



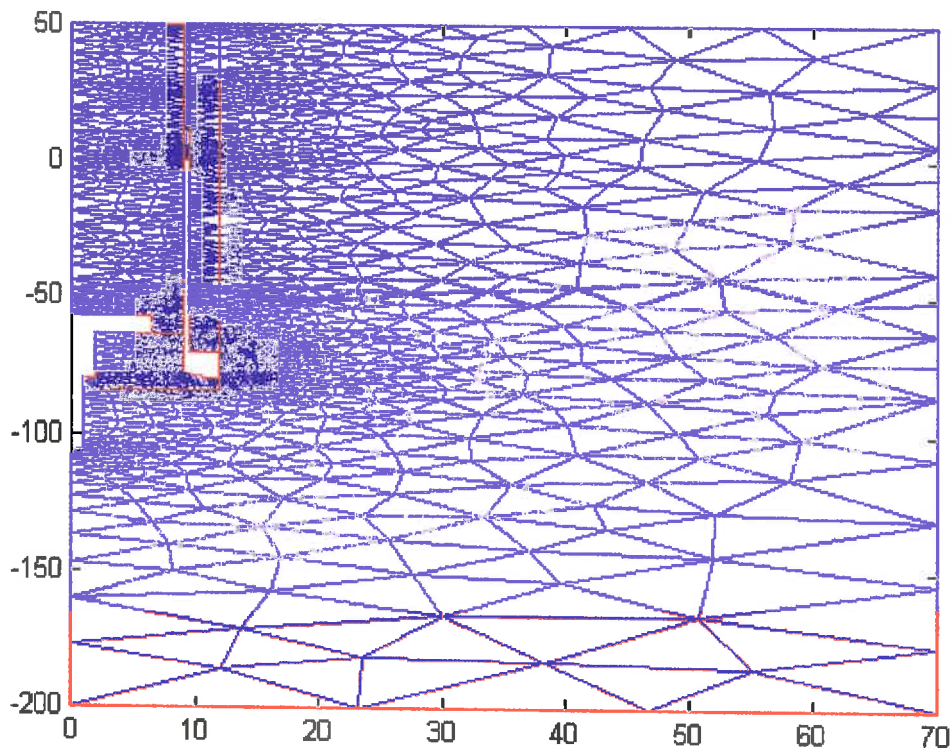
Université Paris7  
Denis-Diderot



Institut National de la Recherche Agronomique  
UNITE DE SCIENCE DU SOL D'AVIGNON

## Modélisation d'une sonde capacitive ; Validation expérimentale du modèle

PARDÉ Michaël



Rapport de stage de maîtrise de Physique

Encadrants :

M. CHANZY

M. GAUDU

M. DE ROSNY

INRA AVIGNON

INRA AVIGNON

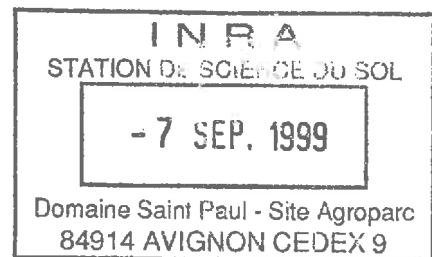
Université PARIS 7

## Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes de la Station de Science du sol de l'INRA de MONTFAVET, qui m'ont apporté leur aide dans ce travail :

- André CHANZY, directeur de la station, mon maître de stage, qui a guidé mon travail tout au long de ces trois mois, notamment en m'aidant à progresser dans la programmation.
- Gilles de ROSNY, chercheur à PARIS 7, mon tuteur, qui m'a proposé ce stage et a suivi mon travail pour déboucher sur une publication.
- Jean-Claude GAUDU, assistant ingénieur, qui a guidé la partie expérimentale de cette étude.
- et tous ceux, notamment les stagiaires, qui m'ont aidé et qui ont permis de mettre une ambiance amicale au sein de la station.

Je ne saurais oublier de citer Laurent BRUCKLER, directeur de l'unité jusqu'au 1<sup>er</sup> Juillet, qui a aimablement accepté de m'accueillir pour ce stage de fin d'étude, et naturellement, M RICCOLEAU et F.BALLIBARD, qui ont travaillé afin de trouver un stage pour tous les étudiants de la maîtrise de physique de Paris 7.



## Résumé

Pour mesurer l'humidité des milieux poreux, les sondes capacitatives présentent de nombreux avantages : facilité de transport, mesure directe, non destruction du milieu... Afin de mieux interpréter les mesures et améliorer la sonde parallèlement, il est nécessaire de connaître les différentes perturbations sur la mesure, et savoir leur ordre de grandeur. C'est dans ce but que la sonde a été modélisée avec le logiciel Matlab par la méthode des éléments finis, et que des simulations des perturbations ont été effectuées. Les simulations ont été faites pour l'enfoncement de la sonde dans l'alcool, pour une couche d'air autour de la pointe, pour la présence de différents tores dans le voisinage de la pointe... Ensuite, ces perturbations ont été reproduites dans la réalité afin de vérifier la validité du modèle. Ces expériences nous ont appris que les simulations donnent des ordres de grandeur très proches de la réalité, le modèle semble très bon et utilisable pour faire évoluer la connaissance du capteur et le capteur lui-même.

## Sommaire

	Page
Introduction	5
1. Présentation de l'INRA et de l'unité de SCIENCE DU SOL	6
2. Principales méthodes de mesure de l'humidité du sol	10
2.1 Mesure directe de l'humidité massique par la méthode gravimétrique	10
2.2 Mesures indirectes de la teneur en eau des sols	10
2.2.1 Mesure nucléaire	11
2.2.2 La sonde TDR( time domain reflectrométry)	11
2.2.3 La méthode capacitive	12
3. Présentation du capteur	13
3.1 Propriété diélectrique des sols	13
3.2 Principe de la mesure	13
3.3 Géométrie de la sonde	14
4. Aspect théorique du problème à modéliser	16
4.1 Lois générales de l'électrostatique, notion de capacité	16
4.2 Les diélectriques	18
4.3 Mise en œuvre des calculs dans le cas de la sonde HMS 9000	21
5. Les simulations	23
5.1 Matériel et méthodes	23
5.2 Schéma des programmes	30
5.3 Résultats des simulations	34
6 Expériences de validation des simulations	35
6.1 Matériel et méthode	35
6.2 Résultats et discussion	38
6.2.1 Plongée dans l'alcool	38
6.2.2 Présence d'une couche d'air autour de pointe	39
6.2.3 Expérience d'enfoncement dans l'alcool avec différents tores	40

6.2.4 Changement de pointe	42
6.2.5 Nouvelles simulations	43
Conclusion	45
Références bibliographiques	46

## Introduction

Dans de très nombreux domaines, la maîtrise de l'eau a toujours été primordiale. L'irrigation des surfaces agricoles est l'exemple le plus convaincant, mais on pourrait en citer bien d'autres tout autant illustratifs (par exemple l'eau à une grande importance dans la fabrication du béton) C'est donc naturellement que l'on cherche à connaître la quantité d'eau dans divers milieux depuis de nombreuses années. Divers appareils de mesures se sont développés en conséquence. Les méthodes sont variées, mais l'une des plus répandue est sans doute la méthode capacitive: la permittivité diélectrique d'un sol dépend presque uniquement de la quantité d'eau présente.

La sonde capacitive utilise la relation entre permittivité et humidité pour déterminer cette dernière. Cependant, ce capteur, qui présente de nombreux avantages: facilité d'utilisation, non destruction du milieu étudié, reproductibilité de la mesure... reste encore mal maîtrisé. La notion de volume de mesure est mal comprise, les perturbations apporté par des inhomogénéités (pierres, tassement, mauvais contact entre l'électrode et la sol) ne sont pas véritablement quantifiées. Afin de mieux maîtriser les mesures de capacité du sol, et à terme proposer une sonde avec une géométrie mieux adaptée aux mesures capacitives de l'humidité du sol, l'idée a été d'effectuer des simulations des conditions de fonctionnement de la sonde par ordinateur.

C'est dans le cadre du projet de modélisation de capteurs hydriques du PNRH (Programme National de Recherche en Hydrologie) que ce travail à pris forme. L'INRA (avec André Chanzy) travaille en collaboration avec l'université PARIS 7 (avec Gilles de Rosny) afin d'établir un modèle exploitable, et ensuite valider ce modèle pour pouvoir l'exploiter sans prendre référence sur l'expérience.

Ce modèle devrait permettre à terme de préciser la crédibilité que l'on peut accorder aux mesures effectuées avec cette sonde.

Gilles de Rosny a écrit les programmes de simulation avec le logiciel Matlab ; le programme du stage que m'a proposé l'INRA était d'abord de refaire les simulations sur la base de programmes déjà écrits, en faisant des améliorations sur la géométrie (de la sonde et des différents paramètres de calcul), et en organisant les programmes de manière différente. La seconde étape était de reproduire par l'expérience les conditions simulées par ordinateur et ainsi valider les résultats obtenus.

## 1. Présentation de l'INRA et de l'unité de SCIENCE DU SOL

L'INRA ( Institut National de Recherche Agronomique ), a été créé en 1947 ; c'est un établissement public à caractère scientifique et technologique sous la tutelle du ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche et du ministère de l'agriculture et de la pêche. Sa vocation est d'être au service de l'agriculture, des industries agro-alimentaires et de la gestion du territoire. Sa mission actuelle est d'obtenir une alimentation et un environnement de qualité.

Les moyens dont l'INRA dispose sont les suivants :

- 3 milliards de francs (465 millions d'Euros) de budget,
- 8700 salariés, dont 3800 chercheurs et ingénieurs,
- 1000 étudiants en thèse, 1000 stagiaires et chercheurs étrangers chaque année...

Il est composé de 350 unités de recherche et 180 unités expérimentales réparties dans 22 centres régionaux, plus de 70 % de son personnel est situé hors de la région parisienne. Il dispose de 12 000 hectares de terrains expérimentaux, un cheptel de 6 000 bovins, 16 000 ovins et 9 000 porcins.

Il est divisé en 7 départements de recherches :

- Productions végétales :

génétique et amélioration des plantes, pathologie végétale et malherbologie, physiologie et biochimie végétale, phytopharmacie et écotoxicologie, recherches forestières, zoologie.

- Productions animales :

élevage et nutrition des animaux, génétique animale, hydrobiologie et faune sauvage, pathologie animale, physiologie animale.

- Industries agro-alimentaires :

biotechnologie des fruits - légumes et dérivés, microbiologie, nutrition-alimentation et sécurité, technologie des glucides et des protéines, transformations des produits animaux.

- Environnement physique et agronomique:

agronomie, bioclimatologie, science du sol.

- Sciences humaines et sociales :

biométrie, économie et sociologie rurale, système agraire et développement.

Les axes de recherche de l'INRA sont la connaissance du vivant, l'adaptation de l'agriculture aux conditions actuelles (amélioration génétique, préservation des ressources naturelles, pour ne citer que les thèmes les plus médiatiques) et maîtriser la qualité alimentaire.

Les travaux de l'**unité de science du sol** s'insèrent dans le programme de recherche sur l'environnement ; en effet l'unité mène des recherches visant à améliorer les connaissances relatives à la physique du sol et aux processus de transport de masse et d'énergie dans les sols et d'une façon plus générale, dans les milieux poreux. Ces phénomènes de transport concernent l'eau (infiltration, évaporation, absorption racinaire), les solutés (nitrates, pesticides), les gaz (oxygène, gaz carbonique, vapeur d'eau) et la chaleur.

Cette thématique générale est structurée en 4 thèmes principaux :  
Compréhension des flux de masse dans le sol et à l'interface sol – atmosphère,  
Compréhension des couplages entre transferts et cycles biogéochimiques,  
Compréhension des interactions entre état physique du sol et fonctionnement de la plante,  
et une thématique de métrologie et méthodologie.

Notons que le laboratoire est caractérisé par un recours important à la modélisation mathématique, le but étant d'obtenir *in fine* des modèles prédictifs et pas seulement capables de reproduire une expérience donnée.

Mon stage porte sur l'étude de la sonde capacitive ; cette étude s'inscrit naturellement dans la thématique métrologie de l'unité, dont les objectifs sont les suivants :

- Mettre au point des capteurs ou des techniques
- Assimiler, adapter et tester des techniques de mesures existantes
- Mettre au point des méthodes d'estimation des coefficients de transfert
- Et mettre au point des logiciels d'aide à l'analyse ou à la prévision

Réalisé avec l'aide de André Chanzy, ce stage concerne en effet un appareil de mesure de l'humidité du sol, appareil qui trouve son utilité dans un grand nombre de domaines, et qui justifie que nous l'étudions en détails.



**Personnel de l'unité au 1er janvier 1999**

Directeur de l'unité : André CHANZY

Directeurs des recherches :

Laurent BRUCKLER  
Jean-Claude FIES

Chargés de recherches :

Bernard CABIBEL  
André CHANZY  
Liliana DI PIETRO  
Claude DOUSSAN  
François LAFOLIE  
Pierre RENAULT  
Stéphane RUY  
Vincent VALLES

Ingénieurs des recherches :

Patrick BERTUZZI  
Alain FAURE

Ingénieur d'étude :

Anne-Marie DE COCKBORNE

Assistants ingénieurs :

Jean-Claude GAUDU  
Dalila MOHRATH

Techniciens de la recherche :

Micheline DEBROUX  
Olivier MARTIN  
Alain ORIOL  
Ghislain SEVENIER

Adjoint technique :

Bernard BES

Secrétaires de la recherche :

Chantal GARS  
Sylvie MAINI



Figure 1 : carte des implantations des différents centres de l'INRA

## 2. Principales méthodes de mesure de l'humidité du sol

Avant de présenter l'aspect théorique des phénomènes physiques concernés par la mesure d'une permittivité diélectrique, il est intéressant de se pencher sur les différentes méthodes de mesure de l'état hydrique, d'analyser les avantages et les inconvénients de ces méthodes.

**Définition :** La teneur en eau massique est le rapport entre la masse d'eau contenue dans un échantillon de sol et la masse de ses constituants solides. La teneur en eau massique est une grandeur adimensionnelle.

La teneur en eau volumique est le volume d'eau contenu dans un volume unitaire de sol. Cette grandeur adimensionnelle s'exprime généralement en  $m^3/m^3$ . On montre facilement que la teneur en eau volumique est égale au produit de la teneur en eau massique et de la densité apparente du sol.

2.1 Mesure directe de l'humidité massique (ou pondérale) par la méthode gravimétrique.

La seule méthode de mesure directe de la teneur en eau se fait par un séchage d'un échantillon de sol. Pour extraire l'eau contenue dans un échantillon, celui-ci est placé dans une étuve à  $105^\circ$  pendant une période d'au moins 24 heures pour en assurer le séchage complet. Avec ce protocole, il ne reste dans l'échantillon de sol que l'eau de constitution des éléments solides. La masse d'eau est déduite de la différence entre le poids humide de l'échantillon et son poids sec obtenus respectivement avant et après le séchage. Cette masse d'eau est rapportée au poids sec pour obtenir l'humidité massique.

L'humidité volumique est soit mesurée directement en prélevant un échantillon de sol remanié dans un cylindre de volume connu, soit en combinant l'humidité massique avec la densité apparente sèche du sol.

La méthode gravimétrique est la méthode de mesure de référence à la quelle se rapportent toutes les mesures indirectes. Si celle-ci est précise (un écart type de l'ordre de 0.001 à 0.002 est généralement admis pour des pesées réalisées au centième de gramme près), mais sa mise en œuvre est laborieuse et exigeante en main d'œuvre. De plus, le prélèvement des échantillons de sol est destructeur ce qui peut être un handicap considérable pour le suivi temporel de la teneur en eau.

## 2.2 Mesure indirecte de la teneur en eau des sols.

### 2.2.1 Mesure nucléaire

Les mesures nucléaires utilisent la rétro-diffusion d'un flux de neutrons (Couchat 1977).

La rétro-diffusion est basée sur le principe que des neutrons sont ralentis par les collisions avec des atomes d'hydrogène ; une source de neutrons est placée dans le sol, et à proximité un détecteur ; on montre que le nombre de neutrons à faible énergie cinétique reçues par le détecteur est proportionnel à la teneur en hydrogène du sol, dont la principale source est l'eau du sol. On accède ainsi à l'humidité du sol.

L'inconvénient de cette méthode est le poids de l'équipement et le fait que son utilisation ne soit pas accessible à tout le monde. Néanmoins, les mesures étant non destructives, précises, et automatisables, cette méthode reste la meilleur actuellement.

### 2.2.2 La sonde TDR (Time Domain Reflectometry)

Les sondes qui fonctionnent en réflectométrie dans le domaine temporel ou sondes TDR mesurent l'humidité volumique grâce à la permittivité du sol. Cette méthode est d'un emploi relativement simple et permet une mesure de l'humidité volumique avec une incertitude inférieure à 2% (Whalley, 1993)

Le principe de la mesure repose sur la relation existant entre la constante diélectrique relative des sols et la teneur en eau volumique.

La technique consiste à envoyer une impulsion électromagnétique dans un guide d'ondes généralement formé de deux ou trois électrodes métalliques de longueur connue et à analyser le temps de transit  $t$ , soit à partir du signal retour de l'impulsion, soit en mesurant le temps de transit pour différentes tensions.

La vitesse de propagation  $c$  d'une impulsion électromagnétique le long du guide d'onde est donné par la relation :

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (1)$$

$\epsilon_r$  = constante diélectrique

$\mu_r$  = perméabilité magnétique

$c_0$  = vitesse de la lumière

Connaissant la longueur du guide d'ondes  $l$ , la distance parcourue est connue ( $=2l$ ) et la constante diélectrique du sol peut être déduite du temps de transfert  $t$  :

$$\epsilon_r = \frac{c_0}{c} = \left( \frac{c_0 t}{2l} \right) \quad (2)$$

### 2.2.3 La méthode capacitive

Les méthodes capacitatives sont basées sur la mesure de la capacité ou de la permittivité diélectrique d'un système par application d'un champ électrique sinusoïdal et mettent en jeu des phénomènes de polarisation que nous présenterons ultérieurement.

Les avantages sont la non destruction du site de mesure, la reproductibilité et la bonne résolution spatiale de la mesure.

De plus, elles répondent aux besoins des agronomes qui sont de réaliser des mesures rapides, suivies, de l'humidité des couches superficielles des sols agricoles et permettre une acquisition automatique des données.

Présentons maintenant plus précisément cette sonde capacitive.

### 3. Présentation du capteur .

#### 3.1 Propriété diélectrique des sols

La constante diélectrique du sol dans le domaine des hautes fréquences électromagnétiques est une fonction de la nature des constituants du sol. Ainsi la constante diélectrique relative des constituants minéraux varie entre 4 et 8 alors que celle de l'eau libre est voisine de 80. La dépendance en humidité de la constante diélectrique résulte du contraste important entre l'eau libre et les autres constituants. Le capteur de mesure de la constante diélectrique va donc être sensible à la quantité d'eau présente dans le volume de mesure et donne ainsi accès à l'estimation de l'humidité volumique du sol.

#### 3.2. Principe de la mesure.

Le principe de la mesure consiste à introduire dans le sol ou dans un échantillon de sol, deux électrodes. Le sol qui constitue le diélectrique peut être alors assimilé à un condensateur avec perte, c'est à dire un condensateur de capacité  $C$  (F) associé à une résistance  $R$ (ohms).

Le condensateur ainsi constitué est inséré dans un circuit LC dont on mesure les variations de fréquence de résonance lié à la valeur de la capacité introduite.

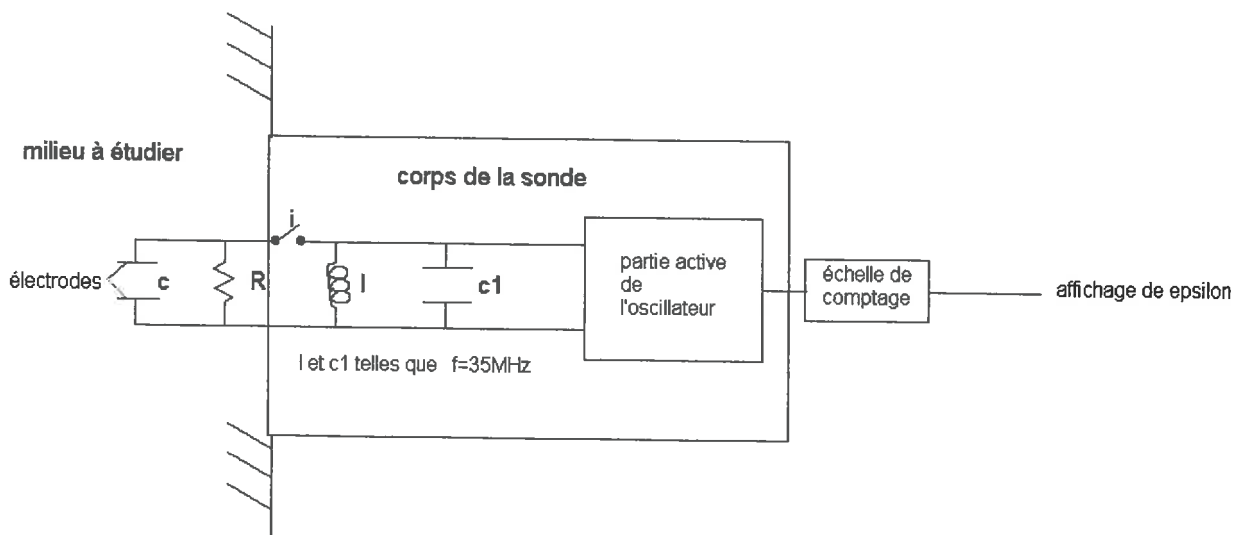


Figure 2 : schéma électronique de la sonde

La sonde ne mesure pas une fréquence mais une variation de fréquence ; en effet, pour s'affranchir des problèmes liés à la température ( qui pourraient faire varier la mesure ), elle mesure une fréquence de résonance à vide, puis une autre avec le condensateur formé par les deux électrodes. La comparaison entre ces deux fréquences nous donne alors accès à la permittivité du milieu.

### 3.3 Géométrie de la sonde

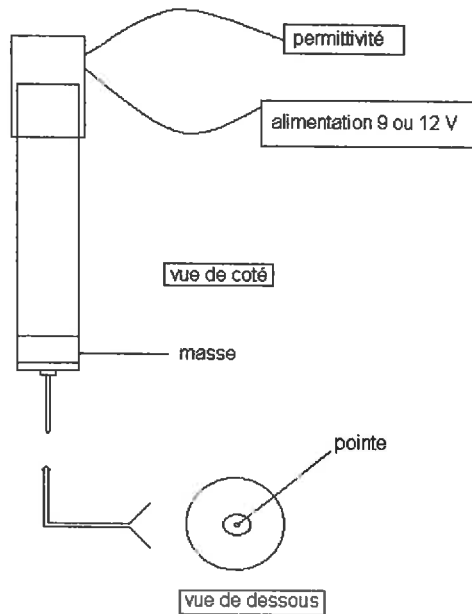


Figure 3 : vue extérieure de la sonde

La sonde capacitive est un long cylindre terminé par une pointe au dessus de laquelle se trouve un anneau métallique, la masse. Ces deux électrodes sont séparées par du PVC ; la pointe est directement reliée à une carte électronique dont la base, protégée par la masse, fonctionne à haute fréquence. Cette carte est noyée dans de la paraffine qui occupe tout l'intérieur de la sonde. Deux fils sortent par le haut de la pointe, un est destiné à l'alimentation, l'autre se branche au système d'acquisition des données.

## Modélisation et validation du modèle d'une sonde capacitive

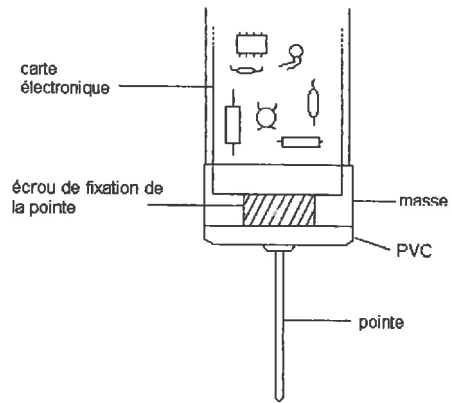


Figure 4 : schéma de l'intérieur de la base de la sonde



## 4. Aspect théorique du problème à modéliser

On cherche à bâtir un modèle qui rend compte des variations de mesure observées par la sonde capacitive. Pour cela, on fait un certain nombre d'hypothèses :

1. On suppose d'abord que le temps de relaxation de l'eau est suffisamment long comparé à la fréquence de la sonde pour considérer que nous sommes dans le domaine de l'électrostatique, la partie imaginaire de la permittivité diélectrique est nulle
2. La structure matérielle de la sonde est supposée réduite aux électrodes, bien qu'il y ait en fait une carte électronique insérée au dessus de la masse.

### 4.1. Lois générales de l'électrostatique, notion de capacité

Rappelons d'abord les équations de base de l'électrostatique .  
Les équations de Maxwell (équations fondamentales de l'électro-magnétisme) pour l'électrostatique sont dans le vide :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

Et

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (4)$$

$\vec{E}$  = champ électrostatique ( $\text{V.m}^{-1}$ )

$\rho$  = densité de charge ( $\text{C.m}^{-2}$ )

$\epsilon_0$  = permittivité absolue du vide =  $8.85 \text{ E}^{-12} \text{ F/m}$

$$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

L'équation (3) est l'expression du théorème de Gauss ; l'équation (4) signifie que le champ électrostatique  $E$ , dérive d'un potentiel, que nous appellerons  $U$ .

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} U \quad (5)$$

Nous pouvons combiner les équations (3) et (5) en une seule :

$$\bar{\nabla}(-\bar{\nabla}U) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (6)$$

Un problème classique en électrostatique est la recherche des solutions de l'équation (6), équation de Poisson, qui permet d'obtenir la distribution de U, puis par intégration, d'obtenir le champ électrostatique.

Cette équation est donc applicable à notre sonde qui est composée de deux électrodes constituant un condensateur.

Rappelons maintenant le principe des condensateurs :

Si on dispose deux plaques chargées superficiellement parallèlement, le champ entre les plaques est  $\sigma / \epsilon$  ( $\sigma$  = densité superficielle de charge), et en dehors, il est nul.

Le potentiel de ces plaques est respectivement  $\phi_1$  et  $\phi_2$ , la tension aux bornes du condensateur est :

$$U = \phi_1 - \phi_2 .$$

$$U = \text{potentiel électrostatique ( Volt )}$$

La différence de potentiel U est le travail nécessaire par unité de charge pour transporter une petite charge d'une plaque à l'autre, de sorte que :

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{Q}{A} \frac{d}{\epsilon_0} \quad (7)$$

A = aire de la plaque ( m<sup>2</sup> )

d = distance entre les plaques ( m )

La différence de potentiel entre les plaques est proportionnelle à la charge. La constante de proportionnalité est la capacité C du condensateur :

$$U = \frac{Q}{C} \quad (8)$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d} \quad (9)$$

Pour le condensateur à plaques parallèles.

La relation (8) est générale, elle est valable quelque soit la géométrie du condensateur ; par

contre, l'expression de C (équation (9) dans le cas du condensateur à plaques parallèles) dépend, elle, de la géométrie ; elle n'est pas valable dans le cas de condensateur cylindrique.

#### 4.2. Les Diélectriques.

Les résultats précédents ne sont valables que lorsque les électrodes du condensateur sont séparées par du vide.

Cette hypothèse ne rend évidemment pas compte de la réalité ; entre les électrodes d'un condensateur réel il y a toujours un matériaux isolant.

Si l'isolant occupe tout l'espace entre les plaques, l'expérience indique que la capacité du condensateur est multipliée par un facteur  $\epsilon_r$  (permittivité diélectrique relative du matériaux diélectrique) qui ne dépend que de la nature de l'isolant.

Remarquons que la permittivité diélectrique du vide est par conséquent l'unité.

La charge Q présente sur les électrodes du condensateur restant la même, U doit diminuer pour que la relation 5 reste valable.

Pour comprendre cette baisse du potentiel électrostatique, il faut prendre en compte le phénomène de polarisation.

Il existe deux sortes de polarisation :

- Si les molécules sont non polaires

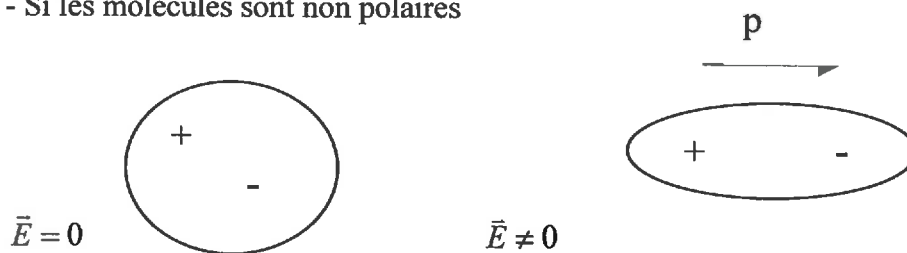


figure 5 : effet d'un champ électrique sur une molécule non polaire

- Si les molécules sont polaires

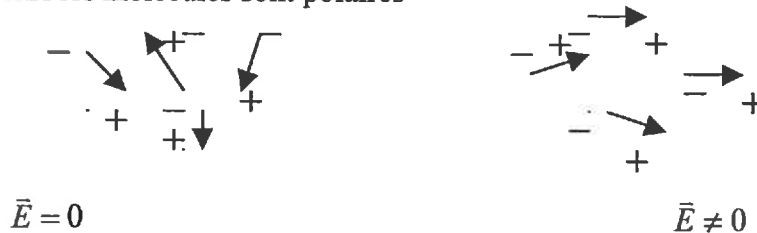


figure 6 : effet d'un champ électrique sur une molécule polaire

L'eau est une molécule polaire.

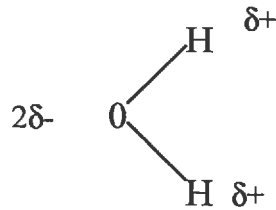


Figure 7 : répartition des charges sur la molécule d'eau

Il y a donc des charges de polarisation qui apparaissent aux bords du diélectrique, le sol dans notre cas.

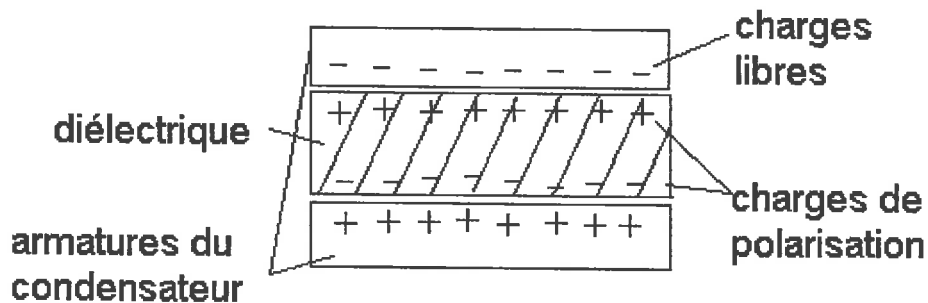


Figure 8 : Les différentes charges sur un condensateur à plaques parallèles

Si pour chaque atome, le moment dipolaire est  $q\delta$ , alors le moment dipolaire par unité de volume est :

$$P = Nq\delta \quad (10)$$

$P$  = norme du vecteur polarisation  
 $\delta$  : distance entre les charges + et -  
 $N$  : nombre de molécules de diélectrique

La densité superficielle de charge est :

$$\sigma_{pol} = \frac{qNA\delta}{A} = Nq\delta = P \quad (11)$$

De plus, le théorème de Gauss nous donne :

$$E = \frac{\sigma_{libre} - \sigma_{pol}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{libre} - P}{\epsilon_0} \quad (12)$$

Nous supposons que le vecteur polarisation  $\vec{P}$  est proportionnel au champ électrique  $\vec{E}$ , le facteur de proportionnalité est  $\chi \times \epsilon_0$ ,  $\chi$  étant appelé susceptibilité électrique du diélectrique.

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} \quad (13)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma_{\text{libre}} - \chi \epsilon_0 \vec{E}}{\epsilon_0} \quad (14)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma_{\text{libre}}}{\epsilon_0 (1 + \chi)} \quad (15)$$

$$U = E d = \frac{\sigma_{\text{libre}} d}{\epsilon_0 (1 + \chi)} = \frac{Q}{C'} \quad (16)$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 (1 + \chi) A}{d} = C(1 + \chi) \quad (17)$$

La permittivité diélectrique est définie comme suit :

$$\epsilon_r = (1 + \chi) \quad (18)$$

$$\vec{\nabla} E = \frac{\rho_{\text{libre}}}{\epsilon_0} \quad (19)$$

Nous avons, dans le vide, l'équation de Gauss Maxwell:

$$\vec{\nabla}(\epsilon_r \vec{\nabla} U) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (20)$$

Si il y a un diélectrique, aux charges libres viennent s'ajouter les charges de polarisation :

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\rho_{\text{libre}} + \rho_{\text{pol}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{libre}} - \vec{\nabla} \vec{P}}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \left( \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0} \right) = \frac{\rho_{\text{libre}}}{\epsilon_0} \quad (21)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}((1 + \chi) \vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\nabla}(\epsilon_r \vec{E}) \quad (22)$$

L'équation de Poisson devient ainsi :

$$\vec{\nabla}(\epsilon_r \vec{\nabla} U) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (23)$$

#### 4.3. Mise en œuvre des calculs dans le cas de la sonde HMS 9000

Dans ce travail, on cherche à caractériser U et E dans l'espace, ainsi que la capacité des électrodes, qui est la grandeur directement liée à la mesure délivrée par la sonde.

On tire profit de la géométrie axi-cylindrique de cette sonde, cela nous permet de résoudre l'équation (23) en deux dimensions. La géométrie réelle est obtenue en effectuant une rotation autour de l'axe de symétrie ; nous obtenons ainsi un résultat en 3 dimensions.

L'opérateur nabla était alors en coordonnées cartésiennes ; il faut maintenant l'exprimer en coordonnées cylindrique.

Nous avons alors :

$$\vec{\nabla} \vec{A} = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rA1) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (A2) + \frac{\partial}{\partial z} (rA3) \right] \quad (24)$$

où  $\vec{A} = A1.\vec{a} + A2.\vec{b} + A3.\vec{c}$

et r, z et  $\varphi$  sont les coordonnées cylindriques.

Nous obtenons alors :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} (\epsilon_r r \frac{\partial}{\partial r} U) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_r r \frac{\partial}{\partial z} U) \right] = r\rho \quad (25)$$

Comme, dans le sol, les charges libres ne sont pas présent en compte, on obtient finalement comme équation :

$$\vec{\nabla}(\epsilon_r \vec{\nabla} U) = 0 \quad (26)$$

qui sera l'équation de base utilisée par matlab.

Cette équation nous permettra d'avoir accès à la répartition spatiale de U et de E ; cependant, nous souhaitons avoir des résultats en terme de capacité des électrodes, on utilisera le théorème de Gauss :

$$\vec{\nabla} \bar{D} = \rho_{\text{libre}} \quad (27)$$

soit, en intégrant sur le volume :

$$\iiint_{\text{vol}} \vec{\nabla} \bar{D} \cdot dV = Q_{\text{tot}} \quad (28)$$

et, en utilisant le théorème d'Ostrogradsky :

$$\oiint_{\text{surface}} \bar{D} \cdot d\bar{S} = Q \quad (29)$$

sur un élément de la surface de la pointe, on obtient :

$$D \cdot S = Q \quad (30)$$

Soit, la surface de cet élément de pointe étant  $2 \Pi \cdot \text{seg}$  ( seg = longueur du segment)

$$Q = D \cdot 2 \Pi \cdot \text{seg} \quad (31)$$

Abordons maintenant l'aspect modélisation en lui même de la sonde capacitive.

## 5. Les simulations

### 5.1. Matériel et méthodes.

La première étape est de définir la géométrie que l'on va utiliser pour le modèle. Celle-ci se définit facilement car Matlab dispose d'une boîte de travail appelée PDEtool ( outil pour les équations différentielle partielles ) dans laquelle on peut dessiner la géométrie sur laquelle on va effectuer le calcul. Il est donc aisé de représenter la sonde comme on le souhaite.

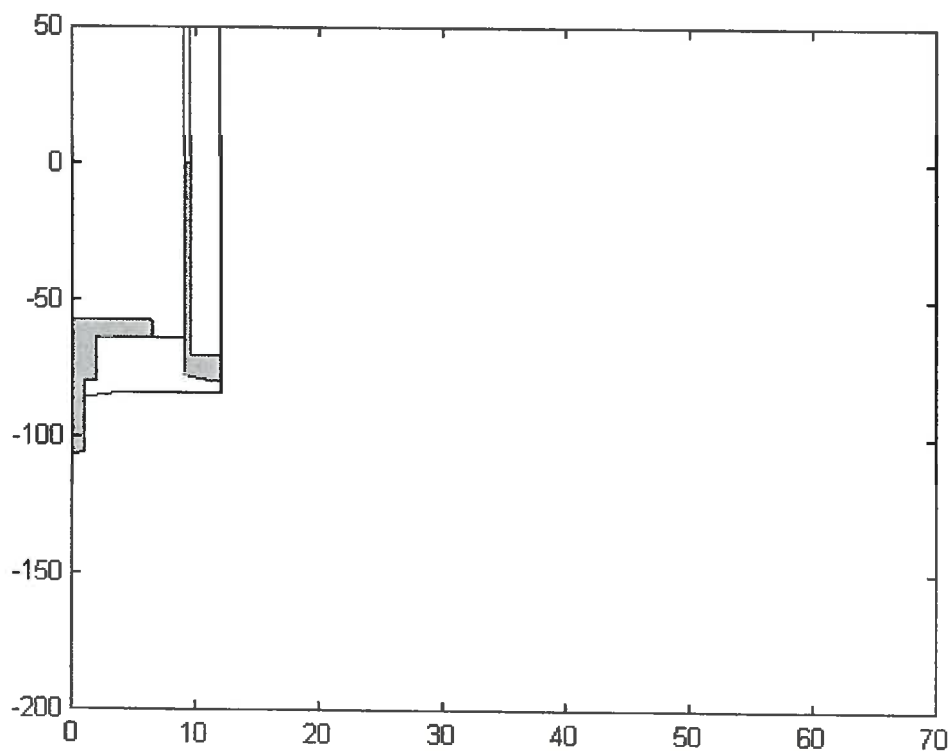


Figure 9 : Géométrie définitive utilisée dans PDEtool, en bleu ; ce sont les électrodes métalliques de la sonde

La seconde étape dans la modélisation numérique, est la définition des conditions aux limites. La zone de calcul étant limitée, il est nécessaire de définir les conditions sur le contour de cette zone pour résoudre les équations.

Rappelons les différentes possibilités que l'on a pour limiter cette zone :



- Nous pouvons prendre de conditions de Dirichlet, qui imposent le potentiel sur les bords :

$$V=\alpha$$

Où  $\alpha$  est quelconque.

- Nous pouvons aussi choisir des conditions de Von Neuman, qui imposent le champ à la limite:

$$\vec{E}_n = 0 \quad \text{par exemple. ( } E_n = \text{ champ normal)}$$

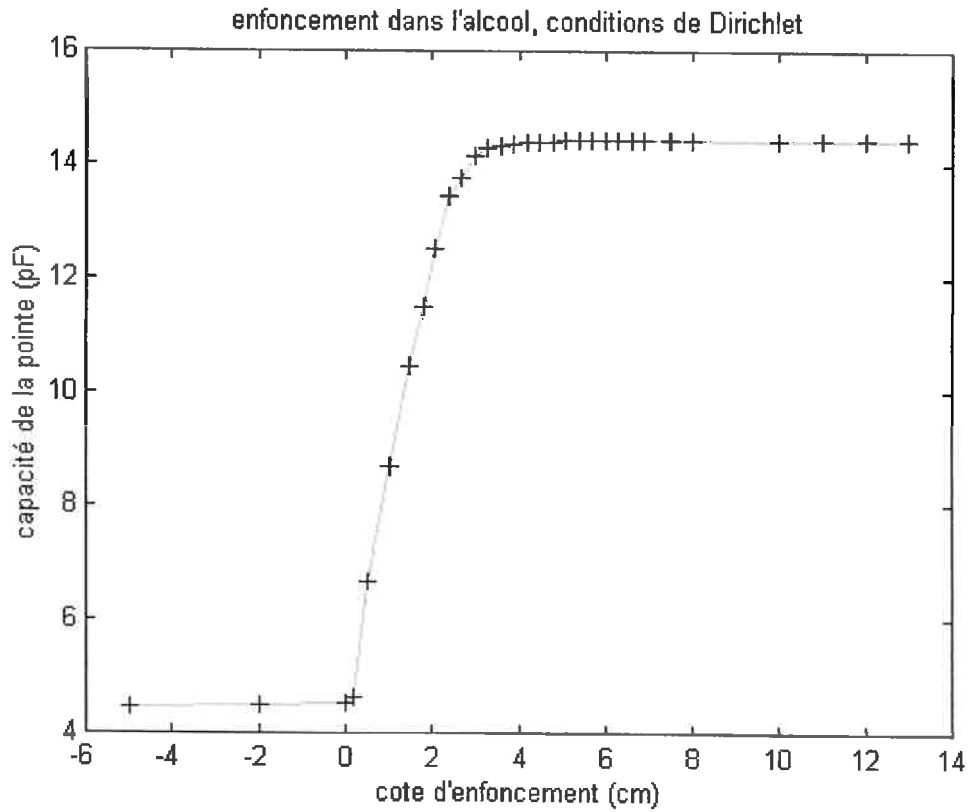
Des considérations physiques peuvent nous aider à choisir entre ces deux types de conditions.

Il est d'abord évident que sur le bord gauche, le champ électrostatique est tangent à l'axe, la géométrie cylindrique l'impose. Nous prendrons donc des conditions de Von Neuman .

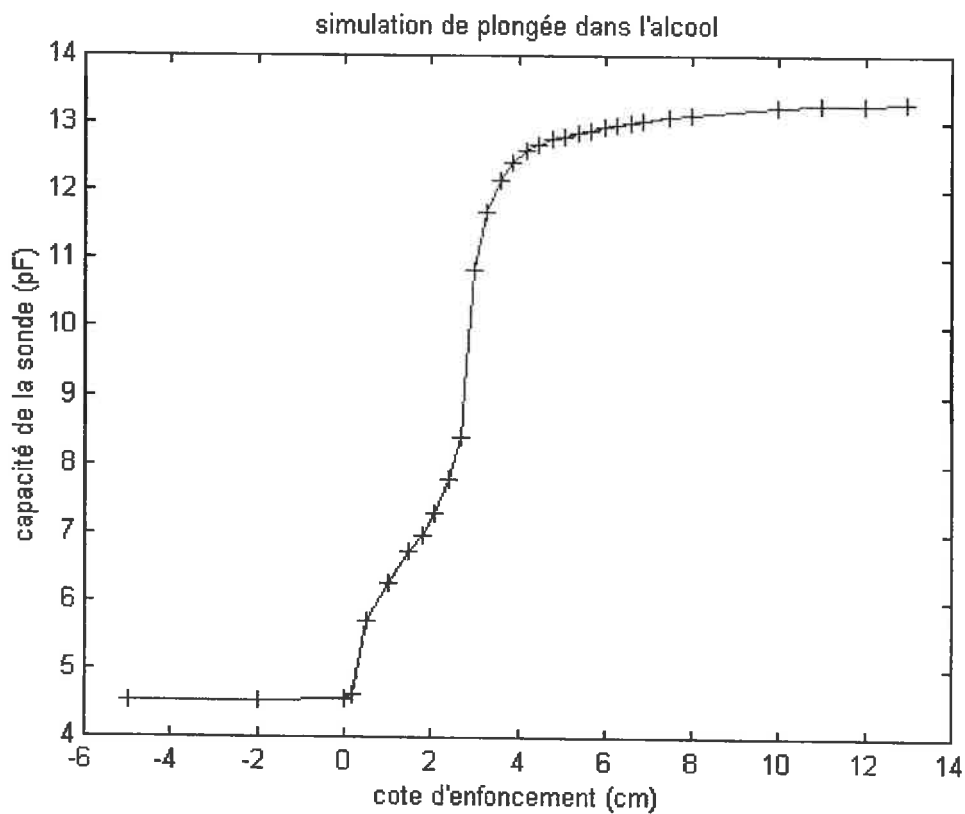
Sur l'électrode en pointe, nous avons un potentiel imposé à 1 Volt. La condition est donc celle de Dirichlet avec comme paramètre 1. Sur la masse, le potentiel est nul ; la condition est encore celle de Dirichlet avec comme paramètre 0.

La difficulté est de définir les conditions sur les trois autres limites de la boîte de calcul ( à droite, en haut et en bas). Choisir d'imposer un potentiel nul, c'est supposer que l'on est suffisamment loin de la sonde pour que son potentiel ne se fasse plus ressentir. Prendre des conditions de Neuman, avec un champ normal nul, est une forte contrainte sur les lignes de champs, en effet elles doivent en effet être perpendiculaires au bord limitant la zone de calcul.

Pour pouvoir trancher entre ces deux possibilités, nous avons choisi d'utiliser les résultats de l'enfoncement de la sonde dans l'alcool. La comparaison entre la simulation et l'expérience nous donne un résultat sur lequel se baser :

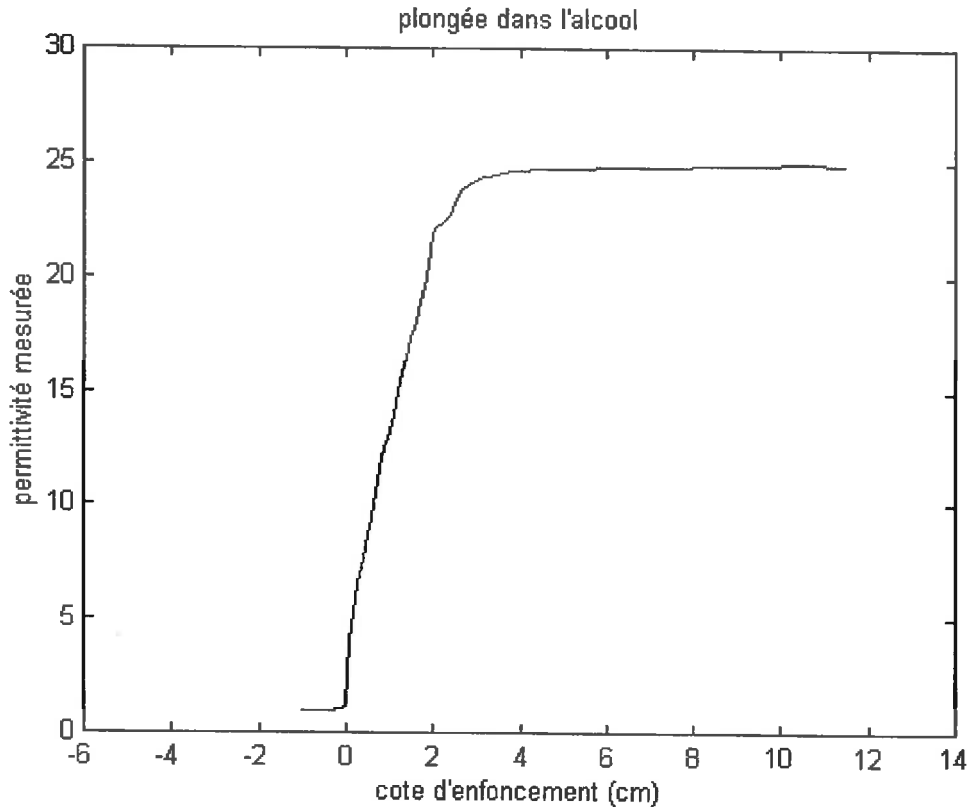


Graphique 1 : Simulation de l'enfoncement de la sonde dans l'alcool lorsque l'on a choisi des conditions de Dirichlet.



Graphique 2 : Simulation d'enfoncement dans l'alcool avec des conditions de Neuman

Les résultats expérimentaux sont :



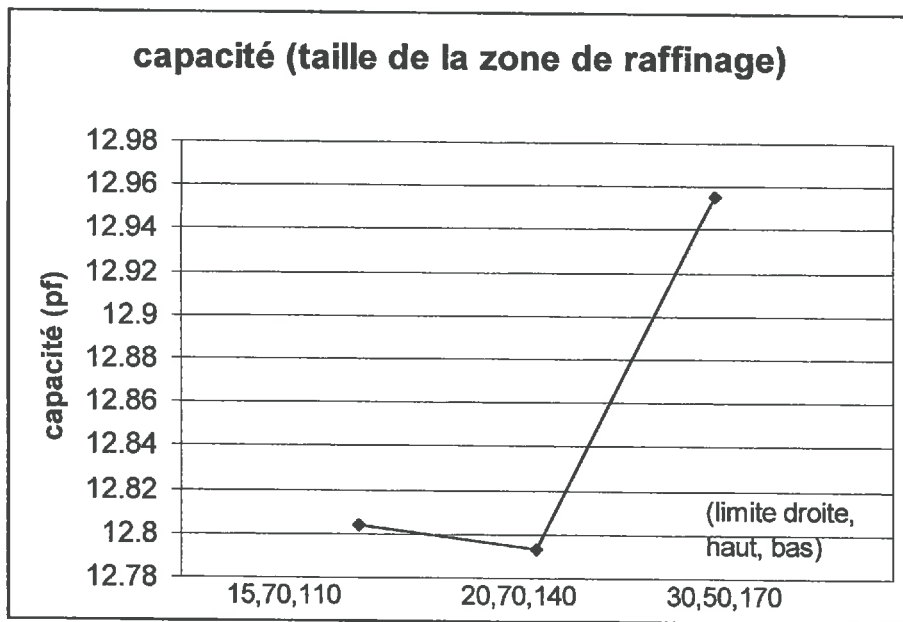
Graphique 3 : Expérience d'enfoncement dans l'alcool

Cette dernière courbe est beaucoup plus proche de celle obtenue avec des conditions de Dirichlet, le point d'inflexion, présent avec les conditions de Neuman, reste petit, et la pente des deux courbes est semblable ; nous en avons conclu que ces conditions étaient plus représentatives de la réalité.

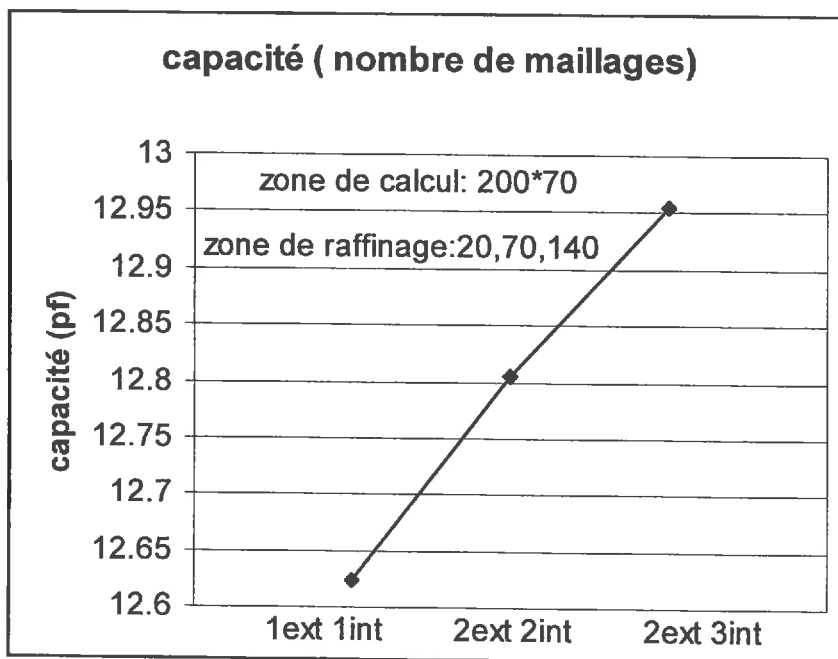
Mon travail a été ensuite de définir la taille de la zone entière de calcul, et simultanément de choisir la zone de raffinement du maillage effectué par l'ordinateur (et le nombre de raffinages. Pour cela, il faut calculer la charge théorique présente sur l'électrode centrale dans une configuration donnée. On cherche un comportement asymptotique afin de limiter l'influence du domaine et du maillage sur le résultat.

Nous n'avons pas eu le temps de faire l'analyse pour définir la taille de la zone entière de calcul. Mais, sur la base de l'expérience qui nous dit que lorsque l'interface air-alcool est de plus de 6 cm environ, la permittivité mesurée par la sonde ne varie plus, nous avons choisi une zone de largeur 70 mm, et de 250 mm de hauteur, la pointe étant à 100 mm environ de la limite inférieure.

Les résultats pour les autres recherches, sont représentés dans les graphiques (4) et (5) :



Graphique 4 : la capacité du condensateur formé par les électrodes en fonction de la taille de la zone de calcul



Graphique 5 : capacité de la sonde en fonction du nombre de maillage, dans la boîte entière (ext) et dans la boîte de raffinement (int)

En ce qui concerne la taille de la zone de raffinement (graphique (4) ), on remarque que si on l'augmente fortement, la charge augmente aussi, mais bien sûr le nombre de nœuds aussi ; le temps de calcul atteint rapidement le quart d'heure. C'est pour cette raison que nous avons choisi comme zone de raffinement la boîte 15 mm (limitation de droite), 70 mm (limitation du haut) et 110 mm (limitation du bas).

Enfin, pour ce qui est du nombre de maillages et de raffinages (graphique (5)), il semble que le résultat optimum s'obtient en faisant deux maillages puis deux raffinages. En effet, si on augmente le nombre de raffinement, le nombre de nœuds augmente très rapidement (environ 200000 pour 2ext 3int), l'ordinateur refuse d'effectuer des calculs trop longs.

Nous avons donc les paramètres nécessaires pour faire des calculs :

Boite de calcul : 250mm\*70mm

Zone de raffinement : 15 mm (droite), 70 mm (haut), 110 mm (bas)

Nombre de maillages : 2 dans la grande zone plus deux raffinages dans la zone précédente.

Voici le maillage que l'on a ainsi choisi de prendre pour nos simulations :

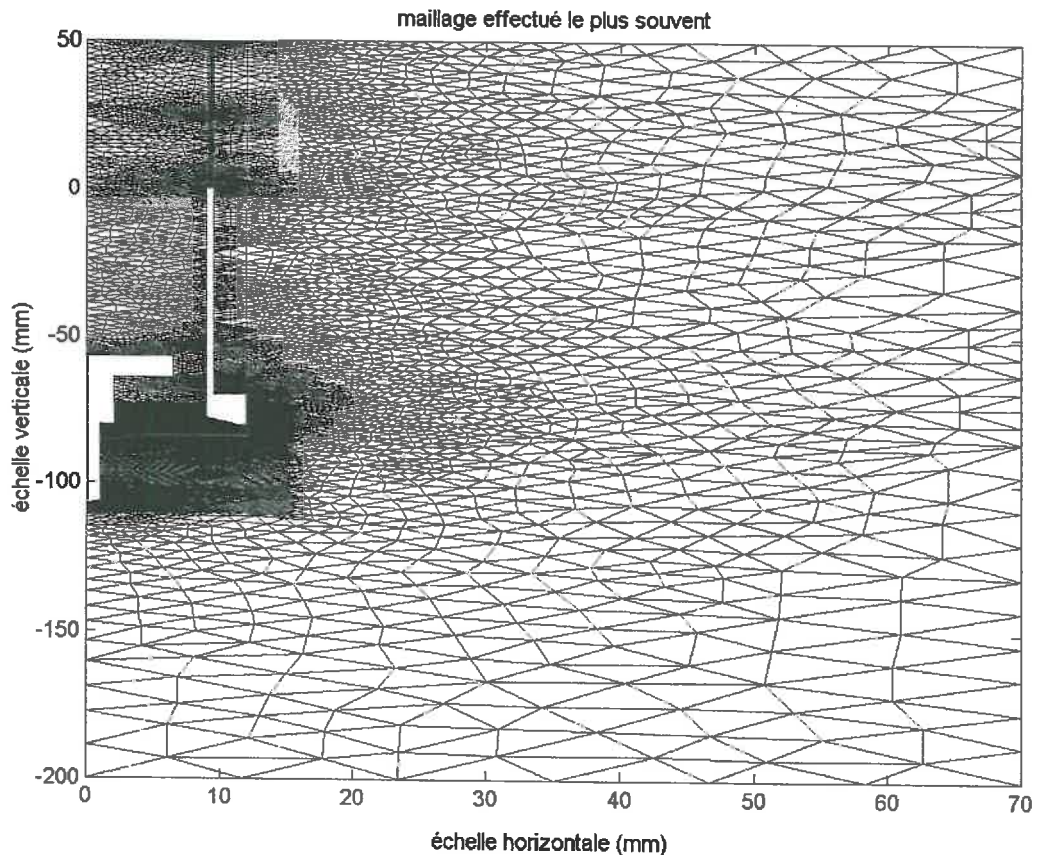


Figure 11 : exemple de maillage

Nous disposons maintenant d'une géométrie bien définie, de conditions aux limites, et d'un maillage raffiné au voisinage de la sonde.

A partir de ces données, il y a deux possibilités :

- soit, par la boîte de calcul PDEtool, résoudre le problème puis dessiner les lignes équipotentielles (voir figure (12)), cette méthode est simple à mettre en œuvre, mais ne présente qu'un intérêt visuel.
- soit sauvegarder tous les paramètres représentés dans PDEtool dans des matrices que l'on appellera dans les programmes d'introduction de perturbation.

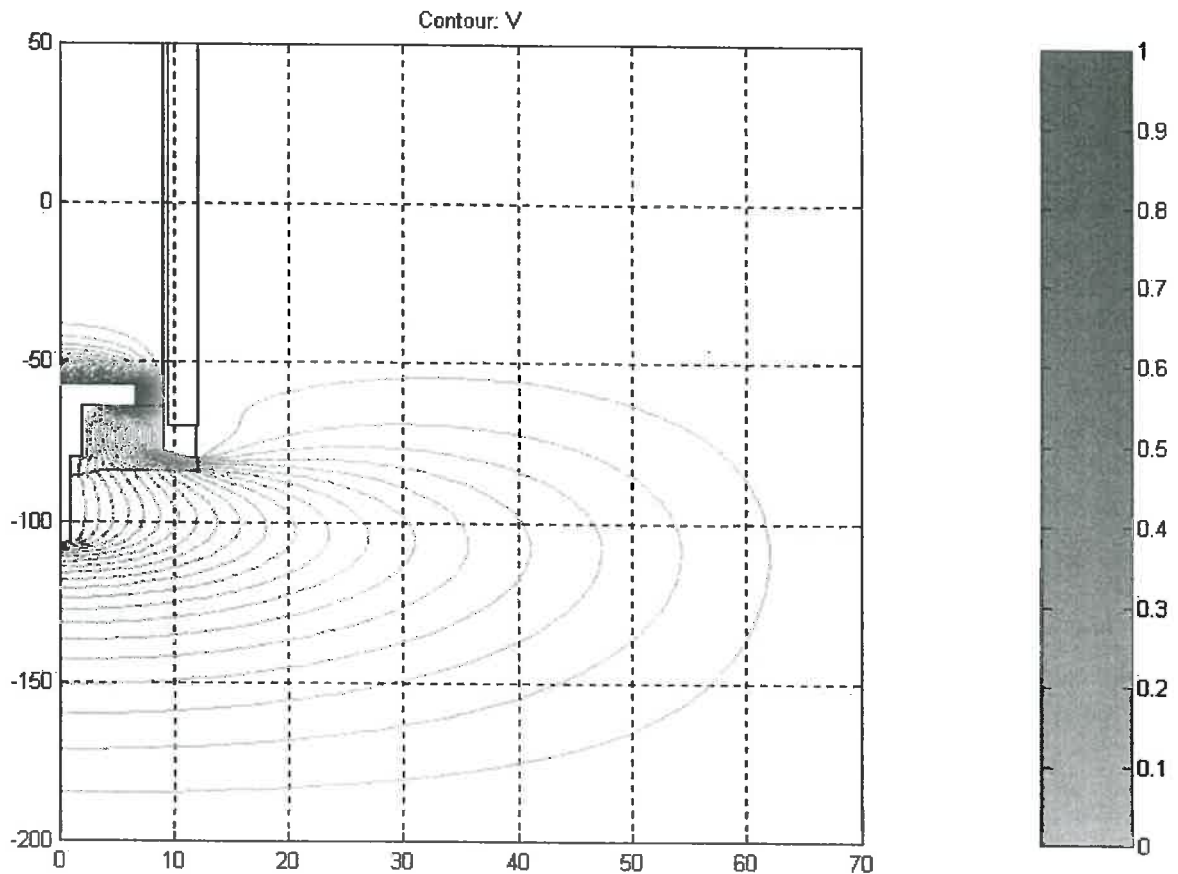


Figure 12 : Exemple de représentation du champ électrostatique avec la boîte PDEtool (conditions de dirichlet)

## 5.2. Schéma des programmes

### Etape 1

La géométrie et les conditions aux limites, définies avec PDEtool sont sauveés dans les matrices g et b : géométrie = matrice g , conditions aux limites = b (boundary condition)

Un programme appelé "chtriang" effectue le maillage souhaité et sauve les données ( coordonnées des nœuds, leurs numéros...) dans des matrices appelées p, e, t.

Parallèlement, un programme, "chepsif", affecte à chaque sous-domaine les permittivités lorsqu'elles sont fixes.

### Etape 2

Un programme appelé "appel" charge les matrices préalablement sauveés, calcule les coordonnées des segments autour de la pointe et appelle enfin l'une des simulations suivantes :

- chalcool : simulation de l'enfoncement de la sonde dans l'alcool.
- chepster : donne la charge en fonction de la permittivité du milieu
- chparaf : simulation d'une couche de permittivité différente autour de la pointe (la permittivité de cette couche est un paramètre à choisir)
- chtasse : simulation d'un tassement de permittivité 30 sous la pointe
- interface : simulation d'un interface verticale

- c) tore : simulation de la présence d'un tore dans l'alcool (on peut choisir la taille de la section du tore)

Ces programmes de simulations ont tous la même forme :

1. définition des différents sous-domaines, introduction dans la géométrie initiale d'une perturbation
2. attribution de la valeur de permittivité à chacun des sous-domaines
3. calcul du potentiel en chaque point du maillage
4. pour exprimer le résultat en terme de capacité, on calcule le champ D sur le barycentre de chaque segment le long de la pointe, pour calculer ensuite la charge sur chaque segments (donc la capacité si V=1) avec la formule (équation 24 ):

$$Q = 2\pi \|\vec{D}\| (\text{ taille des segments})$$

5. sommation des différentes charges de chaque segment
6. représentation graphique du résultat.



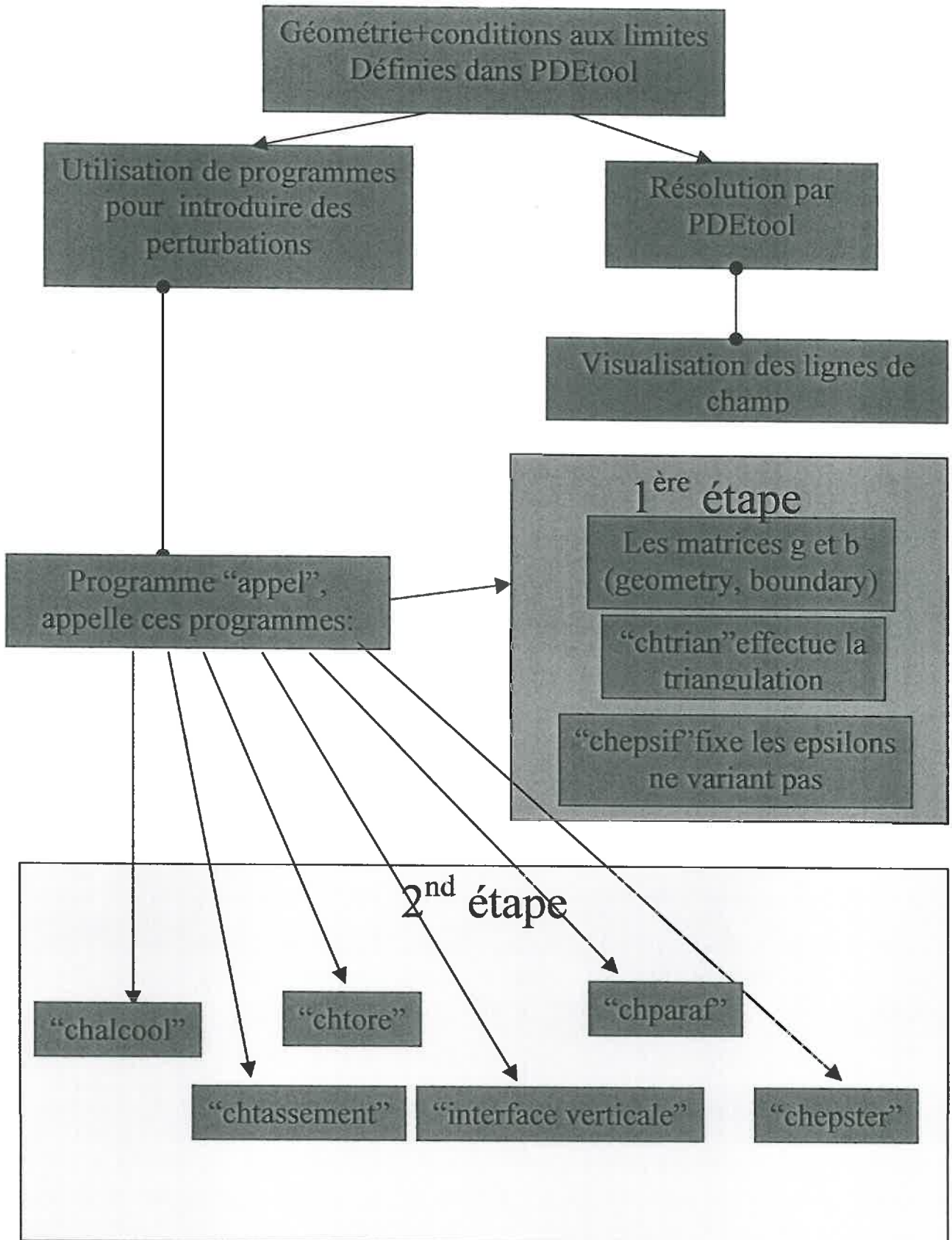


Figure 13 : Organigramme présentant l'enchaînement des programmes

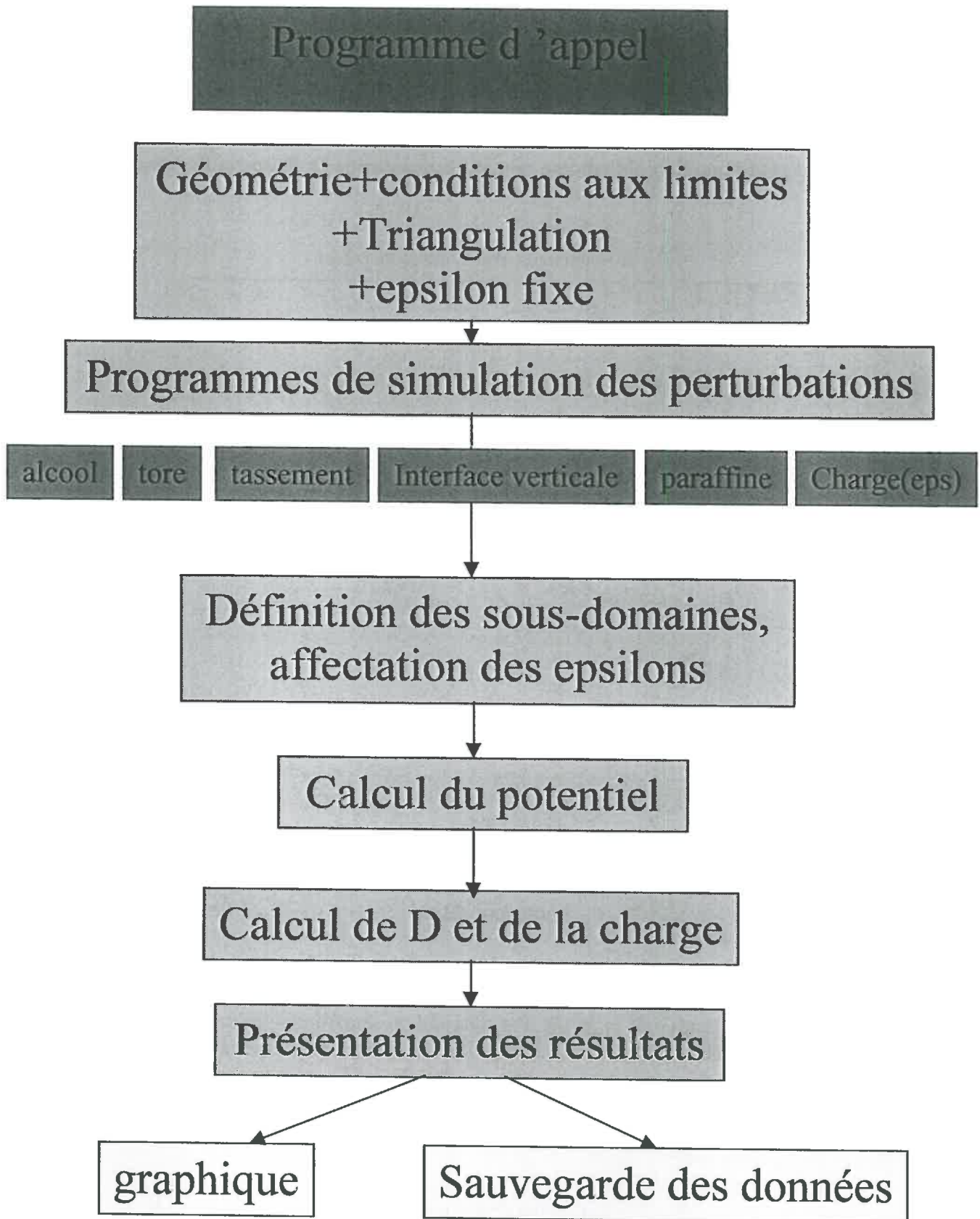
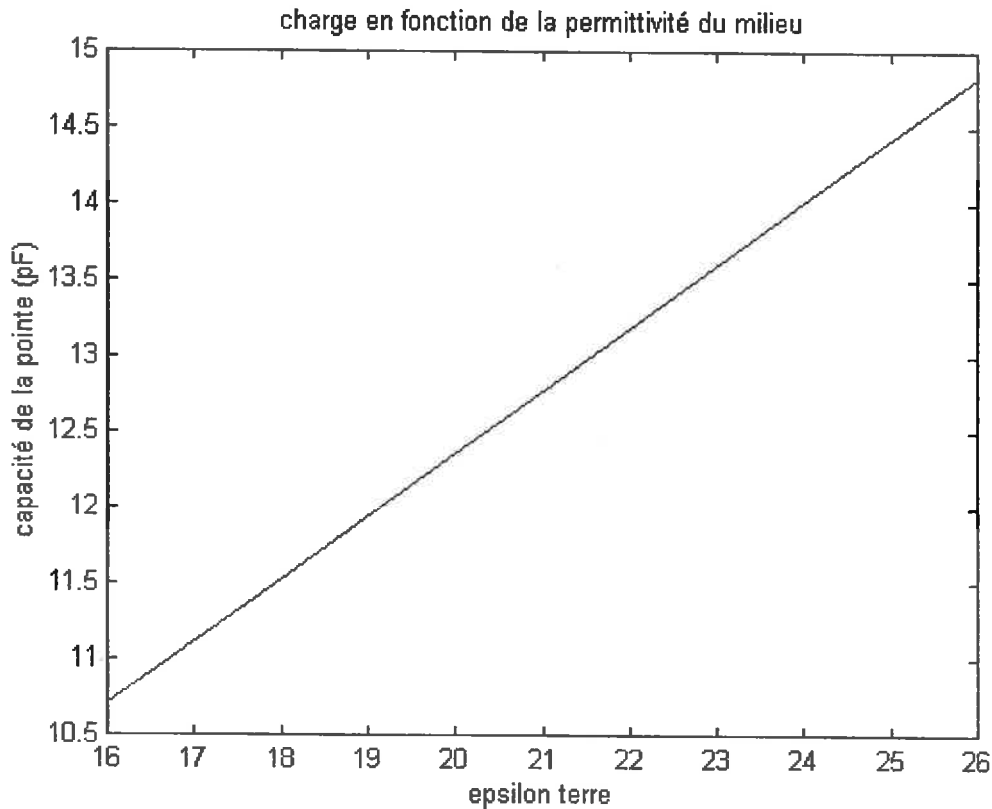


Figure 14 : Organigramme présentant l'enchaînement des calculs de résolution des problèmes

### 5.3. Résultat des simulations

Notons tout d'abord que l'on obtient une relation linéaire entre la charge et la permittivité du milieu :



Graphique 7 : Représentation de la capacité de la sonde en fonction de la permittivité homogène du sol

Nous nous appuyerons sur cette relation pour exprimer les résultats en permittivité, grandeur comparable avec les mesures de la sonde. Par ailleurs, on remarquera qu'une relation linéaire est obtenue entre la mesure capacitive (variation de fréquence) et la constante diélectrique du milieu. Le coefficient de corrélation est très proche de 1 ; les non-linéarités induisent des erreurs inférieures à 2 %.

L'équation de la droite est :

$$C = 0.412 \times \epsilon + 4.103$$

Où C est la capacité du condensateur et  $\epsilon$ , la constante diélectrique.

## 6. Expériences de validation des simulations

### 6.1. Matériel et méthode

Pour faire ces expériences de validation, nous avons choisi d'utiliser comme milieu de mesure l'éthanol, dont la permittivité est 25 à la température 23°C ( nous avons travaillé dans une salle climatisé à environ 25°C)ce qui est une situation en constante diélectrique comparable aux conditions de mesures expérimentales (la permittivité d'un sol humide est environ 25).

Cet alcool est placé dans un béccher en verre de diamètre 18cm, afin que l'interface air-alcool soit placé environ à la même distance de la sonde que la limite de calcul dans les simulations (compatibilité avec la grandeur de la boite de calcul). La hauteur de ce béccher est suffisante ( environ 26 cm) pour que la pointe soit toujours suffisamment éloignée du fond, qui constitue un interface mal défini.

La première étape, avant toute mesure, est l'étalonnage de la sonde. Il faut en effet lui donner deux valeurs de permittivité différentes correspondant à deux capacités différentes afin d'ajuster la relation entre la constante diélectrique du milieu et la différence de fréquence de résonance. Les deux milieux étalons que nous avons choisi de prendre, les plus couramment utilisés, sont l'air, de permittivité 1, et l'éthanol lui même (permittivité 25).

Notons tout de même que nous avons choisi d'effectuer cet étalonnage après un long temps de chauffe afin qu'il n'y ait plus de dérive possible de la mesure lors des longues manipulations.

#### 1. Enfoncement dans l'alcool :

La sonde est fixée au-dessus du milieu de telle sorte que l'on puisse la descendre progressivement dedans.

Pour l'expérience d'enfoncement dans l'alcool, il ne nous reste plus qu'à plonger la sonde millimètre par millimètre, et à relever la mesure de la permittivité entre chaque étape de la descente. Cette expérience a été effectué plusieurs fois avec la même sonde, puis avec d'autres sondes pour vérifier la bonne reproductibilité de la forme de la courbe.

#### 2. Enfoncement avec tore :

L'expérience suivante a été l'enfoncement dans l'alcool avec la présence de tores à section carrée de côté 3 mm, de différents diamètres (20 mm, 26 mm, 32 mm). Le principe est le même que précédemment, sauf que cette fois-ci, un tore est présent au milieu de l'alcool :

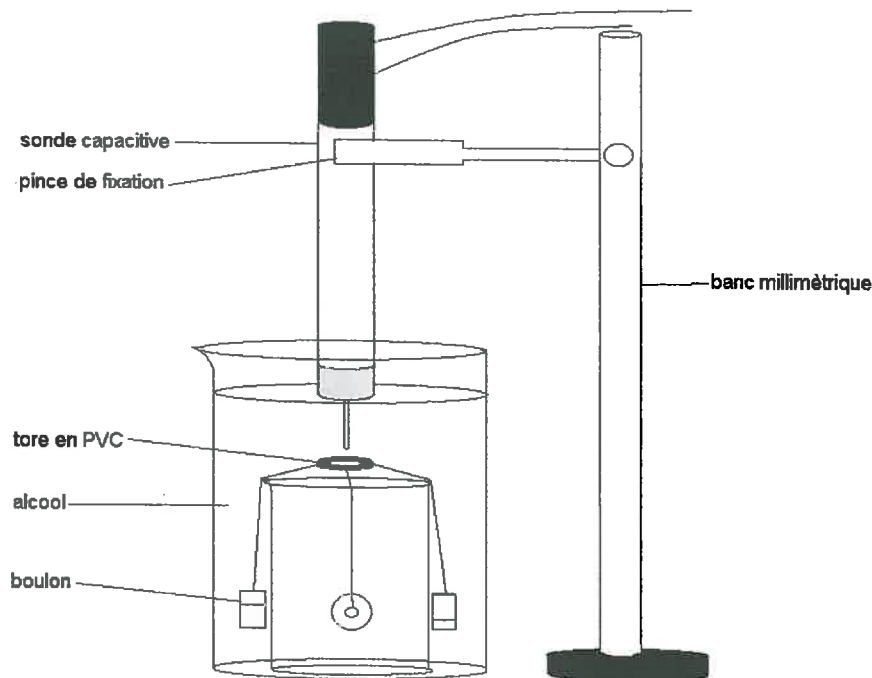


Figure 15 : Dispositif d'enfoncement de la sonde capacitive dans l'alcool avec la présence d'un tore

Les tores sont maintenus dans l'alcool grâce à un b cher en plastique de 10 cm de hauteur et de 11 cm de diamètre. Des fils de Nylon les maintiennent sur ce second b cher avec des boulons.

Nous avons bien entendu vérifié que la présence du b cher et des boulons ne fait pas varier la mesure dans l'alcool.

### 3. Couche de permittivité différente autour de la pointe

Lors de l'implantation d'une sonde dans un sol, il est possible que le contact entre la pointe et le sol soit mauvais, dans ce cas, une couche d'air (donc de permittivité 1) est présente autour de la pointe.

Pour reproduire cette couche de permittivité différente autour de la pointe, nous avons utilisé une gaine thermorétractable (pour cette raison, nous avons fait une simulation avec une permittivité 3). Une première gaine est appliquée autour de la pointe, une mesure est effectuée après avoir mesuré l'épaisseur de la pointe, une nouvelle couche est appliquée, et ainsi de suite.

### 4. Changement de pointe

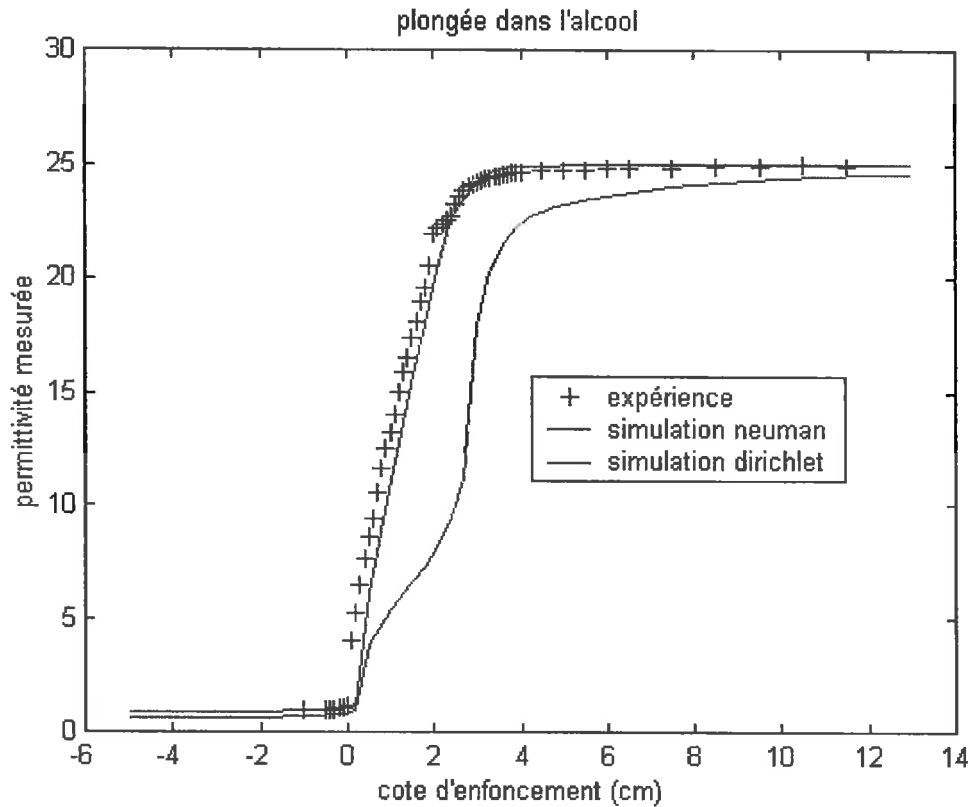
Afin d'avoir une idée de l'effet de la taille de la pointe sur la mesure (peut être qu'une autre taille pourrait être mieux adaptée, nous pouvons aussi imaginer faire des mesures en enfonçant seulement une longue pointe dans le sol), nous avons effectué, par l'expérience et par la simulation, différentes mesures dans un milieu donné, de la permittivité, en changeant la

taille de la pointe (en gardant un étalonnage sur la pointe usuelle). On remplace la pointe (celle-ci est vissée) par une pointe de taille différente, et chaque fois, la mesure de la constante diélectrique est effectuée le plus loin possible des interfaces.

## 6.2. Résultats et discussion

### 6.2.1. Plongée dans l'alcool

La première expérience que nous avons effectuée est la plongée progressive de la sonde dans de l'éthanol.



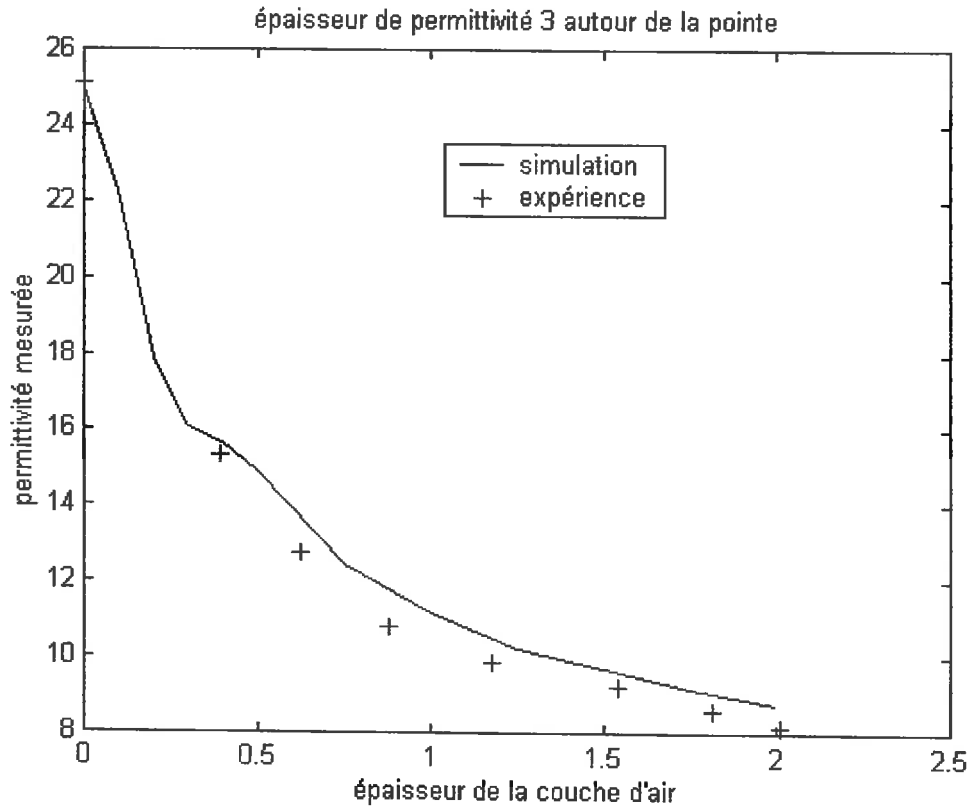
Graphique 8 : Comparaison des résultats des simulations et des expériences de plongée de la sonde dans l'alcool

Nous l'avons déjà vu précédemment, la courbe de simulation avec des conditions de Dirichlet, est la plus proche de la réalité. La similitude entre ces deux courbes est même très bonne.

La courbe expérimentale est légèrement décalée par rapport à la courbe simulée. De plus, on note la présence d'un point d'inflexion correspondant au passage de la masse ; la courbe simulée atteint aussi plus rapidement l'asymptote. La courbe avec comme conditions aux limites de Von Neuman elle, présente, dans une proportion différente, ces caractéristiques ; il est donc possible que les conditions aux limites soient en fait un mélange des deux présentées, tout en restant plus proche des conditions de Dirichlet.

## 6.2.2 Présence d'une couche d'air autour de la pointe

Les résultats de comparaison entre la simulation d'une couche de permittivité 3 autour de la pointe, et le résultat obtenu avec une gaine thermorétractable, sont représentés dans le graphique suivant :



Graphique 9 : Comparaison des résultats pour la couche de permittivité différente autour de la pointe

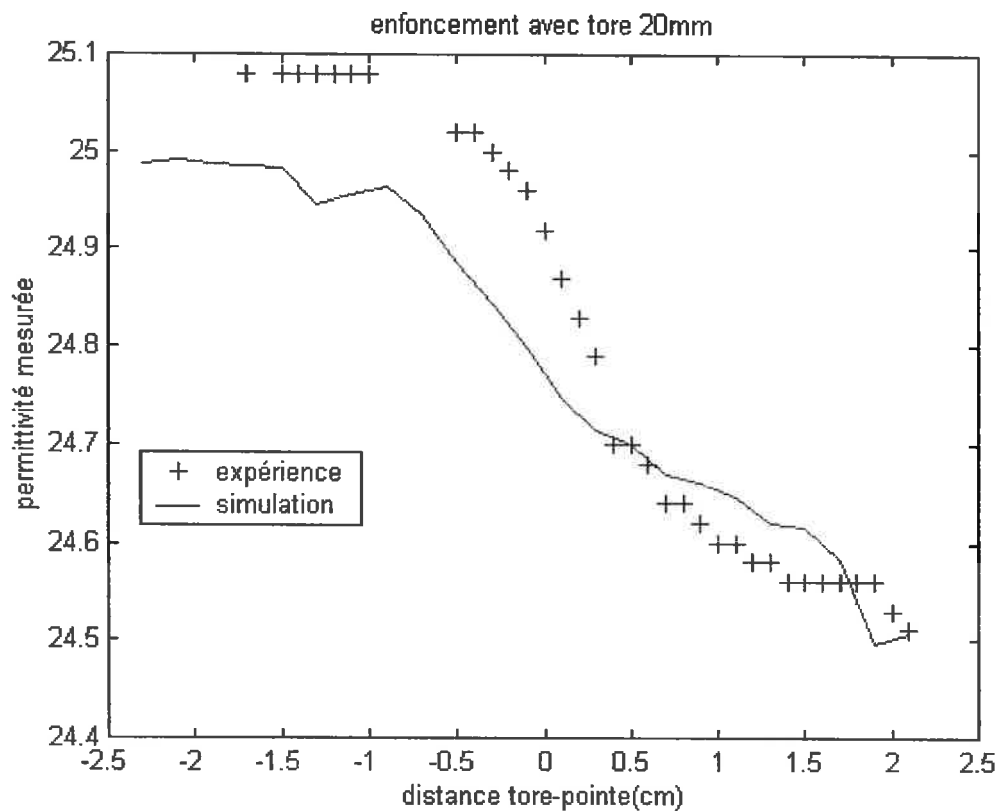
Ici encore, les résultats sont très comparables ; la petite différence est sans doute due au fait que l'on ne connaît pas exactement la constante diélectrique de la gaine thermorétractable, et on a eu l'occasion de vérifier qu'ici une petite différence change beaucoup le résultat (une simulation avec une permittivité de 1 décale en effet beaucoup la courbe simulée) . Il y a aussi les instabilités de la sonde qui peuvent expliquer ce décalage.



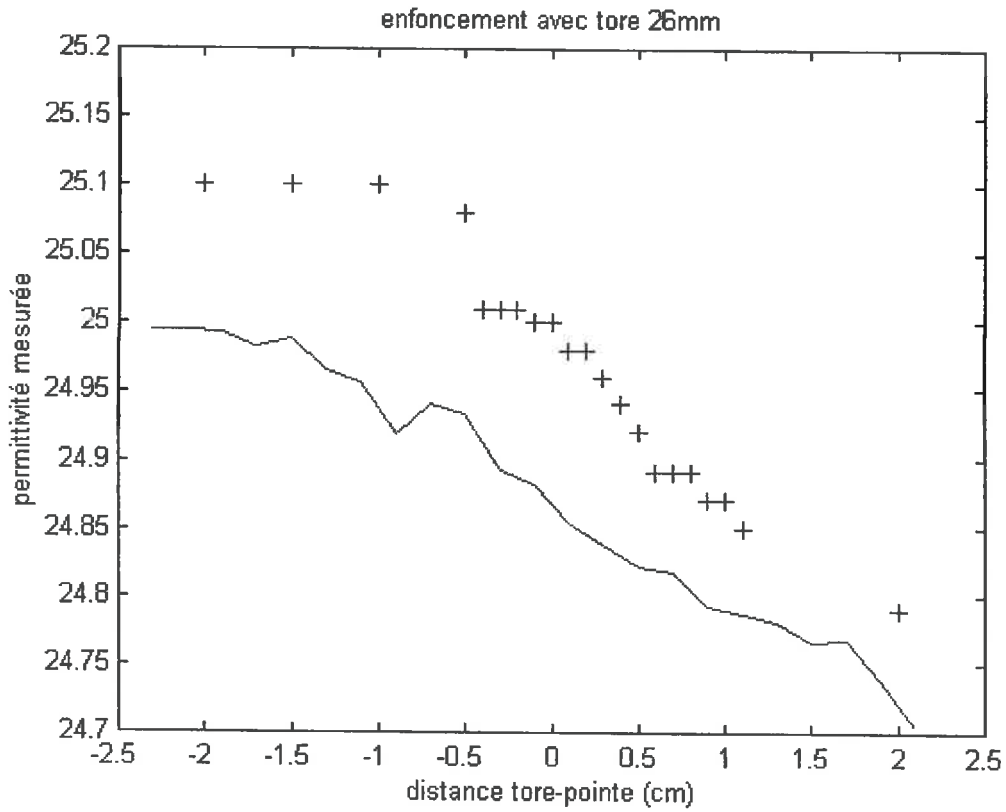
## 6.2.3 Expérience d'enfoncement dans l'alcool avec différents tores

Cette expérience, nous l'avons déjà vu, a pour but de comprendre la perturbation apportée par la présence d'une zone de faible permittivité dans la zone de mesure (on utilise ici un tore, dans la réalité c'est la présence d'une pierre ou d'une zone d'air)

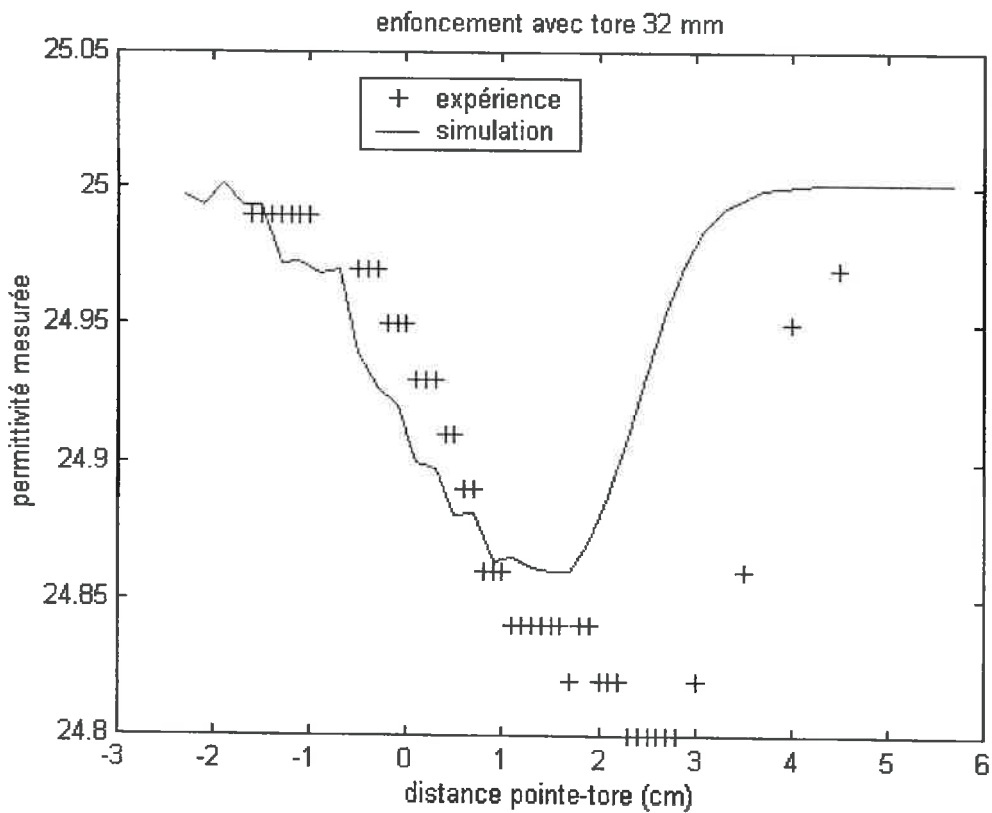
Les résultats avec des tores de diamètre extérieur de 20mm, 26mm, 32mm dans les deux cas (simulation et expérience) sont représentés dans les graphiques suivants (le zéro des graphiques correspond au fait que la pointe et le haut du tore sont au même niveau) :



Graphique 10 : Résultats pour un tore de diamètre 20 mm



Graphique 11 : Résultat pour un tore de diamètre 26 mm



Graphique 12 : Résultat pour le tore de diamètre 36 mm

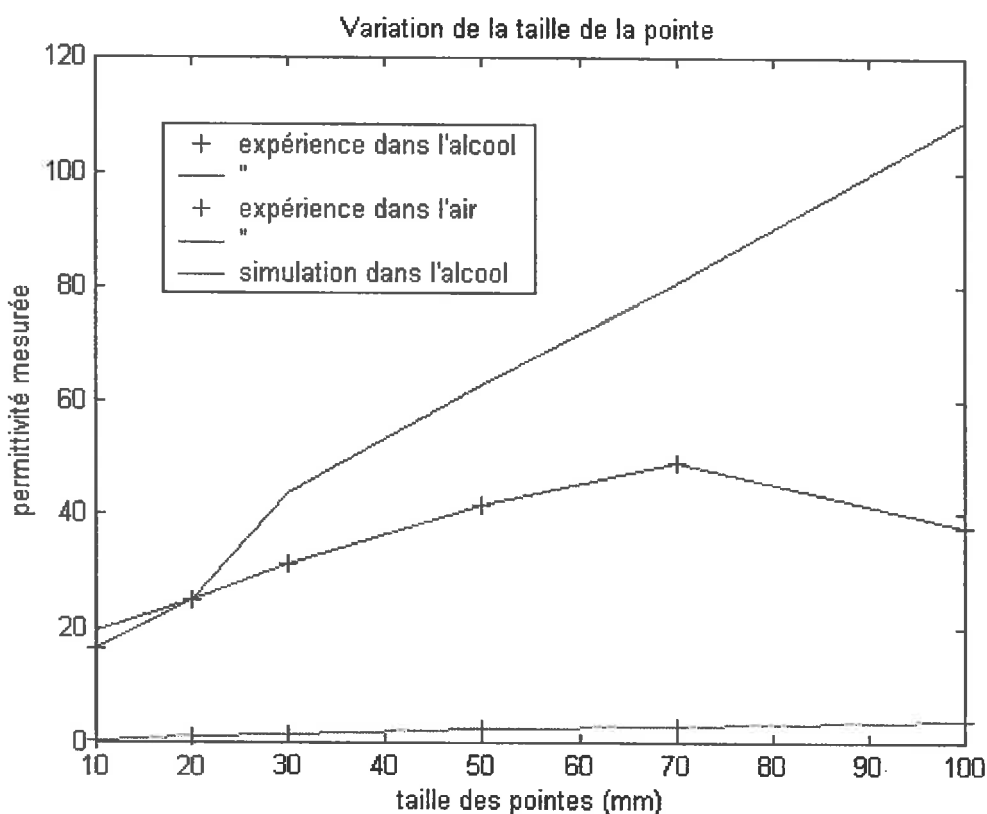
Ici, l'interprétation est sensiblement différente ; en effet, les courbes ne se superposent plus exactement ; l'ordre de grandeur de la perturbation apportée est toujours le même, mais il y a un décalage entre les courbes données par la simulation et celle donnée par l'expérience. Ceci est pourtant explicable car les ordres de grandeur des différences est petit, les effets de câble et d'instabilité de la sonde (on observe notamment que lorsque l'on étalonne la sonde à la valeur de permittivité 25, c'est 25.1 qui est finalement mesuré), sont alors bien plus visibles. De plus, l'ordre de grandeur des différences entre ces résultats est le même que celui que l'on a constaté dans l'expérience d'enfoncement dans l'alcool, ce décalage est donc tout à fait normal.

En ce qui concerne l'enfoncement dans un tore de diamètre plus grand, 32 mm, les résultats sont moins bons lorsque la masse passe dans le tore ; ceci est sans doute du à la présence de la carte électronique à haute fréquence, le modèle n'est plus valable dans cette région proche de la masse.

Ces résultats nous permettent d'avoir un ordre de grandeur de la perturbation apportée par une pierre dans le voisinage de la sonde.

#### 6.2.4 Changement de pointe

Les résultats sont les suivants :



Graphique 13 : Expérience où l'on fait varier la taille de la pointe

Visiblement, les résultats pour de grandes pointes sont de plus en plus divergents, entre l'expérience et la simulation. (dans l'air, la différence de mesure est faible)

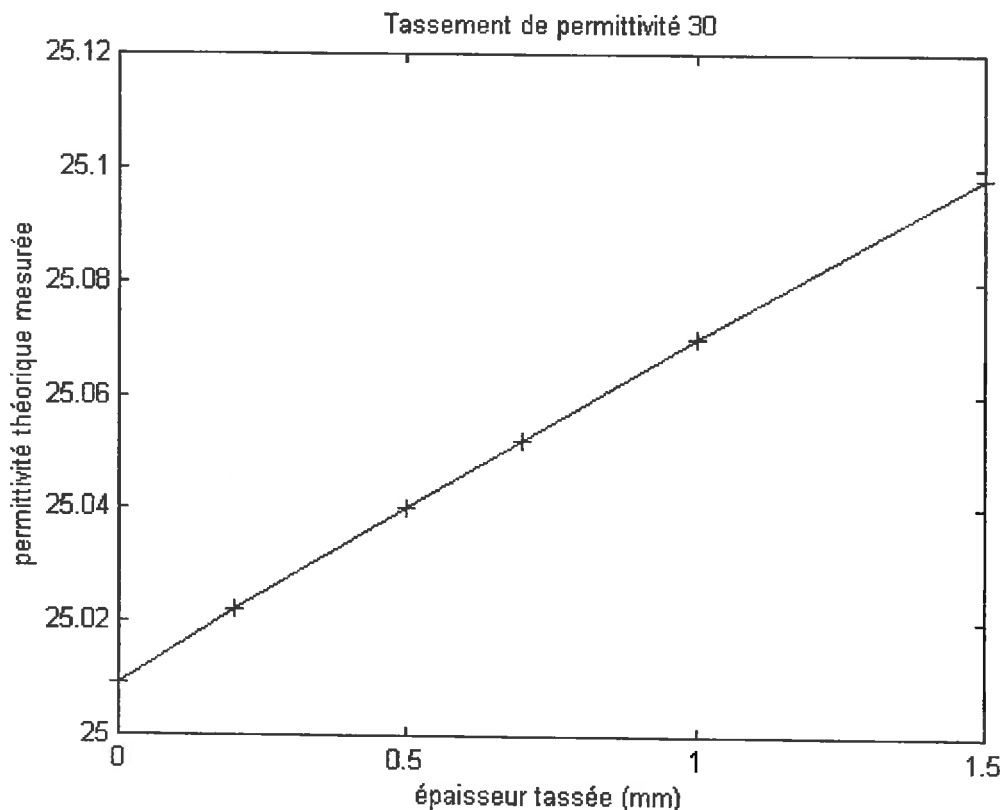
La raison la plus probable est sans doute que la sonde est fabriquée avec un circuit RLC adapté seulement pour une taille de pointe. La capacité de la sonde pour de grandes pointes fait sortir le circuit hors de sa zone de fonctionnement.

On en conclut qu'il est difficile de reproduire les changements de la structure matérielle sans précautions ( adaptation de l'électronique).

### 6.3 Nouvelles simulations

D'après tous ces résultats, on peut dire que les simulations sont très bonnes, sauf, à priori dans un voisinage proche de la masse. Il est donc maintenant imaginable de l'utiliser dans d'autres conditions, avec d'autres perturbations.

Par exemple la présence d'un tassement de la terre sous le PVC séparant la masse de la pointe peut être simulée :



Graphique 14 : Simulation d'un tassement sous le PVC séparant les deux électrodes

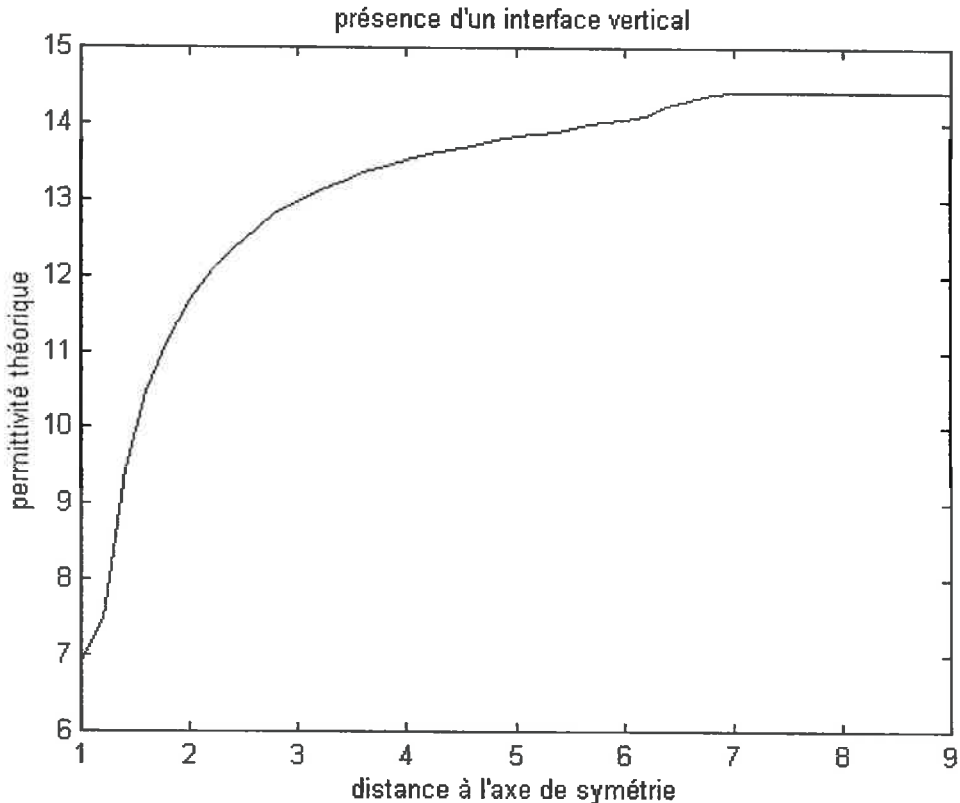
La permittivité mesurée augmente lorsqu'il y a un tassement. En effet, dans ce cas, l'eau est plus retenue par les forces de capillarité.

On peut néanmoins remarquer que la mesure est très peu sensible à cette variation ; en effet pour cette simulation, on a pris comme permittivité de la zone tassée 30 (différence de 5

points avec la zone non tassée) ce qui est une surévaluation de cette valeur qui dans la réalité, dépasse peu une différence de 2.

Ce résultat est important car il peut permettre de faire des recommandations aux personnes désirant faire des implantations de sonde. Il est en effet préférable de soigner le contact pointe-sol ( seconde simulation) même en appuyant verticalement sur la sonde, et faire un tassement dont l'effet sur la mesure est négligeable.

Nous pouvons aussi simuler la présence d'un interface vertical air-alcool :



Graphique 15 : Simulation d'un interface vertical air-alcool au voisinage de la sonde

Cette simulation nous permet de vérifier que le choix d'un béccher de 16cm de diamètre était bien justifié. On en conclut aussi que la boîte de calcul de 7 cm est bien adapté aux conditions.

Elle peut aussi nous renseigner pour des expériences dans lesquelles on est susceptible de placer des sondes horizontalement dans le sol pour suivre l'évolution verticale de l'humidité.

On est en effet capable de dire qu'il faut placer la sonde au moins à 7 cm de la surface. Cependant on exagère l'importance de cette interface car il est calculé ici en géométrie cylindrique, alors que dans la réalité, ce n'est qu'un plan défini par l'interface air - sol.

## Conclusion

Tous nos résultats laissent penser que nous disposons maintenant d'un outil de simulation performant, sauf au voisinage de la masse où il y a une différence nette entre les simulations et l'expérience. En effet, toutes les simulations ont été validées, les simulations rendent bien compte des ordres de grandeur des perturbations apportées, lorsqu'elles ne suivent pas exactement les courbes établies expérimentalement (CF alcool, couche de permittivité différente autour de la pointe).

Les résultats sont donc exploitables pour préciser les différents paramètres à prendre en compte pour évaluer la précision que l'on peut attendre de la sonde dans différentes conditions, dues au terrain, aux méthodes expérimentales ... rencontrées par des personnes (chercheurs, agriculteurs, mais aussi techniciens des ponts et chaussées...) souhaitant connaître l'humidité du milieu qu'ils manipulent.

Nous disposons déjà de quelques résultats, notamment pour préciser les conditions d'implantation de la sonde, et sur l'impact possible d'une pierre voisine de la sonde sur la mesure.

Il s'agit maintenant de mieux préciser la notion de volume de mesure, en cartographiant par exemple le voisinage de la pointe, pour une géométrie donnée, le pourcentage de perturbation à considérer lors de la mesure.

## Références bibliographiques.

- Partial Differential Equation toolbox for use with matlab, user's guide ; the MathWork, Inc
- A.CHAMBAREL. Qu'est-ce que les éléments finis ? un exemple - cours pour la faculté des sciences d'AVIGNON
- G.DHATT, G. TONZOT. 1984 Une présentation de la méthode des éléments finis Maloine S.A. éditeur PARIS
- T.J DEAN, J.P BELL and A.J.B BATY. 1987 Soil moisture measurement by an improved capacitance technique, part 1. Sensor design and performance - Journal of Hydrology, 93 67-78
- DURANT Electrostatique 2 problèmes généraux, conducteurs - Masson et Cie
- FEYNMAN 1979 Electromagnétisme 1 - InterEdition
- J.C. GAUDU , J.M MATHIEU, J.C FUMANAL, L. BRUCKLER, A. CHANZY, BERTUZZI, P. STENGEL, R. GUENNELON. 1993 Mesure de l'humidité des sols par une méthode capacitive : analyse des facteurs influençant la mesure, - Agronomie(FRA) vol13 no.1 57-107
- J.C. GAUDU. Etude des performances d'un prototype de sonde capacitive pour la mesure in situ de la teneur en eau du sol
- M.A. HILHORST, 1998 Dielectric characterisation of soil. - Doctoral Thesis Wageningen Agricultural University.
- S. LEMMET 1986 Mesure capacitive de la teneur en eau du sol, étude expérimentale d'un prototype de capteur. - Mémoire de fin d'études E.N.I.T.A d'ANGER.
- C. RIOU , R. BONHOMME, P. CHASSIN, A. NEVEU, F. PAPY 1997 L'eau dans l'espace rural, production végétale et qualité de l'eau - INRA édition, PARIS
- TRAN NGOC LAN, P. CHAIGNE et A.PHILIPPE. 1972 Expérimentation d'une méthode capacitive pour l'évaluation de l'humidité des sols. -Bull. Liaison du labo. 60,155-165.