

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

KLAUS WIENDIECK

INGÉNIEUR DE LA TECHNISCHEN HOCHSCHULE
AIX-LA-CHAPELLE



1^{re} THÈSE

L'ANISOTROPIE DES MILIEUX PULVÉRULENTS
ET SON INFLUENCE SUR LES TASSEMENTS

2^e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

LA STABILITÉ DES PALPLANCHES NON ANCRÉES

Soutenues, le 14 octobre 1964, devant la Commission d'Examen



Jury { MM. KRAVTCHENKO *Président.*
SANTON
ANGLÈS d'AURIAC } *Examineurs.*
BIAREZ

12 DEC. 1975

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : WIENDIECK.

Prénom : Klaus.

Date de la soutenance : 14 octobre 1964.

Numéro d'ordre : 450.

WIENDIECK (Klaus). — L'anisotropie des milieux pulvérulents et son influence sur les tassements. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Grenoble, 1964. N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'anisotropie des milieux pulvérulents et son influence sur les tassements. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Grenoble, 1964. N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'anisotropie des milieux pulvérulents et son influence sur les tassements. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Grenoble, 1964. N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'anisotropie des milieux pulvérulents et son influence sur les tassements. — *Paris*, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Grenoble, 1964. N° 450)

FACULTÉ DES SCIENCES

Nom du candidat : WIENDIECK

Prénom : Klaus

Date de la soutenance : 14 octobre 1964.

Numéro d'ordre : 450.

WIENDIECK (Klaus). — L'antisotrope des milieux pulvérisés et son influence sur les tassements. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Génie, 1964, N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'antisotrope des milieux pulvérisés et son influence sur les tassements. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Génie, 1964, N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'antisotrope des milieux pulvérisés et son influence sur les tassements. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Génie, 1964, N° 450)

WIENDIECK (Klaus). — L'antisotrope des milieux pulvérisés et son influence sur les tassements. — Paris, Imprimerie du Ministère de l'Air, 1968. In-8°, 128 p., 89 fig., 14 photos, 26 réf. bibl.

(Th. Doct.-Ing., Génie, 1964, N° 450)

**L'ANISOTROPIE
DES MILIEUX PULVÉRULENTS
ET SON INFLUENCE SUR LES TASSEMENTS**

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Doyens honoraires : M. FORTRAT P.; M. MORET L.

Doyen : M. WRIL L.

PROFESSEURS TITULAIRES

NEEL L.	Magnétisme et physique du solide.	M ^{lle} LUTZ	Mathématiques.
HEILMANN R.	Chimie organique.	BLAMBERT	Mathématiques.
KRAVTCHEVSKO	Mécanique rationnelle.	BOUCHEZ	Physique nucléaire.
CHABAUTY	Calcul différentiel et intégral.	LIBOUTRY	Géophysique.
PARDE	Potamologie.	MICHEL	Géologie et minéralogie.
BENOIT	Radio-électricité.	BONNIER	Électrochimie.
CHENE	Chimie papetière.	DESSAUX	Physiologie animale.
BESSON	Électrochimie.	PILLET	Électrotechnique.
WELL	Thermodynamique.	DEBELMAS	Géologie.
FELICI	Électrostatique.	GERBER	Mathématiques.
KUNTZMANN	Mathématiques appliquées.	PAUTHENET	Électrotechnique.
BARBIER R.	Géologie appliquée.	VAUQUOIS	Mathématiques appliquées.
SANTON	Mécanique des fluides.	BUYLE-BODIN	Électronique.
OZENDA	Botanique.	KOSZUL	Mathématiques.
FALLOT	Physique industrielle.	SILBER	Mécanique des fluides.
GALVANI	Mathématiques.	DREYFUS	Thermodynamique.
MOUSSA	Chimie nucléaire.	VAILLANT	Zoologie.
TRAYNARD	Chimie.	MOUSSEGT	Électronique.
SOUTIF	Physique.	BARBIER J.C.	Physique.
CRAYA	Hydrodynamique.	KLEIN	Mathématiques.
REULOS	Théorie des champs.	ARNAUD	Chimie.
AYANT	Physique approfondie.	SENGEL	Zoologie.
GALLISSOT	Mathématiques appliquées.	BARJON	Physique nucléaire.
		BARNOUD	Biosynthèse de la cellulose.

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M ^{me} KOFLER	Botanique.	DEPASSEL	Mécanique.
GIRAUD	Géologie.	GASTINEL	Mathématiques appliquées.
GIDON	Géologie et minéralogie.	LACAZE	Thermodynamique.
PERRET	Servomécanismes.	GLENAT	Chimie.
M ^{me} BARBIER	Électrochimie.	DUCROS	Minéralogie et cristallographie.
M ^{me} SOUTIF	Physique.	ANGLES D'AURIAC	Mécanique des fluides.
BRISONNEAU	Physique.		
COHEN	Électrotechnique.		

PROFESSEURS ASSOCIÉS

WAGNER	Botanique.	NAPP-ZINN	Botanique.
--------------	------------	-----------------	------------

MAITRES DE CONFÉRENCES

ROBERT	Chimie papetière.	M ^{me} BOUCHE	Mathématiques.
BIAREZ	Mécanique physique.	DOLIQUE	Électronique.
COUMES	Électronique.	PERRIAUX	Géologie.
DODU	Mécanique des fluides.	SARROT-REYNAUD	Géologie.
HACQUES	Calcul numérique.	CAUQUIS	Chimie générale.
LANCIA	Physique automatique.	BONNET	Physique expérimentale.
PEBAY-PEROULA	Physique.	M ^{me} BONNIER	Chimie.
M ^{me} KAHANE	Physique.	KAHANE	Physique générale.
DEGRANGE	Zoologie.	COLOBERT	Physiologie animale.
GAGNAIRE	Chimie papetière.	PAYAN	Mathématiques.
RASSAT	Chimie systématique.	BRIERE	Physique expérimentale.
POLOUJADOFF	Électrotechnique.	VALENTIN	Physique générale.
DEPOMMIER	Physique nucléaire.	LAJZEROWICZ	Physique générale.
DEPORTES	Chimie.	DESRE	Métallurgie.
BARRA	Mathématiques appliquées.	BONNETAIN	Chimie minérale.

MAITRE DE CONFÉRENCE ASSOCIÉ

M. RADELLI Géologie.

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
NOTATIONS	1
CHAPITRE I. — Introduction	5
CHAPITRE II. — Considérations générales sur l'anisotropie géométrique de structure.	9
2.1 Généralités	9
2.2 Formation d'un dépôt — Structure initiale	11
2.3 Histoire d'un dépôt — Structure modifiée	13
2.4 Conclusions	16
CHAPITRE III. — Vérification expérimentale de l'anisotropie géométrique de structure	18
CHAPITRE IV. — Aéolotropie élastique	29
CHAPITRE V. — Recherche des relations probables entre les constantes élastiques .	35
5.1 Généralités	35
5.2 Considérations globales sur les limites probables	35
5.3 Indications dans la littérature	37
5.4 Établissement des formules les plus probables	38
CHAPITRE VI. — Principes et dispositifs d'essais	44
6.1 Principes de mesures	44
6.2 L'appareil triaxial et les dispositifs de mesure	46
CHAPITRE VII. — Essais et résultats	53
7.1 But des essais	53
7.2 Choix des matériaux	54
7.3 Mode opératoire	60
7.4 Dépouillement des essais	62
74.1 Série I	62
74.2 Série II	62
7.5 Interprétation des essais	63
75.1 Série I	63
75.2 Série II	67
7.6 Résultats des essais	67
76.1 Série I	67
76.2 Série II	71

	PAGES
CHAPITRE VIII. — Tentative d'une ébauche théorique de l'anisotropie sur le problème des pressions des terres en repos (coefficient k_0)	72
8.1 Généralités	72
8.2 Répartition statistique des forces intergranulaires, réactions aux contraintes extérieures	75
8.3 Équilibre statique, à l'intérieur d'une masse granulaire — Étude à deux dimensions	76
8.4 Stabilité intergranulaire — Problème à deux dimensions	78
8.5 Détermination théorique de la valeur k_0	80
8.6 Relation entre k_0 et ν_p dans le cas de l'aéolotropie élastique	81
CHAPITRE IX. — Application pratique de nos résultats	83
9.1 Relation entre la valeur de A_m et les constantes élastiques habituelles ..	83
9.2 Influence de l'aéolotropie élastique sur les tassements	85
CHAPITRE X. — Conclusions	87
ANNEXES	89
BIBLIOGRAPHIE	123
ZUSAMMENFASSUNG	125

NOTATIONS

Les références sont indiquées entre crochets.

Les équations sont numérotées selon le système décimal : le premier chiffre se réfère au chapitre, le deuxième au paragraphe, et le nombre qui suit le point indique le numéro d'ordre de l'équation.

Indices.

a : anisotrope, aéolotrope.

f : forces (intergranulaires).

h : horizontal.

i : isotrope, initial (chap. VIII).

m : mécanique, moyen (chap. III).

n : normale (aux plans de contact).

s : structure.

v : vertical.

x

y

z

} se référant au système de coordonnées cartésien.

θ : se référant au système transformé par rotation autour de l'axe (y).

Certaines notations, parmi celles ci-après, ont plusieurs significations; on peut cependant ne pas les confondre dans le texte.

a (—) : demi-axe de l'ellipse représentative de la structure géométrique.

A (kg/cm^2) : coefficient dans la fonction déformation-énergie.

A_s (—) : $= \frac{a - b}{a + b}$; anisotropie géométrique.

A_m (—) : $= \frac{E_v^i - E_h^i}{E_v^i + E_h^i}$; anisotropie mécanique.

b (—) : demi-axe de l'ellipse représentative de la structure géométrique.

B ($\text{cm}^{2m}/\text{kg}^m$) : coefficient dans l'équation 75.3.

c_{rs} (kg/cm^2) : coefficients dans l'équation généralisée de HOOKE.

C	(kg/cm ²)	: coefficient dans la fonction déformation-énergie.
d_e	(mm)	: diamètre efficace d'après KOZENY.
D	(mm)	: diamètre de l'échantillon.
D	(kg ⁶ /cm ¹²)	: déterminante des coefficients c_{rs} .
D	(—)	: $= \frac{e^{\max} - e}{e^{\max} - e^{\min}}$; densité relative.
e	(—)	: indice des vides.
e	(—)	: déformations de l'équation généralisée de Hooke.
e	(—)	: déformation inconnue de l'échantillon due au montage et à la contrainte du vide.
E	(kg/cm ¹²)	: module de YOUNG.
f	(kg)	: force de contact.
F	(kg)	: somme de toutes les forces de contact ayant même orientation.
F	(kg/cm ²)	: coefficient dans la fonction déformation-énergie.
F_a	(—)	: facteur de l'anisotropie.
G	(kg/cm ²)	: module de glissement.
G	(g/cm ³)	: poids spécifique.
H	(mm)	: hauteur de l'échantillon.
k_o	(—)	: coefficient de pression au repos.
L	(kg/cm ²)	: coefficient dans la fonction déformation-énergie.
m	(—)	: exposant dans l'équation 75.3.
M_{rs}	(kg ⁵ /cm ¹⁰)	: déterminante mineure des coefficients c_{rs} .
N	(kg/cm ²)	: coefficient dans la fonction déformation-énergie.
P	(kg)	: charge singulière.
$\frac{1}{q}$	(—)	: corrélation d'affinité entre ellipses.
r	(cm)	: distance entre le point d'application de la charge singulière et le point de mesure de tassement.
r	(1/cm)	: nombre des normales aux plans de contact par rapport au diamètre moyen des particules.
s	(kg/cm ²)	: contrainte que l'échantillon a subie avant l'essai, due au montage et au vide.
U	(—)	: coefficient de Hazen.
v	(kg/cm ²)	: contrainte du vide.
w	(cm)	: tassement.
W	(kg/cm ²)	: énergie élastique potentielle.
X	}	: contraintes de l'équation généralisée de Hooke.
Y		
Z		

α	(—)	:	$= \frac{E_h}{E_v}$; rapport des modules de YOUNG.
$\alpha_n = \alpha_s$	(—)	:	$= \frac{b}{a}$; rapport des axes de l'ellipse représentative de la structure géométrique.
α_f	(—)	:	$= \frac{\alpha_n}{q}$; rapport des axes de l'ellipse représentative de la répartition des forces de contact.
β	(—)	:	$= \frac{G_h}{G_v}$; rapport des modules de glissement.
γ	(—)	:	$= \frac{\nu_h}{\nu_v}$; rapport des coefficients de POISSON.
γ	(—)	:	glissements de l'équation généralisée de HOOKE.
γ_d	(g/cm ³)	:	densité sèche.
δ	(—)	:	orientation des forces de contact par rapport à la verticale.
θ	(—)	:	orientation des plans de contact par rapport à la verticale.
θ	(—)	:	angle de rotation autour de l'axe (y) du système d'axes.
θ	(—)	:	angle de divergence entre les normales aux plans de contact et les forces de contact.
ε	(—)	:	déformation de l'échantillon.
ρ_t	(—)	:	angle de talus naturel.
σ	(kg/cm ²)	:	contrainte totale.
$\bar{\sigma}$	(kg/cm ²)	:	$= \sigma - s$; contrainte appliquée au cours de l'essai.
τ	(kg/cm ²)	:	contrainte de cisaillement de l'équation généralisée de HOOKE.
ψ	(—)	:	angle de frottement grain sur grain.
ν	(—)	:	coefficient de POISSON.
ξ η	(—)	:	axes transformés.

INTRODUCTION

Étant donné la complexité du comportement mécanique et la variété des différents sols, les hypothèses de base, que l'on est amené à faire en mécanique des sols, s'éloignent beaucoup plus de la réalité que dans les autres domaines du génie civil. Ainsi, on traite le sol, selon le problème envisagé, comme étant doué soit d'une plasticité idéale, soit d'une viscosité newtonienne, soit d'une élasticité hookienne, soit d'une combinaison de ces lois. De plus, on admet généralement que le sol est homogène et isotrope, suppositions qui, complétant les hypothèses énumérées plus haut, sont souvent indispensables pour amorcer un calcul théorique.

En développant de plus en plus les méthodes mathématiques appliquées en mécanique des sols, sans pour autant réviser ces hypothèses trop simplificatrices, il nous semble qu'en bien des cas s'est créée une certaine disproportion entre la grossièreté des hypothèses de base et l'exactitude des méthodes mathématiques.

N'en citons comme exemple que le problème de la répartition des contraintes sous les fondations, qui ne représente qu'un aspect particulier du problème plus vaste de l'interaction sol-superstructure. Ce problème est en quelque sorte le point de départ de notre recherche, et c'est sur lui que nous l'avons axée en premier lieu. Nous représentons ce problème, très complexe à cause des interdépendances multiples de ses éléments, sous forme schématique (*fig. 1*).

En effet, un ouvrage de génie civil et son sol de fondation constituent un ensemble statique et constructif inséparable. De ce fait, la déformabilité du sol influence directement la stabilité et la sécurité de l'ouvrage, au même titre que la rigidité des divers éléments portants de la superstructure. L'interdépendance entre sol et superstructure est d'une importance particulière pour les constructions hyperstatiques. Rappelons à cet égard, que dans de tels cas, les réactions dans un élément portant de la superstructure ne peuvent être déterminées qu'en fonction de la rigidité de l'ensemble, sol compris.

Le rapport direct entre les tassements et les déformations des fondations d'une part, et les contraintes de réactions du sol d'autre part — partie encadrée dans le schéma — en est le problème central. Le calcul statique et le dimensionnement de certaines constructions en béton armé — telles les routes, pistes d'atterrissage, canaux, cales sèches, écluses, etc., qui ne sont, pour ainsi dire, que des fondations — reposent presque exclusi-

vement sur la solution de cette question principale. Aussi ce problème, connu sous le nom de « répartition de contraintes sous les fondations », a-t-il été l'objet de recherches théoriques très récentes.

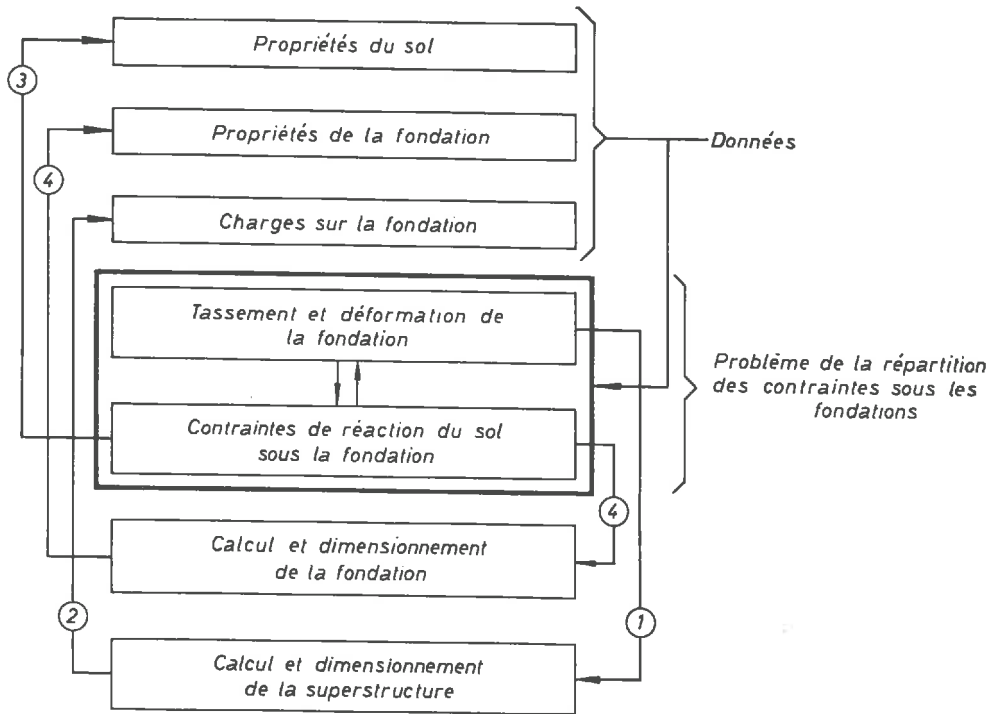


Fig. 1. — Interaction sol-superstructure.

Le problème est généralement traité d'une façon isolée, en raison de l'interdépendance mutuelle et directe de ses deux éléments. On néglige donc, en première approximation, les réactions (1) et (2) qui ne concernent qu'une superstructure hyperstatique, ainsi que la réaction (3), concernant le comportement non élastique du sol, notamment la formation des zones en plasticité. La réaction (4), également négligée, concerne les corrections éventuelles des données sur les fondations. Bien entendu, tous ces facteurs négligés doivent être repris lors d'un deuxième calcul, en partant des données corrigées.

SCHUCH a démontré, dans la partie bibliographique de sa thèse [1], qu'il existe aujourd'hui plusieurs méthodes d'approximation qui permettent de résoudre ce problème, ainsi réduit, avec chaque précision numérique souhaitée : OHDE [2], GRASSHOF [3]. Or, toutes ces méthodes modernes reposent finalement sur les équations de BOUSSINESQ [4], dont voici les hypothèses fondamentales (1) :

- massif semi-indéfini à surface horizontale;
- élasticité de HOOKE;
- homogénéité;

(1) Abstraction faite ici des méthodes dites « de coefficient de raideur », où les relations tassements-contraintes sont définies *a priori* par une loi fortement arbitraire.

- isotropie;
- contraintes verticales appliquées à la surface du massif.

Il est évident qu'aucune de ces hypothèses ne correspond à la réalité des sols. L'exactitude théorique des calculs reste donc trompeuse avant que ces hypothèses trop simplificatrices ne soient abandonnées.

C'est pourquoi beaucoup de chercheurs ont contribué, sur le plan théorique, à l'établissement de solutions meilleures, en vue de mieux adapter les formules classiques de BOUSSINESQ aux besoins pratiques. Ainsi MELAN [5], CAROTHERS [6], MARGUERRE [7] et PASSER [8] ont traité le cas d'une couche élastique, et ils ont constaté des différences considérables avec le cas d'un massif semi-indéfini. BOROWICKA [9] donne les formules théoriques pour le cas d'une hétérogénéité linéaire avec la profondeur du module de YOUNG. Aussi le problème de l'aéolotropie (anisotropie de révolution) a été théoriquement résolu par MICHELL [10], WOLF [11] et JELINEK [12]. Citons finalement les travaux de FRÖHLICH [13] qui a étudié l'effet des contraintes horizontales de frottement sous les fondations, ce qui l'a amené à compléter les équations de BOUSSINESQ par un « facteur de concentration ».

Signalons, toutefois, que tous ces résultats théoriques ne sont entrés dans la pratique de mécanique des sols que très rarement. D'une part, les formules de BOUSSINESQ, qui sont d'ailleurs très bien mises sous forme d'abaques et de tableaux, se présentent toujours en premier lieu à l'esprit. D'autre part, raison plus grave, beaucoup de ces formules nouvelles contiennent des facteurs, dont on ne connaît même pas approximativement les grandeurs (1). Tel est le cas notamment des matériaux aéolotropes, où il y a trois paramètres « élastiques » de plus que pour les matériaux isotropes. JELINEK propose de les estimer [12], sans cependant préciser les critères nécessaires à une telle évaluation.

Devant ces difficultés d'ordre pratique, nous avons essayé, dans cette étude, d'élaborer ces critères manquants tout d'abord qualitativement, et de les mettre ensuite, par des essais systématiques, en relation quantitative avec les constantes propres à l'aéolotropie. Ce ne sont pas des théories qui font défaut, mais des données expérimentales. Nous nous sommes proposé de combler cette lacune, au moins partiellement. Car, devant l'étendue de cette tâche, nous avons dû nous limiter, dans cette recherche, à l'étude des milieux pulvérulents seulement.

Aussi ne prétendons-nous pas avoir fait une étude complète et rigoureuse. La variété et la complexité des sols même s'y opposent. Ainsi, nous avons maintenu certaines hypothèses apparemment fausses, en particulier celle de l'élasticité de HOOKE. Au cours de cette étude, nous avons, en outre, développé quelques hypothèses qui, bien que raisonnables, restent néanmoins non prouvées.

Nous espérons, d'autre part, avoir fait un pas décisif, si petit soit-il, sur la voie indiquée. Nous espérons également avoir donné aux ingénieurs de mécanique des sols un instrument de travail utile et facilement maniable sur les problèmes en élasticité dans les milieux pulvérulents.

(1) A l'exception du facteur de concentration de FRÖHLICH, qui a été mis en relation assez grossière, il est vrai, avec certaines qualités du sol.

* * *

La présente étude n'est pas l'œuvre d'un seul; beaucoup ont contribué, à divers titres, à mener à bien cette tâche. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma vive reconnaissance.

Celle-ci va tout d'abord à M. le Professeur J. KRAVTCHEKHO, Directeur des Laboratoires de Mécanique des Fluides, pour l'accueil qu'il m'a réservé, et pour la bienveillance dont il a fait preuve durant mon séjour en France. Outre l'aide morale, si nécessaire à un chercheur étranger, je lui dois d'importants moyens modernes de recherche, qu'il a bien voulu mettre à ma disposition. Qu'il me soit permis d'associer à l'expression de ma reconnaissance, M. le Professeur L. SANTON, Directeur Technique des Laboratoires, dont l'intérêt bienveillant envers mes recherches m'a été une aide encourageante.

Je souligne avec plaisir et avec gratitude la part essentielle que M. J. BIAREZ, Maître de Conférences, a eue dans la réalisation de mes travaux. En tant que directeur de ma thèse, il m'a guidé avec autorité et compétence; en sa qualité d'ingénieur et de chercheur, son concours, son expérience et son dévouement à ma cause m'ont été indispensables.

Je remercie également MM. les Professeurs P. ANGLES D'AURIAC et D. RADENKOVIC, ainsi que M. P. M. SIRIEYS pour leurs suggestions et leurs directives précieuses, lesquelles m'ont souvent incité à approfondir mes connaissances théoriques.

Que veuillent bien trouver ici l'expression de ma reconnaissance M. G. BIGUENET, pour l'organisation technique, et M^{me} ANDRÉ, pour l'organisation administrative de mes travaux.

Je suis très redevable à M^{me} J. BACHHEIMER pour avoir corrigé le français du premier manuscrit, et à M^{me} F. DOMENECH, pour l'avoir dactylographié.

J'ai, enfin, largement profité de l'esprit chercheur de mes camarades du 3^e Cycle, notamment de MM. BOUCRAUT, CAPELLE, DEMBICKI, GALLEA, HAJAL, LAUPRETE, LEFLAIVE, NÈGRE, PIERRARD et STUTZ, qui ont su créer une ambiance amicale très propice à mes travaux.

Mon séjour dans le Laboratoire de Mécanique des Sols de la Faculté des Sciences de Grenoble a été financièrement rendu possible grâce à des bourses d'études qui m'ont été accordées par le Gouvernement français d'abord, puis par le Deutschen Akademischen Austauschdienst. Je ne saurais oublier la grande bienveillance que m'ont témoignée M. RAVEAU, Directeur du Service d'Accueil des étudiants étrangers de Grenoble, et M. R. ADAMS, Directeur du Service des Bourses du DAAD, en appuyant à plusieurs reprises mes démarches de renouvellement de bourses d'études.

Je ne puis terminer sans évoquer le souvenir de mon Maître, le Professeur Dr.-Ing. E. SCHULTZE, Directeur de l'Institut de Mécanique des Sols de la Technischen Hochschule d'Aix-la-Chapelle. C'est à lui que je dois, en grande partie, ma formation d'ingénieur; son enseignement m'a incité à poursuivre, dans cette spécialité, des recherches qu'il a d'ailleurs suivies de loin avec un intérêt réconfortant.

CHAPITRE II

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR L'ANISOTROPIE GÉOMÉTRIQUE DE STRUCTURE

2.1

GÉNÉRALITÉS

Il est connu, en mécanique des sols, que les dépôts de sable présentent une certaine anisotropie dans leur comportement mécanique [14]. Celle-ci trouve une manifestation simple dans les déformations, différentes en direction verticale (ϵ_v) et horizontale (ϵ_h), sous contrainte isotrope. Or, elles devraient être égales pour un matériau isotrope. Si nous caractérisons l'anisotropie mécanique (A_m) par le rapport relatif :

$$(21.1) \quad A_m = \frac{E_v^i - E_h^i}{E_v^i + E_h^i},$$

des modules de déformation sous contrainte isotrope, les essais — qui seront traités plus tard — montrent, que la valeur A_m dépend :

- 1° du matériau;
- 2° de son histoire préalable;
- 3° de l'indice des vides initial;
- 4° de la contrainte isotrope.

Dans le contexte de ce chapitre, où nous cherchons une explication à ce phénomène, les points 2° et 3° sont les plus significatifs.

On constate que la valeur de A_m augmente avec l'indice des vides, pour un échantillon vierge, et qu'une anisotropie donnée peut être modifiée, voire inversée (A_m négatif), en faisant subir à l'échantillon des déformations plastiques appropriées suffisamment grandes [15], [16], [17].

Nos essais ont porté, avec toujours les mêmes résultats qualitatifs, sur toute une gamme de différents matériaux pulvérulents, allant des billes de verre aux formes géométriques parfaitement définies, jusqu'aux divers mélanges de sables concassés et aux

cendres volcaniques aux formes inqualifiables. Une quelconque particularité géométrique des grains ne peut donc pas être la base d'une explication du phénomène.

Aussi, une anisotropie mécanique présumée, propre au matériau des grains, qui pourrait être due à leur structure minéralogique ou à une stratification à l'échelle des grains, ne peut pas en fournir une explication. Car, pour qu'une telle anisotropie se manifeste dans l'ensemble d'un échantillon, une certaine orientation commune de ces derniers doit avoir lieu, ce qui n'est possible que si cette anisotropie des grains coïncide justement avec certaines particularités géométriques des grains.

Une explication éventuelle du phénomène global, par une anisotropie supposée — mécanique ou géométrique — des grains, est donc caduque. D'une part, la diversité des matériaux examinés ne permet pas une telle conclusion; d'autre part, une telle supposition ne pourrait non plus fournir une explication du fait que l'anisotropie mécanique d'un dépôt dépend de l'indice des vides. Car, dans ce cas, l'anisotropie de l'ensemble ne pourrait évidemment varier que dans la mesure où l'anisotropie des grains, ou leur orientation commune changeait. Or, l'anisotropie des grains ne peut pas dépendre, en tant que propriété des grains, de la densité du dépôt, et l'on ne voit pas un rapport entre l'orientation de l'anisotropie des grains et l'indice des vides du dépôt.

C'est pourquoi nous avons cherché uniquement dans l'arrangement géométrique des grains l'explication de l'anisotropie mécanique observée sur les échantillons des matériaux pulvérulents.

En effet, chaque dépôt, naturel ou artificiel, se fait par sédimentation selon les forces orientées, qui peuvent être susceptibles d'imposer au dépôt une structure géométriquement anisotrope.

Nous caractérisons la structure géométrique d'un dépôt par la répartition statistique de l'orientation des plans de contact des particules dans les différentes directions de l'espace. Cette répartition statistique peut être illustrée par une surface représentant, en coordonnées polaires, le nombre de plans de contact existant dans chaque direction. Cette considération doit évidemment porter sur un dépôt suffisamment grand par rapport aux particules le constituant, pour que les lois statistiques soient valables.

Une structure géométriquement isotrope est ainsi caractérisée par une surface sphérique, étant donné que le nombre des plans de contact dans chaque direction est, par définition, égal.

Si nos connaissances sont donc très précises en ce qui concerne le cas de l'isotropie géométrique, tout ce que l'on peut affirmer, pour le moment, sur les structures anisotropes, est que celles-ci sont représentées par une surface non-sphérique. Or, l'isotropie n'étant qu'un cas particulier de l'anisotropie, nous pensons, que la surface caractérisant l'anisotropie doit refléter également une certaine parenté avec la surface sphérique. Il serait donc logique de supposer que l'anisotropie de structure est représentée par une surface ellipsoïdale.

Nous considérons dès maintenant cette hypothèse comme étant confirmée — elle sera discutée plus en détail et expérimentalement vérifiée, pour un milieu à deux dimensions, dans le chapitre III. De cette manière, le lecteur a une idée concrète sur cette surface représentative, ce qui facilitera à la fois au lecteur la compréhension et à l'auteur la rédaction du texte qui suit.

2.2 FORMATION D'UN DÉPÔT — STRUCTURE INITIALE

Afin d'obtenir des indications générales en ce qui concerne l'ellipsoïde représentatif de l'anisotropie géométrique de structure, nous examinons en détail ce qui se passe lors de la formation d'un dépôt.

Les éléments singuliers doivent tout d'abord être transportés, ce qui peut se faire par le vent, les courants d'eau, la pesanteur, ou bien par intervention humaine. Ensuite, dans une deuxième phase, les éléments doivent être posés, ce qui constitue le début de la formation du dépôt proprement dit. Il est évident que, dans cette phase, la force verticale de pesanteur joue un rôle prépondérant. Néanmoins, cet effet vertical peut être perturbé par des forces secondaires, telles qu'une pression d'écoulement, qui y ajoute une composante horizontale, ou une poussée d'Archimède, qui diminue l'effet vertical.

Dès qu'un élément considéré entre en contact avec le dépôt en formation, interviennent alors deux autres effets agissant contre cet élément : diverses forces intergranulaires, et certains effets dynamiques dus à l'anéantissement de l'énergie cinétique des éléments tombants d'une part, et aux variations brusques des forces extérieures d'autre part (vagues d'eau, coups de vent, etc.).

C'est dans cette troisième phase, que l'on peut appeler consolidation, que se dessine la structure définitive du dépôt, qui doit assurer à chaque élément un équilibre stable. Pendant l'établissement de l'arrangement géométrique final, les éléments se trouvent sous l'influence réunie de tous les effets mentionnés :

1^o effets transporteurs des éléments :

- forces extérieures : vent, courant d'eau, etc.;
- forces de volume : pesanteur, poussée d'Archimède.

2^o effets intergranulaires :

- forces de réactions mécaniques;
- forces d'attraction ou de répulsion.

3^o effets dynamiques, dus à :

- l'énergie cinétique des éléments;
- la variation des forces extérieures.

La phase de la consolidation ne peut être considérée comme achevée que si l'équilibre d'un élément n'est plus modifié par l'évolution du dépôt. Pour que cet état soit atteint, il faut que l'élément considéré soit entièrement entouré par d'autres éléments, dont l'équilibre est également stable. Or, l'équilibre d'un élément déjà placé est, en premier lieu, perturbé par les effets dynamiques qui lui sont directement ou indirectement transmis de la surface du dépôt en formation. La structure, dans le voisinage d'un élément considéré, n'est donc stable qu'à partir du moment où l'évolution du dépôt a progressé jusqu'à un point tel que les effets dynamiques sont complètement amortis au niveau de l'élément considéré.

Nous appelons structure initiale l'arrangement stable ainsi défini, existant à la limite de la portée des influences dynamiques. Elle ne représente pas la structure défi-

nitive, car l'évolution ultérieure du dépôt entraînera une modification de cette structure initiale, due à l'effet uniquement statique de son propre poids. Nous distinguons désormais la « consolidation dynamique », pendant laquelle s'établit la structure initiale, et la « consolidation statique » que nous traitons dans le paragraphe suivant.

L'évolution du dépôt, au-delà de l'élément considéré, l'isole de plus en plus, au cours de la consolidation dynamique, des forces extérieures, qui sont les seules à apporter une composante horizontale à la *résultante* des forces agissant contre l'élément. On constate ainsi une diminution permanente, à travers les trois phases décrites, de cette composante horizontale :

1^{re} phase : transport, composante horizontale de la résultante prédomine.

2^e phase : dépôt, composante verticale de la résultante prédomine.

3^e phase : consolidation, composante horizontale de la résultante tend vers zéro.

Si nous négligeons, par la suite, l'influence des forces extérieures, la structure initiale est déterminée seulement par les forces de volume orientée verticalement, et les forces intergranulaires en grande partie statistiquement désorientées (1). Un élément doit donc, pour trouver une position stable, s'appuyer en premier lieu verticalement, et s'assurer de sa stabilité horizontale en second lieu seulement. On doit donc s'attendre à ce que le nombre des plans de contact horizontaux (forces de contact verticales) soit supérieur, dans la moyenne statistique, à celui des plans de contact verticaux.

Au point de vue statistique, la structure initiale présente nécessairement une symétrie axiale. L'ellipsoïde représentatif est un ellipsoïde de révolution, dont l'axe de symétrie est orienté dans l'espace selon la direction de la résultante des forces 1^o (p. 11) agissant pendant la consolidation dynamique. Nous avons montré en plus que, pour une structure initiale, l'axe de symétrie est pratiquement vertical. L'emploi des directions verticales et horizontales dans la formules (21.1), comme directions de référence, est donc justifié. Une légère déviation de cet axe de symétrie, due à la présence possible des forces horizontales extérieures pendant la consolidation dynamique, doit être négligée, étant donné qu'aucun moyen ne permet la reconnaissance du véritable axe de symétrie pour un dépôt donné de sable.

Si nous définissons la valeur numérique de l'anisotropie de structure (A_s), d'une façon analogue à l'anisotropie mécanique (21.1) par

$$(22.1) \quad A_s = \frac{a - b}{a + b},$$

a et b étant respectivement les axes horizontaux et verticaux de l'ellipsoïde, nous pouvons limiter, pour une structure initiale, la valeur de A_s par

$$(22.2) \quad 0 < A_s < 1,$$

le nombre des plans de contact horizontaux (a) étant toujours plus grand que celui des plans verticaux (b). En fait, la valeur de A_s dépend du rapport entre les forces orientées et les forces désorientées.

(1) On verra plus tard que les forces intergranulaires de réaction mécanique ont tendance à s'orienter verticalement au cours de la consolidation dynamique.

Pour les argiles, par exemple, la pesanteur, généralement encore diminuée par la présence d'eau pendant la sédimentation, ne joue qu'un rôle insignifiant vis-à-vis des forces intergranulaires d'attraction. La structure initiale d'un dépôt argileux est, de ce fait, pratiquement isotrope ([14], p. 205). En effet, l'anisotropie observée des argiles est plutôt due à une stratification [18] ou à une structure modifiée ultérieurement. Pour les dépôts sableux, par contre, l'arrangement initial doit être assez anisotrope : les forces intergranulaires se réduisent, dans ce cas, aux seules forces de contact mécanique; l'effet de la pesanteur sur un grain se trouve encore être augmenté par le frottement, qui fait que chaque grain porte une certaine fraction du poids des grains les environnant, variable au cours de la consolidation dynamique. Autrement dit, les forces intergranulaires ne sont pas statistiquement désorientées, mais s'orientent progressivement, au cours de la consolidation dynamique, vers la verticale, renforçant ainsi les forces orientées responsables de l'anisotropie géométrique (fig. 2). Le phénomène est d'autant plus marqué que le coefficient de frottement $\tan \psi$ entre les grains est grand. L'anisotropie géométrique d'une structure initiale doit donc augmenter avec le coefficient de frottement grain sur grain.

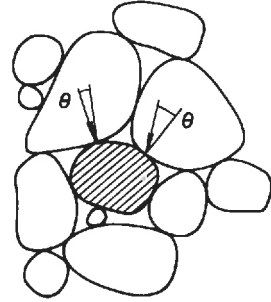


Fig. 2.

Or, il est évident que l'indice des vides croît également, pour une structure initiale, avec l'angle de frottement ψ entre les grains, étant donné que le frottement s'oppose à l'imbrication des particules dans les interstices. L'anisotropie géométrique et l'indice des vides sont donc dans un certain rapport, pour les structures initiales, ce que nous allons vérifier, expérimentalement dans le chapitre suivant. Nous avons déjà mentionné (p. 9) une relation analogue en ce qui concerne l'anisotropie mécanique. *Ainsi, l'indice des vides donne une première indication sur le degré de l'anisotropie — géométrique et mécanique — des structures initiales.*

Notons que CAQUOT et KERISEL en font une brève allusion ([14], p. 36), se référant aux travaux de KOLBUSZEWSKI [19] sur la variation de la porosité en fonction des conditions de la sédimentation.

Désormais, dans ce chapitre, nous ne ferons plus la distinction stricte entre l'anisotropie géométrique et mécanique, le terme « anisotropie » désignant les deux phénomènes à la fois.

2.3 HISTOIRE D'UN DÉPÔT — STRUCTURE MODIFIÉE

Selon notre définition, la structure initiale n'existe que dans une couche d'une certaine épaisseur, située près de la surface du dépôt en formation, là où la consolidation dynamique est terminée et la consolidation statique encore insignifiante. La structure initiale peut évidemment être modifiée par des effets ultérieurs quelconques, étrangers au processus de la sédimentation proprement dite, et *agissant contre l'ensemble du dépôt déjà établi*. La structure modifiée dépend donc essentiellement de « l'histoire » du dépôt, tandis que la structure initiale est uniquement déterminée par les effets précédemment énumérés, propres au processus même de la sédimentation. De ce fait, la structure initiale est plus facile à étudier.

Quant aux effets modificateurs, il en existe un nombre infiniment grand, correspondant à l'infinité des histoires possibles qu'un dépôt ait pu subir. Cependant, une grande partie de ces effets modifie la structure d'une façon hétérogène. Or, l'hypothèse de l'homogénéité étant indispensable pour chaque recherche ou calcul raisonnable, elle est généralement admise en mécanique des sols. Nous restons donc dans le cadre des simplifications habituelles et nécessaires, si nous laissons ces effets hors de nos considérations. Tel est notamment le cas de la consolidation statique, qui rend la structure hétérogène par rapport à la profondeur, étant donné que les contraintes dues au propre poids du dépôt varient avec la profondeur (1). Aussi, devons-nous laisser hors d'étude l'effet de chargement du dépôt par la fondation même que l'on veut calculer. Il en résulte probablement une hétérogénéité locale.

A la suite de l'hypothèse de l'homogénéité, nous considérons la structure à la surface d'un dépôt comme représentative pour tout le massif. Cette simplification n'a rien de nouveau. En effet, les caractéristiques du sol à l'intérieur d'un massif étant généralement inconnues, ce sont toujours les paramètres déterminés dans une couche superficielle qui entrent dans les calculs. Ajoutons à cela qu'ils sont également plus déterminants pour les tassements des fondations superficielles que les caractéristiques du sol à grande profondeur.

Nous ne voyons que quatre effets susceptibles de modifier, *d'une façon homogène, une structure supposée homogène*. D'une manière analogue au paragraphe précédent, nous faisons la distinction entre effets non orientés et effets orientés :

Effets non orientés :

1) Contraintes isotropes : une application des contraintes isotropes n'est possible qu'en laboratoire sur un échantillon artificiel. Elle n'a donc aucune signification pour les problèmes de construction, et nous nous intéressons aux pressions isotropes uniquement pour définir et pour mesurer l'anisotropie mécanique (voir § 2.1).

2) Vibrations : il est vrai que les effets vibratoires peuvent avoir une certaine orientation à leur source, mais celle-ci va très vite se disperser à l'intérieur d'un dépôt pulvérulent. De ce fait, les vibrations peuvent être qualifiées, dans ce contexte, comme étant non orientées. Elles peuvent réellement se produire sur les dépôts qui intéressent le constructeur (tremblement de terre, circulation, vibrations voulues aux fins du compactage).

Effets orientés :

3) Chargements généraux du type œdométrique, répartis uniformément sur toute la surface du dépôt, suivis des déchargements. Ceci pourrait se produire pendant les ères glaciaires, lors de la formation successive des glaciers, ou bien à la suite d'un enlèvement géologique ou artificiel d'une couche importante du dépôt.

4) Déformations homogènes plastiques de l'ensemble du dépôt. Le cas a déjà

(1) Afin d'évaluer les tendances des modifications apportées par la consolidation statique, nous reprendrons cette question dans la partie expérimentale de notre recherche.

été étudié expérimentalement par BIAREZ [15]. En réalité, ceci pouvait se produire par des rapprochements ou des éloignements tectoniques des flancs d'une vallée limitant le dépôt.

Nous examinerons, par la suite, dans quelle mesure les quatre effets sont susceptibles de changer :

- la symétrie axiale;
- l'orientation (verticale) de l'axe de symétrie;
- le signe (positif) de la valeur de A_s ,

de l'ellipsoïde caractérisant l'anisotropie géométrique d'une structure initiale :

1) + 2) *Contraintes isotropes et vibrations* : il est évident que les effets non orientés ne changent aucune des caractéristiques énumérées (1). Les modifications apportées par les deux effets portent uniquement sur le degré de la valeur de A_s .

Nous savons que les forces intergranulaires désorientées d'attraction jouent, pendant la consolidation dynamique, dans le sens de l'isotropie, c'est-à-dire d'une diminution de la valeur de A_s . Il est logique de supposer que les effets 1) et 2), étant également non orientés, agissent dans le même sens sur une structure initiale. Nos essais vont d'ailleurs confirmer cette supposition. Or, l'effet des vibrations est généralement accompagné d'un compactage du sable. Les dépôts sableux compactés par vibrations présentent donc une anisotropie moins accentuée qu'un dépôt non compacté. Tout comme pour les structures initiales, *l'indice des vides est une valeur caractéristique de l'anisotropie pour les structures vibrées.*

3) *Les chargements verticaux répétés*, du type oedométrique ne changent certainement ni la symétrie, ni l'orientation de l'axe de symétrie. Par contre, aucune indication générale ne peut être faite en ce qui concerne le signe et la grandeur de la valeur A_s . Les essais effectués — un cycle seulement — ne sont pas très cohérents à cet égard. De plus, il est probable que l'anisotropie dépende du nombre de cycles oedométriques effectués.

4) *Déformations plastiques* : on peut admettre que, lors d'un tel processus, chaque grain de l'échantillon est à nouveau mis en mouvement. L'ensemble du dépôt se trouve dans un état de perturbation comparable à celui qui règne pendant la consolidation dynamique, dans la couche supérieure du dépôt en formation. Une toute nouvelle structure — probablement sans rapport aucun avec la structure initiale — en sera le résultat. La symétrie axiale est détruite, à moins que les déformations plastiques imposées soient également symétriques par rapport à la verticale.

Cette nouvelle structure sera évidemment orientée en direction des efforts extérieurs provoquant la déformation plastique, avec une légère déviation peut-être, due à la présence de la pesanteur. L'inversion de l'anisotropie mécanique observée par BIAREZ [15] s'expliquerait alors par une inversion des valeurs de a et de b de l'ellipsoïde représentatif, abstraction faite ici du troisième axe, dans le cas de la non-symétrie axiale de l'ellipsoïde.

(1) A condition que l'axe de symétrie de la structure initiale soit vertical. Un axe incliné aurait tendance à se redresser, étant donné que la pesanteur reste toujours présente.

CONCLUSIONS

Les considérations générales montrent, en principe, la possibilité d'expliquer les phénomènes de l'anisotropie mécanique des sables ainsi que ses variations, par une anisotropie géométrique dans l'arrangement statistique des grains.

Nous avons vu, d'autre part, qu'à la suite de l'hypothèse de l'homogénéité et par une limitation aux problèmes des tassements des fondations, un certain nombre de modifications possibles doit être mis hors d'étude.

En résumé, une recherche sur l'anisotropie des dépôts homogènes des sables, en vue des calculs de tassement, doit comprendre l'étude des phénomènes suivants :

- anisotropie initiale, et ses modifications par
- vibrations,
- cycles œdométriques,
- déformations plastiques.

Il s'y ajoute la modification par l'application des contraintes isotropes, que nous considérons comme moyen de mesure seulement.

Or, poursuivant un but d'ordre pratique, nous devons rechercher les moyens de déterminer effectivement l'anisotropie d'un dépôt donné. Il n'existe pas, pour le moment de moyens pour reconnaître, *in situ*, l'axe de symétrie de structure. C'est pourquoi nous avons dû supposer que l'axe de symétrie est vertical. Nous avons démontré, par des raisonnements théoriques sur le processus de la consolidation dynamique, que ceci est pratiquement vérifié pour les structures initiales et, à plus forte raison, pour les modifications par vibration (1). L'orientation verticale de l'axe de symétrie doit être admise aussi pour les structures modifiées par un chargement œdométrique, tandis qu'un axe de symétrie n'existe plus, en général, pour une modification par déformation plastique.

En ce qui concerne le signe de la valeur A_s , nous savons qu'il est positif pour les structures initiales et pour ses modifications par vibration, le nombre des plans de contact horizontaux étant nécessairement supérieur à celui des plans verticaux : l'ellipsoïde représentatif est couché. Aucune indication générale, par contre, n'est possible sur le signe de A_s dans les deux autres cas.

Quant au degré de l'anisotropie, nous avons démontré, pour les structures initiales et les structures vibrées, l'existence d'un rapport entre l'indice des vides et l'anisotropie. Ce rapport n'est pas valable dans les autres cas, qui échappent ainsi à toute recherche générale.

Car, mis à part les essais avec les échantillons non remaniés, très délicats et très coûteux, la détermination relativement facile de l'indice des vides reste le seul moyen d'évaluer l'anisotropie des dépôts sableux, vierges ou vibrés.

(1) Voir p. 15.

En conséquence, nos recherches expérimentales porteront, en premier lieu, sur l'établissement empirique de cette relation. Les dépôts « à histoire compliquée » restent donc hors d'étude. Pour les besoins pratiques, l'hypothèse classique de l'isotropie doit être reprise dans ces cas.

Cependant, nous étudierons, à titre de démonstration, les modifications par déformations plastiques afin de mettre en relief l'analogie de l'anisotropie mécanique et géométrique des milieux pulvérulents.

CHAPITRE III

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DE L'ANISOTROPIE GÉOMÉTRIQUE DE STRUCTURE

Afin de vérifier certains résultats obtenus par des considérations générales, nous avons effectué des expériences avec un modèle à deux dimensions, dont le principe était le suivant : des éléments plats étaient placés, de différentes manières, entre deux glaces parallèles verticales, espacées en fonction de l'épaisseur des éléments, de façon que ceux-ci puissent se déplacer librement sans se chevaucher. L'espace libre entre les glaces était limité par deux butoirs mobiles et réglables (*fig. 3*). L'arrangement des éléments placés était photographié et ensuite analysé, en appliquant des moyens statistiques simples : l'orientation de chaque plan de contact était déterminée, par rapport à la verticale, dans

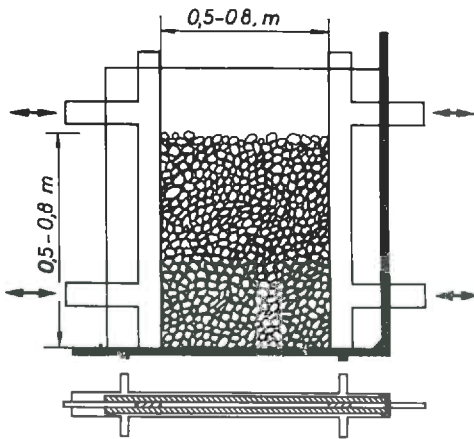


Fig. 3. — Schéma de l'appareil.

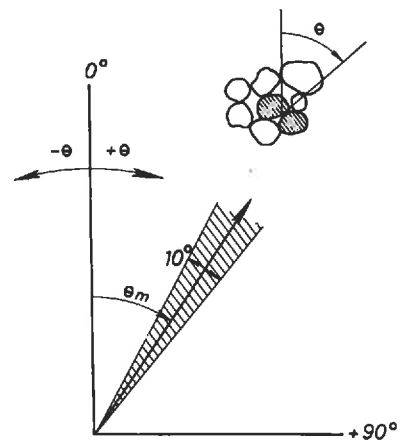


Fig. 4. — Définition de l'angle θ .

des intervalles de 10° à 10° . Nous avons ensuite porté, suivant la direction de l'angle moyen (θ_m) de chaque intervalle, un rayon vecteur dont la longueur était proportionnelle au nombre de plans compris dans cet intervalle (*fig. 4*). En liant les points de ces vecteurs, on obtient une courbe en coordonnées polaires, qui représente la répartition statistique de l'orientation dans l'espace bidimensionnel des plans de contact.

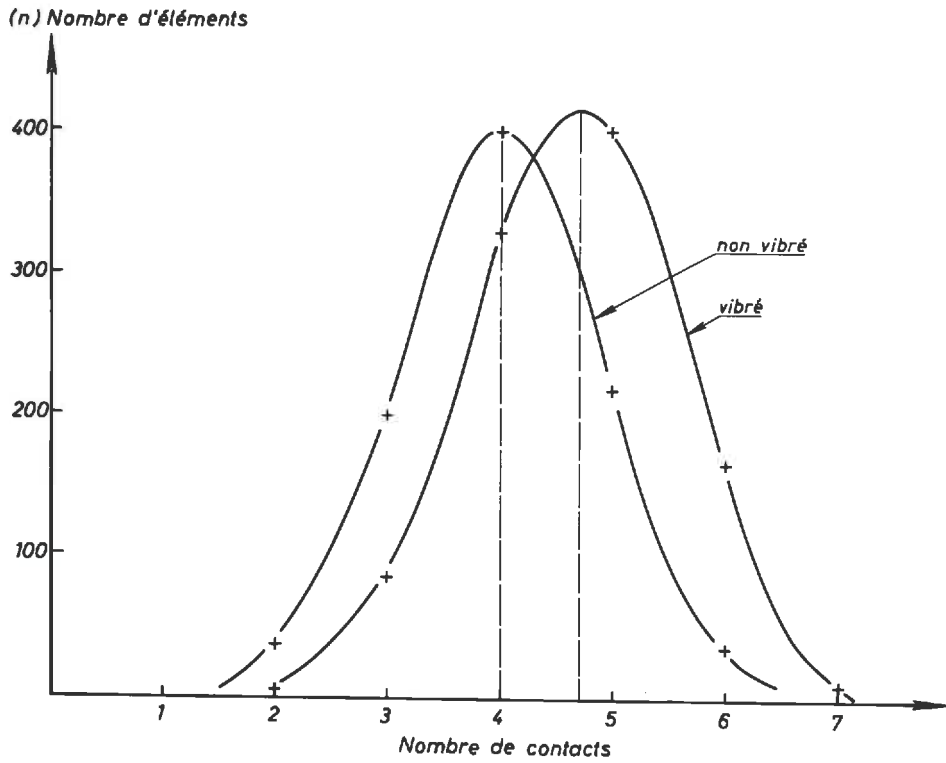


Fig. 5. — Répartition statistique de contacts par élément.

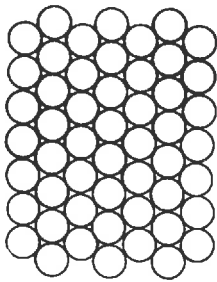


Fig. 6. — Arrangement régulier d'éléments circulaires de même diamètre.

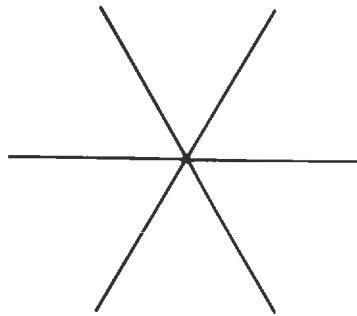


Fig. 7. — Image représentative correspondante de la structure géométrique.

Selon notre hypothèse, cette courbe représentative devait être une ellipse. Or, pour que ceci soit possible, il faut qu'aucun « effet de régularité » ne se manifeste dans la structure. La courbe représentative des arrangements réguliers, constitués d'éléments identiques aux formes géométriques régulières, est réduite à quelques droites de longueur égale. L'exemple le plus simple est l'arrangement avec des éléments circulaires de même diamètre (*fig. 6*), dont la courbe représentative est donnée en *figure 7*.

Nous avons constaté cependant que des arrangements, avec des éléments circulaires de deux diamètres différents (pièces de 1 et 2 anciens francs), placés au hasard, montrent également un effet de régularité très marqué. L'analyse faite sur un arrangement de mille pièces de monnaie, dont une partie est reproduite en *figure 8*, a donné la courbe représentative de la *figure 9*.

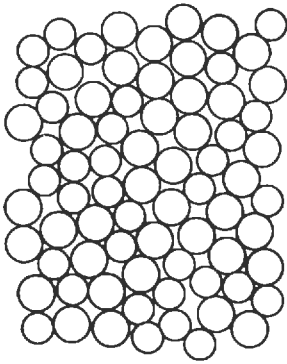


Fig. 8. — Arrangement irrégulier d'éléments circulaires de deux diamètres.

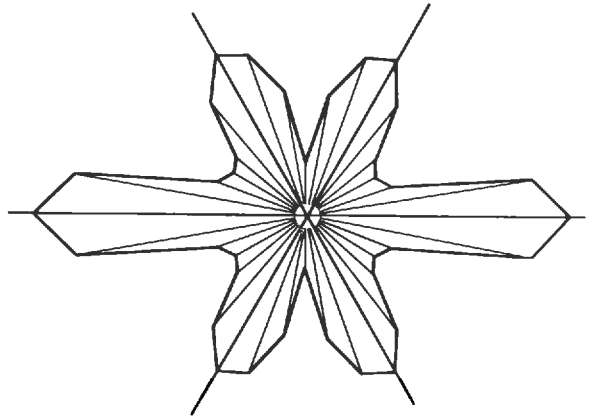


Fig. 9. — Image représentative correspondante de la structure géométrique.

Afin d'éviter le plus possible cet effet, nous avons coupé, à la main, dans une plaque de lucoflex de 2 mm d'épaisseur, des éléments aux formes les plus variées, mais convexes, afin qu'il y ait un seul contact possible entre deux éléments. La « granulométrie » de ce matériau était comprise entre 5 et 30 mm, ce qui correspond à un gravier caillouteux. Les photos (*fig. 10 et 11*) montrent deux de ces arrangements.

L'objectif de nos essais était de contrôler les suppositions suivantes faites, dans le chapitre précédent :

- la courbe représentative est une ellipse;
- la valeur A_s croît avec l'indice des vides;
- la valeur A_s change de signe après l'application d'une déformation plastique appropriée.

Rappelons que l'anisotropie de structure (A_s) est définie par le rapport relatif des nombres de plans de contact horizontaux et verticaux :

$$(3.1) \quad A_s = \frac{a - b}{a + b}$$

Les images représentatives suivantes montrent, dans leur partie droite, la courbe originale avec une sous-division en intervalles de 10° et, à gauche, la moyenne prise sur trois rayons-vecteurs voisins. Les ellipses dessinées étaient trouvées par tâtonnement, selon la règle des moindres carrés des erreurs, appliquée sur les sept points de la partie gauche des figures. La symétrie des figures par rapport à la verticale était imposée. Nous avons considéré les valeurs relatives au quadrant ($0 \rightarrow -90^\circ$) comme étant identiques à celles relatives au quadrant ($0 \rightarrow +90^\circ$) (fig. 4). Nous avons porté leur somme dans l'un des

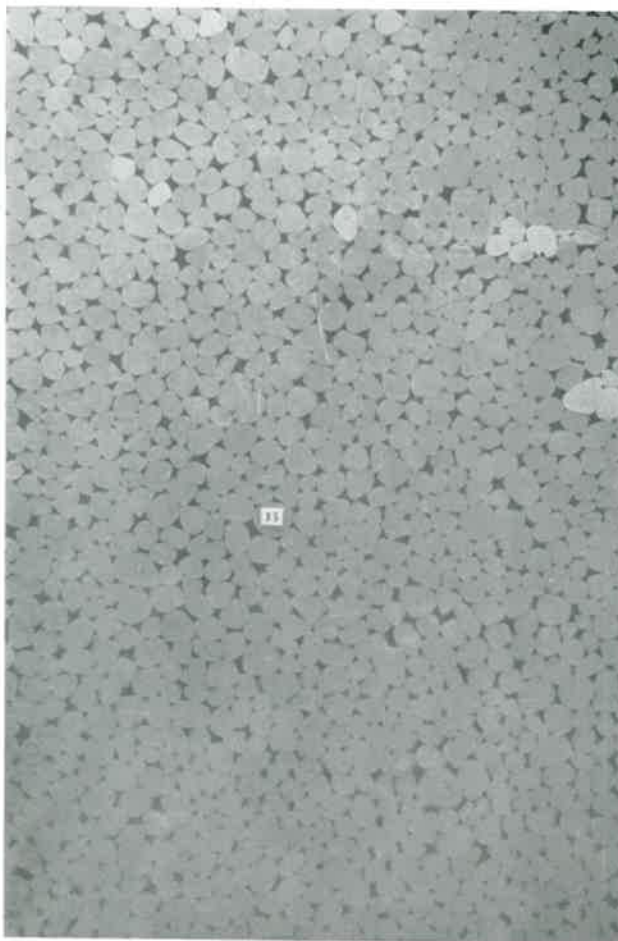


Fig. 10. — Arrangement dense (vibré).

quadrants, doublant ainsi la précision statistique. Il n'y a en effet aucune raison, pour les essais effectués, que cette symétrie n'existe pas. Les figures étaient ensuite symétriquement complétées dans les trois autres quadrants.

Le « gravier bidimensionnel » était constitué de 1 200 éléments environ. Étant donné que tous les contacts avec les éléments touchant les bords n'étaient pas pris en considération afin d'éliminer un effet de bord, l'analyse statistique portait sur 1 000 élé-

ments environ. La *figure 5* (p. 19) montre la répartition du nombre de contacts par élément pour les deux arrangements donnés en *figures 10* et *11*. Ces courbes ressemblent à la courbe en cloche de GAUSS.

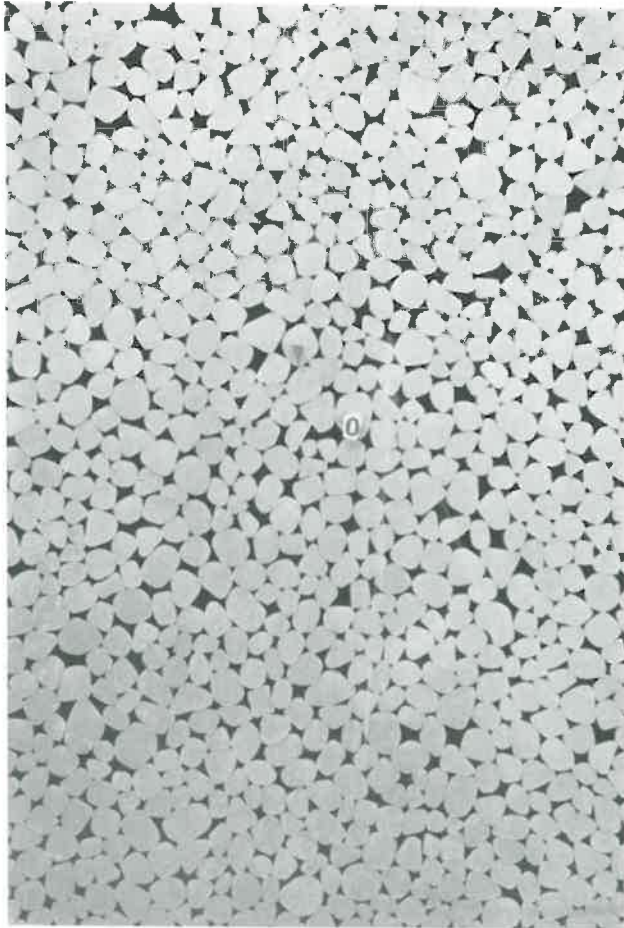


Fig. 11. — Arrangement non vibré.

Bien que les courbes ne soient pas parfaitement symétriques, on peut en déduire approximativement le nombre moyen de contact par élément, donné par l'abscisse du maximum. On trouve ainsi un nombre moyen de contacts par élément de 4,0 et de 4,75 selon la densité de l'échantillon. Avec la valeur de 4, le nombre total des contacts analysés est 2 000, ce qui fait, pour chacun des dix rayons vecteurs, une moyenne de 200 contacts. Ce chiffre est assez petit pour la validité des lois statistiques. En effet, une erreur de 10 contacts, faite dans un intervalle, entraînerait une modification de la longueur du rayon vecteur correspondant de 5 % environ, ce qui sera nettement visible sur les figures représentatives. Néanmoins, nous ne pensons pas que des erreurs systématiques se soient produites dans l'analyse, celle-ci étant d'ailleurs faite par plusieurs personnes, afin de pallier l'introduction éventuelle d'une idée préconçue.

C'est pourquoi nous devons attribuer les « bosses », qui se manifestent sur presque toutes les images représentatives entre 30° et 60° par rapport à la verticale, à un phénomène réel, d'autant plus que le maximum des « bosses » semble se déplacer en fonction de l'anisotropie géométrique (fig. 12 à 15). Si ce maximum est situé vers 35°, pour la figure 12 ($A_s = 0,242$), il l'est vers 55°, pour la figure 15 ($A_s = 0,087$).

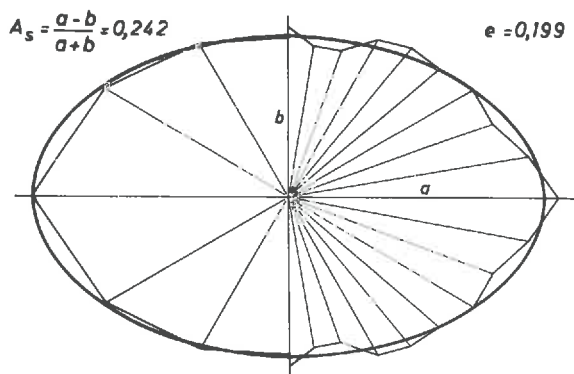


Fig. 12.

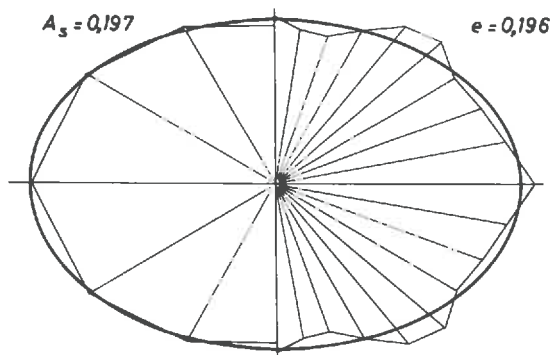


Fig. 13.

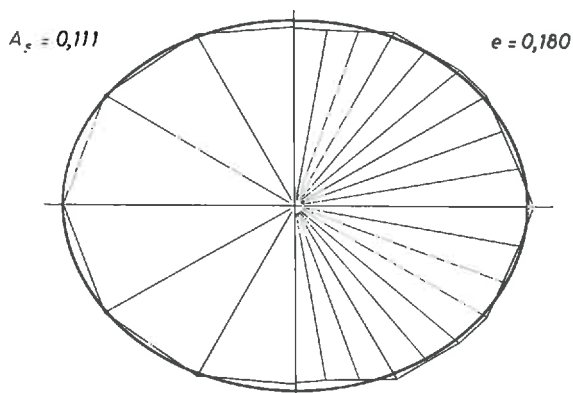


Fig. 14.

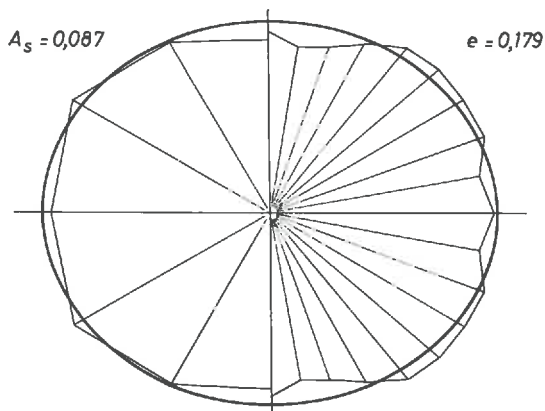


Fig. 15.

Nous sommes convaincus qu'il s'agit là d'un léger effet de régularité que nous n'avons pas réussi à supprimer complètement. Nous ne pouvons évidemment rien savoir en ce qui concerne l'existence d'un effet analogue dans les arrangements réels à trois dimensions d'un sable. Il est cependant certain que cet effet diminue — s'il existe — avec l'étalement de la granulométrie, exprimé par le coefficient (U) de HAZEN.

Nous négligeons, par la suite, cet effet perturbateur et maintenons l'hypothèse d'une répartition ellipsoïdale des plans de contact. Vis-à-vis des autres hypothèses faites dans les calculs de tassement, cet éloignement éventuel de la réalité est insignifiant. Pour la plus grande partie des images représentatives, l'ellipse coïncide d'ailleurs remarquablement bien avec les valeurs moyennes de la partie gauche.

Dans une première série, nous avons fait varier l'indice des vides des échantillons bidimensionnels. La surface totale des éléments (S_1) était connue; l'aire (S_2) que couvrait l'échantillon, après sa mise en place, pouvait être déterminée sur les photos grâce à une échelle de longueur qui apparaissait sur les clichés (les photos n'en sont qu'un découpage). L'indice des vides (e) se calculait alors par :

$$e = \frac{S_1 - S_2}{S_1}$$

L'indice des vides le plus grand était obtenu en déversant les éléments avec une sorte d'entonnoir bidimensionnel (fig. 16). Une valeur moyenne se produisait en faisant tomber librement les éléments un par un; enfin, le plus faible indice était obtenu en secouant l'appareillage, l'échantillon se trouvant à l'intérieur. Les figures 12 à 15 montrent, dans l'ordre décroissant des indices des vides, les ellipsoïdes représentatifs correspondants. On observe une décroissance analogue de la valeur de l'anisotropie de structure. La figure 25 (p. 27) montre que la relation entre l'indice des vides (e) et la valeur (A_s) est linéaire dans le domaine observé. En vue d'une comparaison, nous avons porté à côté de cette figure (fig. 26, p. 27), la variation, avec l'indice des vides, de l'anisotropie mécanique (A_m) pour un sable donné. Les différentes valeurs de A_m étaient, là aussi, obtenues par diverses manières de remplissage et par vibrations. On reconnaît l'analogie qualitative parfaite entre l'anisotropie géométrique et mécanique des matériaux pulvérulents. La variation de l'indice des vides, dans le premier cas, était,

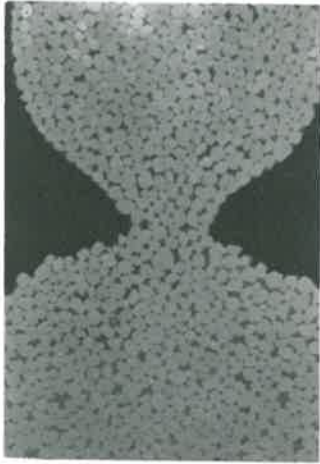


Fig. 16.

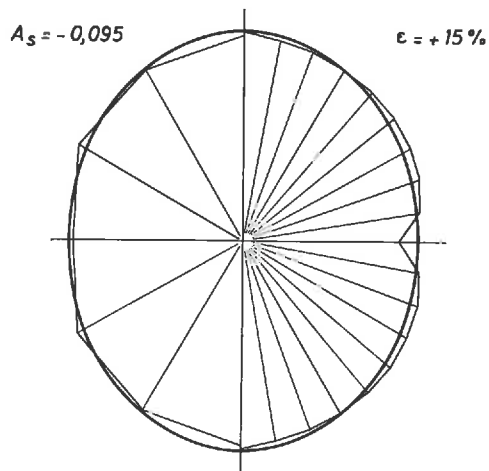
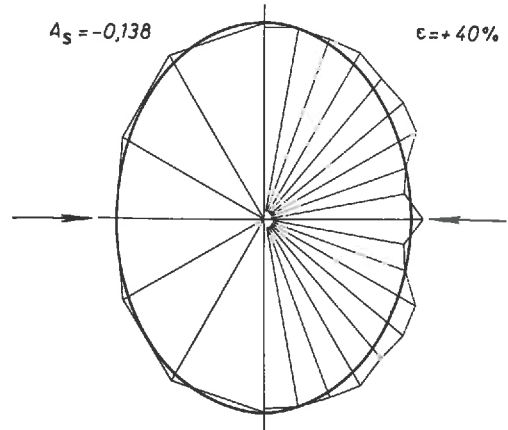
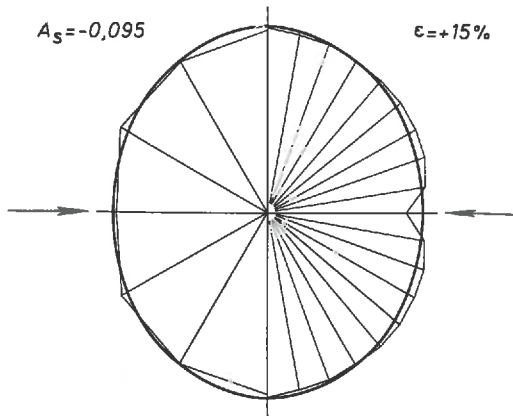
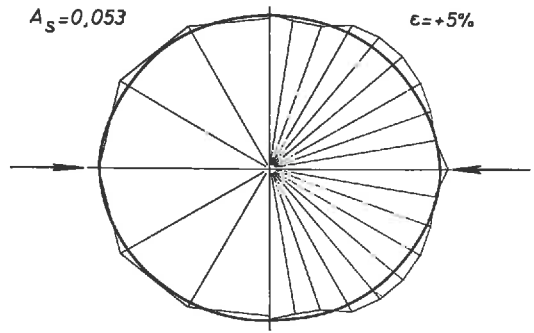
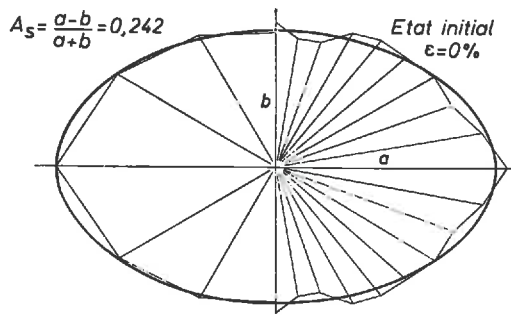
certes, beaucoup plus petite, mais il s'agissait là d'une valeur bidimensionnelle de e qui ne peut pas directement se comparer avec l'indice des vides à trois dimensions.

Notons, enfin, qu'il n'y a aucune différence entre l'anisotropie initiale et l'anisotropie modifiée par vibration, en ce qui concerne leur rapport avec l'indice des vides : les deux phénomènes, quoique différents, s'alignent bien sur la même droite. Ce fait souligne, encore une fois, l'importance pratique que l'on doit attribuer à la relation entre l'anisotropie et l'indice des vides.

Dans une deuxième série d'essais, nous avons reproduit, pour l'anisotropie géométrique, l'effet d'inversion de l'anisotropie mécanique observée par BIAREZ [15] pour les sables : si, initialement, les déformations verticales (1) d'un échantillon, sous pression isotrope, étaient plus petites que celles en direction horizontale, il se produirait le contraire après qu'une forte compression plastique en direction horizontale ait été imposée à l'échantillon.

Nous avons poussé symétriquement les deux butoirs mobiles, qui constituent les bords verticaux de l'échantillon, jusqu'à une compression totale de 40 %. Le développement successif de l'anisotropie géométrique est donné par les figures représentatives 17

(1) Plus précisément, la direction verticale pendant le remplissage de l'échantillon. Pendant les mesures, l'échantillon avait, en général, une autre position.



à 20, sur lesquelles on observe un phénomène analogue : l'ellipse, initialement couchée (fig. 17), est debout après une compression de 15 %. Pendant les essais, des lignes de glissement se dessinaient nettement dans l'échantillon, formant un triangle avec sa base.

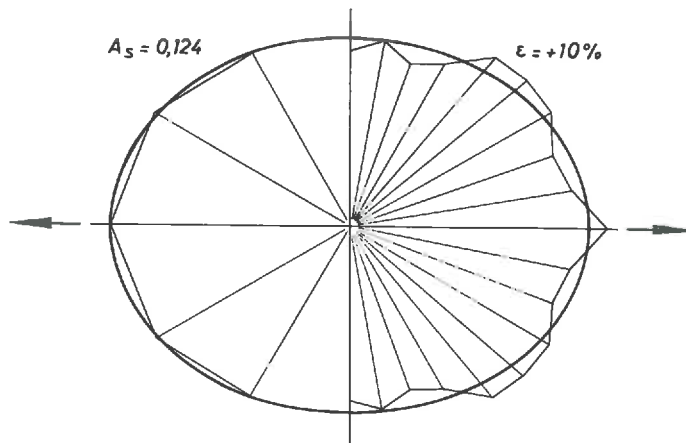


Fig. 22.

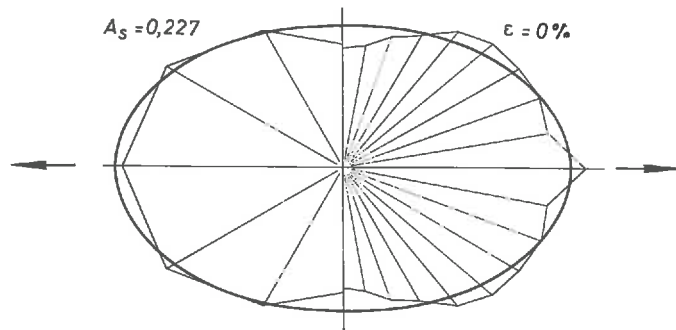


Fig. 23.

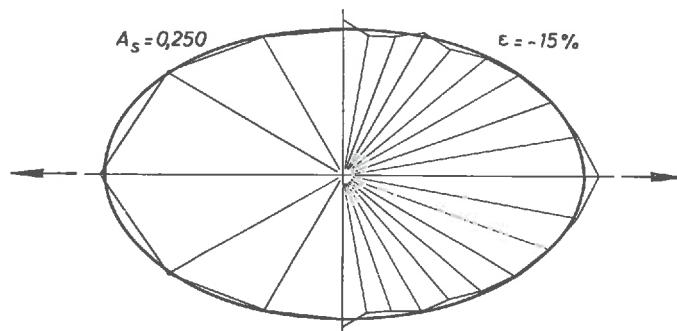


Fig. 24.

Les contacts des éléments, à l'intérieur de ce triangle, n'étaient pas pris en considération, étant donné que ces éléments n'étaient pas affectés par les déformations imposées.

La relation entre l'anisotropie de structure (A_s) et la compression horizontale (ϵ) est donnée dans la *figure 27* (p. 28). L'essai de compression décrit correspond au trait fort. Les deux derniers points sont issus d'un autre échantillon (essai II.a). Nous les avons ajoutés pour mettre en relief l'établissement du palier final.

Le retour (dilatation horizontale), à partir du point $\epsilon = 15\%$ (*fig. 21 à 24*), met en évidence la réversibilité par hystérésis du phénomène : le trait faible de la *figure 27* montre aussi un palier final, dont la distance de l'axe horizontal est cependant plus grande. Ceci est une bonne démonstration de l'influence de la pesanteur, laquelle, dans le premier cas, agissant selon une direction orthogonale à l'effet modificateur de compression,

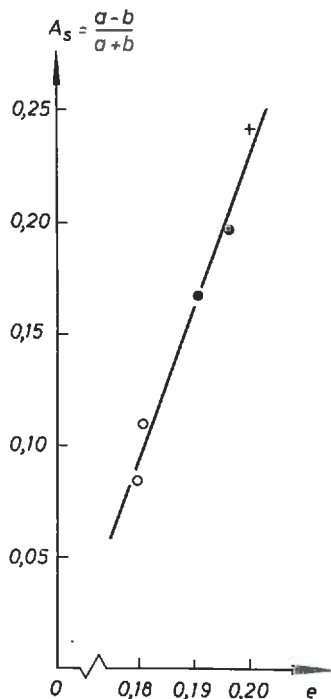


Fig. 25. — Relation entre l'indice des vides (e) et l'anisotropie géométrique (A_s).

- Vibré.
- Mise en place par chute libre.
- + Mise en place par entonnoir.

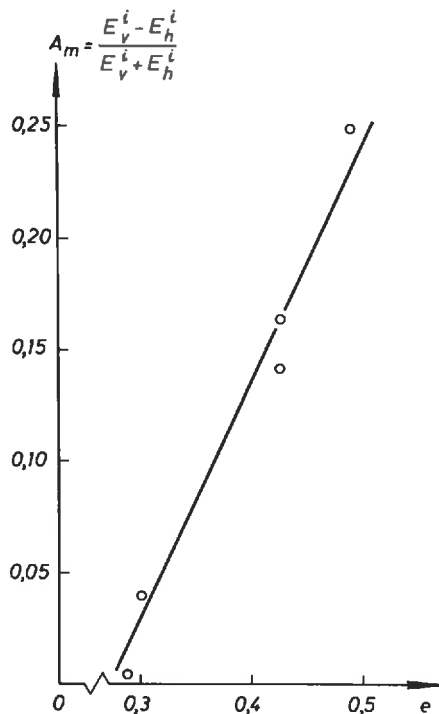


Fig. 26. — Relation entre l'indice des vides (e) et l'anisotropie mécanique (A_m).
Sable (Matériau « A »)

s'oppose à celui-ci, et favorise, par contre, la formation d'une anisotropie extrême dans le cas de la dilatation.

Nous pensons avoir suffisamment démontré, par l'analogie qualitative des phénomènes géométriques et mécaniques, que l'anisotropie mécanique des milieux pulvérulents a pour cause l'arrangement géométriquement anisotrope des grains, et que celui-ci peut être représenté statistiquement par une ellipse. Pour le cas réel des dépôts à trois dimensions, nous aurions évidemment un ellipsoïde de révolution à axe vertical, le plan horizontal étant un plan d'isotropie.

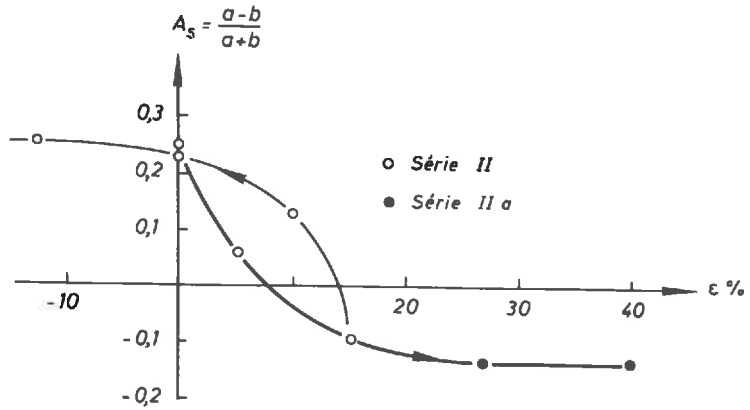


Fig. 27. — Relation entre la déformation plastique (ϵ) et l'anisotropie géométrique (A_s).

Notons finalement que les deux paliers de la *figure 27* semblent représenter l'anisotropie d'un milieu pulvérulent dans l'état de plasticité parfaite en butée et en poussée. Les états de butée et de poussée seraient donc accompagnés d'une anisotropie extrême, ce qui apporterait, peut-être, une lumière nouvelle sur les problèmes de pressions des terres.

AÉOLOTROPIE ÉLASTIQUE

Le cas de l'anisotropie avec une symétrie axiale s'appelle aéolotropie (1) ou anisotropie de révolution. Nous développerons, dans ce chapitre, les modules qui régissent le comportement mécanique d'un corps aéolotrope, obéissant à la loi de HOOKE. Bien que l'on sache que la relation effort-déformation, pour les sables, est souvent loin d'être linéaire, l'hypothèse classique de la validité de la loi de HOOKE est indispensable en vue des calculs pratiques. Car, la loi de la superposition, sans laquelle les problèmes hyperstatiques ne peuvent être résolus, est conditionnée par la linéarité de la relation effort-déformation. Or, le problème de la répartition des contraintes sous les fondations est hyperstatique à un degré théoriquement infini.

Nous avons déjà insisté sur le fait que l'hypothèse de l'homogénéité doit être également maintenue.

En nous appuyant sur les travaux de JELINEK [12] et de LOVE [20], nous retraçons ici, brièvement, l'établissement des cinq paramètres indépendants qui régissent l'aéolotropie élastique, tout d'abord avec les termes de la théorie de l'élasticité, ensuite avec les notations utilisées par l'ingénieur.

Soit dx , dy et dz les dimensions d'un volume élémentaire d'un corps homogène obéissant à la loi de HOOKE, et dont l'anisotropie ne présente, pour le moment, aucune symétrie (*fig. 28*).

Désignons une contrainte agissant sur un plan de cet élément par ses composantes vectorielles X, Y et Z qui indiquent leurs directions (traction positive). Nous ajoutons à ces lettres capitales les indices x , y et z , qui indiquent le plan sur lequel les contraintes agissent.

Soit :

$$\begin{aligned} e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, \\ e_{yx}, e_{xy}, e_{yz}, \\ e_{zx}, e_{zy}, e_{zz}, \end{aligned}$$

les déformations correspondantes à ces contraintes.

(1) D'après MICHELL [10].

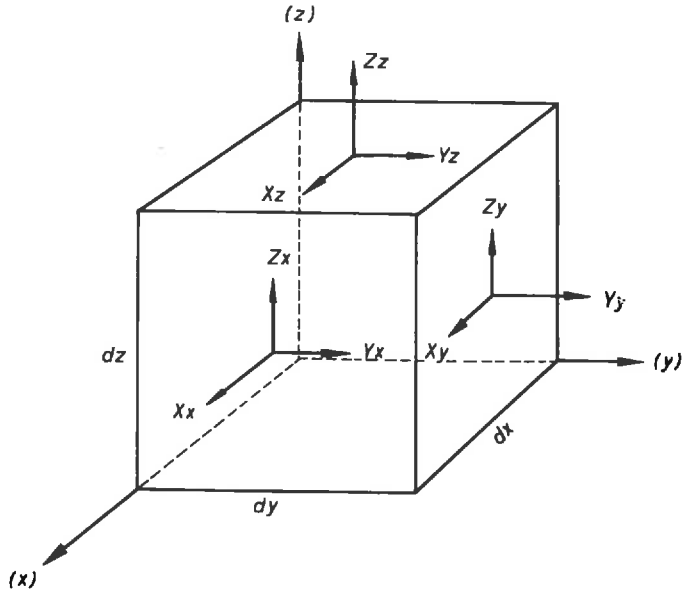


Fig. 28. — Volume élémentaire et contraintes agissantes.

La loi de HOOKE généralisée consiste à dire que chacune des six composantes des contraintes est une fonction linéaire des six composantes des déformations :

$$\begin{aligned}
 X_x &= c_{11} e_{xx} + c_{12} e_{yy} + c_{13} e_{zz} + c_{14} e_{yz} + c_{15} e_{zx} + c_{16} e_{xy}, \\
 Y_y &= c_{21} e_{xx} + c_{22} e_{yy} + c_{23} e_{zz} + c_{24} e_{yz} + c_{25} e_{zx} + c_{26} e_{xy}, \\
 Z_z &= c_{31} e_{xx} + c_{32} e_{yy} + c_{33} e_{zz} + c_{34} e_{yz} + c_{35} e_{zx} + c_{36} e_{xy}, \\
 Y_z &= c_{41} e_{xx} + c_{42} e_{yy} + c_{43} e_{zz} + c_{44} e_{yz} + c_{45} e_{zx} + c_{46} e_{xy}, \\
 Z_x &= c_{51} e_{xx} + c_{52} e_{yy} + c_{53} e_{zz} + c_{54} e_{yz} + c_{55} e_{zx} + c_{56} e_{xy}, \\
 X_y &= c_{61} e_{xx} + c_{62} e_{yy} + c_{63} e_{zz} + c_{64} e_{yz} + c_{65} e_{zx} + c_{66} e_{xy}.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

c_{rs} sont trente-six constantes élastiques.

D'autre part, nous savons que l'énergie potentielle emmagasinée, par unité de volume d'un corps déformé, s'exprime par l'équation :

$$W = \frac{1}{2} (X_x e_{xx} + Y_y e_{yy} + Z_z e_{zz} + Y_z e_{yz} + Z_x e_{zx} + X_y e_{xy}),
 \tag{4.2}$$

dont les premières dérivées partielles par rapport aux composantes de déformation donnent les composantes correspondantes des contraintes.

$$\frac{\partial W}{\partial e_{xx}} = X_x; \quad \frac{\partial W}{\partial e_{yy}} = Y_y; \quad \dots; \quad \frac{\partial W}{\partial e_{xy}} = X_y.
 \tag{4.3}$$

Les équations (4.1) étant introduites en (4.2) et les différentiations (4.3) effectuées, on obtient, en comparant les coefficients avec ceux de l'équation (4.1)

$$c_{rs} = c_{sr}.
 \tag{4.4}$$

Le nombre des constantes élastiques de matériau c est réduit à 21. Celles-ci sont, dans le cas général de l'anisotropie élastique, indépendantes les unes des autres. Elles

déterminent le comportement élastique d'un corps anisotrope qui ne possède aucune symétrie élastique. La fonction (4.2) se transforme, en y introduisant les termes (4.1) et (4.4), en une fonction homogène quadratique connue sous le nom de « fonction déformation-énergie » :

$$(4.5) \quad 2W = c_{11} e_{xx}^2 + 2 [c_{12} e_{xx} e_{yy} + c_{13} e_{xx} e_{zz} + c_{14} e_{xx} e_{yz} + c_{15} e_{xx} e_{zx} + c_{16} e_{xx} e_{xy}] \\ + c_{22} e_{yy}^2 + 2 [c_{23} e_{yy} e_{rz} + c_{24} e_{yy} e_{yz} + c_{25} e_{yy} e_{rx} + c_{26} e_{yy} e_{xy}] \\ + c_{33} e_{zz}^2 + 2 [c_{34} e_{zz} e_{yz} + c_{35} e_{zz} e_{zx} + c_{36} e_{zz} e_{xy}] \\ + c_{44} e_{yz}^2 + 2 [c_{45} e_{yz} e_{zx} + c_{46} e_{yz} e_{xy}] \\ + c_{55} e_{zx}^2 + 2 c_{56} e_{zx} e_{xy} \\ + c_{66} e_{xy}^2.$$

Si un corps anisotrope possède des conditions supplémentaires de symétrie vis-à-vis de ses propriétés élastiques, on peut définir certaines relations entre les constantes élastiques c_{rs} . Celles-ci se déterminent par la condition que la fonction « déformation-énergie » doit rester inchangée par chaque transformation, conforme à la symétrie élastique envisagée, du système des axes. En supposant que les résultats obtenus par des raisonnements généraux sur l'anisotropie géométrique sont qualitativement valables, en ce qui concerne l'anisotropie élastique, l'élément de volume est doté de :

1° symétrie élastique de réflexion par rapport au plan horizontal;

2° symétrie élastique de révolution par rapport à l'axe vertical.

Soit (z) l'axe vertical. En comparant les coefficients de la fonction « déformation-énergie » obtenue d'après la condition de symétrie 1 avec ceux de l'expression (4.5), on obtient :

$$(4.6) \quad c_{14} = c_{24} = c_{34} = c_{46} = c_{15} = c_{25} = c_{35} = c_{56} = 0.$$

D'une manière analogue, il s'ensuit de la condition de symétrie 2, que :

$$(4.7) \quad c_{11} = c_{22}; \quad c_{13} = c_{23}; \quad c_{14} = c_{24}; \quad c_{15} = c_{25}; \quad c_{16} = c_{26} \\ c_{16} = c_{36} = c_{45} = 0; \quad c_{66} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}).$$

Avec les relations (4.4), (4.6) et (4.7), la loi de Hooke (4.1) s'écrit sous forme matricielle :

	e_{xx} = ϵ_x	e_{yy} = ϵ_y	e_{zz} = ϵ_z	e_{yz} = γ_{yz}	e_{zx} = γ_{zx}	e_{xy} = γ_{xy}
(4.8) $X_x = \sigma_x$	c_{11}	c_{12}	c_{13}	0	0	0
$Y_y = \sigma_y$	c_{12}	c_{11}	c_{13}	0	0	0
$Z_z = \sigma_z$	c_{13}	c_{13}	c_{33}	0	0	0
$Y_z = \tau_{yz}$	0	0	0	c_{44}	0	0
$Z_x = \tau_{zx}$	0	0	0	0	c_{44}	0
$X_y = \tau_{xy}$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2} (c_{11} - c_{12})$

Posons, enfin, comme il est d'usage dans la théorie de l'élasticité :

$$(4.9) \quad c_{11} = A; \quad c_{33} = C; \quad c_{13} = F; \quad c_{44} = L; \quad c_{66} = N; \quad c_{12} = (A - 2N).$$

Nous obtenons la fonction « déformation-énergie » (4.5), pour le cas de l'aéolotropie élastique, sous la forme connue ([20], p. 160) :

$$(4.10) \quad 2W = A(e_{xx}^2 + e_{yy}^2) + C e_{zz}^2 + 2F(e_{xx} + e_{yy}) e_{zz} + 2(A - 2N) e_{xx} e_{yy} \\ + L(e_{yz}^2 + e_{zx}^2) + N e_{xy}^2.$$

A, C, F, L et N représentent les cinq paramètres indépendants régissant le comportement élastique d'un corps aéolotrope, tels qu'ils sont utilisés par les théoriciens.

Afin de déterminer les modules élastiques E, G et ν , utilisés par l'ingénieur, nous résolvons d'abord le système des équations linéaires (4.1) par rapport aux déformations. En même temps nous remplaçons, comme nous l'avons indiqué dans la matrice (4.8), les termes $X_x; e_{xx}$ etc. de la théorie d'élasticité par les termes employés en technique.

Soit D la déterminante des coefficients c_{rs} , et soit M_{rs} les déterminantes mineures correspondant aux éléments c_{rs} . Étant donné la symétrie de la matrice ($c_{rs} = c_{sr}$), nous avons : $M_{rs} = M_{sr}$. La solution s'écrit :

$$(4.11) \quad \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{D} (M_{11} \sigma_x + M_{12} \sigma_y + M_{13} \sigma_z + M_{14} \tau_{yz} + M_{15} \tau_{zx} + M_{16} \tau_{xy}), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{D} (M_{12} \sigma_x + M_{22} \sigma_y + M_{23} \sigma_z + M_{24} \tau_{yz} + M_{25} \tau_{zx} + M_{26} \tau_{xy}), \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{D} (M_{13} \sigma_x + M_{23} \sigma_y + M_{33} \sigma_z + M_{34} \tau_{yz} + M_{35} \tau_{zx} + M_{36} \tau_{xy}), \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{D} (M_{14} \sigma_x + M_{24} \sigma_y + M_{34} \sigma_z + M_{44} \tau_{yz} + M_{45} \tau_{zx} + M_{46} \tau_{xy}), \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{D} (M_{15} \sigma_x + M_{25} \sigma_y + M_{35} \sigma_z + M_{45} \tau_{yz} + M_{55} \tau_{zx} + M_{56} \tau_{xy}), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{D} (M_{16} \sigma_x + M_{26} \sigma_y + M_{36} \sigma_z + M_{46} \tau_{yz} + M_{56} \tau_{zx} + M_{66} \tau_{xy}). \end{aligned}$$

En supposant toutes les autres contraintes égales à zéro, sauf σ_x , nous trouvons :

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{D}{M_{11}}.$$

$$\text{De la même manière : (4.12) } E_y = \frac{D}{M_{22}} = \frac{D}{M_{11}} = E_x,$$

$$E_z = \frac{D}{M_{33}}.$$

Nous déterminons les modules de glissement G, correspondant à un couple des axes rectangulaires, en supposant toutes les contraintes égales à zéro sauf les contraintes τ correspondant à ce couple d'axes :

$$(4.13) \quad \begin{aligned} G_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{\gamma_{yz}} = \frac{D}{M_{44}}, \\ G_{zx} &= \frac{D}{M_{55}} = \frac{D}{M_{44}} = G_{yz}, \\ G_{xy} &= \frac{D}{M_{66}}. \end{aligned}$$

On obtient finalement les coefficients de Poisson en mettant en rapport les déformations correspondant à deux directions orthogonales sous l'effet d'une contrainte normale.

Nous désignons, par le second indice, la direction dans laquelle agit la contrainte normale provoquant les déformations, et, par le premier indice, la face non chargée de l'élément (*fig. 28*).

Par exemple : $\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$ (contrainte agissante : σ_y).

Nous déterminons ainsi, avec les équations (4.11) :

$$(4.14) \quad \begin{aligned} \nu_{yz} &= \frac{M_{23}}{M_{33}}; & \nu_{zx} &= \frac{M_{23}}{M_{22}}; \\ \nu_{zx} &= \frac{M_{13}}{M_{11}}; & \nu_{xz} &= \frac{M_{13}}{M_{33}}; \\ \nu_{xy} &= \frac{M_{12}}{M_{22}}; & \nu_{yx} &= \frac{M_{12}}{M_{11}}. \end{aligned}$$

Si nous mettons en rapport les coefficients de Poisson ayant les mêmes indices, nous trouvons, par exemple, pour ν_{zx} et ν_{xz} :

$$\frac{\nu_{zx}}{\nu_{xz}} = \frac{M_{33}}{M_{11}} = \frac{E_x}{E_z} \quad (\text{voir 4.12})$$

et, en général :

$$(4.15) \quad \frac{\nu_{kl}}{\nu_{lk}} = \frac{E_k}{E_l},$$

formule, dans laquelle l et k désignent deux directions orthogonales.

Remplaçons finalement les notations des axes x et y par h (horizontal) et la notation z par v (vertical), et exprimons les constantes élastiques E , G et ν [équat. (4.12), (4.13) et (4.14)] par les paramètres (4.9).

En vertu du système (4.8) et des définitions données en (4.9), nous obtenons :

$$(4.16) \quad \begin{aligned} 1) \quad E_h &= \frac{4N(AC - F^2 - CN)}{AC - F^2}; \\ 2) \quad E_v &= \frac{AC - F^2 - CN}{A - N}; \\ 3) \quad G_{vh} &= G_v = L; \\ 4) \quad G_{hh} &= G_h = N; \\ 5) \quad \nu_{hv} &= \nu_v = \frac{F}{2(A - N)}; \\ 6) \quad \nu_{hh} &= \nu_h = \frac{AC - F^2 - 2CN}{AC - F^2}. \end{aligned}$$

Avec la relation (4.15), nous obtenons :

$$7) \quad \nu_{vh} = \frac{E_h}{E_v} \nu_{hv} = \alpha \nu_v, \quad \text{avec } \alpha = \frac{E_h}{E_v}.$$

Les équations 1), 2), 3), 5) et 6) du système (4.16) constituent un système de cinq équations indépendantes à cinq inconnues. La solution nous donne :

$$(4.17) \quad \begin{aligned} A &= \frac{(1 - \alpha \nu_v^2) \alpha}{(1 + \nu_h)(1 - \nu_h - 2\alpha \nu_v^2)} E_v; \\ C &= \frac{(1 - \nu_h^2)}{(1 + \nu_h)(1 - \nu_h - 2\alpha \nu_v^2)} E_v; \\ F &= \frac{\alpha \nu_v (1 + \nu_h)}{(1 + \nu_h)(1 - \nu_h - 2\alpha \nu_v^2)} E_v; \\ N &= \frac{(1 - \nu_h - 2\alpha \nu_v^2) \alpha}{2(1 + \nu_h)(1 - \nu_h - 2\alpha \nu_v^2)} E_v; \\ L &= G_v. \end{aligned}$$

E_v , E_h , ν_v , ν_h et G_v sont les cinq paramètres indépendants de l'aéotropie élastique, utilisés par l'ingénieur. Nous les avons schématiquement représentés dans la figure 29. Leur rapport avec les coefficients A, C, P, L et N, employés dans la théorie de l'élasticité, est donné par les équations (4.16) et (4.17).

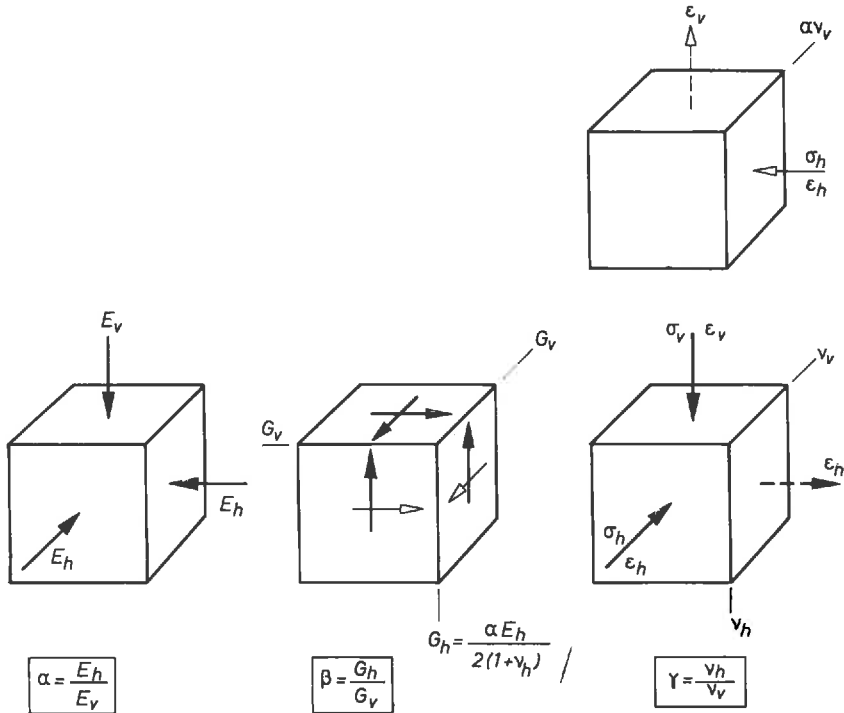


Fig. 29. — Représentation schématique des cinq paramètres indépendants (traits forts) de l'aéotropie élastique.

Dans le cas de l'isotropie, nous avons :

$$\begin{aligned} E_v &= E_h = E; \\ \nu_v &= \nu_h = \nu; \\ G_v &= G_h = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \end{aligned}$$

**RECHERCHE DES RELATIONS PROBABLES
ENTRE LES CONSTANTES ÉLASTIQUES**

5.1

GÉNÉRALITÉS

D'après la théorie de l'élasticité, les cinq paramètres gouvernant l'aéolotropie sont indépendants. Or, il est évident que, pour les matériaux que nous étudions, certaines restrictions s'imposent, en ce qui concerne les combinaisons possibles des valeurs quantitatives de ces paramètres. Si l'on admet que l'anisotropie géométrique est la cause de l'anisotropie mécanique, un cas comme : $E_v = E_h$; $\nu_v \neq \nu_h$ doit être exclu *a priori*, bien qu'une telle combinaison soit admise d'après la théorie de l'élasticité. En effet, on peut difficilement imaginer une structure irrégulière qui soit à la fois isotrope, en ce qui concerne les modules de YOUNG, et anisotrope vis-à-vis des coefficients de POISSON. Aussi, nous paraît-il invraisemblable que, par exemple, E_v soit très petit et G_v très élevé. Rappelons à cet égard que, dans le cas de l'isotropie élastique, E_v a une valeur numérique supérieure au double de G_v , selon la formule classique $G = E/2(1 + \nu)$. Il nous semble inadmissible — bien que possible d'après la théorie de l'élasticité — que, pour une anisotropie, si petite soit-elle, cette relation des valeurs numériques puisse être totalement renversée. Ainsi, il nous semble intuitivement évident que certaines « limites de probabilité » doivent exister, et le premier pas vers la recherche des relations probables consiste à écarter toutes les solutions invraisemblables.

5.2 CONSIDÉRATIONS GLOBALES SUR LES LIMITES PROBABLES

Pour plus de facilité, nous raisonnerons, par la suite, uniquement sur les paramètres sans dimensions indépendants entre eux :

$$(52.1) \quad \alpha = \frac{E_h}{E_v}, \quad \beta = \frac{G_h}{G_v}, \quad \gamma = \frac{\nu_h}{\nu_v},$$

par lesquels l'aéolotropie élastique est parfaitement définie par rapport à l'isotropie (fig. 29).

Si les valeurs absolues de E_v , G_h etc., dépendent certainement des propriétés mécaniques des grains, il est probable, par contre, que les valeurs relatives α , β , et γ ne dépendent que de l'arrangement géométrique des grains, que nous définissons — autrement que dans le chapitre III — par le rapport α_s des axes de l'ellipse représentative :

$$\alpha_s = \frac{b}{a} \quad (\text{fig. 12}).$$

Nous pouvons postuler :

$$(52.2) \quad \alpha = \bar{f}(\alpha_s), \quad \beta = \bar{\varphi}(\alpha_s), \quad \gamma = \bar{\psi}(\alpha_s).$$

Or, il y a trois cas particuliers de structure pour lesquels les valeurs de α , β et γ sont connues.

1° $\alpha_s = 0$.

L'ellipse représentative est réduite à son axe horizontal, b étant zéro. La structure réelle est un ensemble de colonnes verticales isolées les unes des autres. Un tel arrangement instable des grains est, certes, hypothétique, mais on peut en déduire néanmoins les valeurs théoriques suivantes :

$$E_v \neq 0; \quad E_h = 0; \quad G_v = 0; \quad G_h = 0; \quad v_v = 0; \quad v_h = 0; \\ \alpha = 0; \quad \beta = \gamma = \text{indéterminé.}$$

2° $\alpha_s = 1$.

C'est le cas de l'isotropie auquel nous avons fait allusion dans le paragraphe (5.1), et nous en tirons immédiatement :

$$\alpha = 1; \quad \beta = 1; \quad \gamma = 1.$$

3° $\alpha_s = \infty$.

La structure est constituée de disques horizontaux isolés.

Nous avons :

$$E_v = 0; \quad E_h \neq 0; \quad G_v = 0; \quad G_h \neq 0; \quad v_v = 0; \quad v_h \neq 0; \\ \alpha \rightarrow \infty; \quad \beta \rightarrow \infty; \quad \gamma \rightarrow \infty.$$

Ici, nous introduisons deux hypothèses :

— les fonctions (52.2) sont monotones. En effet, nous ne voyons pas la raison pour laquelle ces fonctions présenteraient des extrêmes.

A la suite de cette hypothèse, on peut résumer la discussion de ces fonctions inconnues par le tableau suivant :

$\alpha_s = 0$	\iff	$\alpha = 0$	\iff	$\beta = \gamma = \text{indéterminée}$
$\alpha_s < 1$	\iff	$\alpha < 1$	\iff	$\beta < 1 \iff \gamma < 1$
$\alpha_s = 1$	\iff	$\alpha = 1$	\iff	$\beta = 1 \iff \gamma = 1$
$\alpha_s > 1$	\iff	$\alpha > 1$	\iff	$\beta > 1 \iff \gamma > 1$
$\alpha_s \rightarrow \infty$	\iff	$\alpha \rightarrow \infty$	\iff	$\beta \rightarrow \infty \iff \gamma \rightarrow \infty$

— le rapport des modules de YOUNG, en directions horizontales et verticales, est égal au rapport des axes verticaux et horizontaux de l'ellipse : $\alpha = \alpha_g$. Notons que cette hypothèse est rigoureusement valable pour les cas particuliers étudiés.

Étant donné que les valeurs des lignes horizontales du tableau se conditionnent mutuellement, on peut remplacer la variable indépendante α_g par α , ce qui réduit le tableau à sa partie encadrée. Il ne reste que les nouvelles fonctions :

$$(52.3) \quad \beta = \varphi(\alpha); \quad \gamma = \psi(\alpha),$$

qui ne peuvent se placer, selon le tableau, que dans l'espace non hachuré de la *figure 30*. Les deux droites horizontales et verticales se coupant au point (1.1) représentent les limites cherchées, qui séparent les valeurs probables des valeurs improbables. Parmi l'infinité des fonctions (52.3) probables, nous devons ensuite choisir celles que nous qualifierons comme étant les plus probables. Avant de faire ce deuxième pas, nous résumons d'abord les suggestions données par plusieurs chercheurs sur le même sujet.

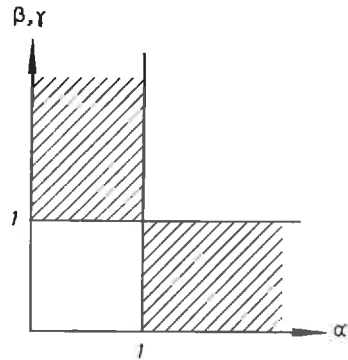


Fig. 30.

5.3

INDICATIONS DANS LA LITTÉRATURE

Tous les auteurs qui, à notre connaissance, ont traité l'aéolotropie élastique des sols, se sont trouvés devant le même problème, et ils ont proposé des solutions diverses, car une détermination expérimentale de ces fonctions inconnues — si elles existent — exige un appareillage ultra-précis et très compliqué dont on ne dispose pas, à l'heure actuelle, en mécanique des sols.

Ainsi JELINEK [12] se fixe, par des considérations de l'analogie formelle avec la formule classique en isotropie, les valeurs extrêmes pour G_v :

$$G_v^I = \frac{E_v}{2(1 + \nu_v)} \quad \text{et} \quad G_v^{II} = \frac{\alpha E_v}{2(1 + \alpha \nu_v)},$$

d'où l'on obtient, d'après (52.1) et avec $G_h = \alpha E_v / 2(1 + \nu_h)$

$$\beta^I = \alpha \frac{1 + \nu_v}{1 + \nu_h} \quad \text{et} \quad \beta^{II} = \frac{1 + \alpha \nu_v}{1 + \nu_h}.$$

Ces deux valeurs sont à l'intérieur des frontières que nous venons de fixer.

WOLF [11] propose, sans aucune explication, l'expression arbitraire :

$$G_v = \frac{\alpha E_v}{1 + \alpha + 2\nu_v}, \quad \text{d'où} \quad \beta = \frac{1 + \alpha + 2\nu_v}{2(1 + \nu_h)}.$$

Enfin, TAN TRONG-KIE [21] trouve, pour les argiles, que α ne dépasse pas la valeur 3. Il en déduit l'hypothèse, que (1) :

$$G_v = \frac{\alpha E_v}{2[\alpha v_v(1 + v_h) + \sqrt{\alpha(1 - \alpha v_v^2)(1 - v_h^2)}]}$$

donc :

$$\beta = \frac{\alpha v_v(1 + v_h) + \sqrt{\alpha(1 - \alpha v_v^2)(1 - v_h^2)}}{1 + v_h}$$

5.4 ÉTABLISSEMENT DES FORMULES LES PLUS PROBABLES

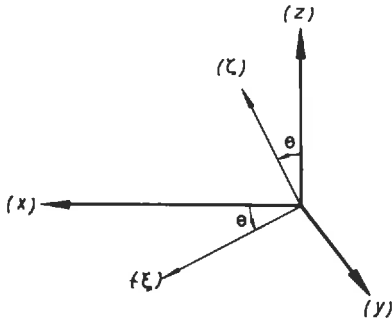


Fig. 31.

Soit x, y et z les axes d'un système de coordonnées dans l'espace, où (xy) désigne le plan horizontal, et z l'axe vertical qui est l'axe de révolution de l'aéolotropie du matériau considéré (fig. 31).

Soit ξ, ζ et y les coordonnées d'un autre système, obtenu du premier par rotation de l'angle θ , autour de l'axe y . Nous appliquons une compression monoaxiale en direction ζ sur un élément cubique du matériau, dont l'orientation de l'aéolotropie reste invariable par rapport au système initial des coordonnées (fig. 32).

Si nous désignons par l'indice (θ) les valeurs relatives au système

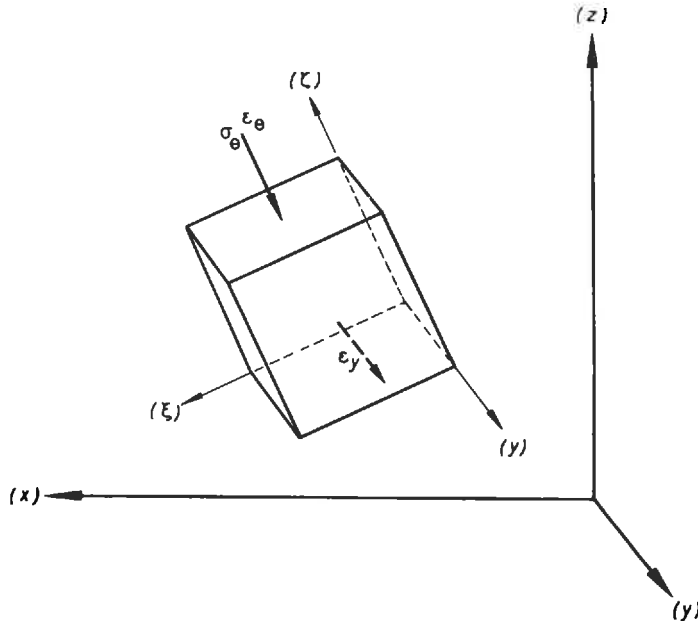


Fig. 32.

(1) L'auteur propose sa formule sous la forme $\lambda' = 2\psi'(1 + v')$, où λ', ψ' et v' sont des modules de déformation, dans le cas des déformations planes, qui sont encore, pour des raisons mathématiques, affectés d'un coefficient de transformation affine. On obtient la formule citée en substituant les valeurs λ', ψ' et v' par les expressions indiquées par l'auteur.

transformé, les constantes élastiques, qui nous intéressent ici, sont définies par :

$$(54.1) \quad E_{\theta} = f(\theta) = \frac{\sigma_{\theta}}{\varepsilon_{\theta}} \quad \text{et} \quad \nu_{\theta} = F(\theta) = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{\theta}}$$

Les fonctions $f(\theta)$ et $F(\theta)$ ne sont connues que pour les valeurs extrêmes :

$$E_{(\theta=0)} = E_v; \quad E_{(\theta=90^\circ)} = E_h; \quad \nu_{(\theta=0)} = \nu_v; \quad \nu_{(\theta=90^\circ)} = \nu_h.$$

Pour déterminer les fonctions (54.1), nous faisons appel aux formules classiques de la théorie de l'élasticité pour une transformation du système des coordonnées. Pour les contraintes, nous avons (fig. 33) :

$$(54.2) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{\theta} \sin^2 \theta, \\ \sigma_z &= \sigma_{\theta} \cos^2 \theta, \\ \tau_{xz} &= \sigma_{\theta} \sin \theta \cos \theta. \end{aligned}$$

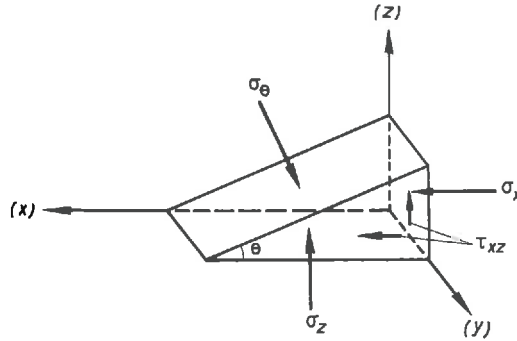


Fig. 33.

Pour les déformations, nous avons la relation connue :

$$(54.3) \quad \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_x \sin^2 \theta + \varepsilon_z \cos^2 \theta + \gamma_{xz} \sin \theta \cos \theta.$$

D'autre part, ε_x , ε_z et γ_{xz} s'expriment par :

$$(54.4) \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_h} - \frac{\sigma_z}{E_v} \nu_v; \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_v} - \frac{\sigma_x}{E_h} \alpha \nu_v; \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_v} = \beta \frac{\tau_{xz}}{G_h}.$$

En introduisant les équations (54.2) en (54.4), et les nouvelles expressions pour les déformations en (54.3), on obtient, avec $E_h = \alpha E_v$ et $G_h = \alpha E_v / 2 (1 + \nu_h)$:

$$(54.5) \quad \varepsilon_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta}}{E_v} \left[\frac{\sin^4 \theta}{\alpha} + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] \frac{\beta}{\alpha} (1 + \nu_h) - \nu_v \left[+ \cos^4 \theta \right],$$

d'où, selon (54.1) :

$$(54.6) \quad E_{\theta} = \frac{\alpha E_v}{\sin^4 \theta + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta [\beta (1 + \nu_h) - \alpha \nu_v] + \alpha \cos^4 \theta}.$$

E_{θ} dépend donc, outre de l'angle θ et de α , des constantes élastiques ν_h et ν_v et de la valeur recherchée $\beta = G_h / G_v$. Il existe heureusement, parmi les valeurs possibles de β ,

une infinité qui fait disparaître, dans l'équation (54.6) les constantes ν_h et ν_v , telles que :

$$\beta = \frac{1 + \nu_v}{1 + \nu_h} \alpha \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1 + \alpha \nu_v}{1 + \nu_h},$$

valeurs limites, d'après JELINEK, que nous avons déjà mentionnées au paragraphe 5.3. Ensuite, suffisent à cette condition toutes les valeurs de la forme :

$$(54.7) \quad \beta = \frac{1 + \alpha^n + 2\alpha \nu_v}{2(1 + \nu_h)},$$

où n peut être chaque nombre positif. Pour plus de facilité, nous nous sommes bornés, dans cette étude, aux valeurs de β qui remplissent cette condition. Il est évident que β doit remplir également la condition :

$$\beta = 1 \quad \text{pour} \quad \alpha = 1 \quad \text{et} \quad \nu_h = \nu_v.$$

Ainsi, nous avons :

$$E_0 = f(\theta, \alpha, \beta).$$

S'il était possible de mesurer expérimentalement, peut-être par ultra-son, la variation de E_0 , on pourrait en tirer des indications sur β , ce que nous estimons plus prometteur et plus facile que les mesures directes de G_v .

Pour le moment, nous devons faire une hypothèse sur la variation de E_0 :

Nous admettons que E_0 varie selon une ellipse.

Notons, à cet égard, qu'en mécanique des sols l'ellipse est souvent adoptée comme étant représentative des phénomènes physiques anisotropes. CAQUOT et KERISEL [14] en font l'hypothèse lors de leurs études théoriques sur la résistivité électrique des sols stratifiés. SCHEIDEGGER [22] utilise une ellipse afin de démontrer l'anisotropie vis-à-vis de la perméabilité de certains sols.

Dans le présent mémoire, il a été démontré que l'anisotropie géométrique des sables peut être caractérisée par une surface ellipsoïdale. La supposition d'une variation ellipsoïdale de la grandeur physique de E , que nous venons de proposer, revient à dire que le module de YOUNG (E) est directement proportionnel au nombre *des normales aux plans de contact* par rapport au diamètre moyen des grains (r_θ).

Les ellipses, expérimentalement trouvées dans le chapitre III, représentent la variation du nombre de plans de contacts; r_θ , représentant le nombre des normales à ces plans de contacts, est donc donné par la même ellipse ayant subi une rotation de 90°.

Il est hors de doute que E_0 dépend de r_θ ; seule, leur relation est discutable. La proportionnalité entre E_0 et r_θ est la plus simple des relations possibles. Elle trouve d'ailleurs une certaine justification dans des considérations sur les arrangements réguliers, bien que le mécanisme des déformations, dans les sables réels, soit beaucoup plus complexe que dans les structures régulières. En effet, selon les études de BIAREZ et SIRIEYS sur les arrangements réguliers des billes de verre, le module de YOUNG (E) s'exprime par :

$$E = \frac{3}{2} (1 - 2\eta) \xi^{2/3} \sigma_i^{1/3} \quad ([15], \text{p. 28}).$$

Pour les arrangements en cube (6 contacts), en octaèdre (8 contacts), et en dodécaèdre (12 contacts), on trouve une proportionnalité parfaite entre le nombre de contacts et le module de YOUNG (fig. 34). Seul, l'arrangement instable en tétraèdre (4 contacts) échappe légèrement à cette loi.

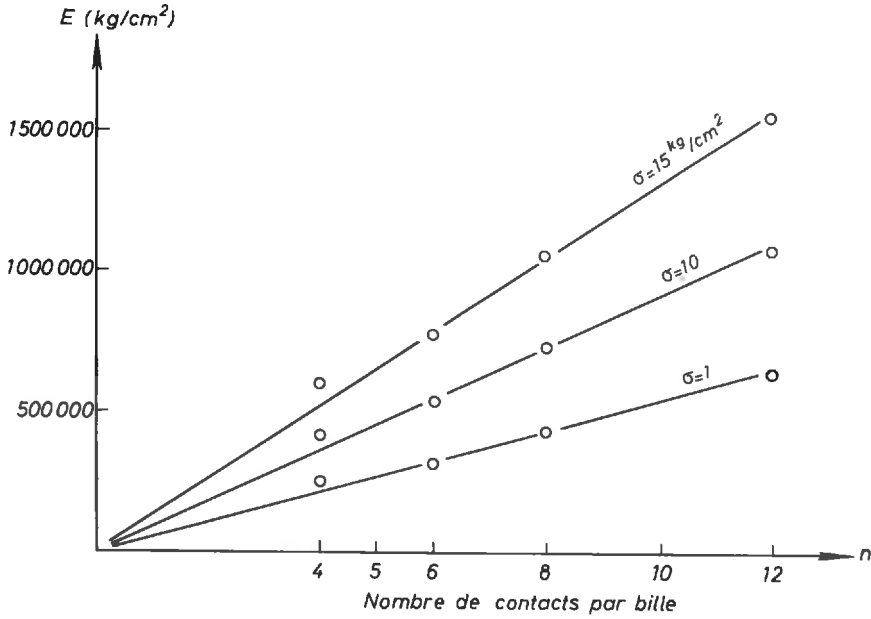


Fig. 34. — Variation linéaire du module de YOUNG (E) des arrangements réguliers des billes de verre avec le nombre de contacts.

$$E = \frac{3}{2} (1 - 2 \eta) \xi^{\frac{2}{3}} \sigma_s^{\frac{1}{3}} \quad (\text{d'après SIRIEYS et BIAREZ});$$

η = Coefficient de POISSON du matériau ($\approx 0,25$),
 ξ = Facteur de structure et de matériau.

Avec l'hypothèse d'une variation de E_θ selon une ellipse, la valeur de β doit donc être choisie telle que $E_\theta = f(\theta, \alpha, \beta)$ décrive une ellipse, dont le rapport des axes est $\alpha = \alpha_s$ (hypothèse faite au paragraphe 5.2). Or, l'équation (54.6) montre qu'aucune valeur de β ne peut remplir cette condition.

Nous avons cependant trouvé, par tâtonnement, que parmi les possibilités qu'offre la formule (54.7),

$$(54.8) \quad \beta = \frac{1 + \sqrt{\alpha} + 2\alpha\nu_e}{2(1 + \nu_h)},$$

d'où :

$$(54.9) \quad E_\theta = \frac{\alpha E_v}{\sin^4 \theta + (1 + \sqrt{\alpha}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \alpha \cos^4 \theta},$$

est une valeur très proche de cette condition, dans le domaine $0,4 < \alpha < 1$, où se place,

d'après nos essais, l'aéolotropie des sables (*fig. 35*). Nous choisissons donc, comme valeur la plus probable d'après (52.1) et (54.8), et avec $G_h = \alpha E_v / 2(1 + \nu_h)$:

$$(54.10) \quad G_v = \frac{\alpha E_v}{1 + \sqrt{\alpha + 2\alpha\nu_v}}$$

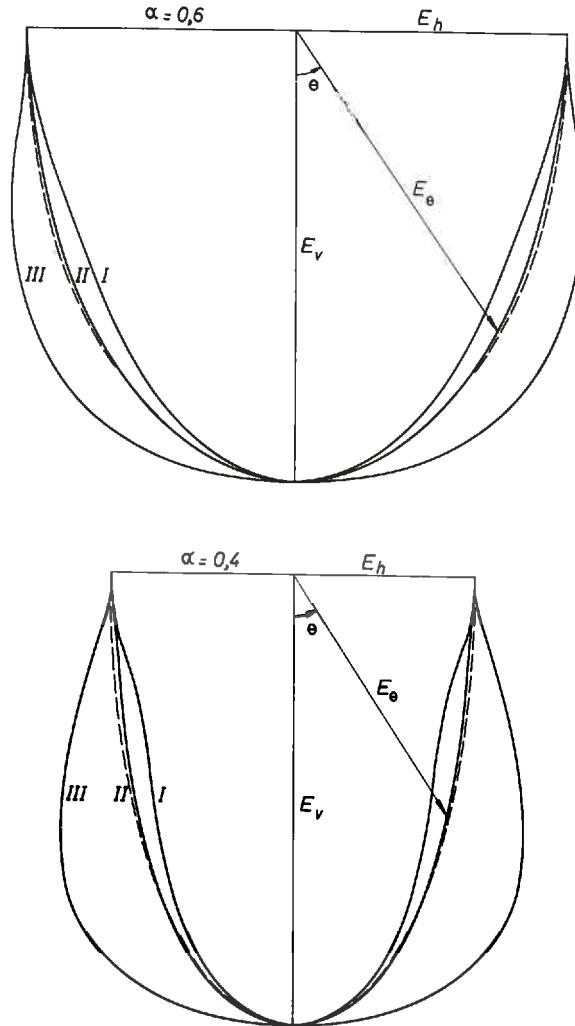


Fig. 35. — Variation de E_0 pour différentes valeurs de β .
(La ligne pointillée est l'ellipse correspondante.)

$$\begin{aligned} \text{I} : \beta &= \frac{1 + \alpha \nu_v}{1 + \nu_h} ; \\ \text{II} : \beta &= \frac{1 + \sqrt{\alpha + 2\alpha\nu_v}}{2(1 + \nu_h)} ; \\ \text{III} : \beta &= \alpha \frac{1 + \nu_v}{1 + \nu_h} . \end{aligned}$$

Dans la *figure 35*, nous avons indiqué la fonction E_0 (54.9) avec, comme références, les valeurs limites données par JELINEK. Notons finalement qu'avec $\alpha = 1$, E_0 décrit un cercle.

En ce qui concerne la valeur la plus probable de γ (52.1) nous appliquons la même méthode :

$$(54.11) \quad -\varepsilon_y = \frac{\sigma_x}{E_h} v_h + \frac{\sigma_z}{E_v} v_v = \frac{\sigma_\theta}{E_v} v_v \left[\frac{\gamma}{\alpha} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \right].$$

Selon (54.1), nous obtenons, avec (54.5) et (54.8) :

$$(54.12) \quad v_\theta = \frac{\alpha v_v \left(\frac{\gamma}{\alpha} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \right)}{\sin^4 \theta + (1 + \sqrt{\alpha}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \alpha \cos^4 \theta}.$$

La comparaison des expressions (54.12) et (54.9) montre que, pour $\gamma = \alpha$, v_θ décrit la même courbe que E_θ .

Nous choisissons donc comme valeur la plus probable

$$(54.13) \quad \gamma = \alpha; \quad \boxed{v_h = \alpha v_v}.$$

Dans la *figure 36* sont représentées, à titre de comparaison, toutes les valeurs de β proposées par les divers auteurs.

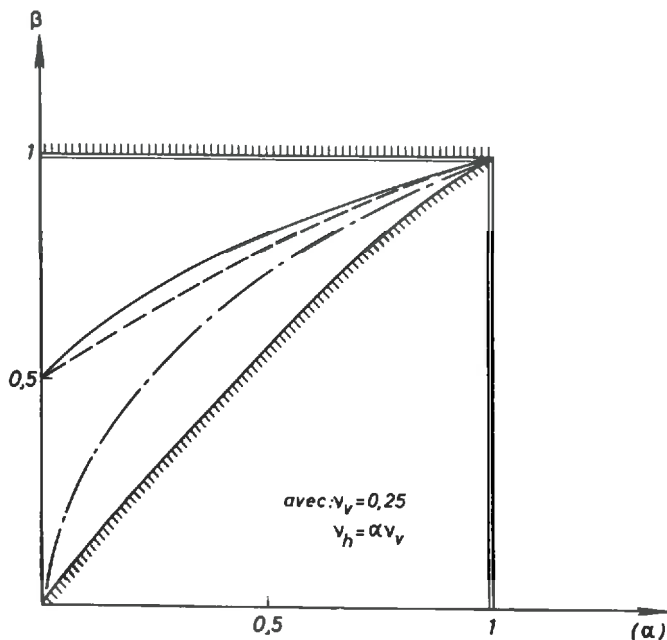


Fig. 36. — Relations entre α et β proposées par divers auteurs.

- limites d'après JELINEK
- limites proposées ici
- $\beta = f(\alpha)$ d'après TAN TJONG-KIE
- - - $\beta = F(\alpha)$ d'après WOLF
- · - $\beta = \varphi(\alpha)$ proposé ici

PRINCIPES ET DISPOSITIFS D'ESSAIS

6.1

PRINCIPES DE MESURES

Pour les mesures des paramètres élastiques des sols, il ne faut pas oublier que l'hypothèse de l'élasticité linéaire n'est qu'une approximation souvent éloignée de la réalité. De ce fait, les « constantes élastiques » dépendent de l'état des contraintes au moment des mesures, et du chemin préalablement parcouru dans l'espace des contraintes. L'importance de ce dernier point est soulignée par les essais de KERISEL, qui a trouvé, pour les mêmes sables et pour les mêmes états de contraintes finaux, des différences allant jusqu'à 100 % des modules de YOUNG, en fonction du chemin parcouru dans l'espace des contraintes (rapporté lors du Symposium International de Rhéologie et de Mécanique des Sols de Grenoble, 1964).

La détermination expérimentale des paramètres élastiques — en vue des calculs pratiques — n'a donc de sens que si l'échantillon parcourt, pendant l'essai, le même chemin, dans l'espace des contraintes, que le massif correspondant.

Selon l'hypothèse généralement admise ([14], p. 122), le tenseur des contraintes, à l'intérieur d'un massif non chargé, est caractérisé par le coefficient de pression de repos (k_0), qui représente le rapport des contraintes principales horizontales et verticales, pour une dilatation horizontale égale à zéro :

$$k_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}; \quad (\varepsilon_h = 0).$$

Le chemin dans l'espace des contraintes parcouru par un massif pendant la consolidation statique, est donc donné par la ligne k_0 (*fig. 37*); les contraintes élastiques devraient, en conséquence, être mesurées le long de cette ligne.

Seul, l'essai œdométrique classique reproduit exactement, en laboratoire, ces conditions. Or, cet essai ne nous fournit pas de renseignements sur l'anisotropie.

Toute autre installation de mesure mécanique implique un éloignement de la ligne

trouve, d'une part sur la ligne k_0 , et représente, d'autre part, l'état de contrainte dans une couche superficielle du massif correspondant (1). Or, selon l'hypothèse de l'homogénéité, nous considérons les propriétés près de la surface du massif comme étant représentatives par tout le massif (§ 2.3).

Si nous connaissons la tendance de la modification apportée par le vide — elle va dans le sens de l'isotropie (voir § 2.3) — nous ne savons rien sur sa grandeur. En effet, la présence d'une paroi rigide, indispensable au montage, empêche la mise en place des dispositifs de mesure. Seule, une extrapolation « en arrière », le long de la ligne v , peut nous fournir des renseignements recherchés sur la valeur des paramètres élastiques au point K_0 .

Pour cela, nous poursuivons, dans un appareil triaxial, l'application d'une contrainte isotrope au-delà du point V (ligne i), tous les dispositifs de mesure étant placés

En effet, on se souvient que nous avons défini l'anisotropie mécanique (A_m) par le rapport relatif des déformations horizontales et verticales sous *contraintes isotropes* (§ 2.1). Nous verrons plus tard que cet essai simple suffit pour déterminer le paramètre $\alpha = E_h/E_v$ qui, seul, caractérise parfaitement l'aéolotropie élastique, compte tenu de l'élimination des paramètres β et γ , que nous venons d'effectuer (chap. V).

La détermination de la valeur de A_m au point K_0 est l'objet principal de notre première série d'essais.

Afin d'évaluer l'évolution de l'anisotropie avec la profondeur (consolidation statique), nous avons envisagé une deuxième série d'essais : nous suivons tout d'abord, à partir du point V le chemin k en tenant constant le diamètre de l'échantillon ($\epsilon_h = 0$). A un certain σ_v (profondeur z) donné (points K' et K''), nous commençons la mesure de l'anisotropie par l'application d'une contrainte isotrope (lignes i' et i'').

Enfin, pour imiter les modifications par un cycle des pressions œdométriques (passage d'un glacier, voir § 2.3), nous envisageons un cycle complet de k , suivi, à partir du point G, d'une application des contraintes isotropes (ligne g).

Les essais de la série II ne peuvent être qu'une approximation assez grossière de la réalité, étant donné que nous suivons la ligne k au lieu de la ligne k_0 . Une extrapolation des résultats, le long des lignes pointillées afin de rejoindre la ligne k_0 , est très problématique, la longueur du chemin d'extrapolation ($K'K'_0$) étant inconnue. En effet, rien ne prouve que la ligne k s'obtient par un décalage de la ligne k_0 . Or, c'est dans ce cas seulement que ($K'K'_0$) est connu. ($K'K'_0$) = (VK_0).

C'est pourquoi nous nous bornerons, pour la série II de nos essais, à déterminer l'anisotropie pour les points K' et G.

6.2 L'APPAREIL TRIAXIAL ET LES DISPOSITIFS DE MESURE

Les principes de mesures développés et, en particulier, la méthode d'extrapolation exigent :

— une grande précision dans la mesure des contraintes et des déformations, notamment au début de l'essai, afin que l'extrapolation « en arrière » soit correcte;

(1) La profondeur z relative au point K_0 est donnée par la mi-hauteur de l'échantillon, la partie m de la ligne k , représentant la mise en place du matériau.

— une prolongation le plus loin possible des essais, le long des lignes i (*fig. 37*), afin que l'on connaisse nettement l'allure des courbes obtenues;

— l'application d'un vide aussi petit que possible, afin de réduire le chemin de l'extrapolation.

Les appareils triaxiaux de construction classique ne remplissent pas toutes ces conditions. En effet, les mesures des déformations verticales et de la force verticale (déviateur) se font généralement à l'extérieur de l'appareil, ce qui fait intervenir les déformations de la cloche même de la cellule et le frottement du piston; l'emplacement d'un dispositif pour les mesures des déformations horizontales n'est d'ailleurs pas possible, en général.

C'est pourquoi, il nous a fallu construire un appareil triaxial d'un type nouveau, dont voici les principes généraux (*fig. 38 et 39*) :

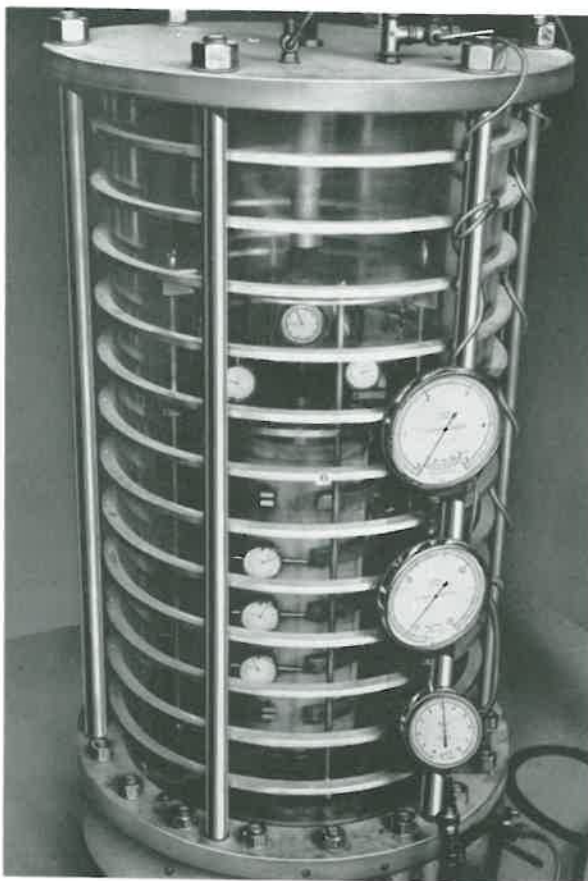


Fig. 38. — L'appareil triaxial de recherche avec l'échantillon en place.

Tous les dispositifs de mesures (sauf les manomètres) sont placés à l'intérieur même de la cellule, de telle façon que les mesures soient prises directement sur l'échantillon.

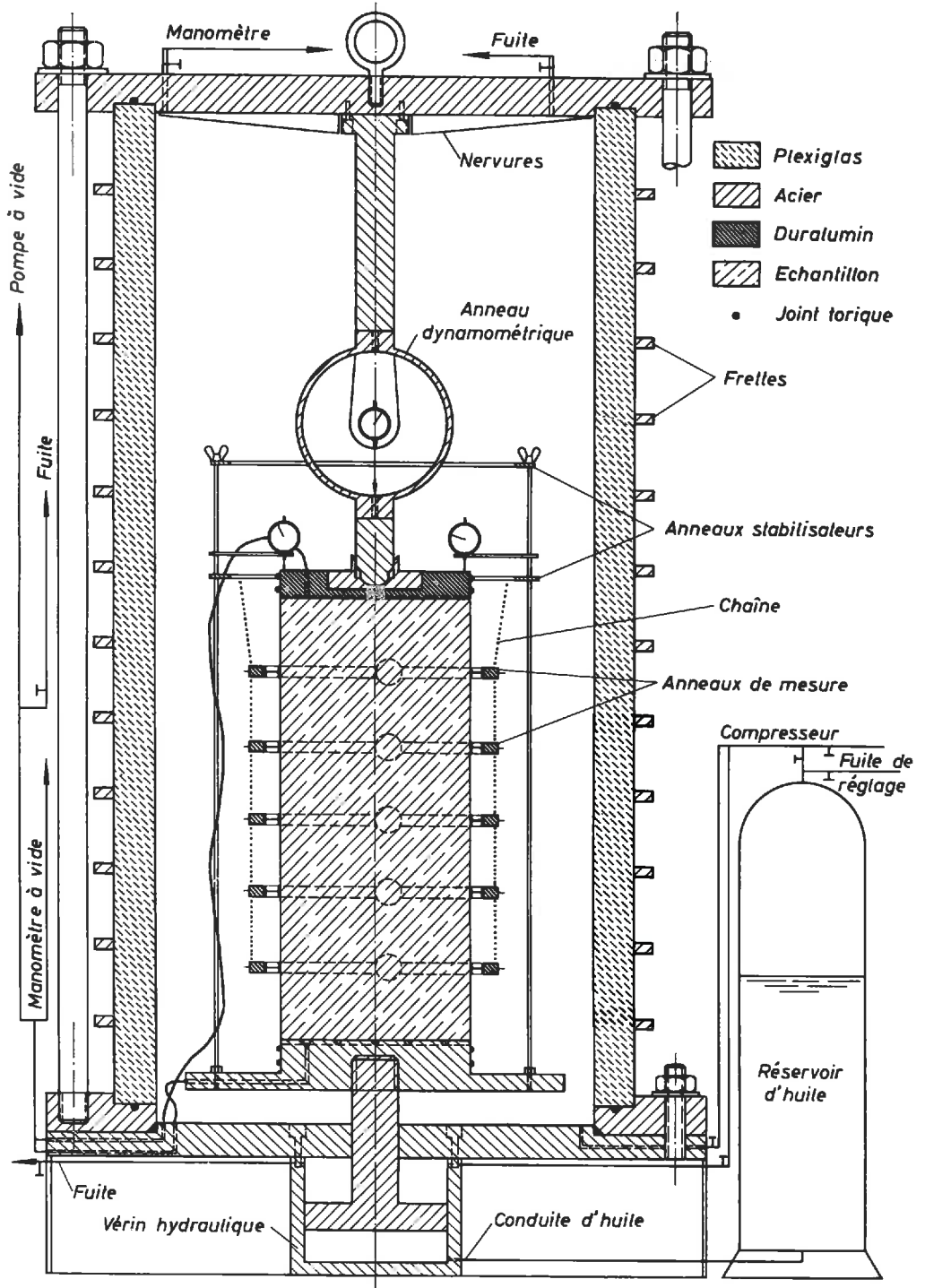


Fig. 39. — Dessin schématique de l'appareil triaxial.

Afin d'obtenir des déformations absolues suffisamment grandes (mesurables), même pour des petites variations de la pression, nous avons choisi un échantillon ayant des dimensions relativement grandes (\varnothing : 200 mm, H : 465 mm). Les comparateurs à l'intérieur de la cellule ne pouvant fonctionner sous l'eau, l'emploi de l'air comprimé, comme moyen d'application des contraintes isotropes, était indispensable (1).

Ceci pose des problèmes de sécurité (explosion), qui se trouvent encore être accrus par les grandes pressions envisagées (jusqu'à 12 kg/cm²) et les dimensions assez volumineuses de la cellule. Une construction de la cellule en acier ne pouvait pas être retenue, étant donné qu'une visibilité parfaite nous était indispensable, en vue d'une lecture facile et rapide, par photographie, des nombreux comparateurs (voir § 7.3).

Nous avons adopté la construction classique d'une cellule en plexiglas (épaisseur : 45 mm), renforcée par des frettes minces (10 × 20 mm), distantes de 80 mm. Afin d'assurer une distribution uniforme des contraintes de frettage le long de la circonférence, la mise en place des frettes s'effectuait « à chaud ». Le plexiglas étant très sensible à la chaleur, nous n'avons chauffé les frettes que très légèrement (60° C environ) et nous avons refroidi, par contre, le cylindre en plexiglas à — 20 C environ. En effet, le coefficient de dilatation thermique du plexiglas (10⁻⁴) étant douze fois plus grand que celui de l'acier, cette différence de température relativement faible suffisait pour une mise en place correcte des frettes. La cellule a été mise à l'épreuve sous une pression de 25 kg/cm². Les mesures des déformations, pendant l'épreuve, n'ont révélé aucun signe inquiétant d'une entrée en plasticité du plexiglas.

La force axiale (déviateur) est provoquée par un vérin hydraulique (force maximale : 4,5 t), encastré à la base de l'appareil. La mise en marche du vérin fait monter l'échantillon — avec toutes les installations de mesures de déformations — jusqu'à ce qu'il s'appuie, en haut, contre une butée solidaire de la tête de la cellule, la force déviatrice étant mesurée par un anneau dynamométrique intercalé. La tête de l'échantillon, en duralumin, est munie d'une cavité légèrement conique qui assure le centrage de l'échantillon éventuellement nécessaire (fig. 40).

Notons les détails suivants :

Les comparateurs utilisés pour les mesures des déformations sont gradués en microns. Ils sont montés sur un assemblage rigide des tiges et des anneaux, solidaire du piston du vérin (fig. 41).

Les déformations verticales sont mesurées par deux comparateurs placés sur la



Fig. 40. — Échantillon sous vide avant la mise en place du dispositif de mesure.

(1) L'utilisation de l'huile comme liquide de pression impliquerait une contrainte non uniforme sur la hauteur de l'échantillon (pression hydrostatique).

tête de l'échantillon. La mesure des déformations horizontales se fait à l'aide de cinq anneaux spéciaux, suspendus à l'assemblage rigide. Ces anneaux de mesure sont constitués de deux demi-anneaux reliés par une articulation (*fig. 43*). Face à l'articulation se trouve, monté sur l'anneau, le comparateur qui mesure les déformations horizontales, par l'intermédiaire de deux touches plaquées contre l'échantillon et reliées à l'anneau par des tiges horizontales de 15 mm de longueur. L'emplacement des touches est orthogonal à la direction articulation-comparateur. Le comparateur indique ainsi le double des déformations horizontales, ce qui augmente la précision des mesures. Les touches (15 × 25 mm) sont légèrement concaves et épousent parfaitement la forme cylindrique de l'échantillon.

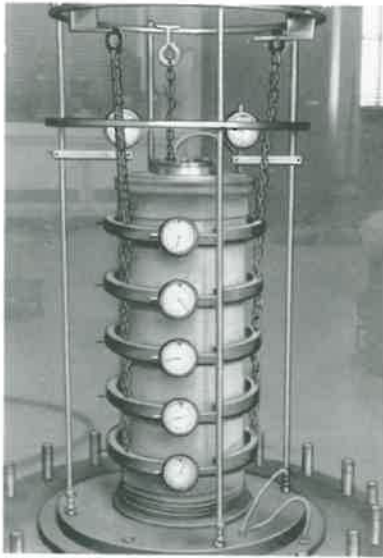


Fig. 41. — Échantillon sous vide, le dispositif de mesure étant mis en place.



Fig. 42. — Détail des anneaux de mesure.

Les deux demi-anneaux sont reliés, du côté opposé à l'articulation, par un élastique. Les élastiques sont choisis tels que leur force de traction ne dépasse que très peu la résistance de course des comparateurs (100 g), afin de réduire le plus possible les contraintes perturbatrices locales, transmises par les touches dans l'échantillon. Elles n'atteignent en effet que quelques grammes par cm^2 . Des détails sur les anneaux sont donnés dans les *figures 42 et 43*.

Afin d'éliminer les déformations de la capote en caoutchouc, avec laquelle l'échantillon est revêtu, le caoutchouc est remplacé, aux endroits de mesure, par des clinquants en acier (1/10 mm d'épaisseur), collés à l'intérieur de la capote (*fig. 40*).

Pendant les essais, les touches ne suivent pas seulement les déformations horizontales, mais également les déformations verticales de l'échantillon. Les tiges reliant les touches à l'anneau, qui ont une position horizontale au début de l'essai, s'inclinent au fur et à mesure que l'essai progresse. Cette rotation faible des tiges, autour d'un

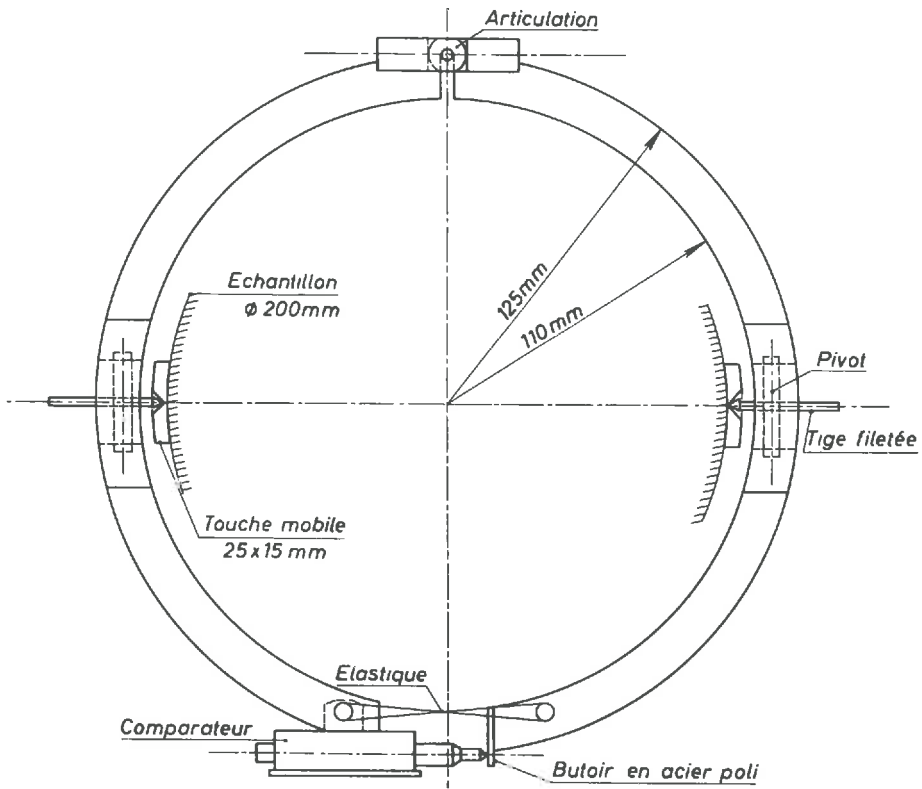


Fig. 43. — L'anneau de mesure pour la détermination des déformations horizontales.

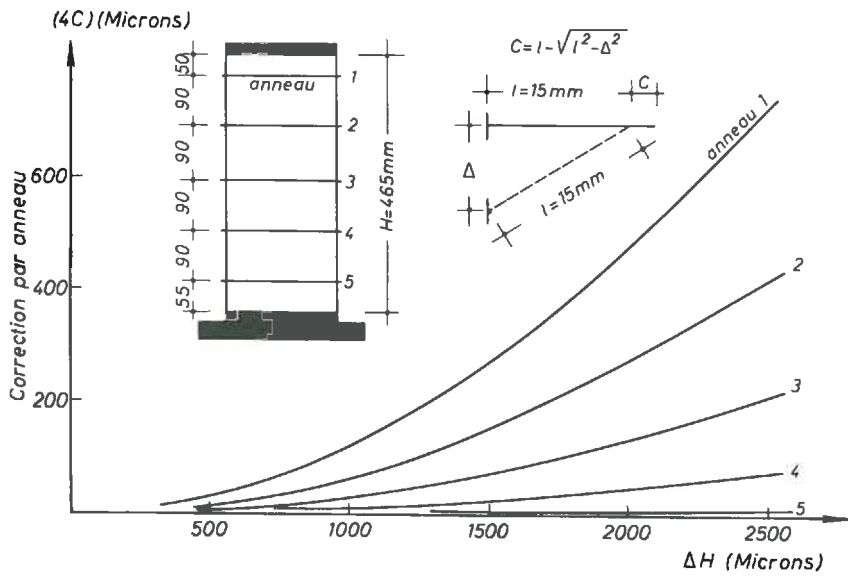


Fig. 44. — Termes correctifs.

Un premier groupe de ces facteurs est relatif aux contraintes. Nous l'avons exposé dans le paragraphe 6.1.

Les propriétés du matériau forment un deuxième groupe (frottement grain sur grain, granulométrie, grandeur et forme des particules, etc.). Dans le but d'évaluer l'influence de ces caractéristiques sur la loi primaire et d'en fixer des limites éventuellement imposées par le matériau, nous avons choisi six matériaux très différents, de manière que toute la gamme des propriétés possibles des sables soit balayée.

Nous soulignons, encore une fois, que nos recherches sont limitées aux échantillons vierges ou vibrés, à l'exception des essais de la série II, où nous poursuivons les modifications de l'anisotropie avec la profondeur.

7.2

CHOIX DES MATÉRIAUX

Examinons les caractéristiques du matériau susceptibles de modifier la loi primaire reliant l'aéolotropie à l'indice des vides :

1° La granulométrie.

Plus elle est étalée, plus l'indice des vides est petit pour une même valeur de l'anisotropie. Une mesure de l'étalement de la courbe granulométrique est donnée par le coefficient (U) de HAZEN :

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$

2° La grandeur absolue des particules

est une caractéristique du matériau susceptible de limiter la validité de la relation aéolotropie-indice des vides. En effet, dès que les forces intergranulaires d'attraction, qui croissent avec la petitesse des grains, emportent sur la force de pesanteur, la loi primaire risque de devenir caduque. Afin de chiffrer la grandeur des particules, nous utilisons la notation du « diamètre efficace (d_e) », d'après KOZENY. La définition de cette valeur est donnée dans la *figure 46*.

3° Le poids spécifique (G) du matériau.

Plus la valeur de G est élevée, plus la force de pesanteur, créatrice de l'anisotropie, est efficace. Nous avons fait varier l'effet de la pesanteur, non seulement par le choix des matériaux lourds ou légers, mais aussi par l'examen des échantillons mis en place sous l'eau (poussée d'Archimède).

4° L'angle de frottement (ψ) grain sur grain.

Nous en avons décrit l'influence sur la structure statistique, dans le paragraphe 2.2. Étant donné que l'angle de frottement (ψ) ne peut pas être déterminé directement, nous

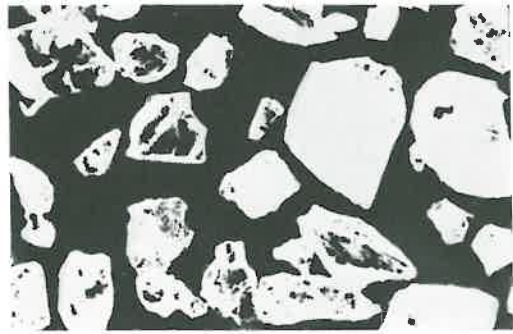
avons indiqué, pour chaque matériau, en tant qu'indication qualitative, l'angle du talus naturel (ρ_s); outre l'angle ψ , le talus naturel est affecté par les formes géométriques des grains.

5° Les formes géométriques des grains.

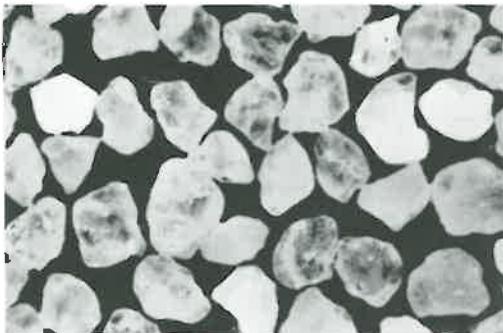
Pour des raisons exposées dans le paragraphe 2.1, nous n'avons choisi que des matériaux constitués de particules non oblongues. Une macroscopie des matériaux examinés est donnée dans la *figure 45*.



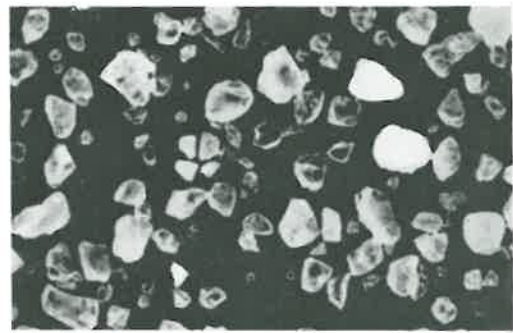
Matériau A : sable silteux.
Agrandissement 5 fois.



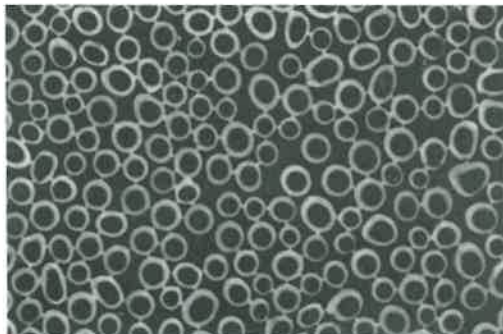
Matériau B : sable fin (silt).
Agrandissement 100 fois.



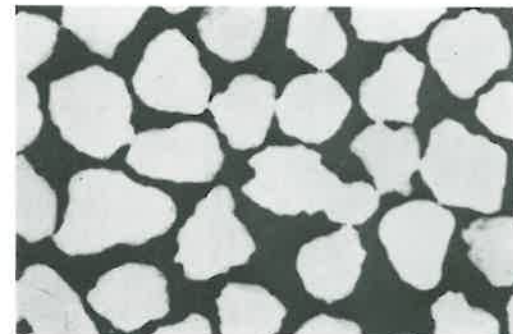
Matériau C : gros sable.
Agrandissement 5 fois.



Matériau D : sable mélangé 40/100.
Agrandissement 5 fois.



Matériau E : billes de verre.
Agrandissement 5 fois.



Matériau F : cendres volcaniques.
Agrandissement 5 fois.

Fig. 45. — Macrographie des matériaux utilisés.

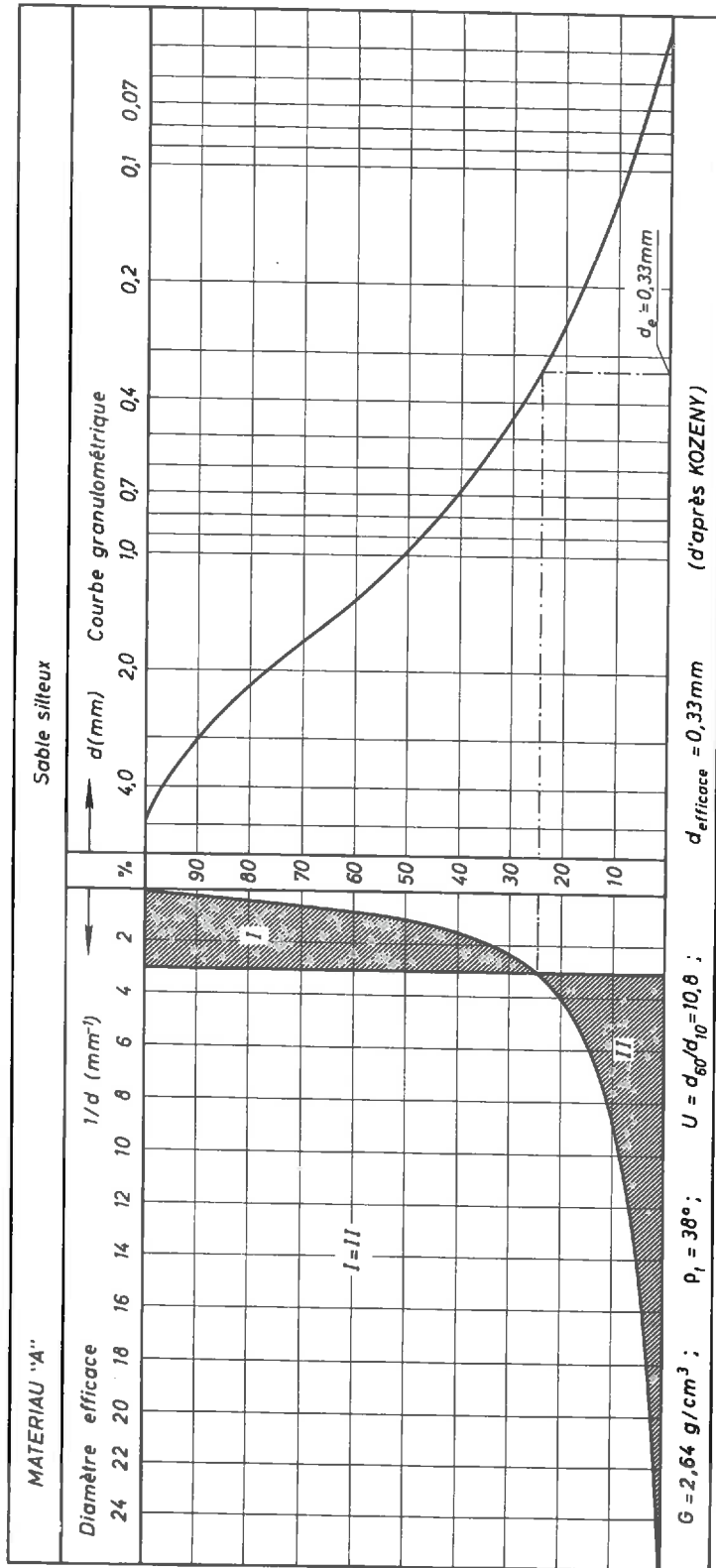


Fig. 46.

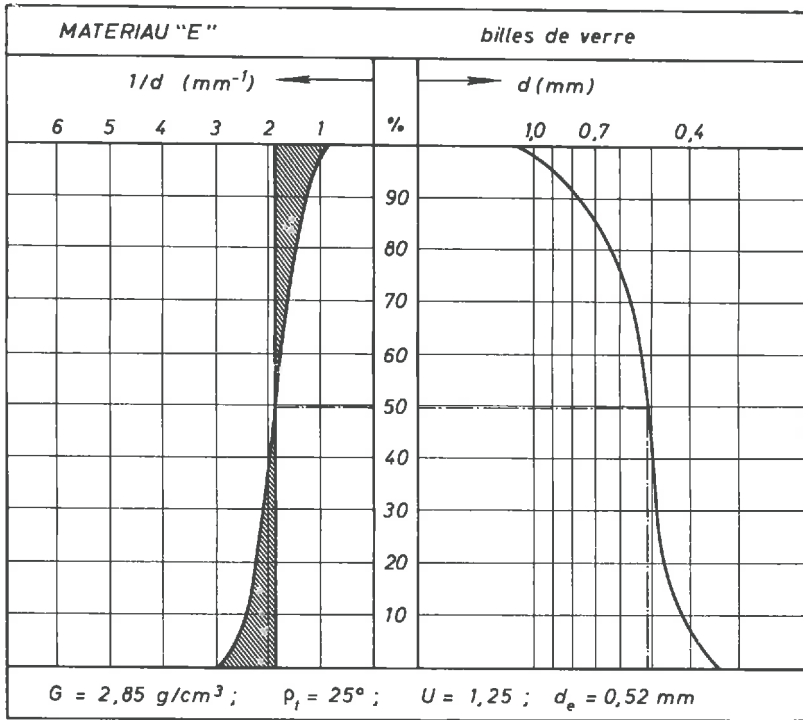


Fig. 50.

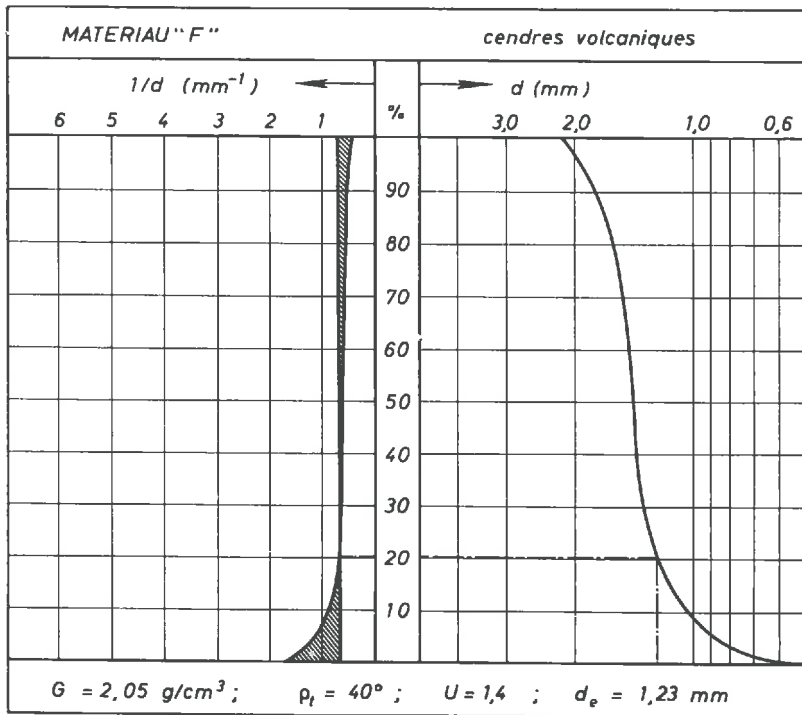


Fig. 51.

valeur absolue (e) de l'indice des vides, la valeur relative du « taux de densité » ou « densité relative ».

$$D = \frac{e^{\max} - e}{e^{\max} - e^{\min}}$$

Les valeurs extrêmes de l'indice des vides sont définies par les résultats d'un processus normalisé. Nous avons utilisé ici l'appareillage et le processus standardisés allemands [23].

Dans le tableau suivant, nous résumons les propriétés des matériaux utilisés.

Matériau A : sable silteux.

Matériau B : sable fin (silt).

Matériau C : gros sable.

Matériau D : sable mélangé 40/100.

Matériau E : billes de verre.

Matériau F : cendres volcaniques.

	U —	d_s (mm)	G (g/cm ³)	ρ_s (degré)	Friabilité —	e^{\max} —	e^{\min} —
A	10,80	0,33	2,64	38°	Peu friable	0,65	0,24
B	1,25	0,077	2,64	34°	Peu friable	—	—
C	1,10	1,05	2,64	36°	Peu friable	0,82	0,56
D	1,80	0,77	2,64	35°	Peu friable	0,86	0,50
E	1,25	0,52	2,85	25°	Pas friable	0,66	0,51
F	1,40	1,23	2,05	40°	Très friable	0,82	0,52
Valeurs théoriques des sphères identiques						0,92	0,35

7.3

MODE OPÉRATOIRE

Les échantillons étaient préparés selon l'usage habituel. La capote en caoutchouc était aspirée par le vide contre une paroi circulaire rigide démontable. Elle formait ainsi un récipient aux dimensions de l'échantillon.

Le matériau granulaire était généralement mis en place à l'aide d'un entonnoir avec une ouverture de 30 mm, qui, rempli, était lentement tiré vers le haut, au milieu

du récipient, l'orifice de l'entonnoir restant en contact permanent avec la surface du matériau en place.

Les fortes densités étaient obtenues en frappant, avec un marteau, contre les parois en acier. Pour chaque couche de remplissage (7 cm environ), donnée par le contenu de l'entonnoir, nous avons compté trente coups de marteau répartis sur le contour des parois. Après avoir mis la tête de l'échantillon, celle-ci était chargée par un poids de 4 kg, et l'échantillon était encore une fois vibré par trente coups de marteau afin d'homogénéiser le matériau : on observait alors un tassement de la tête de 1 à 2 mm.

Les plus faibles densités étaient atteintes par une mise en place du matériau sous l'eau. Le récipient était rempli à moitié avec de l'eau. Afin d'éviter une séparation des particules grosses et fines, nous avons déversé le matériau en agitant l'entonnoir au-dessus du niveau d'eau, de manière que le matériau tombe, en pluie, sur toute la surface de l'eau (4).

Nous avons indiqué sur chaque feuille d'essai, donnée en annexe, le mode de mise en place et la densité sèche obtenue.

Après le remplissage et la mise de la tête, le vide était introduit à l'intérieur de l'échantillon, à la fois par sa tête et par sa base, afin d'obtenir une répartition uniforme du vide. Pour les échantillons mis en place sous l'eau, nous avons évidemment tout d'abord laissé l'eau s'écouler de l'intérieur de l'échantillon (5).

Ensuite, la paroi de montage était démontée; les dispositifs de mesure étaient mis en place et réglés et, finalement, la cloche de la cellule était placée, à l'aide d'un palan.

Pour les essais de la série I (voir § 6.1), l'air comprimé était immédiatement introduit, à raison d'une augmentation de la pression dans la cellule de 0,5 kg/cm² par minute environ. Tous les comparateurs et les manomètres étant placés de façon qu'ils fussent visibles d'un seul point, la lecture se faisait par photographie (fig. 52). Ceci nous a permis de faire des essais rapides, en évitant l'attente de la stabilisation des pressions.

Au début de l'essai, nous avons pris des photographies à chaque augmentation de 0,2 kg/cm² de la pression; l'écart des photographies devenait plus grand dans le domaine des pressions plus hautes.

Étant donné qu'une étanchéité parfaite de la capote et des divers raccords n'était

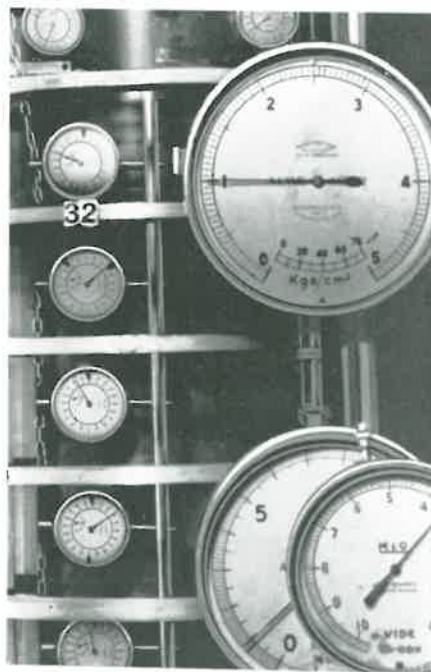


Fig. 52.

(1) Nous avons employé cette manière de mise en place également pour le matériau A (sec) à granulométrie étalée.

(2) Il est évident que, pendant l'écoulement de l'eau, la structure initiale se modifie (tassement). Aussi, le mécanisme de déformation, au cours de l'essai, de ces échantillons humides doit présenter certaines différences avec celui des échantillons secs; cependant, ces essais s'alignent bien dans le cadre de nos résultats finaux.

pas réalisable, le vide était, pendant tout l'essai, appliqué et contrôlé par un manomètre à vide, également visible sur les clichés. La valeur du vide tombait au cours de l'essai. Nous avons tenu compte, lors du dépouillement des photographies, de la valeur momentanée du vide, la contrainte isotrope qui agissait effectivement sur l'échantillon étant $(\bar{\sigma}_i + \text{vide})$.

Pour les essais de la série II, nous avons fait varier, par réglage manuel, la pression isotrope et la contrainte axiale (vérin hydraulique), de façon que le diamètre, à mi-hauteur de l'échantillon (comparateur 3 en *fig. 44*), reste constant, en tenant compte du terme correctif en fonction des déformations verticales (*fig. 44*). Bien qu'une telle opération puisse paraître trop délicate, on peut la réussir avec un peu d'entraînement : nous avons fait monter la pression d'air à l'intérieur de la cellule très lentement (50 g/cm² par minute), et nous nous sommes concentrés uniquement sur le réglage du vérin (*fig. 39*). Nous avons ainsi suivi le chemin k dans l'espace des contraintes (*fig. 37*). A un moment donné, nous avons tenu constant le déviateur atteint, tout en faisant augmenter les pressions isotropes, empruntant ainsi le chemin i' .

A cause de l'impossibilité d'avoir, sur un cliché, tous les comparateurs et, en plus, l'anneau dynamométrique, les essais de la deuxième série étaient faits avec seulement trois anneaux de mesures (contre cinq pour la série I). La photographie (*fig. 38*) montre l'appareil triaxial équipé pour un essai de la série II.

Notons finalement que chaque essai était fait avec un nouvel échantillon.

7.4

DÉPOUILLEMENT DES ESSAIS

74.1 Série I.

Les résultats expérimentaux sont représentés sur les feuilles annexes 1 à 28.

Les valeurs $\varepsilon_v = \Delta H / H$ ont été calculées avec la valeur moyenne des deux comparateurs verticaux. La différence des mesures entre ces deux comparateurs est inférieure à 10 %.

Pour le calcul des valeurs $\varepsilon_h = \Delta D / D$, nous avons pris la moyenne sur les trois comparateurs médians. On reconnaît, en effet, sur les schémas des mesures horizontales maximales, donnés sur les feuilles annexes, l'effet de freinage aux extrémités de l'échantillon. Les termes additifs de correction, selon l'abaque (*fig. 44*), sont compris dans les valeurs indiquées.

Pour la plupart de nos essais, nous avons également indiqué le retour, afin d'évaluer la réversibilité du matériau. Nous n'y revenons cependant pas lors de l'interprétation des essais.

Signalons encore que toutes les valeurs indiquées sur les feuilles annexes sont relatives à un système d'axes dont l'origine correspond au point V de la *figure 37*.

74.2 Série II.

Nous avons déjà signalé que les résultats de la série II sont beaucoup moins cohérents que ceux de la série I; ils ne permettent qu'une interprétation qualitative

assez générale. C'est pourquoi nous nous sommes contentés de donner seulement une série d'essais-types (annexes 29 à 32).

Les courbes de l'annexe 29 représentent le chemin k (*fig. 37*) pour trois essais avec le même matériau. L'origine des axes (σ_v , σ_h) correspond au point V de la *figure 37*. Le vide initial est de 0,6 kg/cm².

Les annexes 30 et 31 représentent les mesures de l'anisotropie à partir de différents points K (*fig. 37*). L'annexe 32 donne l'anisotropie après un cycle complet de k . Les valeurs $\sigma_i = 0$ des annexes 30 à 32 correspondent donc aux points K et G, dont les coordonnées sont indiquées dans l'annexe 29 (voir aussi la *fig. 37*).

Les valeurs de ε_h et ε_v ont été déterminées comme pour la série I.

7.5

INTERPRÉTATION DES ESSAIS

75.1 Série I.

Nous avons basé l'interprétation de nos essais sur la formule proposée par BIAREZ (voir § 6.1) :

$$(75.1) \quad E^i = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon} = c \sigma_i^n,$$

E^i étant le module de déformation sous pression isotrope (tangente à la courbe effort-déformation), c une constante de matériau, et σ_i la pression isotrope. Avec $n = 0$, on obtient $E^i = C^{te}$ (élasticité linéaire).

Cette formule s'appuie sur l'étude théorique des déformations élastiques des assemblages réguliers, constitués de sphères identiques. Pour ce cas particulier, SIRIEYS et BIAREZ ont démontré que l'exposant est — indépendamment de la structure — $n = 1/3$; seul le coefficient c est fonction de l'arrangement considéré et des propriétés élastiques du matériau des billes.

Bien que le mécanisme des déformations soit plus complexe pour les milieux pulvérulents à structure irrégulière, l'extension de cette formule à ces milieux semble possible d'après les essais de BIAREZ et les nôtres. Évidemment, dans ce cas, l'exposant (n) est inconnu et il doit être déterminé pour chaque matériau.

La formule reflète notamment une particularité propre aux matériaux pulvérulents sans cohésion : pour une contrainte $\sigma_i = 0$ (point O dans la *fig. 37*), $E^i = 0$. En effet, dans ce cas hypothétique, le rapport $d\varepsilon/d\sigma_i$ est infiniment grand, aussi bien en ce qui concerne les déformations élastiques des particules (surfaces de contact infiniment petites) que les déformations dues aux roulements et glissements de celles-ci.

Ce phénomène est très important pour l'interprétation de nos essais; il nous permet, en effet, de connaître, à l'autre bout du chemin d'extrapolation, l'allure théorique de la courbe effort-déformation, laquelle nous pouvons déterminer expérimentalement à partir du point V seulement (*fig. 37*).

L'intégration de l'équation (75.1) nous donne l'expression mathématique des courbes effort-déformation :

$$(75.2) \quad \varepsilon = \frac{1}{c} \int \frac{d\sigma_i}{\sigma_i^n} = \frac{1}{c} \frac{1}{1-n} \sigma_i^{(1-n)}.$$

Remplaçons les constantes $1/c (1 - n)$ par B et $(1 - n)$ par m , et distinguons encore les déformations horizontales et verticales par les indices (h) et (v). Nous obtenons les expressions :

$$(75.3) \quad \begin{aligned} \varepsilon_h &= B_h \sigma_{ih}^{m_h}, \\ \varepsilon_v &= B_v \sigma_{iv}^{m_v}. \end{aligned}$$

Or, nous déterminons dans nos essais des valeurs :

$$(75.4) \quad \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_h &= \varepsilon_h - e_h; & \bar{\varepsilon}_v &= \varepsilon_v - e_v; \\ \bar{\sigma}_i &= \sigma_{ih} - s_h; & \bar{\sigma}_i &= \sigma_{iv} - s_v; \end{aligned}$$

où e_h et e_v représentent les déformations inconnues, qui se sont produites pendant la mise en place du matériau et au cours de l'application du vide, et où s_h et s_v représentent les chemins correspondants parcourus dans l'espace des contraintes.

En introduisant les équations (75.4) en (75.3), nous obtenons l'expression théorique de nos courbes expérimentales :

$$(75.5) \quad \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_h &= B_h (\bar{\sigma}_i + s_h)^{m_h} - e_h, \\ \bar{\varepsilon}_v &= B_v (\bar{\sigma}_i + s_v)^{m_v} - e_v. \end{aligned}$$

Ces équations sont représentées dans la *figure 53*.

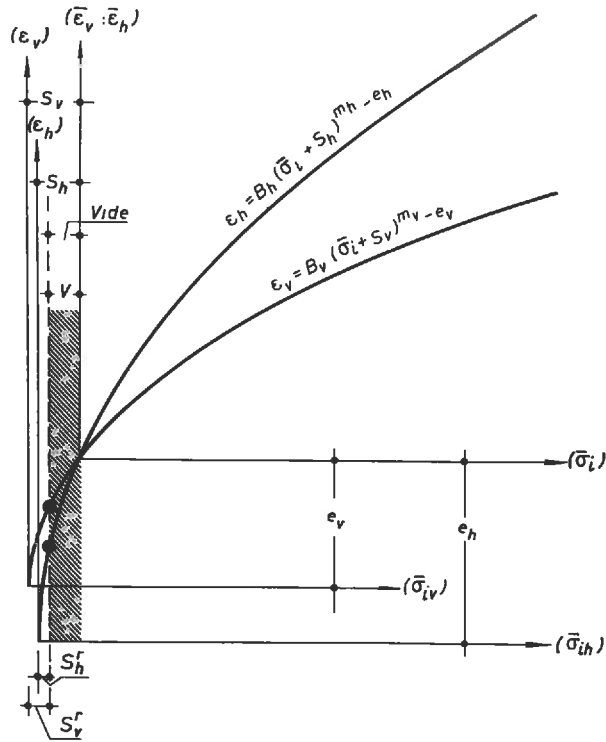


Fig. 53. — Représentation schématique des courbes mesurées.
● Valeurs correspondant au point K_0 (fig. 37).

Les systèmes d'axes correspondants à l'équation (75.3) sont différents pour les courbes ε_v et ε_h (fig. 53). Si nous ne connaissons pas les valeurs e_h et e_v , nous pouvons déterminer, par contre, les valeurs s_v et s_h .

En effet, s_h et s_v représentent les contraintes horizontales et verticales qu'a subies l'échantillon pendant le montage. Celles-ci se composent de la contrainte du vide (v), partie égale pour s_h et s_v , et des contraintes (s^r) correspondant à la mise en place (remplissage) de l'échantillon. A mi-hauteur de l'échantillon, nous avons :

$$s_v^r = \frac{H}{2} \cdot \gamma_d$$

et :

$$s_h^r = \frac{H}{2} k_0 \cdot \gamma_d = \frac{H}{4} \gamma_d,$$

avec H : hauteur de l'échantillon ;

γ_d : densité sèche ;

k_0 : coefficient de pression de repos ($\approx 0,5$).

Les valeurs recherchées s_h et s_v s'expriment par :

$$(75.6) \quad \begin{aligned} s_h &= v + s_h^r = v + \frac{H}{4} \gamma_d, \\ s_v &= v + s_v^r = v + \frac{H}{2} \gamma_d. \end{aligned}$$

Ainsi, nous n'avons, dans chacune des équations (74.5), que trois inconnues :

$$\begin{array}{ccc} e_h, & B_h, & m_h, \\ e_v, & B_v, & m_v, \end{array}$$

qui ont été déterminées, d'après nos valeurs expérimentales, par une calculatrice électronique, selon la méthode des moindres carrés (1).

Les résultats numériques sont indiqués, sous la forme des équations (75.5), sur les feuilles annexes 1 à 28.

La détermination de la valeur de A_m , le but de nos essais, s'avérait très délicate : rappelons que l'anisotropie (A_m) est définie comme le rapport relatif des modules de déformations sous pression isotrope :

$$(75.7) \quad A_m = f(\bar{\sigma}_i) = \frac{E_v^i - E_h^i}{E_v^i + E_h^i} = \frac{\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_v} - \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_h}}{\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_v} + \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_v}}$$

Rappelons également que nous considérons, pour des raisons données au paragraphe 6.1, la valeur de

$$A_m(\bar{\sigma}_i = -v) \quad (\text{fig. 53})$$

(1) Nous ne traitons pas ici la question purement mathématique de l'élaboration du programme à ce problème. M. GASTINEL, Maître de Conférence à la Faculté des Sciences de Grenoble, s'est aimablement chargé de cette étude. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude.

comme étant la valeur caractéristique d'un massif homogène. Sa détermination ne peut s'effectuer que par une extrapolation des résultats dans le domaine des contraintes du vide, non accessible aux mesures directes (partie hachurée dans la *fig. 53*).

Nous avons porté, à titre d'exemple, dans la *figure 54*, la variation avec la pression isotrope de la valeur de A_m de deux essais. On reconnaît le changement brusque de l'allure des fonctions dès leur entrée dans la zone d'extrapolation.

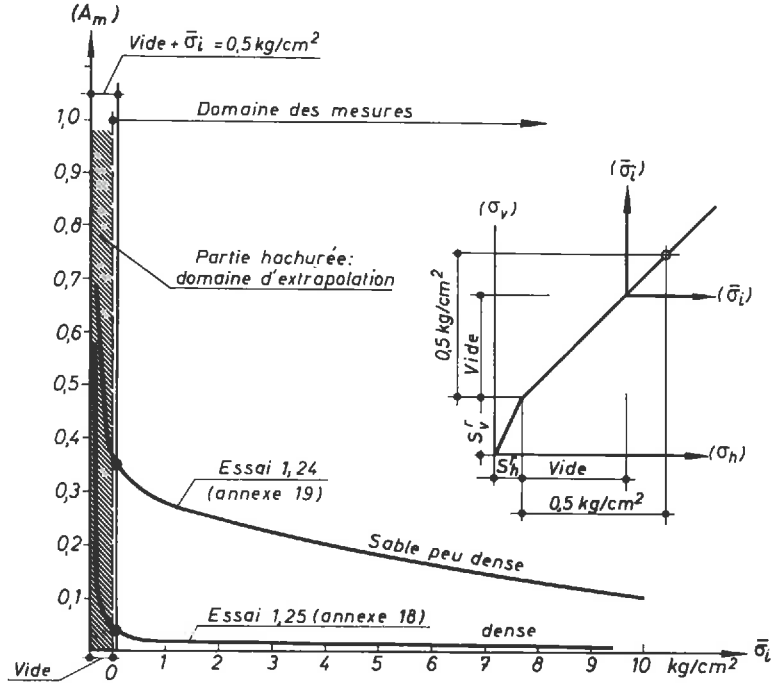


Fig. 54. — L'anisotropie en fonction de σ_i .

Les courbes A_m , dans le domaine de l'extrapolation, tendent rapidement vers l'unité ($A_m = 1$), ce qui représente une anisotropie extrême tout à fait hypothétique.

Ce phénomène doit être attribué, en partie, au programme de calcul imposé à la machine électronique. En effet, la valeur de A_m , pour la contrainte :

$$\bar{\sigma}_i = -v - s_{ij}^r$$

est égale à l'unité, $d\sigma_i/d\varepsilon_n$ étant égal à zéro. Or, cette valeur est très proche de la valeur recherchée (*fig. 53*) :

$$A_m(\bar{\sigma}_i = -v).$$

Bien qu'il soit très probable, d'autre part, que la variation de l'anisotropie, dans le domaine de l'extrapolation, soit réellement très accusée (voir § 6.1), la méthode mathématique proposée se révèle être trop « rigide » pour décrire ce phénomène correctement (1)

(1) Un deuxième programme de calcul, où les valeurs de s_v et s_h (*fig. 53*) n'étaient pas imposées, donnait des résultats encore plus invraisemblables.

C'est pourquoi nous avons jugé plus prudent de renoncer à l'extrapolation, et de déterminer l'anisotropie pour un état de contraintes caractérisé par :

$$\bar{\sigma}_i = (0,50 - v) \text{ (kg/cm}^2\text{)},$$

valeur qui se situe, pour tous les essais, à l'intérieur du domaine de mesures, le vide appliqué n'étant pas supérieur à 0,50 kg/cm² (*fig. 54*).

Les valeurs de l'anisotropie (A_m), que nous donnons dans le paragraphe suivant, ne sont donc pas relatives au point K_0 de la *figure 37*, comme nous l'avions prévu. Les valeurs de A_m correspondant au point K_0 sont certainement plus élevées.

Nous restons ainsi, en ce qui concerne les valeurs numériques de l'anisotropie, entre les valeurs réelles (relatives au point K_0) et la valeur $A_m = 0$ donnée par l'hypothèse de l'isotropie.

Notons, enfin, que nous avons déterminé les valeurs de A_m , d'après l'équation (75.7), en utilisant les fonctions mathématiques données par la calculatrice électronique (annexes 1 à 28).

75.2 Série II.

Pour l'interprétation des essais de la série II, nous n'avons pas utilisé des moyens mathématiques; les courbes expérimentales obtenues ne s'y prêtaient pas, en général. Le problème de l'extrapolation ne se posait pas non plus, pour les raisons données dans le paragraphe 6.1. Ainsi, nous avons tracé ces courbes à main levée.

7.6

RÉSULTATS DES ESSAIS

76.1 Série I.

Nous avons porté, dans la *figure 55*, l'ensemble de nos résultats : l'anisotropie croît avec l'indice des vides, à l'exception du matériau B (silt), pour lequel nous obtenons un phénomène contraire. Il semble que, pour les silts, la loi primaire ne soit plus valable (voir § 7.2).

La *figure 56* représente la variation de l'anisotropie avec la densité relative (D). Si la dispersion des résultats est assez grande, une allure générale et commune à tous les sables examinés se dessine, cependant, nettement. La courbe dressée permet d'évaluer l'anisotropie des milieux pulvérulents, vierges ou vibrés, en fonction de la densité relative, avec une erreur de ± 25 %.

Pour des raisons déjà exposées, les valeurs de A_m , indiquées dans les *figures 55* et *56*, doivent être considérées comme des valeurs minimales.

Les valeurs limites de l'anisotropie se situent, selon cette courbe empirique, à $A_m = 0$ (isotropie) pour les sables à densité maximale ($D = 1$), et $A_m = 0,6$ pour les matériaux à densité minimale ($D = 0$).

Les cendres volcaniques sont nettement moins anisotropes que ne l'indique la courbe moyenne (*fig. 56*). L'analyse des courbes expérimentales des cendres volcaniques

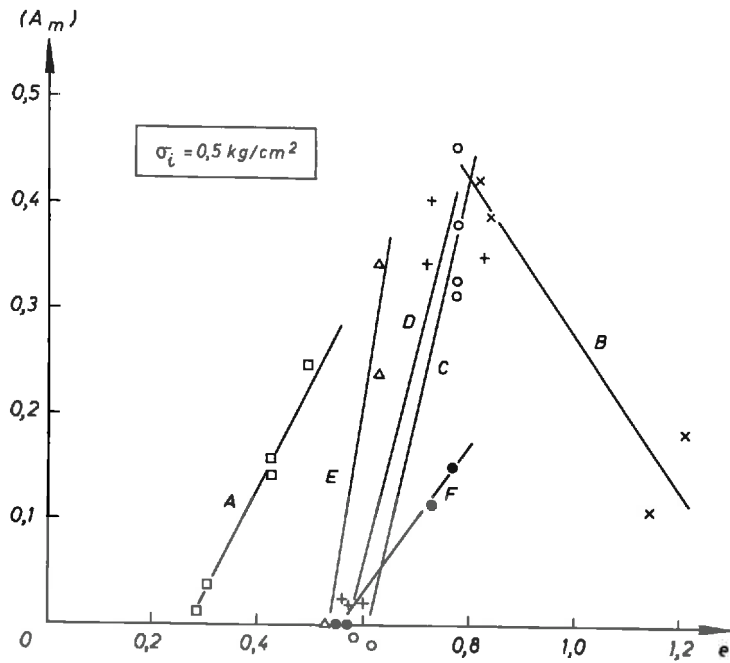


Fig. 55. — L'anisotropie en fonction de l'indice des vides.

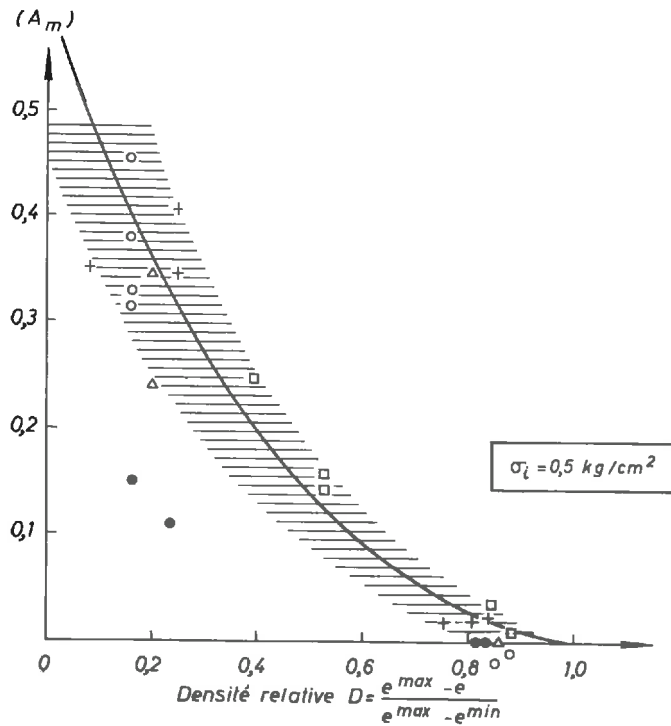


Fig. 56. — L'anisotropie en fonction de la densité relative.

- | | |
|----------------------------------|--|
| □ Matériau A : Sable silteux. | + Matériau D : Sable mélangé (40/100). |
| × Matériau B : Sable fin (Silt). | △ Matériau E : Billes de verre. |
| ○ Matériau C : Gros sable. | ● Matériau F : Cendres volcaniques. |

(annexes 25 à 28) laisse supposer, en effet, que les déformations étaient, en grande partie, dues à une brisure des particules (linéarité presque parfaite, réversibilité presque égale à zéro).

Les figures 57 et 58 montrent la variation des grandeurs B_h , B_v , m_h et m_v (équat. 75.3) en fonction de la densité relative. La dispersion est assez petite pour les

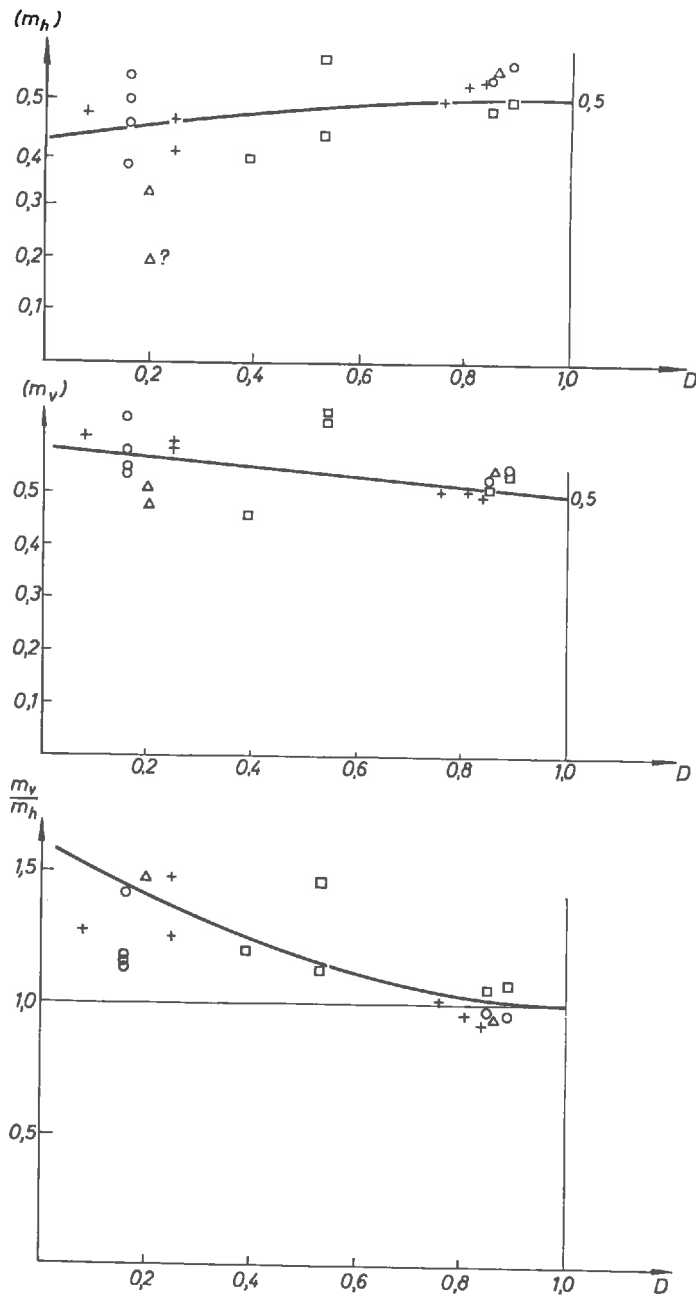


Fig. 57. — Variation de l'exposant m avec la densité relative.

- | | | | |
|---|----------------|---|------------------|
| □ | Sable silteux. | ○ | Gros sable. |
| + | Sable 40/100. | △ | Billes de verre. |

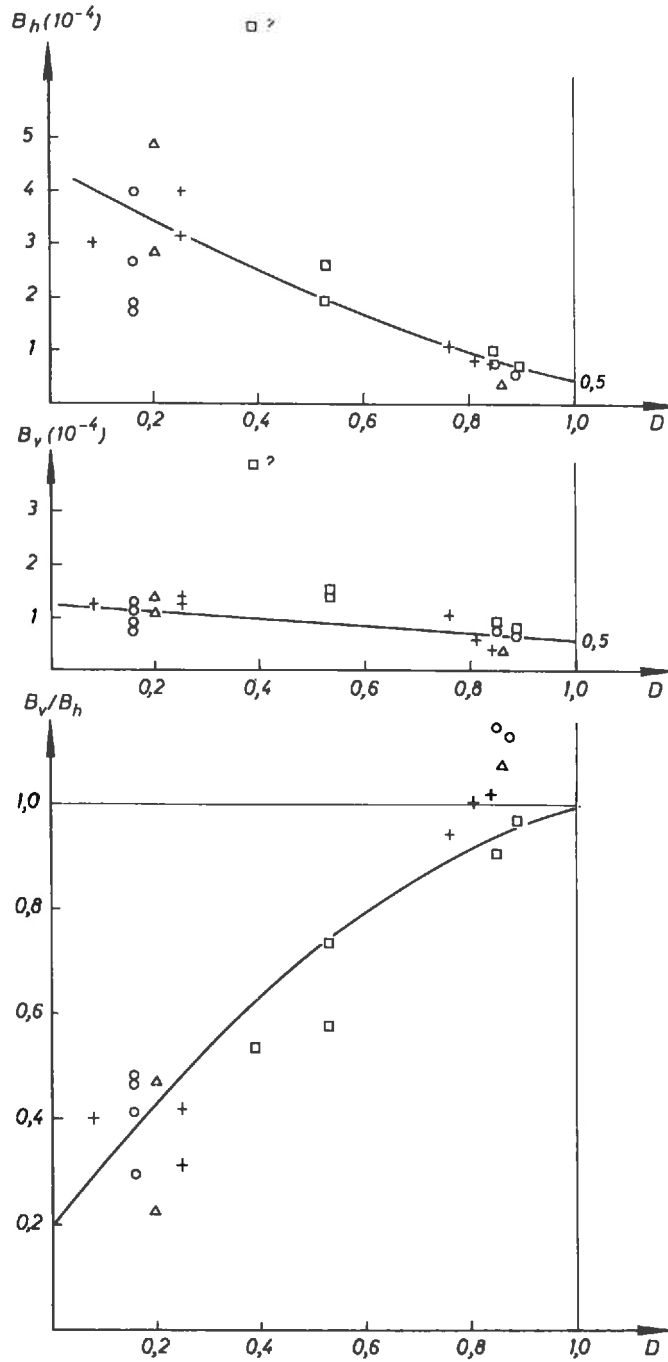


Fig. 58. — Variation du coefficient B avec la densité relative.

- Sable silteux.
- + Sable 40/100.
- Gros sable.
- △ Billes de verre.

matériaux vibrés (D élevée), et il semble possible, d'après ces résultats, de décrire approximativement les déformations des sables à densité maximale ($D = 1$), sous pression isotrope, par :

$$\varepsilon_h = \varepsilon_v = 0,0005 \sqrt{\sigma_i},$$

où le vide est compris en σ_i .

76.2 Série II.

L'ensemble des résultats de la série II, purement qualitatifs, peut être résumé comme suit :

— l'anisotropie diminue avec la profondeur (voir *fig. 37*), et semble même atteindre une valeur négative (annexes 30 et 31);

— après l'application d'un cycle complet d'une charge verticale (par exemple : passage d'un glacier), l'anisotropie initiale (structure initiale) semble être rétablie. Dans l'exemple donné (annexe 32), l'anisotropie au point G (*fig. 37*) est même plus élevée que celle mesurée, lors de la série I, au point V :

point G : $A_m = 0,32$;

point V : $A_m = 0,16$ (*fig. 55*, $e = 0,42$).

Une explication possible de ce phénomène serait le fait que les particules appartenant à une couche fictive horizontale s'introduisent, au cours d'un tel essai oedométrique, dans les interstices des couches voisines. En effet, aucune déformation horizontale de l'ensemble n'étant admise, ces couches fictives horizontales peuvent être imaginées comme restant identiques à elles-mêmes; seule leur distance change. Les plans de contact, par lesquels les couches se touchent, auraient donc tendance à s'incliner vers la verticale, augmentant ainsi la fraction des plans de contact verticaux.

Nous donnons cependant les résultats globaux de la série II avec toute la réserve imposée par le manque de cohérence des courbes expérimentales.

**TENTATIVE D'UNE ÉBAUCHE THÉORIQUE
DE L'ANISOTROPIE SUR LE PROBLÈME
DES PRESSIONS DES TERRES EN REPOS
(coefficient k_0)**

8.1

GÉNÉRALITÉS

Si l'on fait une mesure du coefficient k_0 à partir d'un état de contrainte isotrope, on observe tout d'abord une augmentation de la contrainte verticale, la contrainte horizontale restant constante, c'est-à-dire que l'application d'un déviateur vertical ne provoque aucune dilatation horizontale de l'échantillon au début de l'essai ($v_v = 0$).

A un moment donné, l'échantillon change brusquement son comportement mécanique; il tend à se dilater, et c'est à partir de ce moment seulement que l'on doit faire croître la contrainte horizontale afin de maintenir constant le diamètre de l'échantillon selon la définition du coefficient de repos.

Nous avons effectué cette expérience trois fois avec le même échantillon (matériau D, indice des vides $e = 0,62$), en partant de contraintes isotropes initiales différentes (*fig. 59*) (1). La première partie (verticale) du chemin parcouru dans l'espace des contraintes est d'autant plus importante que la pression isotrope est élevée. Avec :

$$k'_0 = \frac{d\sigma_h}{d\sigma_v}$$

nous obtenons $k'_0 = 0$ pour cette partie de l'essai.

A partir des points C, qui marquent le changement brusque dans le comportement de l'échantillon, nous obtenons des courbes k_0 nettement inclinées, qui semblent s'aligner sur une droite commune passant par l'origine (*fig. 59*). Le phénomène est moins net pour le troisième essai, où le point C n'était peut-être pas encore atteint.

(1) Les essais étaient effectués dans un autre but. Nous regrettons de ne pouvoir présenter d'autres essais avec d'autres matériaux, à différentes densités. On constate d'ailleurs le même phénomène dans les courbes k_0 données en annexe 29; celles-ci ne passent pas par l'origine du système d'axes.

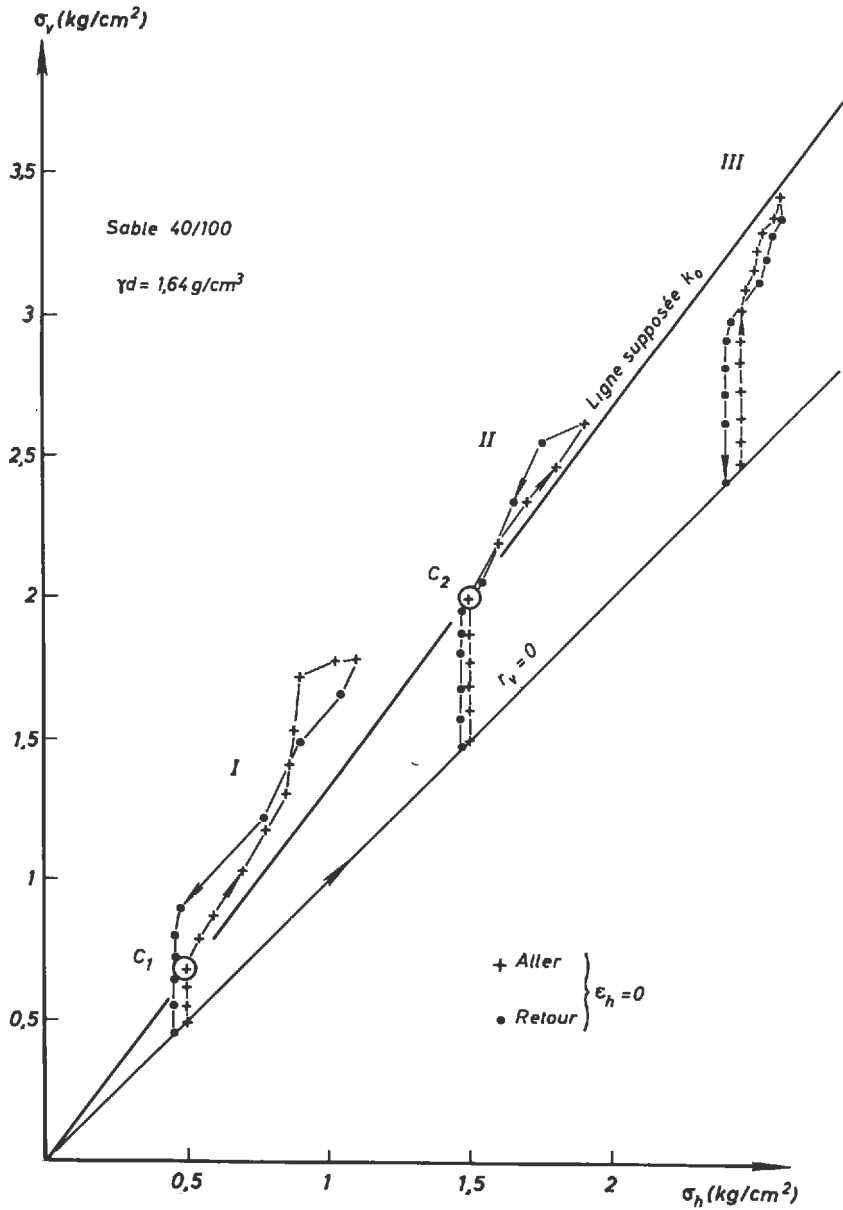


Fig. 59. — Mesures de k_0 .

Si nous supposons maintenant que la courbe enveloppe, que nous avons dressée, correspond à la véritable courbe k_0 de la figure 37, il suffit de déterminer théoriquement les coordonnées σ_h et σ_v des points C pour obtenir une expression théorique du coefficient de pression de repos (k_0).

Le changement brusque du comportement du matériau (points C) doit en effet refléter un phénomène physique à l'échelle des grains; nous pensons que ce phénomène est lié à une condition de stabilité de la structure géométrique. C'est sous cet aspect

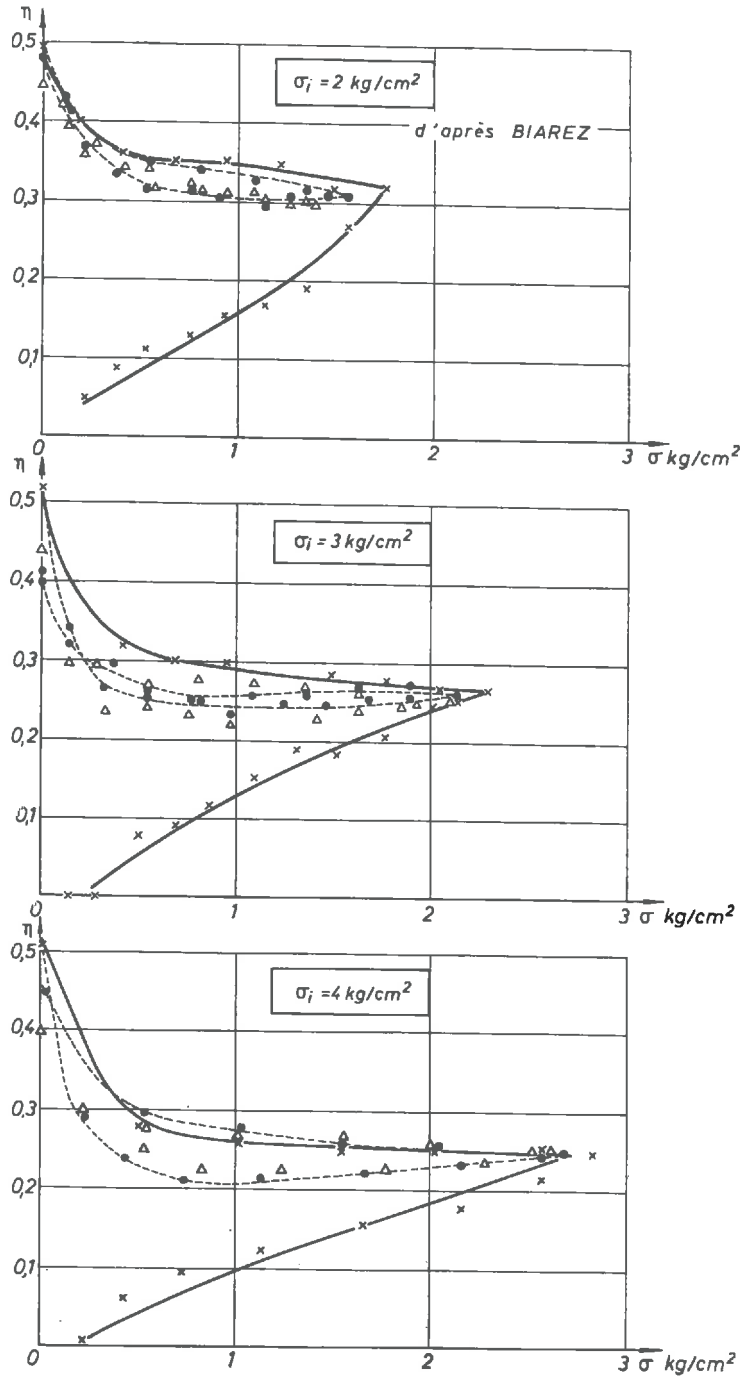


Fig. 60. — Coefficient de Poisson η
pour des déformations axiales de 1/1 000.
Billes de verre de 0,1 mm de diamètre.

- × 1^{er} cycle.
- 2^e cycle.
- Δ 3^e cycle.

que nous essayons, dans les paragraphes suivants, d'établir une théorie sur le coefficient k_0 .

Nous tenons à souligner que cette théorie ne représente qu'une première tentative, et qu'elle nécessite encore des vérifications ultérieures.

On peut, par contre, affirmer dès maintenant que le coefficient de POISSON (ν_v) est égal à zéro dans le voisinage de l'état de contrainte isotrope (en dessous des points C, *fig.* 59). Ceci est confirmé par les mesures de ν_v faites par BIAREZ (*fig.* 60), dont une partie est publiée en [15] : le coefficient de POISSON est égal à zéro au début de ces essais; il évolue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'état de contrainte isotrope initial.

Cette constatation est très importante pour l'interprétation ultérieure de nos essais sur l'anisotropie mécanique. En effet, nous avons déterminé l'anisotropie mécanique sous un état de contrainte isotrope, donc avec $\nu_v = 0$.

8.2 RÉPARTITION STATISTIQUE DES FORCES INTERGRANULAIRES RÉACTIONS AUX CONTRAINTES EXTÉRIEURES

Notre étude statistique des milieux pulvérulents (chap. III) n'a porté que sur les conditions géométriques de la structure : la répartition des normales aux plans de contact se laisse représenter statistiquement par un ellipsoïde, lequel est mathématiquement caractérisé par le rapport α_s des axes principaux de celui-ci.

Pour les matériaux vierges ou vibrés, que nous étudions, il a été établi que :

$$\alpha_s = \frac{b}{a} < 1,$$

b et a étant respectivement les axes horizontaux et verticaux de l'ellipsoïde représentatif des normales aux plans de contact (voir aussi p. 40). Il est évident que le système statique des forces de contact, qui s'établit à l'échelle des grains lors d'une sollicitation quelconque du massif considéré, est conditionné, dans une certaine mesure, par le système géométrique de la structure : les forces élémentaires de contact sont limitées, quant à leur orientation, par un cône dont l'angle d'ouverture est égal à deux fois l'angle ψ de frottement grain sur grain. Pour un matériau avec $\psi = 0$, l'orientation des forces de contact se confondrait avec celle des normales aux plans de contact.

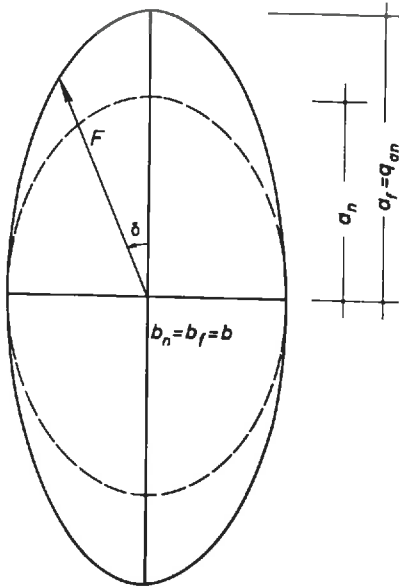
Étant donné que nous ne pouvons déterminer ni la grandeur, ni l'orientation des forces de contact, nous faisons l'hypothèse que la répartition statistique des forces intergranulaires est ellipsoïdale également.

Soit l'indice (f) relatif à l'ellipsoïde des forces de contact, et soit l'indice (n) relatif à celui des normales aux plans de contact. Nous exprimons la relation entre les deux ellipsoïdes de révolution par le coefficient $1/q$:

$$(82.1) \quad \alpha_f = \frac{b_f}{a_f} = \frac{1}{q} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{q} \alpha_n.$$

Étant donné que les valeurs absolues a et b n'intéressent pas dans ce contexte nous choisissons, comme longueur de référence, l'axe horizontal de l'ellipsoïde (b) (fig. 61) :

$$b_f = b_n = b.$$



Exprimons enfin la répartition statistique des forces de contact par l'équation, en coordonnées polaires, d'une ellipse (problème à deux dimensions) :

$$(82.2) \quad F_{(\delta)} = \frac{b}{\sqrt{\sin^2 \delta + \alpha_r^2 \cos^2 \delta}}$$

Le vecteur $F_{(\delta)}$ représente la sommation, sur tout le milieu, des forces élémentaires de contact qui font un angle δ avec la verticale (fig. 61).

8.3 ÉQUILIBRE STATIQUE A L'INTÉRIEUR D'UNE MASSE GRANULAIRE ÉTUDE A DEUX DIMENSIONS

Fig. 61. — L'ellipse représentative des forces de contact par rapport à l'ellipse représentative des normales aux plans de contact.

$$\alpha_n = \frac{b}{a_n}$$

$$\alpha_r = \frac{b}{a_r}$$

$$\alpha_r = \frac{1}{q} \alpha_n$$

plastique.

Les conditions de l'équilibre des forces horizontales et verticales le long de cette coupe fictive s'écrivent :

$$2l_1 \sigma_h = \sum_{i=1}^{i=m} |f_i \sin \delta_i|,$$

$$2l_1 \sigma_v = \sum_{i=1}^{i=m} |f_i \cos \delta_i|.$$

Supposons qu'il soit possible de faire entrer dans la considération chaque force de contact une seule fois, en répétant l'opération, avec d'autres coupes fictives, selon le schéma (fig. 62). Nous obtenons les conditions de l'équilibre sous la forme :

$$(83.1) \quad 2\sigma_h \sum_{c=1}^{c=k} l_c = \sum_{i=1}^{i=p} |f_i \sin \delta_i|,$$

$$2\sigma_v \sum_{c=1}^{c=k} l_c = \sum_{i=1}^{i=p} |f_i \cos \delta_i|,$$

où k indique le nombre de coupes, p le nombre total de contacts existants dans le massif: et où i n'indique qu'une position d'ordre le long des coupes $A_c B_c C_c D_c$.

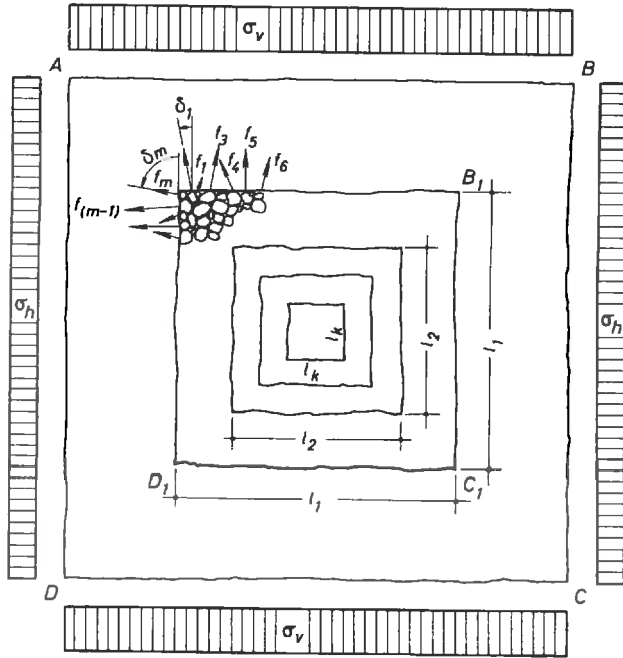


Fig. 62. — Schéma des coupes fictives.

Si nous groupons les différentes forces (f_i) non plus d'après leur suite géométrique, mais d'après leur inclinaison (δ), nous écrivons les équations (83.1) sous la forme :

$$(83.2) \quad \begin{aligned} 2 \sigma_h \sum_{c=1}^{c=k} l_k &= \sum_{\delta=0}^{\delta=360} |F_{(\delta)} \sin \delta|, \\ 2 \sigma_v \sum_{c=1}^{c=k} l_h &= \sum_{\delta=0}^{\delta=360} |F_{(\delta)} \cos \delta|, \end{aligned}$$

où $F_{(\delta)}$ représente la somme de toutes les forces élémentaires qui font l'angle δ avec la verticale. Dans l'équation (83.2), comme dans l'équation (83.1), tous les contacts existant dans le massif sont compris.

En introduisant l'expression (82.2) dans les équations (83.2), nous obtenons :

$$(83.3) \quad \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\sum \left| \frac{\sin \delta}{\sqrt{\sin^2 \delta + \alpha_f^2 \cos^2 \delta}} \right|}{\sum \left| \frac{\cos \delta}{\sqrt{\sin^2 \delta + \alpha_f^2 \cos^2 \delta}} \right|}.$$

Le numérateur de l'équation (83.3) représente la somme de toutes les composantes horizontales des forces de contact existantes, et le dénominateur, la somme des composantes verticales de celles-ci. Si nous considérons un nombre infiniment grand de forces

de contact (massif infiniment grand), le numérateur et le dénominateur vont, chacun, vers l'infini.

Géométriquement parlant, il s'agit de la somme de toutes les abscisses de l'ellipse et de leurs ordonnées correspondantes, avec un intervalle infiniment petit (*fig. 63*).

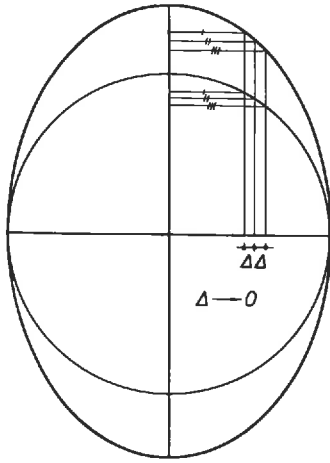


Fig. 63.

Nous savons que, pour $\alpha_f = 1$ (cercle), le rapport de l'équation (83.3) est égal à l'unité. Or, l'ellipse étant courbe affine au cercle, chaque ordonnée de l'ellipse est $1/\alpha_f$ fois plus grande que l'ordonnée correspondante du cercle. Donc, la somme des ordonnées de l'ellipse est aussi $1/\alpha_f$ fois plus grande que celle des ordonnées du cercle. Par contre, la somme des abscisses de l'ellipse est égale à celle du cercle, la grandeur des abscisses n'étant pas affectée par la transformation affine envisagée (*fig. 63*).

Par ce simple raisonnement, nous obtenons pour l'équation (83.3) :

$$(83.4) \quad \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \alpha_f.$$

Ce résultat est assez intéressant : le rapport des axes de l'ellipse représentative des forces intergranulaires est égal à celui des contraintes principales, dans le cas de l'équilibre.

Une vérification immédiate de ce résultat est donnée par le comportement de l'eau : l'absence de frottement entre les molécules conditionne une structure géométrique statistiquement isotrope, représentée par un cercle ⁽¹⁾.

Pour la même raison, la figure représentative des forces intermoléculaires est également un cercle : $\alpha_f = 1$. En effet, le seul état de contrainte sous lequel un élément d'eau est en équilibre, est l'état de contrainte isotrope : $\sigma_h/\sigma_v = 1$.

8.4

STABILITÉ INTERGRANULAIRE PROBLÈME A DEUX DIMENSIONS

Imaginons un ensemble d'éléments, sous un état de contrainte initial, tel que l'ellipse représentative des forces de contact se confonde avec l'ellipse représentative des normales aux plans de contact (*fig. 64*).

Si nous augmentons la contrainte principale verticale (σ_v) par $\Delta\sigma_v$, la valeur de α_f diminue selon (83.4),

$$(84.1) \quad \bar{\alpha}_f = \frac{\sigma_h}{\sigma_v + \Delta\sigma_v},$$

(1) Il n'importe pas, au point de vue statistique, que la structure géométrique de l'eau soit vraisemblablement en variation permanente (instable à l'échelle des molécules).

tandis que la structure géométrique (α_n) n'a pas à se transformer avant qu'une certaine limite de stabilité (glissement) soit atteinte (1).

Après l'augmentation de la contrainte principale verticale, les forces de contact divergent d'un angle θ des normales aux plans de contact correspondants. Les nouvelles forces de contact (F_f) s'obtiennent par l'addition vectorielle des forces de contact initiales (F_i) et des forces supplémentaires verticales (F_v). Selon notre hypothèse d'une répartition ellipsoïdale des forces de contact, la longueur des vecteurs F_v doit être telle que les vecteurs F_f décrivent une ellipse, dont le rapport des axes est (fig. 64) :

$$(84.2) \quad \bar{\alpha}_f = \frac{1}{q} \alpha_n.$$

En effet, aucune composante vectorielle horizontale ne s'ajoute aux forces F_i , étant donné que la contrainte principale horizontale reste inchangée. C'est pourquoi les axes horizontaux des deux ellipses sont identiques.

Avec les notations de la figure 64, nous obtenons la relation géométrique suivante :

$$(84.3) \quad \sin \theta = \frac{(q - 1) \sin \delta}{\sqrt{q^2 + \tan^2 \delta}}$$

L'angle de divergence (θ) est fonction de l'angle δ . Étant donné que l'angle θ est égal à zéro pour les valeurs $\delta = 0^\circ$ et $\delta = 90^\circ$, un maximum de la fonction (84.3) doit exister dans le domaine ($0^\circ < \delta < 90^\circ$). Nous cherchons le lieu (δ), où ce maximum se produit.

La différentiation de la fonction (84.3) donne :

$$(84.4) \quad \frac{d(\sin \theta)}{d\delta} = 0 = q^2 \cos^4 \delta + \sin^2 \delta \cos^2 \delta - \sin^2 \delta,$$

d'où :

$$q = \tan^2 \delta.$$

De l'équation (84.4), nous obtenons une série de couples de valeurs (q, δ), qui,

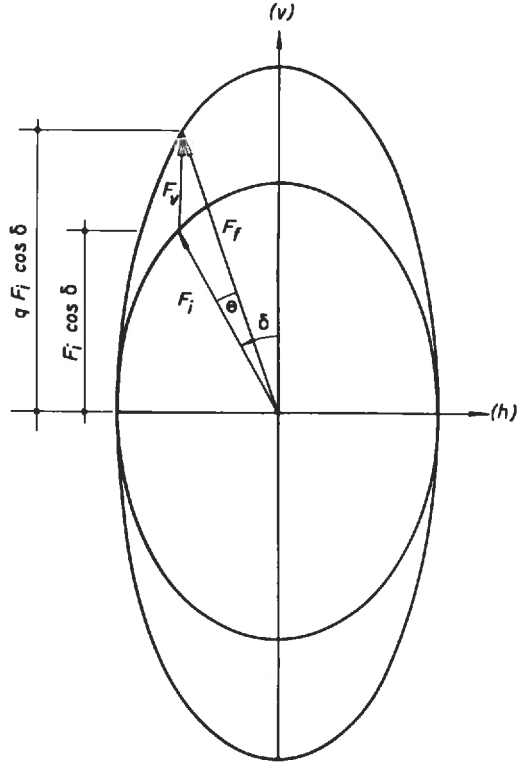


Fig. 64. — Réorientation des forces de contact lors de l'application d'une contrainte $\Delta\sigma_v$.

(1) Nous négligeons ici chaque transformation éventuelle de structure, par brisure ou par déformation élastique des éléments, à la suite desquelles des glissements locaux peuvent se produire.

réintroduits dans l'équation (84.3), permettent de déterminer les valeurs maximales de l'angle θ (tableau suivant) :

$\delta = 45^\circ$	$q^{\max} = 1$	$\theta^{\max} = 0^\circ$
$\delta = 50^\circ$	$q^{\max} = 1,43$	$\theta^{\max} = 10^\circ$
$\delta = 55^\circ$	$q^{\max} = 2,04$	$\theta^{\max} = 20^\circ$
$\delta = 60^\circ$	$q^{\max} = 3,00$	$\theta^{\max} = 30^\circ$
$\delta = 65^\circ$	$q^{\max} = 4,61$	$\theta^{\max} = 40^\circ$

Il existe donc des plans de contact privilégiés, où des glissements se produisent en premier lieu dès que la valeur de θ^{\max} atteint l'angle de frottement (ψ) grain sur grain. Si nous évaluons la valeur de ψ pour les sables secs à $\psi = 20^\circ$ (acier : $\psi \approx 10^\circ$), les valeurs correspondantes sont :

$$\psi = \theta^{\max} = 20^\circ; \quad \delta = 55^\circ; \quad q^{\max} = 2,04.$$

Pour un matériau avec un angle de frottement de $\psi = 20^\circ$, les premiers glissements se produisent le long des plans de contact dont les normales sont inclinées de 55° par rapport à la verticale, dès qu'une valeur de $q = 2,04$ est atteinte (1). Notons que ce résultat est indépendant de la structure géométrique du matériau; la valeur de α_n n'apparaît pas dans les équations. Ce raisonnement est donc valable aussi bien pour les matériaux anisotropes qu'isotropes. La valeur de q dépend, par contre, de la position initiale des forces F_i (histoire de l'échantillon). Dans notre raisonnement, nous avons supposé, en ce qui concerne l'état initial, que $\alpha_f = \alpha_n$, ce qui ne doit pas être nécessairement le cas.

8.5 DÉTERMINATION THÉORIQUE DE LA VALEUR k_0

Nous avons supposé, dans le paragraphe 8.1, que la courbe k_0 était donnée par la liaison des points C (*fig. 59*) qui marquent le changement brusque dans le comportement mécanique de l'échantillon, lors des essais à diamètre constant. Nous venons, d'autre part, de démontrer théoriquement qu'à partir d'un certain état de contrainte limite, la structure géométrique devient instable, ce qui provoque évidemment un changement brusque du comportement mécanique du matériau. C'est pourquoi nous estimons très vraisemblable que nos considérations sur la stabilité des structures géométriques fournissent l'explication du phénomène mécanique observé. Avec cette hypothèse, la voie est libre pour une détermination du coefficient de la pression au repos (k_0). Ceci implique la supposition que les contraintes, avant que l'état limite soit atteint (structure stable), ne provoquent aucune dilatation. Nous n'avons pas pu démontrer cela théoriquement pour les structures irrégulières.

(1) Le glissement est empêché lors des essais à diamètre constant, par l'augmentation de la contrainte horizontale qui se produit à ce moment.

Pour les sables, nous avons évalué le facteur q^{\max} à 2,04. Avec les expressions (83.4) et (84.2), l'état de contrainte limite est donc donné par :

$$\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right)_{\text{limite}} = (\alpha_f)_{\text{limite}} = \frac{\alpha_n}{q^{\max}} = k_0 = 0,49 \alpha_n.$$

Or, α_n est égal à 1 pour les structures isotropes et égal à 0,38 pour la plus forte anisotropie mesurée ($A_m = 0,45$, *fig.* 56, voir aussi chap. IX).

Avec ces valeurs de α_n , nous obtenons les résultats suivants :

- sables très denses (isotropes) $k_0 = 0,49$,
- sables très peu denses (très anisotropes) $k_0 = 0,186$.

Quant aux sables isotropes, ceux-ci sont en bon accord avec les mesures connues, TERZAGHI et PECK indiquent, en effet, des valeurs de k_0 entre 0,4 et 0,5 pour les sables non compactés par un damage [24]. Aucune différence n'est faite entre les sables denses et les sables peu denses. BISHOP trouve expérimentalement les valeurs de $k_0 = 0,46$ pour un sable peu dense et $k_0 = 0,36$ pour un sable dense [25].

La valeur de $k_0 = 0,186$, que nous avons théoriquement déterminée pour les sables peu denses, ne semble donc pas être en accord avec les indications données dans la littérature.

Or, il ne faut pas oublier que la structure géométrique des sables peu denses, initialement très anisotrope, se transforme rapidement vers l'isotropie sous l'effet de pression isotrope; les résultats expérimentaux dépendent considérablement de la contrainte isotrope initiale.

Selon ces considérations, il existe évidemment une deuxième valeur de k_0 , que l'on obtient en faisant le même raisonnement avec une contrainte σ_v décroissante.

Soulignons, encore une fois, que l'étude que nous avons entreprise dans ce chapitre est loin d'être définitive. Nous l'avons incorporée dans le présent mémoire afin de démontrer les possibilités théoriques qu'offre l'ellipse de la structure géométrique.

8.6

RELATION ENTRE k_0 et ν_v DANS LE CAS DE L'AÉOLOTROPIE ÉLASTIQUE

Le coefficient de pression au repos sert souvent à déterminer le coefficient de Poisson (ν), suivant la formule :

$$\nu = \frac{k_0}{1 + k_0}$$

qui n'est valable que pour le cas de l'isotropie élastique. Nous développons une expression analogue pour les matériaux élastiquement aéolotropes.

Avec les notations de la *figure* 29, nous avons :

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= \frac{\sigma_h}{\alpha E_v} - \frac{\sigma_h}{\alpha E_v} \nu_h - \frac{\sigma_v}{E_v} \nu_v \\ (86.1) \quad &= \frac{1}{\alpha E_v} (\sigma_h - \sigma_h \nu_h - \alpha \sigma_v \nu_v). \end{aligned}$$

Avec la condition $\varepsilon_h = 0$, nous obtenons :

$$(86.2) \quad \frac{\sigma_h}{\sigma_r} = k_0 = \frac{\alpha \nu_v}{1 - \nu_h}.$$

Introduisons encore $\nu_h = \alpha \nu_v$ (§ 5.4).

Nous obtenons :

$$(86.3) \quad k_0 = \frac{\alpha \nu_v}{1 - \alpha \nu_v}; \quad \nu_v = \frac{1}{\alpha} \frac{k_0}{1 + k_0}.$$

Le coefficient de Poisson est donc nettement plus grand que ne l'indique le calcul en isotropie.

Pour une même valeur de $\nu_v = 0,33$, on obtient, d'après (86.3) :

— matériau isotrope ($\alpha = 1$) $k_0 = 0,494$,

— matériau aéolotrope ($\alpha = 0,38$) $k_0 = 0,143$.

Le résultat correspond bien avec les valeurs de k_0 trouvées dans le paragraphe précédent.

APPLICATION PRATIQUE DE NOS RÉSULTATS

9.1 **RELATION ENTRE LA VALEUR DE A_m
ET LES CONSTANTES ÉLASTIQUES HABITUELLES**

La valeur de A_m telle que nous l'avons définie et expérimentalement déterminée, ne se prête pas à une application pratique. La valeur caractéristique de l'aéolotropie, que l'on doit connaître afin d'amorcer des problèmes techniques, est le rapport α des modules de YOUNG.

Avec les notations de la *figure 29*, on obtient les expressions pour les déformations sous pression isotrope :

$$\begin{aligned}\varepsilon_h &= \sigma_i \left[\frac{1}{E_h} - \frac{\nu_h}{E_h} - \frac{\nu_v}{E_v} \right], \\ \varepsilon_v &= \sigma_i \left[\frac{1}{E_v} - \frac{2\alpha\nu_v}{E_h} \right].\end{aligned}$$

Avec $\alpha = E_h/E_v$ et $\nu_h = \alpha\nu_v$ (§ 5.4), on obtient les modules de déformations sous la forme :

$$\begin{aligned}E_h^i &= \frac{\sigma_j}{\varepsilon_h} = \frac{\alpha E_v}{1 - 2\alpha\nu_v}; \\ E_v^i &= \frac{\sigma_i}{\varepsilon_v} = \frac{E_v}{1 - 2\nu_v}.\end{aligned}$$

Introduisant ces expressions dans la valeur

$$A_m = \frac{E_v^i - E_h^i}{E_v^i + E_h^i}$$

on obtient :

$$A_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha - 4\alpha\nu_v}$$

Or, le coefficient de Poisson (ν_v) étant égal à zéro sous pression isotrope (§ 8.1), l'expression pour A_m se simplifie, et on obtient :

$$A_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha};$$

$$\alpha = \frac{E_h}{E_v} = \frac{1 - A_m}{1 + A_m}$$

Moyennant la relation empirique (*fig. 56*) entre l'anisotropie (A_m) et la densité relative (D), nous sommes en mesure, grâce à cette heureuse circonstance, de dresser la fonction $\alpha = f(D)$, également empirique (*fig. 65*). La dispersion des résultats y est schématiquement indiquée.

En supposant que l'analogie observée, entre l'anisotropie mécanique et l'anisotropie géométrique, n'est pas seulement qualitative, mais aussi quantitative ($\alpha = \alpha_s$, voir § 5.2), la *figure 65* permet en même temps l'évaluation des caractéristiques géométriques de l'ellipsoïde représentatif de la structure :

$$\alpha = \frac{E_h}{E_v} = \frac{b}{a} = \alpha_s = \alpha_n$$

Nous avons d'ailleurs utilisé cette relation dans les paragraphes 8.5 et 8.6.

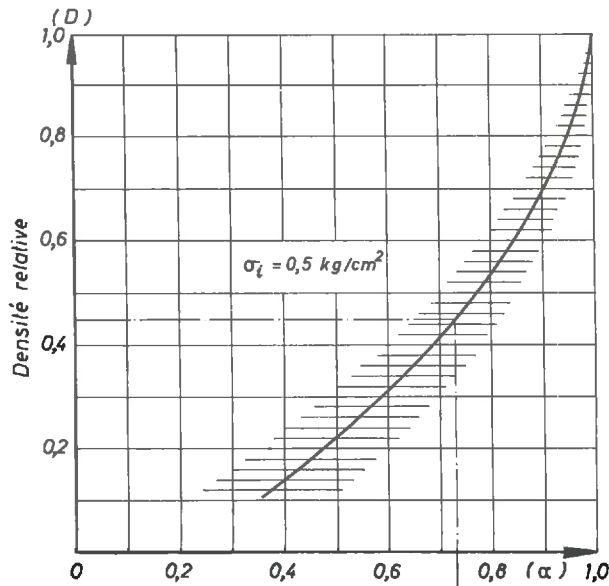


Fig. 65. — Relation empirique : α en fonction de la densité relative.

9.2

INFLUENCE DE L'AÉOLOTROPIE ÉLASTIQUE SUR LES TASSEMENTS

Selon MICHELL [10], les tassements à la surface d'un massif semi-infini, homogène, aéolotrope et élastique, sollicité par une charge ponctuelle verticale, sont donnés par :

$$(92.1) \quad w_a = \frac{P}{2\pi r} \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{L}} \frac{\sqrt{(\sqrt{AC} + L)^2 - (F + L)^2}}{AC - F^2},$$

où :

- w_a : tassement;
- P : charge;
- r : distance entre le point considéré et le point d'application de la charge (fig. 66);

A, C, F, L : constantes selon la théorie de l'élasticité [équat. (4.9)].

Si nous remplaçons ces dernières par les expressions utilisées par l'ingénieur, selon les équations (4.17), nous obtenons, après regroupement des termes, les tassements sous la formule :

$$(92.2) \quad w_a = \frac{P}{2\pi r} \sqrt{\frac{1 - \alpha \nu_v^2}{E_v} \left[\frac{1}{G_v} + \frac{2}{\alpha E_v} \left\{ \sqrt{\alpha(1 - \alpha \nu_v^2)(1 - \nu_h^2)} - \alpha \nu_v(1 + \nu_h) \right\} \right]}.$$

Remplaçons encore les constantes G_v et ν_h par les valeurs les plus probables [équat. (54.10) et (54.13)] :

$$G_v = \frac{\alpha E_v}{1 + \sqrt{\alpha + 2\alpha \nu_v}},$$

$$\nu_h = \alpha \nu_v,$$

nous obtenons :

$$(92.3) \quad w_a = \frac{P}{2r\pi E_v} \sqrt{\frac{1 - \alpha \nu_v^2}{\alpha} [1 + \sqrt{\alpha} - 2\alpha^2 \nu_v^2 + 2\sqrt{\alpha(1 - \alpha \nu_v^2)(1 - \alpha^2 \nu_v^2)}]}.$$

Pour le cas de l'isotropie ($\alpha = 1$), les équations (93.2) et (92.3) se simplifient en :

$$(92.4) \quad w_i = \frac{P}{\pi r E_v} (1 - \nu_v^2),$$

ce qui est la formule classique de BOUSSINESQ.

Posons enfin :

$$w_a = w_i F_a,$$

où F_a est un facteur de l'anisotropie, qui caractérise l'influence de l'aéolotropie sur les tassements.

Avec les expressions (92.3) et (92.4), nous pouvons écrire :

$$F_a = \frac{w_a}{w_i} = \frac{1}{2(1 - \nu_v^2)} \sqrt{\frac{1 - \alpha \nu_v^2}{\alpha} [1 + \sqrt{\alpha} - 2\alpha^2 \nu_v^2 + 2\sqrt{\alpha(1 - \alpha \nu_v^2)(1 - \alpha^2 \nu_v^2)}]}.$$

Nous donnons les valeurs de F_a en fonction de ν_v et α dans la *figure 66* qui, en combinaison avec la *figure 65*, permet une évaluation directe du facteur de l'anisotropie à partir de la densité relative.

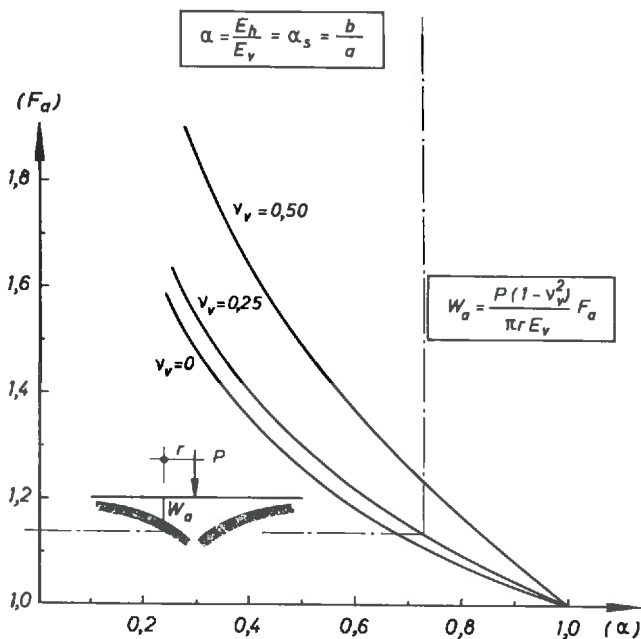


Fig. 66. — Relation théorique :
facteur de l'anisotropie en fonction de α .

F_a étant un facteur multiplicatif, qui s'ajoute à la formule de BOUSSINESQ, il peut être appliqué également sur toutes les intégrations de l'équation (92.4), faites par divers auteurs, par exemple SCHLEICHER [26]. Ainsi, il est facile d'évaluer l'influence de l'anisotropie sur les tassements des fondations réelles, chargées d'une façon quelconque, dans la mesure où les solutions, à la base de l'équation (92.4), ont été élaborées.

Sur la *figure 66*, on reconnaît que l'influence du coefficient ν_v , constante élastique également mal connue, est du même ordre de grandeur, dans le domaine couvert par nos expériences, que l'influence de l'anisotropie. Une recherche analogue, sur les valeurs numériques de ν_v en fonction de la densité relative, compléterait nos études d'une façon très heureuse.

CONCLUSIONS

Sur le plan des recherches fondamentales, la mise en évidence de la figure ellipsoïdale représentative de l'anisotropie géométrique des milieux pulvérulents, et la démonstration expérimentale de l'analogie qualitative entre l'anisotropie mécanique et géométrique, font apparaître un nouvel aspect dans les recherches théoriques sur le comportement mécanique des milieux pulvérulents.

Si, à notre connaissance, en ce qui concerne les milieux pulvérulents, des recherches théoriques à l'échelle des grains portent exclusivement sur les divers arrangements réguliers des sphères, des études analogues sur les sables réels deviennent maintenant possibles. Il est probable que l'idée n'est pas nouvelle de remplacer le modèle régulier de sphères, de structure géométriquement discontinue, par un modèle irrégulier dont la structure géométrique est statistiquement continue. Seulement, les données géométriques sur ce nouveau modèle manquaient. Nous espérons que l'établissement de l'ellipse représentative et la détermination de ses caractéristiques géométriques combleront cette lacune et ouvrent ainsi la voie pour des investigations théoriques ultérieures.

Deux tentatives, dans cette direction, ont été faites dans le présent mémoire : l'une ayant pour but de réduire le nombre des constantes élastiques de cinq à trois, l'autre portant sur la stabilité de la structure. Les hypothèses supplémentaires développées dans ce contexte restent, certes, à discuter. Il faut, cependant, ne pas oublier que le but de cette étude était l'élimination de l'hypothèse, manifestement fautive, de l'isotropie des milieux pulvérulents. Si cet objectif n'a pu être atteint que par une série d'hypothèses, nous sommes convaincus que leur ensemble reste moins loin de la réalité physique que l'hypothèse globale de l'isotropie.

En ce qui concerne l'application pratique de nos résultats lors des calculs de tassements, nous ne sommes pas complètement arrivés à l'objectif prévu. En effet, l'application nécessaire d'un vide, avant que les véritables essais commencent, fait que nos mesures portent sur des échantillons devenus quasi isotropes, notamment en ce qui concerne les milieux denses. Aussi, la question de la variation de l'anisotropie avec la profondeur (hétérogénéité) n'a pu être résolue avec toute la rigueur souhaitable. Il semble que l'anisotropie décroisse avec la profondeur, ce qui diminue considérablement la portée du fac-

teur de l'anisotropie (F_a) développé, d'autant plus que les fondations réelles se font généralement sur les milieux denses, donc peu anisotropes.

Si nous venons de considérer, avec assez de réserve critique, la portée de notre recherche en vue d'une application immédiate dans le Génie Civil, nous pensons pouvoir lui attribuer un intérêt certain en ce qui concerne les travaux de laboratoire. Là, en effet, l'hétérogénéité en hauteur des échantillons est insignifiante, et les *figures* 56 et 65 permettent d'avoir une idée assez précise, sans que des essais spéciaux soient nécessaires, sur l'anisotropie — géométrique et mécanique — d'un échantillon pulvérulent, qui vient d'être mis en place. La connaissance de la nature et de la grandeur de l'anisotropie peut servir, espérons-le, à mieux interpréter certains essais de laboratoire.

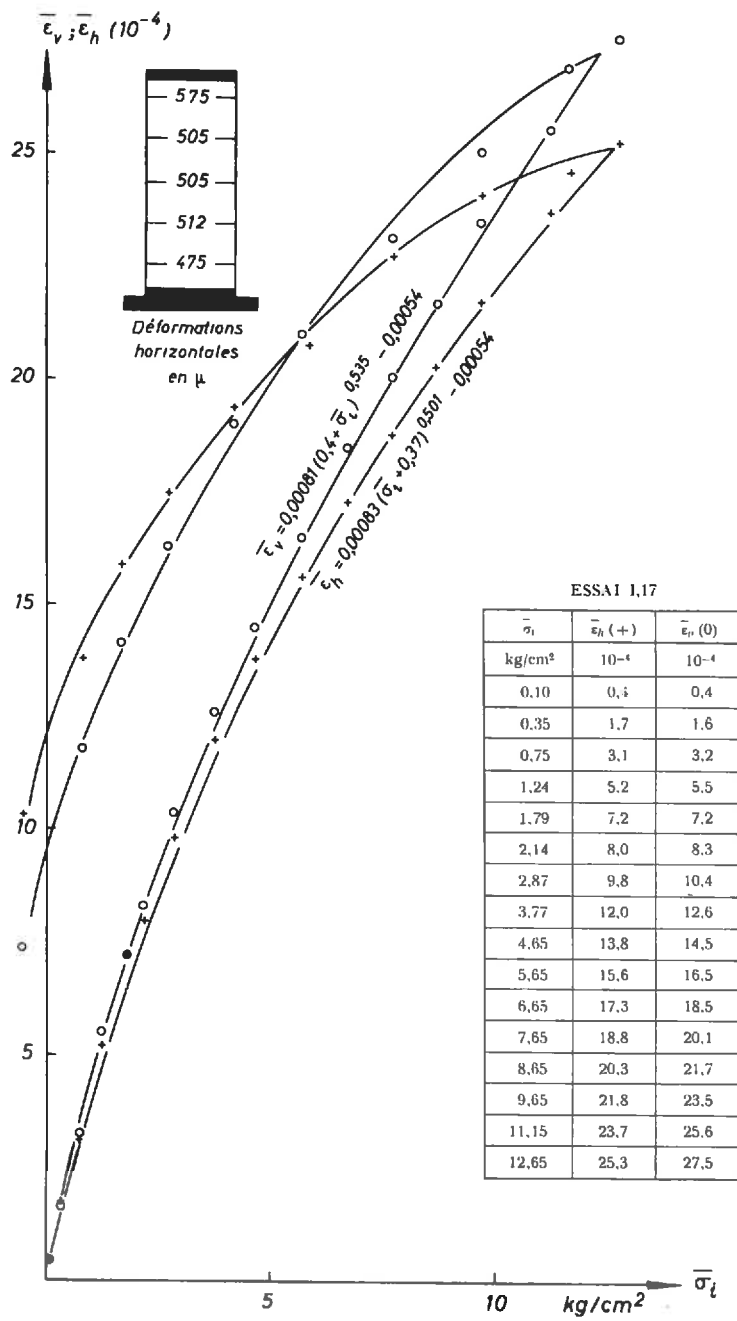


Fig. A-1.

Matériau A : sable silteux, vibré.
 $\gamma_s = 2,05 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,29$.
 $Vide : 0,34 \text{ kg/cm}^3$.

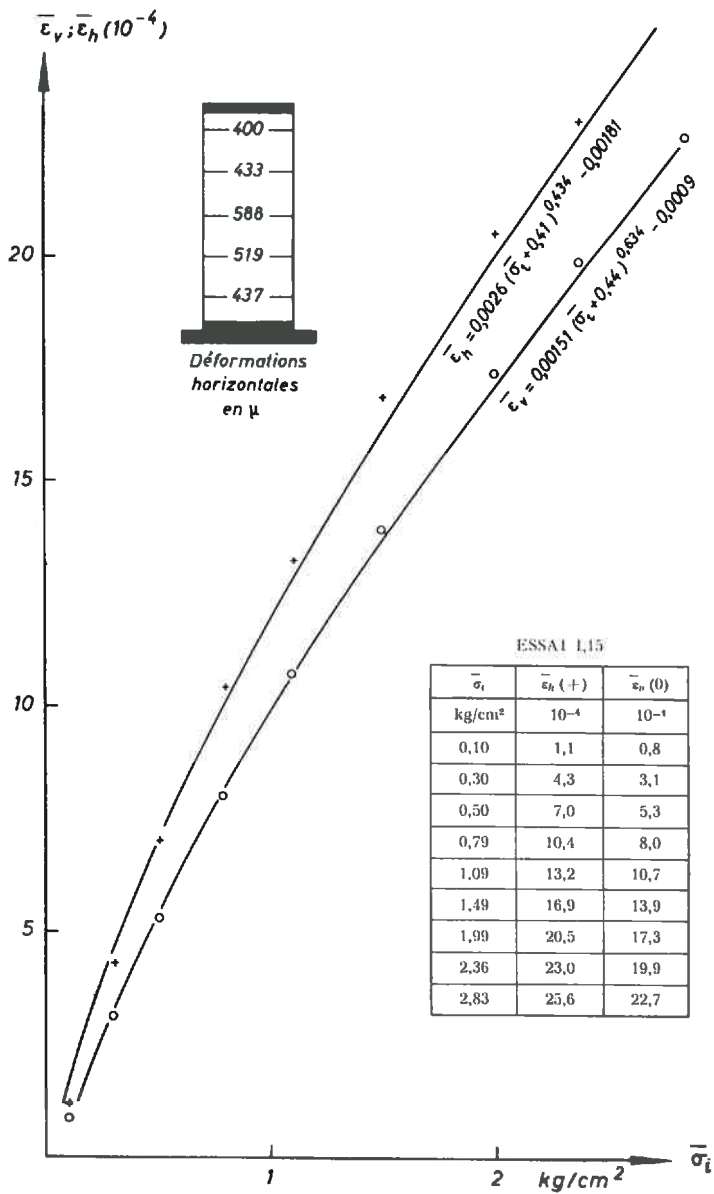


Fig. A-3.
 Matériau A : sable silteux, non vibré.
 $\gamma_d = 1,84 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,43$.
 $V_{ide} = 0,39 \text{ kg/cm}^2$.

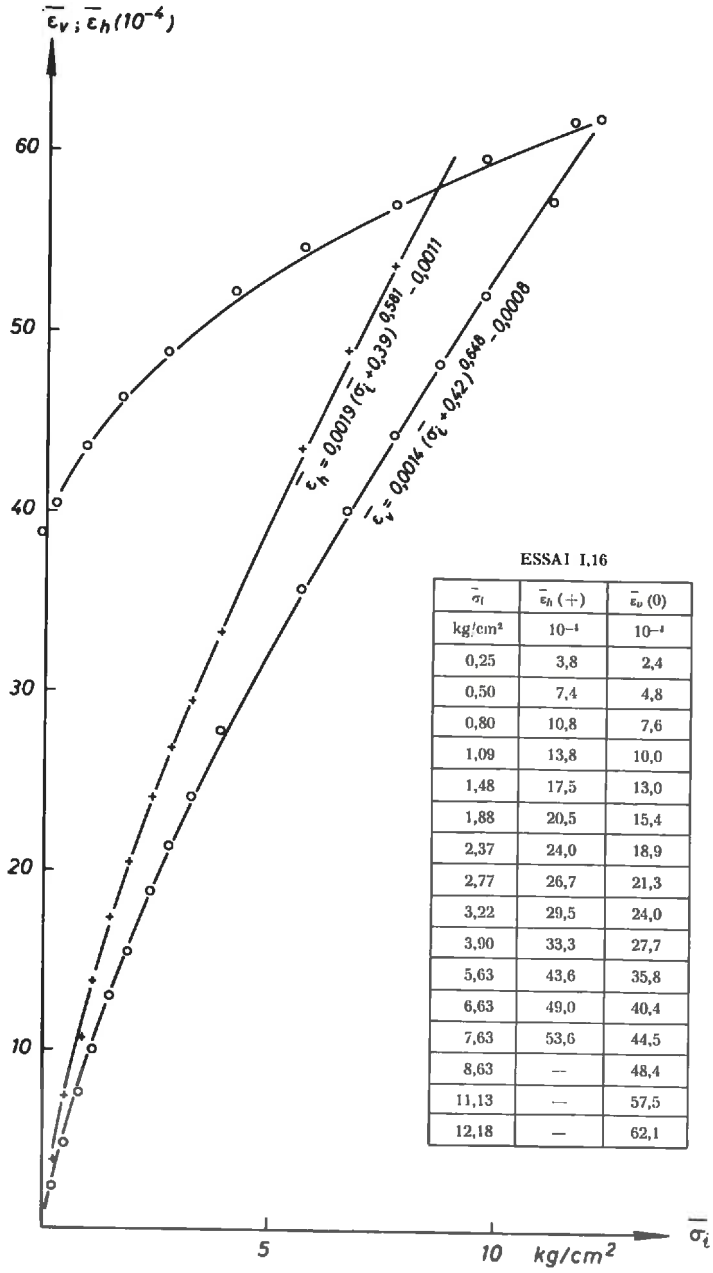


Fig. A-4.

Matériau A : sable silteux, non vibré.
 $\gamma_s = 1,83 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,43$.
 $Vide : 0,37 \text{ kg/cm}^3$.

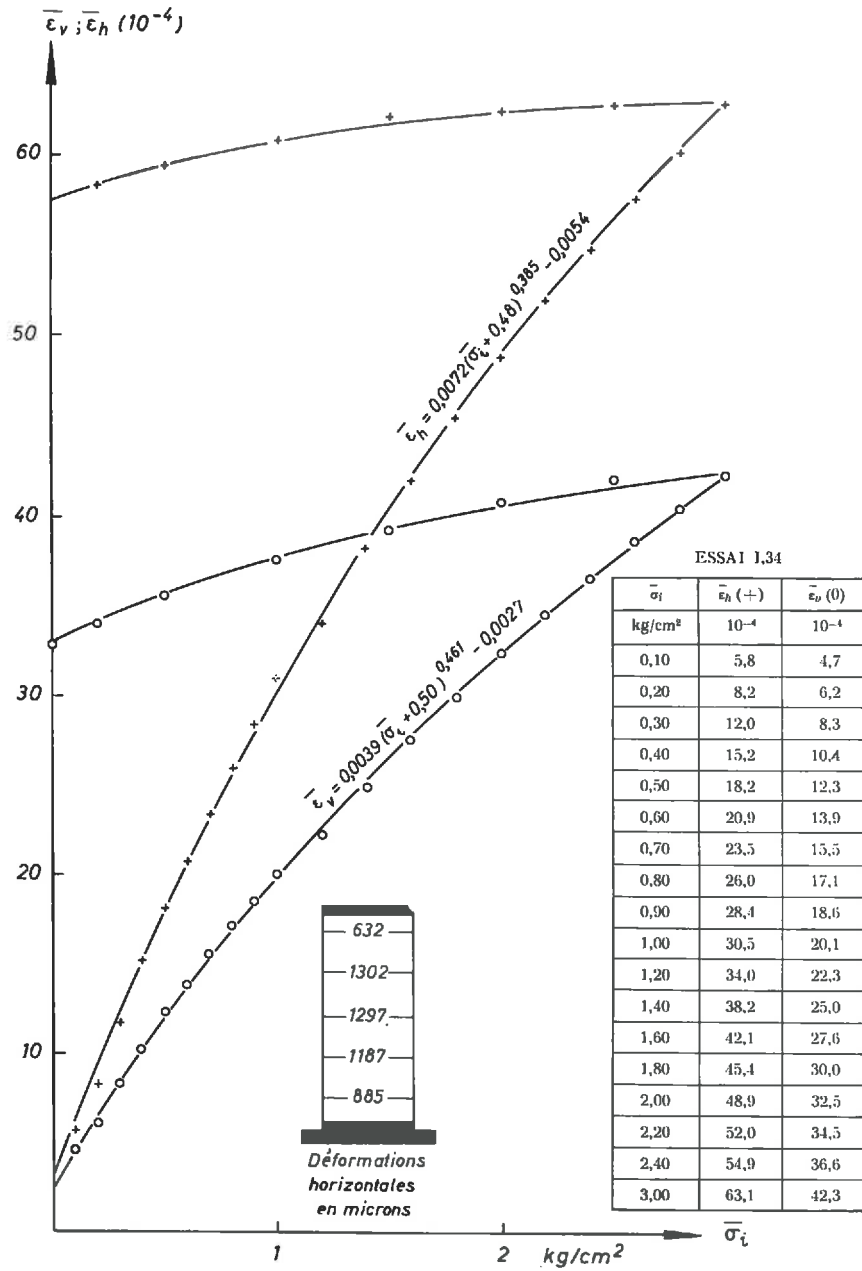


Fig. A-5.

Matériau A : sable silteux, mise en place sous l'eau.

$\gamma_s = 1,77 \text{ g/cm}^3; \quad e = 0,49.$

$a_{vs} = \frac{d\epsilon_v}{d\sigma} = 0,60; \quad A_m = \frac{d\epsilon_h - d\epsilon_v}{d\epsilon_h + d\epsilon_v} = 0,25.$

Vide : 0,46 kg/cm³.

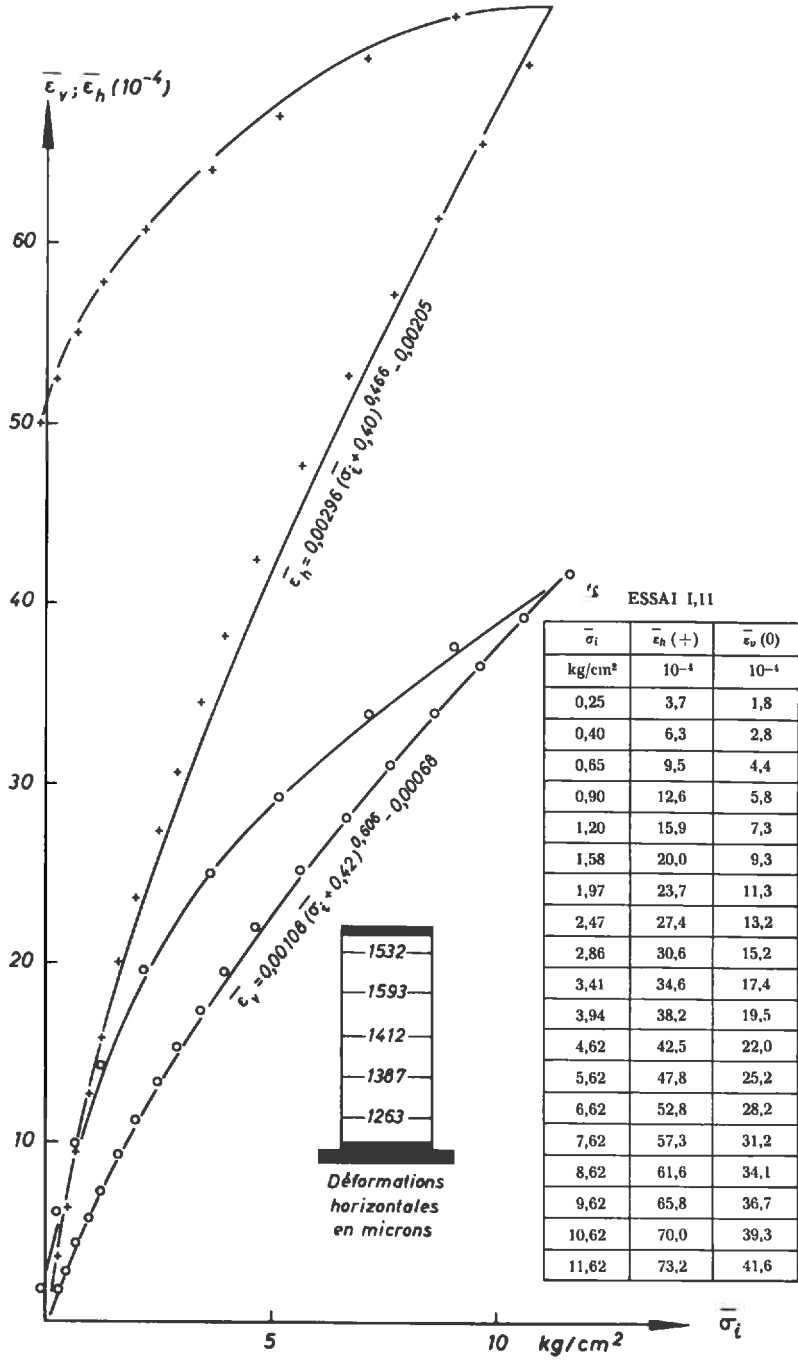


Fig. A-6.
 Matériau B : sable fin, vibré.
 $\gamma_d = 1,43 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,84$.
 Vide : $0,38 \text{ kg/cm}^3$.

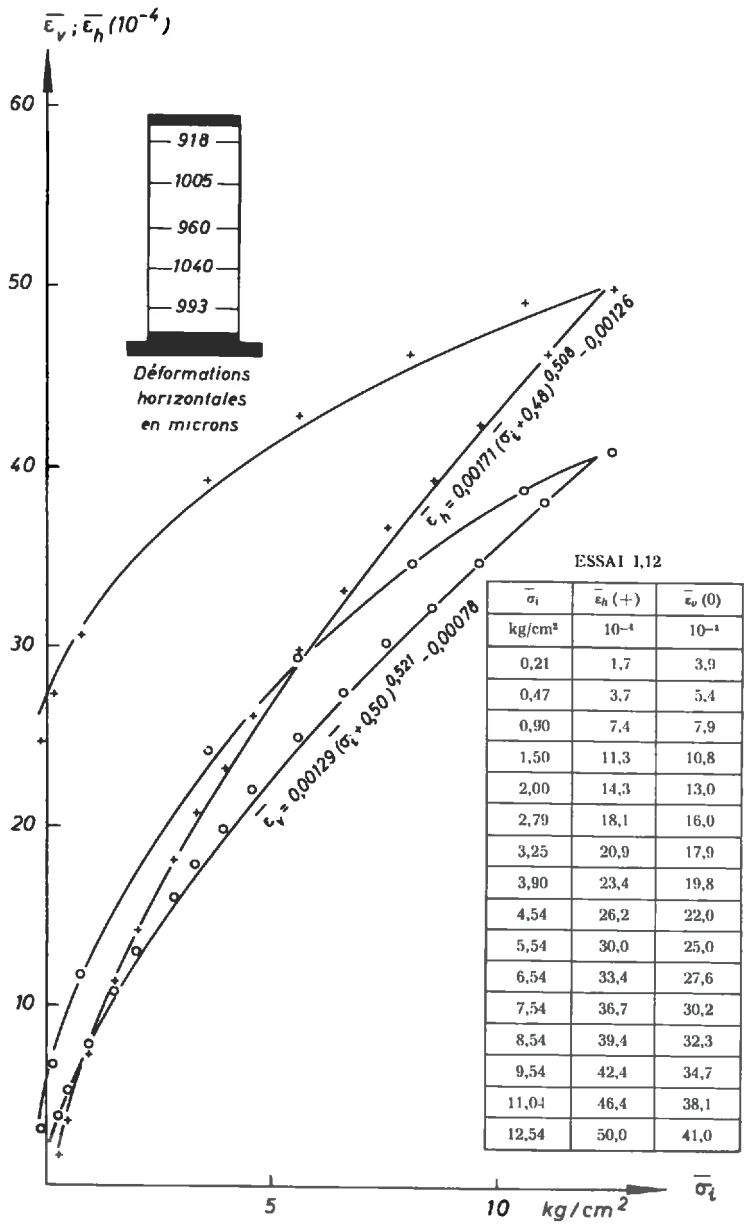


Fig. A-7.
 Matériau B : sable vibré.
 $\gamma_d = 1,49 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,77$.
 Vide : $0,46 \text{ kg/cm}^3$.

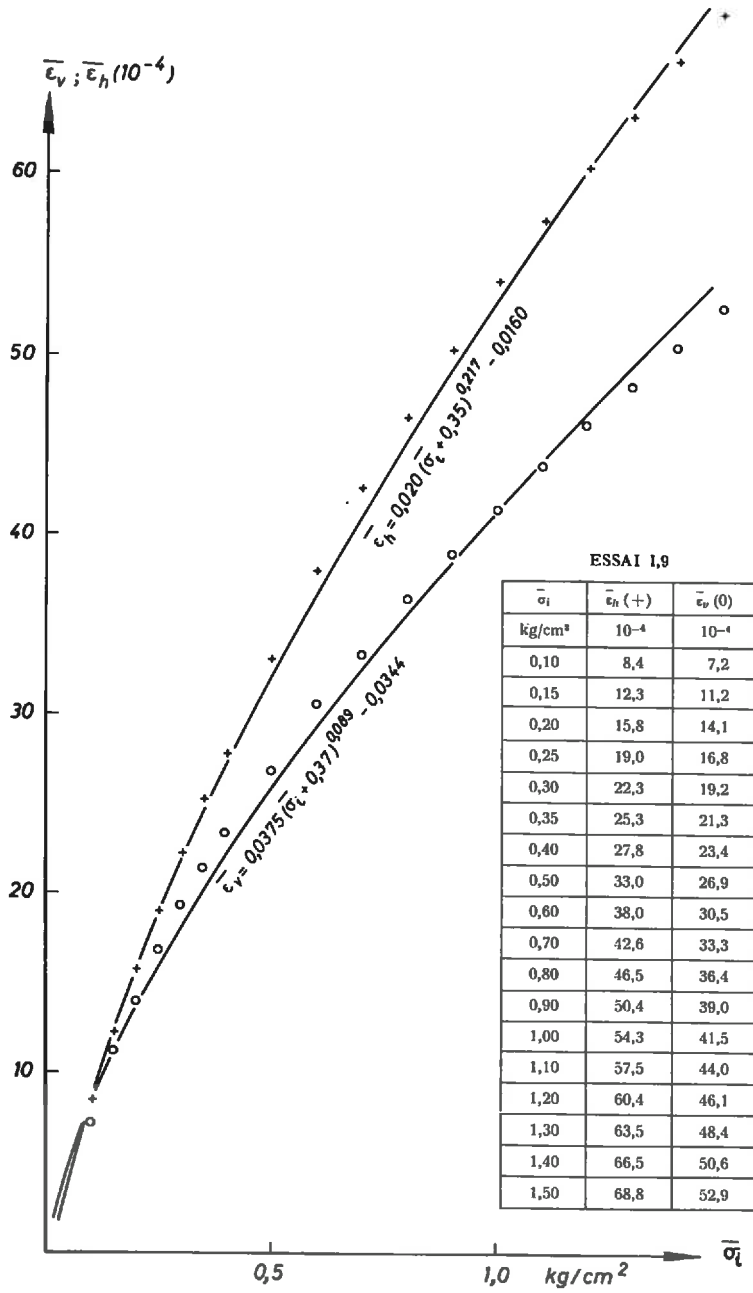


Fig. A-8.

Matériau B : sable fin, non vibré.
 $\gamma_s = 1,23 \text{ g/cm}^3$; $e = 1,14$.
Vide: $0,33 \text{ kg/cm}^3$.

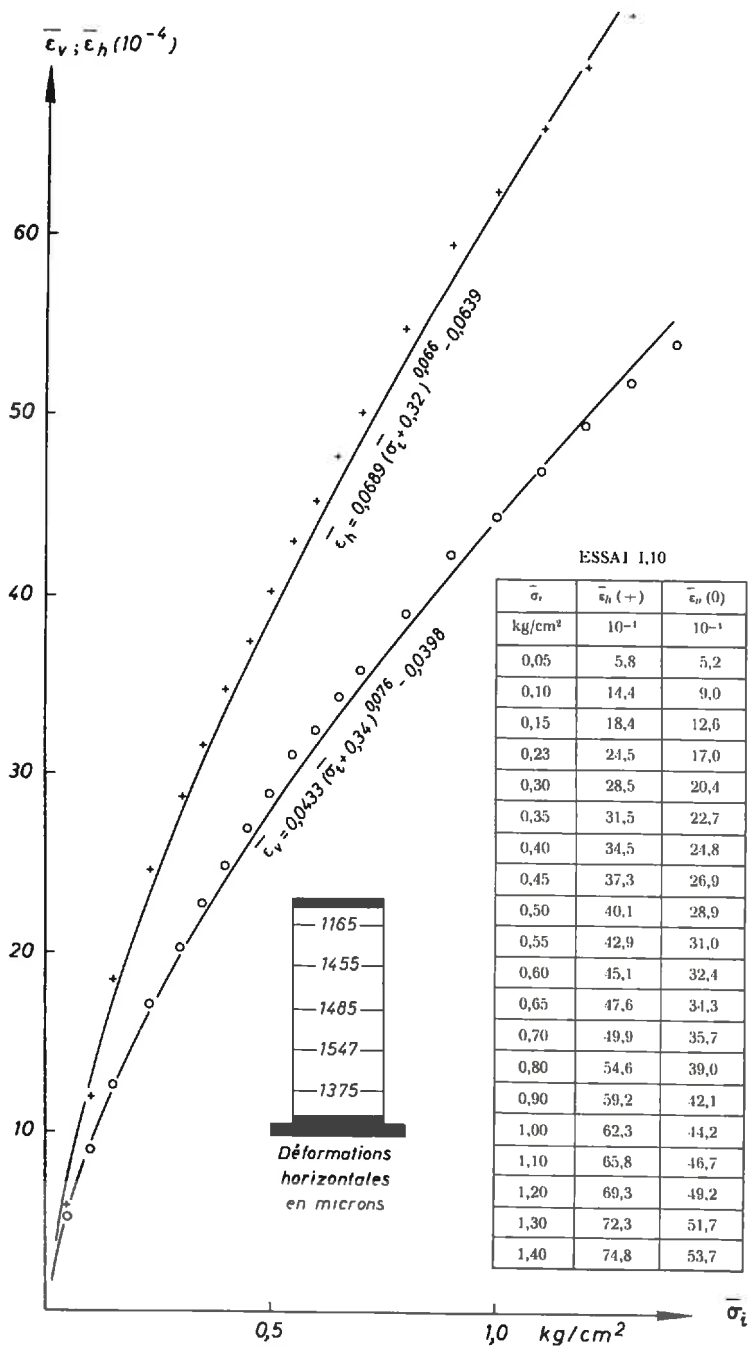


Fig. A-9.
 Matériau B : sable fin, non vibré.
 $\gamma_s = 1,22 \text{ g/cm}^3$; $e = 1,16$.
 Vide : $0,30 \text{ kg/cm}^3$.

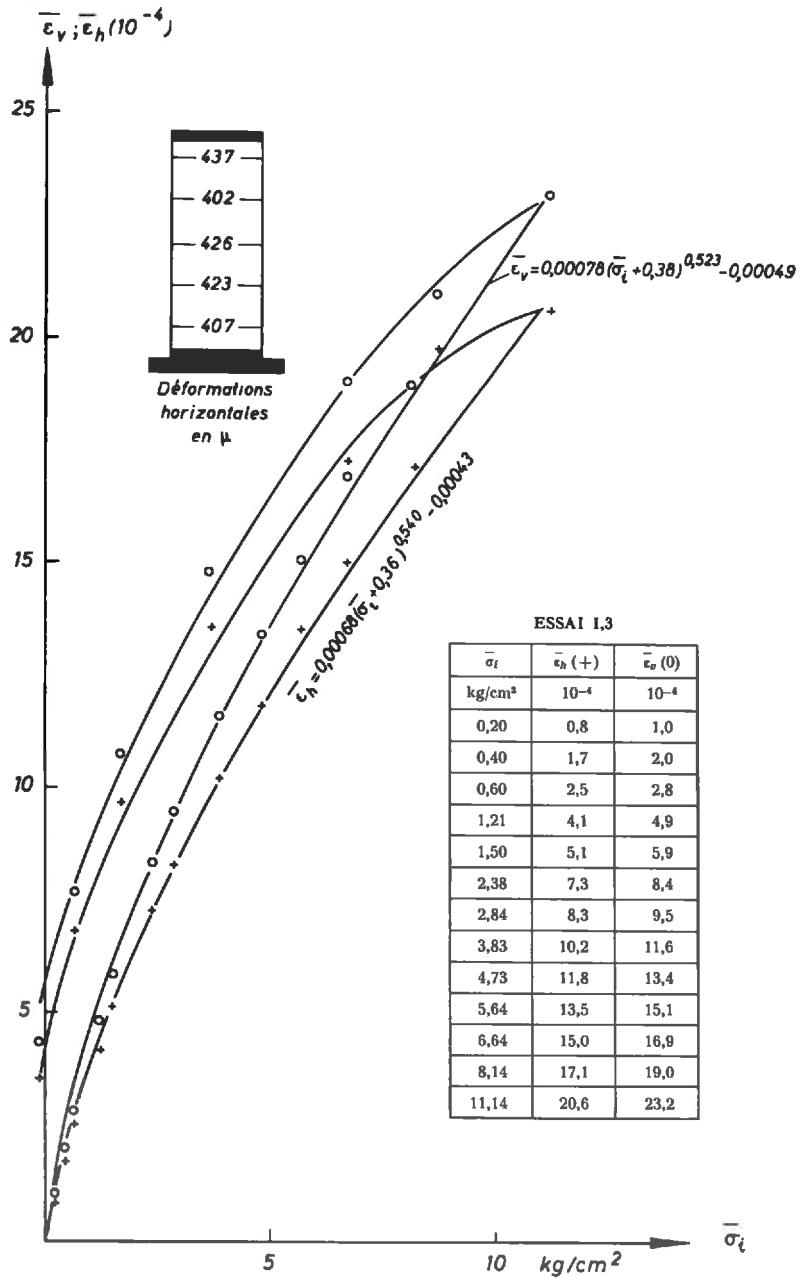


Fig. A-10.

Matériau C : gros sable, vibré.
 $\gamma_d = 1,64 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,61$.
 Vide : $0,34 \text{ kg/cm}^3$.

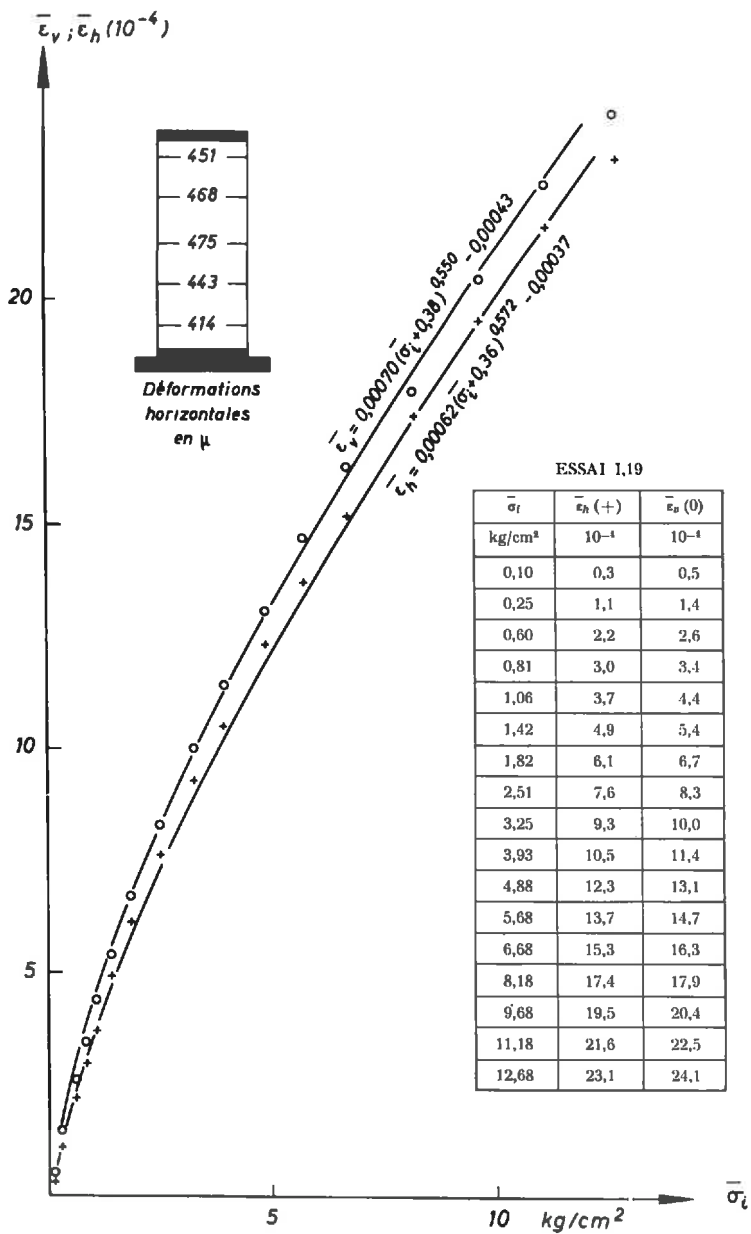


Fig. A-11.
 Matériau C : gros sable, vibré.
 $\gamma_d = 1,66 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,59$.
 Vide : $0,34 \text{ kg/cm}^3$.

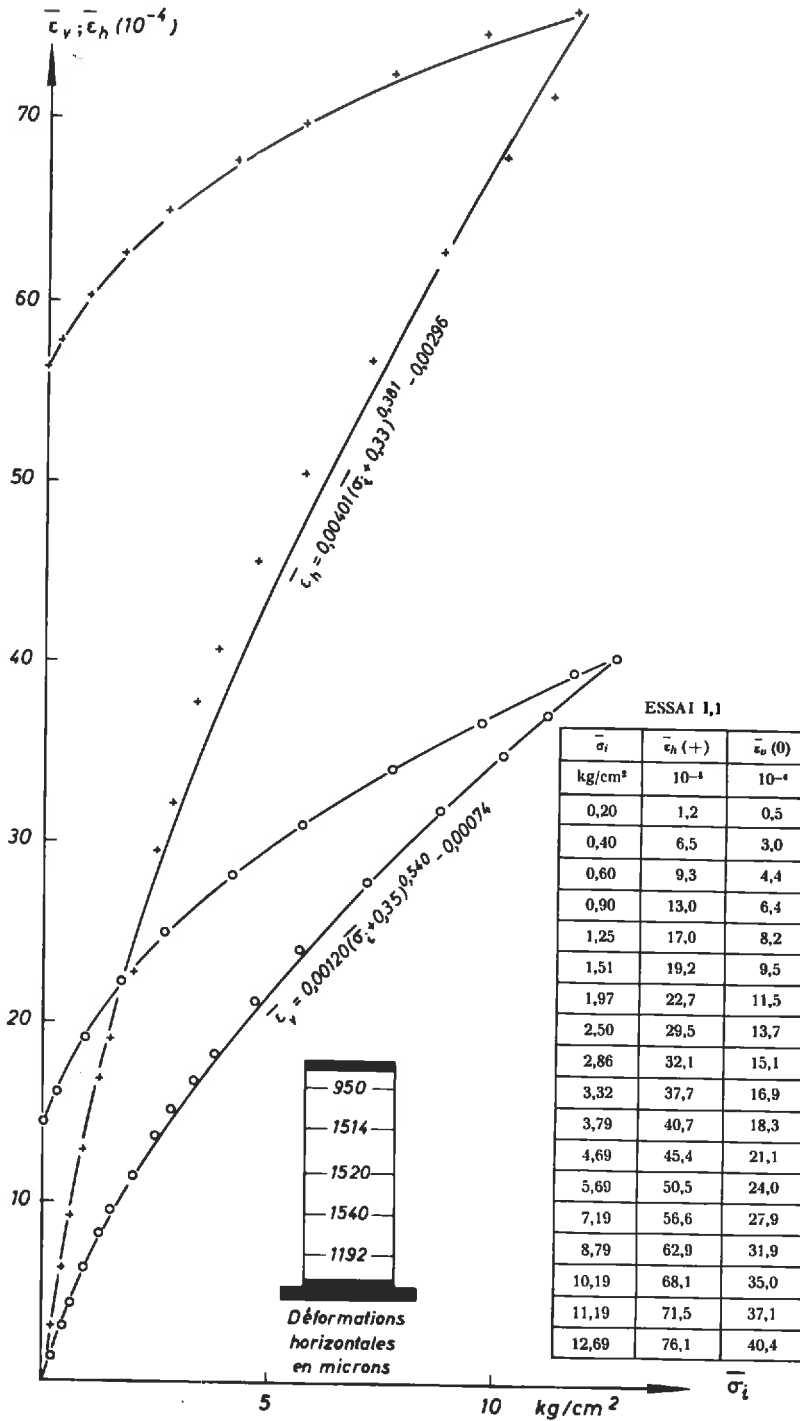


Fig. A-12.

Matériau C : gros sable, non vibré.
 $\gamma_d = 1,48 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,78$.
 Vide : $0,31 \text{ kg/cm}^3$.

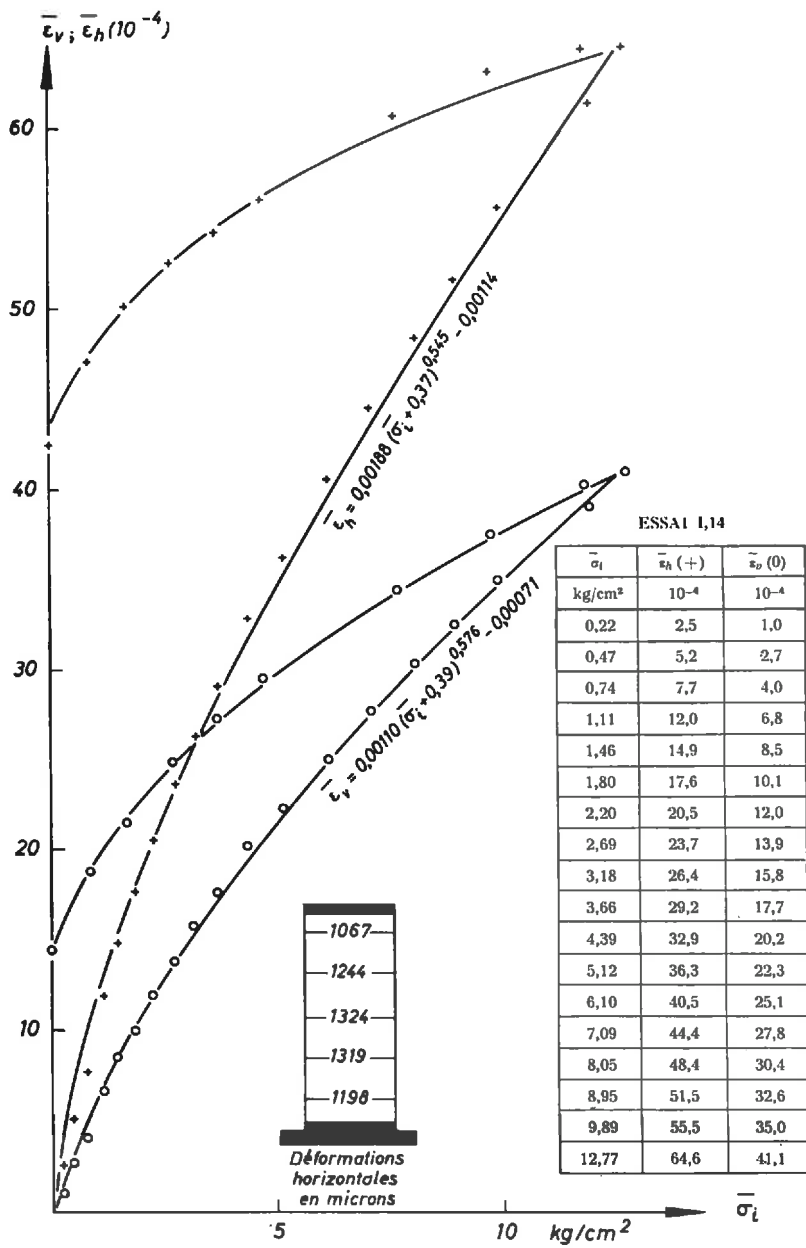


Fig. A-13.

Matériau C : gros sable, non vibré.
 $\gamma_d = 1,48 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,78$.
 Vide : $0,35 \text{ kg/cm}^3$.

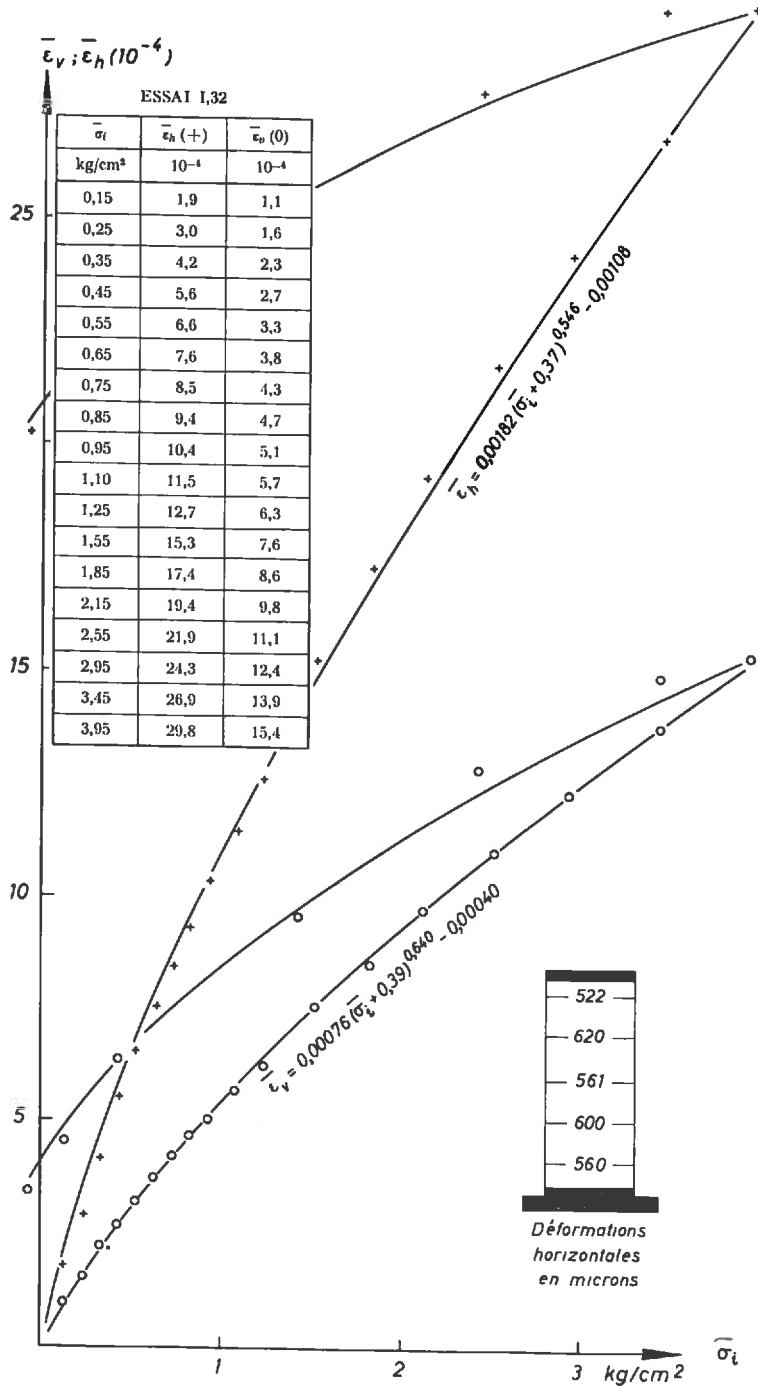


Fig. A-14.

Matériau C : gros sable, mise en place sous l'eau.

$\gamma_d = 1,48 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,78$.

Vide : $0,35 \text{ kg/cm}^3$.

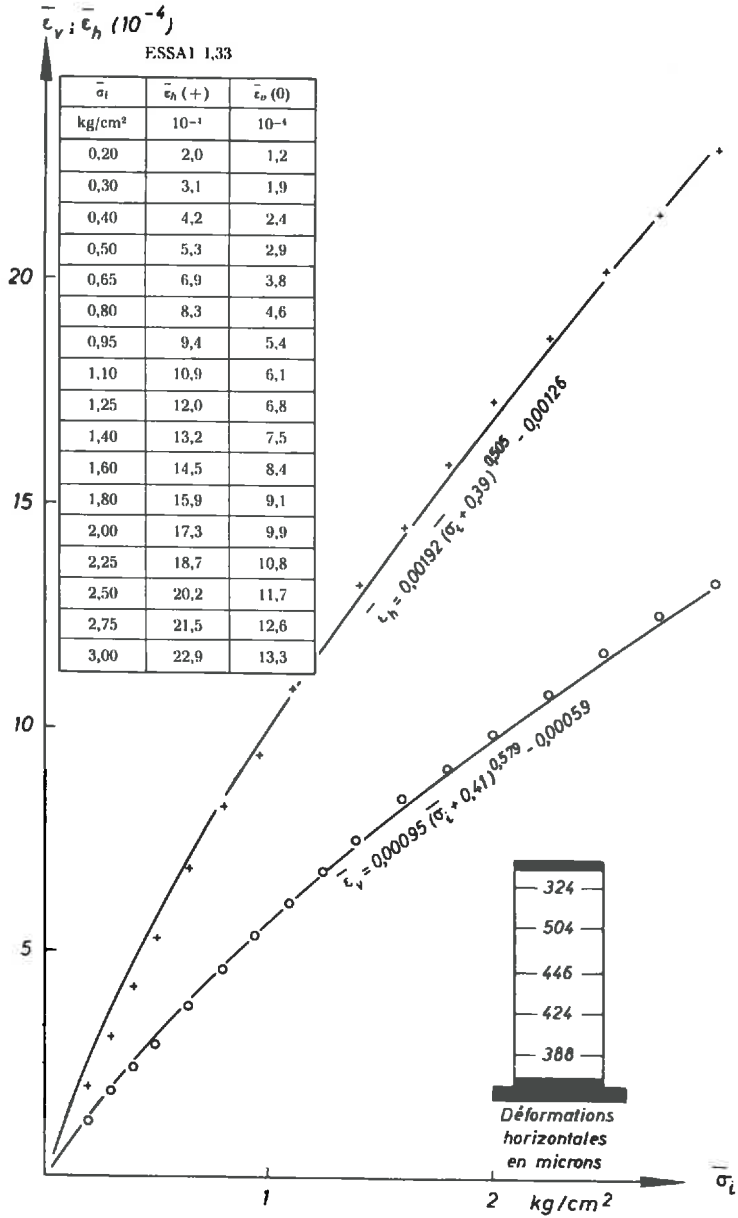


Fig. A-15.

Matériau C : gros sable, mise en place sous l'eau.
 $\gamma_s = 1,48 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,78$.
 Vide : $0,37 \text{ kg/cm}^2$.

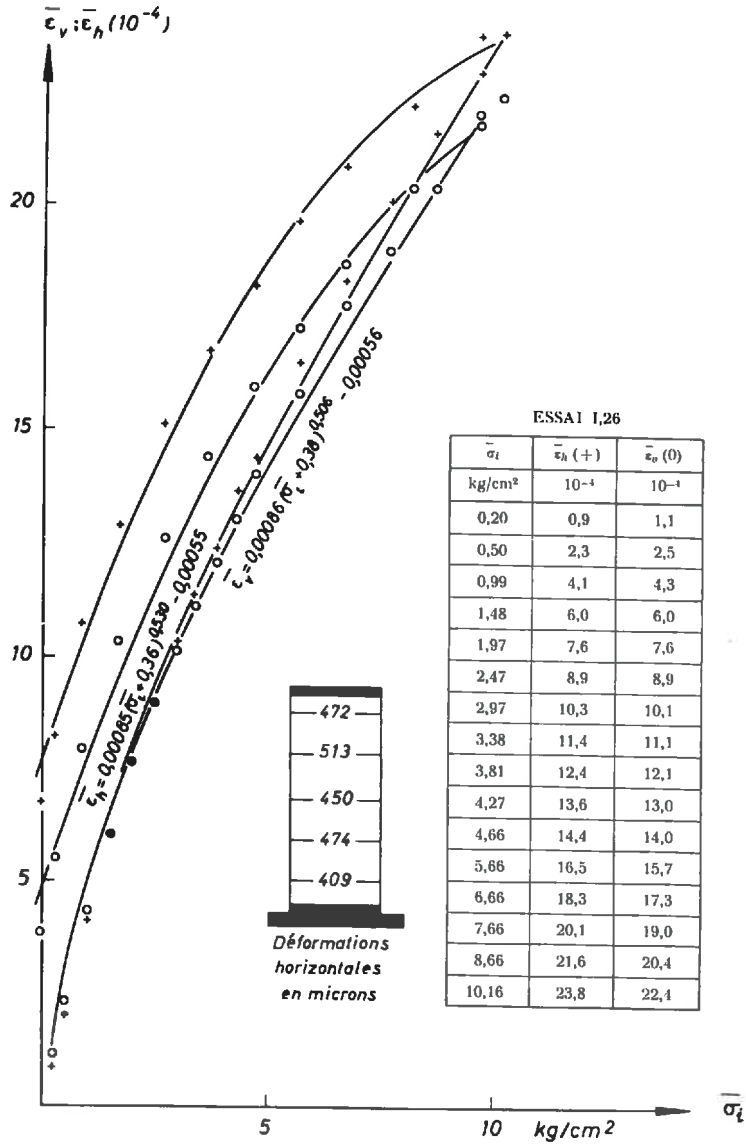


Fig. A-16.
 Matériau D : sable mélangé 40/100, vibré.
 $\gamma_d = 1,68 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,57$.
 Vide : $0,34 \text{ kg/cm}^3$.

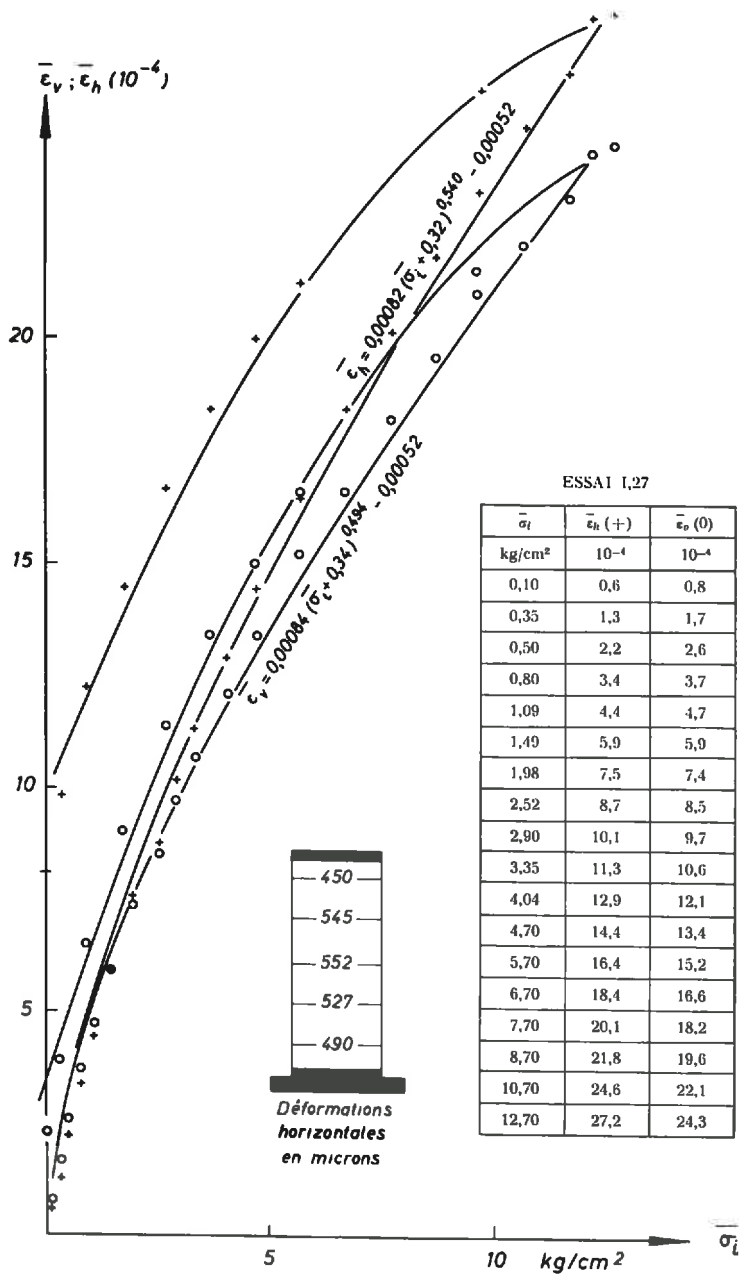


Fig. A-17.
 Matériau D : sable mélangé 40/100, vibré.
 $\gamma_d = 1,69 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,56$.
 Vide : $0,30 \text{ kg/cm}^3$.

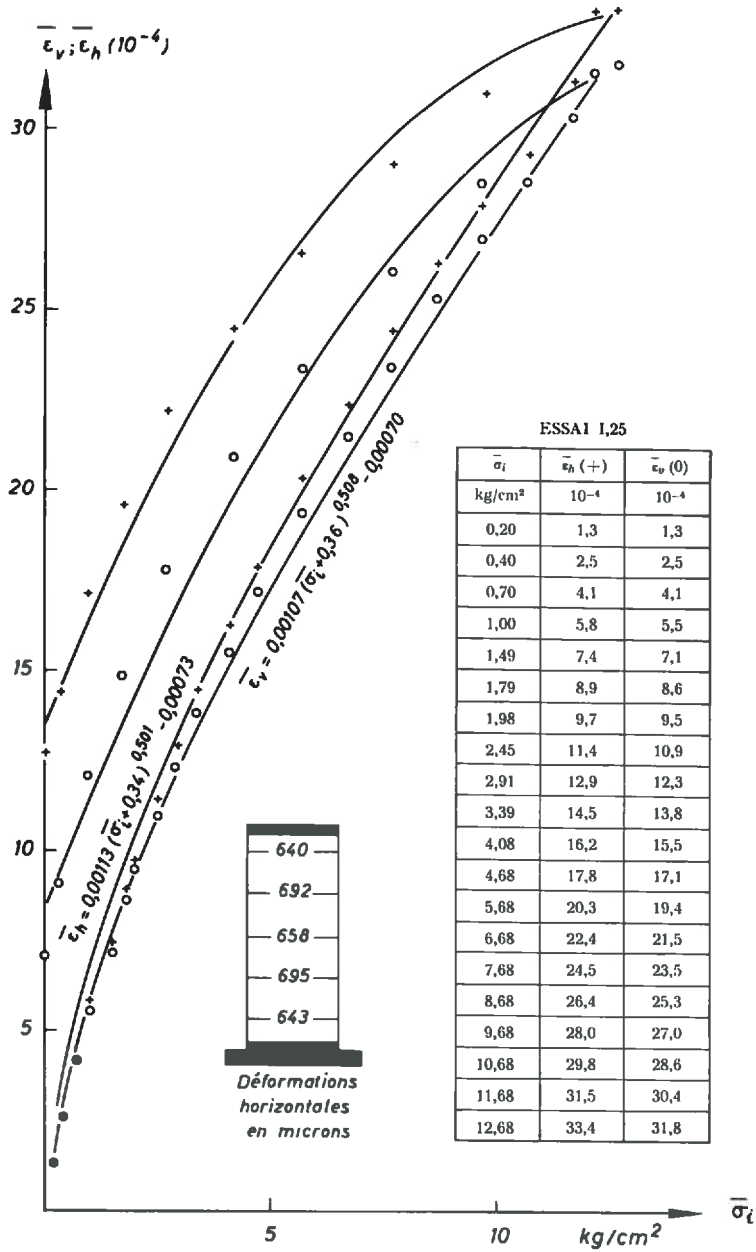


Fig. A-18.
 Matériau D : sable mélangé 40/100, légèrement vibré.
 $\gamma_s = 1,64 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,61$.
 Vide : $0,32 \text{ kg/cm}^3$.

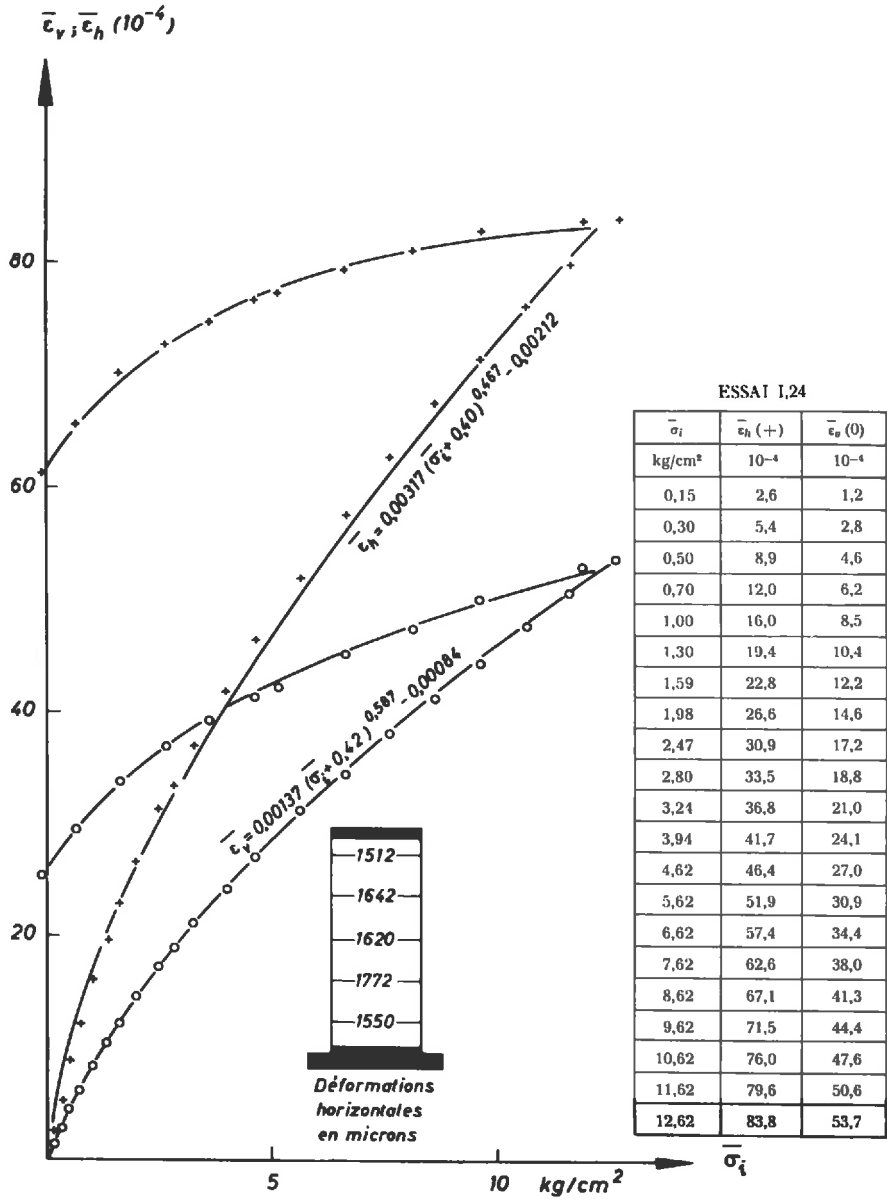


Fig. A-19.

Matériau D : sable mélangé 40/100, non vibré.

$\gamma_d = 1,49 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,77$.

Vide : $0,38 \text{ kg/cm}^3$.

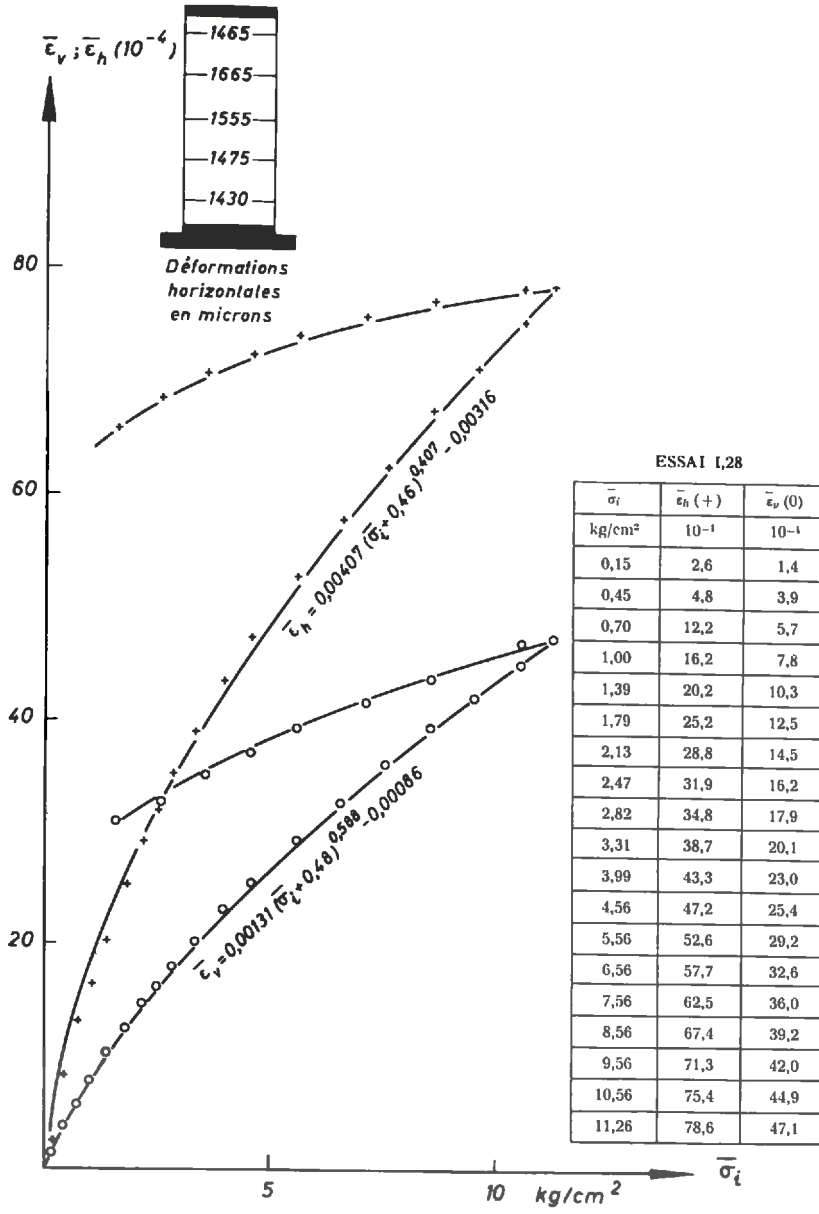


Fig. A-20.

Matériau D : sable mélangé 40/100, non vibré.
 $\gamma_s = 1,49 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,77$.
 Vide : $0,44 \text{ kg/cm}^3$.

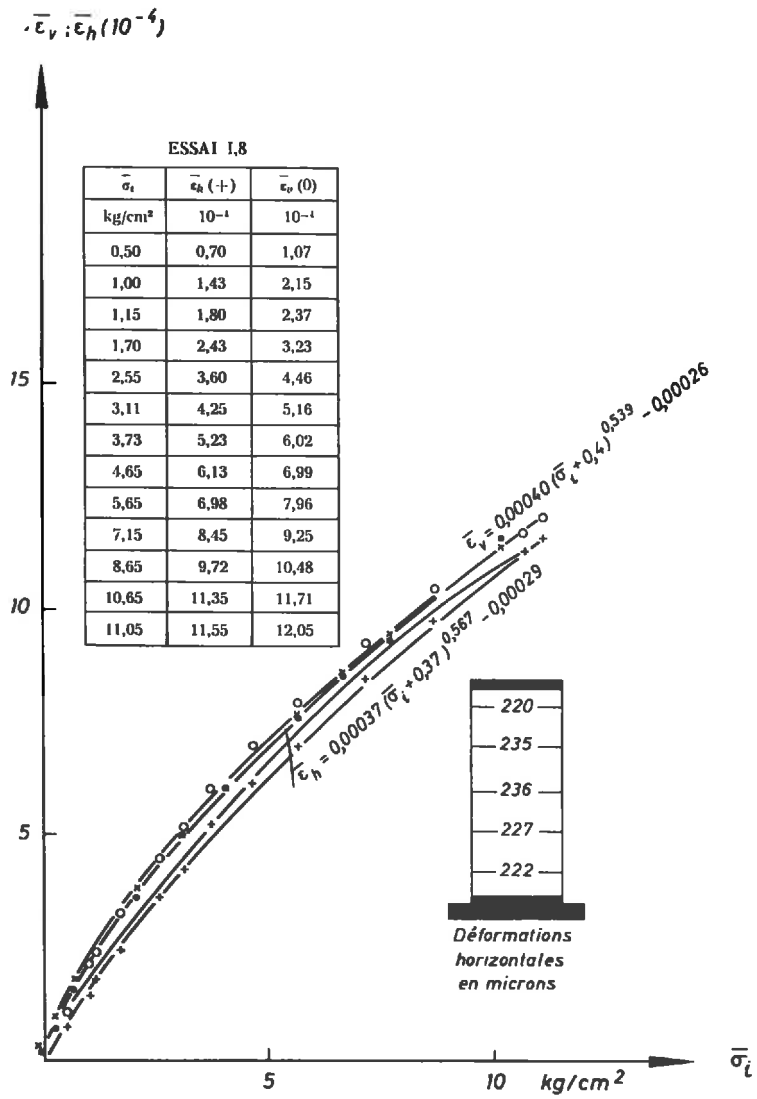


Fig. A-22.

Matériau E : billes de verre, vibrées.
 $\gamma_s = 1,89 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,53$.
 Vide : $0,34 \text{ kg/cm}^3$.

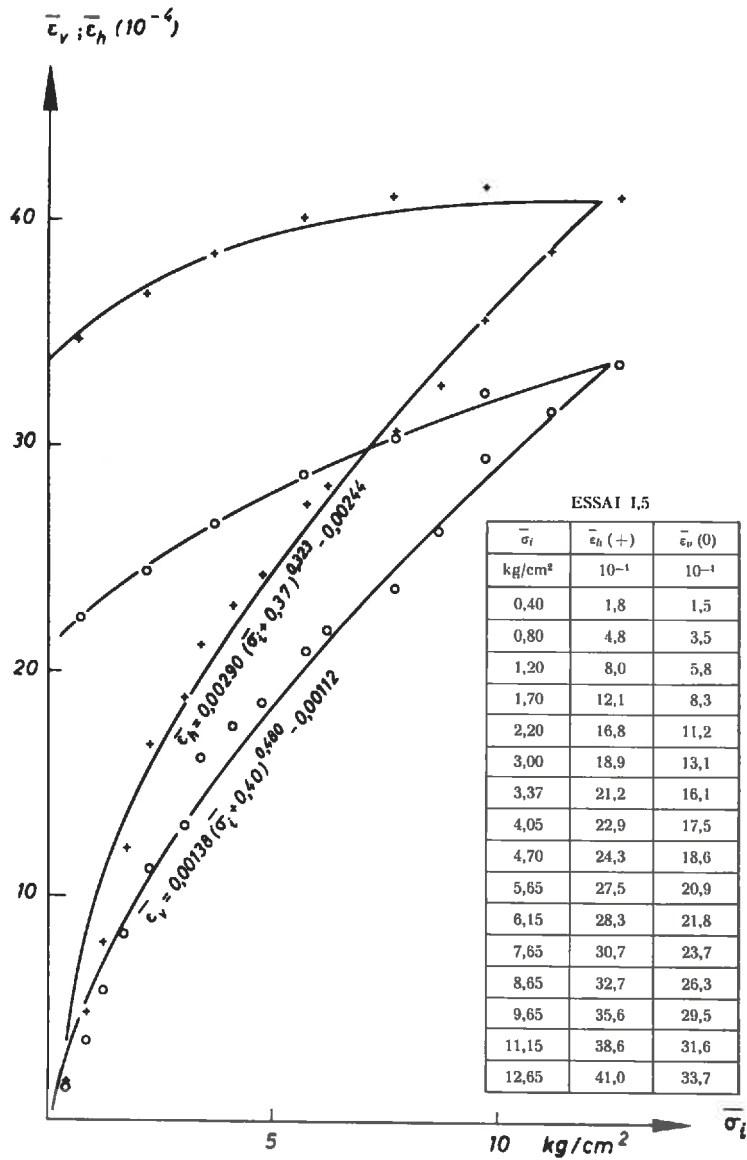


Fig. A-23.

Matériau E : billes de verre, non vibrées.

$\gamma_d = 1,78 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,63$.

Vide : $0,34 \text{ kg/cm}^2$.

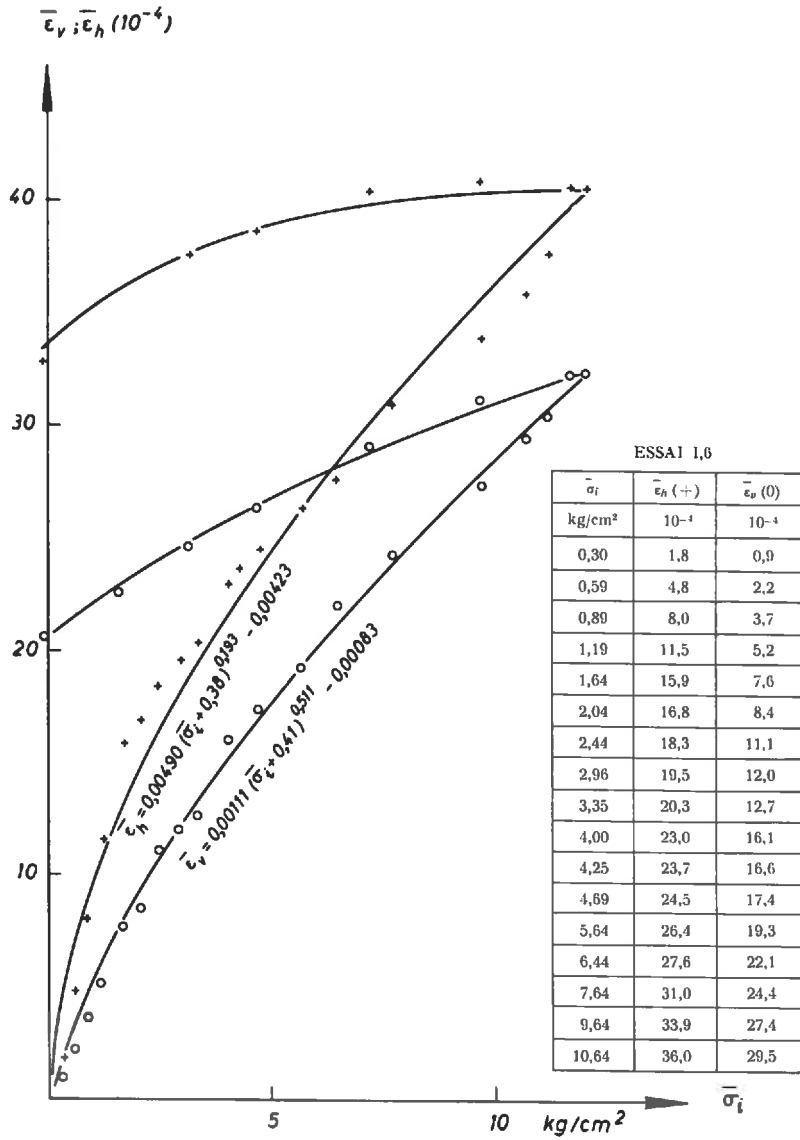


Fig. A-24.
 Matériau E : billes de verre, non vibrées.
 $\gamma_d = 1,78 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,63$.
 Vide : $0,35 \text{ kg/cm}^3$.

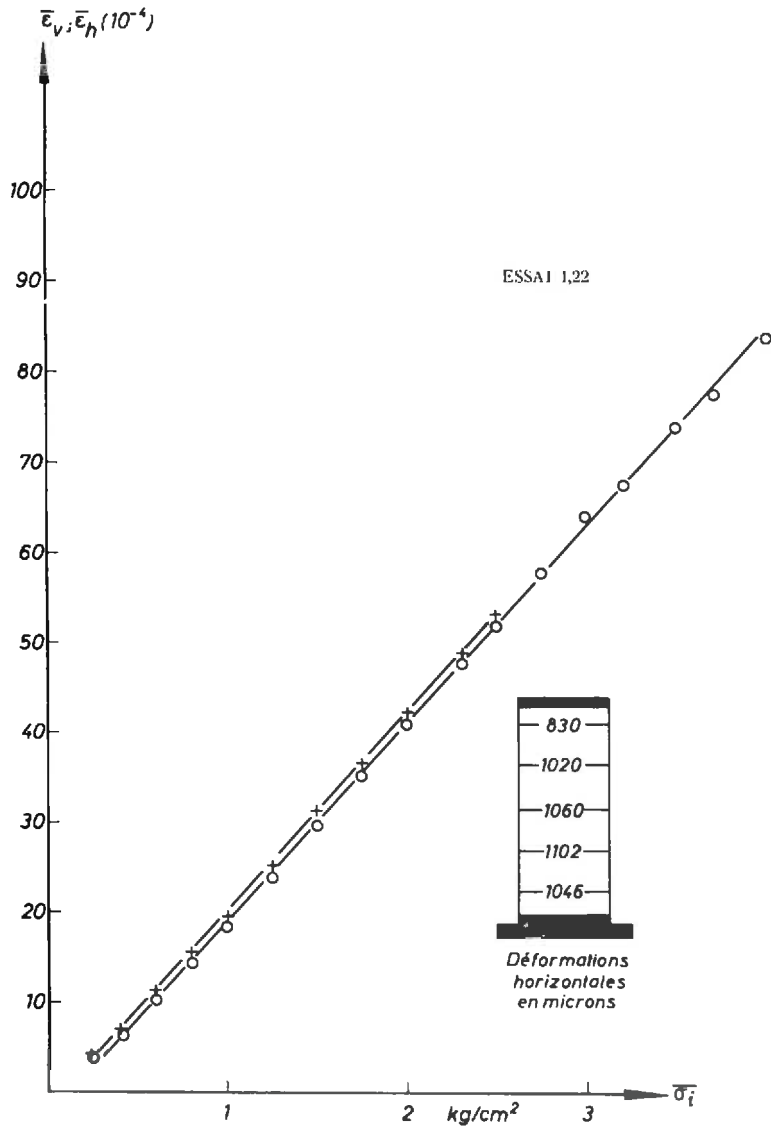


Fig. A-25.
Matériau F : cendres volcaniques, vibrées.
 $\gamma_d = 0,95 \text{ g/cm}^3$.

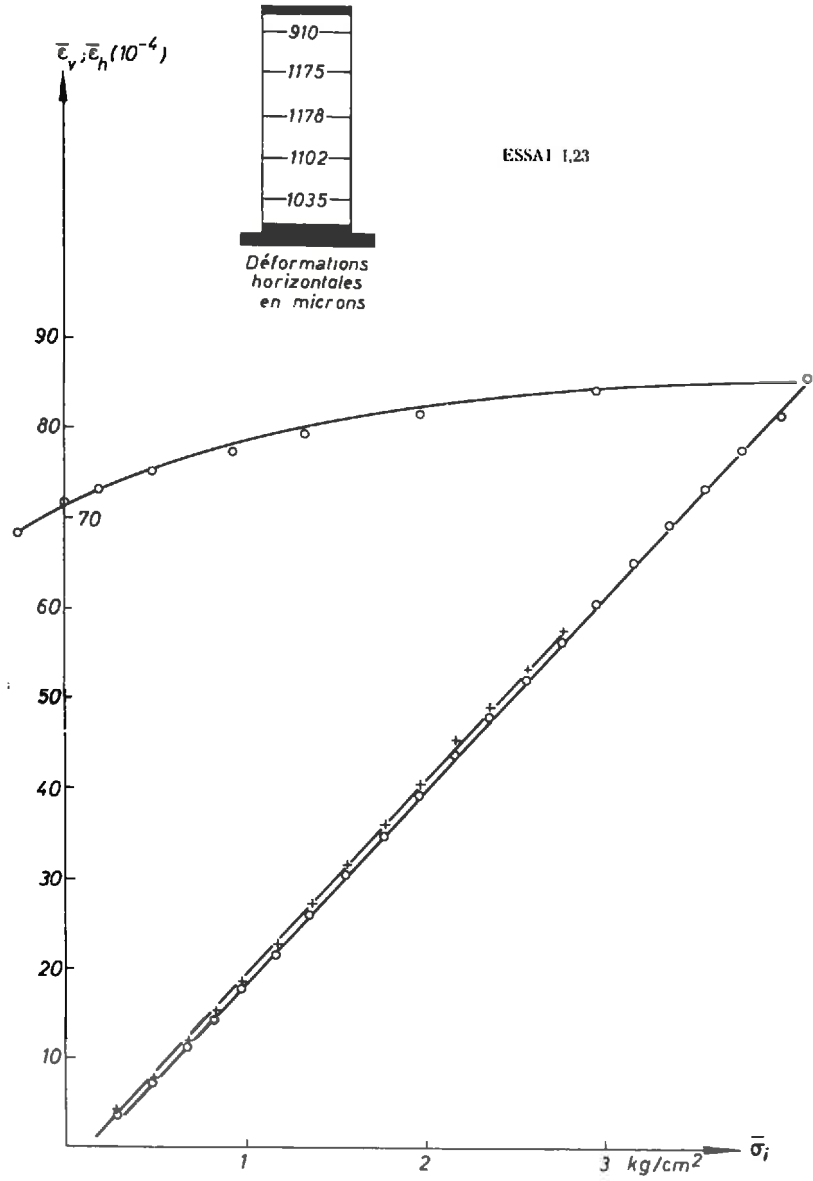


Fig. A-26.
Matériau F : cendres volcaniques, vibrées.
 $\gamma_s = 0,96 \text{ g/cm}^3$.

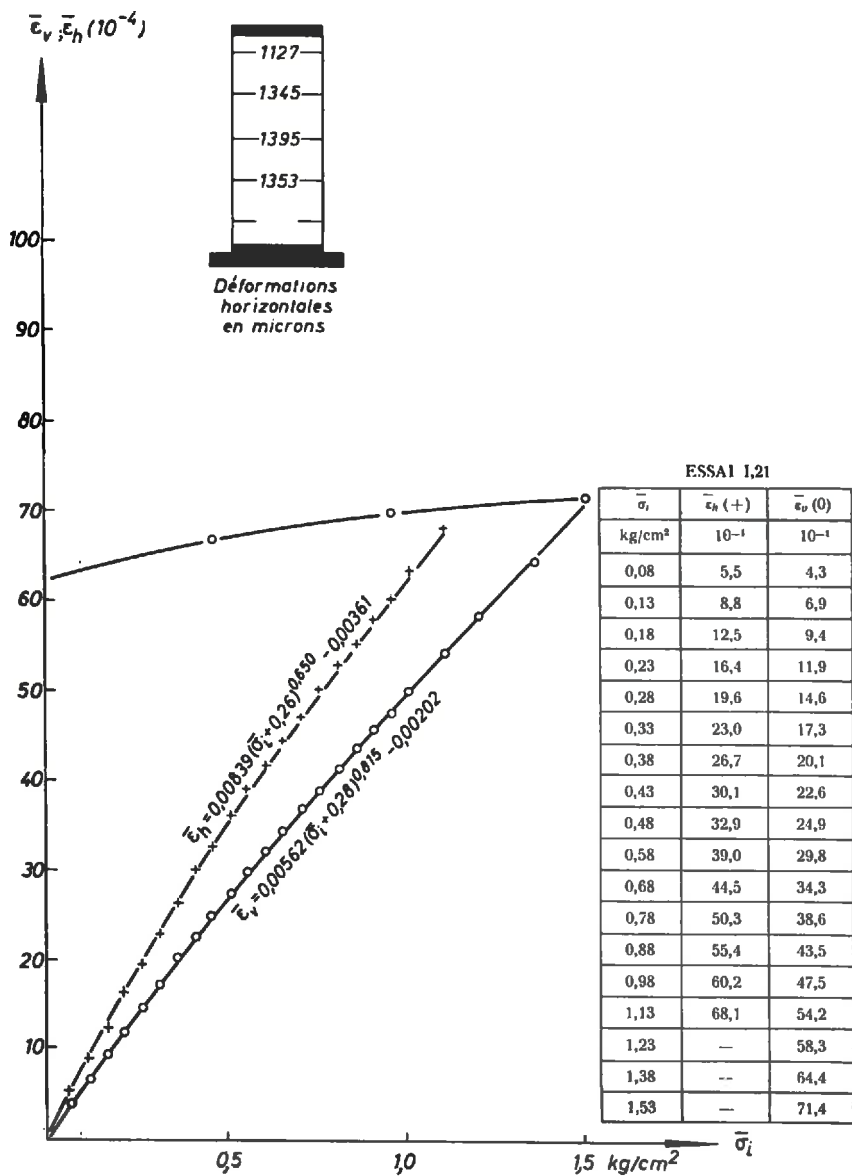


Fig. A-27.
 Matériau F : cendres volcaniques, non vibrées.
 $\gamma_d = 0,85 \text{ g/cm}^3$.
 $Vide : 0,24 \text{ kg/cm}^3$.

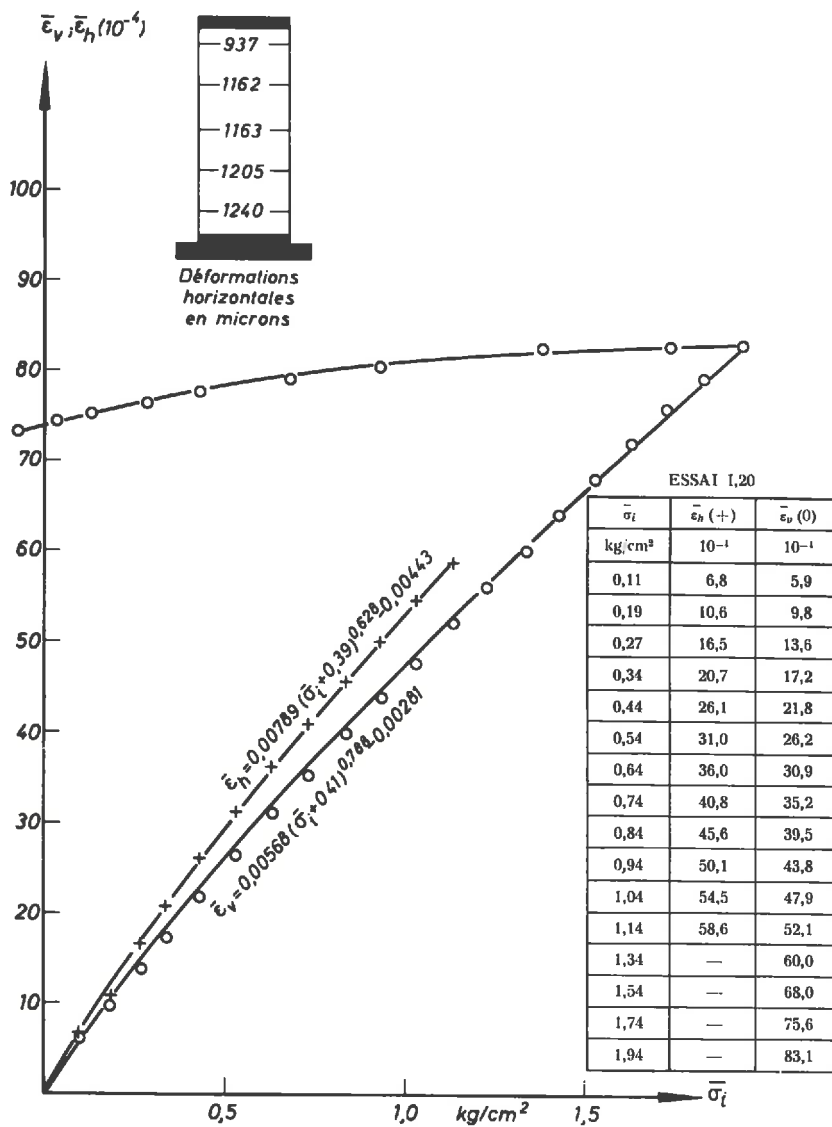


Fig. A-28.

Matériau F : cendres volcaniques, non vibrées.

$\gamma_s = 0,86 \text{ g/cm}^3$.

Vide : $0,37 \text{ kg/cm}^2$.

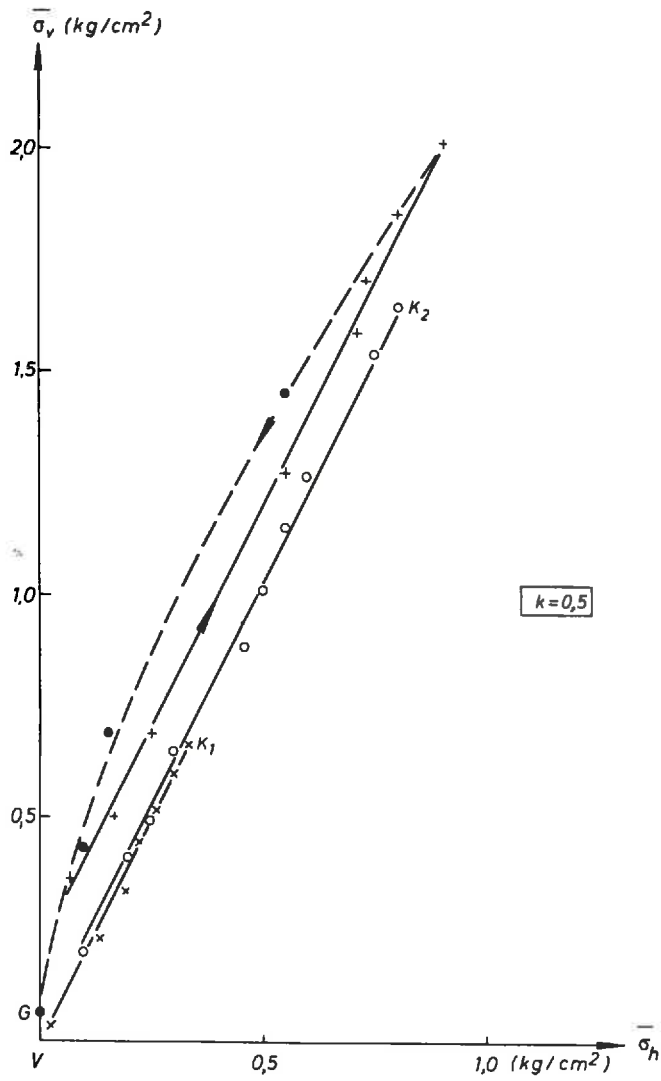


Fig. A-29.

Matériau A : sable silteux, non vibré.

- Essais : + 11,8, « aller »
● 11,8, « retour »
○ 11,10
× 11,14.

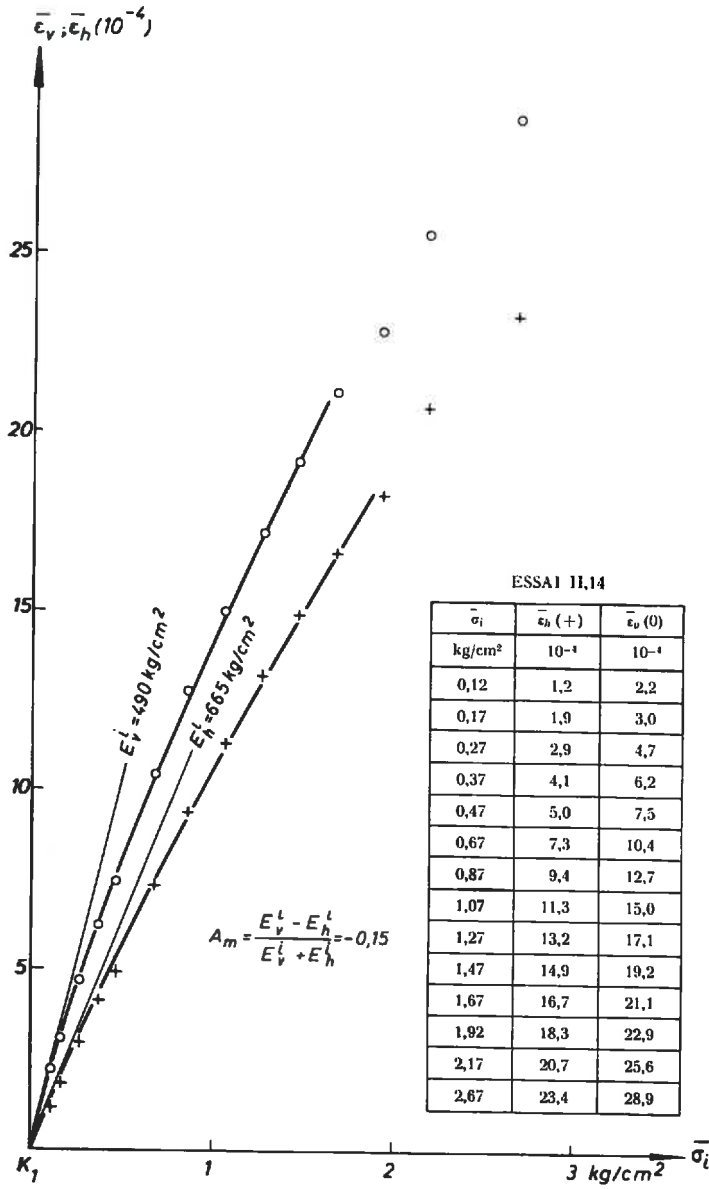


Fig. A-30.

Matériau A : sable silteux, non vibré.
 $\gamma_d = 1,85 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,43$.

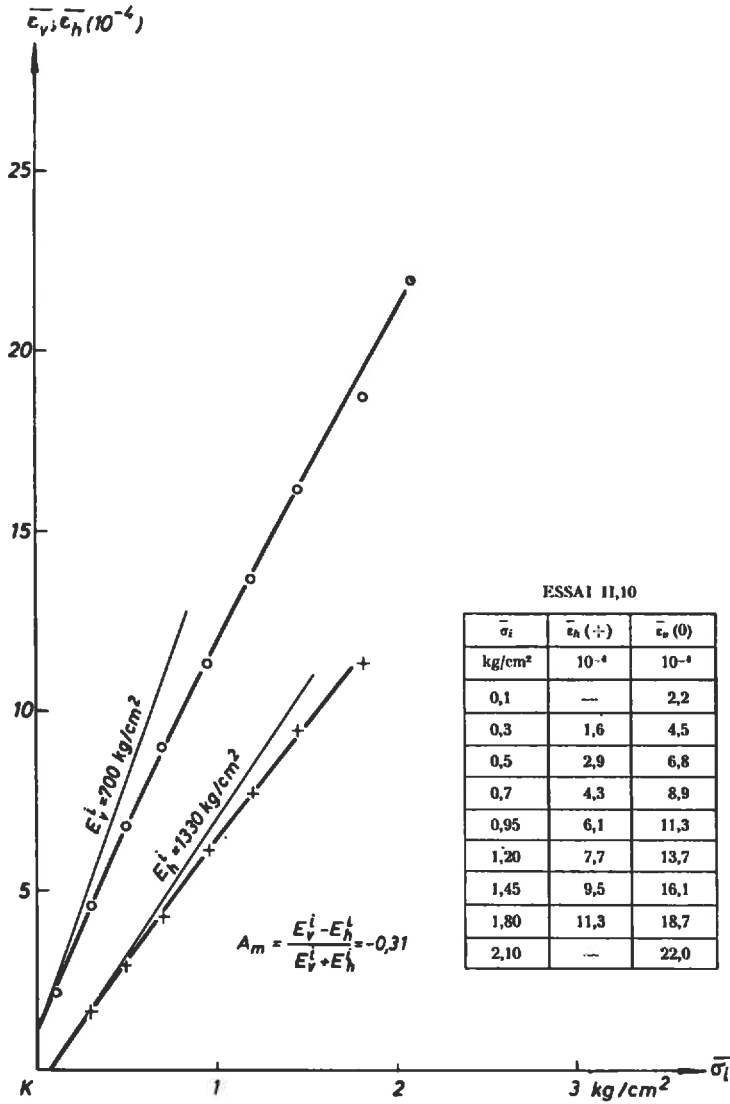


Fig. A-31.

Matériau A : sable silteux, non vibré.
 $\gamma_s = 1,86 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,42$.

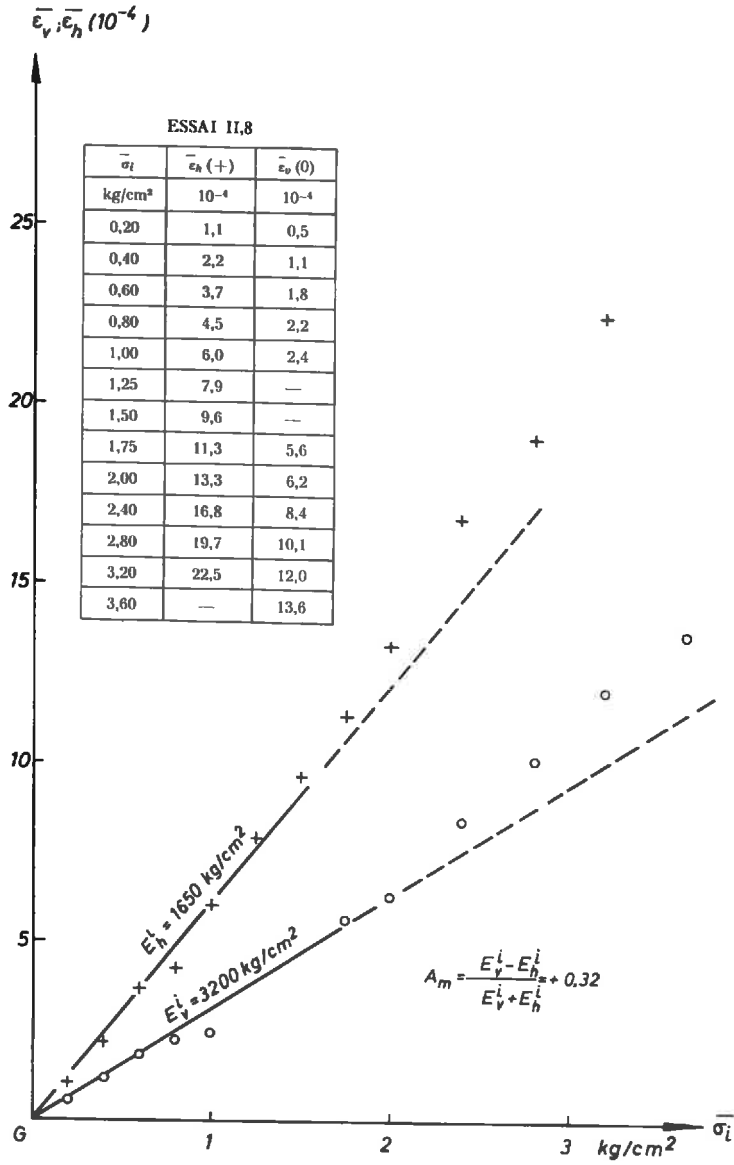


Fig. A-32.

Matériau A : sable silteux, non vibré.
 $\gamma_s = 1,86 \text{ g/cm}^3$; $e = 0,42$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SCHEUCH, G. — *Contribution à l'étude des argiles non saturées*, Thèse d'Ingénieur-Docteur, Faculté des Sciences, Grenoble, 1959.
- [2] OHDE, J. — *Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern*, Der Bauingenieur, Berlin, 1942.
- [3] GRASSHOFF, H. — *Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken*, Die Bautechnik, Berlin, 1951.
- [4] BOUSSINESQ, J. — *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1885.
- [5] MELAN, E. — *Verteilung des Druckes durch eine elastische Schicht*, Oesterreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst, Vienne, 1918.
- [6] CAROTHERS, S. O. — *Proceedings of the International Mathematical Congress*, Vol. II, Toronto, 1924.
- [7] MARGUERRE, K. — *Druckverteilung durch eine elastische Schicht auf starrer Unterlage*, Ingenieurarchiv, 1931.
- [8] PASSER, W. — *Druckverteilung durch eine elastische Schicht*, Sitzungsbericht der Wiener Akademie der Wissenschaften, Vienne, 1935.
- [9] BOROWICKA, H. — *Ingenieurarchiv*, 1942.
- [10] MICHELL, J. H. — *The Stress in an Aeolotropic Elastic Solid with an Infinite Plane Boundary*, Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. 32, Londres, 1900.
- [11] WOLF, K. — *Ausbreitung der Kraft in der Halbebene und im Halbraum*, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1935.
- [12] JELINEK, R. — *Der Boden als querisotropes Medium*, Anhandlungen über Bodenmechanik und Grundbau, E. Schmidt Verlag, Bielefeld, 1948.
- [13] FRÖHLICH, O. K. — *Druckverteilung im Baugrund mit besonderer Berücksichtigung der plastischen Erscheinungen*, Springer Verlag, Vienne, 1934.
- [14] CAQUOT, A. et KERISEL, J. — *Traité de Mécanique des Sols*, Gauthier-Villars, Paris, 1956.
- [15] BIAREZ, J. — *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents*, Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences, Grenoble, 1962.
- [16] BIAREZ, J. et WIENDIECK, K. — *Remarques sur l'élasticité et l'anisotropie des matériaux pulvérulents*, Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 1962.
- [17] BIAREZ, J. et WIENDIECK, K. — *La comparaison qualitative entre l'anisotropie mécanique et l'anisotropie de structure des milieux pulvérulents*, Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 1963.
- [18] TAYLOR, D. W. — *Fundamentals of Soil Mechanics*, J. Wiley, New York, 1962.
- [19] KOLBUSZEWSKI. — *Note on Factors Governing the Porosity of Wind Deposited Sands*, Geotechnical Magazine, Vol. III, pp. 48-56.

- [20] LOVE, A. E. H. — *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, Cambridge (England), Univ. Press, 1934.
- [21] TAN TJONG-KIE. — *Consolidation and Secondary Time Effect on Homogeneous Anisotropic Saturated Clay Strata*, Comptes rendus du 5^e Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondation, tome I, Dunod, Paris, 1961.
- [22] SCHEIDEGGER, A. — *The Physics of Flow Through Porous Media*, University of Toronto Press, 1960.
- [23] SCHULTZE, E. et MUHS, H. — *Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten*. Springer, Berlin, 1955.
- [24] TERZAGHI, K. et PECK, R. B. — *Mécanique des Sols Appliquée*, Dunod, Paris, 1961.
- [25] BISHOP, A. W. — *Test Requirements for Measuring the Coefficient of Earth Pressure at Rest*. Rapport de la Conférence de Bruxelles sur les Problèmes de Pressions de Terres, 1958, tome I.
- [26] SCHLEICHER, F. — *Zur Theorie des Baugrundes*, Der Bauingenieur, 1926.
-

ZUSAMMENFASSUNG

In der Bodenmechanik stehen den im Laufe der Entwicklung sehr verfeinerten Rechenmethoden oft noch grobe Ausgangshypothesen gegenüber, was nach Ansicht des Verfassers zu einer nur scheinbaren Erhöhung der Rechengenauigkeit führt. Ein Beispiel dafür ist das Problem der Sohldruckverteilung, wo moderne Rechenmethoden [2], [3] mit den Boussinesq'schen Gleichungen kombiniert werden, die unter anderen auf der Annahme eines isotropen Mediums aufbauen, obwohl entsprechende theoretische Lösungen für den querisotropen Fall seit langem bestehen [16], [11], [12]. Der Grund dafür liegt in dem völligen Mangel an systematischen Messungen der die Querisotropie kennzeichnenden bodenmechanischen Daten. Zweck der vorliegenden Arbeit ist es daher, diese fehlenden bodenmechanischen Grössen systematisch im Versuch zu bestimmen und sie nach Möglichkeit in einen quantitativen Zusammenhang mit anderen Bodenkennziffern zu bringen, da die notwendigen Versuche einen besonderen apparativen Aufwand erfordern. Die Untersuchung beschränkt sich auf kohäsionsloses Material.

Die oft beobachtete mechanische Anisotropie von Sandproben wurde durch allgemeine Überlegungen auf eine statistisch ungleichförmige räumliche Verteilung der Kontaktflächen zwischen den Bodenpartikeln zurückgeführt (geometrische Anisotropie). Bei Ausschluss gewisser störender Vorbelastungen kann diese anisotrope Anordnung der Bodenteilchen nur durch den Einfluss der Erdschwere während des Sedimentationsvorganges erklärt werden. Eine lotrechte Symmetrieachse darf deswegen vorausgesetzt werden (Querisotropie). Weiterhin ergab sich für nicht vorbelastetes Material ein zunächst qualitativer Zusammenhang zwischen der geometrischen Anisotropie und der Dichte des Materials.

Diese Überlegungen wurden durch Versuche an einem zweidimensionalen Sandmodell überprüft. Die experimentell gefundenen statistischen Verteilungskurven der Kontaktflächen stimmten verhältnismässig gut mit einer Ellipse überein. Dadurch wurde es möglich, die geometrische Anisotropie auch zahlenmässig zu erfassen und sie als das relative Verhältnis der horizontalen (a) und der vertikalen (b) Halbachse der Ellipse zu charakterisieren.

$$A_s = \frac{a - b}{a + b}$$

Die statistischen Strukturanalysen ergaben eine deutliche Abhängigkeit der geometrischen Anisotropie von der Porenziffer einerseits und von den vorausgegangenen plastischen Verformungen des Modells andererseits: die A_s -Werte fielen mit wachsen-

der Dichte (Vibration); durch entsprechend orientierte plastische Verformungen konnte eine Umkehrung der geometrischen Verhältnisse erreicht werden (A_s negativ).

In mechanischer Hinsicht zeigten die untersuchten dreidimensionalen Sandproben ein vollkommen analoges Verhalten, wobei die mechanische Anisotropie (A_m) in entsprechender Weise als das relative Verhältnis des vertikalen (E_v^i) und des horizontalen (E_h^i) Verformungsmoduls unter allseitig gleichem Druck charakterisiert wurde.

$$A_m = \frac{E_v^i - E_h^i}{E_v^i + E_h^i} = \frac{\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_v} - \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_h}}{\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_v} + \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_h}}$$

Die mechanische Anisotropie wurde mit einem eigens zu diesem Zweck konstruierten Dreiachsig-Gerät gemessen, das die Bestimmung der horizontalen und vertikalen Verformungen einer kreiszylindrischen Probe (\varnothing 200 mm, H = 465 mm) mit einer Genauigkeit von einigen Mikron gestattete. Da sich die A_m -Werte -wie nicht anders zu erwarten- mit wachsendem allseitig gleichem Druck dem Wert $A_m = 0$ näherten ($E_v^i = E_h^i$, Isotropie), wurde die mechanische Anisotropie grundsätzlich für eine Spannung $\sigma_i = 0,50$ kp/cm² bestimmt. Der nach Ansicht des Autors theoretisch richtigere Wert $A_m(\sigma_i = 0)$ konnte wegen der den eigentlichen Versuchen vorzuschaltenden Vakuumspannung nicht direkt gemessen werden. Extrapolationen der Versuchsergebnisse nach einer von BIAREZ angegebenen Formel [15] lassen eine verhältnismässig schnelle Entwicklung des Materials zur Isotropie hin in diesem Bereich niedriger Spannungen erkennen. Somit können die hier angegebenen numerischen Werte der Anisotropie als Minimalwerte angesehen werden.

Um die möglichen Einflüsse der Materialeigenschaften (Korngrösse und -form, Kornverteilung usw.) zu erfassen, wurden sechs sehr unterschiedliche körnige Materialien in jeweils verschiedenem Verdichtungszustand untersucht. Die Abhängigkeit der A_m -Werte von der Porenziffer war in jedem Falle sehr deutlich. Führt man anstelle der Porenziffer den Verdichtungsgrad (D) in die Untersuchung ein, so ergibt sich -trotz der grossen Materialunterschiede- für nicht vorbelastete Sande ein ausgeprägter empirischer Zusammenhang zwischen mechanischer Anisotropie und Verdichtungsgrad (Fig. 56).

Die elastische Querisotropie wird bekanntlich durch fünf voneinander unabhängige elastische Konstanten beschrieben, deren experimentelle Bestimmung sehr schwierig ist. Zwei dieser fünf Parameter wurden daher auf theoretischen Wege eliminiert, wobei die Hypothese aufgestellt wurde, dass die festgestellte qualitative Analogie zwischen mechanischer und geometrischer Anisotropie auch in quantitativer Hinsicht gültig ist (Proportionalität zwischen E-Modul und der -richtungsabhängigen- Anzahl der Kontaktflächen-Normalen). Somit ist die elastische Querisotropie körniger Erdstoffe im Bezug auf die Isotropie durch nur einen Parameter $\alpha = E_h/E_v$ gekennzeichnet. In dem hier vorliegenden Fall konnten die α -Werte aus den gemessenen A_m -Werten berechnet werden; sie sind in Fig. 65 als Funktion des Verdichtungsgrades aufgetragen.

Nach den getroffenen Annahmen charakterisiert der Parameter α gleichzeitig die statistische Struktur des Materials. $\alpha = b/a$. Fig. 65 gestattet es daher, sowohl die geometrische als auch die elastische Querisotropie nicht vorbelasteter Sande abzu-

schätzen, ohne dass besondere Versuche notwendig werden. Das hier entwickelte Bodenmodell kommt der physikalischen Wirklichkeit zweifellos näher als die für theoretische Untersuchungen oft benutzten regelmässigen Kugelpackungen. Ein vorläufiger Ansatz, auf dieser Grundlage in Verbindung mit einem Stabilitätskriterium den Ruhedruckbeiwert k_0 theoretisch zu bestimmen, hat zu einem befriedigenden Ergebnis geführt.

Die experimentellen und theoretischen Ergebnisse dieser Untersuchung wurden schliesslich in die von MICHELL entwickelten Formel eingeführt [10], nach der die elastische Querisotropie des Halbraumes bei Setzungsberechnungen berücksichtigt werden kann. Danach kann der Einfluss der elastischen Querisotropie durch einen multiplikativen Faktor F_a zu der klassischen Boussinesq'schen Formel erfasst werden (*Fig. 66*).

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

LA STABILITÉ
DES PALPLANCHES NON ANCRÉES

Vu et approuve :
Grenoble, le 17 septembre 1964.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
L. WEIL.

Vu :
Grenoble, le 15 septembre 1964.
Le Président de la thèse,
J. KRAVTCHENKO.

Vu et permis d'imprimer :
Grenoble, le 19 septembre 1964.
Le Recteur de l'Académie de Grenoble,
R. TREHIN.

