

THESE PRÉSENTÉE A L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Pour l'obtention  
DU DOCTORAT 3ème Cycle

03 OCT. 1983

A1  
TH2

PPM

SPECIALITÉ : Géophysique

OPTION : Physique des Aérosols et  
Polluants de l'Atmosphère

Par P. BESSEMOULIN

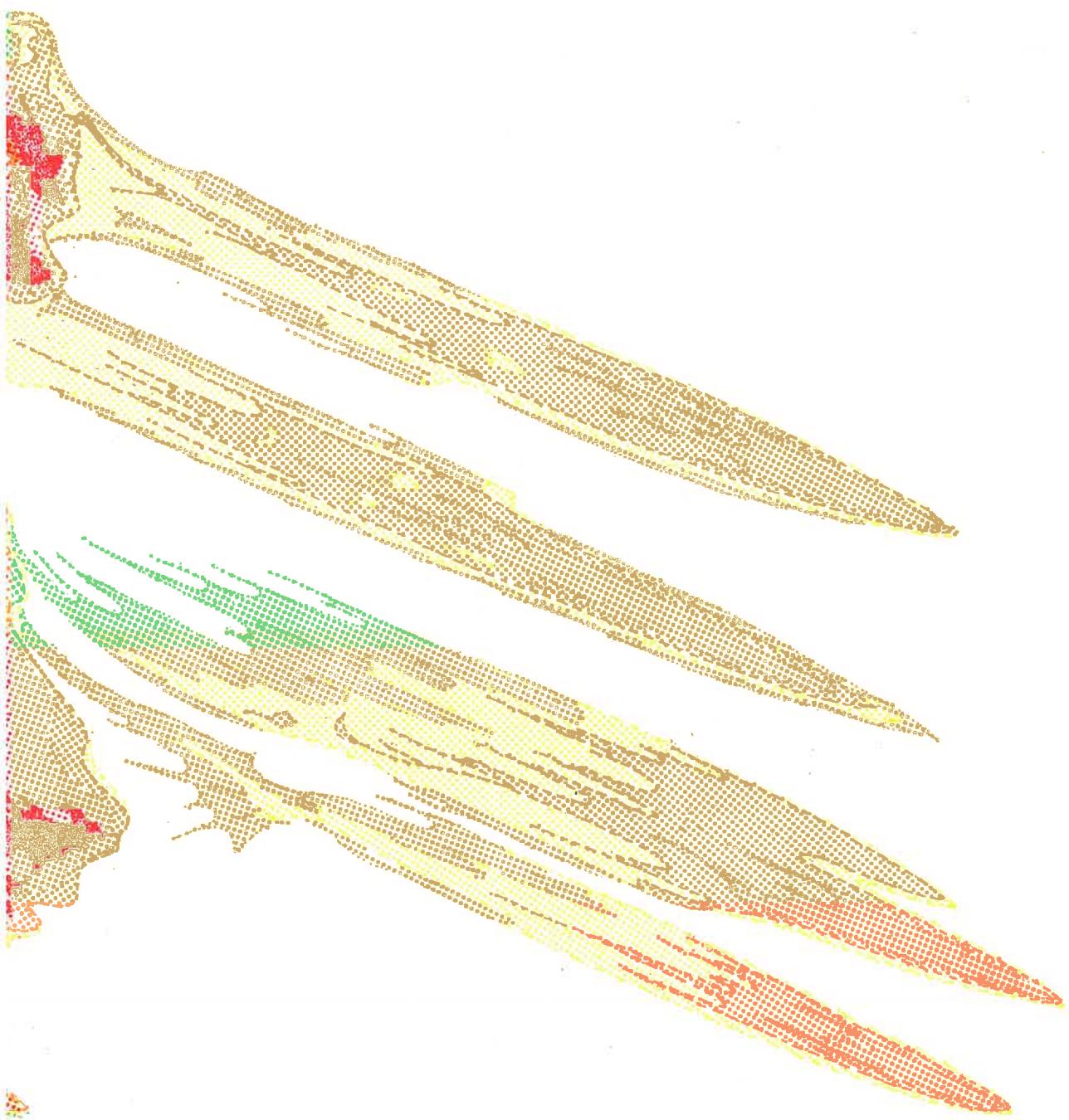
CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA DIFFUSION  
DES POLLUANTS GAZEUX DANS L'ATMOSPHERE

Soutenue le 27 Juin 1972  
devant la Commission d'examen composée de :

Président : M. BRICARD  
Examinateurs : Mme MADAULE  
M. DE FELICE  
Invités : M. SAISSAC  
M. BENARIE

P82

s e c u r i p o l



ADMINISTRATION : 25, RUE DE LUBECK . 75116 PARIS . tél: 727.70.43 . télex: SED.29167.F.

SIMULATION DE LA DIFFUSION DES EFFLUENTS GAZEUX  
DANS L'ATMOSPHERE

VISUALISATION DES CONCENTRATIONS  
PAR LA METHODE COLORIMETRIQUE

La prévision des concentrations de polluants au sol, provenant de divers points d'émission, aux caractéristiques bien définies sur un relief quelconque et pour des conditions météorologiques particulières, peut être conduite de différentes manières.

I

Lorsque le site à étudier est assimilable à un terrain plat, une méthode utilisant des équations de diffusion associées à un modèle d'écoulement est applicable. Cependant, dès que le modèle doit intégrer, même pour un site plat, un nombre notable de sources d'émission (cheminées, etc...), il est nécessaire d'avoir recours à de très puissants moyens de calcul.

Lorsque le relief joue un rôle prépondérant, une méthode numérique devient infiniment complexe, souvent restrictive, pour finalement se heurter à une impossibilité de traitement.

II

Une méthode analogique expérimentale, sur modèle réduit, semble alors intéressante, pour reproduire à la fois, les modifications de l'écoulement général par le relief, et les conditions de diffusion qui en résultent.

Diverses études de simulation des conditions de diffusion dans les basses couches ont été entreprises tant en soufflerie qu'en veine hydraulique.

.../...

La veine aérienne permet, à certaines échelles, sur le plan qualitatif, une bonne visualisation des phénomènes dans l'espace en utilisant des émissions de fumigène. Par contre, la mesure quantitative des concentrations au sol de la maquette exige l'utilisation de gaz traceurs et des analyses volumétriques intégrées dans le temps sur un nombre considérable de points de prélèvements.

Toutefois, dans ce dernier cas, les mesures de concentrations, pour chaque direction et vitesse de vent, impliquent de longues et minutieuses manipulations qui immobilisent la veine aérienne démesurément sur un même problème. La méthode est, de ce fait, très coûteuse, et entraîne des délais d'études extrêmement importants.

### III

Nos recherches ont porté d'abord sur l'utilisation des méthodes classiques de calcul sur ordinateurs, ce qui a permis de constituer un software important, ainsi que sur la simulation aérienne en soufflerie, que nous continuons à développer.

Mais nous avons particulièrement retenu pour nos essais, la veine hydraulique qui, entre autres avantages, présente une plus grande souplesse d'adaptation aux conditions atmosphériques.

En veine hydraulique, la filière colorimétrique de visualisation, fruit de la collaboration exemplaire entre Météorologie Nationale et nos chercheurs, et dont l'ANVAR a confié à SECURIPOL la licence exclusive d'exploitation, est une méthode quantitative globale qui permet d'obtenir directement sur la maquette d'un site, le tracé des isoconcentrations au sol, pour plusieurs points d'émission, et pour un ensemble de paramètres météorologiques déterminés.

.../...

### CARACTERISTIQUES DE LA FILIERE

1. - Le Laboratoire européen de SECURIPOL est installé à EVIAN. Il s'étend sur 1200 m<sup>2</sup> et est équipé, entre autre, d'une veine hydraulique de 84 m. du type canal.

La section expérimentale a 36 m. de long, 3 m. de large et 1 m. de profondeur. Un système de propulsion suivi d'un ensemble d'équipements sophistiqués, permet d'obtenir dans les chambres d'expérience, des vitesses répondant aux besoins des études. Ces chambres ont des parois en verre, pour permettre également l'observation latérale des phénomènes.

Différents dispositifs rendent possible l'établissement des gradients de vitesse et de gradients thermiques verticaux, ainsi que les conditions provoquées par une couche d'inversion.

2. - Les maquettes les plus couramment utilisées sont en polyvinyle (réduction jusqu'à 1/18.000). La rugosité des aspérités du site (habitat, forêts, rochers,....), est reproduite fidèlement. Les sources d'émission (cheminées, etc...) sont implantées sur la maquette, à l'échelle de celle-ci.

3. - Une couche révélatrice comprenant un mélange d'indicateurs colorés est appliquée sur la maquette avant son immersion dans l'enceinte expérimentale. Au cours de l'expérience elle prend diverses colorations, suivant la concentration des effluents étudiés qui entrent à son contact.

Cette technique nouvelle multiplie les possibilités de la veine hydraulique.

La méthode colorimétrique qui a prouvé sa parfaite reproductibilité est une technique brevetée (ANVAR). Elle implique des tours de main et un know-how infiniment complexe qui exige un personnel scientifique longuement entraîné.

- Les émissions(industrielles ou autres) sont reproduites par des éjections, soigneusement contrôlées en densité, pH et débit, aux points homologues des hauteurs effectives des sources, préalablement calculées sur ordinateur.
- La maquette, une fois traitée et les sources d'éjection fixées à leur emplacement propre, est immergée dans la veine hydraulique. Chaque simulation impli-

.../...

que une situation météorologique définie (direction de vent, gradients de vitesse, gradients de température, condition de stabilité, sources thermiques,...) qui est reconstituée. Au terme de l'expérience, on obtient une visualisation globale sur la surface de la maquette, de la valeur intégrée des isoconcentrations à attendre en chaque point du site pour les effluents étudiés.

- Des prises de vues photographiques et cinématographiques pendant la durée de l'expérience, permettent la sélection précise des couleurs et le tracé des secteurs d'isoconcentrations sur une carte détaillée de la région.
- Les concentrations au sol (microgramme/m<sup>3</sup>), sont mises en évidence par des échelles colorées, adaptées à chaque étude. Les couleurs les plus couramment utilisées sont les rouge, orangé, jaune, vert, sur fond bleu, dans l'ordre décroissant des concentrations mesurées au sol.

La simulation en veine hydraulique fait appel à diverses transformations analogiques. L'échelle de réduction adoptée pour la maquette, ainsi que l'ajustement des différents paramètres concernés, sont choisis au cours de l'étude préliminaire du site particulier en fonction des objectifs de la recherche.

Ces travaux sont étroitement liés aux données de la climatologie statistique de la région étudiée; ils permettent de prévoir avec une précision opérationnelle, les concentrations polluantes au sol à attendre sur un site pour chaque situation météorologique.

Les vérifications obtenues depuis plusieurs années par comparaison avec les résultats des mesures sur le terrain et en soufflerie, et notamment pour des sites industriels aux Etats-Unis, permettent de développer l'extension d'une méthode qui présente de très nombreux avantages pour l'étude de l'environnement et de la pollution atmosphérique (souplesse d'adaptation aux situations complexes - délai - rapidité - coût - crédibilité -....). Elle met en évidence et permet d'étudier certains phénomènes que les simulations par traçage, les campagnes systématiques de mesures sur le terrain et les photographies aériennes les plus évoluées sont incapables de saisir.

.../...

## LES APPLICATIONS

Pour répondre à des demandes émanant de pays européens et des Etats-Unis en particulier, des études de sites sont quotidiennement réalisées dans nos laboratoires avec cette méthode. Les domaines d'applications sont variés :

- protection des populations et de la nature.
- recherche scientifique .
- aménagement et urbanisme .
- développement industriel .
- prévision et monitoring pollution .

La méthode colorimétrique hydraulique permet entre autre :

- de prévoir l'apport quantitatif en nuisances dû à l'implantation d'une usine nouvelle, ou aux effets d'une extension d'un complexe industriel existant.
- de déterminer, en fonction du site, des émissions, des vents dominants et des autres sources polluantes en activité, la hauteur ou l'implantation optimale des cheminées à construire, que ce soit des cheminées industrielles, celles de chauffage domestique collectif (grands ensembles, etc...) ou d'incinérateurs industriels.
- de visualiser immédiatement, pour un site pollué par une zone industrielle complexe, la part de responsabilité de chacune des sources d'émission industrielle, en fonction des directions de vent (ce qui est impossible par une campagne de relevés systématiques sur le site).
- d'établir et mettre à jour directement, les cartes des isoconcentrations de pollution des sites pour différentes directions et vitesses de vents, tant pour les besoins des aménageurs que des urbanistes. La méthode fournit en outre une documentation de base incomparable pour toutes les études épidémiologiques axées sur les effets des nuisances industrielles.
- de simuler des situations accidentelles, pouvant libérer des effluents toxiques, mettant en danger les populations et tester l'efficacité des mesures prises ou envisagées.
- de situer l'implantation optimale de stockage de produits dangereux, de dépôt d'ordures dont la destruction est prévue à l'air libre.

- d'étudier la dispersion d'émissions polluantes d'un trafic routier ou aérien dans un tissu urbain.
- de déterminer les moyens à envisager pour abaisser les concentrations dangereuses, existantes ou prévues (hauteurs de cheminées, effets des écrans végétaux, plans d'eau,...) et contrôler prévisionnellement leur efficacité.

Le monitoring de la pollution atmosphérique constitue un domaine privilégié de la méthode qui permet de préciser :

- l'implantation rationnelle de chaque capteur (gaz, poussières et météo) du réseau de surveillance.
- la validité de modèles mathématiques sur ordinateur pour une mise au point rapide du software par confrontation entre les données du réseau, les hypothèses de base du modèle mathématique et un nombre limité de situations homologues reproduites en veine hydraulique.
- l'identification immédiate des émissions responsables de concentrations dangereuses observées ou prévues.

En cas de performance décevante d'un système de monitoring prévisionnel déjà existant, il est presque toujours possible, grâce aux travaux résultants de la méthode, d'améliorer le software défectueux et lui donner une efficacité certaine.

Partant d'un fichier préalable de la cartographie des isoconcentrations et des expositions aux risques, un système original complet de monitoring, de surveillance, de prévision et d'alerte (SECURIPOL) intégralement automatisable a été conçu pour répondre aux besoins de prévention des sites et du contrôle de la qualité de l'air.

Cette technique, remarquable par sa cré-dibilité, l'éventail de ses possibilités d'application, son coût relativement peu élevé, est l'outil indispensable de toute politique d'aménagement, de développement et de protection, dans les pays industrialisés ou en voie d'industrialisation.



SOCIÉTÉ ANONYME O.T.A. - SÉCURIPOL

R. C. PARIS 72 B 3990

SIÈGE : 53, BOULEVARD LANNES - 75116 PARIS

tél: 504.70.89.

CAPITAL : 100 000

I.N.S.E.E. 802 75

LABORATOIRE : PLACE DE LA GARE - 7450

tél: 8.43 et 8.44 . télex: 30.690

THESE PRÉSENTÉE A L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Pour l'obtention

DU DOCTORAT 3ème Cycle

-----

SPECIALITÉ : Géophysique

OPTION : Physique des Aérosols et  
Polluants de l'Atmosphère

-----

Par P. BESSEMOULIN

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA DIFFUSION  
DES POLLUANTS GAZEUX DANS L'ATMOSPHERE

Soutenue le 27 Juin 1972  
devant la Commission d'examen composée de :

Président : M. BRICARD

Examinateurs : Mme MADAULE  
M. DE FELICE

Invités : M. SAISSAC  
M. BENARIE

*A MES PARENTS*

*A MA FEMME*

*A MON FILS ALEXANDRE*

Monsieur le Professeur J. BRICARD a organisé et surveillé ce travail avec intérêt, et m'a aidé de ses encouragements. Je le prie de vouloir bien trouver ici l'expression de ma profonde gratitude.

Madame MADAULE a bien voulu accepter de siéger dans le Jury chargé de juger mon travail. Je suis très sensible à l'honneur qu'elle me fait.

Monsieur J. SAISSAC et Monsieur DE FELICE ont bien voulu me faire bénéficier de leur expérience et de leurs précieux conseils. Je les prie d'accepter mes remerciements les plus respectueux.

Ces recherches ont été effectuées au Centre de Recherches de l'Institut de Recherche Chimique Appliquée dans le service Pollution Atmosphérique dirigé par Monsieur M. BENARIE, a qui je tiens à exprimer ma reconnaissance la plus vive pour les conseils qu'il a bien voulu me prodiguer.

J'exprime tous mes remerciements à la Direction de la Météorologie Nationale qui m'a permis d'utiliser son Centre de traitement de l'information, moyen qui était indispensable pour mener à bien mes calculs.

Mes remerciements vont également au personnel de la Météorologie Nationale, à Monsieur ROUSSEAU en particulier pour les remarques pertinentes qu'il a bien voulu me faire, ainsi qu'aux personnels de la bibliothèque et du Centre de traitement de l'information dirigé par Monsieur LABROUSSE.

Je tiens également à exprimer toute ma gratitude et mon affection à mon père, Jean BESSEMOULIN, Directeur de la

Météorologie Nationale, qui a su dès mon plus jeune âge me faire profiter de son grand savoir et m'inculquer le respect de la nature.

Je remercie l'Institut National de Recherche Chimique Appliquée, spécialement son Directeur Général, Monsieur l'Ingénieur Général J. CHEDIN, qui m'a autorisé à publier ces résultats.

J'exprime enfin toute ma reconnaissance à mes Collègues et camarades du service PR pour leur soutien amical.

Madame BUCHET a assuré la présentation matérielle de ce travail, qu'elle veuille bien trouver ici l'expression de mes plus sincères remerciements.

## S O M M A I R E

### INTRODUCTION

### NOTATIONS

### CHAPITRE I - FACTEURS SIGNIFICATIFS DANS LE PHENOMENE DE DISPERSION DES POLLUANTS DANS L'ATMOSPHERE.

- I.1. Stabilité d'une masse d'air
- I.2. Forme des panaches selon la stabilité de l'atmosphère
- I.3. Accidents de pollution
- I.4. Modèles de panaches
- I.5. Etude de la stabilité de l'atmosphère.

### CHAPITRE II - TRAITEMENT CLASSIQUE DE LA DIFFUSION ATMOSPHERIQUE.

- II.1. Notion de surhauteur
- II.2. Solution analytique. Equation de PASQUILL-SUTTON
- II.3. Validité des solutions analytiques

### CHAPITRE III - RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION TURBULENTE.

- III.1. Etablissement de l'équation de diffusion turbulente
- III.2. Introduction du relief comme condition aux limites
- III.3. Intégration numérique de l'équation de diffusion.

.../...

CHAPITRE IV - ETUDE THEORIQUE DES PROFILS DE VENT ET DE DIFFUSIVITES TURBULENTES DANS LA COUCHE LIMITÉE ATMOSPHERIQUE.

- IV.1. Etude de la couche de surface
- IV.2. Etude de la couche de transition
- IV.3. Etude du coefficient de diffusion transversale.

CHAPITRE V - APPLICATIONS DU PROGRAMME DE CALCUL.

- V.1. Comparaison avec une solution analytique exacte
- V.2. Influence de la couche de surface
- V.3. Simulation d'une inversion de température
- V.4. Description de panaches non stables
- V.5. Diffusion dans une spirale d'ECKMAN
- V.6. Influence du relief
- V.7. Temps de calcul
- V.8. Sources multiples
- V.9. Estimation du vent effectif moyen. Comparaison des résultats fournis par le modèle numérique avec les mesures expérimentales.

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

I N T R O D U C T I O N

Le mécanisme de la dispersion des polluants dans l'atmosphère est d'une complexité telle, que comme pour tous les problèmes météorologiques que l'on veut traiter mathématiquement, il faut simplifier ou simuler.

Pour simuler, on a souvent recours à des expériences de laboratoire à échelle réduite (veines hydrauliques ou aériennes).

Ces expériences ne constituent elles aussi que des approximations du fait de l'impossibilité d'appliquer les lois de la similitude en toute rigueur, quand celles-ci sont établies.

Pour notre part, nous nous sommes attachés au traitement mathématique du problème.

Le transport des polluants dans l'atmosphère est assuré par deux processus :

- entraînement systématique par les courants atmosphériques moyens.
- diffusion par turbulence.

Si l'on veut mettre en équations l'ensemble du phénomène, on aura donc à réaliser deux modèles :

- un modèle aérodynamique des basses couches atmosphériques puisque l'on s'intéresse à des émissions d'origine industrielle, c'est-à-dire aux polluants des basses couches.
- un modèle de diffusion.

La méthode de calcul ainsi définie doit permettre de tenir compte de la stratification verticale de l'atmosphère ainsi que d'une éventuelle influence du relief.

Nous nous proposons dans cette étude de présenter l'approche classique de la dispersion des polluants dans l'atmosphère puis de décrire un modèle plus élaboré dont l'originalité réside pour une grande part dans la prise en considération de l'effet du relief pour des topographies simplifiées et dans l'utilisation de coefficients de diffusion réalistes.

-----

NOTATIONS

- $\alpha$  : angle entre le vent à la base de la spirale d'ECKMAN et le vent géostrophique
- $C(x,y,z)$  : Concentration de polluant au point  $(x,y,z)$
- $C_p$  : Chaleur spécifique de l'air à pression constante
- $C_y, C_z$  : Coefficients de diffusion de SUTTON
- $D_x, D_y, D_z$  : Pas de l'intégration selon  $Ox, Oy, Oz$  respectivement
- $\Delta H$  : Surhauteur
- $f$  : Paramètre de Coriolis
- $\psi$  : angle instantané entre le vent et sa direction moyenne.
- $\Psi_0$  : Déviation standard de l'angle du vent
- $g$  : Accélération de la pesanteur
- $\gamma$  : Gradient adiabatique sec
- $h(x,y)$  : Cote du sol au-dessus d'un plan de référence au point  $(x,y)$
- $H$  : Hauteur de l'émission au-dessus du sol
- $H_s$  : Hauteur effective de l'émission
- $k$  : Constante de KARMAN
- $K_m$  : Paramètre de transfert de quantité de mouvement
- $K_q$  : Paramètre de transfert de chaleur
- $K_x, K_y, K_z$  : Diffusivités turbulentes dans les directions longitudinale, transversale, verticale.
- $L$  : Longueur de MONIN-OBUKHOV
- $l$  : Longueur de mélange de PRANDTL
- $\mu$  : Coefficient de viscosité turbulente

$\mu$	: Paramètre de BOSANQUET définissant la diffusion verticale.
P	: Pression atmosphérique
q	: Paramètre de BOSANQUET définissant la diffusion transversale.
Q	: Flux vertical de chaleur
Q <sub>H</sub>	: Débit calorifique de l'émission
Q <sub>p</sub>	: Débit massique de l'émission
R <sub>i</sub>	: Nombre de RICHARDSON
$\rho$	: Masse volumique de l'air
S, S'	: Paramètres décrivant la stabilité
$\sigma_y, \sigma_z$	: Ecarts types des distributions de concentration dans les directions transversale et verticale.
T	: Température absolue
$\theta$	: Température potentielle
$\tau$	: Contrainte de frottement
$\bar{U}$	: Vent effectif moyen
u	: Composante longitudinale du vent
U <sub>*</sub>	: Vitesse de frottement
U <sub>g</sub>	: Vent géostrophique
v	: Composante transversale du vent
$\vec{V}$	: Vecteur vent
w	: Composante verticale du vent
W <sub>p</sub>	: Composante verticale de la vitesse du panache.
X <sub>*</sub>	: Distance à partir de laquelle la turbulence atmosphérique l'emporte sur la force ascensionnelle du panache.
$\zeta$	: Cote au-dessus du sol
$\mathbb{Z}$	: Rugosité du sol

## CHAPITRE I

### FACTEURS SIGNIFICATIFS DANS LE PHENOMENE DE DISPERSION DES POLLUANTS DANS L'ATMOSPHERE

Dans toute la suite de l'étude, on s'intéressera principalement à des émissions industrielles, c'est-à-dire ayant des cheminées pour origine. Ce terme recouvre d'ailleurs une gamme très étendue, allant des orifices de ventilation jusqu'aux cheminées de grande hauteur des centrales thermiques.

On conçoit aisement que la pollution est principalement déterminée par :

#### l'environnement

- Conditions météorologiques
- Conditions topographiques

#### Les caractéristiques de l'émission

- Hauteur de la cheminée
- diamètre de sortie
- vitesse de sortie des effluents
- température des rejets
- turbulence créée par le panache
- quantité de polluants émise.

#### I.1. - DEFINITION DE LA STABILITE D'UNE MASSE D'AIR.

Une masse d'air est dite stable lorsqu'une particule d'air, déplacée verticalement à partir de sa position initiale

sous l'action d'une perturbation, tend à revenir à son niveau initial. Si elle tend à s'en éloigner, la masse d'air est dite instable. Enfin, si la particule ne manifeste aucune tendance à quitter sa nouvelle position, l'équilibre est indifférent et l'atmosphère est dite neutre.

La stabilité atmosphérique ainsi définie, est donc de nature hydrostatique, et ce sera cette notion qui sera utilisée dans la suite. On peut aisément relier la stabilité de l'atmosphère à la forme des sondages verticaux de température (Be 1). Les différentes conclusions sont portées dans le tableau ci-dessous (l'air étant supposé non saturé)

MASSE D'AIR	La pente $\frac{dT}{dz}$ du sondage est :	La décroissance verticale de la température est :	La température potentielle:
STABLE	Plus raide que celle de l'adiabatique sèche	Inférieure au gradient adiabatique sec	Croît avec l'altitude
NEUTRE	Égale à celle de l'adiabatique sèche	Égale au gradient adiabatique sec	Est constante avec l'altitude
INSTABLE	Moins raide que celle de l'adiabatique sèche	Supérieure au gradient adiabatique sec	Décroît avec l'altitude

Remarque : Lorsque l'air est saturé les conclusions sont les mêmes à condition de remplacer :

"adiabatique sèche"

par "adiabatique saturée"

"gradient adiabatique sec"

par "gradient adiabatique saturé"

"température potentielle"

par "température pseudo-potentielle du thermomètre mouillé"

Le phénomène de dispersion des polluants se produit dans la couche limite atmosphérique dont l'épaisseur varie de quelques centaines de mètres à deux kilomètres environ. Cette couche peut se subdiviser en deux zones :

- une zone au voisinage du sol, dite couche de surface, ou couche à flux constant ("constant flux layer") dont l'épaisseur est de l'ordre de quelques dizaines de mètres et où l'on suppose que les forces de frottement et le flux vertical de chaleur varient peu avec l'altitude.

- une zone de transition située au dessus de la couche de surface, où l'influence des forces de frottement et du flux de chaleur vertical se fait encore sentir, mais où se manifeste de façon sensible la force de Coriolis. Dans la littérature, cette zone est souvent appelée "couche d'Eckman".

L'existence de la couche de surface a pour effet de créer des gradients verticaux de température et de vent. A ces gradients sont associées les caractéristiques turbulentes de l'atmosphère considérée. Cette turbulence à petite échelle a deux origines distinctes : l'une thermique, l'autre mécanique.

Selon l'importance d'un type de turbulence par rapport à l'autre, l'atmosphère - pour une stabilité donnée - sera plus ou moins stable ou instable.

Le nombre de Richardson  $R_i$  peut caractériser le degré de stabilité de l'atmosphère :

$$R_i = \frac{g}{T} \frac{\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}$$

où :  $g$  = accélération de la pesanteur  
 $T$  = température absolue  
 $\gamma$  = gradient adiabatique sec  
 $U$  = vitesse du vent.

Ce nombre, qui a le même signe que le gradient vertical de température potentielle, est négatif pour une atmosphère instable, nul pour une atmosphère neutre et positif pour une atmosphère stable.

## I.2. - FORME DES PANACHES SELON LA STABILITE DE L'ATMOSPHERE

Dans toutes les figures auxquelles le texte renvoie, le diagramme de gauche représente le sondage de température (trait plein) associé au gradient adiabatique (trait pointillé). La figure de droite est une représentation schématique de la forme des panaches.

### 1. Forte stabilité - Inversion au sol

Par nuit claire, le sol se refroidit par rayonnement plus vite que l'air qui le surmonte. Il y a formation d'une inversion de température au sol, et la couche est stable à partir de la surface. Dans ce cas, les transferts turbulents verticaux sont faibles. On a alors une configuration dite de "FANNING" représentée sur la figure I.1.

### 2. Elévation du niveau de l'inversion

Dès que le rayonnement solaire l'emporte sur celui du sol (c'est-à-dire dès que le minimum de température s'est produit), le sol s'échauffe et le gradient vertical de température qui était positif diminue dans la couche près du sol.

Au voisinage du sol, il se produit donc une couche

.../...

d'instabilité convective dont l'épaisseur croît au fur et à mesure que la température du sol s'élève. Lorsque le niveau supérieur de la couche instable atteint la base du panache, les parties inférieures de ce dernier diffusent rapidement vers le bas, alors que dans la zone supérieure, le phénomène ne sera pas affecté par rapport au cas précédent. Cette configuration (niveau de l'inversion sous l'axe du panache) est dite "FUMIGATION" et est représentée sur la figure I.2.

Lorsque la limite inférieure de la couche d'inversion s'est élevée suffisamment, tout le panache est situé dans la couche instable. La surface de séparation entre couches stable et instable joue le rôle d'une paroi fictive infranchissable. Il y a alors "TRAPPING" (Fig. I.3.). Ces situations sont propices à des périodes de forte pollution. En été, l'inversion disparaît vers le milieu de la matinée, mais en hiver, l'échauffement peut être insuffisant pour la faire disparaître. En cas de stagnation, il peut en résulter des accidents graves (Vallée de la Meuse en décembre 1930, Donora en octobre 1948, Londres du 5 au 9 décembre 1952).

### 3. Disparition de l'inversion

De façon générale dans nos climats, l'inversion matinale disparaît. Dans ces conditions, ou dans le cas d'un ciel couvert ou de vent fort, le mélange dans l'atmosphère est total et les conditions de stabilité sont proches de l'indifférence (atmosphère neutre).

Le panache diffuse alors de façon homogène et à l'allure d'un cône d'où le terme anglo-saxon de "CONING" (Fig. I.4.).

### 4. Apparition de l'instabilité

Au fur et à mesure que l'échauffement du sol se poursuit, des mouvements convectifs de grande amplitude s'établissent.

Ces mouvements peuvent briser le panache. Ce type de panache ("LOOPING") s'observe généralement dans les cas suivants (Fig. I.5.) :

- vent faible
- ciel clair et rayonnement solaire intense.

### 5. Disparition de l'instabilité

Lorsque le soleil descend, les phénomènes convectifs diminuent et une inversion au sol apparaît de nouveau puisque le sol se refroidit plus vite que l'air. On est alors en présence d'une couche stable dont l'épaisseur tend à augmenter, surmontée d'une couche instable. Il y a donc transport vers le haut, mais la diffusion vers le bas est faible. Ces conditions ("LOFTING") sont très favorables à la bonne dispersion des polluants (Fig. I.6.).

### I.3. - ACCIDENTS DE POLLUTION

Quand une masse d'air subit un affaissement d'ensemble (subsidence), le mouvement descendant provoque la compression de toute la couche et par suite, une augmentation de la stabilité. Si l'affaissement est important, il peut y avoir apparition d'une inversion de température. De tels phénomènes se produisent dans la région centrale des anticyclones. Comme une telle situation s'observe avec des vents faibles ou nuls, le phénomène de TRAPPING est très accentué et persistant. Il y a alors blocage des polluants dans un espace limité entre le sol et la surface d'inversion et de très fortes concentrations en résultent.

### I.4. - MODELES DE PANACHES

Dans ce qui précède, nous nous sommes intéressés à la forme des panaches sans trop nous préoccuper de leur établissement.

à la sortie de la cheminée.

D'après PRIESTLEY (Pr 1) et SCORER (Sc 1), on peut schématiser cette étape en trois phases :

PHASE A : La composante verticale  $W_p$  de la vitesse du panache est supérieure à la composante horizontale  $u$  du vent. Le panache est alors pratiquement vertical. Cette phase se termine lorsque  $W_p$  est de l'ordre de grandeur de  $u$ .

PHASE B : Sous l'action du vent, le panache se courbe, puis devient pratiquement horizontal. Cette phase prend fin lorsque  $W_p$  est de l'ordre des fluctuations de la vitesse du vent.

PHASE C : Les gaz du panache ont une quantité de mouvement sensiblement nulle. La diffusion ne dépend alors que de l'atmosphère environnante. On peut dire alors que le panache "a oublié l'histoire de son émission".

#### I.5. - ETUDE DE LA STABILITE DE L'ATMOSPHERE

Nous venons de voir que la stabilité de l'atmosphère joue un rôle prépondérant dans la diffusion des polluants. Donc, lorsque l'on voudra étudier un site, une étude climatologique sera nécessaire au préalable, de façon à déterminer la fréquence des différentes stabilités. On a vu que le nombre de Richardson peut servir à caractériser la stabilité. Cependant, la détermination précise de ce nombre exige un équipement que seules possèdent les stations de radiosondage ou les sites équipés de masts météorologiques de grande hauteur. Or de telles installations sont rares et souvent éloignées du site auquel on s'intéresse.

On ne peut prétendre décrire la stabilité à un endroit donné à l'aide d'un paramètre qui aura été mesuré à plusieurs dizaines, voire plusieurs centaines de kilomètres. Pour cette raison, on a été obligé de faire un classement empirique des stabilités, tenant compte de facteurs facilement accessibles, à savoir :

- la vitesse du vent à 10 m.
- la nébulosité.

- la hauteur du soleil, ou ce qui revient au même, la saison et l'heure.

Cette étude due à PASQUILL [PA2] et dans une forme révisée à Polster et Vogt [Po 1], constitue un outil de travail commode, mais ne saurait remplacer une détermination précise d'un paramètre décrivant la stabilité de l'atmosphère tel que le nombre de Richardson.-

Ces derniers auteurs cités, classent les stabilités en différents groupes indiqués ci-dessous :

(N est la nébulosité en octas ; N = 9 en cas de ciel invisible ou de brouillard).

MOIS de MAI, JUIN, JUILLET, AOUT

VENT m/s	Jour			Jour ou nuit	Nuit	
	N = 0,3	N = 4,6	N = 7		N = 8,9	N = 0,3
v < 2	A	AB	B	D+	G	G
2 ≤ v < 3	AB	B	C	D	F	E
3 ≤ v < 5	B	BC	C	D	E	D
≥ 5	C	CD	D	D	D	D

MOIS de MARS, AVRIL, SEPTEMBRE, OCTOBRE

VENT m/s	Jour			Jour ou nuit	Nuit	
	N = 0,3	N = 4,6	N = 7,9		N = 0,3	N = 4,6
v < 2	AB	B	D+	G	G	
2 ≤ v < 3	B	C	D	F	E	
3 ≤ v < 5	BC	C	D	E	D	
v > 5	D	D	D	D	D	D

MOIS de JANVIER, FEVRIER, NOVEMBRE, DECEMBRE

VENT m/s	Jours	Jour ou nuit	Nuit	
			N = 0,6	N = 7,9
V < 2	B	D+	G	G
2 < V < 3	C	D	F	E
3 < V < 5	C	D	E	D
V > 5	D	D	D	D

La signification des classes est la suivante :

- A : très instable
- B : instable
- C : plus ou moins instable
- D : neutre
- E : stable
- F : très stable

auxquelles s'ajoutent des classes intermédiaires AB, BC, CD, G et D+, cette dernière correspondant à une atmosphère neutre avec vent faible (< 2m/s).

A titre d'exemple, nous avons effectué une telle statistique sur la période s'étendant du 2.3.1967 au 31.4.1971, pour le site de Rouen, en utilisant les données trihoraires fournies par la Météorologie Nationale.

L'étude a porté sur 12038 valeurs, après élimination des données incomplètes.

Les résultats suivants ont été obtenus :

Classes	Fréquence (%)	
A	0,8	Classes instables 12,3%
AB	1,7	
B	3,1	
BC	2,2	
C	4,5	
D	60,6	Classes neutres 67,9%
D+	7,3	
E	9	
F	3,3	
G	7,4	Classes stables 19,7%

## CHAPITRE II

### TRAITEMENT CLASSIQUE DE LA DIFFUSION ATMOSPHERIQUE

#### II.1. - NOTION DE SURHAUTEUR

On suppose connue l'évolution du panache à la fin de la phase B décrite précédemment, en particulier la hauteur moyenne atteinte par les effluents à cet instant. Cette hauteur est appelée hauteur effective  $H_s$  et la différence entre cette valeur et la hauteur de la cheminée  $H$  est dénommée surhauteur  $\Delta H$  (ou surélévation du panache).

Il existe dans la littérature un grand nombre de formules donnant  $\Delta H$ . Celles qui font autorité sont celles de BRIGGS [ Br 1 ], données ci-dessous :

##### 1) stratification neutre

$$\Delta H_{(m)} = 1,6 \quad F^{1/3} \quad U^{-1} \quad (10 \quad H_s)^{2/3}$$

pour  $Q_H \geq 20$  Megawatts

$$\Delta H_{(m)} = 1,6 \quad F^{1/3} \quad U \quad (3 \times *)^{2/3}$$

pour  $Q_H < 20$  Megawatts

où :  $Q_H$  = débit calorifique (cal/sec ou Megawatts)

$$F = \frac{g \quad Q_H}{\pi \rho \quad C_p \quad T} \quad \simeq \quad 3,7 \quad 10^{-5} \quad \left[ \frac{m^4/sec^3}{cal/sec} \right] \quad Q_H$$

La valeur numérique  $3,7 \cdot 10^{-5}$  est obtenue avec  $C_p = 1010 \text{ kJ/kg}$ ,  $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$ ,  $T = 273^\circ\text{K}$  = température ambiante.

$$x_* = 2,16 F^{2/5} H^{3/5}$$

$U$  = vitesse du vent au point d'émission.

## 2) Stratification instable

Dans le cas d'une atmosphère instable, BRIGGS recommande l'utilisation de la formule précédente, mais précise que des écarts plus importants que dans le cas neutre peuvent être observés entre valeurs calculée et observée.

## 3) Stratification stable

Dans ce cas, 
$$\Delta H = 2,9 \left( \frac{F}{U s} \right)^{1/3}$$

où  $s = \frac{g}{T} \frac{\partial \theta}{\partial z}$  est un paramètre décrivant le degré de stabilité de l'air,  $T$  étant la température moyenne ambiante et  $\frac{\partial \theta}{\partial z}$  le gradient vertical de température potentielle.

Une comparaison entre valeurs calculées et observées par lidar a été effectuée par JOHNSON et UTHE [Jo1] dans des conditions stables. Cette étude montre un accord remarquable entre la théorie et les mesures "in situ".

On peut citer également l'équation CONCAWE (valable pour  $Q_H < 8000 \text{ Kcal/sec}$ ).

$$\Delta H = 0,175 \frac{Q_H^{1/3}}{U^{3/4}}$$

Le concept de surhauteur est un outil de calcul commode, mais en fait, cette notion ne peut être vraiment bien défini.

nie que dans les cas stables ou neutres, où l'axe du panache devient effectivement horizontal.

Nota : La plupart des formules existantes sont comparées entre elles, par BLOKKER (B1 1) et CARSON-MOSES [Ca 2].

## II.2. - SOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME DE DIFFUSION.

Dans ce qui suit, on suppose que la surhauteur a été déterminée avec précision. On considère alors qu'une source fictive  $S'$ , située à la hauteur  $H_S = H + \Delta H$ , produira les mêmes effets que la source réelle  $S$  à partir d'une certaine distance à la cheminée.

La valeur  $x_0$ , distance horizontale entre  $S$  et  $S'$ , définie sur la Fig. II-1, est difficile à apprécier, aussi suppose-t-on en général qu'elle est nulle.

Soit  $S'xyz$  un repère orthonormé :

$S'x$  = direction du vent

$S'y$  = direction perpendiculaire au vent dans un plan horizontal.

$S'z$  = direction verticale.

On fait les hypothèses suivantes :

- le vent et le débit de polluants sont constants dans le temps.
- le terrain au-dessus duquel a lieu la diffusion est plat.

L'équation de conservation de la masse de polluant s'écrit (pour une abscisse  $x$  donnée) :

$$Q = \iint_{-\infty}^{+\infty} U C(x, y, z) dy dz \quad (1)$$

où :  $Q$  = quantité de polluant émise par unité de temps.  
 $C$  = concentration au point  $(x, y, z)$

On recherche alors les concentrations  $C(x, y, z)$  sous la forme :

$$C(x, y, z) = C(x, 0, 0) \exp(-b|y|^2) \exp(-c|z|^2) \quad (2)$$

et on définit les écarts types des distributions de concentration

$$\sigma_y^2 = \frac{\int_0^\infty y^2 C dy}{\int_0^\infty C dy} \quad \sigma_z^2 = \frac{\int_0^\infty z^2 C dz}{\int_0^\infty C dz}$$

L'équation (1) devient, en posant  $A = C(x, 0, 0)$  et

$$\bar{U} = \frac{\iint_{-\infty}^{+\infty} U C dy dz}{\iint_{-\infty}^{+\infty} C dy dz}$$

$$Q = A \bar{U} \int_0^\infty e^{-b|y|^2} dy \cdot \int_0^\infty e^{-c|z|^2} dz$$

$$\text{Soit: } Q = 4 A \bar{U} \int_0^\infty e^{-b y^2} \int_0^\infty e^{-c z^2} dz$$

On doit remarquer que le vent moyen  $\bar{U}$  défini ci-dessus n'a pas la signification traditionnelle d'une moyenne puisqu'il dépend en fait des profils de concentrations.

En faisant le changement de variables suivant :

$$Y = b y^2 \quad Z = c z^2$$

On obtient :

$$\int_0^\infty e^{-b y^2} dy = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-Y} Y^{\frac{1}{2}-1} \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2}} dY = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

où :  $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{(x-1)} dt$  = fonction factorielle de  $x$

(ainsi dénommée à cause de la relation récurrente  $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$  ; pour des valeurs entières de  $X$ , on a  $\Gamma(X+1) = X!$ )

L'équation de continuité devient donc :

$$\Phi = \frac{4A\bar{u}}{rs} - \frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} \quad \Gamma\left(\frac{1}{r}\right) \Gamma\left(\frac{1}{s}\right) = c^{\frac{1}{r}}$$

Avec l'hypothèse (2), les écarts types  $\tilde{\sigma}_y$  et  $\tilde{\sigma}_z$  s'écrivent :

$$\tilde{\sigma}_y^2 = \frac{\int_0^\infty y^2 e^{-by^2} dy}{\int_0^\infty e^{-by^2} dy} \quad \tilde{\sigma}_z^2 = \frac{\int_0^\infty z^2 e^{-cz^2} dz}{\int_0^\infty e^{-cz^2} dz}$$

En effectuant le même changement de variable que précédemment, on obtient :

$$\int_0^\infty y^2 e^{-by^2} dy = \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-y} y^{\frac{3}{2}-1} dy$$

$$\text{soit : } \tilde{\sigma}_y^2 = \frac{1}{b^{2/2}} \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)}$$

$$\text{d'où : } b = \left[ \frac{1}{\tilde{\sigma}_y^2} - \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2}$$

$$\text{On trouverait de même } c = \left[ \frac{1}{\tilde{\sigma}_z^2} - \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2}$$

L'équation (2) s'écrit alors :

$$C(x, y, z) = \frac{\Phi}{3\tilde{\sigma}_y\tilde{\sigma}_z} \exp \left\{ - \left[ \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2} \left( \frac{y}{\tilde{\sigma}_y} \right)^2 - \left[ \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2} \left( \frac{z}{\tilde{\sigma}_z} \right)^2 \right\}$$

... / ...

$$\text{avec } \frac{1}{B} = \frac{rs}{4\bar{u}} \cdot \frac{[\Gamma(3/2) \Gamma(3/2)]^{1/2}}{[\Gamma(1/2) \Gamma(1/2)]^{3/2}}$$

Si l'on admet une distribution normale des concentrations dans les directions transversale et verticale,  $\alpha = \beta = 2$ .

$$\text{On a alors : } \left[ \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \left[ \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(1/2)} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

Dans ce cas :

$$C(x, y, z) = \frac{\varphi}{2\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} \right) \right\}$$

Cette dernière formule décrit la diffusion dans un espace infini dans les directions  $S'y$  et  $S'z$ .

Si l'on repasse à un repère dont l'origine se trouve au sol, et si l'on tient compte de la réflexion du panache sur le sol (pour ce faire, on considère une source image  $S''$  symétrique de  $S'$  par rapport au sol et on ajoute les concentrations dues à  $S'$  et  $S''$  (voir FIG II.2), on aboutit à la formule de PASQUILL [Pa 1] :

$$C(x, y, z, H_s) = \frac{\varphi}{2\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z} \exp \left\{ -\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \cdot \left\{ \exp \left[ -\frac{(z+H_s)^2}{2\sigma_z^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(z-H_s)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\} \right\}$$

On trouve dans la littérature diverses formules du même type :

a) BOSANQUET et PEARSON (1936) [Bo 2]

Cette formule n'est applicable que dans le cas d'une atmosphère adiabatique :

$$C(x, y, 0, H) = \frac{\varphi}{\sqrt{2\pi} p q x^2 \bar{v}} \exp \left[ -\frac{y^2}{2q^2 x^2} \cdot \exp \left[ -\frac{H}{p x} \right] \right]$$

où  $- p = \frac{k_z}{U_z}$ ,  $k_z$  étant la diffusivité turbulente dans la direction verticale.

-  $q$  est un coefficient empirique

BOSANQUET et PEARSON proposent  $p = 0,05$  et  $q = 0,08$  pour un temps de prélèvement de l'ordre de 4 minutes.

b) SUTTON (1947) [Su 1]

$$C(x, y, 0, H) = \frac{2\varphi}{\eta C_y C_z \bar{v} x^{2-n}} \exp \left[ -\frac{1}{x^{2-n}} \left( \frac{y^2}{C_y^2} + \frac{H^2}{C_z^2} \right) \right]$$

où  $- n$  est un paramètre caractéristique de la turbulence variant de 0,20 pour une atmosphère instable à 0,50 pour une atmosphère très stable.

-  $C_y$  et  $C_z$  sont des coefficients de diffusion dits de SUTTON.

c) CALDER (1952) [Ca 1]

Cette formule n'est applicable que dans le cas d'une atmosphère neutre :

$$C(x, y, 0, H) = \frac{\varphi \bar{v}}{2 k^2 a v_n^2 x^2} \exp \left[ -\frac{\bar{v}}{k v_n x} \left( \frac{y}{a} + H \right) \right]$$

où  $k$  = constante de Karman ( $\approx 0,4$ )

$$v_a = \frac{k \bar{u}}{\log \frac{H}{z_0}}$$

$z_0$  = rugosité du sol

$\alpha$  = rapport de la fluctuation latérale à la fluctuation verticale de la vitesse du vent.

CALDER donne  $\alpha \approx 2$  au voisinage du sol.

La correspondance entre les écarts types  $\bar{v}_y$  et  $\bar{v}_z$  et les divers coefficients employés est indiquée ci-dessous, ainsi que la valeur des paramètres  $\kappa$  et  $\alpha$ .

	$\bar{v}_y / x$	$\bar{v}_z / x$	$\kappa$	$\alpha$
SUTTON	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_y x^{-5/2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} C_z x^{-5/2}$	2	2
BOSANQUET	9	$\sqrt{2} p$	2	1
CALDER	$\sqrt{2} \alpha k v_a / \bar{u}$	$\sqrt{2} k v_a / \bar{u}$	1	1

Les écarts types  $\bar{v}_y$  et  $\bar{v}_z$  ont été déterminés expérimentalement par de nombreux auteurs. Ils sont en général donnés sous forme d'abaques.

Dans [As 1], on trouve une formulation analytique commode de ces coefficients, surtout en vue de la programmation.

Conditions Atmosphériques	$\sigma_y$	$\sigma_z$
TRES INSTABLE	$0,40 \propto 0,91$	$0,40 \propto 0,91$
INSTABLE	$0,36 \propto 0,86$	$0,33 \propto 0,86$
NEUTRE	$0,32 \propto 0,78$	$0,22 \propto 0,78$
STABLE	$0,31 \propto 0,71$	$0,06 \propto 0,71$ pour $x < 15 \text{ km}$ $0,06 (15000) 0,71$ pour $x > 15 \text{ km}$

REMARQUE : On verra au chapitre V, paragraphe 9 dans quelles conditions la forme de ces écarts types correspond à la réalité.

Ces valeurs sont valables pour des concentrations calculées sur une heure de prélèvement. Les valeurs numériques de  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  sont en effet sensibles au temps d'échantillonnage (surtout  $\sigma_y$ ) du fait de la variabilité du vent autour de sa direction moyenne. En effet, les fluctuations latérales du vent peuvent entraîner, surtout à grande distance de la source, des fluctuations importantes du panache (méandres).

NB : Pour pouvoir utiliser les formules de diffusion dans de bonnes conditions, on doit supposer que les distributions des fluctuations du vent par rapport à la direction moyenne sont normales. Pour une période trop grande, cette condition ne sera pratiquement jamais remplie.

Des concentrations qui seraient calculées à partir des équations que nous avons établies pour des périodes beaucoup plus grandes que 1'heure (24 h par exemple) seraient dépourvues de signification.

### II.3. - VALIDITE ET LIMITATION DES FORMULES DE TYPE PASQUILL

Nous avons déjà examiné les hypothèses nécessaires à la résolution analytique du problème au paragraphe précédent, à savoir :

- le terrain au-dessus duquel se produit le phénomène est plat
- le vent  $\bar{u}$  est une constante
- Les répartitions transversale et verticale des concentrations sont normales ou exponentielles.

Ces suppositions sont évidemment très restrictives.

De plus, la détermination des paramètres qui interviennent dans les formules analytiques n'est pas aisée.

TURNER indique que  $\zeta_z$  (qui reflète la stabilité de l'atmosphère) peut être évalué à un facteur 2 près dans trois domaines d'utilisation des formules :

- pour tous les états de stabilité, quand le parcours est inférieur à quelques centaines de mètres.
- dans le cas d'une atmosphère neutre ou légèrement instable, pour des parcours inférieurs à quelques kilomètres.
- pour l'état caractérisé par une couche instable, d'épaisseur inférieure à 1000 m et surmontée d'une couche très stable pour des parcours pouvant dépasser 10 km.

Dans tous les autres cas, la précision sur  $\zeta_z$  sera plus faible.

Une autre source d'erreur est due à la détermination de  $\zeta_y$ . Cette incertitude est liée à la durée du prélèvement ainsi qu'au mode opératoire.

Par exemple, SAISSAC [SA 1] a essayé de déterminer  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  à partir des données fournies par LOWRY [LO 1].

Partant de l'équation :

$$10^6 C_1 = \frac{1}{2\pi \sigma_y \sigma_z} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{H^2}{\sigma_z^2} \right) \right] \quad \text{où } C_1 = \frac{\bar{u} C}{\rho}$$

que l'on met sous la forme logarithmique

$$\log C_1 = \frac{-0,217}{\sigma_y^2} y^2 + \log \frac{1}{2\pi \sigma_y \sigma_z} - \frac{0,217 H^2}{\sigma_z^2} + 6$$

on doit pouvoir déterminer  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  en portant les concentrations en fonction de  $y$  sur papier logarithmique. Si les valeurs de  $\sigma_y$  obtenues sont compatibles entre elles, par contre la détermination de  $\sigma_z$  est trop imprécise du fait même de l'imprécision sur  $\sigma_y$  et de l'incertitude sur la hauteur effective  $H_s$ .

SAISSAC conclut que "les expériences limitées à des mesures de concentration au sol peuvent permettre de déterminer des valeurs probables de  $\sigma_y$ , mais qu'il est douteux, sauf si l'on dispose d'un réseau assez important, que l'on puisse en tirer les valeurs correspondantes de  $\sigma_z$ ".

Une autre cause d'erreur réside dans le choix de  $\bar{u}$ . Dans l'établissement de la formule de PASQUILL, c'est la valeur

$$\bar{u} = \frac{\iint u c dy dz}{\iint c dy dz} \quad \text{qui intervient.}$$

Cette valeur est inaccessible en pratique. On est donc conduit à utiliser un vent dont la définition n'est pas univoque. Certains auteurs prennent le vent au sommet de la cheminée, d'autres, le vent donné par la station météorologique la plus proche, ou des expressions plus compliquées.

Enfin, une dernière critique que l'on peut faire aux formules analytiques de diffusion, est qu'elles ne donnent que des distributions normales ( $\lambda = \mu = 2$ ) ou exponentielles ( $\lambda, \mu \neq 2$ ) des concentrations, qui peuvent être très inadaptées à des cas réels, en particulier en présence d'inversions de température en altitude ou, plus généralement, de brusques variations des paramètres de diffusion.

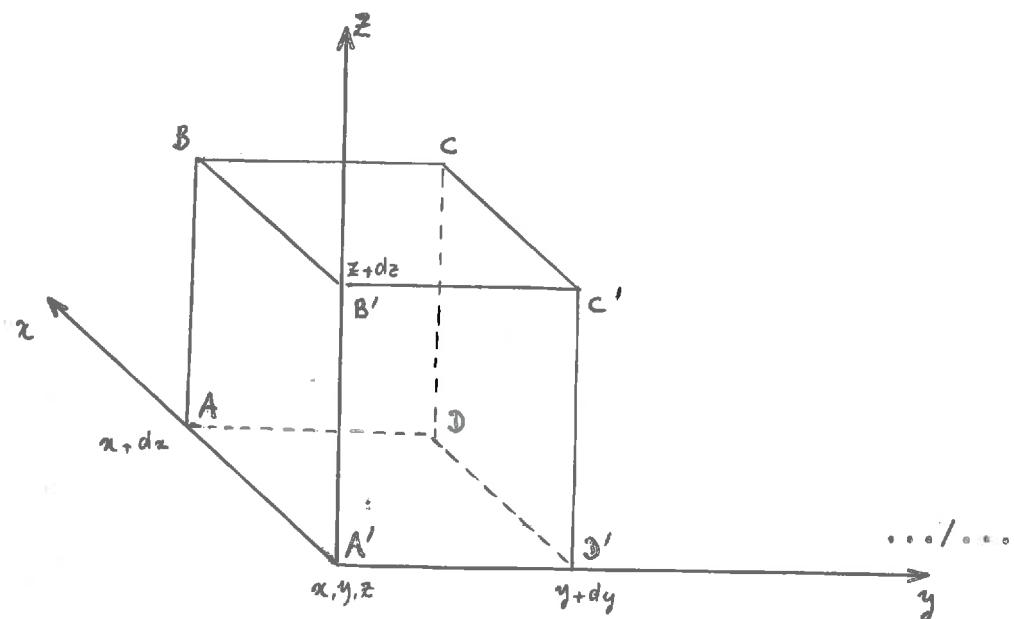
## CHAPITRE III

### RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION TURBULENTE

#### III.1.- L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION TURBULENTE

Pour établir cette équation, on fait une analogie entre la diffusion turbulente et la diffusion moléculaire, ceci bien que les réalités physiques des deux phénomènes soient fondamentalement différentes. Comme dans le cas de la diffusion moléculaire, on définit des coefficients de diffusion (ici, diffusivités turbulentes)  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  dans les directions  $O_x$ ,  $O_y$ ,  $O_z$  d'un repère orthonormé.

Considérons un volume élémentaire, et faisons le bilan des flux de concentration sortant de ce domaine pendant le temps  $dt$  :



Par définition, le flux sortant du volume à travers ABCD s'écrit :

$$F_{x+d_x} = dy dz (K_x)_{x+d_x} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x+d_x} dt$$

de même, à travers A' B' C' D' :

$$F_x = dy dz (K_x)_x \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_x dt$$

Le flux dans la direction  $0x$  sera donc :

$$F_x = dy dz dt \left[ (K_x)_{x+d_x} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{x+d_x} - (K_x)_x \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right)_x \right]$$

Soit  $F_x = dx dy dz dt \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x})$

Pour l'ensemble du volume élémentaire, le flux total sortant sera

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) \right] dx dy dz dt$$

Ceci doit être égal à la variation de concentration pendant le temps  $dt$ , soit  $dx dy dz dt \frac{dc}{dt}$

On obtient ainsi :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z})$$

que l'on peut expliciter sous la forme :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial C}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z})$$

$\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$  étant les composantes de la vitesse moyenne dans le repère choisi, c'est-à-dire les trois composantes du vent dans notre problème. Dans le cas où  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  sont des constantes, l'équation est connue sous le nom d'équation de FICK. Dans la suite, on ne considérera que le cas stationnaire  $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$  et on supposera que le terme de transport  $\bar{u} \frac{\partial c}{\partial x}$  est prépondérant devant le terme de diffusion longitudinale  $\frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial c}{\partial z})$ .

L'équation que nous étudierons s'écrira donc :

$$\bar{u} \frac{\partial c}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial c}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

$$\text{On peut remarquer que } \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = \frac{\partial K_z}{\partial z} \frac{\partial c}{\partial z} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}.$$

Le terme  $\frac{\partial K_z}{\partial z}$  joue donc le même rôle que la composante verticale  $W$  de la vitesse.

### III.2. - INTRODUCTION DU RELIEF COMME CONDITION AUX LIMITES

La prise en compte du relief introduit une condition aux limites compliquée. Pour tourner cette difficulté, on fait le changement de variables suivant :

$$\xi = x \quad \eta = y \quad \zeta = z - h(x, y)$$

$h(x, y)$  étant la cote du sol au-dessus d'un plan horizontal de référence.

Ainsi la variable  $\zeta$  sera toujours nulle au sol.

On obtient alors :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial h}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial \zeta}\end{aligned}$$

L'équation différentielle initiale devient donc :

$$\begin{aligned}u \frac{\partial c}{\partial \xi} &= \left[ u \frac{\partial h}{\partial \xi} + v \frac{\partial h}{\partial \eta} - w \right] \frac{\partial c}{\partial \zeta} - v \frac{\partial c}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( k_2 \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( k_2 \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial h}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( k_2 \frac{\partial c}{\partial \eta} \right) \\ &\quad + \left( \frac{\partial h}{\partial \eta} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( k_2 \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( k_2 \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right)\end{aligned}$$

Nb : Pour simplifier l'écriture, on a omis volontairement les symboles des valeurs moyennes dans tout ce qui suit.

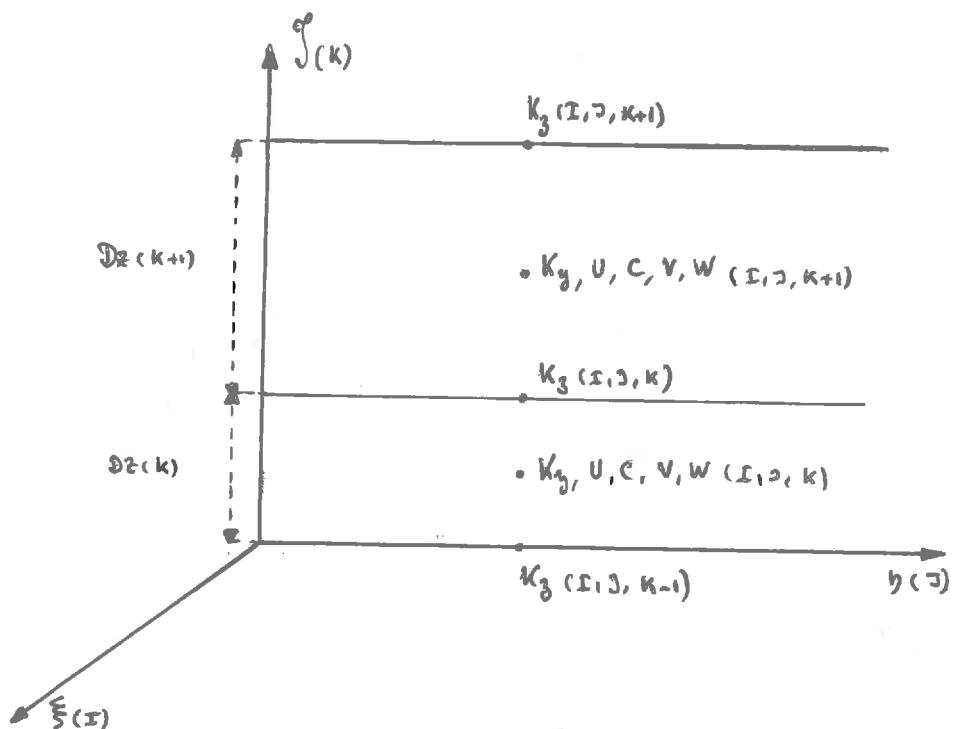
REMARQUE : Si on fait l'hypothèse que le vent "suit" le relief, c'est-à-dire que  $W = u \frac{\partial h}{\partial \xi} + v \frac{\partial h}{\partial \eta}$ , le premier terme en  $\frac{\partial c}{\partial \zeta}$  est nul. Si de plus on suppose que l'accident de terrain est unidimensionnel,  $h = h(x)$ ; cela entraîne  $\frac{\partial h}{\partial \eta} = 0$ ,  $v = 0$  et  $\frac{\partial k_2}{\partial \eta} = 0$ . On retrouve alors la solution du terrain plat avec  $w = u \frac{\partial h}{\partial \xi}$ , ceci à condition que les diffusivités turbulentes soient les mêmes au-dessus du relief considéré que sur terrain plat.

### III.3. - INTEGRATION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE DIFFUSION.

#### 1) La grille

L'intégration analytique étant impossible, sauf dans des cas très particuliers, on doit avoir recours à une intégration numérique. Pour cela, on utilise une méthode aux différences finies qui consiste à discréteriser la solution en un certain nombre de points d'un réseau (grille) dans un domaine suffisamment grand pour contenir l'ensemble du phénomène.

Les différents paramètres (concentrations, composantes du vent, diffusivités turbulentes) sont définis comme indiqué ci-dessous.



On calculera donc les concentrations aux points milieux des noeuds de la grille. Ceci est imposé par le fait que le vent est nul à la surface du sol et qu'ainsi, on ne peut calculer directement la concentration au sol.

#### 2) Conditions aux limites

Les conditions aux limites adoptées sont des conditions de flux nul.

Ainsi au sol, on aura  $\frac{\partial}{\partial z} \left( K_t \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0$

Cela revient à prendre  $C_{(1,0,1)} = C_{sol}$

La précision du calcul sera donc d'autant meilleure que le pas d'intégration  $\Delta z(1)$  situé immédiatement au-dessus du sol sera plus petit. Mais comme nous le verrons par la suite, le choix des pas n'est pas quelconque.

### 3) Écriture sous forme de différences finies

Les dérivées par rapport à  $\xi$  sont exprimées en différences en avant, ceci du fait que la direction moyenne du vent est une direction privilégiée. Ainsi :

$$\left( \frac{\partial C}{\partial \xi} \right)_{1,0,K} = \frac{C_{(1+1,0,K)} - C_{(1,0,K)}}{\Delta \xi}$$

Les dérivées par rapport aux autres variables sont exprimées sous forme de différences centrales, soit :

$$\left( \frac{\partial C}{\partial \eta} \right)_{1,0,K} = \frac{C_{(1,0,K+\frac{1}{2})} - C_{(1,0,K-\frac{1}{2})}}{\Delta \eta}$$

ou

$$\left( \frac{\partial C}{\partial \eta} \right)_{1,0,K} = \frac{C_{(1,0,K+1)} - C_{(1,0,K-1)}}{2 \Delta \eta}$$

Avec la première écriture, on aurait de même :

$$\left( \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} \right)_{1,0,K} = \frac{C_{(1,0,K+1)} - 2C_{(1,0,K)} + C_{(1,0,K-1)}}{4 \Delta \eta^2}$$

... / ...

Le schéma numérique employé est donc explicite (un schéma implicite nécessiterait la résolution de systèmes linéaires). Avec ces méthodes de calcul, l'équation différentielle au point  $(I+1, J, K)$  s'écrit donc (en reprenant les notations  $x, y, z$  à la place de  $\xi, \eta, \zeta$ )

$$C_{(I+1, J, K)} = C_{(I, J, K)} + \sum_{i=1}^q D_i$$

Avec

$$D_1 = 2 D_x \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{I, J} \frac{C_{(I, J, K+1)} - C_{(I, J, K-1)}}{D_3(K+1) + 2 D_2(K) + D_2(K-1)}$$

$$D_2 = \frac{D_x}{U_{(I, J, K)} D_y^2} \left[ K_y(I, J+\frac{1}{2}, K) \left( C_{(I, J+1, K)} - C_{(I, J, K)} \right) - K_y(I, J-\frac{1}{2}, K) \left( C_{(I, J, K)} - C_{(I, J-1, K)} \right) \right]$$

$$D_3 = \frac{-D_x}{U_{(I, J, K)} D_y} \frac{1}{D_3(K+1) + 2 D_2(K) + D_2(K-1)} \left[ K_y(J+1, K) \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{I, J+1} \left( C_{(I, J+1, K+1)} - C_{(I, J+1, K-1)} \right) - K_y(J-1, K) \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{I, J-1} \left( C_{(I, J-1, K+1)} - C_{(I, J-1, K-1)} \right) \right]$$

$$D_4 = \frac{-D_x}{U_{(I, J, K)} D_y} \frac{1}{D_3(K+1) + 2 D_2(K) + D_2(K-1)} \left[ K_y(J, K+1) \left( C_{(I, J+1, K+1)} - C_{(I, J+1, K-1)} \right) - K_y(J, K-1) \left( C_{(I, J+1, K-1)} - C_{(I, J-1, K-1)} \right) \right]$$

$$D_5 = \frac{2 D_x}{U_{(I, J, K)} D_y(K)} \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{I, J}^2 \left[ K_y(J, K+\frac{1}{2}) \frac{C_{(I, J, K+1)} - C_{(I, J, K)}}{D_3(K+1) + D_3(K)} - K_y(J, K-\frac{1}{2}) \frac{C_{(I, J, K)} - C_{(I, J, K-1)}}{D_3(K) + D_3(K-1)} \right]$$

$$\mathcal{D}_6 = \frac{2D_x}{U(I, J, K)} \left[ K_3(J, K) \frac{C(I, J, K+1) - C(I, J, K)}{D_3(K+1) + D_3(K)} - K_3(J, K-1) \frac{C(I, J, K) - C(I, J, K-1)}{D_3(K) + D_3(K-1)} \right]$$

$$\mathcal{D}_7 = \frac{-2D_x}{U(I, J, K)} W(I, J, K) \frac{C(I, J, K+1) - C(I, J, K-1)}{2D_2(K) + D_2(K+1) + D_2(K-1)}$$

$$V < 0 : \quad \mathcal{D}_8 = \frac{-2D_x}{U(I, J, K)} V(I, J, K) \left[ \frac{C(I, J+1, K) - C(I, J, K)}{2D_2} \right. \\ \left. - \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{I, J} \frac{C(I, J, K+1) - C(I, J, K-1)}{D_2(K+1) + 2D_2(K) + D_2(K-1)} \right]$$

$$V > 0 : \quad \mathcal{D}_8 = \frac{-2D_x}{U(I, J, K)} V(I, J, K) \left[ \frac{C(I, J, K) - C(I, J-1, K)}{2D_2} \right. \\ \left. - \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{I, J} \frac{C(I, J, K+1) - C(I, J, K-1)}{D_2(K+1) + 2D_2(K) + D_2(K-1)} \right]$$

Les valeurs pour les indices  $J \pm 1/2$  sont obtenues par interpolation linéaire entre les valeurs pour les indices  $J$  et  $J \mp 1$

On constate donc que la concentration au point  $(I+1, J, K)$  est calculée à partir des neuf valeurs suivantes :

$$C(I, J+1, K+1) \quad C(I, J+1, K) \quad C(I, J+1, K-1)$$

$$C(I, J, K+1) \quad C(I, J, K) \quad C(I, J, K-1)$$

$$C(I, J-1, K+1) \quad C(I, J-1, K) \quad C(I, J-1, K-1)$$

A l'aide de l'algorithme ainsi défini, connaissant les concentrations dans le plan I on calculera les concentrations dans le plan I + 1.

Pratiquement, il suffira donc de se donner la concentration  $c_0$  en un point origine.

#### 4) Calcul de la concentration origine.

Soit  $Q_p$  le débit massique de l'émission. Si  $C_s$  est la concentration au point d'émission et  $Q_v$  le débit volumique,

$$Q_p (g/s) = C_s (g/m^3) Q_v (m^3/s)$$

Dans le modèle mathématique, on considère que l'émission se fait dans un parallélépipède de section droite  $DY$ ,  $DZ$  et que la vitesse à travers cette section est celle du vent à l'altitude de l'émission, soit  $U(H_s)$ .

On aura donc

$$Q_p = C_s \cdot DY \int_{H_s - \frac{\Delta z}{2}}^{H_s + \frac{\Delta z}{2}} U(z) dz$$

Où  $C_s$  est la concentration dans le parallélépipède source.

Si  $U(z)$  peut y être considéré comme constant, alors :

$$Q_p = C_s \cdot D_y \cdot D_z \cdot U(H_s)$$

Soit

$$C_s = \frac{Q_p}{U(H_s) \cdot D_y \cdot D_z}$$

#### 5) Stabilité du schéma numérique.

On dit qu'il y a stabilité d'un schéma numérique si pour n'importe quelle condition initiale permise, la solution de l'équation aux différences finies est bornée pour  $\mathbf{x} = \mathbf{X} = n\Delta \mathbf{x}$  quand le pas  $\Delta \mathbf{x} \rightarrow 0$  ou quand  $n \rightarrow \infty$ .

Considérons l'équation différentielle  $U \frac{\partial c}{\partial x} = K_3 \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$  qui s'écrit en différences finies :

$$C(x+1, j) = C(x, j) + \frac{\Delta x}{U \Delta z^2} k_3 [C(x, j+1) - 2C(x, j) + C(x, j-1)]$$

En décomposant  $C$  en série de Fourier, on obtient :

$$C(x, j) = \sum_k V_{k, x} e^{ikj\Delta z}$$

$$\text{d'où } V_{k, x+1} - V_{k, x} = k_3 \frac{\Delta x}{U \Delta z^2} [e^{ik\Delta z} + e^{-ik\Delta z} - 2] V_{k, x}$$

$$\text{Soit } V_{k, x+1} = [1 - 2\sigma(1 - \cos k\Delta z)] V_{k, x}$$

$$\text{En posant } \sigma = k_3 \frac{\Delta x}{U \Delta z^2}$$

Le facteur d'amplification  $\omega = 1 - 2\sigma(1 - \cos k\Delta z)$  doit avoir un module inférieur à 1, si l'on veut que les solutions restent finies.

$$\text{On doit donc avoir } -1 \leq 1 - 4\sigma \leq 1$$

$$\text{Soit } \sigma \leq \frac{1}{2}$$

Ceci est une condition impérative pour que le schéma soit stable, c'est-à-dire pour que les solutions restent finies.

En plus de la stabilité, on doit aussi s'attacher à la précision des résultats. Pour cela, on prendra  $\sigma \leq \frac{1}{6}$

Soit

$$\Delta x \leq \frac{U}{6k_3} \Delta z^2$$

On aura de même  $\Delta x \leq \frac{U}{6K_3} \Delta y^2$

Ces conditions devront être vérifiées à toutes les étapes du calcul.

Pour plus amples commentaires sur ce point, on peut consulter avec intérêt l'ouvrage de RICHTMYER [Ri1]

## CHAPITRE IV

### ETUDE THEORIQUE DES PROFILS DE VENT ET DE DIFFUSIVITES TURBULENTES DANS LA COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE

Nb : Dans tout ce chapitre, on suppose que le terrain est homogène et plat.

La couche limite, comprise entre le sol et l'atmosphère libre, peut se subdiviser en deux parties :

- a) la couche de surface.
- b) la couche de transition.

#### IV.1. - ETUDE DE LA COUCHE DE SURFACE

Dans cette zone, on suppose que la contrainte de frottement  $\tau = \rho U_*^2$  (où  $U_*$  est la vitesse de frottement) est constante avec l'altitude ainsi que le flux de chaleur vertical (d'où le terme anglo-saxon de "constant flux layer").

MONIN et OBUKHOV [Mo 1] ont montré à l'aide de l'analyse dimensionnelle que, dans la couche de surface, la seule échelle de longueur est :

$$L = \frac{-U_*^3 \rho C_p \bar{T}}{g k \varphi}$$

(dite longueur de MONIN-OBUKHOV)

... / ...

et que la seule échelle de vitesse est la vitesse de frottement

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

où :

- $\rho$  est la masse volumique de l'air
- $\tau$  est la contrainte de frottement
- $\bar{T}$  est la température absolue moyenne dans la couche de surface.
- $C_p$  est la chaleur spécifique de l'air à pression constante.
- $g$  est l'accélération de la pesanteur
- $Q$  est le flux moyen de chaleur par advection verticale =  $\frac{w'(\bar{T} - \bar{T})}{\rho C_p}$
- $w'$  est la fluctuation de vitesse verticale
- $k$  est la constante de Karman ( $\approx 0,407$ )

Pour une atmosphère stable  $Q < 0 \quad L > 0$

Pour une atmosphère neutre  $Q = 0 \quad L = \infty$

Pour une atmosphère instable  $Q > 0 \quad L < 0$

Le rapport  $Z/L$  est un indicateur de l'importance relative de la turbulence convective et de la turbulence mécanique à l'altitude  $Z$  ; il joue donc le même rôle que le nombre de Richardson de flux  $R_F = \frac{K_h}{K_m} R_i$ ,  $K_h$  et  $K_m$  étant respectivement les coefficients de transfert de chaleur et de quantité de mouvement.

Avec les définitions qui précèdent, on suppose que les distributions verticales des vitesses obéissent à la loi suivante:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U_*}{kz} \Psi(z/L)$$

où  $\Psi$  est une fonction à déterminer.

... / ...

Le paramètre de transfert de quantité de mouvement  $K_m$  s'écrit alors

$$K_m = \frac{\gamma}{\rho \frac{\partial u}{\partial z}} = \frac{U_*^2}{\frac{\partial u}{\partial z}} = k \frac{U_* z}{\psi(z/L)}$$

La longueur de MONIN-OBUKHOV  $L$  est difficilement mesurable puisqu'elle nécessite la connaissance du flux vertical de chaleur. Aussi a-t-on défini une longueur  $L'$  plus accessible :

$$L' = \frac{U_* T}{kg} \cdot \frac{\partial u / \partial z}{\partial \theta / \partial z}$$

où  $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma$  est le gradient vertical de température potentielle.

$\gamma$  = gradient adiabatique sec

Alors,  $L$  et  $L'$  sont liés par la relation :

$$L' = L \frac{K_h}{K_m}$$

où  $K_h = \frac{-\phi}{\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial z}}$  est le paramètre de transfert de chaleur.

Le rapport  $\frac{K_h}{K_m}$  est considéré comme proche de 1 l'unité avec toutefois  $\frac{K_h}{K_m} > 1$  en atmosphère instable et  $\frac{K_h}{K_m} < 1$  en atmosphère stable.

Différents auteurs ont tenté de décrire les champs de vitesses par une équation empirique couvrant tout le domaine des stabilités.

Les équations les plus connues sont les suivantes :

a) SWINBANK [SW 1]

$$\Psi\left(\frac{z}{L}\right) = \frac{z}{L} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{z}{L} \right) \right]^{-1}$$

b) ELLISON-KEYPS [LU 1]

La formule ci-dessous a été obtenue par interpolation entre les zones de convection libre et de convection forcée, ce qui correspond pratiquement à  $|z/L| < 0,3$ .

$$\Psi^4(z/L) - \sigma z/L \cdot \Psi^3(z/L) = 1$$

ou  $\Psi^4(z/L') - \sigma' z/L' \cdot \Psi^3(z/L') = 1$

avec  $\sigma$  de l'ordre de 15 (Shimanuki) à 18 (Panofsky).

Avec ces valeurs, la courbe  $\Psi^4 - \frac{\sigma z}{L} \Psi^3 = 1$  suit bien les observations sauf dans les cas stables.

c) YAMAMOTO-SHIMANUKI [Ya 1]

Ces auteurs ont proposé les équations suivantes :

$$\Psi^4 - |\delta| \Psi^3 - 2\Psi^2 + 1 = 0 \quad \text{dans le cas instable}$$

$$\Psi^4 - 2\Psi^2 + 1 = 0 \quad \text{dans le cas neutre}$$

$$\Psi^4 - |\delta| \Psi^3 \Psi^2 - 2\Psi^2 + 1 = 0 \quad \text{dans le cas stable}$$

où  $\delta = -15 \frac{z}{L}$

.../...

Dans l'article original, les solutions sont calculées numériquement et les calculs sont utilisables sous forme de sous programmes.

Ces différentes relations sont résumées sur la figure IV.1. La valeur  $\beta$  indiquée est définie par  $\sigma/4$  (voir ci-dessous).

1) Atmosphère neutre.

A l'aide des différentes formules citées, on obtient  $\Psi = 1$  pour un profil de température adiabatique, soit :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{U_a}{kz} \quad \text{et} \quad K_m = k u_a z$$

L'intégration est alors immédiate et fournit :

$$U(z) = \frac{U_a}{k} \log \frac{z}{z_0}$$

où la constante d'intégration  $z_0$  est appelée rugosité de sol.

2) Zones de profils log + linéaire.

Pour  $\frac{z}{L}$  petit, en effectuant un développement limité de  $\Psi$ , soit  $\Psi(\frac{z}{L}) = 1 + \beta \frac{z}{L}$  où  $\beta = \frac{\sigma}{4}$ , on obtient

$$U(z) = \frac{U_a}{k} \left[ \log \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z}{L} \right]$$

ou  $U(z) = \frac{U_a}{k} \left[ \log \frac{z}{z_0} + \beta' \frac{z}{L'} \right]$  avec  $\beta' = \beta \frac{k}{K_m} = \frac{\sigma}{4}$

Cette zone où le profil de vent suit une loi log + linéaire (profil de MONIN-OBUKHOV) est souvent désignée sous le nom de zone de convection forcée.

Des mesures expérimentales ont permis de vérifier la validité de cette loi pour  $\frac{z}{L} > -0,03$  en atmosphère instable et  $\frac{z}{L} < 0,3$  en atmosphère stable.

Les valeurs suivantes ont été obtenues pour  $\beta'$  dans le cas instable :

- DEACON [De 1] : 4
- PANOFSKY-BLACKADAR, MAC VEHILL [Pa 1] : 4,5
- TAYLOR [Ta 1] : 6

Ces valeurs contrastent avec la valeur 0,6 suggérée par MONIN et OBUKHOV.

En conditions stables, WEBB [Lu 1] a obtenu 4,5 et MAC VEHILL 7 [Lu 1].

Remarque 1.

Pour une atmosphère stable avec  $\frac{z}{L} < 0,3$

$$U(z) = \frac{U_*}{k} \left[ \log \frac{z}{z_0} + \beta' \frac{z}{L'} \right]$$

$$\Theta(z) - \Theta_0 = \frac{-1}{k u_*} \frac{\phi}{\rho C_p} \left[ \log \frac{z}{z_0} + \beta' \frac{z}{L'} \right]$$

dans l'hypothèse de TAYLOR [Ta 2] où l'on suppose qu'il y a analogie entre profils de vent et de température potentielle.

La définition classique du nombre de Richardson:

$$R_i = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2}$$

entraîne

$$R_i = \frac{z/L'}{1 + \beta' z/L'}$$

.../...

Soit  $\frac{z}{L'} = \frac{R_i}{1 - \beta' R_i}$

Cette expression implique l'existence d'un nombre de Richardson critique  $R_{ic}$  égal à  $\frac{1}{\beta'}$ .

Saissac [Sa 2] en étudiant le rôle du nombre de Richardson dans les échanges verticaux de la couche limite, a pu déterminer avec précision la valeur de  $R_{ic}$ . Il a obtenu 0,14, valeur qui confirme l'ordre de grandeur obtenu par MAC VEHILL pour  $\beta'$  ( $\beta' \approx \frac{1}{0,14}$ ).

### Remarque 2

Pour  $\frac{z}{L} > 0,3$  aucune relation simple ne semble exister en dehors de celle proposée par Shimanuki.

## 3) Atmosphère instable

### a) convection mixte

Lorsque  $-0,03 > \frac{z}{L} > -0,1$  à  $-1$ , on trouve un régime dit de convection mixte. L'analyse dimensionnelle montre que le profil de température potentielle obéit à une loi en  $z^{-1/3}$  (donc  $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$  suit une loi en  $z^{-4/3}$ ). L'hypothèse de TAYLOR déjà citée conduit à :  $\varphi(\frac{z}{L}) = \text{constante} * z^{-1/3}$

d'où  $K_m = \text{constante} * z^{-4/3}$

### b) Convection libre

Pour  $\frac{z}{L} \leq -1$ , WEBB (We 1) a proposé la loi suivante :

$$\varphi(\frac{z}{L}) = \text{constante} \times z^{-2} \quad \text{d'où } K_m = \text{constante} \times z^3$$

.../...

Ce régime est dénommé convection libre. PANOFSKY utilise d'autres notations. Pour cet auteur, c'est le régime précédent qui correspond à la convection libre ; pour  $\frac{Z}{L} < -1$ , il emploie la terminologie "Windless convection".

#### 4) Définition de la diffusivité verticale turbulente $K_z$

De façon générale, on considère qu'il y a identité entre le paramètre de transfert de quantité de mouvement  $K_m$  et la diffusivité turbulente  $K_z$  [Pa. 2 p.73].

Dans la suite, nous n'emploierons donc plus que la notation  $K_z$ .

Exemple : Reconstitution des profils de  $K_z$  et de vent en conditions instables.

On peut se servir d'un modèle à 3 niveaux.

1ère couche  $0 < Z < Z_F$

$Z_F$  étant déterminé par  $\left| \frac{Z_F}{L} \right| = 0,03$

Dans cette couche, le profil de MONIN-OBUKHOV s'applique.

d'où

$$K_1 = \frac{k u_* z}{1 + \beta \frac{z}{L}}$$

2ème couche  $Z_F < Z < Z_L$

$Z_L$  étant défini par  $\left| \frac{Z_L}{L} \right| \approx 0,3$

Comme nous l'avons vu précédemment,  $K_2 = \alpha z^{4/3} + \beta$

Pour assurer la continuité du profil de diffusivité, on doit prendre :

.../...

•  $\frac{\partial K_2}{\partial z} = \frac{\partial K_1}{\partial z}$  pour  $z = z_F$

•  $K_2 = K_1$  pour  $z = z_F$

ceci conduit à :

$$d = \frac{3}{4} k u_* \frac{z_F^{-1/3}}{\left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2}$$

$$f = K_1(z_F) - d z_F^{4/3}$$

d'où  $K_2 = \frac{3}{4} k u_* z_F^{-1/3} (z^{4/3} - z_F^{4/3}) \frac{1}{\left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2} + K_1(z_F)$

3ème couche  $z_L < z < z_E$

Où  $z_E$  est l'altitude du sommet de la couche de surface  
on a alors  $K_z = Cz^2 + d$

La continuité de  $K_z$  en  $z_L$  impose :

$$C = \frac{2}{3} d z_L^{-2/3} \quad d = d z_L^{4/3} - C z_L^2 + f$$

d'où  $K_3 = \frac{1}{2} k u_* z_F^{-1/3} z_L^{-2/3} (z^2 - z_L^2) \frac{1}{\left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2} + K_2(z_L)$

A partir des profils de diffusivités, on peut remonter aux profils de vent, à l'aide de l'expression  $K_z = \frac{u_*^2}{\frac{\partial u}{\partial z}}$

soit  $U = \int dU = \int \frac{u_*^2}{K(z)} dz$

1ère couche

$$\frac{dU_1}{dz} = \frac{U_*^2}{K_1(z)} = \frac{U_*}{kz} \left(1 + \frac{\beta z}{L}\right)$$

soit  $U_1(z) = \frac{U_*}{k} \left[ \log \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z}{L} \right]$

2ème couche

$$\frac{dU_2}{dz} = \frac{U_*^2}{az^{4/3} + b}$$

soit  $U_2(z) = \int_{z_F}^z \frac{U_*^2 dz}{az^{4/3} + b} + U_1(z_F)$

L'intégrale  $\int \frac{dz}{az^{4/3} + b}$  peut s'écrire, à l'aide du changement de variable  $Z = x^{3/2}$ , sous la forme  $\frac{3}{2} \int \frac{\sqrt{x} dx}{ax^2 + b}$ , qui est une intégrale classique.

Tous calculs effectués, on obtient :  $U_2(z) = F(z) + G(z)$

$$F(z) = \sqrt{2} \frac{U_*}{k} \left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2 z_F^{1/3} P^{-1/4} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{z^{2/3} - \sqrt{2} P^{1/4} z^{1/3} + P^{1/2}}{z^{2/3} + \sqrt{2} P^{1/4} z^{1/3} + P^{1/2}} \right. \\ \left. + \arctg \frac{\sqrt{2} z^{1/3} + P^{1/4}}{P^{1/4}} + \arctg \frac{\sqrt{2} z^{1/3} - P^{1/4}}{P^{1/4}} \right\}$$

avec  $P = -z_F^{4/3} + \frac{4}{3} \frac{K_1(z_F)}{k U_*} \left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2 z_F^{1/3}$

$$G(z) = U_1(z_F) - F(z_F)$$

3ème couche  $U_3(z) = \int_{z_L}^z \frac{U_*^2}{K_3(z)} dz + U_2(z_L)$

on obtient  $U_3(z) = H \left[ I^{-1/2} \arctg (z I^{-1/2}) \right] + J$

avec  $H = \frac{2 U_*}{k} \left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2 z_F^{1/3} z_L^{2/3}$

$$I = -z_L^2 + 2 K_2(z_L) \left(1 + \beta \frac{z_F}{L}\right)^2 z_F^{1/3} \frac{z_L^{2/3}}{k U_*}$$

$$J = U_2(z_L) - H \left[ I^{-1/2} \arctg (z_L I^{-1/2}) \right]$$

5) Relation entre longueur de MONIN-OBUKHOV et nombre de Richardson.

Dans la pratique, les météorologues caractérisent la stabilité de l'atmosphère par le nombre de Richardson plutôt que la longueur de MONIN-OBUKHOV. Aussi est-il intéressant de pouvoir passer facilement de l'une des expressions à l'autre.

D'après la définition de  $L'$  et  $R_i$ , on a :

$$\frac{Z}{L'} = \Psi R_i$$

En reportant ceci dans l'équation KEYPS, on obtient

$$\boxed{\frac{Z}{L'} = \frac{R_i}{\sqrt[4]{1 - \sigma' R_i}}}$$

(Formule valable pour une atmosphère neutre ou instable).

Dans le cas stable, là où le profil log + linéaire s'applique, c'est-à-dire pour  $\frac{Z}{L'} < 0,3$  :  $\Psi(\frac{Z}{L'}) = 1 + \beta' \frac{Z}{L'}$ ,

On obtient alors :

$$\boxed{\frac{Z}{L'} = \frac{R_i}{1 - \beta' R_i}}$$

Enfin pour une atmosphère neutre,  $\Psi = 1$  ; ceci conduit au résultat important suivant :

$$\boxed{\frac{Z}{L'} = R_i}$$

## IV.2. - ETUDE DE LA COUCHE DE TRANSITION

### 1) Profils de diffusivités

Au-dessus de la couche de surface, la contrainte de frottement  $\zeta = \rho U^2$  ne peut plus être considérée comme constante avec l'altitude.

Aussi la loi de proportionnalité entre  $K_z$  et l'inverse du gradient vertical de la vitesse du vent n'est plus valable.

ROSSBY et MONTGOMERY [R<sub>o</sub> 1] puis BOOKER [B<sub>o</sub> 1] avaient conclu à une rapide décroissance de  $K_z$  au-dessus de la couche de surface. Plus récemment, JACOBI [Ja 1], utilisant des profils de  $K_z$  calculés à partir du diagramme de diffusion déduit par LETTAU [Le 1] de mesures de profils de vent, n'a pas obtenu une telle décroissance. Au contraire,  $K_z$  tend en moyenne vers une valeur constante dans la couche de transition, puis diminue à partir de la tropopause pour atteindre une valeur sensiblement constante dans la basse stratosphère. (Fig. IV.2).

MACHTA et BOUVILLE [Ma 1] ont proposé des lois de variations quotidiennes de  $K_z$  en période anticyclonique qui donnent des profils de même allure que les précédents. (FIG. IV.3).

A partir de profils verticaux de concentrations en radon, BIROT [Bi 1] a pu déterminer dans certains cas, les valeurs de  $K_z$  correspondantes qui sont en bon accord avec les variations décrites plus haut.

Du point de vue analytique, il existe plusieurs théories de la variation de  $K_z$  avec l'altitude:

#### - Version conventionnelle

$$K_z = \ell^2 \left| \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right|$$

... / ...

- où .  $\ell$  est la longueur de mélange de PRANDTL (de l'ordre de  $3 \cdot 10^3$  cm)  
.  $\vec{v}$  est la vitesse du vent.

- Version de ESTOQUE et BHUMRALKAR [ES 1]

Ces auteurs font intervenir la stabilité et prennent :

$$K_z = \ell^2 \left| \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right| (1 - \sigma s') \quad \text{pour une atmosphère instable}$$

$$K_z = \ell^2 \left| \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right| (1 + \sigma s')^{-1} \quad \text{pour une atmosphère stable.}$$

où .  $\sigma = 18$

$$\text{. } s' = \frac{(g \ell)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\theta \left| \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \right|} \text{ est un paramètre de stabilité.}$$

BLACKADAR [B1 1] a proposé la forme suivante pour la longueur de mélange :

$$\boxed{\ell = \frac{k(z+z_0)}{1 + \frac{kz}{\lambda}}}$$

$$\text{Avec } \lambda = U_* \frac{H}{|C_G|}$$

Où  $\vec{U}_G$  est le vent géostrophique,  $H$  l'épaisseur de la couche limite,  $U_*$  la vitesse de frottement,  $z_0$  la rugosité du sol et  $k$  la constante de KÁRMÁN.

2) Profils de vent

Expérimentalement, on trouve que la vitesse du vent croît avec l'altitude dans la couche de transition comme dans une couche limite turbulente. Mais on observe de plus une rotation du vecteur vent due à la force de Coriolis.

Les équations du mouvement stationnaire s'écrivent alors, en négligeant la composante verticale  $\bar{w}$  du vent :

$$f\bar{v} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = 0$$

$$- f\bar{u} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = 0$$

où  $f$  = paramètre de Coriolis ( $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  aux latitudes moyennes)  
 $p$  = pression  
 $\rho$  = masse volumique de l'air  
 $\gamma$  = coefficient de viscosité turbulente ; ce paramètre est identique à  $K_m$  ou  $K_z$ .

$u$  et  $v$  sont les composantes horizontales du vent.

Posons  $\gamma = \mu/\rho$ . L'équation du vent géostrophique est obtenue en atmosphère libre, c'est-à-dire en négligeant les forces de viscosité et l'accélération :

$$f V_G - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad - f U_G - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Posons  $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{u}_G$  et supposons  $\gamma$  indépendant de  $z$ .

On obtient alors :

$$f v' + \gamma \frac{\partial u'}{\partial z} = 0 \quad \text{et} \quad - f u' + \gamma \frac{\partial v'}{\partial z} = 0$$

Système qui conduit à des valeurs de  $u'$  et  $v'$  de la forme :

$$A \exp \left( - \frac{\pi z}{\lambda} \right) \cos \left( \frac{\pi z}{\lambda} + \alpha \right) \text{ en posant } \sqrt{\frac{f}{2\gamma}} = \frac{\pi}{\lambda}$$

On obtient ainsi l'hodographe des vitesses aux différentes altitudes  $Z$  connu sous le nom de spirale d'ECKMAN-ACKERBLOM.

Lorsque  $\mu$  dépend de  $Z$  mais ne dépend pas du temps, on doit avoir recours à l'intégration numérique pour résoudre le système :

$$f\sigma' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial u'}{\partial Z} \right) = 0 \quad - fu' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial Z} \left( \mu \frac{\partial v'}{\partial Z} \right) = 0$$

avec par exemple (BLACKADAR [B1 1])

$$\mu = \ell^2 \left| \frac{\partial \vec{u}}{\partial Z} \right| = \ell^2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial Z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial Z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

La résolution numérique du système précédent est discutée par TAYLOR (Ta 3).

#### IV.3. - LE COEFFICIENT DE DIFFUSION TRANSVERSALE

##### 1) Importance de la durée du prélèvement

Comme l'a montré Richardson, les diffusivités turbulentes ne sont pas des paramètres universels. Elles sont liées notamment à l'échelle de turbulence. Autrement dit, un modèle mathématique qui utilise ces paramètres ne pourra rendre compte que des phénomènes turbulents de période inférieure à une certaine limite  $T_0$ . Pour comparer les résultats obtenus par le modèle à des expériences *in situ* effectuées pour des prélèvements portant sur des périodes qui peuvent être notablement plus grandes que  $T_0$ , il faudrait théoriquement établir pour chaque mesure la courbe de fréquence  $\omega(\Psi)$  d'observation de l'angle  $\Psi$  du vent à sa direction moyenne  $O_x$ . Les concentrations observées étant  $C_0(x, y, z)$ , on devrait alors avoir :

$$C(x, y, z) \# \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} C(x', y', z) \omega(\varphi) d\varphi$$

$$x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi \quad y' = y \cos \varphi - x \sin \varphi$$

où  $C(x, y, z)$  serait la concentration calculée par un modèle mathématique utilisant une direction du vent constante.

Cela revient à considérer que puisqu'à l'aide du concept de diffusivités turbulentes on ne peut prendre en compte tout le domaine de turbulence, on limite cette échelle à une durée très courte de l'ordre de quelques minutes. Le modèle mathématique permet alors de décrire un panache stable, c'est-à-dire un panache non soumis à des fluctuations latérales de grande amplitude.

La variabilité du vecteur vent va donc jouer un rôle essentiel dans le phénomène de diffusion. Comme elle se fait surtout sentir dans des plans horizontaux, on conçoit que ce sera principalement la diffusivité turbulente horizontale  $K_y$  qui sera affectée, c'est-à-dire qui sera étroitement liée à la durée d'échantillonnage, à l'inverse de  $K_z$  que l'on pourra considérer comme constant si le temps de prélèvement n'est pas trop long.

Recherchons la solution de l'équation différentielle générale de la diffusion sous la forme.

$$C(x, y, z) = \frac{\varphi(x, z)}{2\sqrt{\pi k_x a}} \exp - \frac{y^2}{4k_x a}$$

c'est-à-dire en faisant l'hypothèse d'une distribution transversale des concentrations gaussienne (ce qui est une première approximation), et avec  $K_y = k_x u$

Si l'on veut tenir compte des fluctuations latérales du vent, on peut décrire la fonction  $\omega(\varphi)$  par une fonction de Gauss :

$$\omega(\varphi) = \frac{1}{\varphi_0 \sqrt{2\eta}} \exp \frac{-\varphi^2}{2\varphi_0^2}$$

Il est à noter qu'une telle représentation n'est possible que pour une durée n'excédant pas quelques heures au maximum. En reportant ceci dans l'équation traduisant la superposition, on obtient

$$C_0(x, y, z) = \int_{-\frac{\eta}{2}}^{+\frac{\eta}{2}} (x \cos \varphi + y \sin \varphi, y \cos \varphi - x \sin \varphi, z) \omega(\varphi) d\varphi$$

soit  $C_0(x, y, z) \neq \int_{-\frac{\eta}{2}}^{+\frac{\eta}{2}} (x, y - x\varphi, z) \omega(\varphi) d\varphi$

si l'on fait l'hypothèse supplémentaire que les écarts  $\varphi$  sont assez petits pour que l'on puisse confondre  $\sin \varphi$  et  $\varphi$ .

Compte tenu de la forme de la solution recherchée, l'égalité précédente s'écrit :

$$C_0(x, y, z) = \frac{1}{\varphi_0 \sqrt{2\eta}} C(x, 0, z) \int_{-\frac{\eta}{2}}^{+\frac{\eta}{2}} e^{-\frac{(y-x\varphi)^2}{4k_0 x}} e^{-\frac{\varphi^2}{2\varphi_0^2}} d\varphi$$

soit

$$C_0(x, y, z) = \frac{1}{\varphi_0 \sqrt{2\eta}} C(x, 0, z) \int_{-\frac{\eta}{2}}^{+\frac{\eta}{2}} \exp \frac{1}{4k_0 x \varphi_0^2} [y^2 (2k_0 x + x^2 \varphi_0^2) - 2xy \varphi_0^2 + y^2 \varphi_0^2] d\varphi$$

$$C_0(x, y, z) = \frac{C(x, 0, z)}{\varphi_0 \sqrt{2\eta}} \exp \frac{-y^2}{4(k_0 + x^2 \varphi_0^2) x} \int_{-\frac{\eta}{2}}^{+\frac{\eta}{2}} \exp \left\{ - \left[ \sqrt{4k_0 x + x^2 \varphi_0^2} - \frac{xy}{\sqrt{4k_0 x + x^2 \varphi_0^2}} \right] \right\} \frac{d\varphi}{4k_0 x}$$

En faisant le changement de variable

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{4k_0 x \varphi_0^2}} \left[ \sqrt{4k_0 x + x^2 \varphi_0^2} - \frac{xy \varphi_0^2}{\sqrt{4k_0 x + x^2 \varphi_0^2}} \right]$$

On obtient :

$$C_0(x, y, z) = \frac{C(x, 0, z)}{\varphi_0 \sqrt{2\eta}} \exp \frac{-y^2}{4(k_0 + x \frac{\varphi_0^2}{2})x} \left( \frac{4k_0 \varphi_0^2}{2k_0 x + x^2 \varphi_0^2} \right)^{1/2} \int_a^b e^{-\theta^2} d\theta$$

avec

$$a = \frac{-1}{\sqrt{4k_0 x \varphi_0^2}} \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{2k_0 x + x^2 \varphi_0^2} + \frac{xy \varphi_0^2}{\sqrt{2k_0 x + x^2 \varphi_0^2}} \right]$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{4k_0 x \varphi_0^2}} \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{2k_0 x + x^2 \varphi_0^2} - \frac{xy \varphi_0^2}{\sqrt{2k_0 x + x^2 \varphi_0^2}} \right]$$

L'intégrale  $\int_a^b e^{-\theta^2} d\theta$  n'est autre que la fonction d'erreur erf (a) au facteur multiplicatif  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$  près.  
 Pour  $a > 2$ , erf (a) est pratiquement égal à 1.  
 Or ici  $|a|$  et  $|b|$  sont nettement supérieurs à 2.

Exemple :  $\varphi_0^2 = 15 \cdot 10^{-3}$  entraîne  $|a|$  et  $|b|$  de l'ordre de 8,5.  
 L'intégrale  $\int_a^b e^{-\theta^2} d\theta$  est donc égale à  $\sqrt{\pi}$ .

Alors :

$$C_0(x, y, z) = \frac{\varphi(x, z)}{2\sqrt{\pi(k_0 + x \frac{\varphi_0^2}{2})x}} \exp \frac{-y^2}{4(k_0 + x \frac{\varphi_0^2}{2})x}$$

On constate donc en comparant cette dernière égalité à la forme de la solution recherchée pour  $C(x, y, z)$  que la méthode de superposition traduite par l'équation

$$C_0(x, y, z) = \int_{-\Psi_0}^{+\Psi_0} C(x, y, z) \omega(\varphi) d\varphi$$

revient à considérer une variation avec l'abscisse du coefficient de diffusion transversale  $K_y$ . Plus précisément, il revient au même de prendre une pseudo-diffusivité turbulente transversale:

$$K_y' = \left( k_0 + \frac{\alpha \Psi_0^4}{z} \right) u$$

ce qui montre que pour  $x$  suffisamment grand, la dispersion de pânage par le vent sera prépondérante devant la diffusion transversale. On retrouve ainsi de façon convaincante la forme du coefficient  $K_y$  obtenu empiriquement par BOSANQUET, à savoir  $K_y = \Psi_0^4 u_x$

GRACEVA et LOZKINA [GR 1] donnent des courbes de variation de  $\Psi_0$  (mesuré sur 20 minutes) en fonction de la vitesse du vent, ainsi que la dépendance de  $\Psi_0$  selon la durée d'échantillonnage (FIG IV.4).

On constate que :

- $\Psi_0$  croît avec  $t$
- $\Psi_0$  décroît quand la stabilité croît
- $\Psi_0$  décroît quand  $U$  croît.

Les mesures utilisées dans ces expériences, ont été faites à 1 mètre du sol. TAKEUCHI [Ta 1] a montré d'autre part que  $\Psi_0$  décroît légèrement avec l'altitude. Cette décroissance est faible, aussi pourra-t-on prendre  $\Psi_0(z) = \text{cte}$ . Remarquons cependant que cette dernière hypothèse n'est pas indispensable pour la résolution numérique du problème. Il serait hautement souhaitable que ces valeurs soient confirmées et que des campagnes de mesure de  $\Psi_0$  soient entreprises sur des sites français.

## 2) Comparaison avec les écarts types $\bar{G}_y$

On trouve dans la littérature (Pa 2, Wi 1) d'autres expressions pour  $K_y$ . La théorie statistique de la turbulence suggère en effet de prendre :

$$K_y = \frac{u}{2} \frac{d}{dx} \bar{G}_y^2$$

Malheureusement, cette formule est inutilisable en pratique sans hypothèses complémentaires. Comme nous l'avons déjà vu, on peut mettre  $\bar{G}_y$  sous la forme  $q x^\alpha$ .  
On aura donc  $K_y = \alpha q^2 U x^{\alpha-1}$

Or pour une même classe de stabilité (classe neutre), le manuel ASME [AS 1] donne  $\bar{G}_{y1} = 0,32 x^{0,78}$  alors que TURNER [Tu 1] recommande  $\bar{G}_{y2} = 0,14 x^{0,90}$ . Ces deux courbes sont relativement voisines mais elles fournissent :

$$K_{y1} = 0,082 U x^{0,56}$$

$$K_{y2} = 0,0176 U x^{0,80}$$

c'est-à-dire des valeurs totalement incompatibles.

On trouvera au chapitre V.9 l'explication de cet écart.

## 3) Formulation de YAMAMOTO et SHIMANUKI [Ya 2]

YAMAMOTO et SHIMANUKI ont recherché  $K_y$  sous la forme :

$$K_y = k z_0 U_* \alpha \left( -\frac{\sigma z_0}{L} \right) \cdot \frac{z}{z_0}$$

où

- $\sigma$  = 15
- $z_0$  = rugosité du sol
- $k$  = constante de KARMAN
- $U_*$  = vitesse de frottement
- $\alpha$  = fonction inconnue de  $\frac{\sigma z_0}{L}$ , dépendant en plus du temps de prélèvement.

A l'aide d'un modèle numérique, ils ont recherché les valeurs de  $K_y$  donnant le meilleur accord avec les résultats fournis par les campagnes de mesures PRAIRIE GRASS [Ba 1] et GREEN GLOW [Ba 2]. Si la concordance est raisonnable près de la source, dès que l'on s'éloigne du point d'émission le modèle numérique fournit les valeurs très surestimées, ce qui revient à dire que les diffusivités choisies sont trop faibles.

Ceci confirme le fait de la dépendance en  $x$  de  $K_y$  pour des temps de prélèvement supérieurs à 2 ou 3 minutes (les durées d'échantillonnage étaient de 10 minutes dans le projet PRAIRIE GRASS et de 30 minutes dans l'expérience GREEN GLOW).

#### 4) Conclusion

Il apparaît donc que la notion de diffusivité turbulente est d'un emploi commode et que ces paramètres ont une signification physique plus grande que les écarts types  $\bar{G}_y$  et  $\bar{G}_z$ , puisque ce sont des grandeurs caractéristiques de l'atmosphère.

## CHAPITRE V

### EXEMPLES D'APPLICATION DU PROGRAMME DE CALCUL

Les différentes opérations décrites précédemment ont été programmées en FORTRAN IV.

#### REMARQUE :

Dans tous les calculs utilisant ce modèle, il est essentiel que la loi de conservation de la masse  $\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0$  soit vérifiée en différences finies.

#### V.1. - COMPARAISON AVEC UNE SOLUTION ANALYTIQUE EXACTE.

Avant toute exploitation, il était nécessaire de comparer les résultats obtenus à l'aide du modèle numérique à ceux que fournit une solution analytique exacte. Une telle solution existe dans le cas où :

- $U = \bar{U} = \text{constante}$
- $K_y = K_z = K = \text{constante}$

Cette solution, due à Robert, peut se mettre sous la forme :

$$C(x, y, z) = \frac{Q_r}{4\pi K \bar{U}} e^{-\frac{y^2 \bar{U}}{4Kx}} \left[ e^{-\frac{(z-H_s)^2 \bar{U}}{4Kx}} + e^{-\frac{(z+H_s)^2 \bar{U}}{4Kx}} \right]$$

... / ...

On obtient d'ailleurs la même expression en portant dans la formule de Pasquill  $G_y = G_z = \sqrt{\frac{2Kx}{U}}$

Nous avons utilisé les valeurs numériques suivantes :

$$\bar{U} = 5 \text{ m/s}$$

$$K_y = K_z = 10 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$H_s = 110 \text{ m} \quad Q_p = 100 \text{ g/s}$$

Sur la figure V.1 et dans le tableau ci-dessous, on a comparé les concentrations axiales ( $\mu\text{g/m}^3$ ) à l'altitude de 10 m.

X (m)	INTEGRATION NUMERIQUE	ROBERT	ECART (%)
300	61	48	27
450	157	143	9,8
600	243	233	4,3
750	305	299	2
900	346	343	0,9
1.050	371	370	0,3
1.200	385	385	0
1.500	392	392	0
3.000	320	320	0
6.000	206	206	0
8.700	154	154	0

On constate un faible écart entre la courbe calculée et la courbe exacte, qui tendent à se confondre relativement rapidement. La précision des résultats peut être améliorée si l'on prend des pas DX plus petits près de l'émission. Dans ce calcul, nous avions un pas DX constant de 30 mètres.

... / ...

V.2. - INFLUENCE DE LA COUCHE DE SURFACE DANS LE CAS D'UN TERRAIN PLAT.

Nous nous sommes ensuite attachés à préciser l'influence de la couche de surface. Celle-ci a été schématisée par une répartition verticale logarithmique du vent :

$$U(z) = \frac{U_*}{k} \ln \left( 1 + \frac{z}{z_0} \right)$$

Avec  $k = 0,407$

$U_* = 0,245 \text{ m/s}$

$z_0 = 0,025 \text{ m}$

Cette zone s'étend jusqu'à l'altitude 100 mètres. Le vent au-dessus est pris égal à 5 m/s.

Avec ce profil de vent,  $K_y = k u_* Z = 0,1 Z$  jusqu'à 100 mètres ; au-dessus on a pris une valeur constante égale à  $10 \text{ m}^2/\text{sec.}$

Enfin, on a choisi  $K_y = K_z$ . On décrit donc un panache stable, c'est-à-dire que l'on considère qu'il n'existe pas de fluctuations dans la direction du vent.

Le calcul a été effectué pour trois hauteurs d'émission: 110 m, 150 m, 190 m, et les résultats (concentrations axiales) sont portés sur les figures V.2, V.3, V.4.

De façon générale, on constate que la présence d'une couche de surface aggrave la pollution au sol en augmentant d'une part la valeur de maximum et d'autre part l'étendue touchée par de fortes concentrations. Ce fait est confirmé par les mesures au sol de MANIER [Ma 2] reportées sur la figure V.5.

Sur les figures V.6. et V.7., on a tracé les courbes iso-concentrations au sol respectivement en l'absence et en présence de couche de surface.

NB : Du fait de l'importance du gradient du vent lorsque l'on est en présence d'une couche de surface, on doit décrire les paramètres utilisés ( $U$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ ) le plus près possible du sol. Pour cela, on a défini une grille à pas verticaux variables, ces derniers devant cependant vérifier les conditions de stabilité:

$$6 K_z(z) \frac{\Delta x}{U(z)} \leq \Delta z^2$$

Avec les valeurs numériques utilisées, les concentrations étaient calculées aux cotes 2m, 8m, 17m, 28m, 41m, 56m, 72,5m, 90,5m, 110m, 130m, 150m... et l'on a pris comme concentration au sol la valeur obtenue à l'altitude 2m.

Sur les figures V.8 et V.9, sont représentées les répartitions transversales pour différentes abscisses.

Dans le cas classique, les répartitions verticales de concentrations sont des courbes de Gauss - comme nous l'avons vu dans l'établissement de la formule de Pasquill - tant que le panache n'a pas atteint le sol. Sur la figure V.10, on a représenté ces répartitions verticales en présence d'une couche de surface pour une distance sous le vent assez faible. On constate que la répartition obtenue n'est pas gaussienne (dissymétrie par rapport au maximum).

Sur la figure V.11 sont tracés différents profils verticaux de concentrations pour des abscisses croissantes.

On peut remarquer que le maximum des concentrations au sol est obtenu lorsque  $\frac{dx}{dz}$  atteint la valeur zéro.

Avec les hypothèses classiques, ( $U$ ,  $K_y$ ,  $K_z$  constants) les lois de variation de la concentration maximale et de la position du maximum étaient :

$$C_{\max} = \frac{2Q}{\pi \bar{U} H_s^2} \quad x_{\max} = \frac{H_s^2 \bar{U}}{4K}$$

... / ...

On ne retrouve plus ces lois en présence d'une couche de surface. Notons aussi que l'écart entre les maximum donnés par les formules analytiques et l'intégration numérique n'est pas constant comme l'indique le tableau ci-dessous. (les valeurs sont exprimées en pourcentages).

$H$ (m)	maximum sans couche de surface	maximum avec couche de surface
100	96,5	100
110	95,5	100
150	90	100
190	88,5	100

Sur la figure V.12 est indiquée la variation des maxima de concentration et des abscisses de ces maxima en fonction de la hauteur d'émission, ceci dans les deux cas considérés.

On a aussi tracé la variation en  $\frac{1}{H^2}$  afin de comparer avec le résultat obtenu par intégration numérique.

Notons enfin que puisque l'on utilise tout le profil de vent, il n'y a aucune ambiguïté quant à sa définition comme dans les formules analytiques de diffusion.

### V.3. - SIMULATION D'UNE INVERSION DE TEMPERATURE

Nous avons vu qu'au niveau d'une couche d'inversion de température, le coefficient  $K_z$  diminue brutalement vers de faibles valeurs.

Le profil utilisé, simulant une inversion à 130 m, est

présenté sur la figure V.13. Afin de comparer les résultats obtenus avec et sans inversion, nous avons conservé les valeurs suivantes dans les deux calculs :

$$U(Z) = \frac{U_0}{k} \log \left(1 + \frac{Z}{Z_0}\right) \quad K'_y = 0,1 Z \quad \text{pour } Z \leq 100 \text{ m}$$

$$U(Z) = 5 \text{ m/s} \quad K'_y = 10 \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{pour } Z > 100 \text{ m}$$

La figure V.14 montre que jusqu'à une distance de l'ordre du kilomètre, la concentration axiale au sol n'est pas affectée par la présence de la couche d'inversion. Par contre, pour des abscisses supérieures, la concentration croît plus rapidement que dans le cas de référence (pas d'inversion). Ceci est dû à la réflexion du panache sur la couche d'inversion. Le maximum obtenu est nettement plus important ( $575 \mu\text{g}/\text{m}^3$  contre  $412 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ) et sa position est plus éloignée (3400 m contre 2800 m).

#### V.4. - DESCRIPTION DES PANACHES NON STABLES

Dans le chapitre précédent, on avait constaté que pour décrire un panache soumis à des fluctuations de direction du vent, on devait utiliser une pseudo-diffusivité  $K'_y = (k_e + x \frac{\Psi_e}{2})u$ ,  $\Psi_e$  étant l'écart type de la distribution des directions du vent autour de la direction moyenne.

Le fait que  $K'_y$  croisse avec l'abscisse donne des valeurs numériques importantes de ce paramètre pour peu que  $x$  soit relativement grand.

Afin de satisfaire à la condition de stabilité  $\frac{\Delta x}{\Delta y^2} \leq \frac{U}{K'_y}$  mais aussi pour tenir compte de l'élargissement de la zone de diffusion, on a été obligé de prendre des pas transversaux variables.

Dès que la condition de stabilité n'est plus satisfaite, on double les pas transversaux. Les concentrations sont alors calculées sur une grille ayant la forme indiquée sur la figure V.15.

La conservation du flux  $F = \iint UC dy dz = \sum_i \sum_j U_{ij} C_{ij} dy_i dz_j$  est vérifiée à chaque pas du calcul.

Le flux initial  $F_0$  étant défini par  $F_0 = U_{(H_2)} C_0 dy dz$  les concentrations calculées sont multipliées par le facteur  $\frac{F_0}{F}$  de façon à assurer la conservation du flux (sa non conservation pouvant être due aux erreurs d'arrondi). On doit remarquer que le facteur  $\frac{F_0}{F}$  est toujours égal à 1 à  $10^{-8}$  près au moins, ce qui montre la validité du schéma utilisé.

Dans l'application numérique de ce cas, les valeurs des variables étaient les suivantes :

$$K_y = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot U(z)$$

$$K_z = 0,1 \text{ m} \text{ pour } z < 100 \text{ m}$$

$$K_z = 10 \text{ m}^2/\text{s} \text{ pour } z > 100 \text{ m}$$

$$U(z) = \frac{U_0}{k} \text{ Log} \left( 1 + \frac{z}{z_0} \right) \text{ pour } z \leq 100 \text{ m}$$

$$U(z) = 5 \text{ m/s} \text{ pour } z > 100 \text{ m}$$

Sur la figure V.16, on a comparé les coupes transversales obtenues avec un panache stable et avec un panache soumis à des fluctuations latérales. On peut remarquer la diminution des concentrations axiales ainsi que l'élargissement important du panache.

#### V.5. - DIFFUSION DANS UNE SPIRALE D'ECKMAN

Dans la couche de transition, si l'on suppose  $K_z$  constant avec l'altitude, on obtient la solution dite spirale d'ECKMAN.

.../...

$$u(z) = U_G \left[ \cos \alpha - \sqrt{2} e^{-\beta z} \sin \alpha \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} + \beta z \right) \right]$$

$$v(z) = U_G \left[ \sqrt{2} e^{-\beta z} \sin \left( \frac{\pi}{4} + \beta z \right) - 1 \right] \sin \alpha$$

où  $\beta = \sqrt{\frac{f}{2K_y}}$   $f$  étant le paramètre de Coriolis

$\alpha$  = angle entre le vent à la base de la spirale et le vent géostrophique.

(Ceci dans un système de coordonnées obtenues par rotation d'angle  $\alpha$  par rapport à la direction du vent géostrophique.)

Dans le calcul numérique, la couche de surface est la même que dans les cas précédents (profil de vent logarithmique et variation linéaire de  $K_z$  avec  $Z$ ). Le vent géostrophique est choisi de telle façon que les lois de variation de  $U(z)$  coïncident à la base de la couche de transition dans laquelle on a pris  $K_z = 10 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Les autres valeurs numériques sont les suivantes :

- $K_y = 10 \text{ m}^2/\text{s}$
- $\alpha = \frac{\pi}{8}$
- hauteur d'émission = 110 m
- épaisseur de la couche de surface : 100 m

Sur les figures V.17, V.18, V.19, on a représenté différentes coupes transversales du panache, qui rendent compte de la dissymétrie croissante des courbes isoconcentration en altitude. Cependant pour des distances au point d'émission moyennes (quelques kilomètres), on constate que les concentrations au sol sont relativement peu affectées et que, si l'axe du panache n'est plus rectiligne, la déviation obtenue reste assez faible (FIG. V.20). Il n'en serait certainement pas de même si l'on examinait la trace du panache au sol à des distances plus grandes.

De même si l'émission se trouve à une altitude importante, où la composante transversale du vent est plus grande, on doit s'attendre à constater une déviation plus marquée que dans le cas que nous venons d'examiner.

#### V.6. - ETUDE DE L'INFLUENCE DU RELIEF

Le problème de l'écoulement de l'air au-dessus d'un relief est des plus complexes. Si on connaît les équations de mouvement (équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de la chaleur, à l'équation de continuité et aux équations d'énergie), la difficulté provient de l'intégration des systèmes différentiels.

Certaines solutions peuvent cependant être obtenues pour des cas bien particuliers, mais on doit remarquer que l'échelle utilisée par les météorologues (qui sont les seuls à avoir tenté de résoudre le problème) est inadaptée aux besoins des modèles de pollution atmosphérique.

Parmi les solutions existantes, nous avons cherché celles qui représentaient l'échelle la plus fine. C'est la raison pour laquelle nous avons testé le programme avec un relief idéalisé donné par QUENEY [QU 1], ayant pour équation :

$$h(x) = \frac{a^2 b}{(x-x_0)^2 + b^2} \quad (\text{profil de LORENTZ})$$

QUENEY a montré que lorsque la largeur effective  $2\pi b$  du relief considéré, vérifiait la relation  $2\pi b \ll \frac{2\pi}{ks}$  où  $2\pi/ks$  est la longueur d'onde critique du courant atmosphérique (définie par  $ks = \frac{\gamma - \partial T / \partial z}{\bar{T}} \frac{g}{\bar{v}^2} - \frac{1}{4} \left( \frac{g/R - \partial T / \partial z}{\bar{T}} \right)^2$ , R étant la constante des gaz parfaits pour l'air) les vitesses verticales induites par le relief peuvent se mettre sous la forme :

.../...

$$w = - \bar{u} a^2 \frac{2(x-x_0)(z+b)}{[(x-x_0)^2 + (z+b)^2]^2}$$

$\bar{u}$  étant la vitesse du vent incident supposé constant avec l'altitude. L'équation de continuité  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$  (l'air étant supposé incompressible) permet alors de calculer  $u$ . On obtient, en utilisant la variable  $\mathfrak{I} = z - h(x)$

$$u(x, \mathfrak{I}) = \bar{u} \left[ 1 - a^2 \frac{(x-x_0)^2 - (\mathfrak{I} + h(x) + b)^2}{[(x-x_0)^2 + (\mathfrak{I} + h(x) + b)^2]^2} \right]$$

$$w(x, \mathfrak{I}) = - \bar{u} a^2 \frac{2(x-x_0)(\mathfrak{I} + h(x) + b)}{[(x-x_0)^2 + (\mathfrak{I} + h(x) + b)^2]^2}$$

Cette solution n'est autre que celle d'un écoulement potentiel.

Notons que les longueurs d'onde critiques sont habituellement de l'ordre de 10 km. L'hypothèse  $2\Omega b \ll \frac{2}{k_s}$  sera donc valable pour des reliefs de largeur effective  $2\Omega b$  de l'ordre du kilomètre.

Dans le calcul, nous avons utilisé les valeurs numériques suivantes :

$$a^2 = 2.10^4 \text{ m}^2 \quad b = 200 \text{ m}$$

Les coefficients de diffusion sont pris sous la forme :

$$K_y = 5 \cdot 10^{-3} x |\vec{V}|$$

$$K_z = 25 \cdot 10^{-3} z |\vec{V}| \text{ pour } z \leq 100 \text{ m}$$

$$K_z = 2,5 \vec{V} \text{ pour } z \geq 100 \text{ m}$$

Sur les figures V.21 et V.22, on peut comparer la solution obtenue en présence de relief (trait pointillé) avec celle qui est fournie pour un terrain plat ( $\bar{U} = 5 \text{ m/s}$ ,  $K_z$  défini par les égalités ci-dessus). Sur chaque figure, le relief est indiqué.

On constate que lorsque l'accident de terrain se trouve près de l'émission (FIG V.21), les concentrations au sol se trouvent très affectées, surtout dans la zone d'altitude maximale. Par contre, s'il est éloigné, les concentrations obtenues ne s'écartent que très peu de la courbe valable sur terrain plat (FIG. V.22). Ceci peut d'ailleurs s'expliquer relativement aisément : près de l'émission, les gradients verticaux de concentration sont importants. Du fait du resserrement des lignes de courant près du sommet de relief choisi, on conçoit facilement que l'on devra s'attendre à observer des concentrations importantes en ce point. Par contre, si le relief est éloigné, la répartition verticale des concentrations est homogène et la modification apportée à l'écoulement atmosphérique ne changera pas grand chose au profil de concentrations.

#### V.7. - TEMPS DE CALCUL

A titre indicatif, signalons que pour un domaine d'étude défini par :

- 50 pas en Y
- 30 pas en Z

le temps de calcul, après 160 pas en X, est de l'ordre de  $CP = 200$  secondes sur l'ordinateur CDC 6400 de la Météorologie Nationale.

#### V.8. - SOURCES MULTIPLES

Lorsque l'on est en présence de plusieurs sources d'émission suffisamment éloignées pour que l'on puisse les considé-

rer comme indépendantes, le panache total s'obtient simplement en superposant les panaches issus de chaque source.

Nous avons effectué un tel calcul avec 5 cheminées. Les courbes isoconcentrations au sol sont indiquées sur la figure V.23.

V.9. - ESTIMATION DU VENT EFFECTIF MOYEN. COMPARAISON DU MODELE NUMERIQUE AVEC LES MESURES EXISTANTES.

1) Dans l'établissement de la formule de PASQUILL, on avait remarqué que le vent  $\bar{U}$  qui intervenait était défini par l'expression :

$$\bar{U} = \frac{\iint U C dy dz}{\iint C dy dz}$$

Pour le modèle aérodynamique défini précédemment, (couche de surface de 100 m d'épaisseur, vent constant au-dessus) nous avons estimé ce paramètre pour deux rugosités différentes : 0,6 cm et 50 cm. .

Sur la figure V.24 sont portées les courbes  $\bar{U}$  (x). On peut constater que le vent effectif moyen  $\bar{U}$  n'est pas une constante ; il commence par décroître à partir de la valeur de la vitesse du vent au point d'émission, atteint un minimum puis croît. La décroissance initiale est certainement due aux concentrations importantes qui règnent dans les basses couches pour des distances à l'émission faibles (ici  $H_s = 110$  m donc avec une couche de surface de 100 m d'épaisseur les polluants se trouvent très vite diffusés dans cette zone). Ensuite lorsque le profil vertical de concentration devient plus uniforme, le vent moyen croît du fait qu'une fraction importante des polluants se trouve dans la couche de transition.

Nous avons mis ainsi en évidence une nouvelle faiblesse

des équations analytiques de diffusion : le vent  $\bar{U}$  qui intervient n'a pas de signification physique puisqu'il varie avec la distance sous le vent.

2) Pour terminer ce travail, il nous est apparu intéressant de comparer les résultats obtenus à l'aide du modèle numérique à ceux des campagnes de mesures américaines menées sur le site PRAIRIE GRASS et à BROOKHAVEN. Nous disposions de relativement peu d'informations sur ces sites sinon que la rugosité du sol pour la campagne PRAIRIE GRASS était de 0,6 cm et que celle de BROOKHAVEN était d'environ 1 mètre.

Un premier essai à l'aide du modèle utilisé auparavant (couche de surface de 100 m) avait montré deux tendances :

- la position du maximum de concentration se rapproche du point d'émission lorsque la rugosité croît.
- les maxima de concentration augmentent avec la rugosité.

Cependant, à l'aide de ce modèle l'accord entre valeurs calculées et mesures était insuffisant, les coefficients de diffusion obtenus étant trop grands. C'est la raison pour laquelle nous avons été amenés à mettre au point un modèle aérodynamique plus élaboré. Pour ceci, nous nous sommes inspirés des travaux de BLACKADAR.

On écrit  $K_3$  sous la forme  $K_3 = \ell_z^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|$

où  $\ell_z$  est la longueur de mélange de PRANDTL définie par :

$$\ell_z = k (Z + Z_0) \quad \text{pour } Z \leq h'$$

$$\ell_z = \frac{k (Z + Z_0)}{1 + k \frac{(Z - h')}{\lambda}} \quad \text{pour } h' \leq Z \leq H$$

.../...

dans le cas d'une atmosphère neutre,  $H$  étant l'épaisseur de la couche limite et  $\lambda$  la valeur limite de  $\ell_z$ .

Enfin, on a pris une couche de surface d'épaisseur  $h = 60$  m.

Le problème consiste -  $\lambda$  et  $U_s$  (vitesse du vent au point d'émission) étant donnés - à reconstituer le profil de vent et de diffusivité turbulente  $K_z$ .

On suppose que dans la couche de transition, le flux vertical de quantité de mouvement décroît linéairement soit :

$$K_z \frac{\partial U}{\partial z} = \left( K_z \frac{\partial U}{\partial z} \right)_{z=h} \frac{H-mz}{H-mh}$$

où  $m$  est une constante déterminant la vitesse de décroissance.

Dans la couche de transition, on aura donc

$$\ell_z^2 \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 = \ell_z^2 \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_{z=h}^2 \frac{H-mz}{H-mh}$$

soit

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_h \frac{\ell_z}{\ell_z^2} \left[ \frac{H-mz}{H-mh} \right]^{1/2}$$

que l'on peut écrire, en intégrant :

$$U(z) = U(h) \left[ 1 + \frac{1}{(h+z_0) \log(1 + \frac{h}{z_0})} \frac{\ell_z}{\sqrt{H-mh}} \int_h^z \frac{\sqrt{H-mz}}{\ell_z} dz \right]$$

puisque pour  $z = h$ ,  $U(h) = \frac{U_s}{k} \log \left( 1 + \frac{h}{z_0} \right)$  et  $\left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_h = \frac{U_s}{k(h+z_0)}$

En faisant le changement de variable  $z^2 = H-mZ$ , on arrive à :

$$U(z) = U(h) \left[ 1 + \frac{1}{(h+z_0) \log(1+\frac{h}{z_0})} \frac{\ell_z}{\sqrt{H-mh}} \left[ \frac{2}{k\lambda} (\lambda - kh') \left[ (H-mz)^{1/2} - (H-mh)^{1/2} \right] + \frac{\sqrt{H}}{k\lambda} (\lambda - kh') \log \left( \frac{\sqrt{H} + \sqrt{H-mh}}{\sqrt{H} - \sqrt{H-mh}} \right) + \frac{2}{3\lambda m} \left[ (H-mh)^{3/2} - (H-mz)^{3/2} \right] \right] \right] \quad (1)$$

Cette expression étant valable dans la couche de transition.

Dans la couche de surface la loi logarithmique classique est valable dans le cas d'une atmosphère neutre examinée ici :

$$U(z) = \frac{U_*}{k} \log \left( 1 + \frac{z}{z_0} \right)$$

Connaissant  $U(H_s)$ , on détermine  $U(h)$  à partir de l'équation (1) puis  $U_*$  à l'aide de l'égalité  $U_* = \frac{k U(h)}{\log(1+\frac{h}{z_0})}$ .

On est alors en mesure de reconstituer tout le profil de vent à l'aide des équations (1) et (2).

Partant de  $K_z = \ell_z^2 \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right|$ , on obtient :

a) Dans la couche de surface :

$$K_z = k U_* \cdot (z+z_0) \quad \text{pour } z \leq h'$$

$$K_z = k U_* \cdot (z+z_0) \frac{\lambda}{[\lambda + k(z-h')]} \quad \text{pour } h' \leq z \leq h$$

.../...

b) Dans la couche de transition :

$$K_3 = k U_y (z + z_0) \frac{\lambda^2}{(\lambda + k(z-h'))(\lambda + k(h-h'))} \sqrt{\frac{H-mz}{H-mh}}$$

Remarque : Les calculs précédents sont valables si l'émission se fait dans la couche de transition, ce qui sera pratiquement toujours le cas pour des émissions industrielles.

Si  $H_s < h$ , le calcul est encore plus simple : on détermine directement  $U_y$  à partir de  $U_y = \frac{k U (H_s)}{\log(1+H_s)} \frac{z_0}{z}$  puis on opère comme précédemment.

Afin d'établir la comparaison avec les campagnes de mesures déjà citées, nous avons utilisé les valeurs numériques suivantes :

$$h' = 10m \quad h = 60m \quad H = 600m \quad m = \frac{H}{2H-h} \quad \lambda = 40m.$$

$$H_s = 110m.$$

Les calculs ont été effectués pour les deux rugosités 0,6 cm et 1 mètre. Nous avons ensuite recherché les valeurs de  $K_y$  donnant le meilleur accord avec les valeurs observées.

On a obtenu :

$$K_y = 2 \cdot 10^{-3} \times U \text{ pour PRAIRIE GRASS } (z_0 = 0,6 \text{ cm})$$

$$K_y = 4 \cdot 10^{-3} \times U \text{ pour BROOKHAVEN } (z_0 = 1 \text{ m})$$

La comparaison entre les concentrations axiales obtenues et les valeurs mesurées issues de PRAIRIE GRASS [TU 1] et de BROOKHAVEN [As 1] est indiquée sur la figure V.25. L'accord est très satisfaisant.

Notons que  $K_y = 2 \cdot 10^{-3} x U$  fournit une déviation standard  $\Phi = 3,6^\circ$  alors que  $K_y = 4 \cdot 10^{-3} x U$  donne  $\Phi = 5,1^\circ$ .

La déviation standard du vent varie donc proportionnellement à la rugosité, ce qui confirme les résultats de LOZKINA (FIG IV.4). En effet, lorsque  $Z_0$  croît,  $U$  (1m) décroît, donc  $\Phi$  croît.

La prise en compte du paramètre rugosité est donc primordiale dans tout calcul de diffusion et elle permet d'expliquer les différences observées entre différentes campagnes de mesures.

Remarque 1: On a vu précédemment que  $K_y = \frac{U}{2} \frac{d}{dx} \tilde{G}_y^2$

A l'aide de cette expression on obtient :

$$\tilde{G}_y = 0,045 x \text{ pour } Z_0 = 0,6 \text{ cm}$$

$$\tilde{G}_y = 0,063 x \text{ pour } Z_0 \approx 1 \text{ m}$$

Pour  $x$  suffisamment grand ( $> 1 \text{ km}$ ), ces valeurs sont en très bon accord avec celles qui sont fournies par ASME et TURNER (voir chap. IV, III, 2).

Remarque 2: il faut également noter que les temps d'échantillonage sont différents. Ils sont respectivement de 10 minutes en ce qui concerne TURNER et de 1 heure pour ASME.



CONCLUSION GENERALE

Après avoir montré les différentes faiblesses des formules analytiques de diffusion, on a mis au point un modèle numérique tridimensionnel permettant de tenir compte de profils de vent et de coefficients de diffusion quelconques, des trois composantes du vent donc d'une influence possible du relief (qui est alors introduit comme condition aux limites).

Dans une première étape, on s'est attaché à mettre en évidence le rôle joué par la couche de surface. En particulier, on a insisté sur le rôle joué par le paramètre de rugosité, paramètre aussi significatif que la stabilité de l'atmosphère. Son utilisation a permis d'expliquer les différences énormes constatées entre les résultats de différentes campagnes de mesure.

Le modèle numérique utilisé permettant d'introduire un profil vertical quelconque du vent lève ainsi l'ambiguité pesant sur la définition du vent dans les formules classiques. On a en particulier montré que le vent effectif moyen  $\bar{U}$  qui intervient dans ces formules n'était pas constant et dépendait de la distance sous le vent.

Le problème de la description de panaches soumis à des fluctuations de direction de vent a été résolu par introduction d'une pseudo-diffusivité transversale.

Dans ce paramètre intervient une grandeur physique caractéristique de l'écoulement atmosphérique au-dessus du sol considéré : la déviation standard du vent.

Enfin quelques calculs effectués en utilisant un relief simplifié ont permis de tirer certaines conclusions importantes sur la diffusion des polluants au-dessus d'une topographie accidentée. On pu vérifier en particulier l'importance de la distance de l'accident de terrain à la source polluante.

BIBLIOGRAPHIE

- As.1) A.S.M.E. "Recommended Guide for the prediction of the dispersion of airborne effluents" - the American Society of Mechanical Engineers - New York (1968).
- Ba.1) BARAD (M.L) "Project Prairie Grass. A field program in diffusion". Geophys. Research Paper n° 59. Vol 1 et 2. AFCRC-TR-58-235 (1958).
- Ba.2) BARAD (M.L) - FUQUAY (J. J) "The Green Glow diffusion program" Geophys. Research Paper n° 73 Vol 1-2 AFCRL 62-251 (1962).
- Be.1) BESSEMOULIN (J) - VIAUT (A) "Météorologie du vol à voile". Edition Blondel la Rougery - PARIS - (1948).
- Bi.1) BIROT (A) - ADROGUER (B) - FONTAN (J). "Vertical distribution of radon 222 in the atmosphere and its use for study of exchange in the lower troposphere". J<sup>1</sup> of Geophys. Research Vol 75 n° 12 (1970).
- L.1) BLACKADAR (A.K) "The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere". J<sup>1</sup> of Geophys. Research Vol 67 n° 8 (1962).
- L.2) BLOKKER (P.C) "Dispersion des gaz de fumées sortant des cheminées" Pollution Atmosphérique. n° spécial (Fév. 1969).
- o.1) BOOKER (M.G) "Some problems of radiometeorology". Quart. Jl Roy. Met. Soc. 74 (1948).

- (Bo.2) BOSANQUET (C.H) - PEARSON (J.L) "The spread of smoke and gases from chimneys". Trans. Faraday. Soc. 32. (1936)
- (Br.1) BRIGGS (G.A) "Plume Rise". AEC Critical Review Series. US Atomic Energy Commission (1969).
- (Ca.1) CALDER (K.L) "Some recent British Work in the problem of diffusion in the lower atmosphere" - Proc. US - Tech. Conf. Air Pollution 782. New York (Mac Grass Hill) (1952)
- (Ca.2) CARSON (J.E.) - MOSES (H) "The validity of several plume rise" APCA Journal Vol 19 n° 11 (1969)
- (De.1) DEACON (E.L) "Aerodynamic Roughness of the sea" J1 Geophys. Research. Vol 67 n° 8 (1962)
- (Es.1) ESTOQUE (M.A) BHUM RALKAR (C.M) "Flow over a localized heat source". Monthly Weather Review - 97 - (1969).
- (Gr.1) GRACEVA (B.P) - LOZKINA (B.P) "Sur la stabilité de la direction du vent dans la couche près du sol" (en russe) TRUDY GGO n° 172 - Leningrad - (1964).
- (Ja.1) JACOBI (W) - ANDRE (K) J<sup>1</sup> of Geophys Research Vol 68 n° 13 (1963)
- (Jo.1) JOHNSON (W.B) - UTHE (E.E) "Lidar study of the Keystone Stack plume". Atm. Environnement Vol 5 n° 8 (1971)
- (Le.1) LETTAU (H). "A Re - examination of the Leipzig wind profile". 2,125, TELLUS (1950).
- (Lo.1) LOWRY (P.H) - MAZZARELLA (D.A) - SMITH (M.E) Meteorological Monograph Vol 1 n° 4 (American meteorological Society (1951).

- [Lu.1) LUMLEY (J.L) - PANOFSKY (H.A) "The structure of atmospheric turbulence". Interscience Publisher - New York (1964).
- [Ma.1) MACHTA (L) - BOUVILLE (A). Congrès International SFRP TOULOUSE p. 13 (1967).
- [Ma.2) MANIER (G) "Die Fehler bei der rechnerischen Erfassung der Ausbreitung atmosphärischer spurenstoffe" - STAUB - 30 - n° 1 (1970).
- Mo.1) MONIN (A.S) - "Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere". Advances in geophysics Vol.6 (1959).
- Pa.1) PANOFSKY (H.A) - BLACKADAR (A.K) - MAC VEHILL (G.E) "The diabatic wind profile". Quart. J<sup>1</sup> Roy. Met. Soc-86- (1960).
- Pa.2) PASQUILL (F) "Atmospheric diffusion". D. Van Nostrand Company London (1962).
- Po.1) POLSTER - VOGT "Protokoll zur Informations und Arbeitstagung im Kernforschungszentrum Karlsruhe über die "Ausbreitung von gas und staubförmigen Verunreinigungen in der Atmosphäre und Ablagerung von Aerosolen am Boden" 1965.
- Pr.1) PRIESTLEY (C.H.B) "A working theory of the bent-over plumes of hot gas". Quart. J<sup>1</sup> Roy. Met. Soc. 82 (1956).
- [Lu.1) QUENEY (P) "The airflow over mountains"  
WMO Technical Note n° 34 (1968).
- [Li.1) RICHTMYER - MORTON "Difference methods for initial value problems" Interscience Publisher - New York (1967).
- [Lo.1) ROSSBY (C.G) - MONT GOMMERY (R.B) "The layer of frictional influence in wind and oceans currents" Paper phys. Ocean.

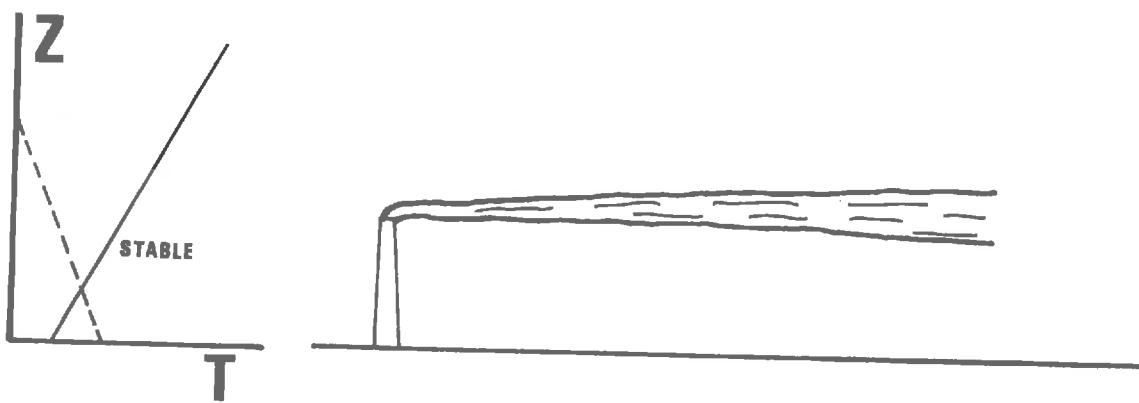
Met. Mass. Inst. Tech. and Woods Hole. Oceanog. Institute  
vol. 3 n° 3 (1935).

- (Sa.1) SAISSAC (J) "Normalisation de données expérimentales sur la diffusion" Note EERM n° 129 Meteo Nle (1963).
- (Sa.2) SAISSAC (J) "Sur le rôle du nombre de Richardson dans les échanges verticaux de la couche limite". C.R. Acad. Sc. PARIS. Tome 272 p. 1393 (14 juin 1971).
- (Sc.1) SCORER (R.S) "The rise of bent-over hot plumes" - Advances in Geophysics - 6 - (1959).
- (Sh.1) SHIMANUKI (A) "Formulation of vertical distribution of wind velocity and eddy diffusivity near the ground". J<sup>1</sup> Met. Soc. Japan - Vol 47 n° 4 (1969).
- (Su.1) SUTTON (O.G) "Micrometeorology" - Mac Graw - Hill - New York (1963).
- (Sw.1) SWINBANK (W.C) "The exponential wind profile" Quart. J<sup>1</sup> Roy. Met. Soc. - 90 - (1964)-
- (Ta.1) TAKEUCHI "Some studies of the fluctuations of the wind" J<sup>1</sup>. Met. Soc. Japan - vol. 41 - n° 1 - (1963).
- (Ta.2) TAYLOR (R.J). "Similarity theory in the relation between fluxes and gradients in the lower atmosphere". Quart. J<sup>1</sup> Roy. Met. Soc. Vol 86 (1960).
- (Ta.3) TAYLOR Boundary Layer meteorology. vol.2 (1971)
- (Tu.1) TURNER (D.B) "Workbook of atmospheric dispersion estimates" Us Department of Health, Education and Welfare - Cincinnati-Ohio - (1969).

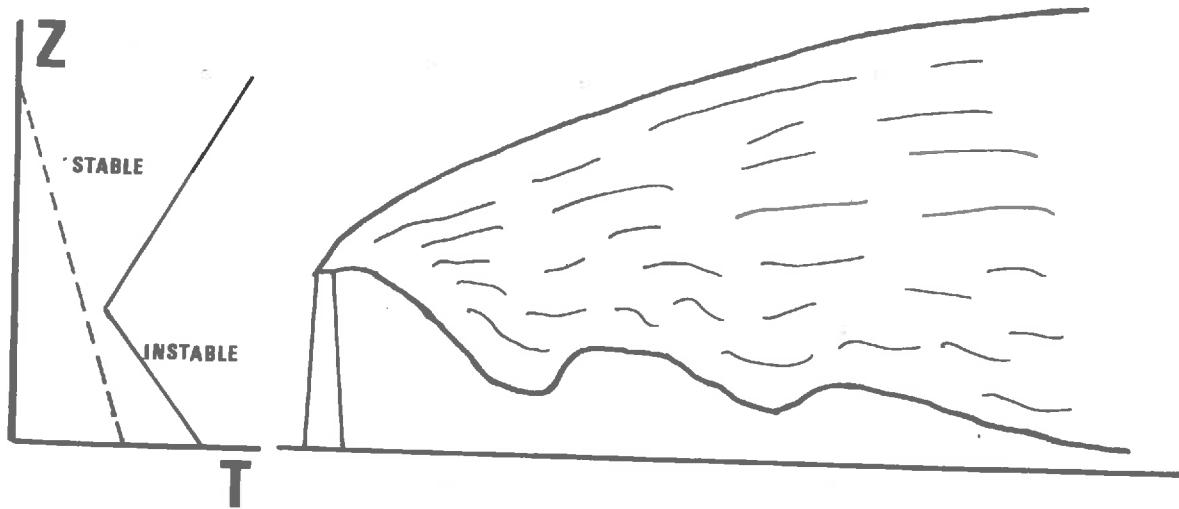
- (We.1) WEBB (E.K) "Vanishing potential temperature gradient in strong convection". Quart. J1 Roy. Met. Soc. Vol 84 - (1958).
- (Wi.1) WIPPERMAN (F.K) "On turbulent diffusion in an arbitrarily stratified atmosphere". AFCRL Environmental Research Paper n° 243 (1966).
- (Ya.1) YAMAMOTO (G) - SHIMANUKI (A) "The determination of lateral diffusivities in diabatic conditions near the ground from diffusion experiments". J1 Atm. Sciences (1964).

-----

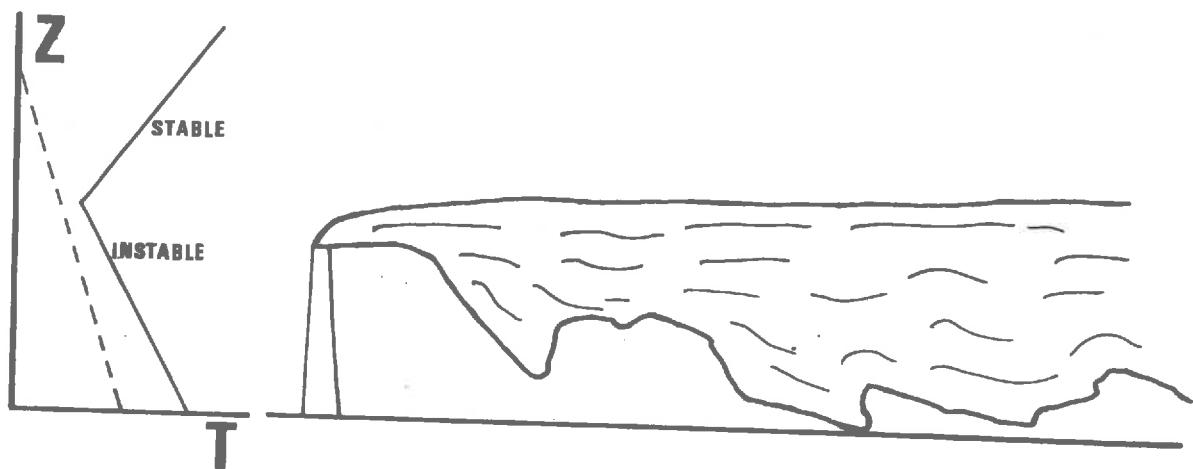




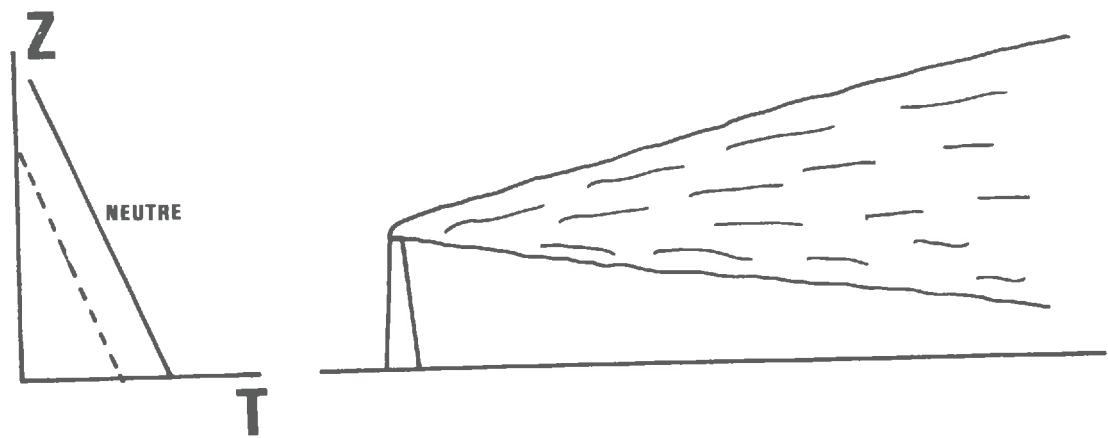
**FIG I.1 FORTE STABILITE ("FANNING")**



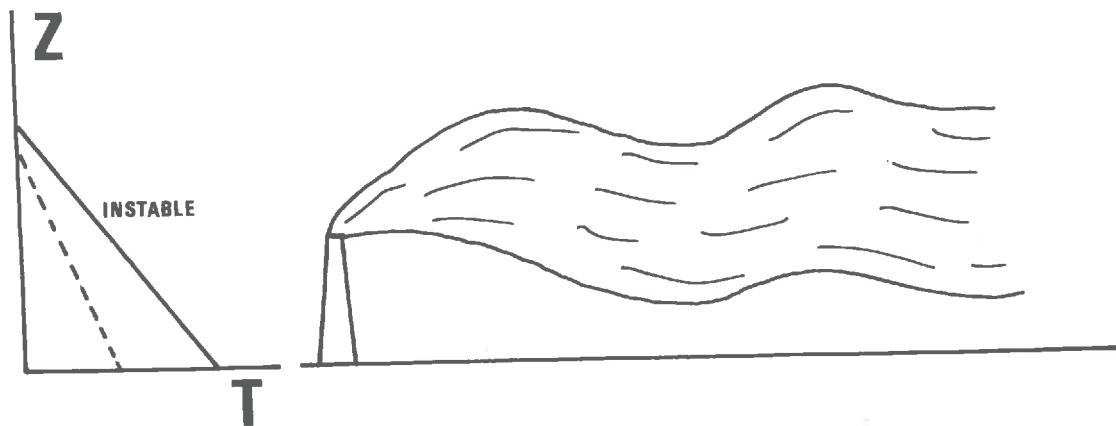
**FIG I.2 INVERSION EN ALTITUDE ("FUMIGATION")**



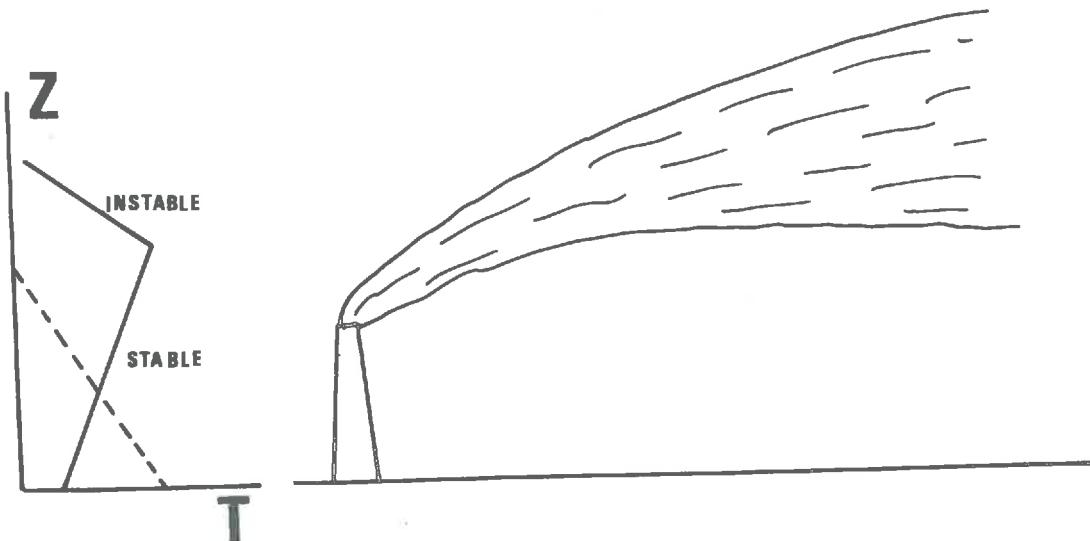
**FIG I.3 "TRAPPING"**



**FIG 1.4 CONDITIONS NEUTRES ("CONING")**



**FIG 1.5 CONDITIONS INSTABLES ("LOOPING")**



**FIG 1.6 "LOFTING"**

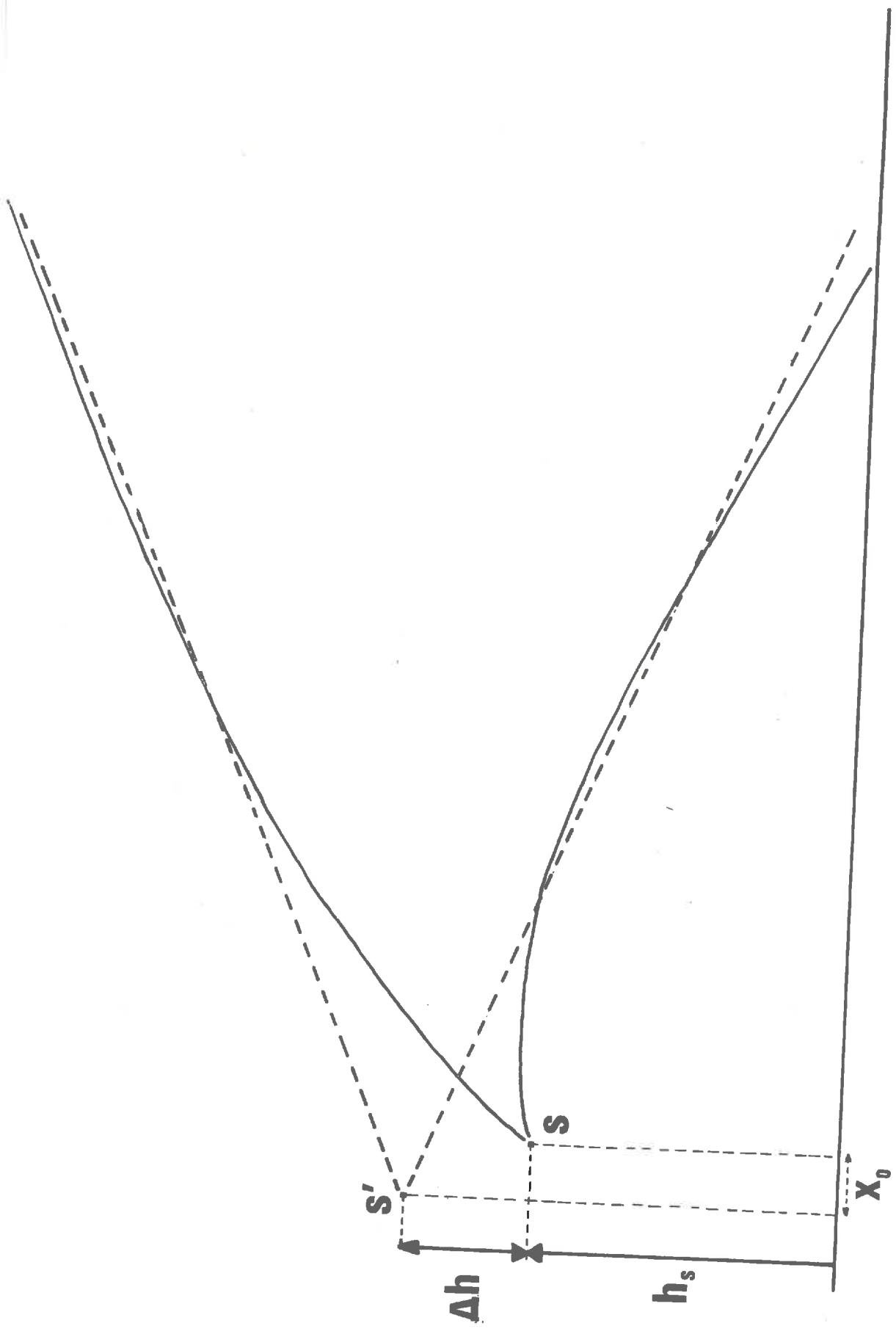


FIG II.1 REPRÉSENTATION SCHEMATIQUE D'UN PANACHE

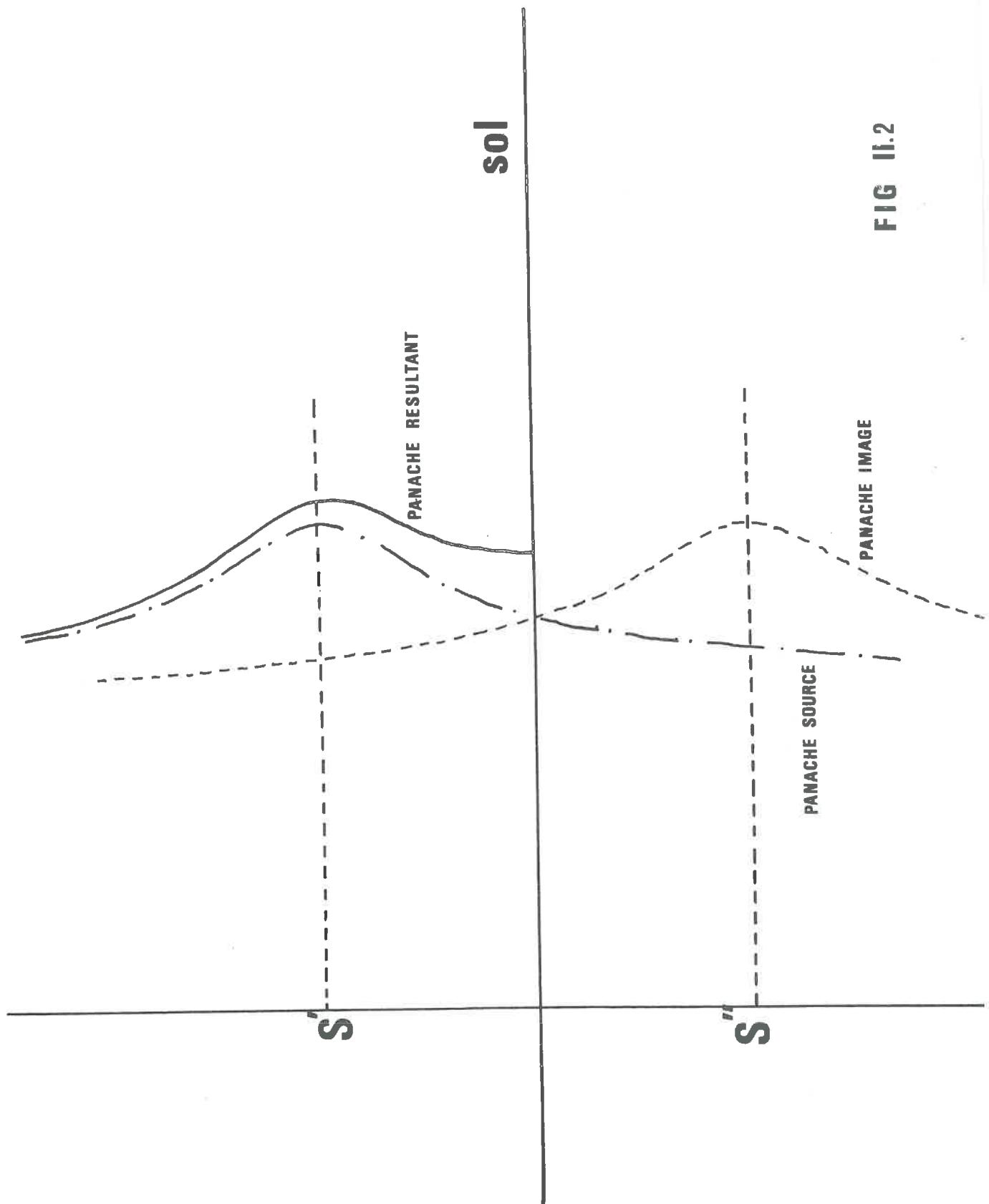


FIG II.2

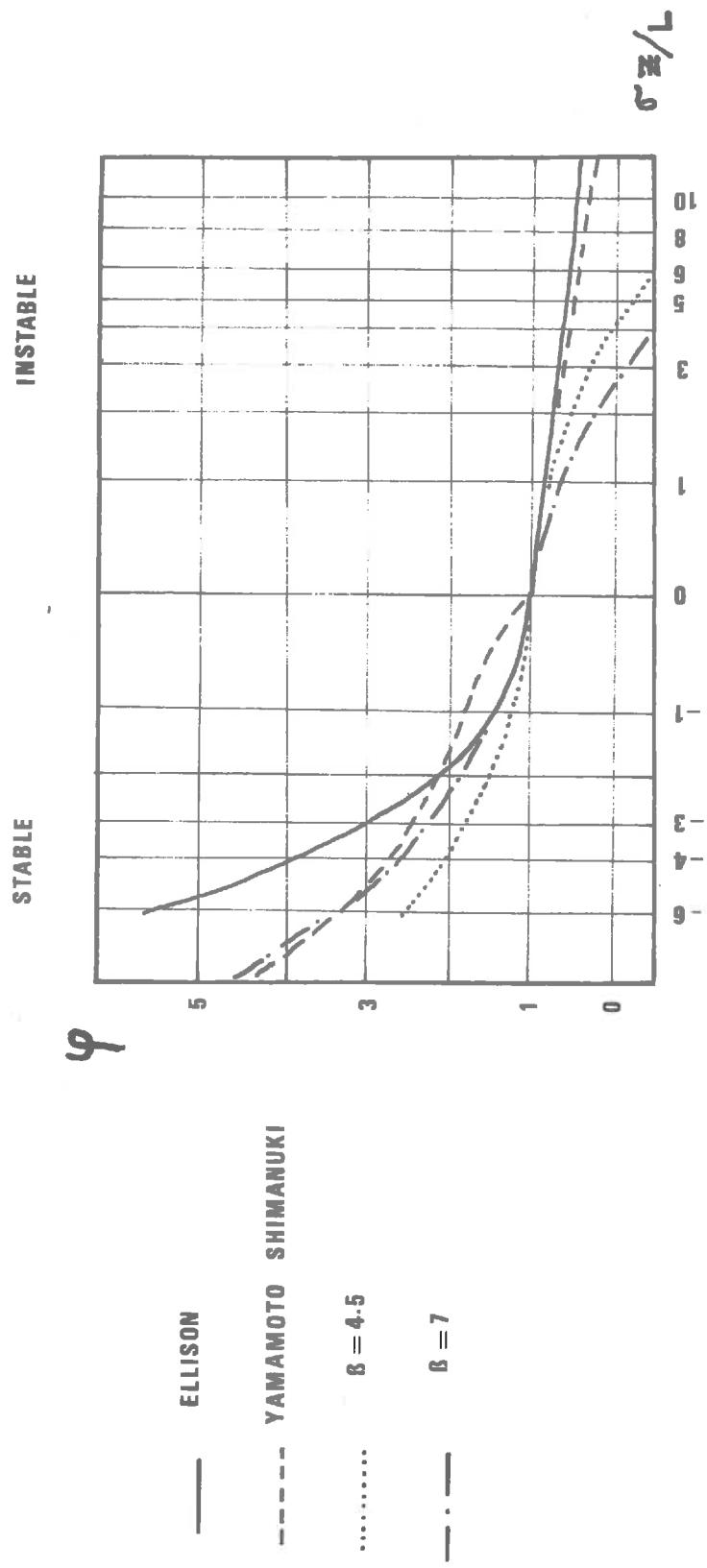


FIG IV.1 RELATIONS THEORIQUES ENTRE  $\varphi$  ET  $\sigma \cdot z / L$

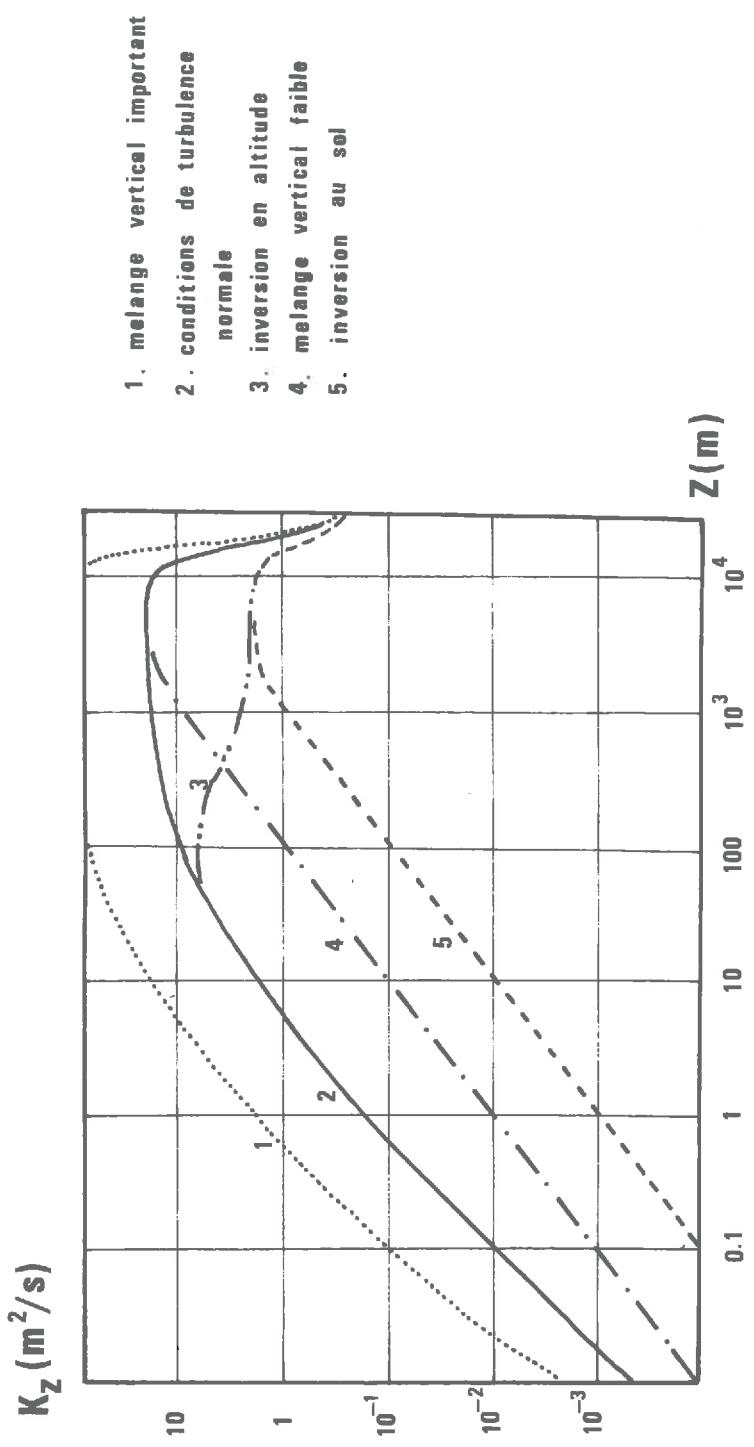
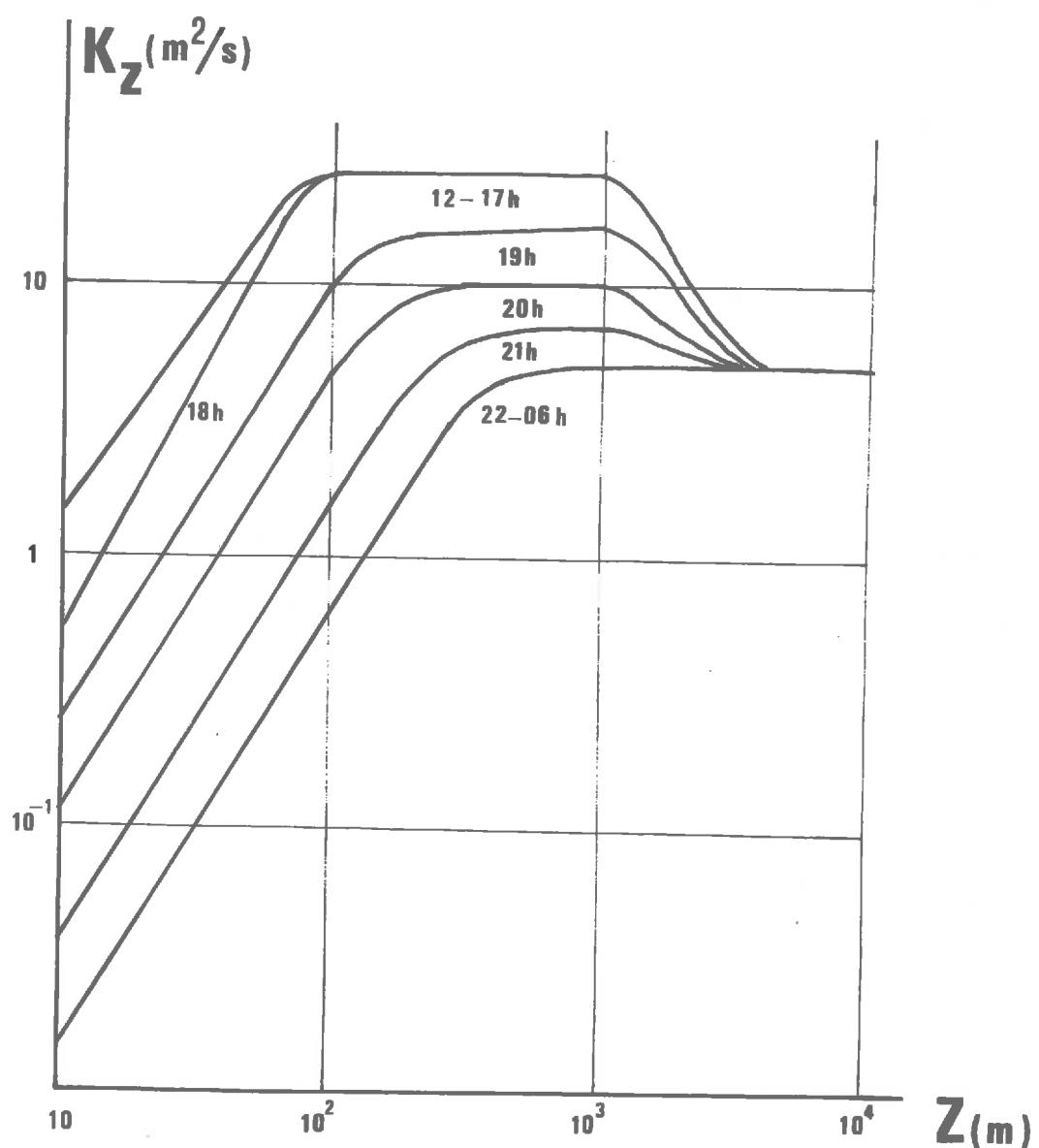
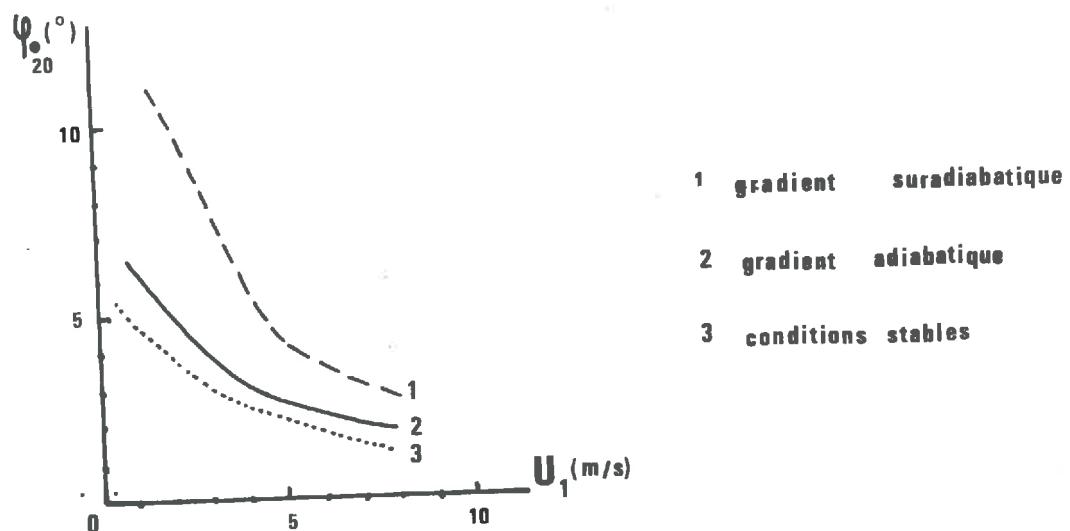


FIG IV.2  
**VARIATIONS DE  $K_z$  EN FONCTION DE L'ALTITUDE  
 ET DE LA STABILITÉ**

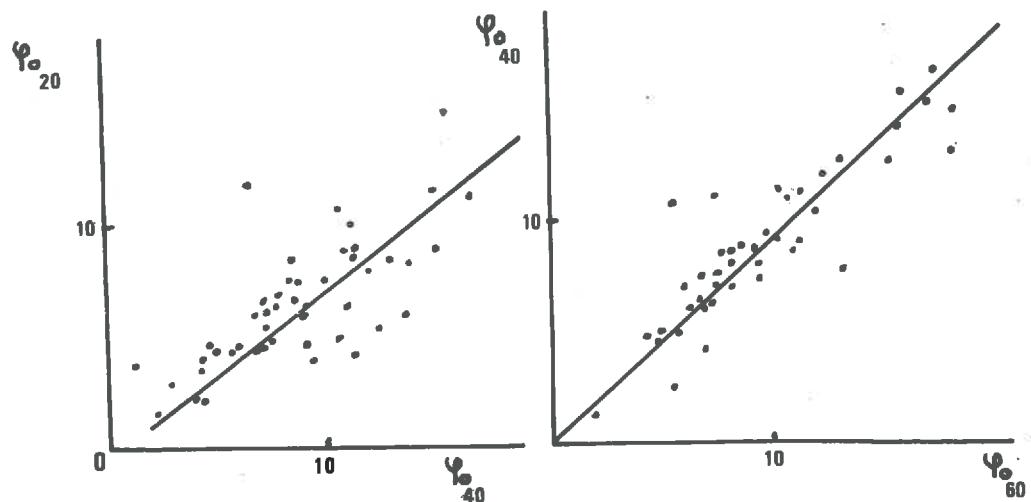


**FIG IV.3 VARIATIONS DE  $K_z$  AVEC L'HEURE**

( D'APRES BOUVILLE ET MACHTA )



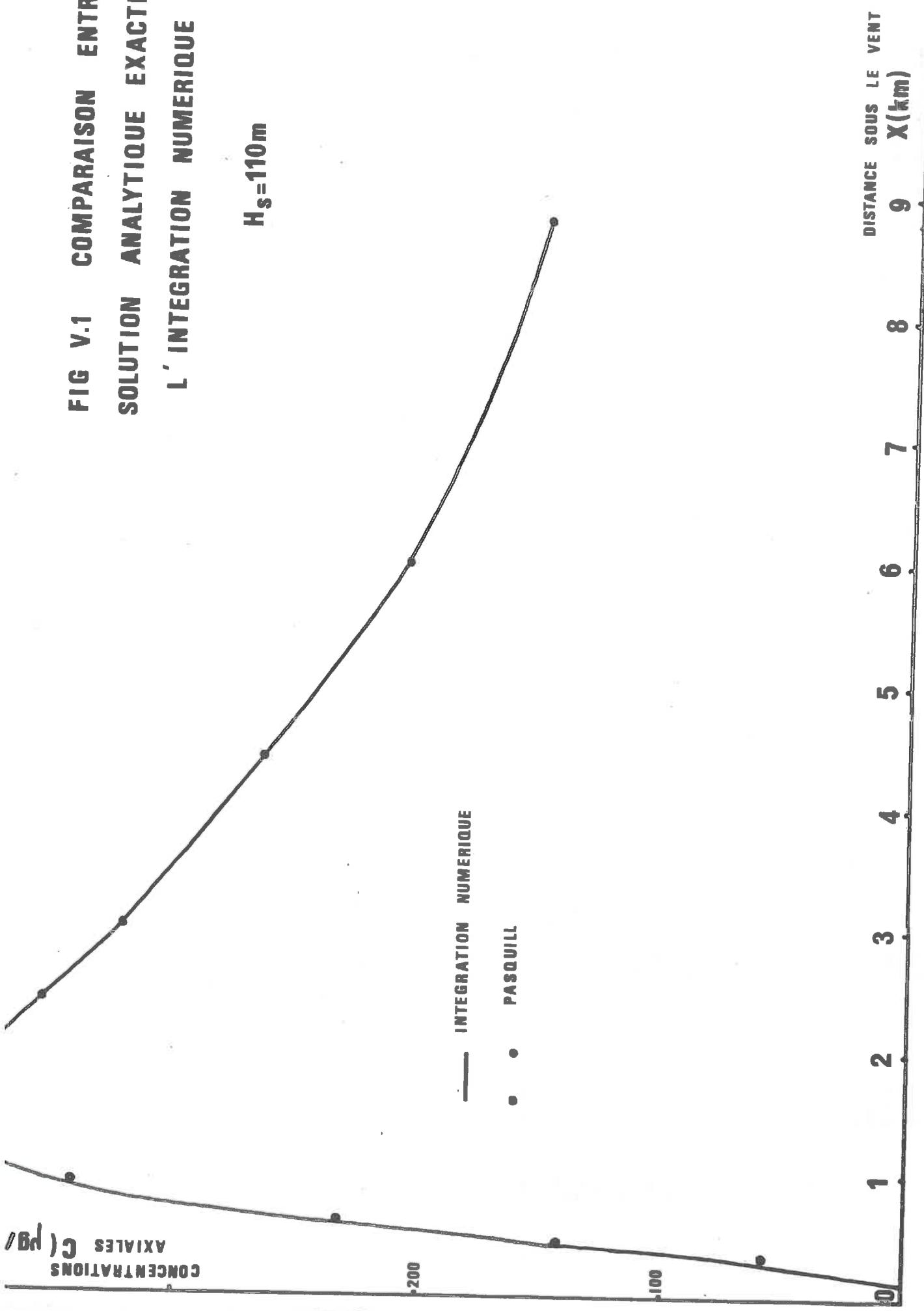
**VARIATION DE LA DEVIATION STANDARD DU VENT  
AVEC LA VITESSE A 1m ET LA STABILITE**



**RELATIONS ENTRE LES DEVIATIONS STANDARD POUR  
DES ECHANTILLONS DE 20,40,60 min.**

**FIG IV.4**

FIG V.1 COMPARAISON ENTRE UNE  
SOLUTION ANALYTIQUE EXACTE ET  
L'INTEGRATION NUMERIQUE



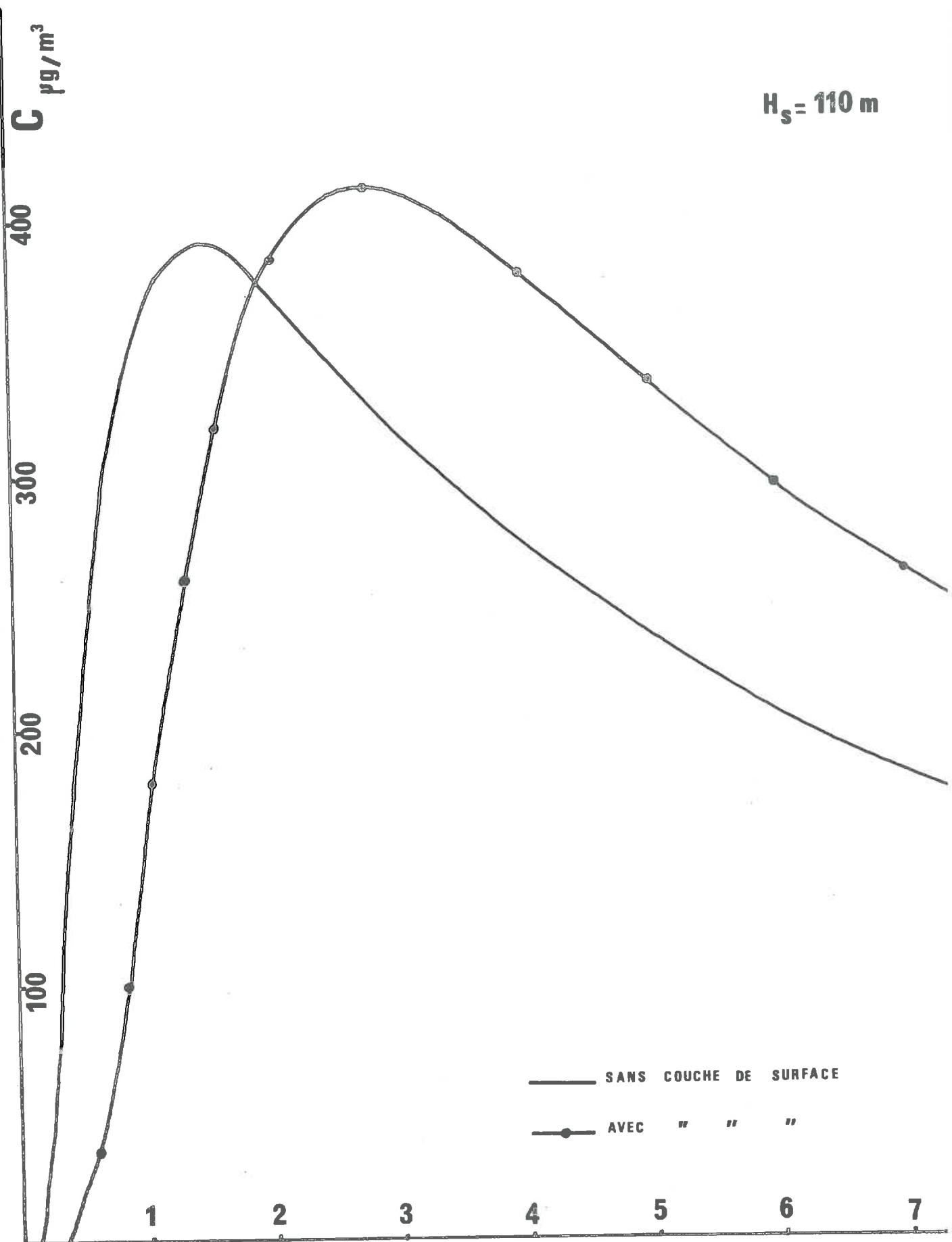


FIG V.2 INFLUENCE DE LA COUCHE DE SURFACE

$H_s = 150 \text{ m}$

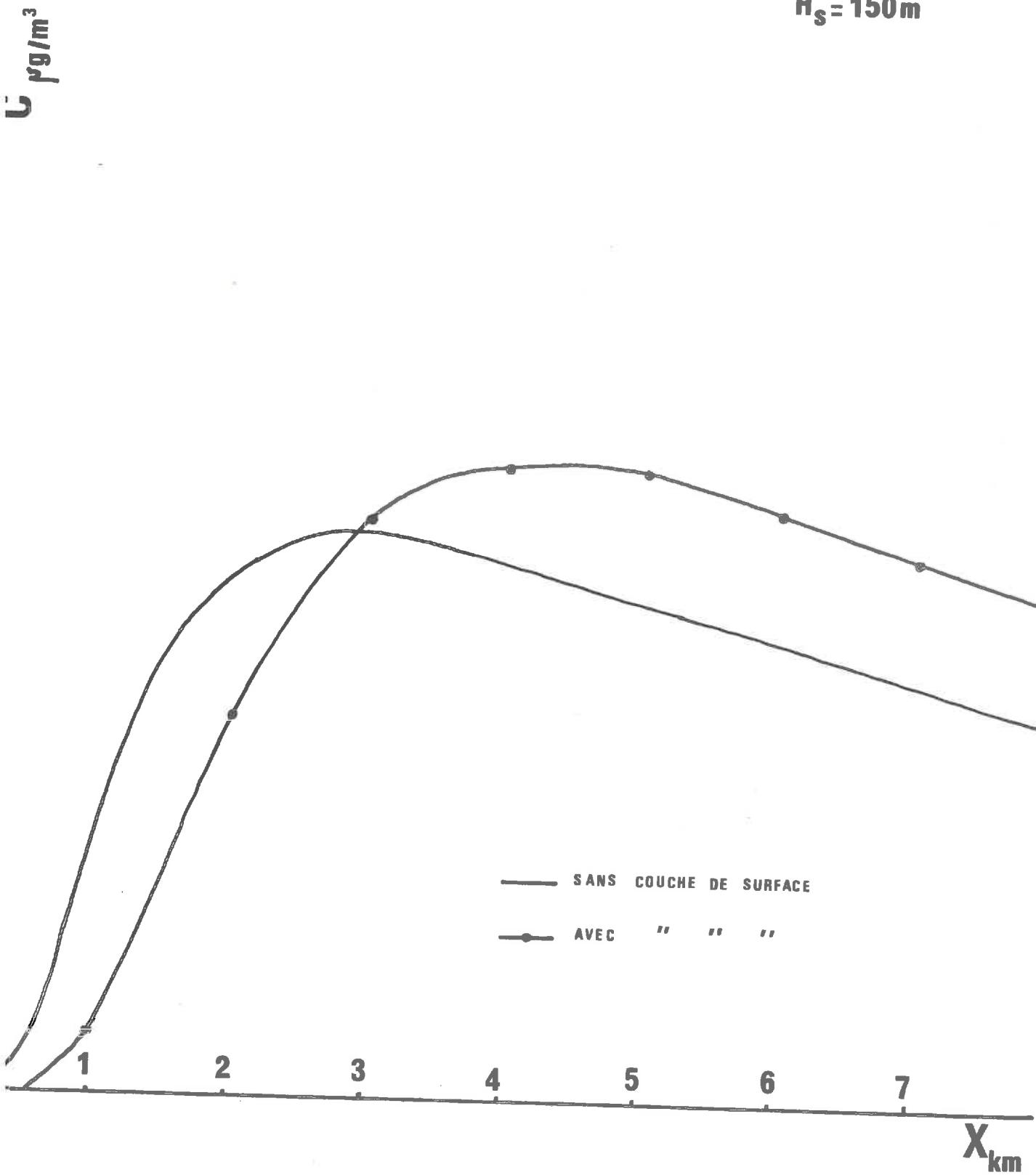


FIG V.3

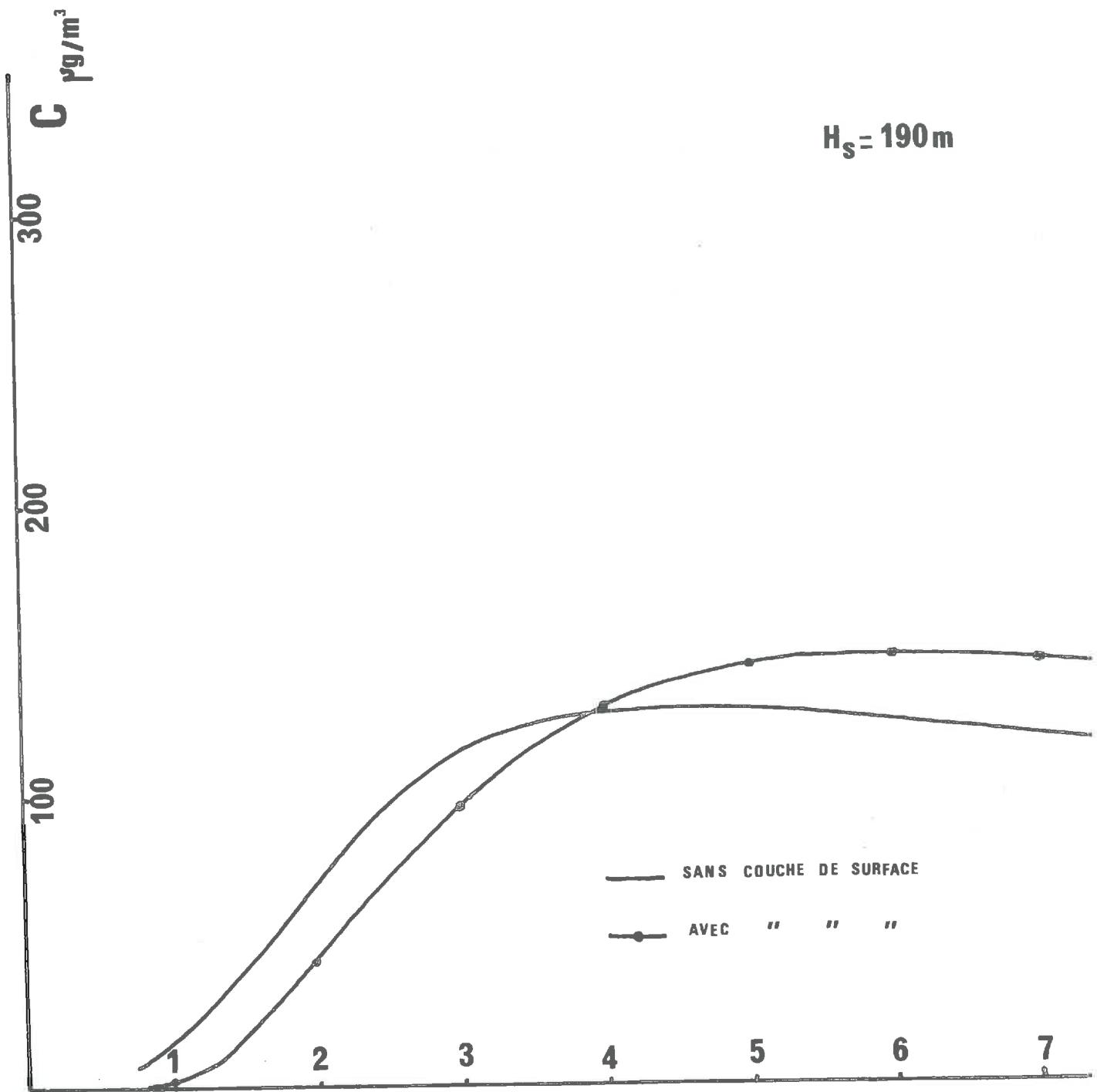
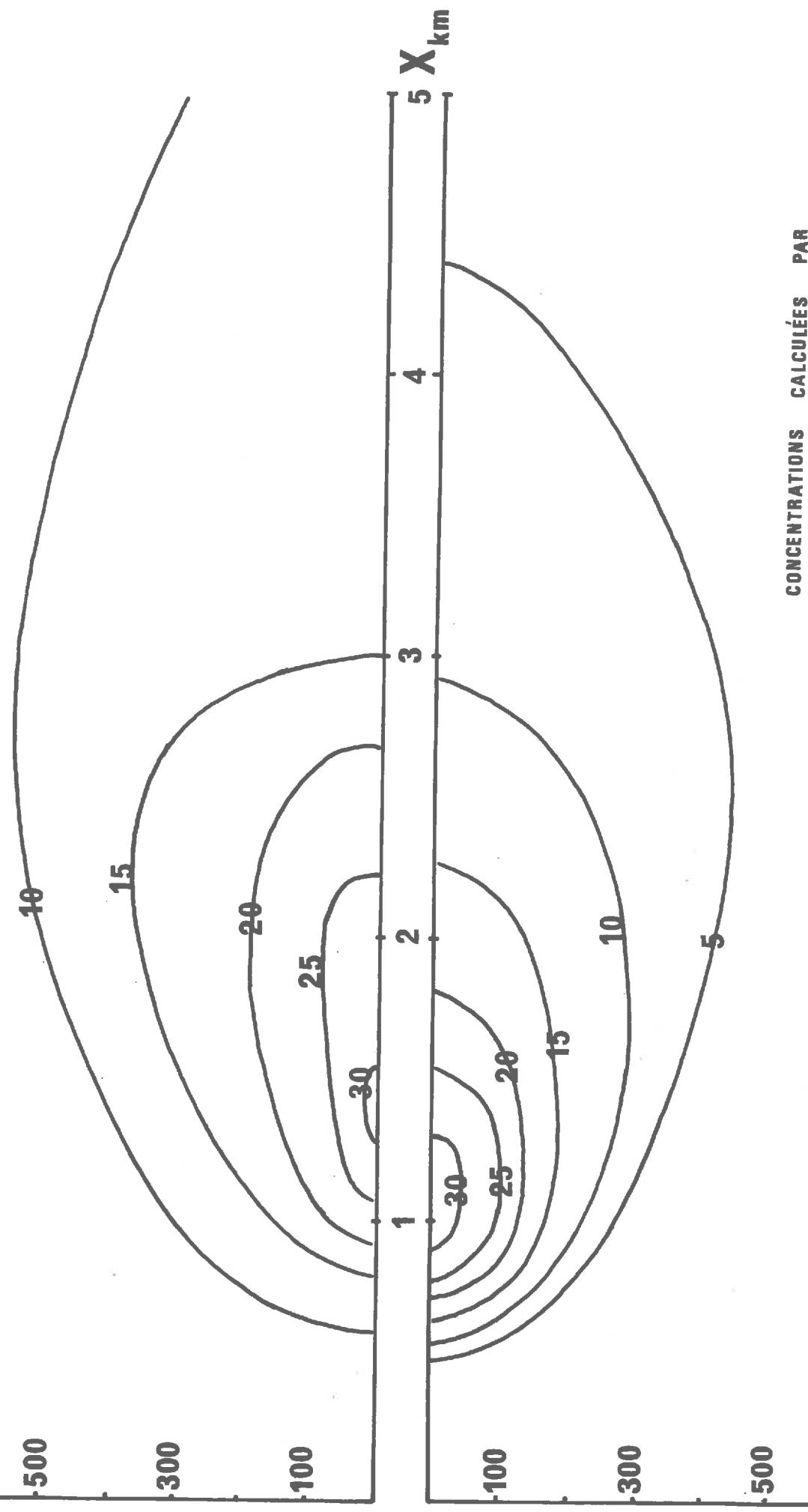


FIG V.4

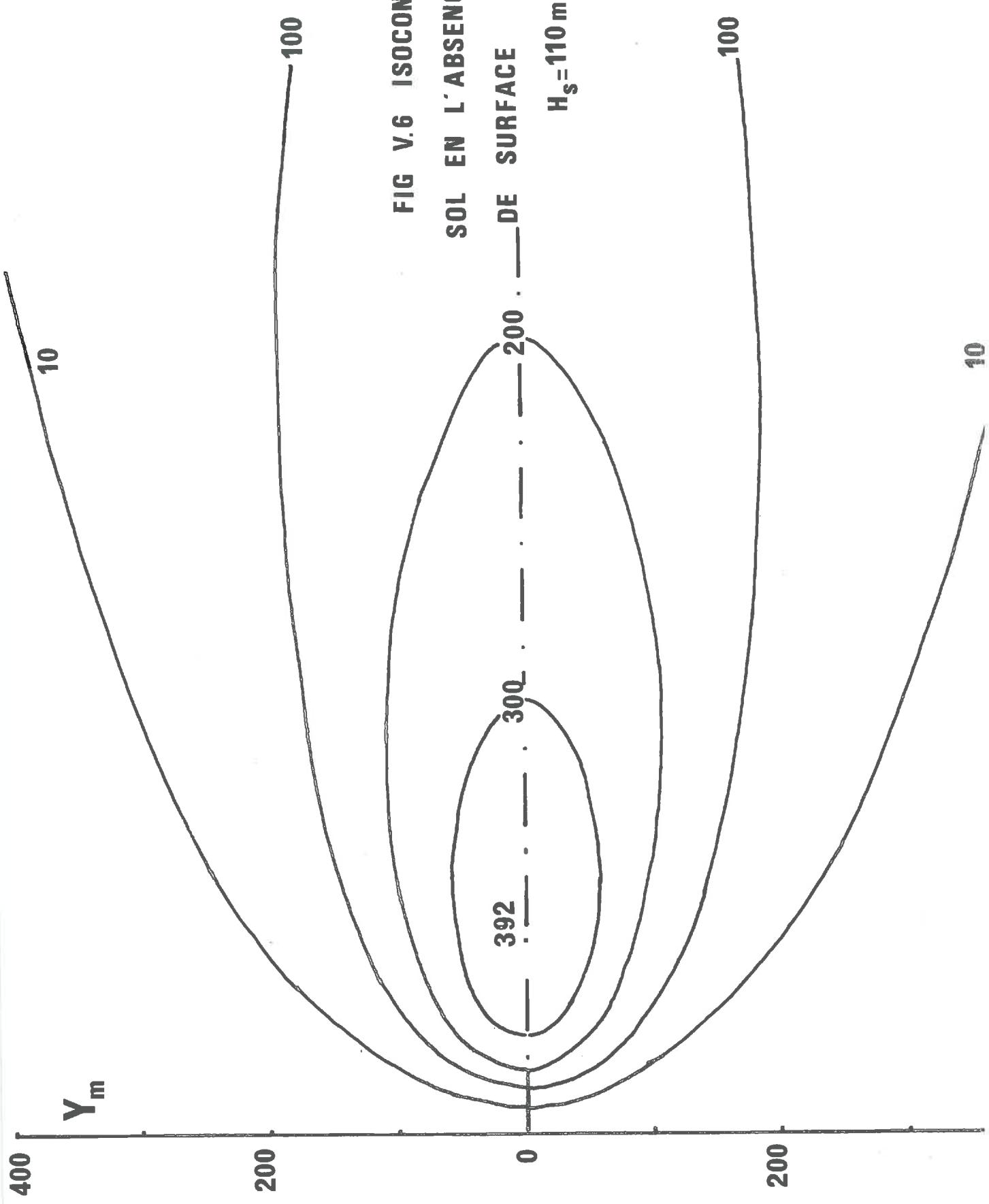
CONCENTRATIONS MESURÉES



CONCENTRATIONS CALCULÉES PAR

LES FORMULES CLASSIQUES

FIG V.5



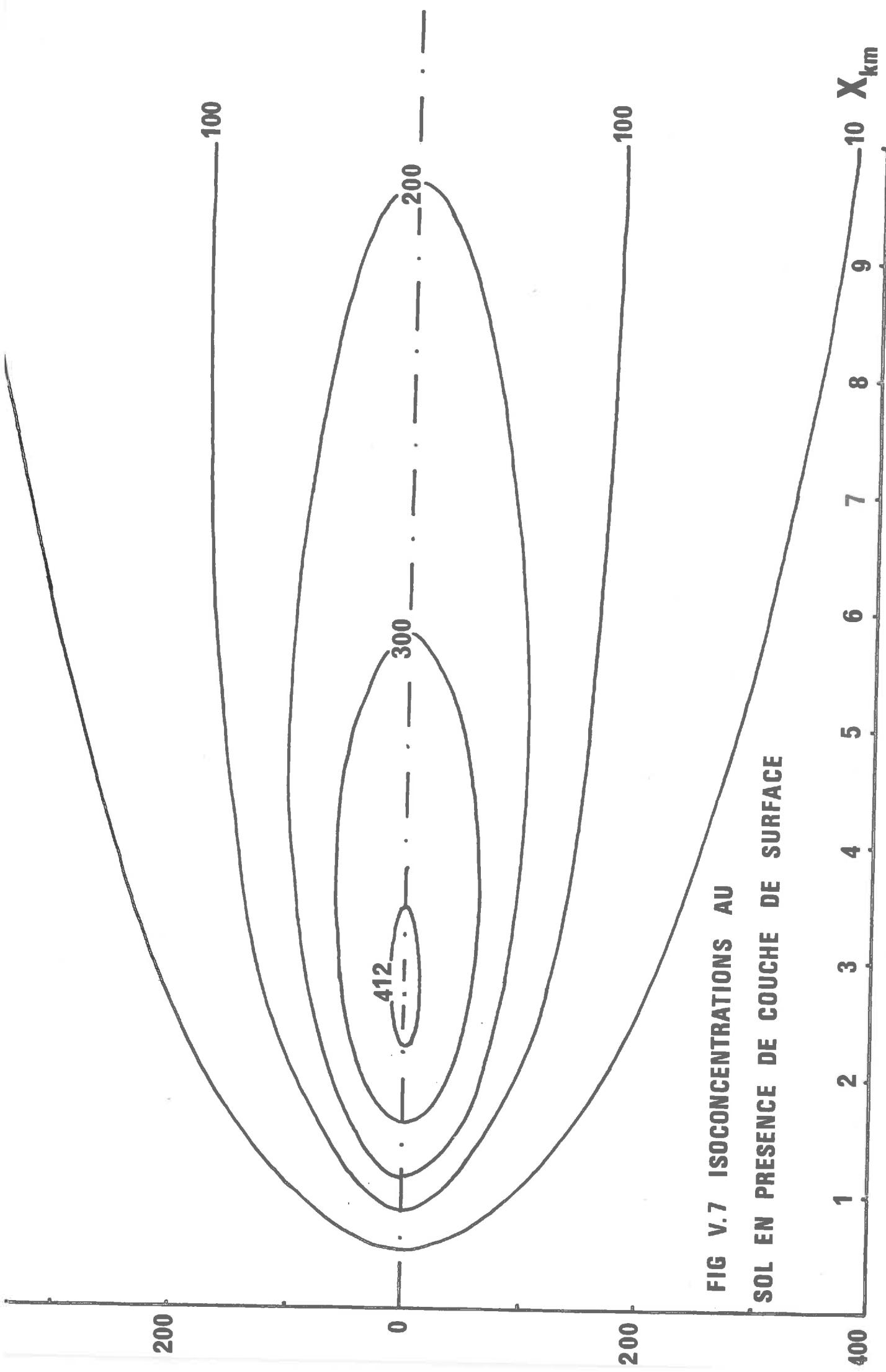
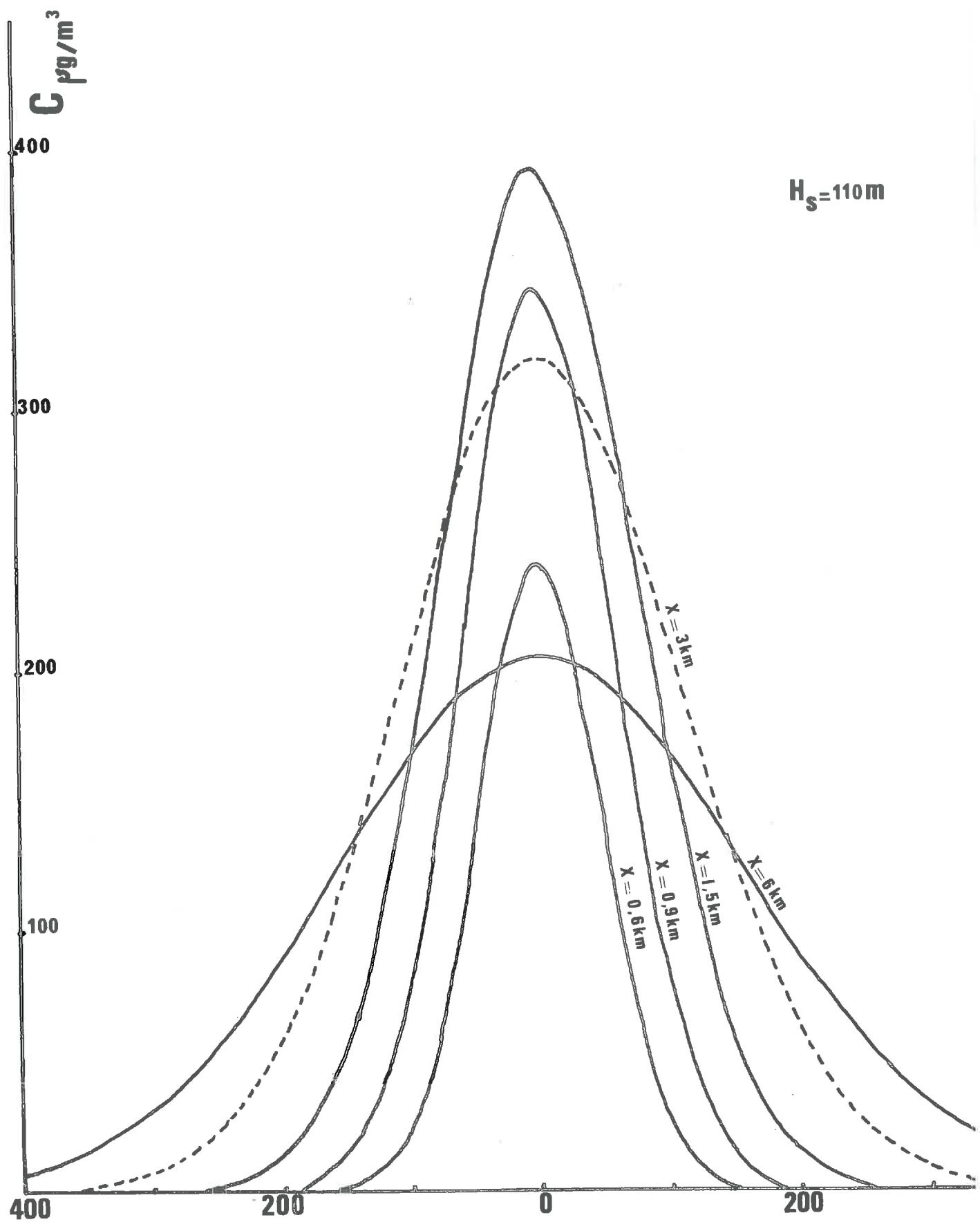


FIG V.7 ISOCONCENTRATIONS AU SOL EN PRÉSENCE DE COUCHE DE SURFACE



**FIG V.8 COUPES TRANSVERSALES DU PANACHE AU SOL**  
**(sans couche de surface)**

$C_{\text{pg/m}^3}$

100

100

$H_s = 110 \text{ m}$

0

200

0

200

$Y_m$

$X = 0,9 \text{ km}$

$X = 0,6 \text{ km}$

$X = 2,7 \text{ km}$

FIG V.9 avec couche de surface

FIG V.10 COUPE VERTICALE DU  
PANACHE A X=450 m  
 $H_s = 100$  m

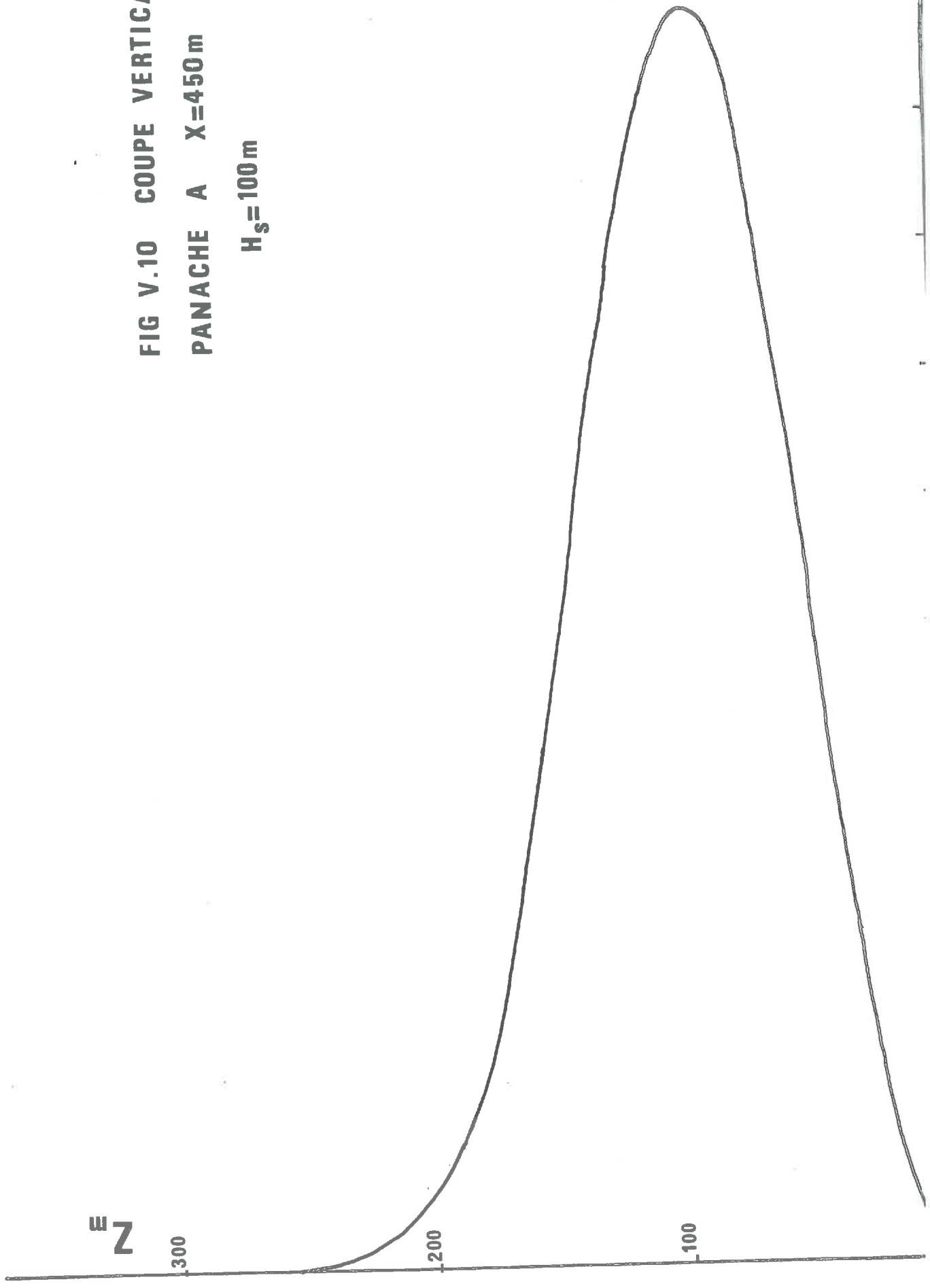
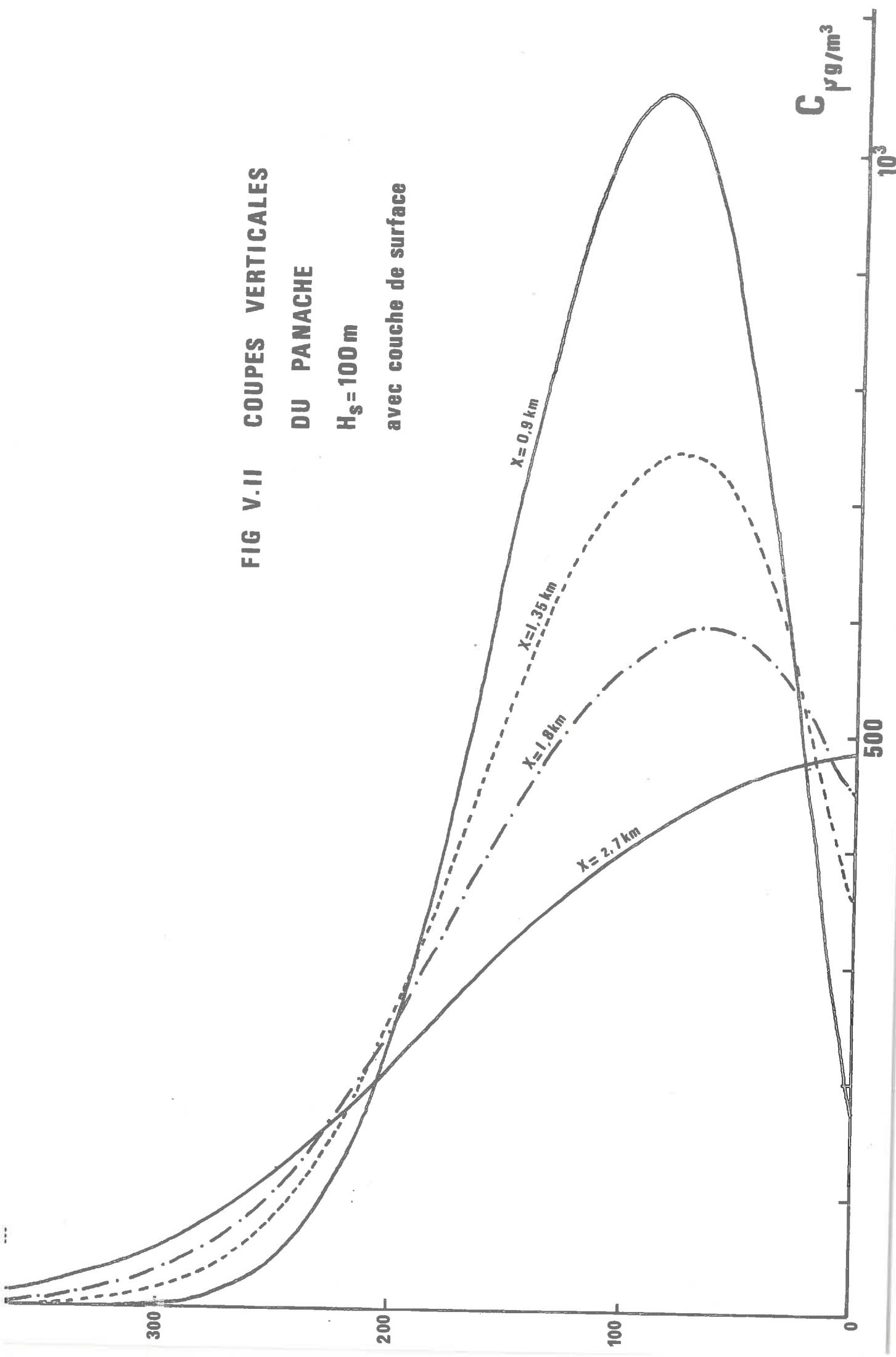


FIG V.II COUPES VERTICALES  
DU PANACHE  
 $H_s = 100\text{m}$   
avec couche de surface



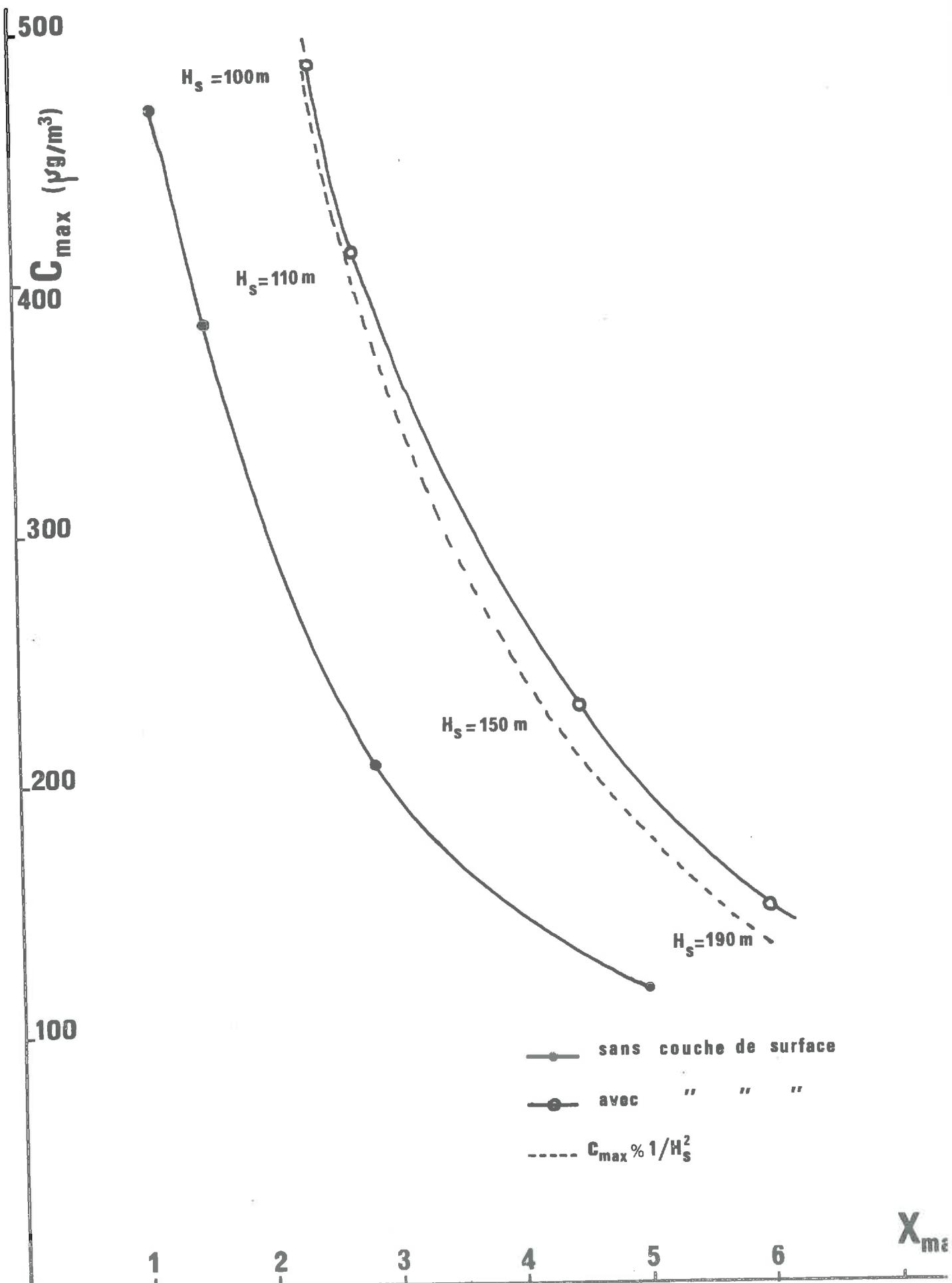


FIG V.12 POSITION ET INTENSITE DES  
MAXIMA DE CONCENTRATION

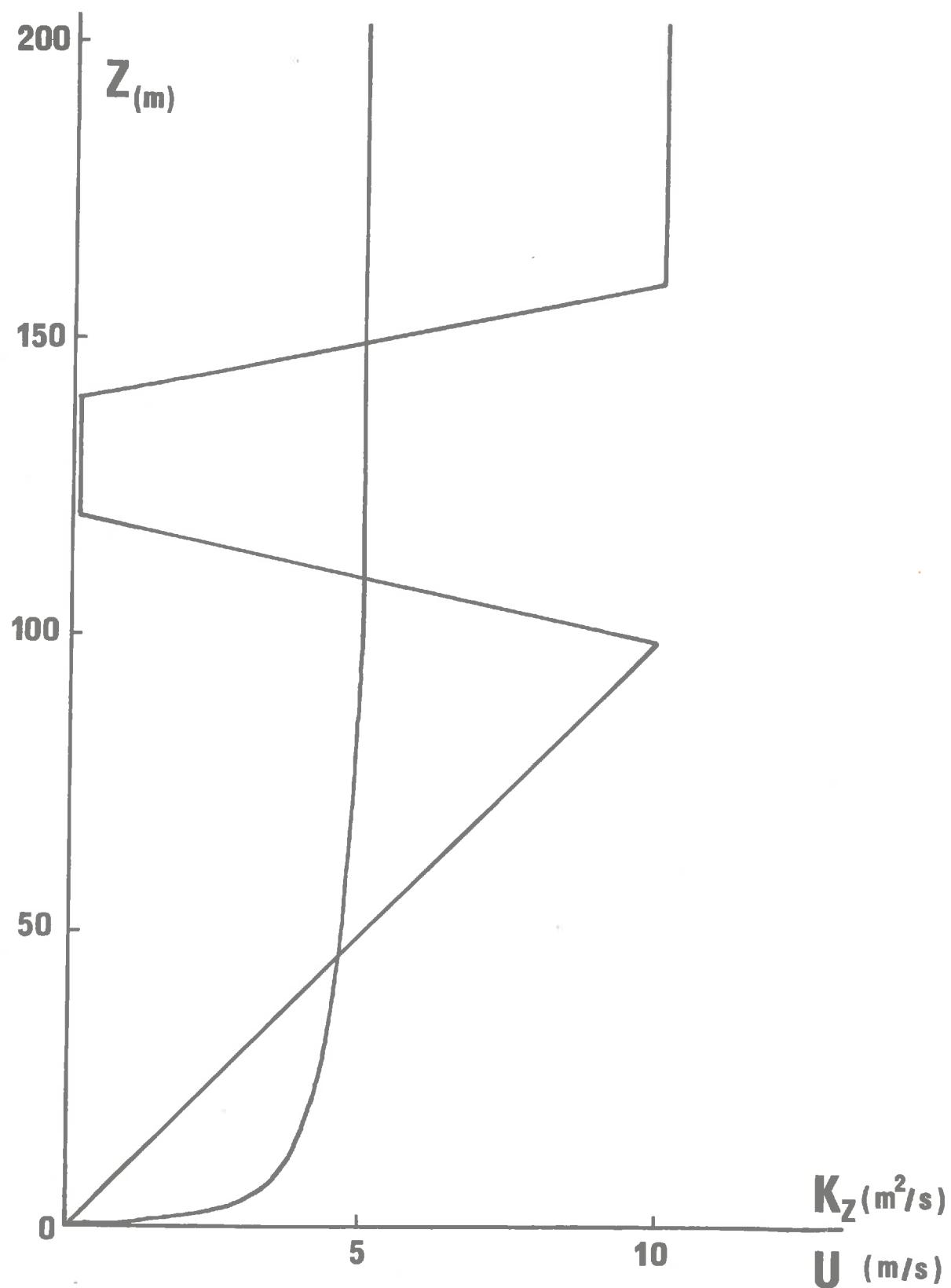
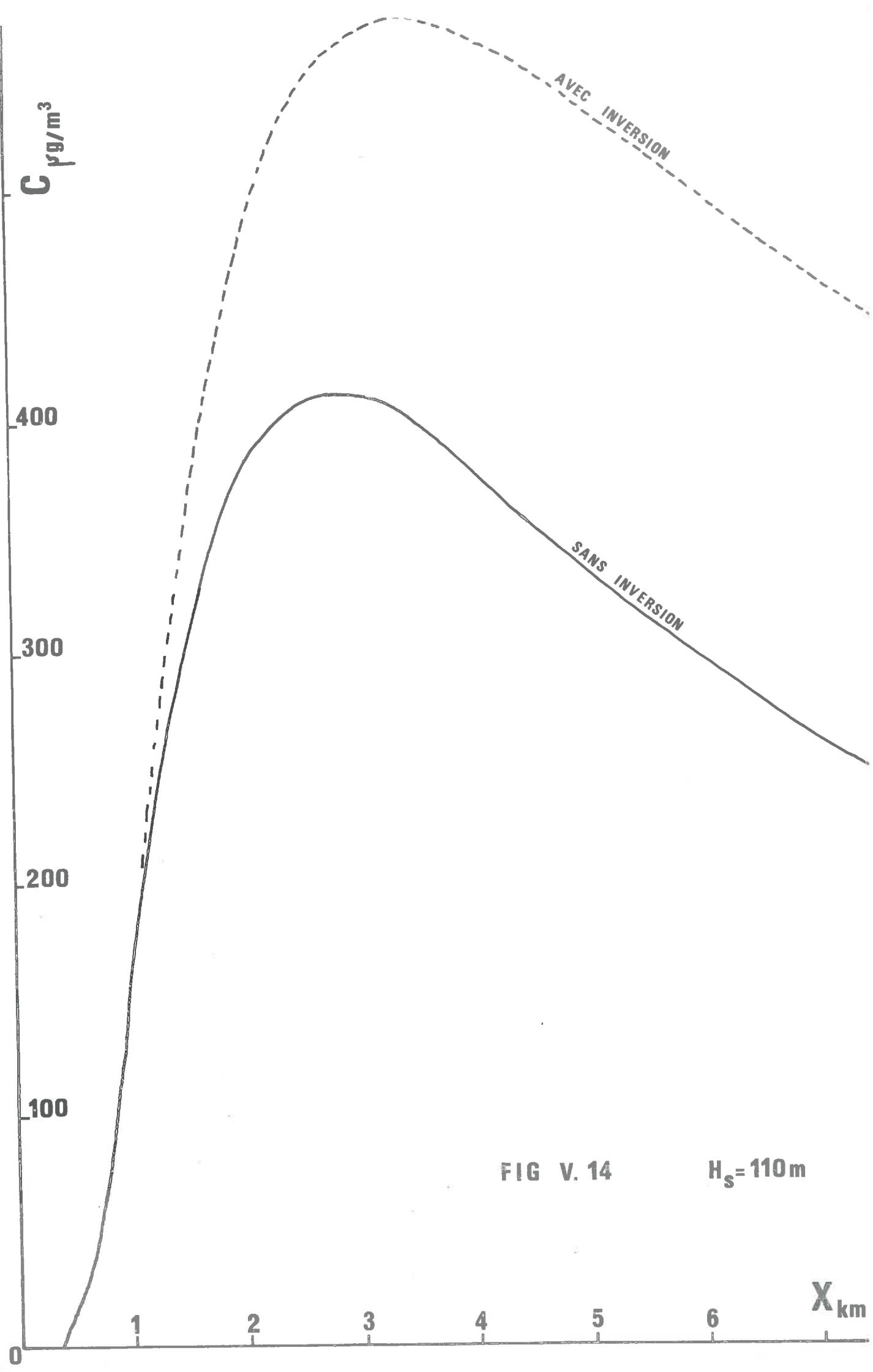
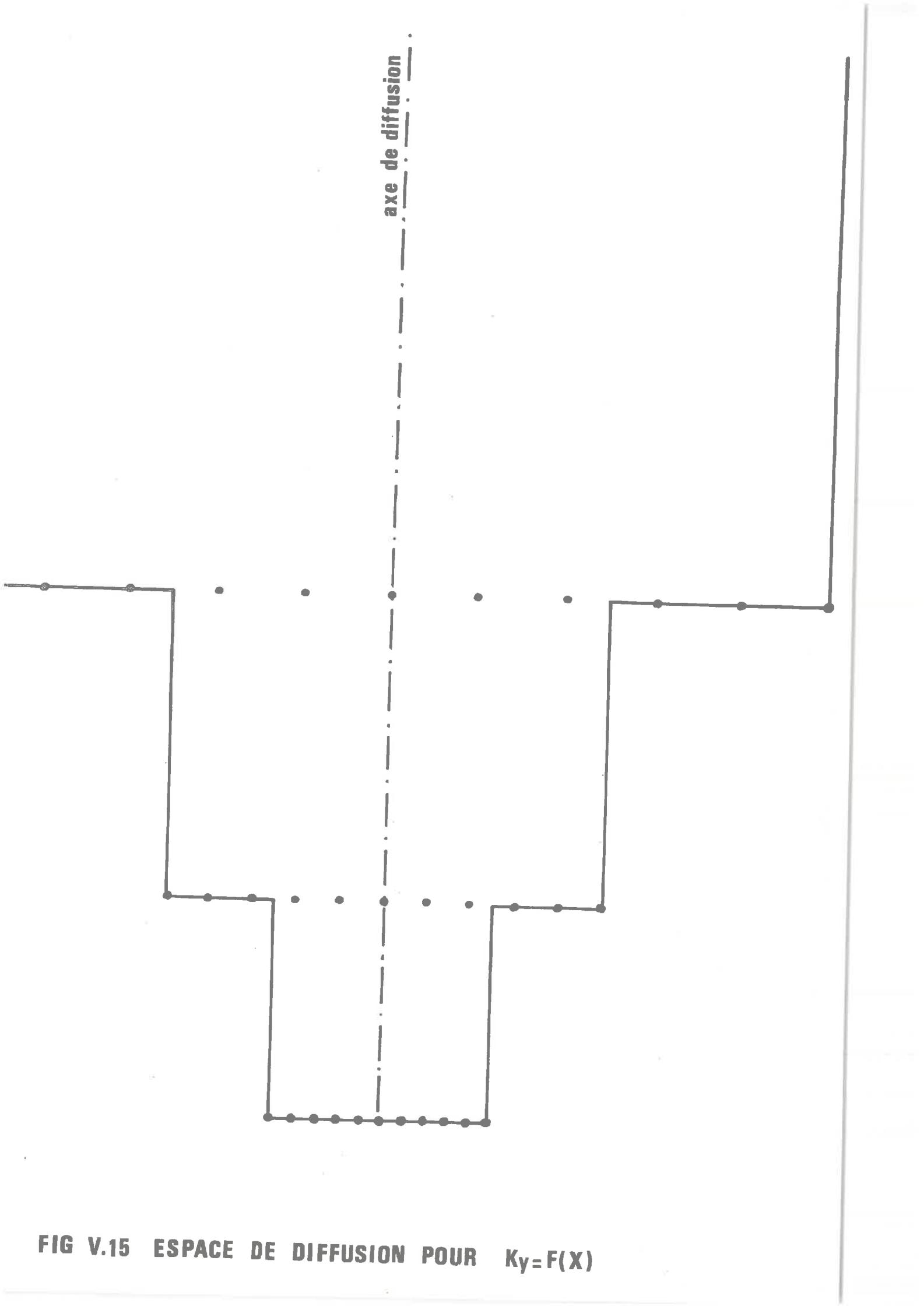


FIG V.13 EXEMPLE DE PROFILS DE VENT ET DE DIFFUSIVITE VERTICALE EN PRESENCE D'UNE INVERSION DE TEMPERATURE





**FIG V.15 ESPACE DE DIFFUSION POUR  $K_y = F(X)$**

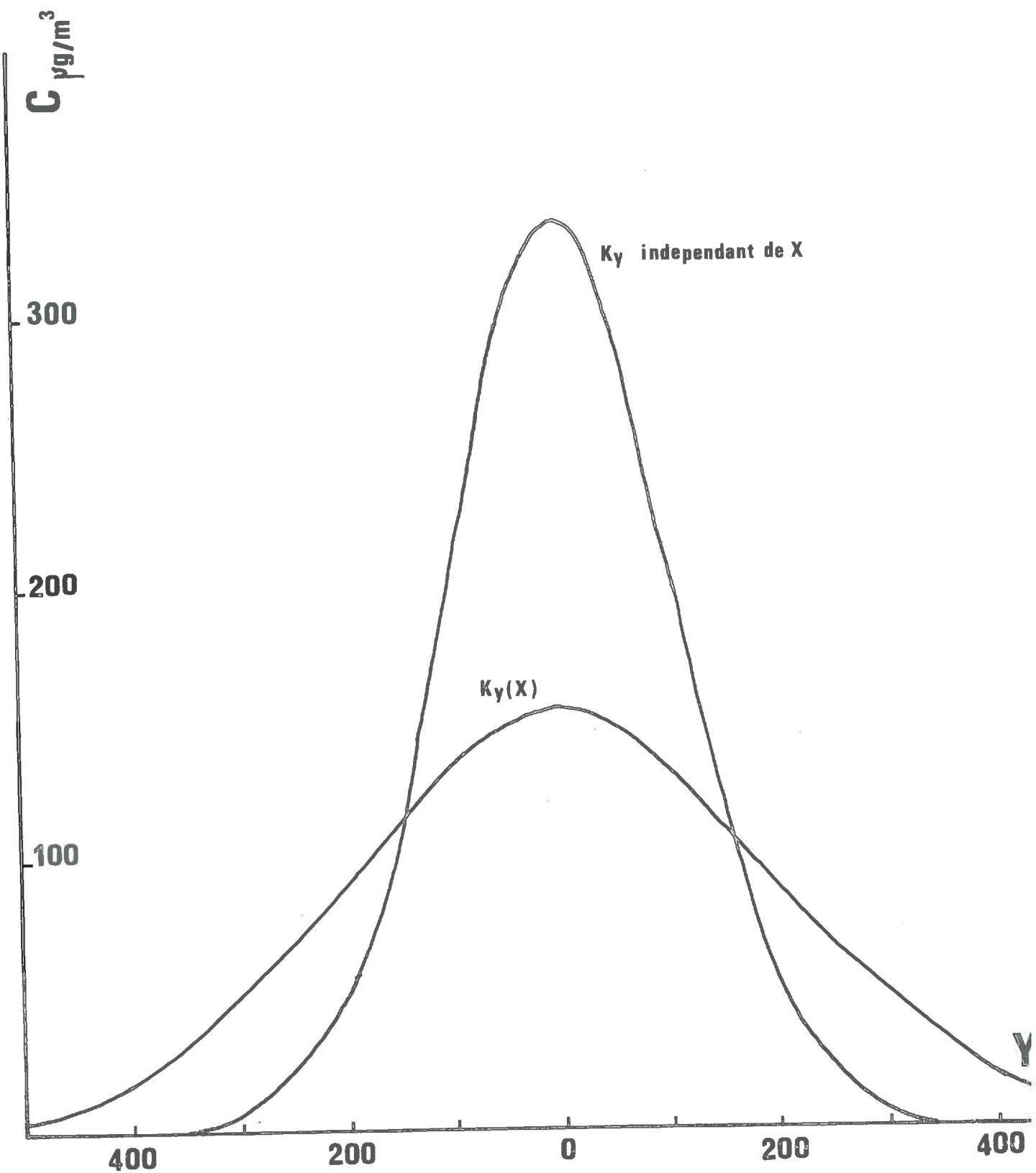


FIG V.16

FIG V.17 DIFFUSION DANS UNE

COUCHE D'ECKMAN

coupe verticale à  $X = 1,2 \text{ km}$

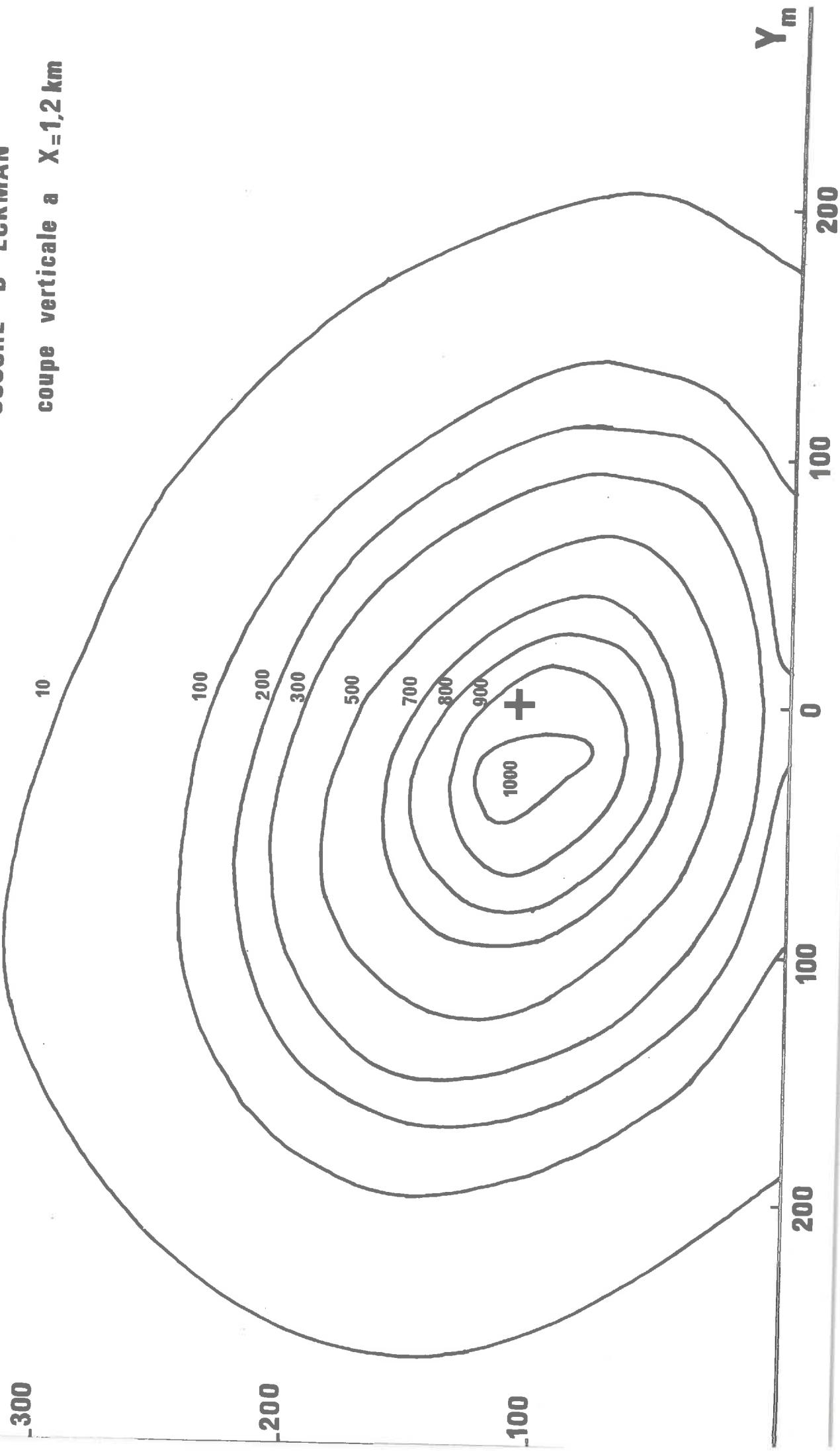
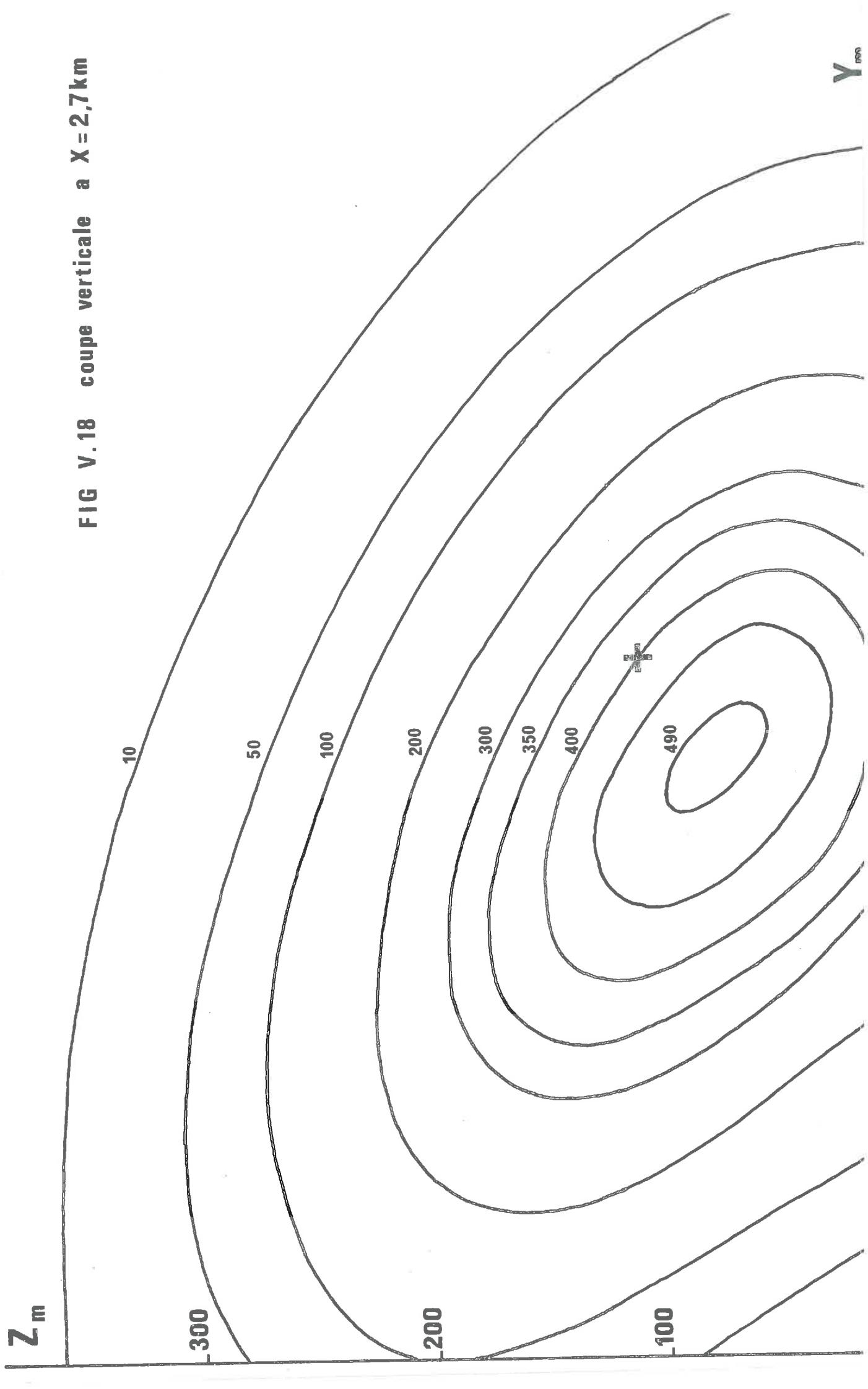
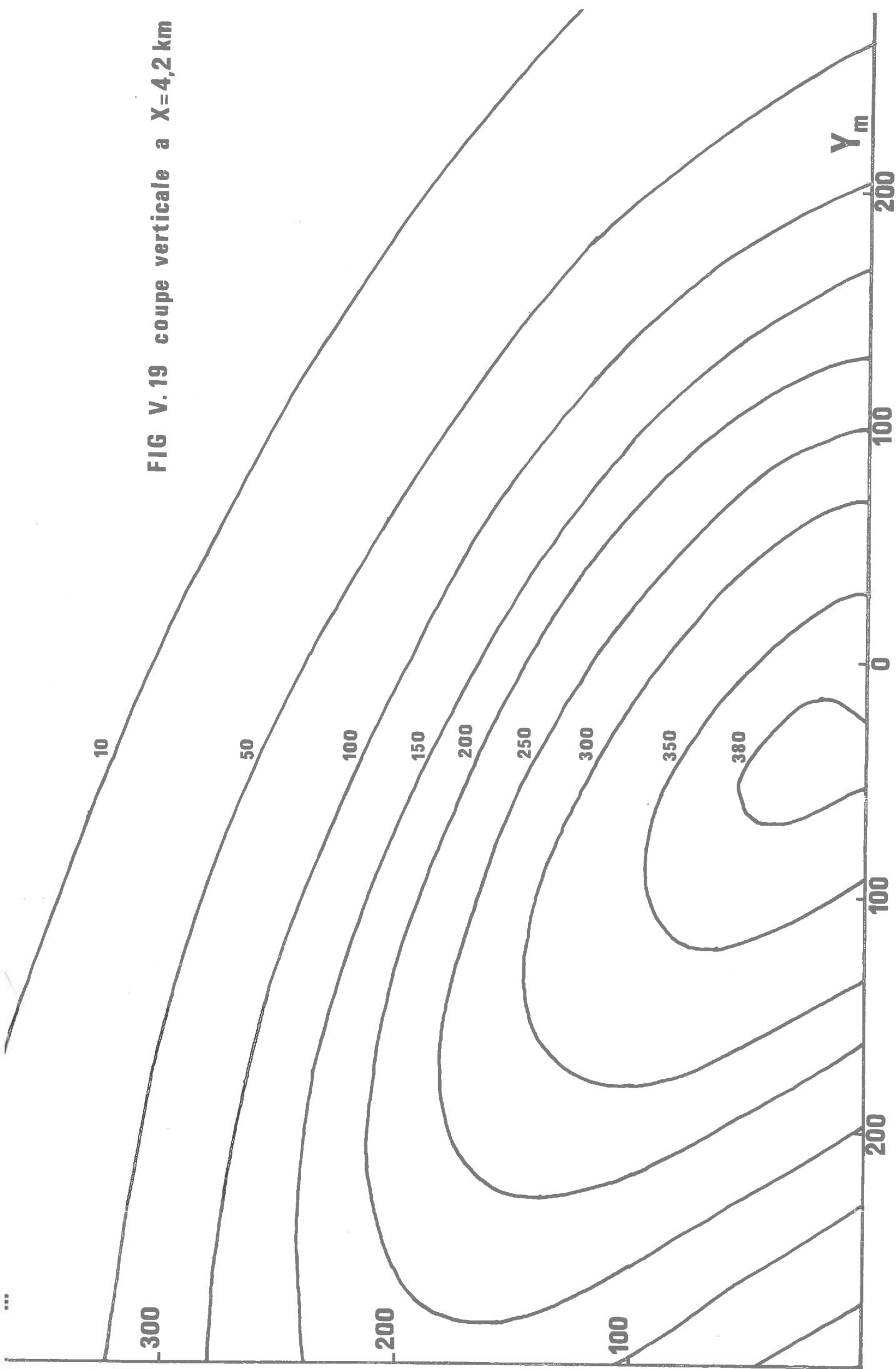


FIG V.18 coupe verticale a  $X = 2,7 \text{ km}$



**FIG V.19 coupe verticale a X=4,2 km**



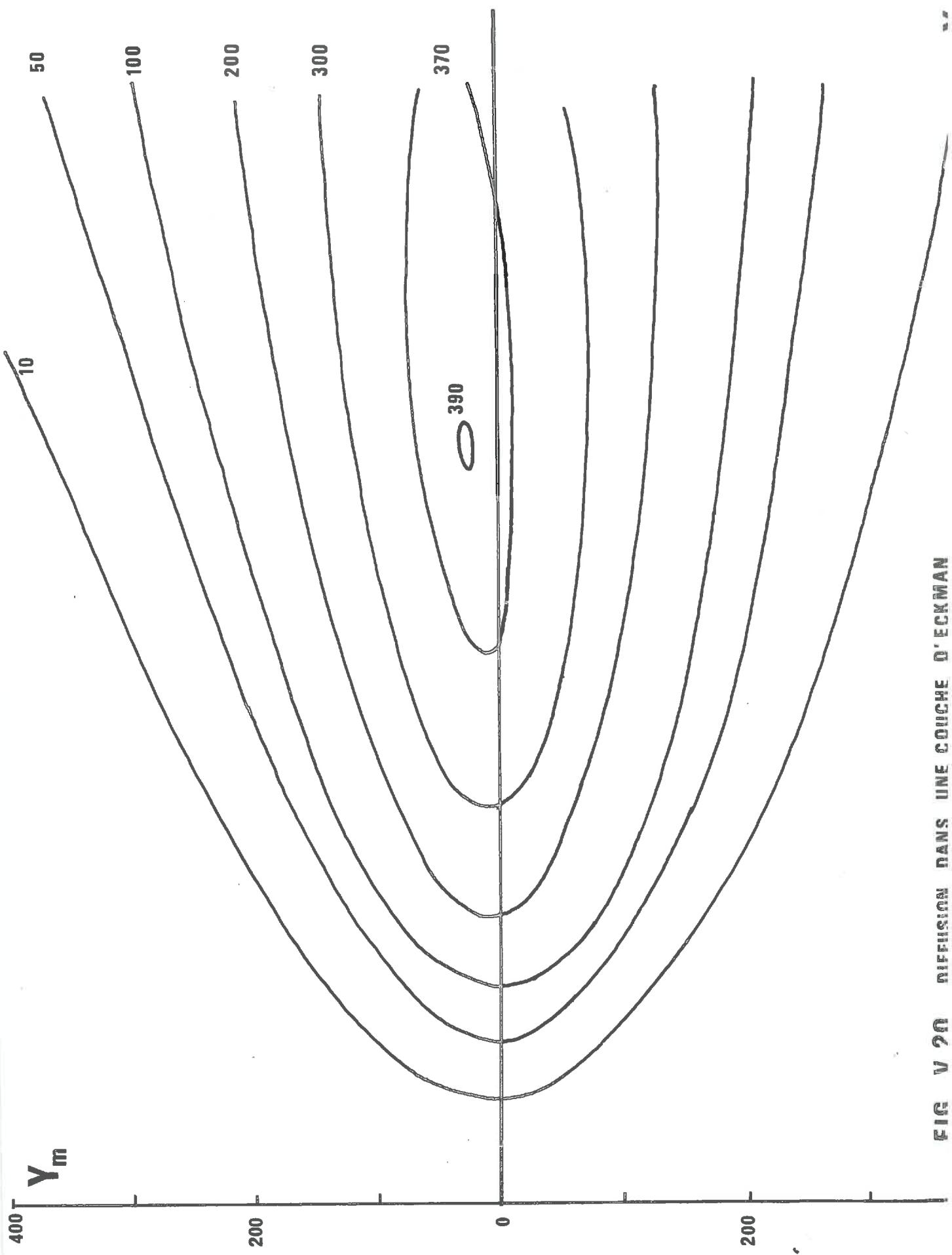
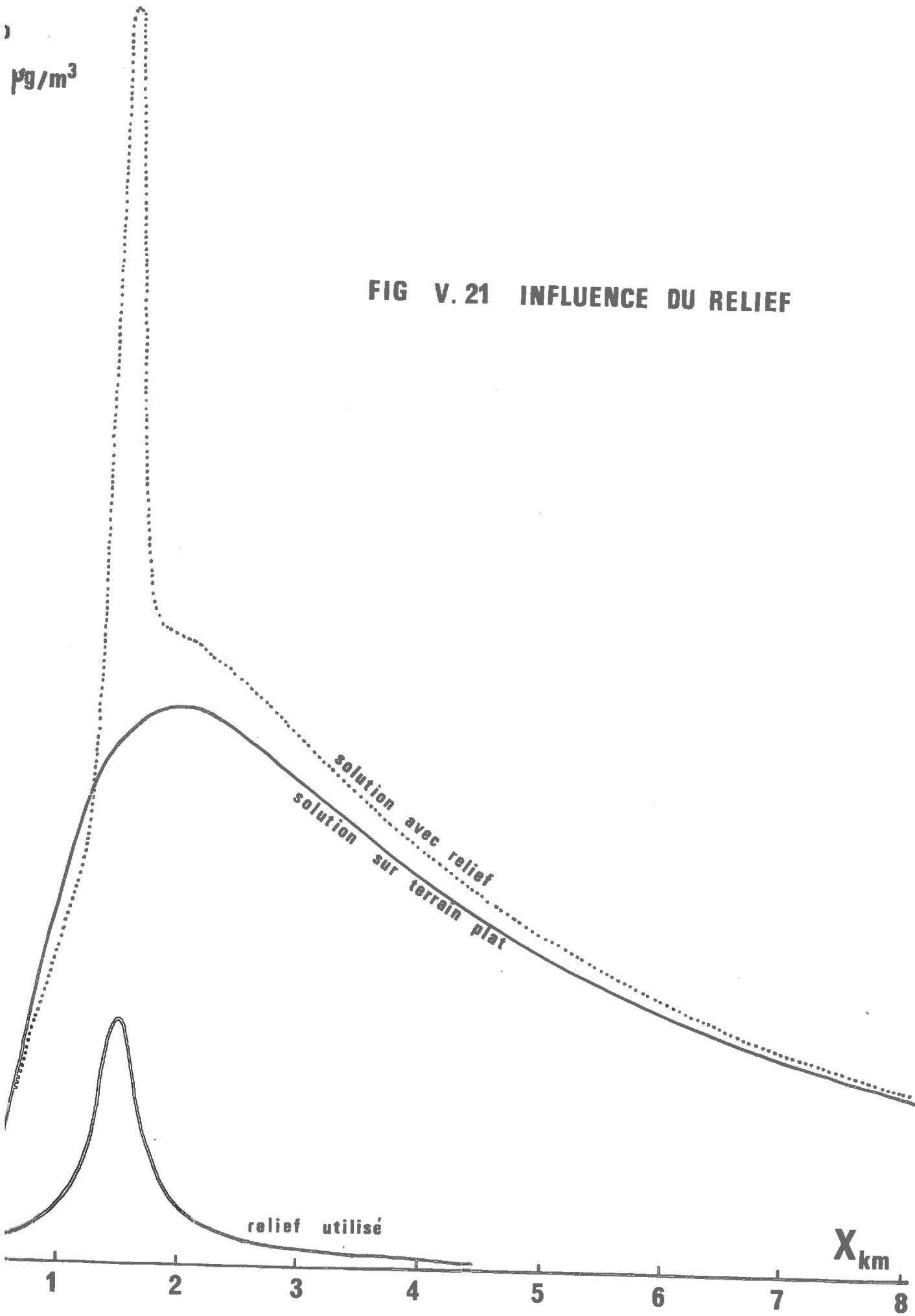
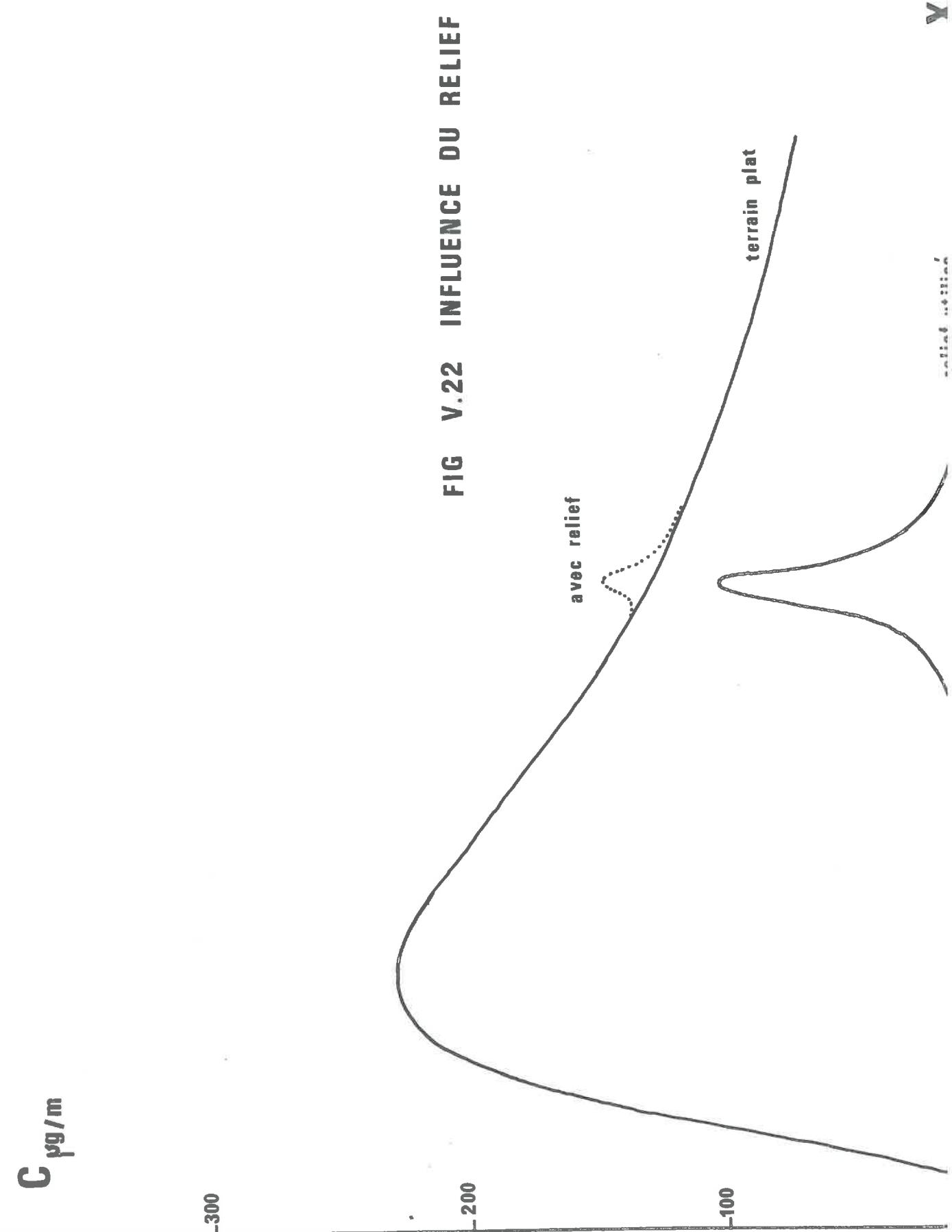


FIG. V 20 DIFFUSION DANS UNE COUCHE D'ECKMAN





G V.23 POLLUTION DUE A UN ENSEMBLE DE 5 CHEMINEES

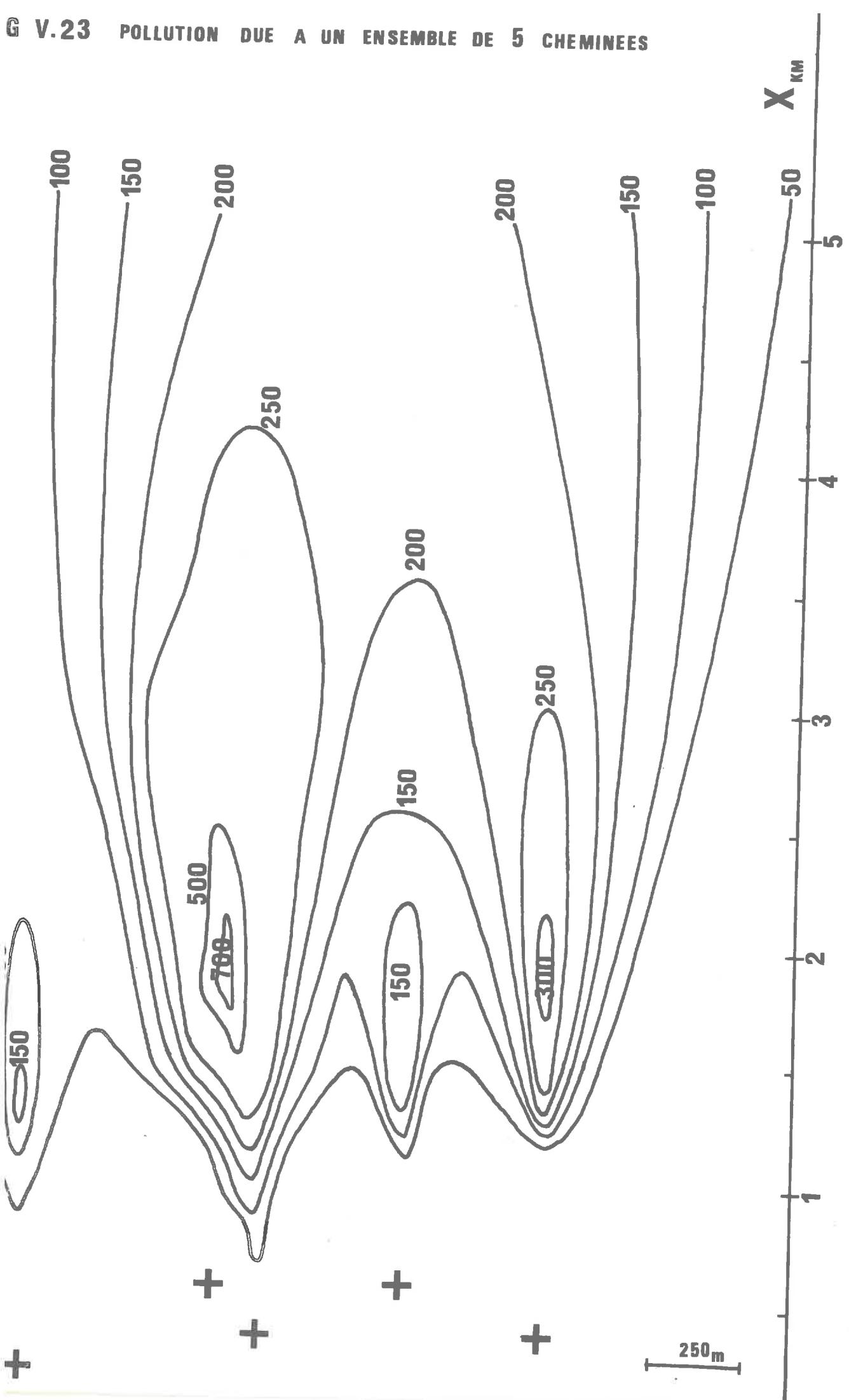
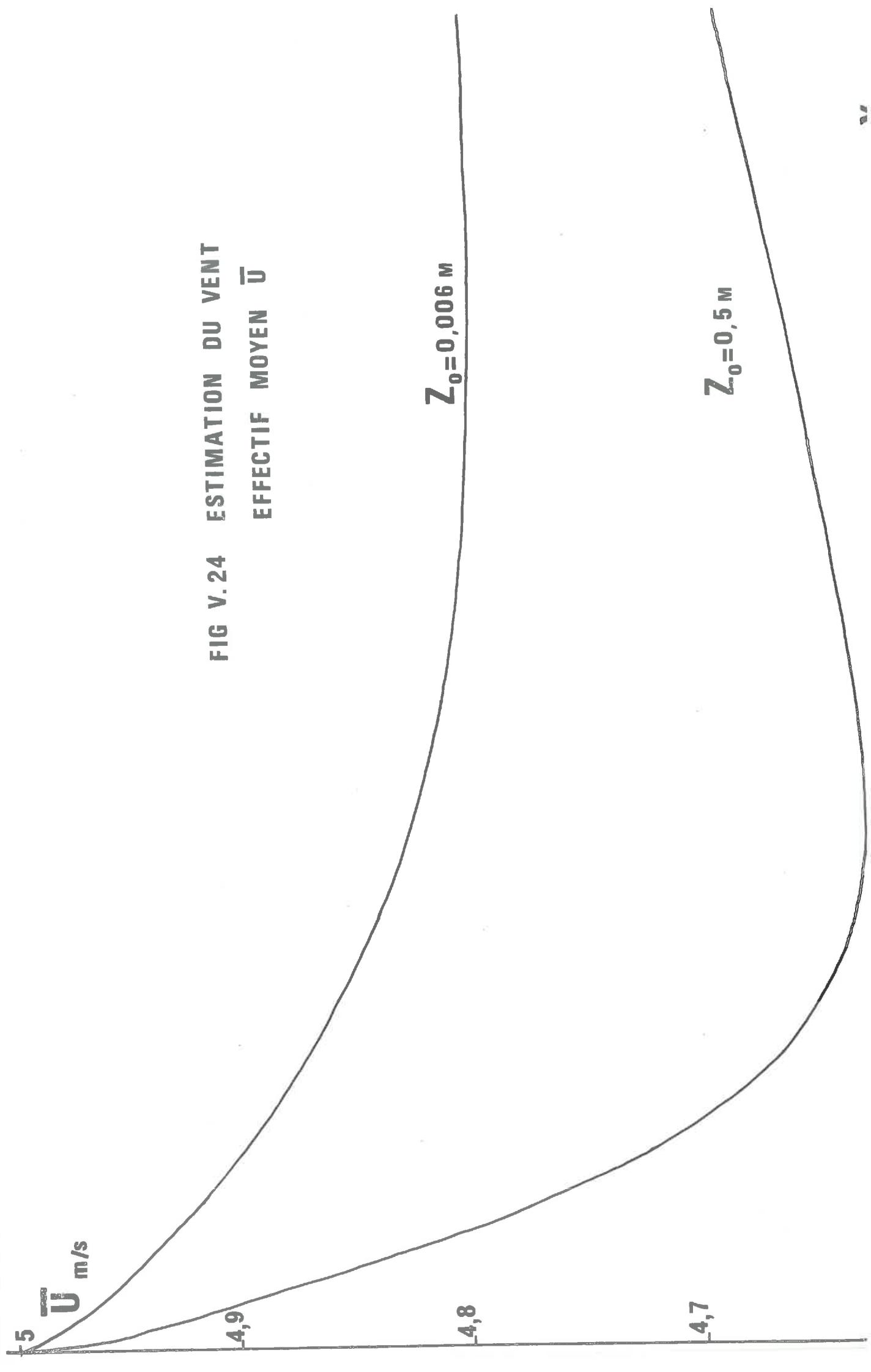


FIG V. 24 ESTIMATION DU VENT  
EFFECTIF MOYEN  $\bar{U}$



$C$   
 $\mu g/m^3$

FIG V. 25 COMPARAISON DES RESULTATS DES CAMPAGNES  
DE MESURES AMERICAINES AVEC CEUX FOURNIS  
PAR LE MODELE MATHÉMATIQUE.  
INFLUENCE DE LA RUGOSITÉ DU SOL.

