d'une méthode à l'autre. Toutefois, pour les échantillons 16, 18 et 20, il y a une différence relativement importante pour les faibles suctions. La porosimétrie montre nettement l'existence d'un *point d'entrée d'air* h_p (suction marquant la transition entre une faible et une forte décroissance de la courbe caractéristique de rétention), ce qui n'est pas le cas pour la méthode de désorption d'eau. Par contre, dans ce cas il semble y avoir tout de même une certaine variation de pente à une suction plus élevée que dans le cas de l'intrusion de mercure. Près de la saturation, la courbe de rétention obtenue par désorption d'eau a tendance à se situer en-dessous de celle obtenue par intrusion de mercure, c'est-à-dire que la teneur en eau à une suction donnée est plus faible.

Qualitativement, la forme des courbes de distribution des pores est assez semblable d'une méthode à l'autre. On constate malgré tout un léger déplacement du pic principal vers la gauche (diamètres plus petits) dans le cas de la méthode de désorption d'eau.

Des grandeurs géométriques caractéristiques ont été calculées à partir des courbes porosimétriques moyennes obtenues par les deux méthodes. Elles sont présentées dans le tableau V.1. Le fait d'avoir analysé pour chaque échantillon plusieurs grumeaux au porosimètre à mercure, permet de calculer la *précision* de chaque grandeur caractéristique obtenue par cette méthode. Le tableau V.2 donne les *grandeurs géométriques moyennes* et leurs *coefficients de variation* respectifs. La figure V.10 présente graphiquement les grandeurs obtenues par les deux méthodes ainsi que leur précision. On peut dire que les échantillons sont *macroscopiquement homogènes*, car les coefficients de variation des diamètres moyens sont essentiellement dus aux *hétérogénéités microscopiques*. En effet, au point

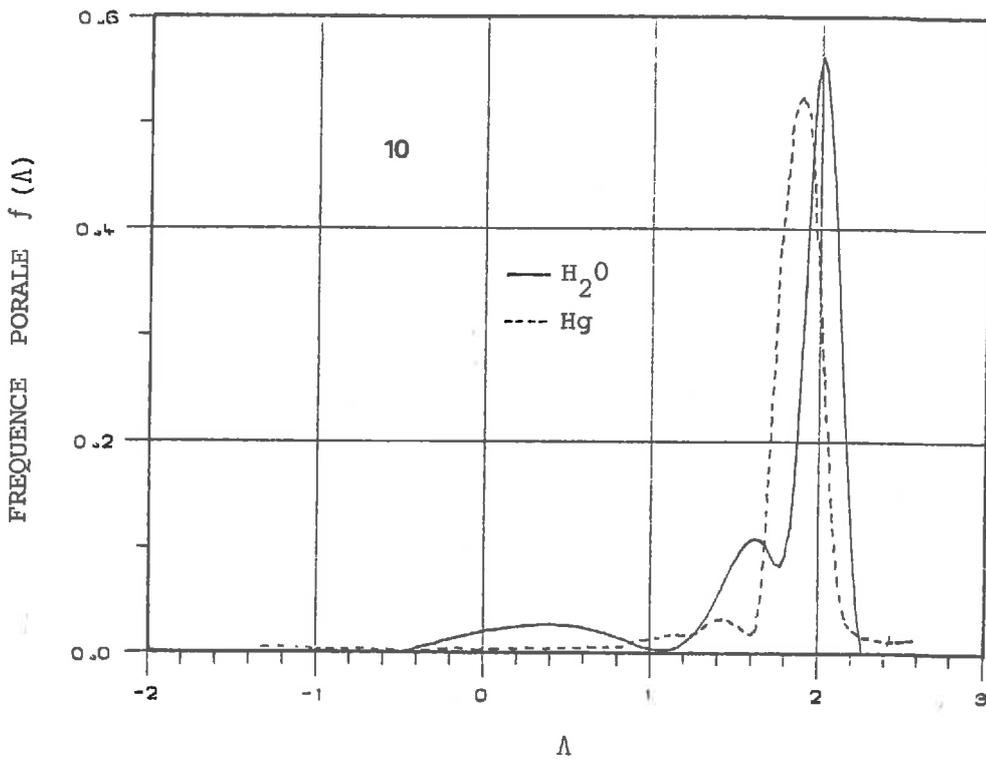
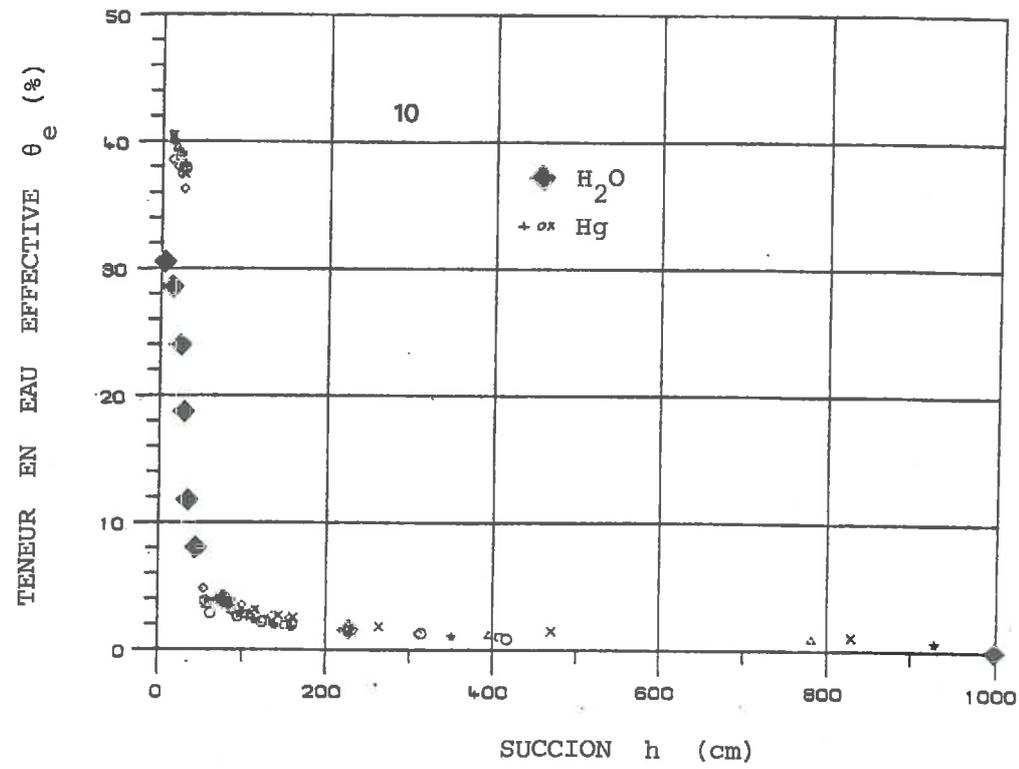


FIGURE V.1. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distributions porosimétriques de l'échantillon 100 % sable, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

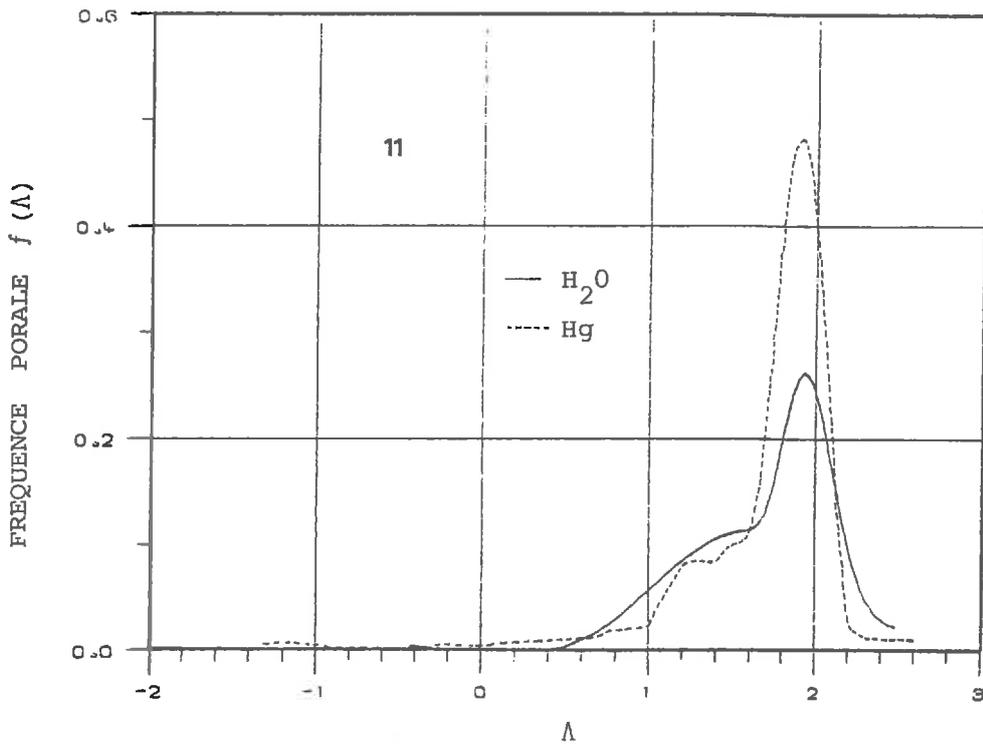
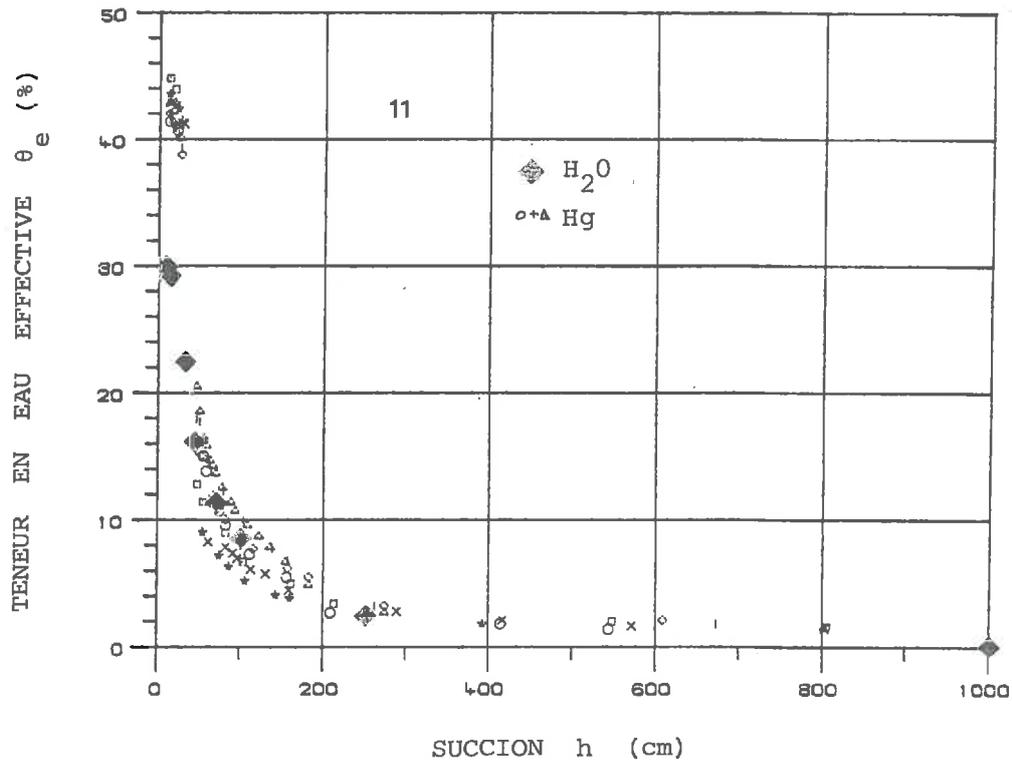


FIGURE V.2. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distributions porosimétriques de l'échantillon 90 % sable - 10 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

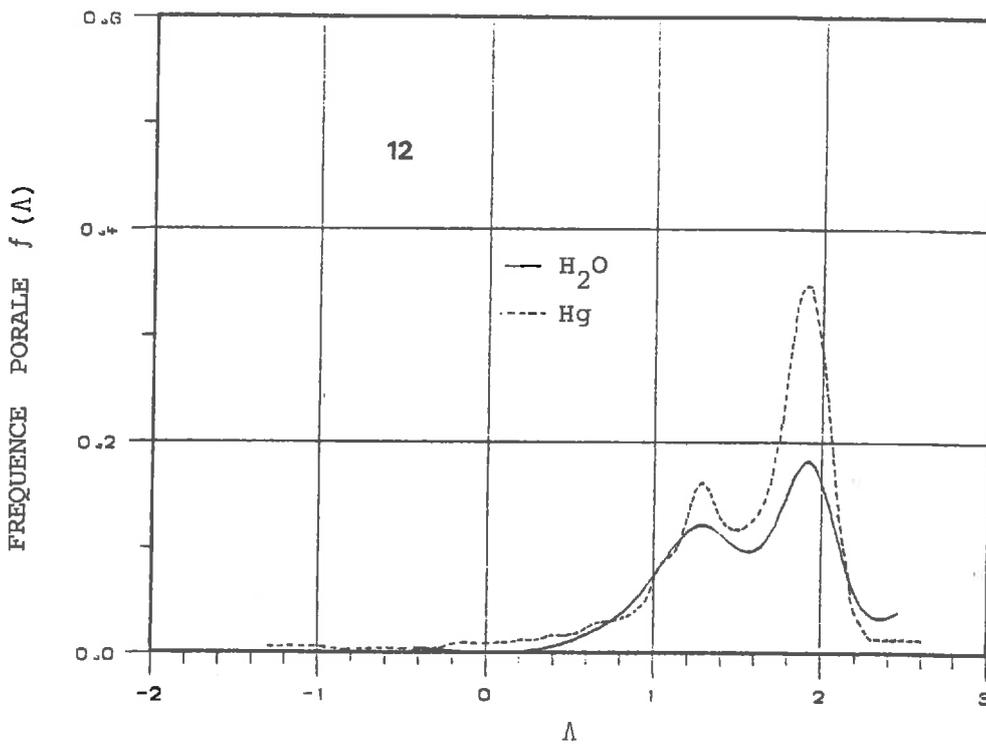
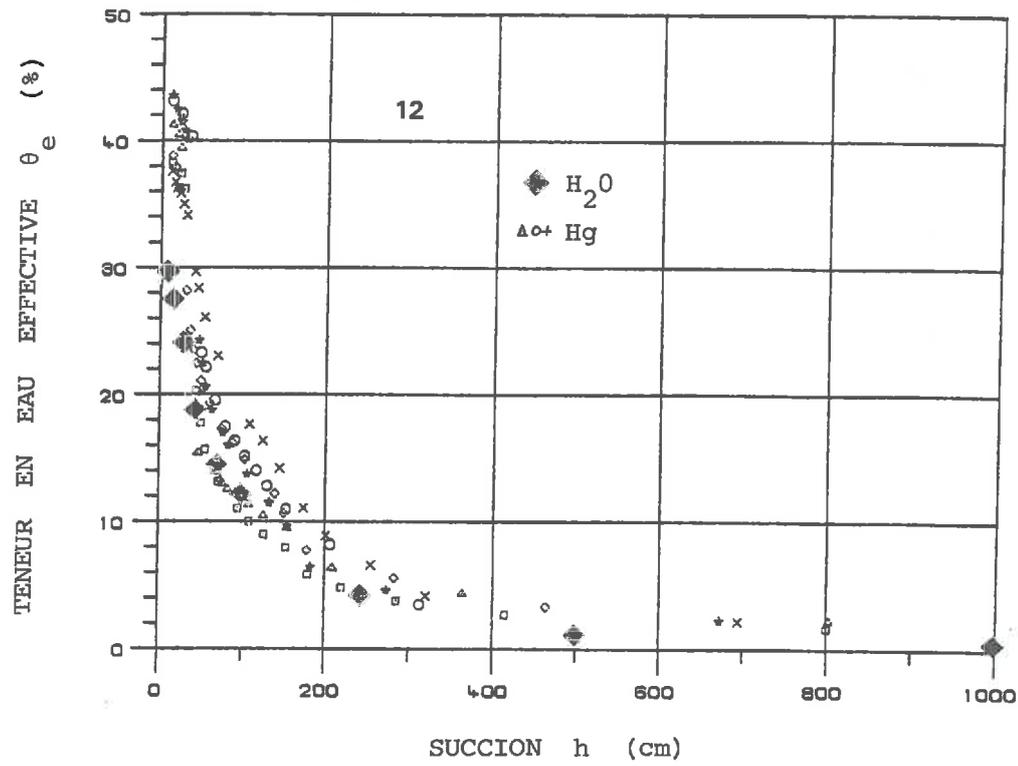


FIGURE V.3. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distributions porosimétriques de l'échantillon 80 % sable - 20 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

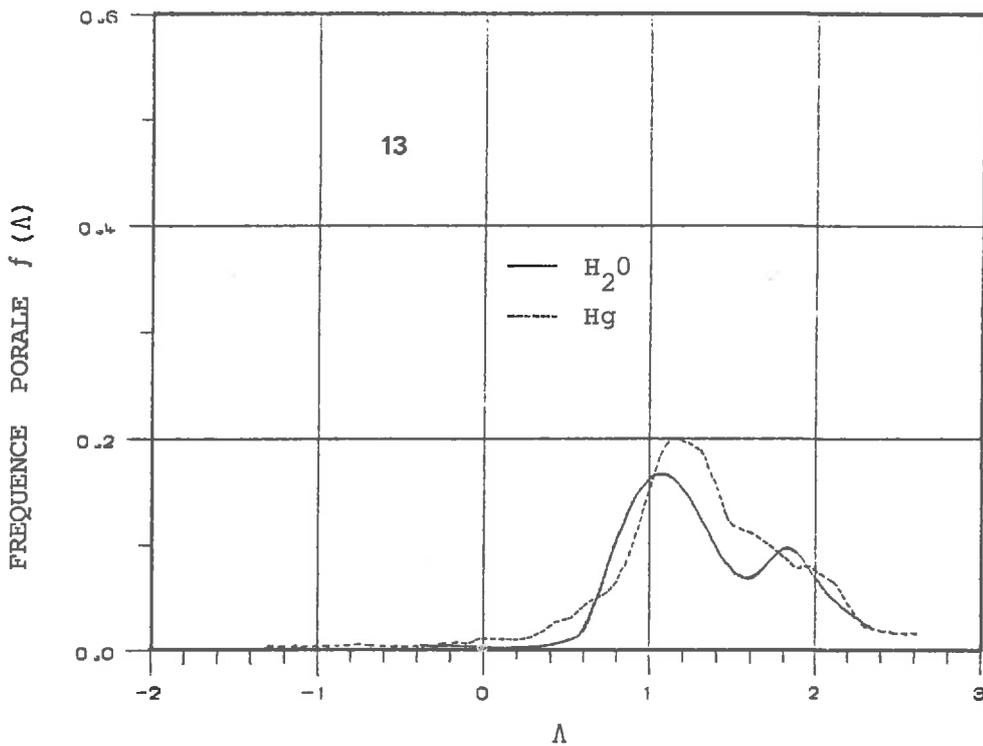
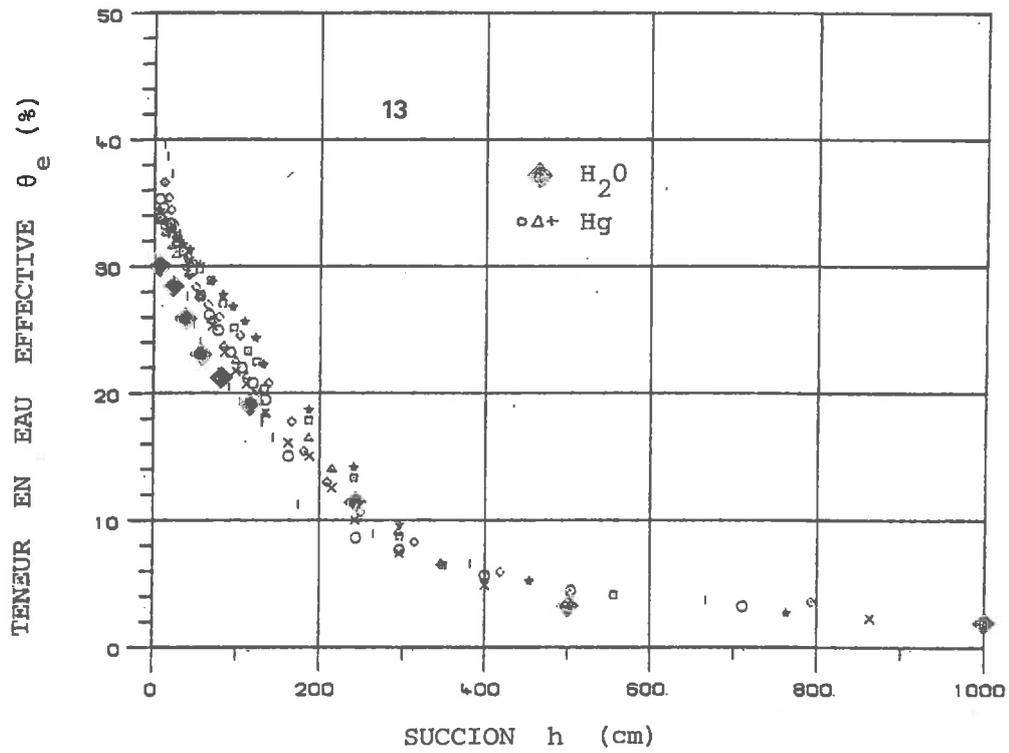


FIGURE V.4. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distributions porosimétriques de l'échantillon 70 % sable - 30 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

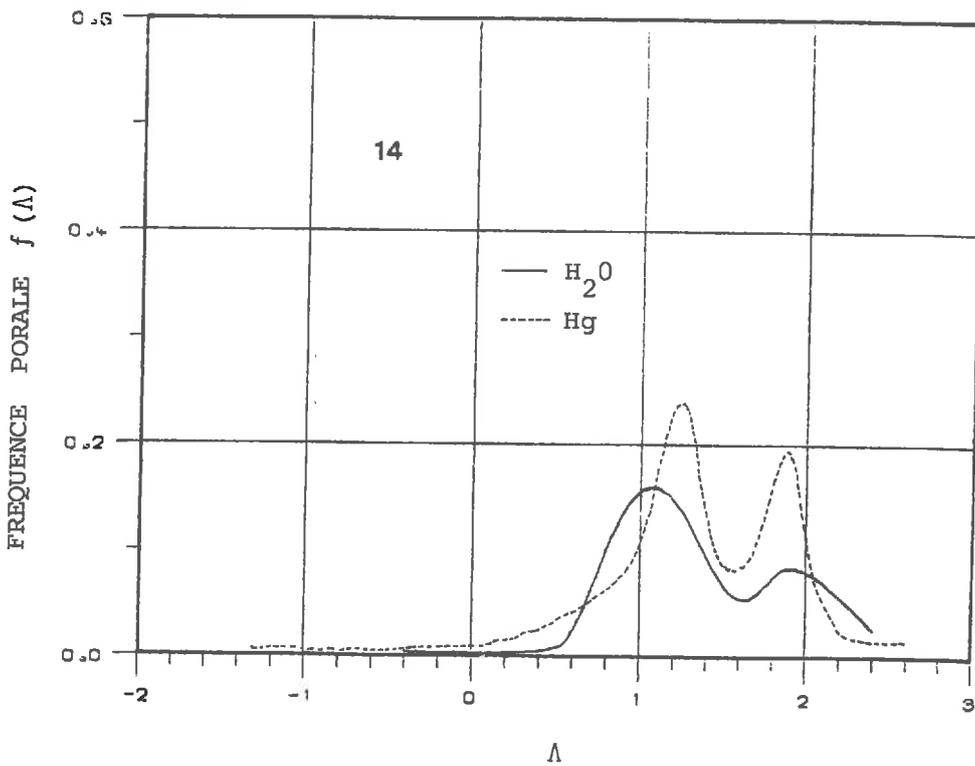
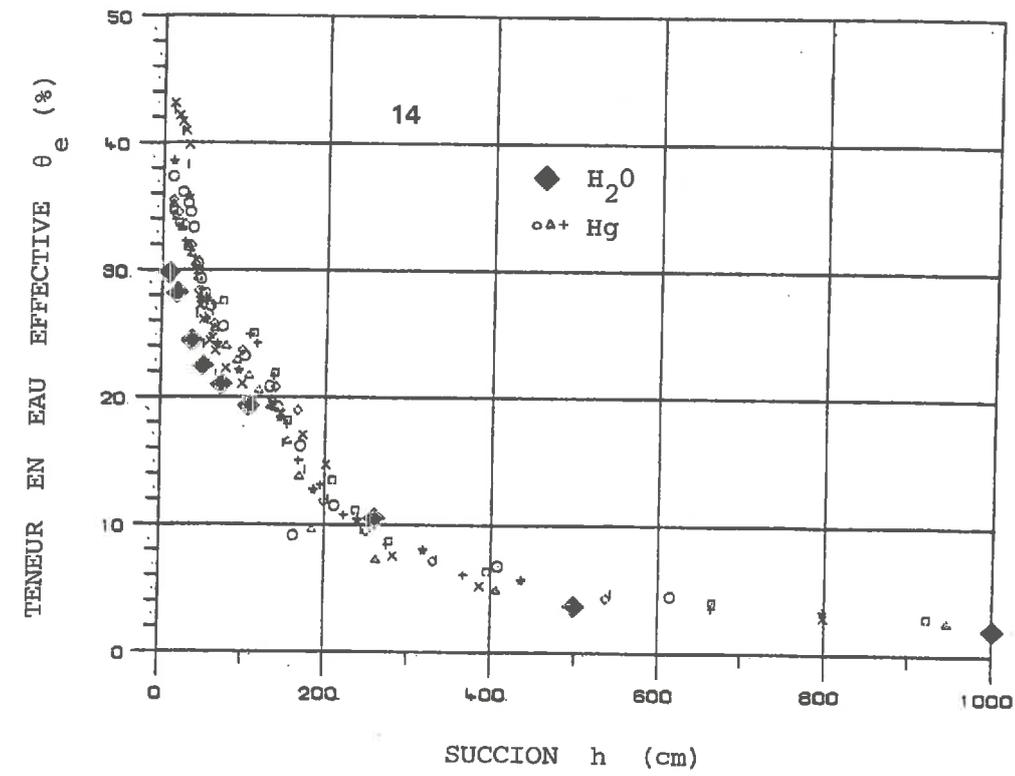


FIGURE V.5. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distribution porosimétrique de l'échantillon 60 % sable - 40 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

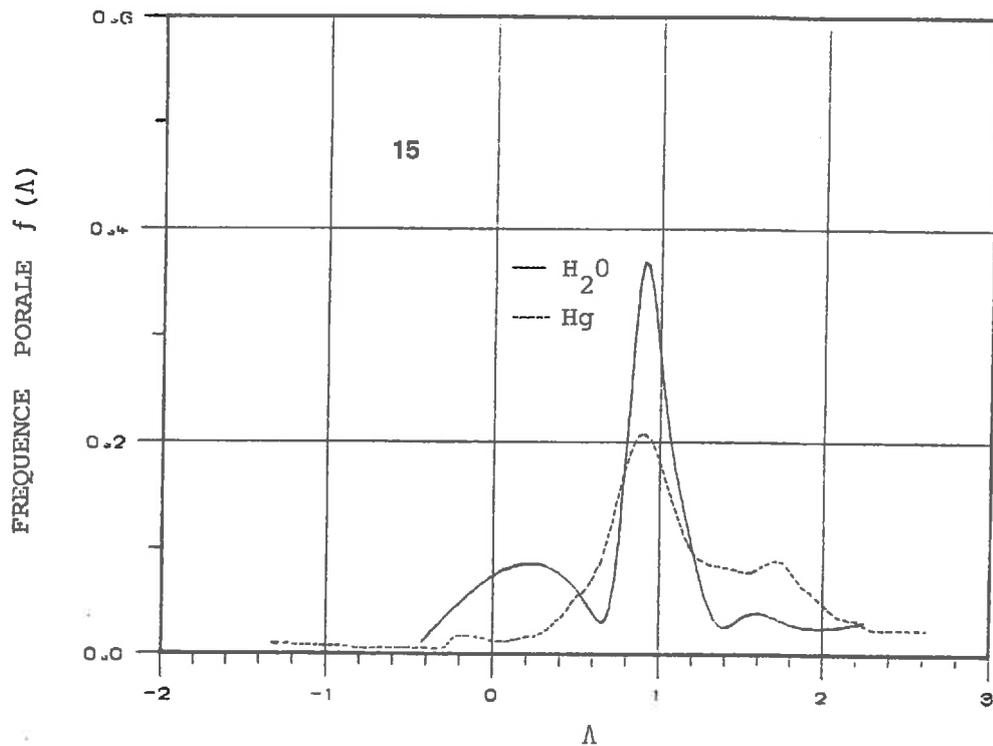
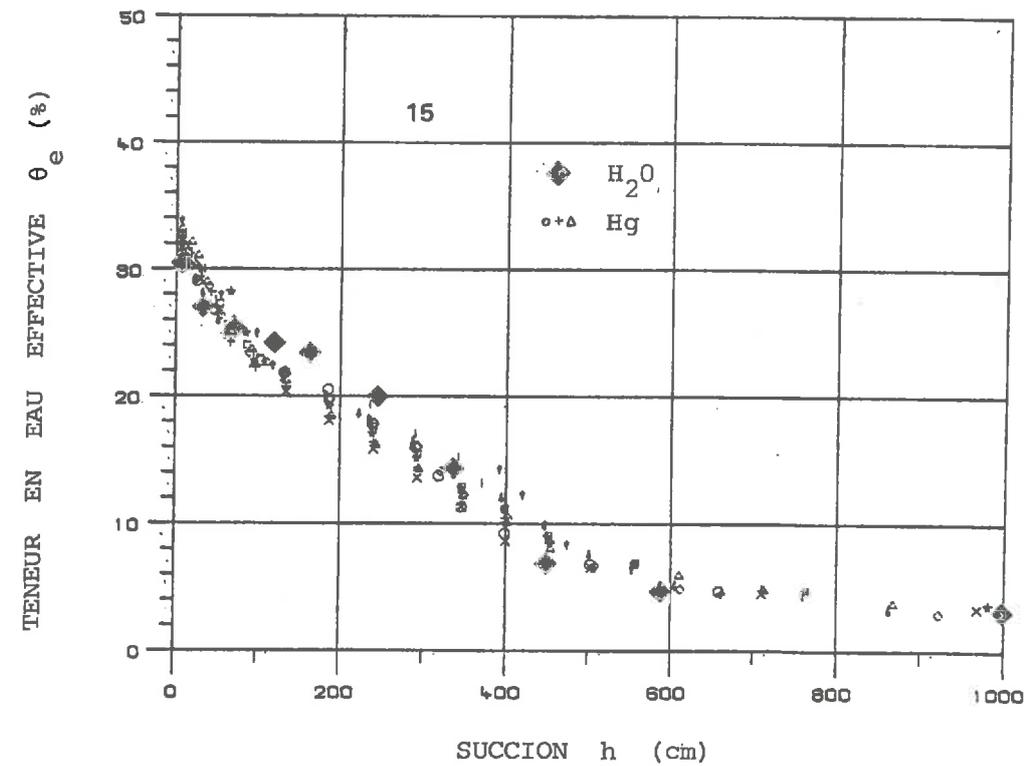


FIGURE V.6. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distribution porosimétrique de l'échantillon 50 % sable - 50 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

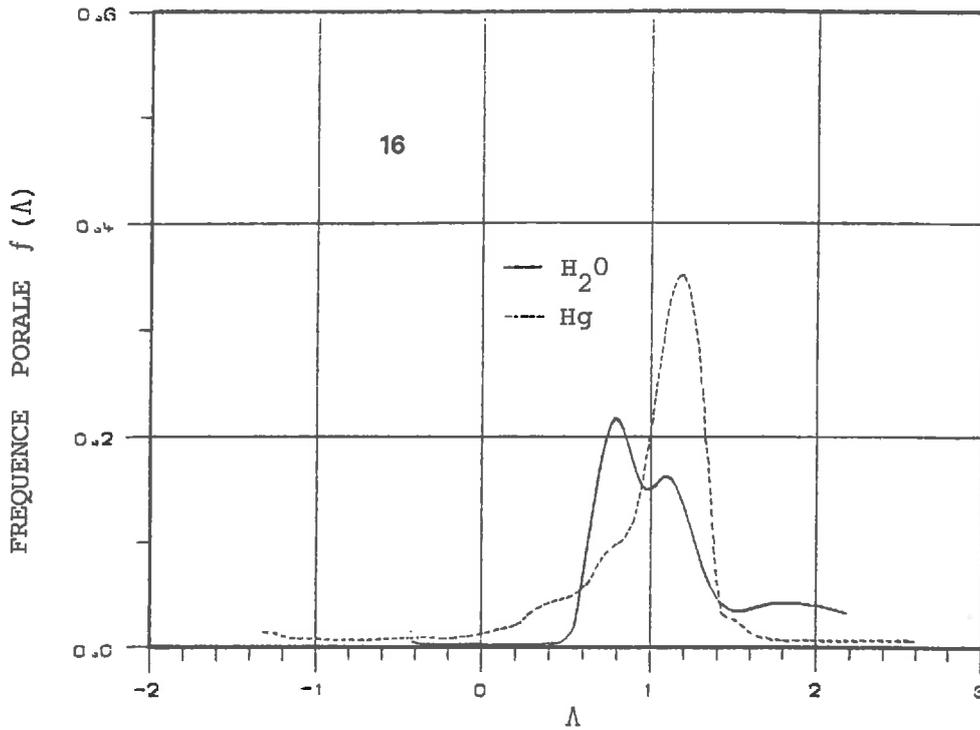
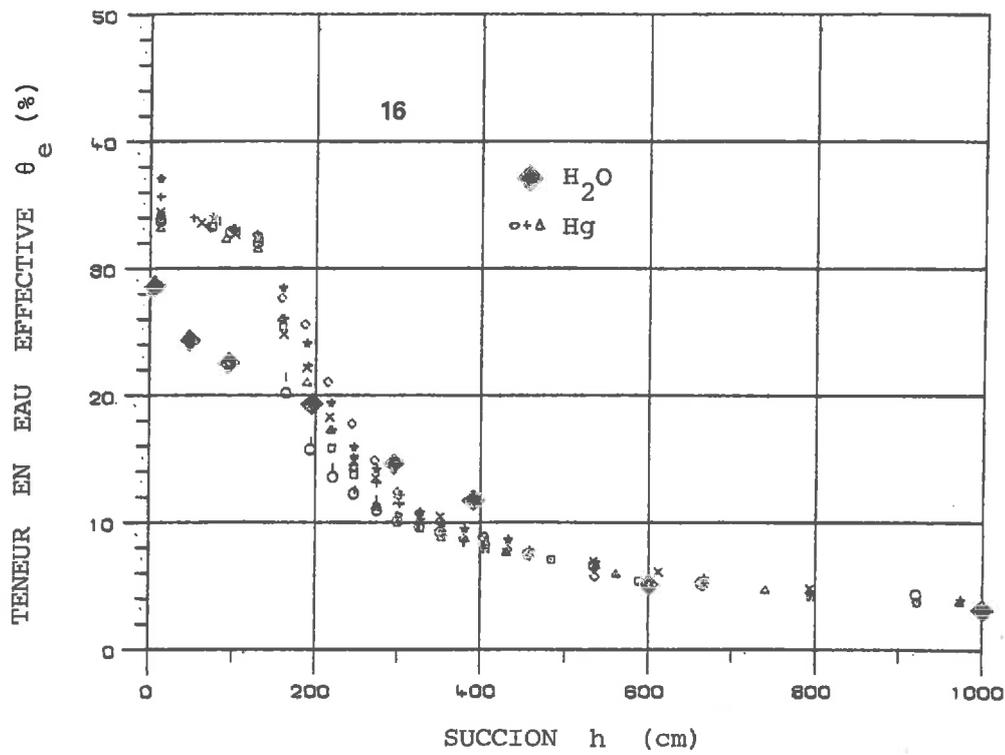


FIGURE V.7. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distribution porosimétrique de l'échantillon 40 % sable - 60 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

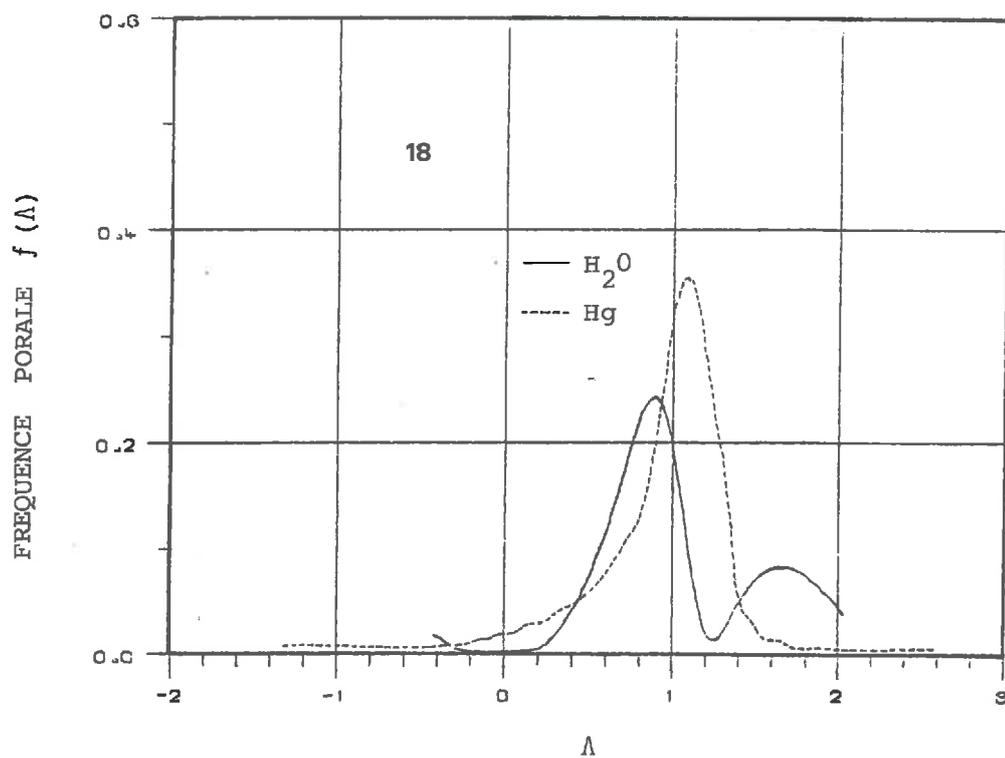
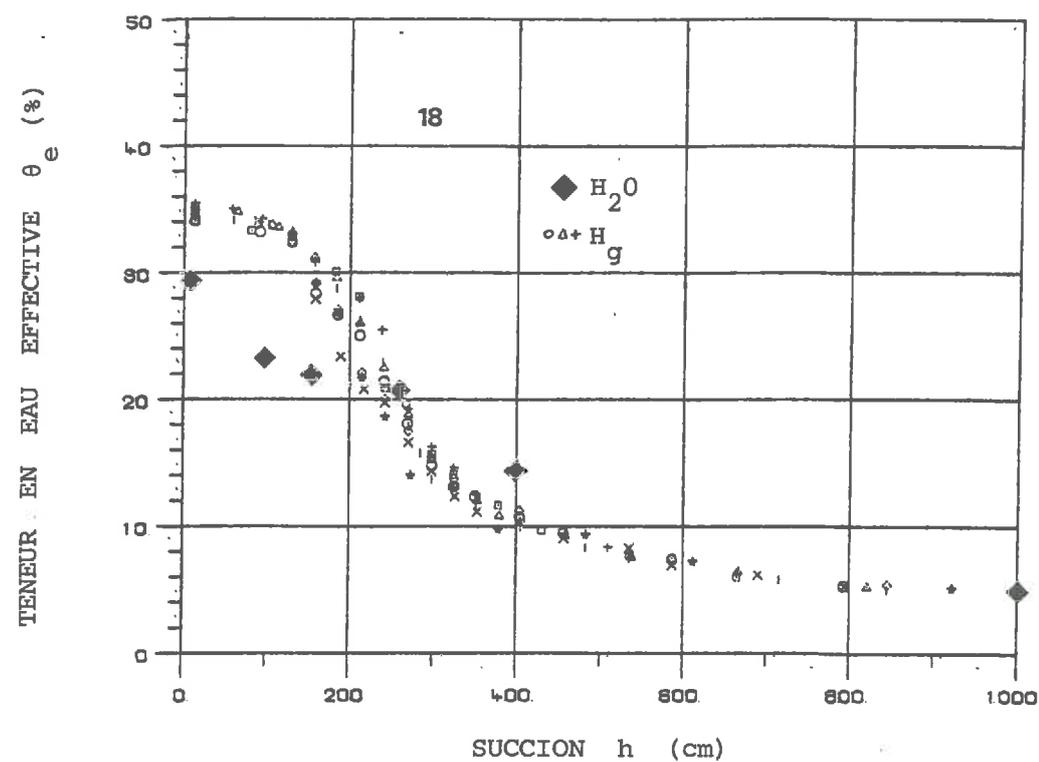


FIGURE V.8. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distribution porosimétrique de l'échantillon 20 % sable - 80 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

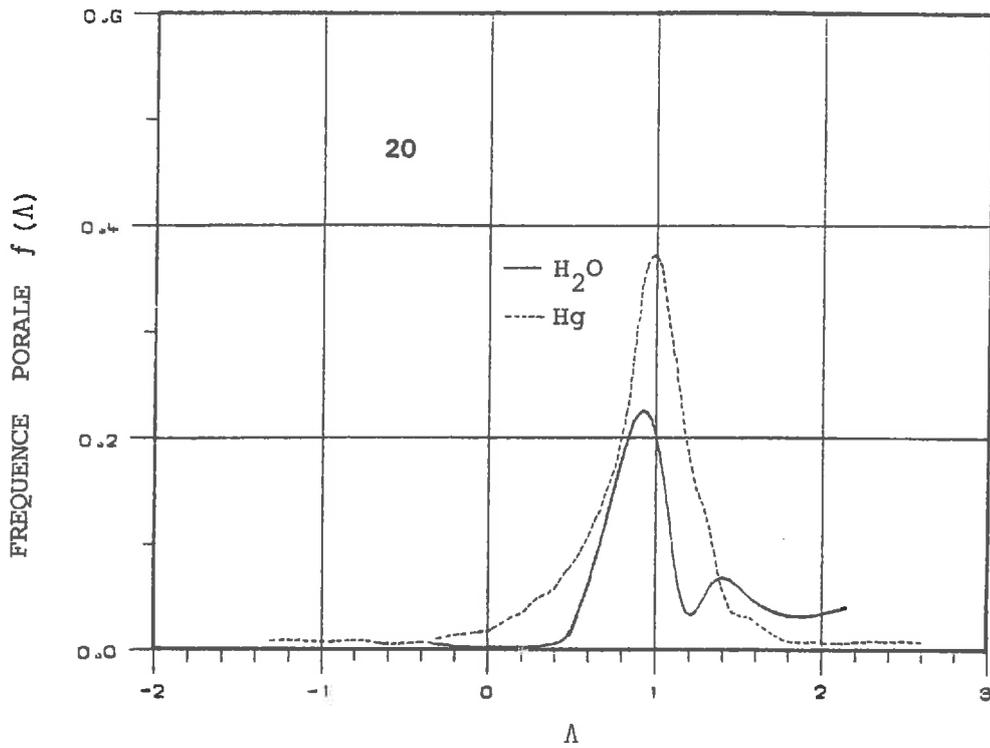
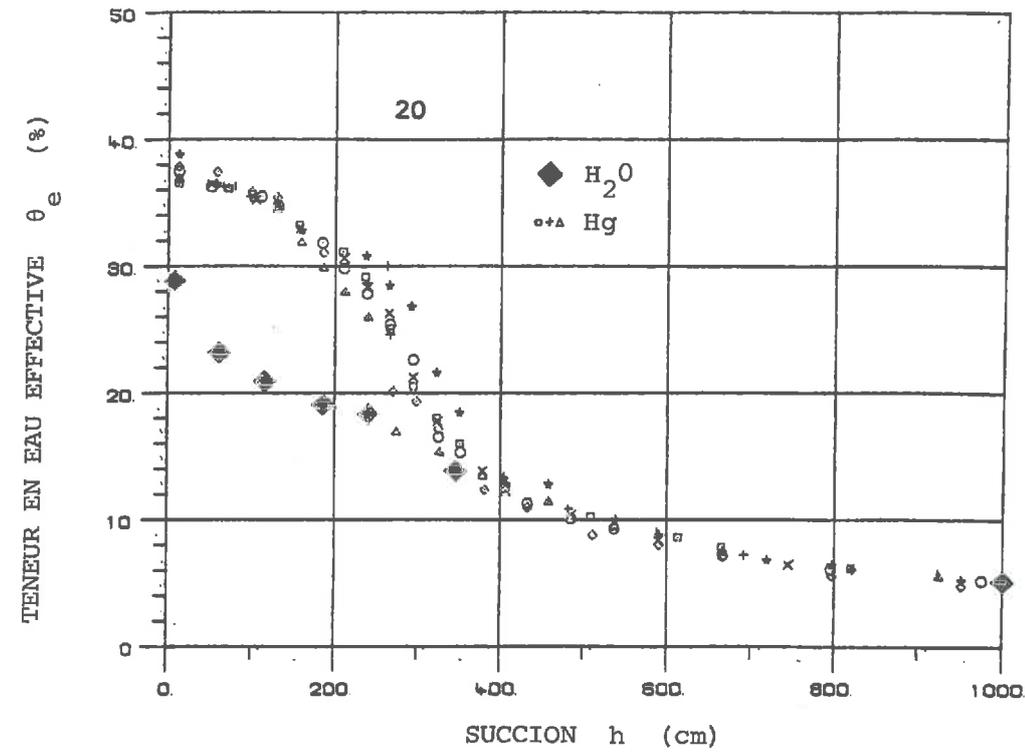


FIGURE V.9. : Courbes caractéristiques de rétention et courbes de distribution porosimétrique de l'échantillon 100 % limon, obtenues à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion de mercure.

TABLEAU V.1. : Grandeurs caractéristiques géométriques des mélanges
sable-loess obtenues par intrusion de mercure et
désorption d'eau

Echantillon	Porosité explorée ϵ'_e cm ³ /g		Diamètre moyen ϕ'_m (μm)		Succion moyenne h'_m (cm)		Rapport d'hétérogénéité r'_e		Coefficient de dissymétrie G'	
	Hg	H ₂ O	Hg	H ₂ O	Hg	H ₂ O	Hg	H ₂ O	Hg	H ₂ O
10	0.257	0.203	73.3	92.8	40.9	32.3	6.11	12.7	- 4.30	- 2.71
11	0.267	0.195	68.6	56.9	43.7	52.7	9.88	17.0	- 2.87	- 1.73
12	0.250	0.188	54.9	40.1	54.6	74.8	13.14	20.0	- 1.87	- 1.37
13	0.209	0.181	18.9	16.6	159	181	16.04	24.2	- 0.93	- 1.09
14	0.226	0.183	20.0	17.1	150	175	16.68	27.9	- 1.19	- 0.97
15	0.196	0.184	10.8	9.3	278	322	20.85	24.8	- 0.47	- 0.48
16	0.213	0.186	13.4	9.2	224	326	11.34	38.2	- 1.67	- 0.52
18	0.223	0.189	10.7	7.5	280	398	10.01	44.1	- 1.54	- 0.29
20	0.248	0.193	9.1	9.0	330	335	10.11	58.5	- 1.29	- 0.39

TABLEAU V.2. : Moyennes (M) et coefficients de variations (c.v.) des grandeurs géométriques des mélanges sable-loess déterminées par porosimétrie à mercure

Echantillon	Microporosité ϵ_e (cm ³ /g)		Diamètre moyen ϕ_m (μ m)		Succion moyenne h_m (cm)		Rapport d'hétérogénéité r_e		Coefficient de dissymétrie G_1	
	M	c.v.	M	c.v.	M	c.v.	M	c.v.	M	c.v.
10	0.257	0.017	73.5	0.062	41.0	0.062	6.1	0.142	- 4.28	0.098
11	0.267	0.027	69.2	0.084	43.6	0.077	9.8	0.135	- 2.91	0.120
12	0.250	0.064	53.2	0.274	61.1	0.350	13.1	0.181	- 1.92	0.137
13	0.209	0.058	19.0	0.268	166.1	0.218	15.7	0.157	- 0.96	0.214
14	0.226	0.092	23.3	0.340	139.1	0.254	16.3	0.081	- 1.2	0.108
15	0.196	0.019	10.9	0.100	278.0	0.104	20.9	0.125	- 0.45	0.562
16	0.213	0.036	13.7	0.101	220.7	0.099	11.3	0.164	- 1.73	0.233
18	0.223	0.015	10.7	0.046	280.9	0.044	10.0	0.072	- 1.54	0.094
20	0.248	0.021	9.2	0.092	327.8	0.084	10.1	0.159	- 1.37	0.308

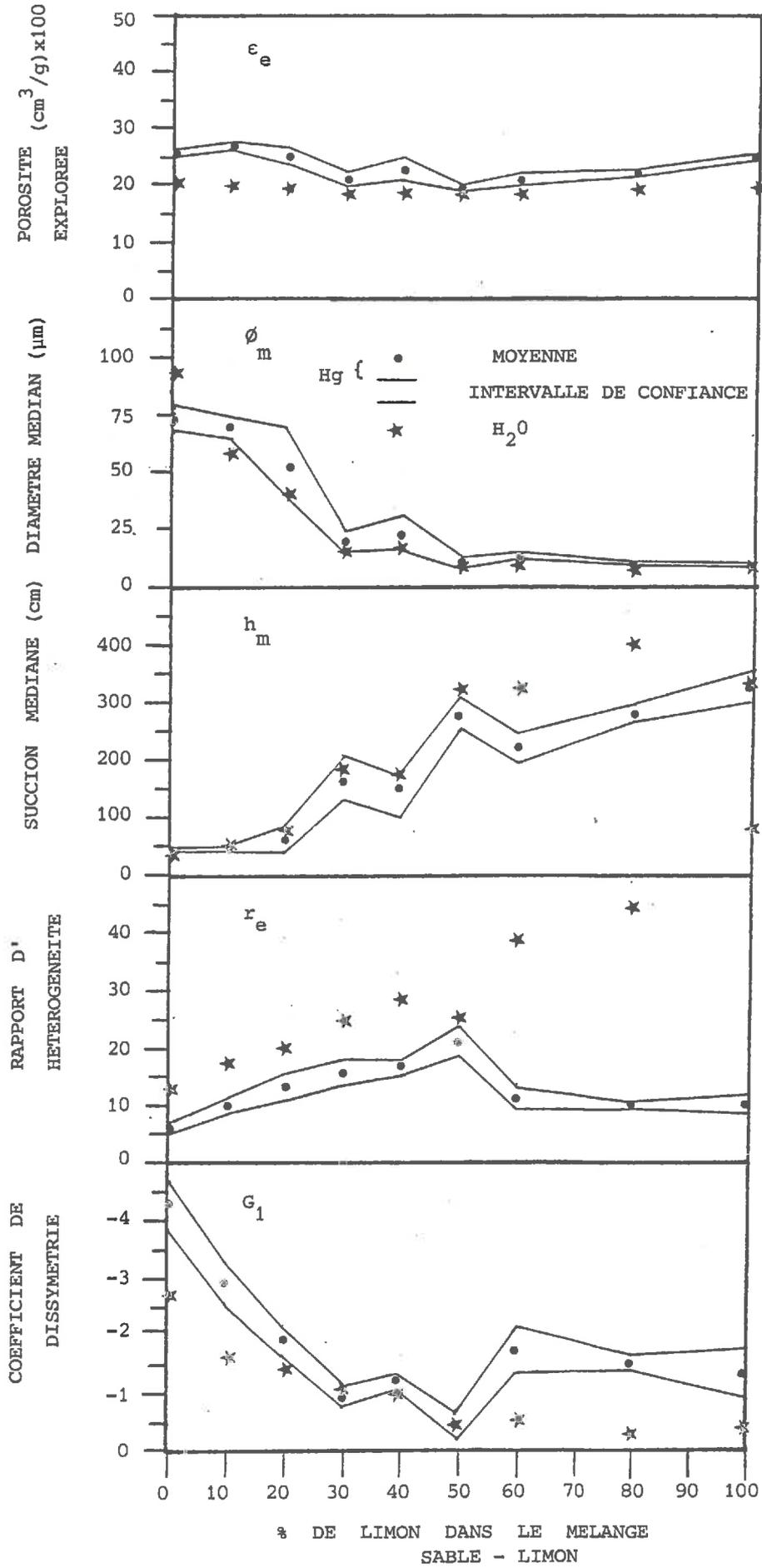


FIGURE V.10. : Grandeurs caractéristiques géométriques des mélanges sable-limon, déterminées à l'aide de la technique de désorption d'eau et celle d'intrusion du mercure

II.3.5., il a été montré que la *précision des moyennes* pouvait être estimée à partir de la *variance microscopique* par l'équation :

$$\sigma_{\bar{\Lambda}}^2 = \frac{1}{n_r} \sigma_{\Lambda}^2 \quad (\text{V.1.2})$$

où n_r est le nombre de réseaux de pores du grumeau dont $\bar{\Lambda}$ est représentatif. On peut vérifier que les échantillons sont homogènes car les variances observées sont pratiquement équivalentes à celles données par l'application de l'équation (V.1.2).

Il faut remarquer que le rapport d'hétérogénéité r'_e estimé par la technique de désorption d'eau ne correspond pas à l'*étalement granulométrique*. En effet, au plus l'échantillon est riche en limon, au plus r'_e estimé par désorption d'eau devient grand pour être maximum dans le cas du limon pur qui pourtant possède une granulométrie serrée. Par contre, le rapport r'_e estimé par intrusion de mercure concorde mieux avec l'*étalement granulométrique* et prend une valeur maximale pour le mélange 50 % sable - 50 % limon.

V.1.3. Interprétation des différences entre les deux techniques

Dans le cas de la désorption d'eau, l'échantillon subit des changements de volumes par *subsidence* et *retrait*. Ces changements de volumes sont partiellement provoqués par la présence d'une faible quantité d'*argiles gonflantes* mais aussi par effet de *capillarité*(*). La matrice solide n'est pas confinée et n'est soumise à aucune contrainte. À de faibles succions, l'échantillon a tendance à accumuler plus d'eau grâce à l'augmentation possible de son volume total. Par contre, dans le cas de l'intrusion de mercure, l'échantillon séché préalablement à l'étuve est en état de retrait maximum. Il conserve ses dimensions tout au long de l'expérimentation et ne subit aucune modification de structure.

La saturation de l'échantillon dans la cellule de pression à membrane provoque un piégeage d'air. La quantité d'air piégé à saturation est donnée par la différence entre la porosité explorée par le mercure et celle par l'eau ($\epsilon - \epsilon'$). Cette quantité d'air piégé ($\epsilon - \epsilon'$) est assez

(*) DELVAUX (1978) a mis en évidence la présence de kaolinite, d'illite et de smectite dans des loess de même provenance que le loess utilisé dans ce travail. La teneur en argile est de 26 %.

importante et varie considérablement d'un échantillon à l'autre. Au plus la distribution est étalée, au moins il semble que la quantité d'air piégé soit importante comme l'indique le tableau V.3. Le rapport d'hétérogénéité r_e de la courbe de distribution des pores mesurée par intrusion de mercure y est également donné.

TABLEAU V.3. : Teneur en air piégé à saturation des mélanges sable-loess et rapport d'hétérogénéité

Ech.	$\epsilon_e - \epsilon'_e$ (cm ³ /g)	$\frac{\epsilon_e - \epsilon'_e}{\epsilon_e}$	r_e
10	0.054	0.21	6.1
11	0.072	0.27	9.8
12	0.062	0.25	13.1
13	0.028	0.13	15.7
14	0.043	0.19	16.3
15	0.012	0.06	20.9
16	0.027	0.12	11.4
18	0.034	0.15	10.0
20	0.055	0.22	11.1

La conclusion ici est que, du point de vue de *l'estimation qualitative* des propriétés de rétention d'un milieu poreux en conditions naturelles, les deux méthodes présentent probablement des imprécisions, mais peuvent être considérées pratiquement comme équivalentes. Par contre, du point de vue de *l'estimation précise* des caractéristiques géométriques, la porosimétrie à mercure est plus à même de donner des informations précises et reproductibles. Elle permet de séparer les effets de gonflements et d'air piégé.

V.2. METHODES DE CALCUL DES PROPRIETES DE TRANSFERT A PARTIR DES CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

V.2.1. Efficiencie du modèle d'interaction de pores de GREEN and COREY (1971)

L'équation de GREEN and COREY est donnée par (IV.2.5) au point (IV.2.1.1)

Ce modèle fait intervenir un *facteur correctif* (K_{mes}/K_{cal}) qui multiplie toutes les valeurs de conductivité calculées de façon à faire correspondre approximativement la courbe avec des valeurs obtenues par une autre méthode. La correspondance se fait en général pour la conductivité saturée ou presque saturée. La figure V.11 montre une comparaison graphique entre les courbes calculées à l'aide du modèle statique et celles obtenues à partir des courbes de drainage (outflow) grâce au modèle ERF. La correspondance a été réalisée grâce aux facteurs correctifs suivants donnés dans le tableau V.4.

TABLEAU V.4. : Facteurs correctifs du modèle d'interaction de pores

Ech.	10	11	12	13	14	15	16	18	20
$\frac{K_{mes}}{K_{cal}}$	0.017	0.010	0.009	0.017	0.029	0.035	0.048	0.018	0.015

En moyenne, ce facteur correctif vaut 0.022 ce qui voudrait dire que le modèle statique donne des valeurs de conductivité 45 fois plus grandes que les modèles dynamiques. On peut faire le lien avec les faibles valeurs du *coefficient d'interconnection des pores* τ obtenues par le modèle CAP (IV.2.123). En effet, nous avons alors mis en évidence qu'il fallait tenir compte dans l'application de la loi de POISEUILLE d'un *facteur* τ pouvant prendre des valeurs aussi faibles que 0.01 à 0.005. De plus, ce facteur intervenait au carré dans le modèle CAP.

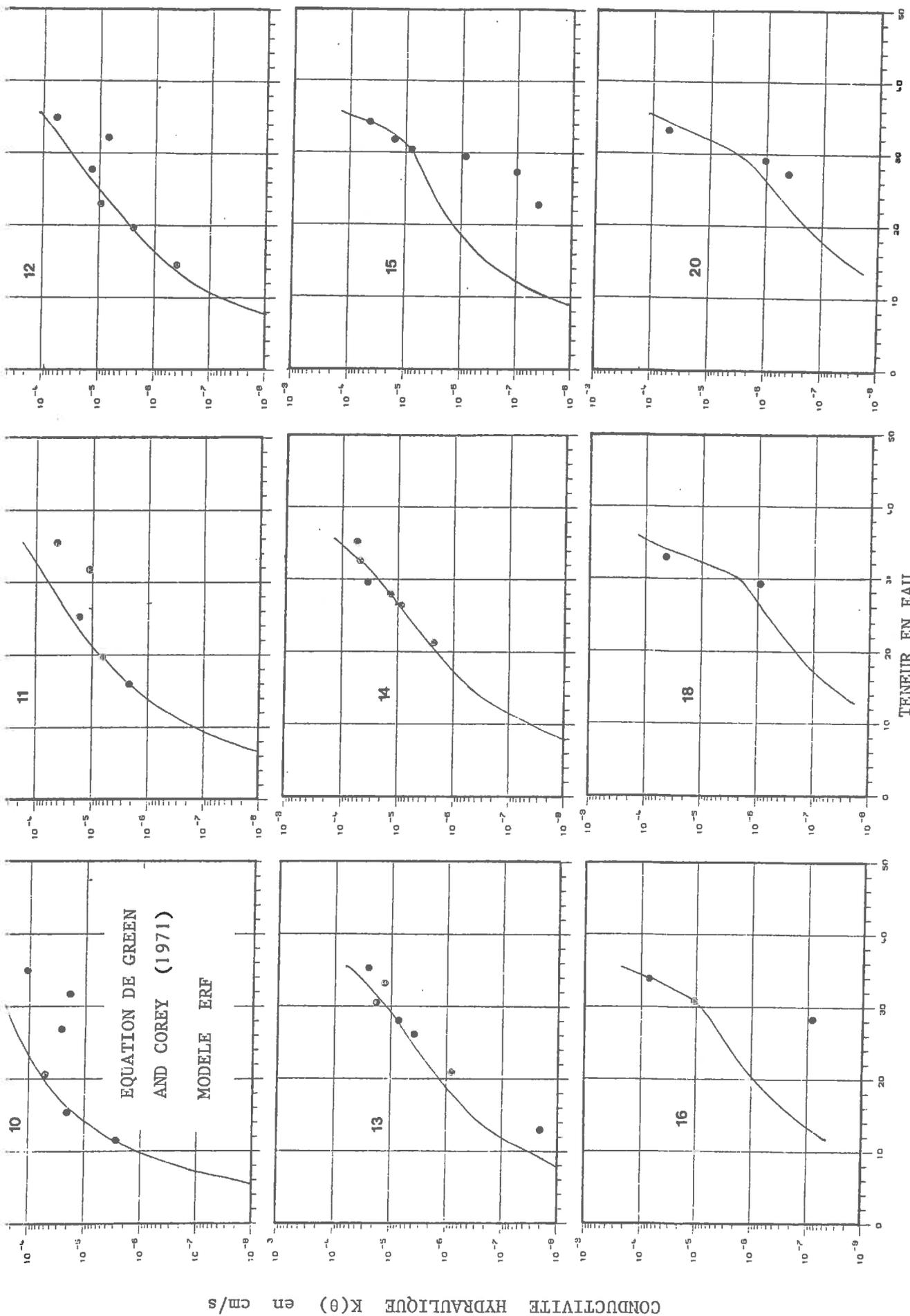


FIGURE V.11. : Comparaison graphique entre les courbes $K(\theta)$ calculées à l'aide de l'équation de GREEN and COREY (1971) et celles estimées par la technique de la cellule de pression (modèle ERF)

Le modèle statique d'interaction de pores fait implicitement appel à la notion d'interconnection des pores en donnant un poids plus grand aux petits pores ainsi que grâce à l'exposant p . Il semble donc que cela ne soit pas suffisant. Probablement faut-il faire intervenir une restriction supplémentaire à celle de l'interaction entre pores.

La présence d'*air piégé* pourrait bien être une cause importante de la diminution de la conductivité hydraulique. Le problème de l'air piégé n'a pas été beaucoup étudié jusqu'à présent (DE BACKER, 1967, 1969 et CARY, 1967). L'allure ondulatoire des courbes $K(\theta)$ obtenues à partir des cinétiques de drainage (ERF), surtout marquée pour les échantillons fort sableux, pourrait bien être partiellement explicable aussi par un *effet tampon* de l'air piégé ou présent sous forme de *microbulles* (IRMAY, 1951).

On peut voir dans les valeurs expérimentales du modèle dynamique ERF qu'il y a une *valeur critique* de la succion située entre 30 et 40 cm de C.E., et par conséquent un diamètre de pores situé entre 75 et 100 μm qui délimite approximativement deux domaines. Tant que ces pores ne sont pas désaturés, il semble que l'air ne puisse pas circuler librement. Les conditions aux limites théoriquement imposées dans les modèles ne sont en fait pas représentatives du phénomène réel. Le volume d'air piégé étant compressible, il ralentit la transmission des pressions. Cet air piégé peut également avoir un rôle limitatif au niveau de l'interconnection entre les pores et par conséquent au niveau de la mobilité de l'eau.

La correspondance générale des courbes obtenues par les modèles statique et dynamique est acceptable pour les échantillons 10, 11, 12, 13, 14. Les échantillons 15, 16, 18 et 20 présentent une très forte pente de $K(\theta)$ estimée par le modèle dynamique pour des teneurs en eau élevées et donc pour des faibles succions. Ceci est difficilement explicable.

Nos conclusions concernant la validité du modèle statique, en tant que méthode de calcul de $K(\theta)$, vont dans le même sens que JACKSON et al. (1965), KUNZE et al. (1968) et GREEN and COREY (1971). Grâce à sa simplicité en comparaison des méthodes dynamiques, cette méthode de calcul est en effet utile pour donner une information qualitative sur les propriétés de transfert lorsque un faible degré de précision est suffisant (un ordre de grandeur).

V.2.2. Nouvelle méthode de prédiction à partir des grandeurs géométriques caractéristiques

V.2.2.1. Ajustement d'une expression empirique de $K(\theta)$

Plusieurs formules empiriques ont été proposées notamment par GARDNER (1960). Celle qui donne généralement satisfaction est la suivante (DAVIDSON et al., 1969) :

$$K = K_0 (S_e)^\omega \quad (V.2.1)$$

$$S_e = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (V.2.2)$$

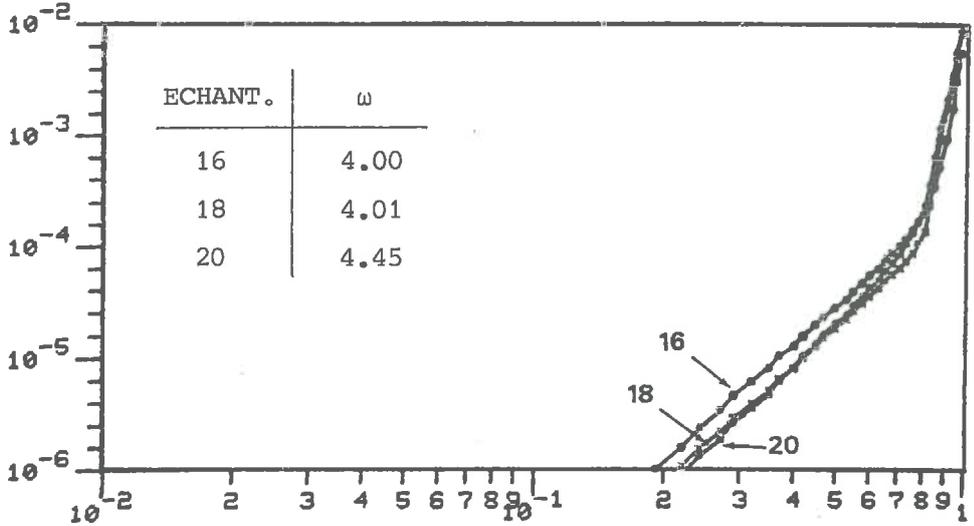
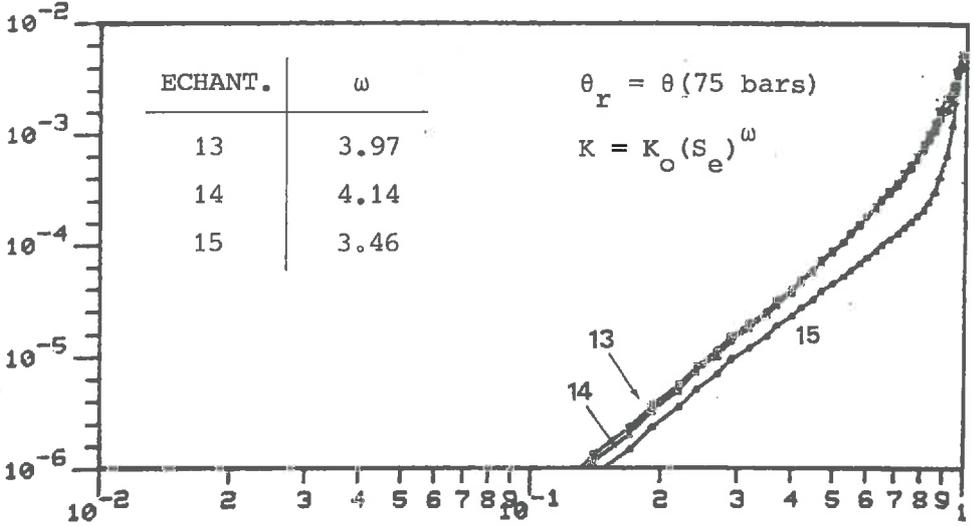
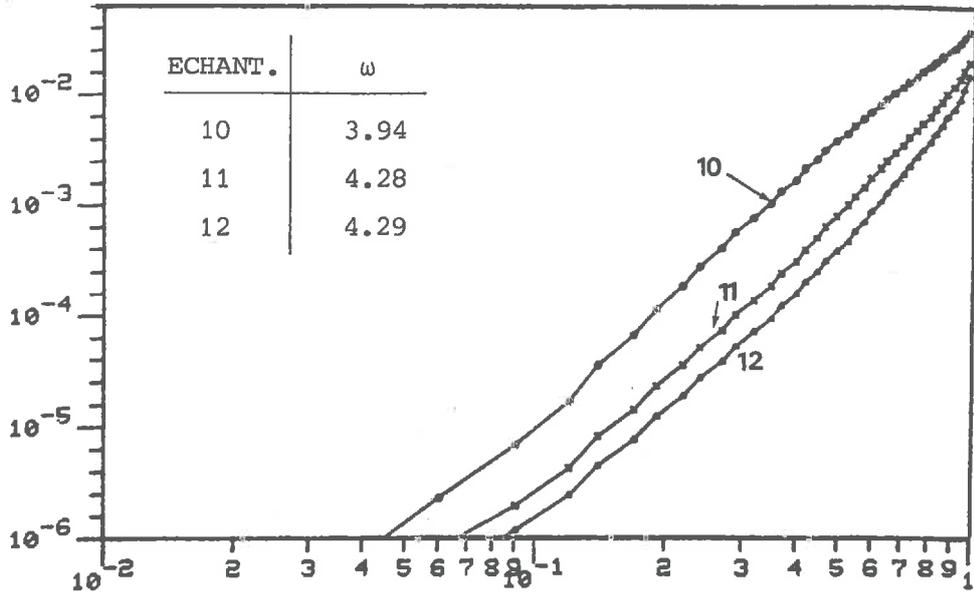
IRMAY (1954) a montré théoriquement, moyennant l'introduction de certaines hypothèses, que $\omega = 3$. LAROUSSI (1972) a également avancé cette valeur. L'ajustement avec des courbes expérimentales conduit en général à des valeurs comprises entre 3 et 5 (BROOKS and COREY, 1964; BORELI and VACHAUD, 1966; VACHAUD, 1968; AVERJANOV, 1950).

Nous définissons que la teneur en eau résiduelle correspond à la porosité non explorée par le mercure (diamètres des pores inférieurs à $0.04 \mu\text{m}$). On peut donc écrire, moyennant la définition (V.1.1) :

$$S_e = \left(\frac{\theta_e}{\theta_{e,s}} \right) \quad (V.2.3)$$

La figure V.12 montre graphiquement l'ajustement de cette fonction aux courbes $K(\theta)$ calculées à l'aide du modèle statique d'interaction des pores à partir des courbes caractéristiques de rétention (désorption d'eau) des mélanges sable-loess, sans intervention du facteur correctif K_{mes}/K_{calc} . On peut déduire de ce graphique, qui montre une linéarité très satisfaisante dans un diagramme logarithmique, que lorsque la succion est inférieure au point d'entrée d'air, h_p , l'expression proposée peut être utilisée.

CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE EN cm/s (GREEN AND COREY, 1971);



SATURATION EFFECTIVE $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$

FIGURE V.12. : Ajustement de la fonction $K = K_o (S_e)^\omega$ aux courbes $K(S_e)$ des mélanges sable-limon, calculées à l'aide de l'équation de GREEN and COREY (1971) à partir des courbes caractéristiques de rétention d'eau.

Par contre, proche de la saturation, la conductivité semble dépendre encore plus fortement de la teneur en eau. Ceci peut se voir surtout pour les échantillons 15, 16, 18 et 20.

Le calcul d'une *conductivité saturante* K_s est donc rendu fort imprécis dans ce cas et nous nous limiterons à l'exploitation de K_o qui est donnée par le prolongement de la courbe logarithmique (V.2.1) jusqu'à l'état de saturation effective totale ($S_e = 1$). Le tableau V.5 présente les valeurs de ω et K_o obtenues par *régression linéaire* dans un diagramme doublement logarithmique (pour $h < h_b$). Le coefficient $K_{o,c}$ donné dans ce tableau est défini par :

$$K_{o,c} = K_o \cdot K_{mes}/K_{calc} \quad (V.2.4)$$

TABLEAU V.5. : Coefficients de régression ω et K_o de l'expression $K = K_o (S_e)^\omega$ ajustée aux courbes de transfert estimées par le modèle d'interaction de pores (technique de désorption d'eau)

Echantillon	K_o (cm/s)	$K_{o,c} = \frac{K_o \cdot K_{mes}}{K_{calc}}$ (cm/s)	ω
10	7.38 10^{-2}	1.25 10^{-3}	3.94
11	2.52 10^{-2}	2.52 10^{-4}	4.28
12	1.41 10^{-2}	1.27 10^{-4}	4.29
13	2.61 10^{-3}	4.44 10^{-5}	3.97
14	3.17 10^{-3}	9.19 10^{-5}	4.14
15	8.30 10^{-4}	2.91 10^{-5}	3.46
16	9.25 10^{-4}	4.44 10^{-5}	4.00
18	7.09 10^{-4}	1.28 10^{-5}	4.01
20	1.38 10^{-3}	2.07 10^{-5}	4.45

La figure V.13 montre une droite de régression entre le paramètre $K_{o,c}$ de l'équation (V.2.4) et le *diamètre moyen* ϕ_m obtenu par porosimétrie à mercure dans un diagramme doublement logarithmique.

Rappelons que les valeurs de $K_{o,c}$ et de ϕ_m sont absolument *indépendantes* du point de vue expérimental. L'équation de régression est la suivante :

$$\log_{10} K_{o,c} = -6.21 + 1.53 \log_{10} \phi_m \quad (V.2.5)$$

ce qui peut s'écrire sous la forme suivante approximative :

$$K_{o,c} = 6 \cdot 10^{-7} \phi_m^{1.5} \quad (V.2.6)$$

si ϕ_m est exprimé en μm .

Le coefficient de corrélation linéaire de l'équation V.2.4 vaut 0.92. Cette équation confirme donc bien expérimentalement le lien entre les propriétés de transfert et la géométrie.

La figure V.14 montre la relation entre le diamètre moyen ϕ_m et les valeurs de K_o (sans facteur correctif) estimées à partir de l'application du modèle statique de GREEN and COREY aux 463 courbes porosimétriques des grumeaux de sols analysés au deuxième chapitre. Ici le coefficient angulaire de la droite de régression vaut pratiquement 1.2. L'ordonnée à l'origine de la droite de régression n'a pas de signification en raison du fait qu'aucun facteur correctif n'a été utilisé.

Pratiquement, l'utilisation d'une valeur connue de $K(\theta)$ estimée à l'aide d'une autre méthode reste nécessaire. Toutefois, la variabilité spatiale des propriétés de transfert peut être valablement évaluée à partir de la variabilité spatiale des propriétés géométriques. Ceci sera discuté au troisième paragraphe.

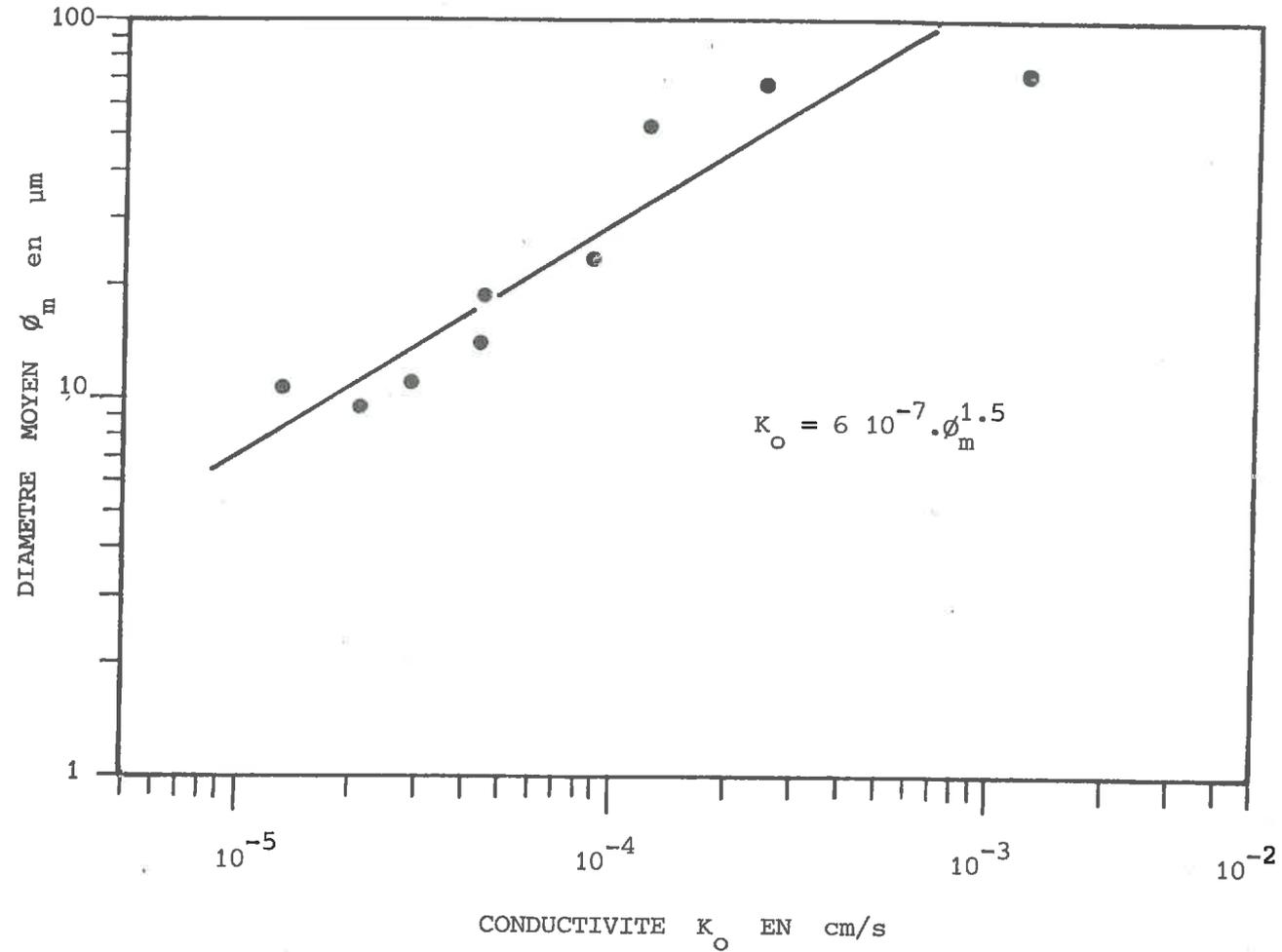


FIGURE V.13. : Régression linéaire entre $\log_{10} \phi_m$ et $\log_{10} K_o$, ϕ_m étant déterminé par porosimétrie à mercure et K_o par la technique de la cellule de pression.

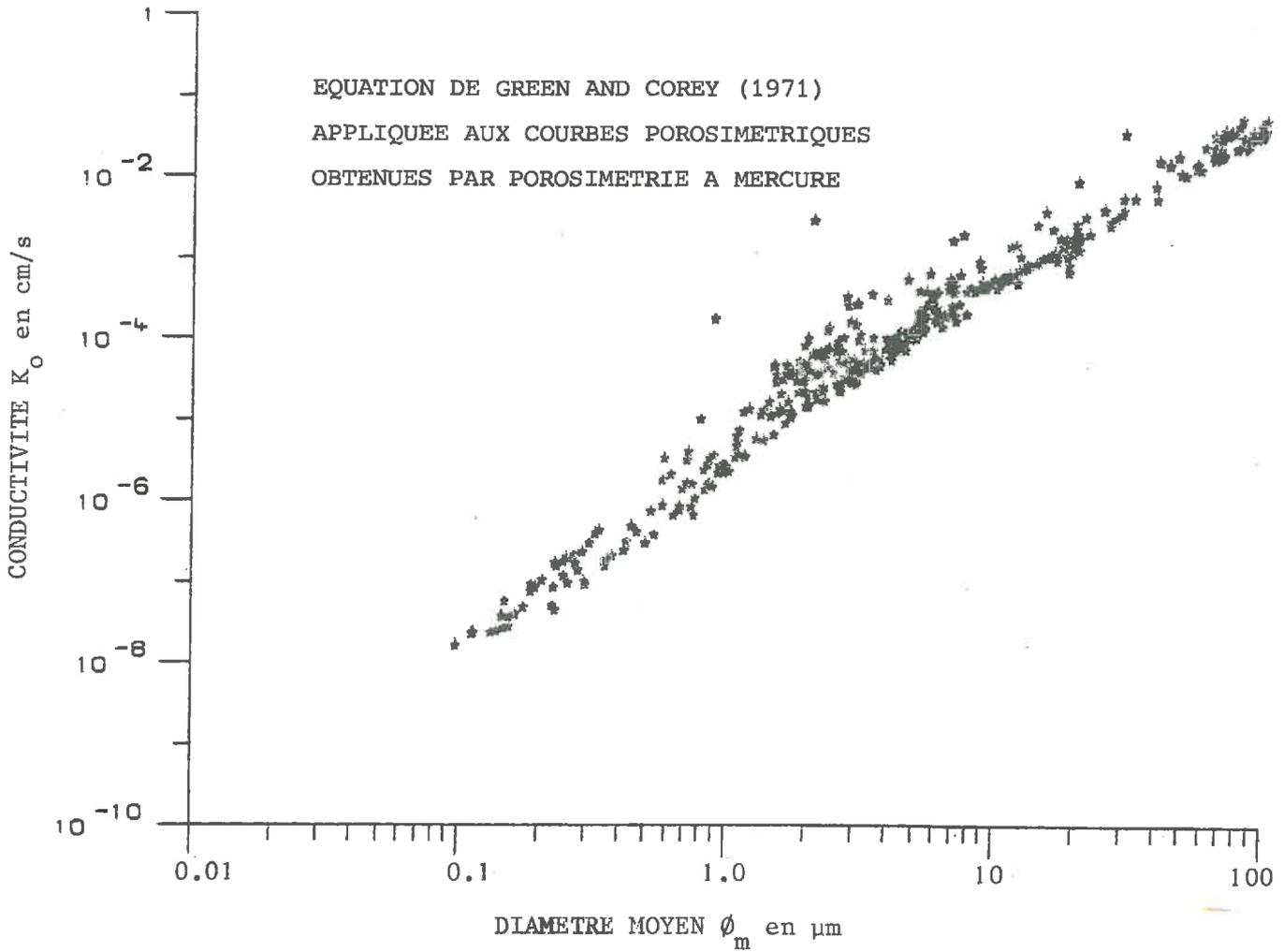


FIGURE V.14. : Diagramme de dispersion des valeurs de ϕ_m et de K_o estimées toutes deux à l'aide de la technique d'intrusion de mercure.

V.2.2.2. Relation théorique entre l'exposant ω et la variance
microscopique de la distribution des pores σ_{Λ}^2

Pour éviter le problème du facteur correctif dans l'équation de GREEN and COREY (1971) donnée par (IV.2.5), écrivons-la sous la forme relative :

$$K_{r,i} = \frac{K(\theta_i)}{K_0} = \frac{\theta_i^p \sum_{j=i}^n (2j + 1 - 2i) \phi_j^2}{\theta_s^p \sum_{j=1}^n (2j - 1) \phi_j^2} \quad (V.2.7)$$

où $K_{r,i}$ est dénommée *conductivité relative*.

Si on néglige la participation des plus petits pores à l'écoulement, on peut remplacer la teneur en eau θ par une teneur en eau effective θ_e et définir une saturation effective par (V.2.3). Dans ce modèle, les indices i et j sont définis par une subdivision de l'axe de S_e en n parties égales de sorte que :

$$\begin{array}{lll} \text{pour } i = 0 & S_{e,i} = 1 & \phi_1 = \phi_{\max} \\ & i = n & S_{e,i} = 0 & \phi_n = \phi_{\min} \end{array} \quad (V.2.8)$$

par conséquent :

$$i = n (1 - S_{e,i}) \quad \text{et} \quad j = n (1 - S_{e,j}) \quad (V.2.9)$$

La conductivité relative à la saturation $S_{e,i}$ est calculable par l'équation (III.3.8) dans laquelle i et j ont été substitués :

$$K_r(S_{e,i}) = S_{e,i}^p \frac{\sum_{j=i}^n [2n (1 - S_{e,j}) + 1 - 2n (1 - S_{e,i})] \phi_j^2}{\sum_{j=1}^n [2n (1 - S_{e,j}) - 1] \phi_j^2} \quad (V.2.10)$$

Lorsque $n \rightarrow \infty$ on peut écrire le rapport d'intégrales :

$$K_r(S_{e,i}) = S_{e,i}^p \frac{\int_0^{S_{e,i}} (S_{e,i} - S_e) \phi^2 dS_e}{\int_0^1 (1 - S_e) \phi^2 dS_e} \quad (V.2.11)$$

et en vertu de la loi de JURIN (I.2.5.) :

$$K_r(S_{e,i}) = S_{e,i}^p \frac{\int_0^{S_{e,i}} (S_{e,i} - S_e) \frac{dS_e}{h^2}}{\int_0^1 (1 - S_e) \frac{dS_e}{h^2}} \quad (V.2.12)$$

Ce qui est très similaire à l'équation (I.3.20) donnée par MUALEM and DAGAN (1978).

On suppose que pour des suctions supérieures au *point d'entrée d'air* h_b , la relation entre la saturation effective et la succion correspond à la formulation de BROOKS and COREY (1964) :

$$S_e = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (V.2.13)$$

où λ est l'indice de distribution des pores.

Dans ce cas on peut écrire l'équation (V.2.12) de la façon suivante :

$$K_r(S_{e,i}) = \frac{S_{e,i}^{p+2/\lambda+2}}{2/\lambda+1} - \frac{S_{e,i}^{p+2/\lambda+2}}{2/\lambda+2} \Big/ \left(\frac{1}{2/\lambda+1} - \frac{1}{2/\lambda+2} \right) \quad (V.2.14)$$

ce qui revient à :

$$K_r(S_{e,i}) = S_{e,i}^{p+2+2/\lambda} \quad (V.2.15)$$

En combinant (V.2.15) et l'expression empirique (V.2.1) on obtient :

$$\omega = p + 2 + 2/\lambda \quad (V.2.16)$$

Expérimentalement, toutefois, il a été montré par GREEN and COREY que θ_1^p intervenant dans le modèle statique, pouvait être remplacé par θ_s^p , c'est-à-dire la teneur en eau saturante, ce qui a été d'ailleurs appliqué dans ce travail. Ceci a pour effet d'annuler l'effet de p et de remplacer (V.2.15) par :

$$\omega = 2 + 2/\lambda \quad (V.2.17)$$

Nous allons démontrer ci-dessous comment ω peut être estimé à partir de la courbe de distribution des réseaux de pores.

Si Λ est le logarithme du diamètre de pores on peut définir sa *fonction densité de distribution* par :

$$f_v(\Lambda) = \frac{dF(\Lambda)}{d\Lambda} = \frac{dS_e}{d\Lambda} \quad (\text{V.2.18})$$

en remplaçant la succion par le diamètre des pores dans l'équation (V.2.13) grâce à la loi de JURIN, on peut écrire que l'indice de distribution des pores est donné par :

$$\lambda = \frac{d \log_{10} S_e}{d\Lambda} \quad (\text{V.2.19})$$

ou encore que :

$$\lambda = \frac{1}{2.3 S_e} f_v(\Lambda) \quad (\text{V.2.20})$$

D'autre part, la saturation effective est donnée par :

$$S_e = \int_{-\infty}^{\Lambda} f_v(\Lambda) d\Lambda \quad (\text{V.2.21})$$

ce qui permet d'écrire en combinant (V.2.21), (V.2.20) et (V.2.17) :

$$\omega = 2 + \frac{4.6 \int_{-\infty}^{\Lambda} f_v(\Lambda) d\Lambda}{f_v(\Lambda)} \quad (\text{V.2.22})$$

L'équation (V.2.22) peut être transformée de façon à exprimer l'exposant ω en fonction de l'écart-type de la distribution des logarithmes des diamètres des pores σ_{Λ} . Il faut pour cela faire une hypothèse concernant le *type de distribution* de Λ . Si on admet par exemple que celle-ci est *normale* on peut montrer que le rapport entre la fonction cumulée de distribution et la fonction densité est proportionnel à l'écart-type :

$$\frac{\int_{-\infty}^{\Lambda} f_v(\Lambda) d\Lambda}{f_v(\Lambda)} = \sigma_{\Lambda} \cdot \text{constante} \quad (\text{V.2.23})$$

Ainsi, dans le cas où Λ vaut la moyenne $\bar{\Lambda}$, cette constante vaut $0.5 \sqrt{2 \pi}$.
 Auquel cas on peut écrire :

$$\omega = 2 + 2.3 \sqrt{2 \pi} \cdot \sigma_{\Lambda} = 2 + 6 \sigma_{\Lambda} \quad (\text{V.2.24})$$

Le tableau V.6 donne les valeurs de ω correspondant aux 9 échantillons analysés. Les valeurs de σ_{Λ} proviennent de la porosimétrie à mercure.

TABLEAU V.6. : Variances microscopiques et exposants ω des échantillons de mélanges sable-loess ($p = 0$ dans ce cas)

Echantillon	σ_{Λ}^2	ω
10	0.154	4.26
11	0.246	4.86
12	0.312	5.22
13	0.358	5.45
14	0.367	5.49
15	0.436	5.81
16	0.278	5.04
18	0.250	4.88
20	0.252	4.89

L'équation (V.2.24) n'est valable que dans le cas de la saturation correspondant au diamètre moyen $\bar{\Lambda}$.

Pour voir comment se comporte ω pour des saturations différentes, nous avons appliqué l'équation (V.2.22) dans le cas de l'échantillon sableux (10) et dans le cas du mélange (13). Le premier possède une distribution $f_v(\Lambda)$ unimodale, tandis que le second possède une distribution plurimodale.

La figure V.15 montre les fonctions $\omega(S_e)$ dans les deux cas, ainsi que les valeurs de ω estimées respectivement par régression linéaire (tableau V.5) et par l'équation (V.2.24). Remarquons que dans le cas de distributions unimodales les deux zones peuvent être nettement délimitées par le mode ou la position du pic. En effet, à droite du pic, c'est-à-dire pour des diamètres supérieurs au mode, la fréquence $f_v(\lambda)$ peut être très faible alors que son intégrale est élevée, ce qui provoque une augmentation importante de ω dans l'équation (V.2.22).

D'un point de vue pratique, on peut conclure que la formulation approchée (V.2.24) est valable pour exprimer qualitativement la dépendance entre la conductivité et la saturation effective. En combinant (V.2.24), (V.2.6) et (V.2.1) on peut proposer la *méthode de calcul* suivante :

$$K = 6 \cdot 10^{-7} \phi_m^{1.5} \cdot (S_e)^{2+6\sigma_\Lambda} \quad (\text{V.2.25})$$

où K est en cm/s et ϕ_m en μm .

Pratiquement, d'après le point (II.3.6), on peut utiliser soit la médiane $\tilde{\phi}$, soit la moyenne géométrique ϕ^g .

Par définition l'écart-type peut être calculé à partir du rapport d'hétérogénéité microscopique par :

$$\sigma_\Lambda = \frac{1}{2} \log_{10} r_e \quad (\text{V.2.26})$$

Rappelons aussi que l'écart-type σ_Λ est identique à l'écart-type de la distribution du pF, le logarithme de la suction (II.4.1).

Il n'est pas possible de mettre en évidence ici l'influence du troisième critère de classification défini au deuxième chapitre, à savoir la microporosité ϵ_e . En effet, dans le cas des mélanges sable-limon analysés, cette grandeur n'est pas assez variable, comme le montre la figure V.10.

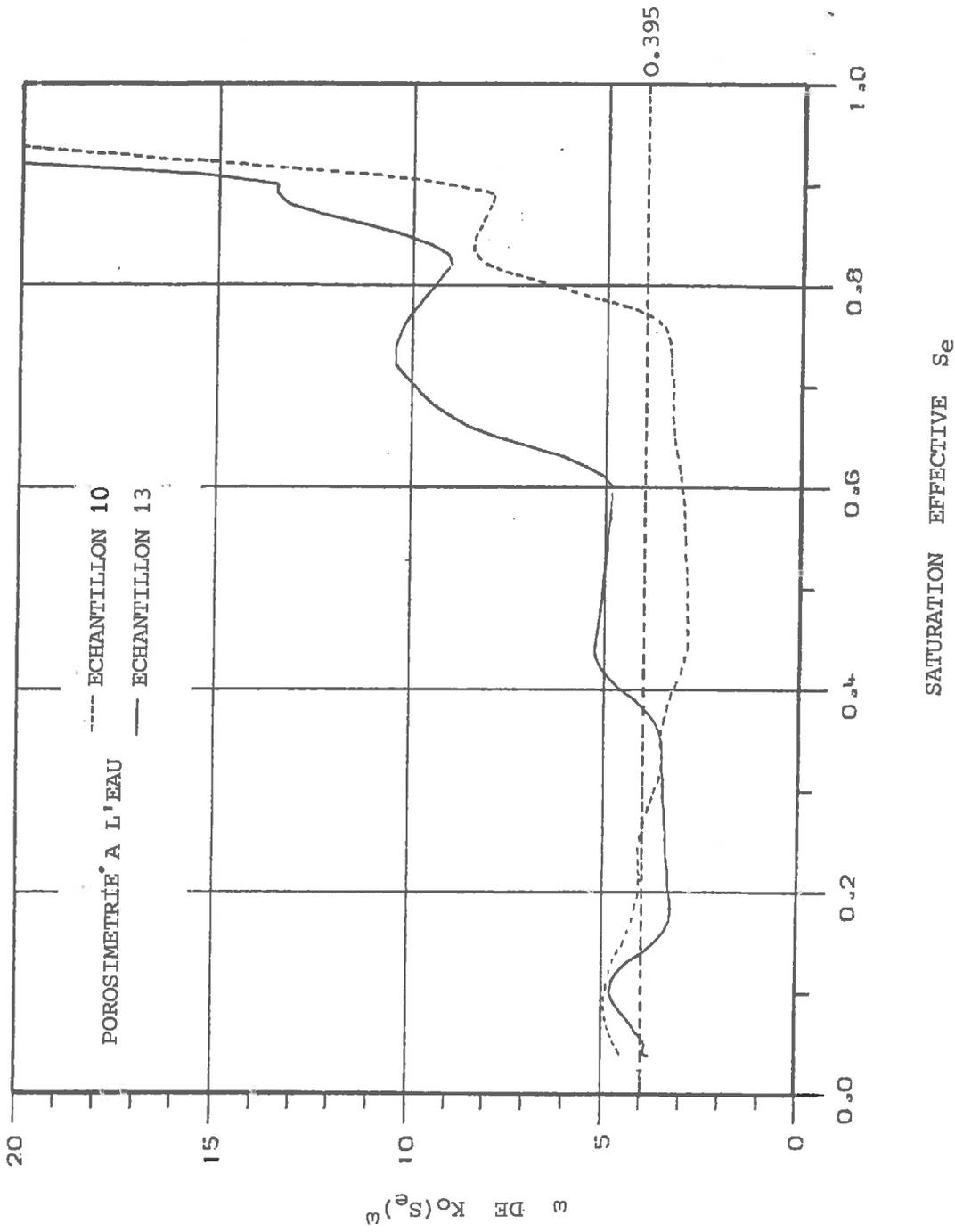


FIGURE V.15. : Représentation de $\omega(S_e)$ de l'expression $K_0(S_e)^\omega$ appliquée à deux courbes $K(\theta)$ calculées à partir des courbes caractéristiques de rétention d'eau

V.3. CONSEQUENCES DES HETEROGENEITES MICRO- ET MACROSCOPIQUES SUR LA

DETERMINATION DES PROPRIETES DE RETENTION ET DE TRANSFERT

V.3.1. Détermination des propriétés de rétention

Généralement, les propriétés de rétention ne sont caractérisées que d'un point de vue statique, à l'aide de la *courbe caractéristique de rétention* $h(\theta)$. L'équivalence entre cette courbe et la *courbe porosimétrique* a été montrée à suffisance au cours de ce travail.

Les *grandeurs caractéristiques de rétention* sont :

- le pouvoir moyen de rétention h_m
- la microporosité ϵ_e
- le rapport d'hétérogénéité microscopique r_e .

Le rapport r_e exprime, comme il apparaît au point II.3.6, l'étalement de la courbe de pF.

Or, il a été montré au point III.3.2 que la *variance microscopique* σ_Λ^{2+} (à partir de laquelle r_e a été défini) fait intervenir une *composante macroscopique* σ_β^2 . Par conséquent, l'étalement de la courbe de pF dépend de l'échelle du sol étudié et de son hétérogénéité macroscopique. L'exemple du paragraphe III.4 avait montré que pour des échelles centimétriques, métriques et hectométriques, le rapport d'hétérogénéité prenait respectivement les valeurs de 29.1, 30.1, 34.0.

Théoriquement, on ne peut donc pas se contenter d'analyser des *échantillons représentatifs*, mais on doit faire une *courbe moyenne de rétention* à partir des courbes déterminées séparément pour différents échantillons. Cette courbe moyenne sera en général plus étalée que les courbes individuelles. Les deux autres grandeurs, h_m et ϵ_e sont indépendantes de l'échelle.

V.3.2. Détermination des propriétés de transfert

V.3.2.1. Représentativité des valeurs moyennes

A partir d'une loi de distribution spatiale d'une propriété de transfert, on doit être à même de caractériser valablement le milieu étudié par une *moyenne représentative*. Cela signifie que la moyenne des valeurs déterminées en différents points du milieu doit être identique à la valeur de la *propriété globale* du milieu poreux considéré comme un système unique. Il y a deux moyens de vérifier si une moyenne calculée est représentative. Le premier moyen est expérimental. Le second est numérique. Expérimentalement on peut, jusqu'à une certaine échelle, réaliser en grand l'expérience qui a été réalisée en petit en différents points du milieu poreux. Numériquement, on peut faire des modèles mono-, bi- ou tridimensionnels de *milieux poreux composites* et induire une hétérogénéité caractérisée par une loi de distribution spatiale des propriétés des différents éléments de celui-ci. On peut poser des contraintes en ce qui concerne les *liaisons de voisinage* entre les propriétés d'éléments (ou de blocs) voisins en introduisant une *fonction d'autocorrélation*. Ces méthodes commencent à être étudiées en hydrogéologie pour des écoulements en conditions saturées.

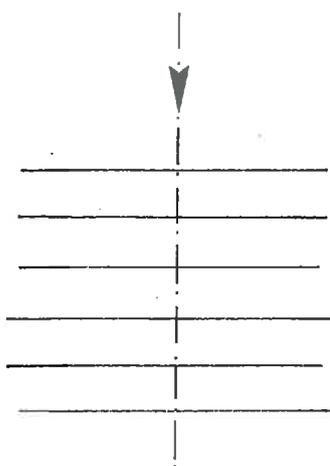
V.3.2.2. Écoulements permanents

MATHERON (1967) a montré qu'en écoulement permanent, la loi de DARCY reste valable si le milieu poreux est composé d'éléments homogènes caractérisés chacun par une conductivité propre.

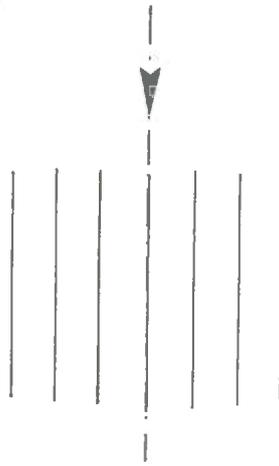
DAGAN (1979) a passé en revue les différentes méthodes d'estimation d'une *conductivité effective*, c'est-à-dire une propriété globale représentative du milieu composite, dans les cas de milieux faiblement hétérogènes. On peut comprendre assez facilement que, dans le cas d'un écoulement monodimensionnel, la conductivité effective est comprise entre deux limites, la moyenne *harmonique* K^h et la moyenne *arithmétique* \bar{K} :

$$K^h \leq K_e \leq \bar{K} \quad (\text{V.2.27})$$

Dans le cas d'un flux d'eau traversant un ensemble de couches assemblées *en série*, la moyenne est harmonique. Elle est arithmétique dans le cas d'un assemblage *en parallèle*. Le schéma ci-dessous illustre ceci.



$$K_e = \frac{1}{\left(\frac{1}{K}\right)} = K^h$$



$$K_e = \bar{K}$$

DAGAN (1979) a montré que la validité des méthodes numériques d'estimation de K_e dans des cas mono-, bi- et tridimensionnels dépend principalement de l'importance de l'hétérogénéité. Celle-ci est quantifiée par l'écart-type de la distribution des logarithmes des conductivités, $\sigma_{\log_{10}K}$. Il a montré que la plupart des méthodes numériques n'étaient plus valables (précision de $< 5\%$) lorsque cette valeur était supérieure à 0.3.

Nous avons montré grâce à l'équation (V.2.25) que l'on pouvait écrire la proportionnalité approchée suivante :

$$\log_{10} K \div 1.5 \Lambda_m \quad (V.3.1)$$

où Λ_m est soit la médiane, soit la moyenne arithmétique de la distribution logarithmique des diamètres des réseaux de pores.

Par conséquent, on peut écrire aussi que :

$$\sigma_{\log_{10}K} = 1.5 \sigma_{\Lambda_m} = 1.5 \sigma_{\beta} \quad (V.3.2)$$

Cette équation est importante car elle permet d'exprimer la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique à une saturation donnée à partir uniquement de la variabilité spatiale de la géométrie du milieu poreux. Celle-ci est quantifiée, d'après le point III.2.2 par le paramètre σ_β . L'exemple du troisième chapitre a permis de calculer les valeurs de σ_β pour différentes échelles. Ces valeurs sont données au tableau III.5. Le tableau V.6 reprend ces valeurs et donne également celles calculées par application de l'équation (V.3.2).

TABLEAU V.6. : Hétérogénéité géométrique macroscopique σ_{E_1, E_2} et variabilité spatiale de la conductivité hydraulique pour une saturation constante $\sigma_{\log_{10}K}$, correspondant à l'exemple du chapitre III.

Echelles $E_1 - E_2$	Hétérogénéité géométrique $\sigma_\beta = \sigma_{E_1 E_2}$	Variabilité spatiale de K $\sigma_{\log_{10}K}$
H - M	0.183	0.274
H - d	0.198	0.297
H - c	0.232	0.348
M - c	0.093	0.139

On peut donc s'attendre à ce que pour des échelles supérieures, ces méthodes numériques ne soient plus valables étant donné qu'alors

$$\sigma_{\log_{10}K} > 0.3$$

V.3.2.3. Écoulements non permanents

Dans le cas de milieux poreux hétérogènes, l'écoulement *non permanent* a été très peu étudié jusqu'à présent.

GUPTA, SPOSITO and BHATTACHARYA (1977) ont fait une revue de littérature à ce sujet et ont noté la rareté des recherches dans ce domaine. En fait, la variabilité spatiale des propriétés physiques a été assez largement étudiée, mais pas ses effets sur l'écoulement.

Pour les milieux poreux *saturés*, on peut reprendre ici une conclusion de MATHERON (1967) : "Il faut malheureusement se rendre à l'évidence : dans un milieu à perméabilité régionalisées, il n'existe pas de loi de DARCY macroscopique permettant de décrire globalement les écoulements non-uniformes".

Pour des milieux poreux *non saturés*, on peut d'attendre à des problèmes encore plus complexes étant donné la très forte dépendance de la conductivité et de la teneur en eau. Comme l'ont montré NIELSEN et al. (1973), le milieu poreux naturel est non seulement hétérogène d'un point de vue intrinsèque (variabilité de la conductivité à une teneur en eau donnée), mais de surcroît il est hétérogène du point de vue de sa teneur en eau. Finalement, la variabilité de la conductivité à un moment donné est caractérisée par une loi de distribution à deux variables jointes, la conductivité et la teneur en eau. Si on ajoute à cela la variabilité spatiale des *conditions initiales et aux limites*, problème semble-t-il jamais abordé, on se trouve face à un système probablement insoluble par l'approche déterministe classique.

CONCLUSIONS

Ce chapitre a permis de boucler le travail en montrant, sur une base expérimentale, le lien entre la géométrie des milieux poreux et leurs propriétés de rétention et de transfert.

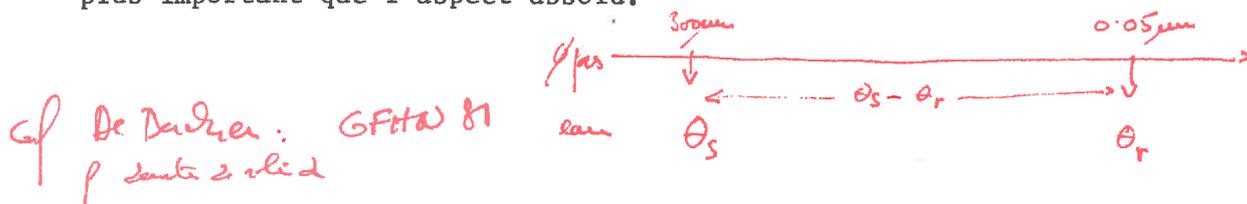
Du point de vue propriétés de rétention, il a été montré que l'air piégé ainsi que le gonflement pouvaient conduire à des écarts relativement importants entre les techniques d'intrusion de mercure et de désorption d'eau. L'allure générale est comparable et on peut pratiquement conclure que pour les applications courantes la technique d'intrusion de mercure donne une relation acceptable entre la succion et la teneur en eau $\theta(h)$.

Il a été montré que l'efficience du modèle statique d'interaction de pores de GREEN and COREY était qualitative, ce qui ne fait d'ailleurs que confirmer les observations de différents auteurs. L'expression empirique (V.2.1) lui est pratiquement équivalente dans la zone où la succion est supérieure au point d'entrée d'air. Par conséquent, nous croyons qu'elle est plus appropriée car elle présente l'avantage de n'utiliser que deux paramètres. Ces paramètres étant par ailleurs des critères de classification (chapitre II), il est désormais possible de faire correspondre à une classe de milieux poreux une classe de valeurs de conductivités hydrauliques. Remarquons que le domaine de la proche saturation semble particulièrement difficile à étudier, tant du point de vue expérimental que théorique. L'air piégé y joue semble-t-il un rôle prédominant.

Si le lien entre la géométrie et les propriétés de transfert paraît évident, on constate qu'elle ne permet pas à elle seule de déterminer ces propriétés de façon absolue. L'utilisation d'une valeur mesurée de conductivité reste nécessaire pour corriger la courbe calculée. S'il ne semble pas possible de prédire les propriétés de transfert de façon absolue à l'aide de la géométrie, il semble par contre raisonnablement possible de les prédire de façon relative. Ainsi, la variabilité spatiale des conductivités a été mise en relation directe avec l'hétérogénéité géométrique macroscopique, qui peut être aisément déterminée par porosimétrie.

D'autre part, en raison de la nature hétérogène des milieux poreux naturels il apparaît que le concept Darcien de conductivité hydraulique perd son sens (MATHERON, 1967).

Nous croyons en définitive que la cartographie des propriétés géométriques, basée sur une classification telle celle proposée au troisième chapitre peut être très utile dans le domaine de l'aménagement hydro-agricole, où l'aspect relatif ou comparatif des propriétés est souvent plus important que l'aspect absolu.



$$e_e = \frac{1}{\rho} (\theta_s - \theta_r)$$

$$S_e = \text{sat. effective} = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

types coques: la pente de S_e $\frac{1}{h}$ (en cm/h) en représentation $\log \log$ et par valeur moyenne $\log h$ et en $\frac{1}{\sigma_1}$

$$d \log S_e = \frac{-0.35}{\sigma_1} \frac{d \log h}{\log h}$$

si les 22 sur 1 distribution log normale.

CONCLUSION GÉNÉRALE

A la suite de ce travail, il est possible de tirer d'abord les conclusions suivantes en ce qui concerne la géométrie et l'hétérogénéité des milieux poreux naturels.

Le rôle que joue la géométrie porale dans les principaux phénomènes étudiés en physique du sol, rétention et transfert d'eau, a été démontré comme étant déterminant, non seulement dans le cas de l'homogénéité, mais aussi dans celui de l'hétérogénéité, apparaissant suite à des changements d'échelle. La porosimétrie à mercure est une métrologie précise et bien adaptée à l'étude de toute la gamme des micropores du sol. Elle fournit de vraies "caractéristiques géométriques" permettant de distinguer objectivement et quantitativement les milieux poreux entre eux.

Le concept "réseau élémentaire de pores" a été défini à partir du sens probabiliste donné à la courbe de distribution volumétrique des diamètres de pores.

Les paramètres statistiques descriptifs choisis pour caractériser une telle courbe gardent un sens physique en termes de diamètre équivalent, de porosité, d'étalement et de dissymétrie. Les nombreuses observations des valeurs prises par plusieurs paramètres statistiques dans différents sols, montrent que la géométrie des milieux poreux résulte surtout d'une combinaison multiplicative plutôt qu'additive des facteurs générateurs de structure. L'utilisation de la transformation logarithmique pour caractériser la géométrie des réseaux de pores se justifie aussi bien au niveau physique que statistique. (L'occurrence relative de différents réseaux de pores ne peut être comparée valablement que lorsqu'ils sont groupés dans des classes d'intervalles proportionnels.)

L'analyse méthodologique de la première partie du travail aboutit à la proposition d'une méthode descriptive de l'hétérogénéité géométrique des micropores, menant à une nouvelle classification

d'application directe. Celle-ci est basée sur trois critères : la microporosité, un diamètre moyen et un rapport d'hétérogénéité. Un corollaire de cette analyse a permis de définir une méthode de calcul de la capacité au champ à partir du diamètre moyen.

La méthode descriptive proposée s'est avérée bien adaptée à l'étude de la variabilité spatiale des propriétés physiques à l'échelle du terrain. Nous avons abordé ce problème essentiel à partir de l'hétérogénéité macroscopique des sols. Il apparaît que le problème de l'hétérogénéité ne peut valablement être étudié que dans un rapport d'échelles. Ce nouveau type d'approche a l'avantage de faire le lien entre l'hétérogénéité microscopique et macroscopique. La géométrie de l'espace poreux est en quelque sorte en amont des propriétés de rétention et de transfert, mais elle est beaucoup plus facile à caractériser. La méthode présente donc l'intérêt de donner rapidement des informations d'utilité pratique en aménagement hydraulique ou, si le besoin s'en fait sentir, de permettre une implantation optimale de sites de prélèvements d'échantillons ou d'expérimentation in situ, et ce tenant compte d'un critère de précision.

*
* * *

Par ailleurs, l'approche expérimentale plus classique de détermination au laboratoire des propriétés de rétention et de transfert d'échantillons de sols nous a semblé instructive à plusieurs points de vues. Premièrement, elle a permis de nous rendre compte de la difficulté qu'il y a de déterminer des coefficients de transfert avec précision, ainsi que du niveau de confiance que l'on doit accorder aux résultats obtenus, étant donné la difficulté de respecter les conditions initiales et aux limites utilisées dans des solutions analytiques. Ensuite, cette approche nous a amené à considérer qu'on ne peut donner trop facilement le sens de "caractéristique de transfert" à des coefficients numériques comme la conductivité et la diffusivité hydrauliques.

La confrontation entre cette approche et la caractérisation géométrique permet de confirmer expérimentalement que la géométrie et l'hétérogénéité géométrique microscopique des milieux poreux jouent un rôle déterminant dans les phénomènes de transfert et de rétention. Nous avons présenté une relation empirique liant la conductivité hydraulique à la saturation effective. Cette relation ne fait intervenir que deux grandeurs géométriques caractéristiques : la moyenne et la variance du logarithme du diamètre des pores. L'application de cette relation donne des résultats comparables à ceux obtenus par la méthode de GREEN and COREY (1971) qui présente l'inconvénient de faire intervenir toute la courbe de distribution des pores. A la lumière de la relation établie, il nous semble justifié d'envisager une expérimentation plus sophistiquée mais permettant d'estimer des coefficients de transfert plus intrinsèques. Cette expérimentation devrait donc faire appel à des techniques du premier type telles qu'elles ont été définies dans l'introduction du deuxième chapitre, c'est-à-dire pouvant renseigner sur l'évolution des teneurs en eau et des suctions en différents points d'un volume poreux.

*
* *

Après ce bilan des contributions que ce travail a pu apporter à nos connaissances sur les milieux poreux naturels, une réflexion sur la notion d'échelle nous paraît utile. Etant donné la notion de VER, la physique du sol actuelle semble placée entre deux échelles, l'une trop petite et l'autre trop grande : trop petite pour pouvoir apporter des lois et des grandeurs physiques qui soient vraiment utiles au niveau de l'irrigation, du drainage et de l'étude des ressources en eau; trop grande pour pouvoir comprendre les mécanismes des phénomènes. En fait, la physique du sol est en général définie dans un rapport d'échelles tel que les milieux poreux doivent être considérés comme homogènes pour être décrits par les modèles actuels alors que les hétérogénéités sont la règle générale de la nature.

*
* *

Nous terminons cette conclusion en proposant quelques voies de recherche. Du point de vue fondamental, il serait intéressant de rejoindre le "network approach" dont il a été question dans l'avant propos, c'est-à-dire de ne pas chercher à expliquer et prédire des paramètres globaux, mais plutôt de chercher à simuler des écoulements dans des réseaux de capillaires grâce à la loi de POISEUILLE. Cette approche permet en principe d'impliquer séparément et simultanément les effets des phases gazeuse, liquide et solide.

En outre, il est possible d'aborder, dans un esprit multidisciplinaire (physique, chimique, biologique), l'étude explicative de la microstructure des sols grâce à la signification physique des paramètres statistiques décrivant celle-ci.

La méthodologie développée dans l'étude des micropores devrait être complétée par une étude semblable des macropores. La microphotographie semble être la métrologie la mieux adaptée à cet effet mais implique des moyens dont nous ne disposons pas. Il pourrait être utile également de tenir compte d'autres grandeurs que les diamètres, par exemple des grandeurs morphologiques. Enfin, du point de vue de l'application, on peut s'intéresser à la classification et à la cartographie des propriétés physiques dans un souci de rapprochement entre les propriétés intrinsèques des milieux poreux et la qualité agrohydrologique des sols.

BIBLIOGRAPHIE

- ALIMARAS R.R. and C.O. GARDNER, 1956 : Soil sampling for moisture determination and irrigation experiments. *Agron. J.*, 48 : 15-17
- ANDREW L.E. and F.W. STEARNS, 1963 : Physical characteristics of four Mississippi soils. *S.S.S.A.P.*
- AVERJANDOV S.F., 1950 : About permeability of subsurface soils in case of incomplete saturation. *Eng. Collect.* 7
- BABALOLA O., 1978 : Spatial variability of soil water properties in tropical soils of Nigeria. *Soil Sc.*, vol 126, no 5 : 269-279
- BABCOCK L.K. and R. OVERSTREET, 1955 : Thermodynamics of soil moisture : a new application. *Soil Sc.*, vol 80
- BACHMAT Y., 1971 : Spatial macroscopisation of processes in heterogeneous systems. *Israel. J. of Tech.*, Weizmann Sc. Press. 1972
- BACHMAT Y. and J. BEAR, 1972 : Mathematical formulation of transport phenomena in porous media. *IAHR-ISSS Symp. on Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media. Univ. of Guelph. Vol. 1 : 174-193*
- BAKER S.W., 1979 : Pore size distribution. A factor to be considered in infiltration studies? *Journ. of Hydrol.*, 41 : 279-290
- BAKR A.A.M., 1976 : Stochastic analysis of the effect of spatial variations of hydraulic conductivity on groundwater flow. Ph. D. Dissertation, N. Mex. Inst. of Mining and Technol., Socorro
- BAVER L.D., 1940, 1948 : *Soil physics.* John Wiley and Sons, N. Y.
- BEAR J., 1972 : *Dynamics of fluids in porous media.* Elsevier, N. Y.
- BEAR J., 1978 : Relations between microscopic and macroscopic descriptions in porous media. *Symp. on Fluid Mechanics and Scale Effects on the Phenomena in Porous Media. Thessaloniki, Greece, Edit. J. GANOULIS : 3-31*
- BEAUVOIS J.F., 1978 : Contribution a l'étude d'un projet d'irrigation complémentaire sur le plateau de Bastogne : cas de Noville. *Memoire de fin d'études, Univ. de Louvain.*
- BECKET P.H.T. and R. WEBSTER, 1971 : Soil variability : a review. *Soils Fert.*, 34 : 1-15
- BIGGAR J. W. and D. R. NIELSEN, 1976 : Spatial variability of the leaching characteristics of a field soil. *W.R.R.*, vol. 12, no 1 : 78-84
- BOLT G.H. and M.J. FRISSEL, 1960 : Thermodynamics of soil moisture. *Neth. J. Agr. Sc.*, 8 : 57-58
- BOLT G. H. and Ph. GROENEVELT, 1969 : Coupling phenomena as a possible cause of "non-darcian" behavior of water in soils. *Colloque sur les Transferts dans les Milieux Poreux Non Saturés. Grenoble, AIHS.*
- BONNEAU M., 1961 : Evaluation au laboratoire de la capacité au champ en fonction de la texture. *Bull. AFES no 8 : 16-24*

- BONNET J. et R. LENORMAND, 1977 : Réalisation de micromodèles pour l'étude des écoulements polyphasiques en milieux poreux. Revue de l'IFP XXXII, 3 : 477-480
- BORELI M. and G. VACHAUD, 1966 : Note sur la détermination de la teneur en eau résiduelle et sur la variation de la perméabilité relative dans les sols non saturés. C. R. Acad. Sc. 263 : 698-701
- BOUASSE H., 1924 : Capillarité. Phenomenes superficiels. Librairie Delgrave, Paris.
- BOUMA J., 1977 : Soil survey and the study of water in unsaturated soil. Soil Survey Papers, no 13, Neth. Soil Survey Inst., Wageningen.
- BOUMA J. and J.L. ANDERSON, 1973 : Relationships between soil structure characteristics and hydraulic conductivity. S.S.S.A. Special Publ. no 5, Am. Soc. of Agron., Madison, Wis.
- BOUMA J. and J.L. DENNING, 1974 : A comparison of hydraulic conductivities calculated with morphometric and physical methods. S.S.S.A.P. 38 : 124-127
- BOUWER H., 1969 : Planning and interpreting soil permeability measurements. J. Irr. Drain. Dir., Am. Soc. Civil Eng., 95 : 391-402
- BRADFIELD R. and V.C. JAMISON, 1938 : Soil structure-attempts at its qualitative characterisation. S.S.S.A.P. 3 : 70-76
- BRIGGS L.J., 1897 : The mechanics of soil moisture. U.S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull. 10
- BRIGGS L.J. and J.W. Mc LANE, 1907 : The moisture equivalent of soils. U.S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull. 45
- BRIGGS L.J. and H.L. Shantz, 1912 : The wilting coefficient for different plants and its indirect determination. U.S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull. 230
- BROOKS R.H. and A.T. COREY, 1964 : Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Papers no 3, Col. St. Univ., Fort Collins
- BRUCE R.R. and A. KLUTE, 1956 : The measurement of soil water diffusivity. S.S.S.A.P. 20 : 458-462
- BRUTSAERT W., 1966 : Probability laws for pore-size distributions. Soil Sc., vol 101 no 2 : 85-92
- BRUTSAERT W., 1968 : The permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pore-size distribution. W. R. R., vol 4 no 2 : 425-434
- BUCKINGHAM E., 1907 : Studies on the movement of soil moisture. U.S. Dept. Agr. Bur. Soils. Bull. 38
- BURDINE N.T., 1953 : Relative permeability calculations from pore size distribution data. Petr. Trans. ADME, vol 198 : 71-78
- BUTYN J. and J. WESSELING, 1959 : Determination of the capillary conductivity of soils at low moisture tensions. Neth. J. Agr. Sc. 2 : 155-163
- CARLIER M., 1972 : Hydraulique générale et appliquée. Eyrolles, Paris

- CARLSLAW H.S. and J.C. JAEGER, 1959 : Conduction of heat in solids. Clarendon press, Oxford
- CARO J.H. and H.P. FREEMAN, 1961 : Pore structure of phosphate rock and triple super phosphate. Distr. by AMINCO, repr. no 139
- CARVALLO H.O., D.K. CASSEL, J. HAMMOND and A. BAUER, 1976 : Spatial variability of in situ unsaturated hydraulic conductivity of maddock sandy loam. Soil Sc., vol 121 no 1 : 1-8
- CARY J., 1967 : Experimental Measurement of soil moisture hysteresis and entrapped air. Soil Sc. vol 104 no 3 : 174-180
- CASSEL D.K. and A. BAUER, 1975 : Spatial variability in soils below dept of tillage : bulk density and fifteen atmosphere percentage. S.S.S.A.P., 39 : 247-250
- CHATZIS I. and F.A.L. DULLIEN, 1978 : A network approach to analyze and model capillary transport phenomena in porous media. IAHR Symp., Thessaloniki, Greece. Edit. J. GANOULIS : 1.1-1.22
- CHILDS E.C., 1940 : The use of soil moisture characteristics in soil studies. Soil Sc. 50 : 239-252
- CHILDS E.C., 1942 : Stability of clay soils. Soil Sc. 53 : 79-92
- CHILDS E.C., 1969 : An introduction to the physical basis of soil water phenomeron. Wiley, Interscience, N.Y.
- CHILDS E.C. and N. COLLIS-GEORGE, 1950 : The permeability of porous materials. Proc. Roy. Soc. 201 A : 392-405
- CISLER J. and G. VACHAUD, 1969 : Sur les limites de la méthode de mesure du coefficient de diffusivité hydrique en drainage et en humidification par variation brutale de succion. C. R. Hebd. Sean. Acad. Sci. Paris., 269
- COCHRAN W.G., 1963 : Sampling techniques. Wiley Int. Ed., 2e edit.
- COGELS O., 1978 : Etude des propriétés de rétention d'eau des sols du bassin du Biran au moyen de la porosimétrie a mercure. Public. du dép. de génie rural, 78/1, 13pp
- COGELS O. and L.W. DE BACKER, 1975 : Soil water content and potential profiles in relation with the parameters of water budget. IFIP System Sim. in Water Res., edit. G.C. VANSTEENKISTE, North Holland Publish. Company.
- COGELS O. and L.W. DE BACKER, 1978 : Etude des relations entre la distribution des diamètres des pores d'un milieu poreux et ses propriétés de transfert et de rétention d'eau. IAHR Symposium, Thessaloniki, Greece. Edit. J. GANOULIS : 3.17-3.34
- COMBEAU A. et P. QUANTIN, 1963 : Observations sur la capacité au champ de quelques sols ferralitiques. Rapprochement avec les courbes pF/humidite. Sc. du Sol, mai : 5-13
- CRANK J., 1956, 1975 : The mathematics of diffusion. Oxford Univ. Press. 2 ed.
- DAENINCK A.M. et E. SCHIFFLERS, 1975 : Catalogue du software de statistique. Univ. Cath. de Louvain, Centre de calcul.
- DAGAN G., 1979 : Models of groundwater flow in statistically homogeneous porous formations. W.R.R. vol 15 no 1 : 47-63

- DAGNELIE P., 1969, 1970 : Theorie et méthodes statistiques, vol 1 et 2.
Edit. J. Duculot S.A., Gembloux
- DAGNELIE P., 1975 : Analyse statistique a plusieurs variables.
Les Presses Agronomiques de Gembloux, Belgique.
- DARCY H., 1856 : Les fontaines publiques de la ville de Dijon.
Dalmont, Paris.
- DAVIDSON J.H., J.W. BIGGAR, D.R. NIELSEN, A.W. WARRICK and D.R. CASSEL,
1966 : Soil water diffusivity and watercontent distribution during
outflow experiment. Water in the Unsat. Zone, vol 1 : 214-223.
Publ. 82, Int. Assoc. Sc. Hydrol.
- DAVIDSON J.M., L.R. STONE, D.R. NIELSEN and M.E. LARUE, 1969 : Field
measurement and use of soil properties. W.R.R. vol 5 : 1312-1321
- DAY R. and J.N. LUTHIN, 1956 : A numerical solution of the differential
equation of flow for a vertical drainage problem. S.S.S.A.P 20 : 443-447
- DE BACKER L., 1967 : The measurement of entrapped gas in the study of
unsaturated flow phenomena. W.R.R. vol 3 no 1 :245-249
- DE BACKER L., 1969 : Considerations sur l'influence de la phase
gazeuse piégée dans les milieux poreux. Bull. Assoc. Sc. Hydrol.,
14eme 2,6 : 61-66
- DE BACKER L., 1969 : Les premiers temps de l'infiltration.
Journée d'étude sur les mouvements de l'eau en milieux non saturés.
SPEPE, Orleans : 3.1-3.3
- DELHOMME J.P., 1979 : Spatial variability and uncertainty in groundwater
flow parameters : a geostatistical approach. W.R.R. vol 15, 2 : 269-280
- DELVAUX B., 1978 : De l'influence du facteur anthropique sur les
propriétés pédologiques des udalfs (gray brown podzolic soils)
en région limoneuse brabançonne. Mem. de fin d' ét. Univ. Cath. de Louvain.
- DE SMEDT F., 1979 : Theoretical and experimental study of solute movement
through porous media with mobile and immobile water.
Ph.D. Thesis, ULB, Belgium
- DOERING E.J., 1965 : Soil water diffusivity by the one-step method.
Soil Sc. 99 : 322-326
- DONAT J., 1937 : Das gefüge des bodens und dessen kernzeichnung.
Trans. 6th. Comm. Inter. Soc. Soil Sc., Zurich, vol B : 423-439
- DRAKE L.C. and H.L. RITTER, 1945 : Macropore-size distributions in some
typical porous substances. Distr. by AMINCO, reprint 278
- DULLIEN F.A.L., 1972 : Pore structure and flow properties of porous media.
IAHR-ISSS symposium, Univ of Guelph, vol 11 :58-87
- DULLIEN F.A.L., 1975 : New network permeability model of some sandstone.
AICHE Journal, vol 21 : 299-307
- DULLIEN F.A.L., 1975 : Effects of pore structure on capillary and flow
phenomena in sandstone. J. Can. Petr. Tech., vol 14 : 48-55
- DULLIEN F.A.L. and G.K. DHAWAN, 1974 : Characterization of pore structure
by a combination of quantitative photomicrography and mercury
porosimetry. Powder Tech.

- DULLIEN F.A.L., I.CHATZIS and M.S. SAYED, 1976 : Modelling transport phenomena in porous media by networks consisting of nonuniform capillaries. Soc. Petr. Eng. of AIME, 51st Tech. Conf., New Orleans.
- EDELFSSEN N.E. and A.B.C. ANDERSON, 1943 : Thermodynamics of soil moisture. HILGARDIA, 15 : 31-298
- ELSEFTAWY A. and R.S. MANSELL, 1975 : Hydraulic conductivity calculations for unsaturated steady-state and transient flow in sand. S.S.S.A.P., 39 : 599-603
- F.A.O., 1977 : Guidelines for soil description. Rome, Sec. edit.
- FARREL D.A. and W.E. LARSON, 1972 : Computer analysis of the pore structure of isotropic porous media. IAHR-ISSS symp., Univ. of Guelph, vol 1 : 74-87
- FARREL D.A. and W.E. LARSON, 1972 : Modeling the pore structure of porous media. W.R.R.
- FATT I., 1956 : The network model of porous media. I, II, III. Trans. AIME 207 : 144-181
- FATT I. and H. DYKSTRA, 1951 : Relative permeability studies. Trans. AIME 192 : 249
- FENG C.L and G.M. BROWNING, 1946 : Aggregate stability in relation to pore size distribution. S.S.S.A.P., 11 : 67-73
- FEODOROFF A. and J.L. BALLIF, 1968 : La tension de l'eau a la capacité de rétention. Note prov., labo. des sols, INRA, Versailles.
- FICK A., 1855 : Annln Phys. 170 : 59
- FOURIER J.B., 1822 : Theorie analytique de la chaleur. English transl. by FREEMAN, Dover Publ., N.Y., 1955.
- * FREEZE R.A., 1975 : A stochastic conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. W.R.R. 11(5) : 725-741
- FREVEL L.K. and L.J. KRESSLEY, 1963 : Modifications in mercury porosimetry. Distrib. by AMINCO, repr. 276
- GANOULIS J., 1974 : Remplacement d'un fluide par un autre dans des domaines de géométrie aléatoire non cylindrique. These de doct., Toulouse, France
- GANOULIS J. et J. TSAKOYIANNIS, 1978 : Determination de l'échelle des volumes macroscopiques d'un milieu a porométrie homogène ou hétérogène. Symp. IAHR, Thessaloniki, Greece. Edit. J. GANOULIS, pp : 1.49-1.65
- GARDNER W., 1920 : A capillary transmission constant and method of determining it experimentally. Soil Sc. 10 : 103-126
- GARDNER W., 1920 : The capillary potential and its relation to soil moisture constants. Soil Sc. 10 : 357-359
- GARDNER W.R., 1956 : Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data. S.S.S.A.P. 20 : 317-320.
- GARDNER W.R., 1959 : Solutions of the flow equation for drying of soils and other porous media. S.S.S.A.P., 23 : 183-187

- GARDNER W.R., 1960 : Dynamic aspects of water availability to plants.
Soil Sc. 89 : 63-73
- GARDNER W.R., 1962 : Note on the separation and solution of diffusion
type equations. S.S.S.A.P., 26 : 404
- GARDNER W.R., 1970 : Field measurement of soil water diffusivity. S.S.S.A.P.
- GARDNER W.H. and C. CALISSENDORF, 1967 : Gamma-ray and neutron attenuation
in measurement of soil bulk density and water content.
Isotope and Rad. Tech. AIEA, Vienne : 101-113
- GAUDET J.P., H. JEGAT and G. VACHAUD, 1975 : Simulation of miscible
displacement in unsaturated porous media using the concept
of mobile and stagnant fluids. In Water in Heavy Soils,
Bratislava, 1976. Edit. M. KUTILEK and J. SUFOR
- GAUDET J.P., H. JEGAT, G. VACHAUD and P.J. WIERINGA, 1977 :
Solute transfer with exchange between mobile and stagnant
water, through unsaturated sand. S.S.S.A.J., 41 : 665-671
- GIRARD M.C., 1970 : Etude statistique des notions de type et
de phase sur un sol méditerranéen. Cah. ORSTOM, serie Pedo.,
vol VIII, no 3 : 349-375
- GRAS R., 1962 : Quelques observations sur les relations entre les
propriétés physiques du sol et la croissance du pêcher dans
la vallée du Rhone entre Vienne et Valence.
Ann. Agro. 13 no 2 : 141-147
- GREEN R.E. and J.C. COREY, 1971 : Calculation of hydraulic conduc-
tivity : a further evaluation of some predictive methods.
S.S.S.A.P. 35 : 3-7
- GREENKORN R.A. and D.P. KESSLER, 1969 : Dispersion in heterogeneous
anisotropic porous media. In. and Eng. Chem., 69, 9 : 14-32
- GREENKORN R.A., 1972 : Matrix properties of porous media.
IAHR-ISSS Symp, Univ. Guelph, vol 1 : 27-57
- GROENEVELT P.H., J.G. DE SWART and J. CISLER : Water-content
measurement with 60 kev gamma ray attenuation.
Bull. Int. Ass. Sc. Hydrol. 14 no 2 : 67-77
- GRONSTEIN G.W., 1957 : X-ray attenuation coefficient from 10 kev
to 100 Mev, NBS, Circular 538
- GUELIN P., 1969 : Milieux poreux non saturés et théories des
mélanges. Colloque sur les Transferts dans les milieux poreux
non saturés, Grenoble, mars 1969, AIHS
- GUPTA S.C., D.A. FARREL and W.E. LARSON, 1974 : Determining
effective soil water diffusivities from one-step outflow
experiments. S.S.S.A.P 38 : 710-716
- GUPTA V.K., G. SPOSITO and R.N. BHATTACHARYA, 1977 : Toward
an analytical theory of water flow through inhomogeneous
porous media. W.R.R. 13, 1 : 208-210

- HAINES W.B., 1925 : Studies in the physical properties of soils.
A note on the cohesion developed by capillary force in an
ideal soil. J. Agr. Sc. 15 : 529-...
- HAINES W.B., 1927 : Studies in the physical properties of soils.
A further contribution to the theory of capillary phenomena
in soils. J. Agr. Sc. 17 : 264-290
- HAINES W.B., 1930 : Studies in the physical properties of soils.
The hysteresis effect in capillary properties and the modes
of moisture distribution associated therewith.
J. Agr. Sc. 20 : 97-116
- HAMMOND L.C., W.L. PRITCHETT and U. CHEW, 1958 : Soil sampling
in relation to soil heterogeneity. S.S.S.A.P. 22 : 5548-552
- HARRIS A.J., 1915 : On a criterion of substratum homogeneity
(or heterogeneity) in field experiments. Am. Nat. 49 : 430-454
- HENIN S., 1977 : Cours de physique du sol. 2 vol. ORSTOM, Paris
- HILLEL D., 1974 : L'eau et le sol. Principes et processus physiques.
Traduit de l'anglais par L. W. DE BACKER. Edit. VANDER, Leuven
- IRMAI S., 1951 : The effect of air bubbles on the law of hydrostatic
pressures in unsaturated soils. Union Geod. et Geoph. Intern.,
Assemblée gen. de Bruxelles, extrait du tome II
- IRMAI S., 1954 : On the hydraulic conductivity of unsaturated soils.
EOS Trans. AGU, 35 : 463-467
- JACKSON R.D., 1972 : On the calculation of hydraulic conductivity.
S.S.S.A.P. vol 36 : 380-382
- JACKSON R.D., R.J. REGINATO and C.H.M. VAN BAVEL, 1965 : Comparison of
measured and calculated hydraulic conductivities of unsaturated
soils. W.R.R. 1 : 375-380
- JACOB W.C. and A. KLUTE, 1956 : Sampling soils for physical and chemical
properties. S.S.S.A.P. 20 : 170-172
- JOHNSON et al., 1960 : Method of pore description. Soil Sc., vol 89
- JOHNSON N.L. and F.C. LEONE, 1964 : Statistics and experimental design
in engineering and the physical science. Vol I, John Wiley and Sons.
- JUHOLA A.J. and E.O. WIIG, 1949 : Pore structure in activated charcoal.
II, Determination of macropore-size distribution.
J. Amer. Chem. Soc., 71 : 2078-2080
- KEISLING T.C., 1974 : Precision with which selected physical properties
of similar soils can be estimated. Thesis, Univ. Microfilm,
Xerox, Ann Arbor, Michigan, USA
- KEISLING T.C., J.M. DAVIDSON, D.L. WEEKS and R.D. MORISON, 1977 :
Precision with which selected soil physical parameters can
be estimated. Soil Sc., vol 124 no 4 : 241-248

- KIRKHAM D. and W.L. POWERS, 1972 : Advanced Soil Physics, Wiley, Intersc., N.Y.
- KLEIN J.C. and J. SERRA, 1972 : The texture analyser. J. of Microscopy, vol 95, pt. 2 : 349-359
- KLOCK G.O., L. BOERSMA and L.W. DE BACKER, 1969 : Pore size distribution as measured by the mercury intrusion method and their use in predicting permeability. S.S.S.A.P., 33 : 12-15
- KLUTE A., 1952 : A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. Soil Sc., 73 : 105-116
- KOZENY J., 1927 : Uber kapillare leitung des wassers im boden. Sb. Akad. Wiss. Wien, Math-naturw. Kl. Abt. IIa, 136 : 271-306
- KUNZE R.J. and DON KIRKHAM, 1962 : Simplified accounting for membrane impedance in capillary conductivity determinations. S.S.S.A.P. 26 : 421-426
- KUNZE R.J., G. UEHARA and K. GRAHAM, 1968 : Factors important in the calculation of hydraulic conductivity. S.S.S.A.P. 32 : 760-764
- LALIBERTE G.E., R.H. BROOKS and A.T. COREY, 1968 : Permeability calculated from desaturation data. J. Irr. Drain. Div., Proc. Am. Soc. Civ. Eng., 94 : 57 - 71
- LAROUSSI C., 1972 : Analyse de l'interaction espace poreux-fluide dans les problèmes d'écoulement en milieux non saturés. These de doc. Univ Paul Sabatier de Toulouse, France.
- LAROUSSI C., 1978 : Geometrie des milieux poreux. Eléments pour une théorie stochastique de l'hydrodynamique des milieux non saturés. Les monogr. du Genie Rural, Univ. Cath. de Louvain, Belgique
- LAROUSSI C. and L.W. DE BACKER, 1975 : Physical interpretation of the diffusion equation parameters according to Markov's stochastic processes theory. Soil Sc., 120 : 169-173
- LAROUSSI C. and L.W. DE BACKER, 1977 : Markovian approach to soil water movement. S.S.S.A.P., 177-178
- LAROUSSI C. and L.W. DE BACKER, 1979 : Relation between geometrical properties of porous media and the $\psi(\theta)$ hysteresis loop. S.S.S.A.J. 43 no 4 : 646-650
- LAROUSSI C., G. VANDERVOORDE and L. W. DE BACKER, 1975 : Experimental investigation of the diffusion coefficient. Soil Sc. 120 no 4 : 249-255
- LAW J., 1964 : A statistical approach to interstitial heterogeneity of sand reservoirs. Trans. AIME 155 : 202
- LEAMER R.W. and J.F. LUTZ, 1940 : Determination of pore-size distribution in soils. Soil Sc. 49 : 347-360
- LENORMAND R., 1978 : Description de l'imbibition en milieu poreux au moyen de réseaux de capillaires. Symp., Thessaloniki, Greece. Edit J. GANOULIS : 1.23-1.47
- LETEY, OSBORN and PELISHEK, 1962 : Measurement of liquid-solid contact angles in soil and sand. Soil Sc. 93 no 3 : 149-153

- LOMBAERTS R., 1977 : Essai de corrélation entre les paramètres biologiques, chimiques et physiques de sols de surface. Application aux sols du bassin du Ruchaux. Mem. de fin d' et. Univ. Cath. de Louvain.
- LOPARDO R.A., 1968 : Etude expérimentale sur modèle analogique des phénomènes interfaciaux en milieux poreux. These de doct., Univ de Toulouse, France
- LUTZ J.F. and R.W. LEAMER, 1939 : Pore size distribution as related to the permeability of soils. S.S.S.A.P. 4 : 28-31
- MAKOKO L. and L.W. DE BACKER, 1972 : Les premiers temps de l'infiltration en milieux poreux non saturés. IAHR-ISSS Symp., Univ. of Guelph, vol 1 : 338-356
- MALIK R.S., C. LAROUSSI and L.W. DE BACKER, 1979 : Physical components of the diffusivity coefficient. S.S.S.A.J. 4 : 633-637
- MARCESSE J., 1967 : Détermination in situ de la capacité de rétention d'un sol au moyen de l'humidimètre à neutrons. IAEA isotope and radiation techniques in soil physics and irr. studies, Vienne : 137-146
- MARLE C., 1962 : Réflexions sur la caractérisation du milieu poreux. Rapport I.F.P., ref no 7522, juin 1962
- MARSHALL T.J., 1958 : A relation between permeability and size distribution of pores. Journ. of Soil Sc., 9, 1.
- MARSHALL R.J. and G.B. STIRK, 1949 : Pressure potential of water moving downward into soil. Soil Sc. 68 : 359-370
- MASON D.D., J.F. LUTZ and R.G. PETERSEN, 1957 : Hydraulic conductivity as related to certain soil properties in a number of great soil groups—sampling errors involved. S.S.S.A.P. 21 : 554-560
- MATHERON G., 1965 : Les variables régionalisées et leur estimation. Mason et Cie.
- MATHERON G., 1967 : Éléments pour une théorie des milieux poreux. Mason et Cie.
- MATHERON G., 1974 : Effet proportionnel et lognormalité. Int. rep. no 374, Ecole des mines, Fontainebleau, Paris.
- Mc INTYRE D.S. and C.B. TANNER, 1958 : Anormally distributed soil physical measurements and non parametric statistics. Soil Sc. 88 : 133-137
- MEYER P.L., 1969 : Introductory probability and statistical applications. Addison-Wesley Publ. Comp., Massach., 2e edit.
- MILLER E.E. and D.E. ELRICK, 1958 : Dynamic determination of capillary conductivity extended for non-negligible membrane impedance. S.S.S.A.P., 22 : 483-486
- MILLIGAN W.O. and C.R. ADAMS, 1954 : An analytical expression for cumulative pore volumes and pore size distributions. J.Phys.Chem. 58 : 891

- MILLINGTON R.J. and J.P. QUIRK, 1959 : Permeability of porous media.
Nature 183 : 387-388
- MILLINGTON R.J. and J.P. QUIRK, 1960 : Transport in porous media.
Trans. of 8th Int. Congr. Soil Sc., Madison, I : 97-106
- MILLINGTON R.J. and J.P. QUIRK, 1961 : Permeability of porous solids.
Trans. Faraday Soc., 57 : 1200-1207
- MILLINGTON R.J. and J.P. QUIRK, 1964 : Formation factor and permeability equations. Nature 202 : 143-145
- MOOD A.M. and F.A. GRAYBILL, 1963, 1973 : Traduit par P.Y MAUGUEN et Y. BURLE, 1973 : Introduction a la statistique theorique.
DUNOD, Paris.
- MOREL-SEYTOUX H.J., 1969 : Introduction to flow of immiscible liquids in porous media. In Flow Through Porous Media, Edit. DE WIEST.
Acad. Press., N.Y. and London, : 482-483
- MORINEAU Y., P. SIMANDOUX et M. DUPUY, 1965 : Etude des hétérogénéités des perméabilités dans les milieux poreux.
Ile colloque de L'ARTFP, mai-juin 1965
- MUALEM Y., 1973 : Modified approach to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis. W.R.R., vol 9, no 5 : 1324-1331
- MUALEM Y., 1974 : A conceptual model of hysteresis. W.R.R., vol 10, no 3 : 514-520
- MUALEM Y., 1976 : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. W.R.R., 12 : 513-522
- MUALEM Y. and G. DAGAN, 1975 : A dependent model of capillary hysteresis. W.R.R., vol II, no 3 : 452-460
- MUALEM Y. and G. DAGAN, 1978 : Hydraulic conductivity of soils : unified approach to the statistical models.
S.S.S.A.J., 42 : 392-395
- MUSKAT M., 1946 : The flow of homogeneous fluids through porous media. Ann. Harbor. Mich. J. W. Edwards, 763 p.
- NAGPAL N.K., L. BOERSMA and L.W. DE BACKER, 1972 : Pore-size distribution of soils from mercury intrusion porosimeter data. S.S.S.A.P., 36, 2
- NIELSEN D.R., J.W. BIGGAR and K.T. ERH, 1973 : Spatial variability of field-measured soil-water properties. Hilgardia, 42, 7, nov 1973
- NIELSEN D.R., D. KIRKHAM and E.R. PERRIER, 1960 : Soil capillary conductivity comparison of measured and calculated values.
S.S.S.A.P., 24 : 157-160
- NICHOLSON D. and PETROPOULOS J.M., 1971 : Capillary models for porous media. III. Two phase flow in a three dimensional network with Gaussian radius distribution. J. Phys. D., Appl. Phys. vol 4 : 181-189
- PECK A.J., 1966 : Diffusivity determination by a new outflow method. In Water in the Unsaturated Zone, Publ. 82, Int. Ass. Sc. Hydr. vol I : 191-202

- POULOVASSILIS A., 1962 : Hysteresis of pore water, an application of the concept of independent domains. *Soil Sc.*, 93 : 405-412
- RAATS P.E., 1965 : Development of equations describing transport of mass and momentum in porous media with special reference to soils. Ph.D. Thesis, Univ. of Illinois
- RAO P.V., P.S.C. RAO, J.M. DAVIDSON and L.C. HAMMOND, 1979 : Use of goodness-of-fit tests for characterizing the spatial variability of soil properties. *S.S.S.A.J.*, 43 : 274-278
- RAPOPORT L.A. and W.J. LEAS. 1951 : Relative permeability to liquid in liquid-gas systems. *Trans. AIME* 192, 83
- RICHARDS L.A., 1928 : The usefulness of capillary potential to soil moisture and plant investigations. *J. Agr. Res.* 37 : 719-742
- RICHARDS L.A., 1931 : Capillary conduction of liquids in porous mediums. *Physics* 1 : 318-333
- RICHARDS L.A., 1949 : Methods of measuring soil moisture tension. *S.S.S.A.P.* 17 : 321-3..
- RICHARDS L.A. and L.R. WEAVER, 1943 : The sorption-block soil moisture meter and hysteresis effects related to its operation. *J.A.S.Agr.* 35 : 1002-1011
- RICHARDS L.A. and L.R. WEAVER, 1944 : Moisture retention by some irrigated soils as related to soil-moisture tension. *J. Agr. Res.* 69 : 215-235
- RICHARDS L.A. and C.H. WADLEICH, 1952 : Soil water and plant growth. B.T. Shaw. Ed. *Am. Soc. Agr. Monograph*, 2, Acad. Press, New-York
- RIVERS E.D. and R.F. SHIPP, 1978 : Soil water retention as related to particle size in selected sands and loamy sands. *Soil Sc.* 126 : 94-100
- ROGOWSKY A.S., 1972 : Watershed physics : soil variability criteria. *Water Resources Res.* 8 : 1015-1023
- ROGOWSKY A.S. 1972 : Two and three point models of the soil moisture characteristics and hydraulic conductivity for field use. *IAHR-ISSS Univ of Guelph*, vol 1 : 124-136
- ROSE W., 1949 : Theoretical generalisations leading to the evaluation of relative permeability. *Trans. AIME* 186 : 111
- ROYER J.M. and G. VACHAUD, 1974 : Field determination of hysteresis in soil water characteristics. Note to *S.S.S.A.P.*
- RUBIN J., 1966 : Numerical analysis of ponded rainfall infiltration. *Symp. on Water in the Unsaturated Zone*. Wageningen, AIHS publ 82.
- RUSSEL M.B., 1941 : Pore-size distribution as a measure of soil structure. *S.S.S.A.P.* 6 : 108-112
- RYTEMA P.E., 1959 : Calculation of capillary conductivity from pressure plate outflow data with non-negligible membrane impedance. *Neth. J. Agr. Sci.* 7 : 209-215
- SCHEIDEGGER A.E., 1957 : The physics of flow through porous media. Univ. of Toronto Press., 313 p

- SCHNEEBELI G., 1966 : *Hydraulique souterraine*. Eyrolles, Paris, 362 p.
- SCHOFIELD R.K., 1935 : The pF of the water in soils. *Trans. 3d. Int. Congr. Soil Sc.* 2 : 37-48
- SCHOFIELD R.K., 1938 : Pore-size distribution as revealed by the dependance of suction (pF) on moisture content. *Trans. Intern. Congr. Soil. Sci.* 1st. Congr. A : 38-45
- RITTER H.L. and L.C. DRAKE, 1945 : Pore-size distribution in porous materials. Pressure porosimeter and determination of complete macropore size distributions. *Distrib. by AMINCO, reprint 277*
- SERRA J., 1971 : L'analyseur de textures. *Sciences de la terre, tome XVI, no 3-4, Journées d'études CNRS* : 275-289
- SERRA J., 1972 : Stereology and structuring elements. *J. of Microscopy.* 95, pt. 1 : 93-103
- SILLS I.D., L.A.G. AYLMORE and J.P. QUIRK, 1974 : Relationship between pore-size distribution and physical properties of clay soils. *Aust. J. Soil Res.*, 12 : 107-117
- SIMON R. and F.J. KELSEY, 1971 : The use of capillary tube networks in reservoir performance studies. I. Equal-viscosity miscible displacements. *Soc. Pet. Eng. J.* , june 1971 : 99-112
- SIMON R. and F.J. KELSEY, 1972 : The use of capillary networks in reservoir performance studies . II. Effect of heterogeneity and mobility of miscible displacement efficiency. *Soc. Pet. Eng. J.*, august 1972, paper no 3482
- SINE L. et A. BENTZ, 1966 : Divergences entre valeurs expérimentales et théorie de la diffusivité capillaire. *Water in the Unsaturated Zone.* Edit. RYTEMA and WASSINK , vol 1 : 263-277
- SLAGER S., 1964 : A study of the distribution of biopores in some sandy soils in the Netherlands. In *Soil Microsmorphology* , Edit. A. JONGERIUS, Elsevier, Amsterdam : 421-426
- SLICHTER C.S., 1897,1898 : Theoretical investigations of the motion of groundwaters. *U.S. Geol. Survey, 19th ann. rep.*, pt 2 : 295-384
- SMILES D.E., G. VACHAUD and M. VAUCLIN, 1971 : A test of the uniqueness of the soil moisture characteristic during transient nonhysteretic flow of water in a rigid soil. *S.S.S.A.P.* 35 : 534-538
- SMITH R.E. and R.H.B. HEBBERT, 1979 : A Monte Carlo analysis of the hydrologic effects of spatial variability of infiltration. *W.R.R.* vol 15 no 2 : 419-429
- SNEDECOR G.W. and W.G. COCHRAN, 1967 : *Statistical Methods*. The Iowa State Univ. Press., Ames, IOWA - USA, 6th edit.
- SUKHATME P.V., 1954 : *Sampling theory of surveys with applications*. IOWA State College Press., IOWA, USA
- THIRRIOT C., 1969 : Considerations générales sur les écoulements en milieux non saturés. *La Houille Blanche* 8 : 805-816

- THIRRIOT C. et J. GANOULIS, 1972 : Sur les mécanismes fondamentaux du déplacement d'un fluide visqueux par un autre en milieu poreux. IAHR-ISSS, Univ. of Guelph, vol 1 : 378-392
- THIRRIOT G. et J. VALIANZAS, 1978 : Simulation numérique de l'influence des hétérogénéités sur les propriétés hydrodynamiques d'un aquifère. AIRH Symp. Thessaloniki, Greece, Edit. J. GANOULIS : 2.1-2.18
- THONY J.L., 1970 : Etude expérimentale des phénomènes d'hystérésis dans les écoulements en milieux poreux non saturés. Thèse de doct. Univ. de Grenoble, France.
- THORNTON O.F., 1949 : A note on the evaluation of relative permeability. Trans. AIME 186 : 328
- TOPP G.C., 1969 : Soil water hysteresis measured in a sandy loam and compared with the hysteresis domain model. S.S.S.A.P. 33 : 645-651
- TOPP G.C., A. KLUTE and D.B. PETERS, 1967 : Comparison of water-pressure head data obtained by equilibrium, steady-state and unsteady-state methods. S.S.S.A.P. 31 : 312-314
- TOPP G.C. and J.A. Mc KEAGUE, 1971 : Soil physics and soil classification. Symp. Water, Roots and the Solum. Can. Soc. Soil Sc., Lethbridge, Alberta, July 1971.
- TOPP G.C. and E.E. MILLER, 1966 : Hysteresis moisture characteristics and hydraulic conductivities for glass-bead media. S.S.S.A.P. : 156-162
- VACHAUD G., 1968 : Contribution a l'étude des problèmes d'écoulement en milieux poreux non saturés. Thèse de Doc., Laboratoire de mécanique des fluides, Grenoble, France.
- VACHAUD G., J. CISLER, J.L. THONY et L. DE BACKER, 1970 : Utilisation de l'émission gamma de l'américium-241 pour la mesure de la teneur en eau d'échantillons de sols non saturés. IAEA-Isotope Hydrology, Vienna : 643-659
- VACHAUD G. and J.L. THONY, 1971 : Hysteresis effects during infiltration and redistribution in a soil column at different initial water contents. W.R.R. 7 : 111-127
- VACHAUD G., M. VAUCLIN and M. WAKIL, 1972 : A study of the uniqueness of the soil moisture characteristic during desorption by vertical drainage. S.S.S.A.P. 36 : 531-532
- VAN BRAKEL J., 1975 : Pore space models for transport phenomena in porous media with special emphasis on capillary liquid transport. Powder Tech. 11 : 205
- VANDENBERG A., 1977 : Pump testing in heterogeneous aquifers. Jour. of Hydrol. 34 : 45-62
- VAN DER PLAS L. and S. SLAGER, 1964 : A method to study the distribution of biopores in soils. In : Soil Micromorphology, Edit. A. JONGERIUS, Elsevier, Amsterdam. : 411-419
- VAN GENUCHTEN M.T. and P.J. WIERINGA, 1976 : Mass transfer studies in sorbing porous media. I : Analytical solutions. S.S.S.A.J. 40 : 473-480

- VAN GENUCHTEN M.T. and P.J. WIERINGA, 1977 : Mass transfer studies in sorbing porous media. II : Experimental evaluation with tritium. S.S.S.A.J. 41 : 272-278
- VAUCLIN M., G. VACHAUD and D. KJANJI, 1975 : Two dimensional numerical analysis of transient water transfer in saturated-unsaturated soils. In G.C. Vansteenkiste ed. Modeling and simulation of water resources systems. North Holland Publ. Co., Amsterdam. : 299-323
- VEIHEYMER F.J. and A.H. HENDRICKSON, 1931 : The moisture equivalent as a measure of the field capacity of soils. Soil Sc. 32 : 181-193
- VISSER W.C., 1966 : Progress in the knowledge about the effect of soil moisture content on plant production. Inst. Land and Mang., Wageningen Neth., Tech. Bull 45
- WARREN J.E. and H.S. PRICE, 1961 : Flow in heterogeneous porous media. SPEJ, I, 3 : 153
- WASHBURN K.K., 1921 : Note on a method of determining the distribution of pore sizes in a porous material. Nat. Acad. Sc. Proc. 7 : 115-116
- WATSON K.K. and F.D. WHISLER, 1978 : The use of dynamic soil water characteristics in a numerical desorption model. Soil Sc. 125 , no 2
- WHISLER F.D. and K.K. WATSON, 1972 : Numerical Analysis of flow in heterogeneous porous media. IAHR-ISSS., Univ. of Guelph, Vol 1 : 245-256
- WHITAKER S., 1970 : Flow through porous media, Washington ACS Publ. : 32-46
- WILDING L.P., G.M. SCHAFER and R,B. JONES, 1964 : Morley and Blount soils : A statistical summary of certain physical and chemical properties of some selected profiles from Ohio. S.S.S.A.P. 28 : 674-679
- WINSLOW N.M. and J.J. SHAPIRO, 1959 : An instrument for the measurement of pore-size distribution by mercury penetration. ASTM Bull. 49 : 39-44
- WYLLIE M.R.J. and G.H.F. GARDNER, 1958 : The generalized Kozeny-Carman equation. World Oil, 146 : 210-228

LISTE DES SYMBOLES

Ω	diamètre d'une particule solide	a	air	s	saturé
R	rayon d'un pore	w	eau	r	résiduel
R_1, R_2	rayons de courbure d'un ménisque	b	massique	e	effectif
\emptyset	diamètre d'un pore = 2 R	o	initial	m	moyen
Λ	$\log_{10} \emptyset$, (\emptyset en μm)	∞	final		
V_r	volume de réseau de pore	A	section d'écoulement		
n_r	nombre de réseaux	A_p, A_s	surface des pores et des particules		
x, y	variables utilisées à des fins diverses	ζ_a	surface spécifique apparente		
\hat{x}	valeur approchée de x	ρ	densité (g/cm^3)		
z	cote altimétrique	γ	tension superficielle (dyne/cm)		
t	temps	α	angle de contact liquide-solide		
X	variable aléatoire	η	viscosité dynamique ($\text{g.s}/\text{cm}$)		
$v(x)$	volume des pores de la classe x	ν	viscosité cinématique (cm^2/s)		
$n(x)$	nombre de pores de la classe x	g	accélération de la gravité (cm/s^2)		
V_p, N_p	volume et nombre total de pores	μ	coefficient d'atténuation de rayonnement gamma		
$F(x), N(x)$	fonctions de distribution volumique et numérique	ϵ	porosité		
$f_v(x), f_n(x)$	fonction densité de distribution volumique et numérique	$\epsilon_e, \epsilon_r, \epsilon_t$	porosités explorée, résiduelle, totale		
w_s	poids d'un échantillon de sol	ψ	potentiel capillaire (cm de C.E.)		
SR_m	volume de mercure maximum pénétré dans l'échantillon	h	succion = $-\psi$		
$f(x)$	fréquence porale = $f_v SR_m / w_s$	h_b	succion d'entrée d'air		
\bar{x}	moyenne arithmétique de x	pF	$\log_{10}(h)$		
\tilde{x}	médiane de x	θ	teneur en eau		
x^g	moyenne géométrique de x	θ^+	$(\theta - \theta_\infty) / (\theta_0 - \theta_\infty)$		
x^q	moyenne quadratique	θ_e	teneur en eau effective = $\theta - \theta_r$		
m	vraie moyenne d'une population	S	saturation = θ / θ_b		
M	vraie moyenne, variable aléatoire	P	pression		
σ_x	écart-type de x	Q	volume d'eau écoulé		
$\sigma_x^2, \text{var}(x)$	variance de x	Q_R	volume d'eau écoulé relatif		
μ_3, μ_4	moments centrés d'ordre 3 et 4	F_{cy}	capacité au champ		
G_1, G_2	coefficients de dissymétrie et d'aplatissement de FISCHER	W_p	point de flétrissement permanent		
σ_r	écart-type résiduel	C_u	capacité utile de rétention = $(F_{cy} - W_p)$		
r_{xy}	coefficient de corrélation linéaire entre x et y	R_u	réserve en eau utile		
c.v.	coefficient de variation (écart-type/moyenne)	RFU	réserve en eau facilement utilisable		
E(-)	valeur attendue ou estimée de	h(θ)	courbe caractéristique de rétention		
SCT, SCF, SCR	sommes des carrés totaux, factoriels et résiduels	c(θ)	capacité spécifique de rétention		
CMT, CMF, CMR	carrés moyens totaux, factoriels et résiduels	K(θ)	conductivité hydraulique		
σ_Λ^2	variance microscopique	D(θ)	diffusivité hydraulique		
σ_Λ^{2+}	variance microscopique d'un milieu poreux macroscopiquement hétérogène	p	paramètre de GREEN and COREY (1971)		
r_e, r_e^+	rappports d'hétérogénéité microscopique	K_s	conductivité saturée		
$\sigma_\beta, \sigma_{E_1 E_2}$	paramètre d'hétérogénéité macroscopique	K_r	conductivité relative = K/K_s		
$r_{E_1 E_2}$	rapport d'hétérogénéité macroscopique	K_e	conductivité effective		
λ	indice de distribution des pores de BROOKS and COREY (1964)	K_g	conductivité géométrique = $K/(g/\nu)$		
ω	exposant de $K(S_e)$	\vec{v}	vecteur flux de DARCY		
		v_p	vitesse d'écoulement dans les pores		
		t_e	facteur de tortuosité		
		C_m	conductance de la membrane poreuse		
		\bar{a}	conductance membrane/conductance sol		
		X_c	paramètre d'écoulement du modèle CAP		
		τ	facteur d'interconnection des pores		
		a, b, c	constantes utilisées à diverses fins		