

476  
KA  
T+P+2

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR  
LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

**GERHARD SCHEUCH**

INGÉNIEUR DE LA TECHNISCHE HOCHSCHULE  
DARMSTADT

---

## 1<sup>re</sup> THÈSE

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ARGILES NON SATURÉES

- 1) Essais sur modèle (Répartition des pressions sur une semelle de fondation)
- 2) Essais sur éprouvettes (Petites déformations)

## 2<sup>e</sup> THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU CAOUTCHOUC

*Soutenues, le 23 juillet 1959, devant la Commission d'Examen*

---

Jury { MM. KRAVTCHENKO *Président.*  
SANTON }  
CRAYA } *Examineurs.*

A ma femme

# TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
AVANT-PROPOS .....	1
CHAPITRE PREMIER	
<b>DÉTERMINATION DES PRESSIONS DANS LA SURFACE DE CONTACT ENTRE UNE FONDATION ET LE SOL SUR LEQUEL ELLE REPOSE</b>	
<b>Introduction</b> .....	<b>3</b>
Le sol peut être représenté par deux modèles de sol :	
— le massif élastique .....	3
— le « sol idéal »; un ensemble de ressorts verticaux .....	3
<b>Calcul des contraintes dans le sol</b> .....	<b>4</b>
<b>Calcul des tassements</b> .....	<b>4</b>
<b>Les pressions dans la surface de contact entre la fondation et le sol</b> .....	<b>4</b>
<b>1 Vue d'ensemble des facteurs qui influent sur la pression en dessous de la fondation</b>	<b>4</b>
<b>2 Méthode de calcul pour déterminer les pressions en dessous d'une fondation...</b>	<b>5</b>
2,1 Les méthodes statiques .....	6
2,2 Méthodes de coefficient de raideur constant .....	9
2,2.1 Généralités .....	9
2,2.2 Méthodes analytiques .....	10
— Méthode TIMOSHENKO-HETENYI .....	11
— Méthode de BLEICH .....	12
— Simplification de la méthode de BLEICH par MAGNEL .....	14
— Méthode MAGNEL .....	16
— Méthode de WESTERGAARD-TERZAGHI .....	17
2,2.3 Méthodes graphiques .....	19
— Méthode MEYER-PETER .....	19
— Méthode POPOV .....	20
2,2.4 Critiques de la méthode du coefficient de raideur constant .....	20

	PAGES
2,2.5 Valeurs numériques du coefficient de raideur C .....	27
Détermination de C à partir d'essais de chargements de plaques...	27
Détermination de C à partir des modules d'élasticité et de compressibilité .....	28
La détermination de C à l'aide de tableaux .....	29
2,3 Modifications de la méthode du coefficient de raideur .....	32
2,3.1 Méthodes qui garantissent la continuité de la ligne de tassement aux bords de la fondation .....	32
2,3.2 Méthode du coefficient de raideur variable (Méthode GRASSHOFF).	34
2,4 Méthodes de calcul qui sont basées sur la répartition des contraintes dans le sol (« méthodes exactes ») .....	39
2,4.1 Méthodes générales .....	39
— Méthode FRÖHLICH .....	40
— Méthode d'OHDE .....	42
2,4.2 Méthodes particulières .....	44
— Méthode d'OHDE pour le calcul des fondations peu souples ....	45
— Méthode de calcul des poutres de fondation très longues, sollicitées par des forces ponctuelles verticales et équidistantes d'après DE BEER et KRSMANOVITCH .....	46
— Méthode de DE BEER pour le calcul des poutres chargées par une force ponctuelle et verticale en leur centre .....	47
— Formule de SCHULTZE pour les moments fléchissants d'une poutre	49
2,4.3 Résumé des méthodes de calcul pour des plaques de fondation...	50
— Idée d'OHDE pour le calcul des plaques .....	50
— Méthode de SCHLEICHER pour les fondations rigides .....	51
— Méthode des carrés de DE BEER pour les fondations rigides ....	51
— Méthode de GRASSHOFF pour le calcul d'une plaque circulaire chargée symétriquement par rapport au centre .....	52
<b>3 Rappel des résultats relatifs à la répartition des pressions .....</b>	<b>55</b>
3,1 Solutions théoriques particulières pour des fondations qui reposent sur un massif semi-infini, élastique, homogène et isotrope .....	55
3,2 Considérations sur les sols réels .....	57
3,2.1 Fondations rigides — Influence des zones plastiques .....	57
3,2.2 Fondations souples .....	60
3,2.3 Influence de la répartition transversale des pressions d'une fondation sur la répartition longitudinale des pressions .....	61
3,3 Expériences relatives à la répartition des pressions en dessous d'une fondation .....	61
3,3.1 Expériences sur modèle réduit .....	61
— Fondations rigides .....	61
— Fondations souples .....	62
3,3.2 Mesures en dessous de constructions existantes .....	64
<b>4 Recommandations générales au sujet du calcul de la répartition des pressions ..</b>	<b>65</b>
<b>5 Influence de la superstructure sur la répartition des pressions .....</b>	<b>68</b>

ANNEXE

	PAGES
1 <i>Extraits de la méthode GRASSHOFF (charges symétriques, antisymétriques, trois, cinq et sept subdivisions)</i> .....	73
2 <i>Lignes d'influence <math>\eta</math>, <math>\eta'</math>, <math>\eta''</math> correspondant à la méthode du coefficient de raideur (Méthode de BLEICH)</i> .....	78
3 <i>Bibliographie</i> .....	80

CHAPITRE II

**ESSAIS DE DÉTERMINATION DES PRESSIONS  
EN DESSOUS D'UNE FONDATION POUR DIFFÉRENTS SOLS**

1 <b>But des essais</b> .....	83
2 <b>Dispositif d'essais</b> .....	83
2,1 <b>Cuves d'essais</b> .....	83
2,2 <b>Appareils de mesure des pressions</b> .....	88
2,3 <b>Sols</b> .....	90
3 <b>Répartition des pressions instantanées en dessous des poutres de fondation chargées par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile</b> .....	90
3,1 <b>Argile non saturée</b> .....	90
3,2 <b>Argile quasi saturée</b> .....	107
3,3 <b>Coefficient de rigidité <math>\rho</math></b> .....	108
4 <b>Répartition des pressions en dessous des poutres de fondation chargées par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant à la surface d'un sable</b> .....	116
5 <b>L'évolution des pressions en fonction du temps — Poutre de fondation chargée par une force ponctuelle en son milieu</b> .....	121
5,1 <b>Argile non saturée</b> .....	121
5,2 <b>Argile quasi saturée</b> .....	127
6 <b>La répartition des pressions en dessous des fondations reposant sur une argile quasi saturée et chargées excentriquement</b> .....	127

CHAPITRE III

**CALCUL NUMÉRIQUE DE LA RÉPARTITION DES PRESSIONS**

1 <b>Limites imposées au calcul numérique</b> .....	132
2 <b>Répartition des pressions instantanées en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale en son milieu et reposant sur une argile</b> .....	132
2,1 <b>Méthode générale d'OHDE (1942)</b> .....	132

	PAGES
2,2 Méthode spéciale d'OHDE (1953) .....	144
2,3 Méthode du coefficient de raideur d'après BLEICH .....	147
<b>3 Comparaison des résultats des différentes méthodes de calcul .....</b>	<b>154</b>
<b>4 Comparaison des calculs avec les expériences .....</b>	<b>151</b>

CHAPITRE IV

**ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES ARGILES  
LORS DE PETITES DÉFORMATIONS**

<b>1 Description des sols utilisés .....</b>	<b>157</b>
<b>2 Essais sur argile non saturée .....</b>	<b>159</b>
2,1 Essais de compression monoaxiale .....	160
2,1.1 Courbe effort-déformation .....	160
2,1.2 Valeurs du module de YOUNG E .....	163
2,1.3 Coefficient de POISSON .....	171
2,1.4 Résistance à la compression simple $R_c$ .....	171
2,2 Essais de compression triaxiale .....	171
2,2.1 Influence de la pression isotrope sur le module de la courbe effort-déformation .....	171
2,2.2 Courbe intrinsèque .....	174
2,2.3 Chargements répétés .....	174
2,3 Essais de compression à diamètre constant .....	178
2,3.1 Courbe effort-déformation et modules .....	178
2,3.2 Chargements répétés (contrainte limitée et non limitée).....	178
2,3.3 Essai classique de compression à diamètre constant (essai œdométrique) .....	182
2,4 Essais de chargement de plaques circulaires rigides .....	182
<b>3 Essais sur argiles quasi saturées.....</b>	<b>190</b>
3,1 Essais de compression monoaxiale .....	192
3,1.1 Courbe effort-déformation .....	192
3,1.2 Module de YOUNG E, résistance à la compression simple $R_c$ .....	192
3,2 Essais de compression à diamètre constant .....	192

## AVANT-PROPOS

---

Le présent mémoire est le résultat des travaux effectués au Laboratoire de Mécanique des Sols de l'Université de Grenoble que j'ai pu entreprendre grâce à une bourse d'étude offerte par le Gouvernement français aux étudiants étrangers.

Je dois adresser tout d'abord l'expression de ma gratitude à M. le Professeur KRAVTCHENKO, Directeur des Laboratoires de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble, pour l'accueil qu'il m'a réservé et pour l'aide qu'il m'a accordée en toutes circonstances pendant la durée de mon séjour en France.

Je dois à M. SANTON, Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur Technique des Laboratoires, des conseils utiles pour la conduite de mes essais. Je lui en exprime ma reconnaissance, ainsi qu'à M. le Professeur CRAYA, qui a accepté, avec MM. KRAVTCHENKO et SANTON, de faire partie du jury de ma thèse.

Au cours de mes recherches, j'ai eu de nombreux entretiens avec M. ANGLES d'AURIAC, Professeur associé à la Faculté des Sciences. Je lui suis redevable de précieuses directives pour la conduite et l'interprétation de mes essais.

M. BIAREZ, Chargé de cours à la Faculté des Sciences a pris une très grande part à l'élaboration de ce travail. A toutes les étapes de mes recherches, il m'a apporté le concours — souvent décisif — de son dévouement et de sa compétence.

J'ai enfin bénéficié de nombreux conseils de M. SIRIEYS, Ingénieur de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique et de l'aide de M. BIGUENET, Ingénieur à l'École Nationale Supérieure d'Électrotechnique, d'Hydraulique et de Radio-Électricité de Grenoble. Enfin, les agents techniques du Laboratoire n'ont pas ménagé leur peine.

Que tous soient remerciés de leur aide.

Je ne saurais oublier la grande bienveillance que m'ont témoigné M. le Conseiller Culturel près l'Ambassade de France à Bonn et M. le Directeur du Service de l'Accueil aux étudiants étrangers, en m'accordant à deux reprises le renouvellement de ma bourse d'études. Qu'ils veuillent trouver ici l'expression de ma respectueuse gratitude.

Je ne puis terminer sans évoquer le souvenir de mes maîtres à la Technische Hochschule de Darmstadt : à leur dévouement et à leur compétence, je dois ma formation d'ingénieur et une préparation à l'amorce de ce travail dont j'apprécie aujourd'hui toute l'efficacité.

---

## CHAPITRE PREMIER

---

# DÉTERMINATION DES PRESSIONS DANS LA SURFACE DE CONTACT ENTRE UNE FONDATION ET LE SOL SUR LEQUEL ELLE REPOSE

---

### Introduction

Si une fondation reposant sur un sol est chargée par des forces verticales quelconques, il est nécessaire, pour que la fondation soit en équilibre statique, que le sol exerce des forces de réaction verticales sur la poutre dont la somme est égale aux forces quelconques extérieures. Nous appellerons « pression » les forces de réaction verticales par rapport à l'unité de surface de la fondation.

Les forces verticales ne sont pas, en général, les seules forces en dessous de la surface de contact entre la fondation et le sol. En effet, des forces de frottement horizontales peuvent être provoquées par la simple déformation de la fondation si la surface de contact n'est pas parfaitement lisse. La répartition de ces forces de frottement en dessous de la fondation a été étudiée par VOGT (1925). En général, on néglige ces forces.

Nous ne parlerons pas dans ce travail des forces horizontales dans la surface de contact résultant de forces horizontales extérieures.

Pour calculer les réactions du sol, il faut connaître un sol et savoir à quelles lois il obéit. L'idée la plus précise serait d'étudier, dans chaque cas particulier d'un sol prélevé, les lois de répartition des contraintes et la courbe de la déformation en fonction de la contrainte. Un tel procédé se heurtant à des difficultés monstrueuses, on admet, en général, deux modèles de sol :

- le massif élastique;
- le « sol idéal » qui est un ensemble de ressorts verticaux.

Le deuxième modèle est uniquement utilisé aujourd'hui pour le calcul des pressions sous des fondations et, là aussi, sous des réserves très particulières. Le massif élastique reste donc le seul modèle de sol, et on a l'habitude de l'admettre en général comme valable (SCHLEICHER, 1933; OHDE, 1942; SCHULTZE, 1958).

---

## **Calcul des contraintes dans le sol**

Si le massif élastique est homogène, isotrope et semi-infini, les formules de BOUSSINESQ s'appliquent.

Pour des cas particuliers, il faut se référer à des solutions spéciales. Il existe des recherches sur un massif élastique dont le module d'élasticité augmente ou diminue avec la profondeur, dont le module d'élasticité dans la direction verticale est plus grand ou plus petit que dans la direction horizontale.

Dans un cas de sol donné, il importe surtout de savoir quelle est la variation du module d'élasticité pour pouvoir appliquer les résultats trouvés.

Il en est de même pour les solutions concernant des couches élastiques sur appui rigide ou moins élastique avec ou sans frottement entre la couche et l'appui. Seulement la connaissance des coefficients de frottement permet l'application des formules.

Pour tous ces cas particuliers, la formule d'approximation de FRÖHLICH (1934) s'adapte à chaque cas individuel. Elle permet, moyennant un « facteur de concentration », de tenir compte des particularités du sol. Des formules analogues ont été développées par WESTERGAARD (1939) et JELINEK (1948). (On peut trouver un résumé de toutes ces études particulières dans la publication de JELINEK, 1949.)

## **Calcul des tassements**

Il y a deux moyens de calculer les tassements. La méthode la plus courante consiste à déterminer les contraintes verticales dans le sol et à déterminer les tassements à l'aide des lois de déformation obtenues par l'expérience. Les contraintes horizontales sont négligées dans cette méthode.

La deuxième méthode consiste à déterminer les tassements par intégration à partir des lois des contraintes et de la loi d'HOOKE. Ces méthodes tiennent compte automatiquement des contraintes verticales et horizontales.

## **Les pressions dans la surface de contact entre la fondation et le sol**

### **1 VUE D'ENSEMBLE DES FACTEURS QUI INFLUENT SUR LA PRESSION EN DESSOUS DE LA FONDATION**

La pression en dessous d'une fondation dépend d'une série de facteurs, dont nous donnons ici une énumération et qui seront traités en détail au cours de cette bibliographie.

Les pressions en dessous de la fondation dépendent :

— des caractéristiques du sol, donc en particulier de l'angle de frottement et de la cohésion. Les courbes de pression sont différentes selon qu'il s'agit d'une argile ou d'un sable;

— de l'épaisseur de la couche compressible; plus l'épaisseur de la couche diminue, plus la répartition des pressions devient uniforme (en négligeant la compressibilité des autres couches);

— des dimensions de la fondation.

Si la largeur de la fondation est petite, on considère la fondation comme une poutre de fondation et l'on admet que la répartition transversale est uniforme et qu'elle n'exerce pas d'influence sur la répartition longitudinale. Ce procédé est erroné dans certains sols si la largeur de la poutre s'approche de l'ordre de grandeur de la longueur.

La hauteur de la fondation joue un grand rôle sur la courbe de répartition des pressions.

Si la hauteur est telle que la fondation ne fléchit pas sous l'action des forces, la fondation peut être considérée comme rigide et la répartition correspondante est tout à fait différente de la répartition d'une fondation parfaitement souple, par exemple une membrane chargée;

— de la superstructure et du mode de fixation de la superstructure à la fondation.

Si la superstructure est souple et peut suivre tous les mouvements de la fondation, elle n'exerce aucune influence sur la répartition des pressions. Au contraire, une superstructure rigide (par exemple un silo) impose, par sa rigidité, un certain tassement et donc une certaine répartition des pressions.

Le mode de fixation de la superstructure à la fondation influe aussi sur la répartition des pressions suivant que les piliers de la superstructure sont encastés dans la fondation ou reliés avec elle par des articulations;

— des charges extérieures.

La courbe de répartition des pressions peut complètement changer suivant que les charges sont faibles ou si grandes que la rupture du sol est imminente. Ceci tient à l'influence de plus en plus grandissante des zones plastiques dans le sol.

D'autre part, on constate pour les fondations non rigides une influence de l'état de charge (force ponctuelle, charge continue) qui augmente si la fondation devient de plus en plus souple;

— de la consolidation (pour les sols argileux).

L'influence des forces de frottement en dessous de la fondation sur la répartition des pressions n'a pas encore été étudiée.

## 2 MÉTHODES DE CALCUL POUR DÉTERMINER LES PRESSIONS EN DESSOUS D'UNE FONDATION

Toutes les méthodes que nous indiquons ici sont basées sur la supposition que les charges sont suffisamment petites, pour que les zones plastiques n'existent pas ou peuvent être négligées si elles existent. Elles sont basées également sur l'hypothèse que la loi de superposition est valable. En plus, elles admettent que la rigidité de la superstructure est nulle. L'influence de la consolidation sur la répartition des pressions n'est pas étudiée.

### 2,1 Les méthodes statiques.

Ces méthodes consistent à choisir une répartition linéaire des pressions tout en respectant l'équilibre des forces extérieures.

Dans ce but, on peut procéder de deux façons suivantes :

— Répartition des pressions à largeur de fondation constante.

Ceci donne, dans le cas de forces asymétriques, une répartition trapézoïdale

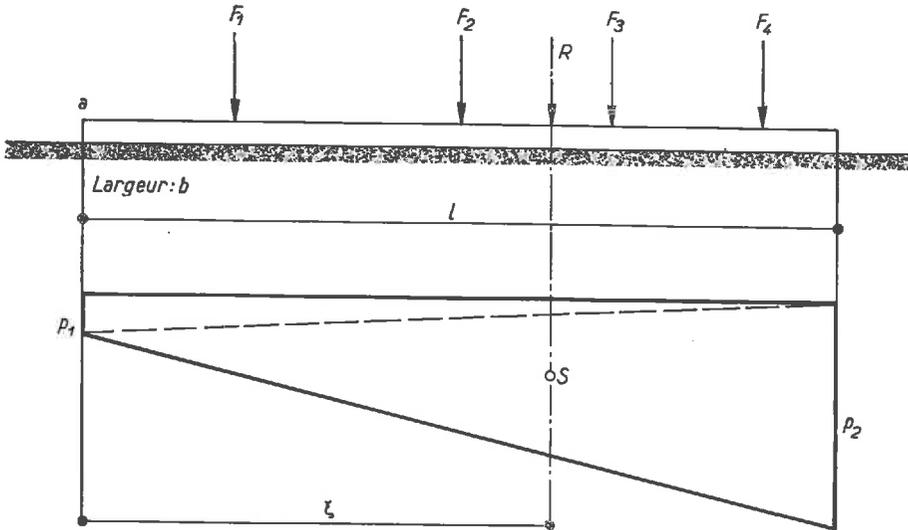


Fig. 1

(voir fig. 1). On trouve les  $p_1$  et  $p_2$  par une équation de forces et une équation des moments.

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \frac{p_1 + p_2}{2} \times b \times l,$$

$$\Sigma M_a = 0, \quad \xi \text{ connu,}$$

$$\frac{1}{2} bl p_1 \frac{1}{3} + \frac{1}{2} bl p_2 \frac{2}{3} l = \frac{1}{2} bl (p_1 + p_2) \xi,$$

$$p_1 l + 2 p_2 l = 3 \xi (p_1 + p_2),$$

ce qui donne avec :

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

et :

$$\xi = \frac{l}{2} + e$$

la formule bien connue :

$$p_{1,2} = \frac{R}{b \times l} \varphi \left( 1 \mp 6 \frac{e}{l} \right).$$

— Répartition uniforme des pressions à largeur de fondation variable (voir fig. 2).

On varie la surface de contact de la fondation en l'élargissant, par exemple, autour des points d'application des forces de façon que la résultante des forces passe par le centre de gravité de la surface.

Récemment, STEYR (1956) a proposé de choisir une répartition triangulaire des pressions sous chaque force ponctuelle. Le sommet du triangle des pressions serait situé

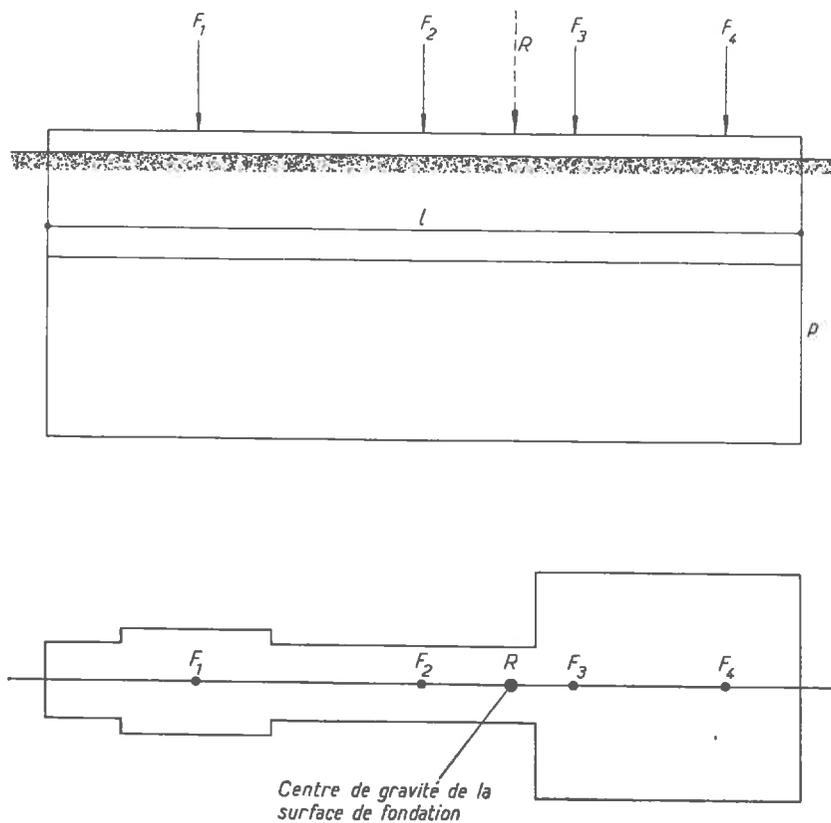


Fig. 2

en dessous du point d'application de la force, sa valeur serait déterminée par des considérations d'équilibre.

Il est évident que ces procédés sont erronés parce qu'ils respectent uniquement les conditions d'équilibre sans se préoccuper des conditions de déformabilité de la poutre et du sol. La répartition des pressions ne peut pas être choisie arbitrairement parce qu'elle dépend des effets réciproques entre la fondation et le sol et de leurs déformabilités.

Les erreurs qui peuvent résulter de l'hypothèse d'une répartition linéaire des pressions entraînent des conséquences diverses pour les moments fléchissants dans la fondation. Pour une semelle de fondation peu souple chargée par une force ponctuelle au milieu et construite sur une argile, les moments fléchissants calculés à la base d'une répartition uniforme des pressions sont trop petits, par contre si la semelle est fondée sur un sable, la répartition uniforme des pressions donne des moments fléchissants trop grands.

Pour une poutre de fondation chargée par des forces ponctuelles, la répartition uniforme des pressions donne souvent des résultats particulièrement erronés (voir *fig. 3*). En effet, cette répartition uniforme ne fournissant dans certains cas que des moments fléchissants d'un seul signe elle conduit à un dimensionnement tout à fait irréal, ce qui devient surtout dangereux pour les poutres en béton armé où l'emplacement des armatures dépend des signes des moments fléchissants.

Si dans un cas pareil on calcule la poutre de fondation à partir d'une répartition uniforme des pressions, on est obligé — par raisons de sécurité — de monter la même section maximale des fers dans la partie supérieure et inférieure de la poutre, ce qui est peu économique.

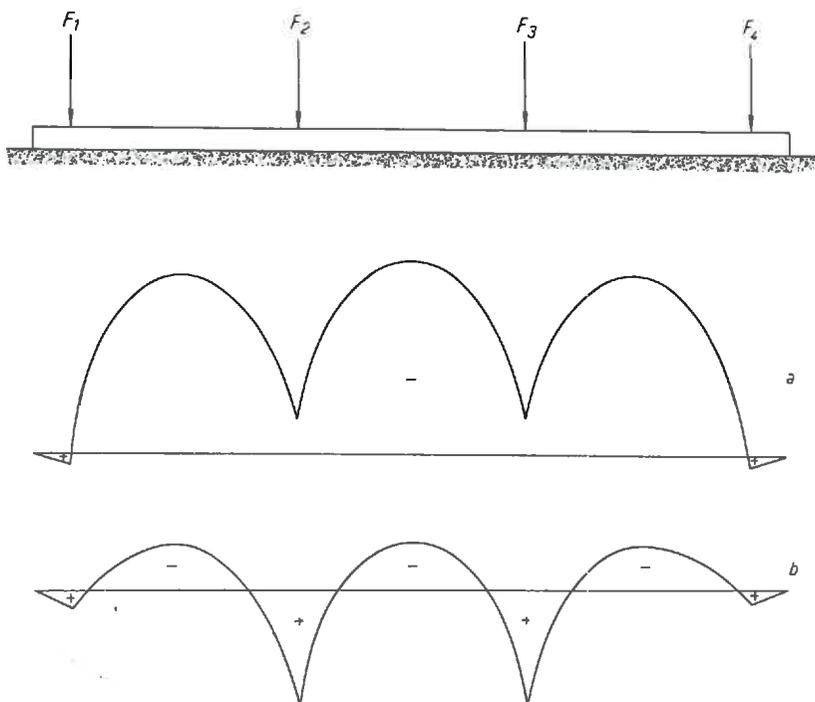


Fig. 3. — Diagramme des moments fléchissants  
a) dans l'hypothèse d'une répartition uniforme des pressions;  
b) d'après la répartition réelle des pressions  
d'après FRÖLICH (1935).

Souvent l'hypothèse d'une répartition uniforme des pressions donne des résultats à peu près valables. Les expériences ont montré que c'est le cas pour les fondations rigides appuyées sur un sol relativement mou. Toutefois, ces cas restent exceptionnels. En général, la répartition des pressions n'est pas uniforme.

Il faut noter, cependant, que ces méthodes sont très couramment utilisées dans les bureaux d'étude parce qu'elles fournissent, bien que fort critiquables, des résultats dans un délai de temps relativement court. On tient compte de l'incertitude des résultats en prenant un facteur de sécurité très élevé.

Pour des constructions importantes (par exemple, des radiers d'écluse), on devra être obligé, malgré tout, de se servir d'une méthode plus précise.

## 2,2 Méthodes de coefficient de raideur constant.

### 2,2.1 GÉNÉRALITÉS.

Depuis plus d'un demi-siècle les ingénieurs se servent d'une méthode qui est basée sur l'idée d'un modèle de sol : le sol étant un ensemble de ressorts (voir *fig. 4*).

L'idée fut énoncée la première fois par WINKLER (1867) et appliquée par ZIMMERMANN (1888) au calcul des rails de chemin de fer. Depuis ce temps la méthode se basant sur ce modèle est connu sous le nom de « Bettungszifferverfahren » (méthode du nombre de ballast = méthode du coefficient de raideur) \*.

Soit une poutre chargée par des forces quelconques qui repose sur une infinité

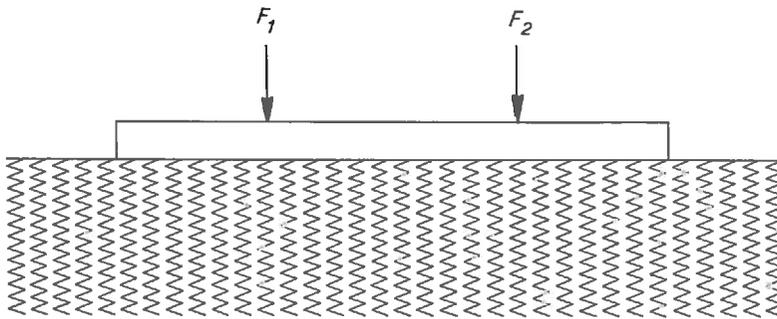


Fig. 4. — Modèle de sol d'après la méthode du coefficient de raideur.

de ressorts verticaux. Pour connaître la déflexion de la poutre, nous écrivons l'équation différentielle connue :

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = p.$$

$y$  = déflexion de la poutre au point  $x$ ,  $x$  étant la variable en direction de la longueur de la poutre;

$E$  = module d'élasticité du matériau de la poutre;

$I = \frac{BH^3}{12}$  = moment d'inertie de la section de la poutre;

$p$  = la réaction des ressorts contre le sol (pression).

Pour exprimer  $p$ , on pose  $p = f(y)$  : la pression  $p$  en un point de la fondation est une fonction du tassement  $y$  de ce point.

Il faut noter que cette équation suppose que les ressorts puissent suivre la poutre non seulement en cas d'un tassement mais aussi d'un soulèvement de la poutre (poutre ancrée).

En général, on pose :

$$p = - CyB,$$

$B$  étant la largeur de la poutre.

On appelle  $C$  le coefficient de raideur du sol.

---

\* Pour la traduction française, nous adoptons la terminologie de J. VERDEYEN (1952).

Avec  $p = -CyB$  on obtient :

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = -CyB$$

ou :

$$\frac{EI}{BC} \frac{d^4y}{dx^4} + y = 0.$$

Cette relation sert de base à la fois à des méthodes analytiques et graphiques.

La méthode du coefficient de raideur sert également au calcul de problèmes à deux dimensions (WESTERGAARD, 1925), de pieux, de palplanches, de noyaux flexibles dans les barrages en terre (TERZAGHI, 1955) et de toutes les constructions appuyées sur ou noyées dans le sol, par exemple, les constructions qui servent à l'alimentation en eaux et à l'évacuation des eaux usées comme les châteaux d'eau, décanteurs, fosses septiques (BORN, 1957).

NOTA : Il n'existe pas une désignation généralement admise du coefficient de raideur. Dans les publications de langue française, il est appelé « coefficient de raideur » (VERDEYEN, 1952), « la raideur du terrain » (MAGNEL, 1942), « module de réaction » (CAQUOT-PELTIER), « coefficient de réaction du sol » (TERZAGHI-PECK, édition française, 1957).

Dans la littérature anglo-saxonne, C est appelé « modulus of the foundation » (TIMOSHENKO, 1953), « coefficient of subgrade reaction » (TERZAGHI-PECK, 1948; TERZAGHI, 1955).

Il est intéressant de noter que dans la littérature russe, toutes les méthodes se basant sur C sont appelées « méthodes des déformations locales » (K. S. ORDUJANZ, 1954) pour les opposer aux « méthodes des déformations générales » qui sont basées sur la répartition des contraintes dans le sol.

Ceci fait rappeler la publication de TERZAGHI (1955) qui appelle « moments fléchissants locaux » les moments fléchissants obtenus par la méthode du coefficient de raideur par opposition aux « moments fléchissants généraux » que la méthode du coefficient de raideur ne peut pas donner par suite de sa définition même. Ces moments fléchissants généraux s'ajoutent aux moments fléchissants locaux (voir 2,2.4).

## 2,2.2 MÉTHODES ANALYTIQUES.

La solution générale de l'équation ci-dessus peut être écrite sous la forme :

$$y = A \sin sx + B \cos sx + C \sin h (sx) + D \cos h (sx)$$

avec :

$$s = \sqrt[4]{\frac{EI}{BC}}$$

qu'on appelle parfois la longueur élastique (KÖGLER-SCHIEDIG, 1948).

Les constantes A, B, C, D sont déterminées à l'aide des conditions aux limites du problème donné.

Deux cas ont été traités en particulier : la poutre infinie (par exemple, TIMOSHENKO, 1953; FILONENKO-BORODITSCH, 1952) et la poutre semi-infinie (MAGNEL, 1942). Ces deux cas sont d'une grande importance pour la méthode du coefficient de raideur étant donné qu'ils permettent, par superposition, de traiter le cas d'une poutre finie, ce qui est, en général, plus facile que la méthode mathématique directe qui consiste à intégrer l'équation différentielle à la dérivée quatrième pour des conditions aux limites données.

Les méthodes qui vont suivre sont basées sur des résultats d'une poutre infinie et semi-infinie.

Il existe pourtant un grand nombre de problèmes déjà résolus qu'on trouve dans les œuvres de HAYASHI (1921) et FREUND (1927).

— Méthode TIMOSHENKO-HÉTENYI.

Pour calculer la poutre finie  $a-b$  chargée par des forces quelconques à des points quelconques (voir *fig. 5*) on superpose les deux poutres infinies chargées comme indiqué *figure 5 (b, c)*. On obtient les  $M_a, M_b, T_a, T_b$  inconnus en demandant que les moments fléchissants et les efforts tranchants en  $a$  et  $b$  de la poutre finie sont nuls.

En effet, si l'on réussit à déterminer ces moments et ces forces de la poutre infinie chargée en même temps par  $F_1$  et  $F_2$ , de façon que les moments fléchissants et les efforts tranchants deviennent nuls en  $a$  et  $b$ , la poutre infinie chargée par superposition par les forces  $F_1, F_2, M_a, M_b, T_a, T_b$  se trouve dans les mêmes conditions entre  $a$  et  $b$  que la poutre finie  $a-b$ .

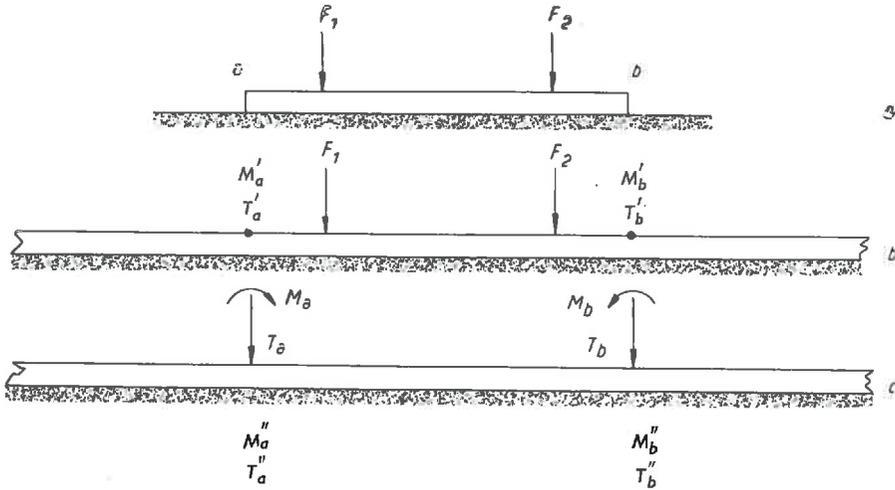


Fig. 5. — Méthode TIMOSHENKO HÉTENYI, d'après TIMOSHENKO (1953).

On écrit donc :

- (1)  $M'_a + M''_a = 0;$
- (2)  $T'_a + T''_a = 0;$
- (3)  $M'_b + M''_b = 0;$
- (4)  $T'_b + T''_b = 0.$

Les moments  $M'_a$  et  $M'_b$  ainsi que les efforts tranchants  $T'_a$  et  $T'_b$  sont obtenus en appliquant successivement pour chaque force  $F$  la solution déjà connue d'une poutre infinie chargée par une force ponctuelle et en superposant les résultats.

De même les moments  $M''_a$  et  $M''_b$  et les efforts tranchants  $T''_a$  et  $T''_b$  sont obtenus en appliquant successivement :

— pour chaque force  $T_a$  ou  $T_b$  la solution connue d'une poutre infinie chargée par une force ponctuelle, et

— pour chaque moment  $M_a$  ou  $M_b$  la solution connue d'une poutre infinie chargée par un moment et en superposant les résultats.

Les lignes d'influence pour la poutre infinie chargée par une force ponctuelle et un moment sont données sous forme de courbes et d'abaques par les auteurs.

Les lignes d'influence pour une force ponctuelle sont données également par MÜLLER-BRESLAU (1925) et LOOS et BRETH (1948).

— *Méthode de BLEICH (1937).*

D'après cette méthode on calcule une poutre finie  $a$ - $b$  chargée par des forces quelconques  $F_1$  et  $F_2$  à des points quelconques en superposant la poutre infinie chargée par les forces  $F_1, F_2$  à la poutre infinie chargée par les forces « auxiliaires »  $T_1, T_2, T_3, T_4$  inconnues (voir *fig. 6*).

Ces forces seront déterminées en demandant que les moments fléchissants et

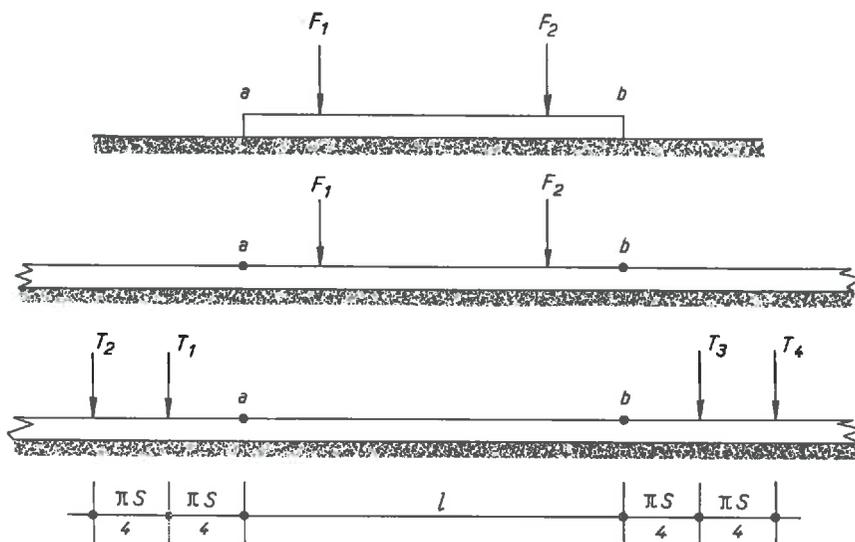


Fig. 6. — Méthode BLEICH (1937).

les efforts tranchants en  $a$  et en  $b$  de la poutre finie deviennent nuls. Il est avantageux de placer les forces auxiliaires à des distances indiquées à la figure, où  $s$  représente la longueur élastique :

$$s = \sqrt[4]{\frac{EI}{BC}}$$

Pour calculer les moments fléchissants et les efforts tranchants en  $a$  et en  $b$  de la poutre infinie sous l'influence des différentes forces, on applique successivement la solution connue d'une poutre infinie chargée par une force ponctuelle.

Les lignes d'influence pour ce cas se trouvent dans MÜLLER-BRESLAU (1925), LOOS et BRETH (1948). Nous avons recalculé ces lignes d'influence et les donnons en annexe de ce chapitre.

*Précis de la méthode.*

Le calcul montre que les pressions, les moments fléchissants et les efforts tranchants à un point  $x$  d'une poutre infinie chargée par une force ponctuelle, peuvent s'écrire par les formules suivantes (voir *fig. 7*).

Pression :

$$p = \frac{F}{2s} e^{-\frac{x}{s}} \left( \cos \frac{x}{s} + \sin \frac{x}{s} \right) = \frac{F}{2s} \eta \left( \frac{x}{s} \right).$$

Moment fléchissant :

$$M = \frac{Fs}{4} e^{-\frac{x}{s}} \left( \cos \frac{x}{s} - \sin \frac{x}{s} \right) = \frac{Fs}{4} \eta' \left( \frac{x}{s} \right).$$

Effort tranchant :

$$T = \pm \frac{F}{2} e^{-\frac{x}{s}} \left( \cos \frac{x}{s} \right) = \pm \frac{F}{2} \eta'' \left( \frac{x}{s} \right),$$

signe +, si la charge est à droite du point considéré,

signe —, si la charge est à gauche du point considéré,

$\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta''$  sont les lignes d'influence (voir l'Annexe).

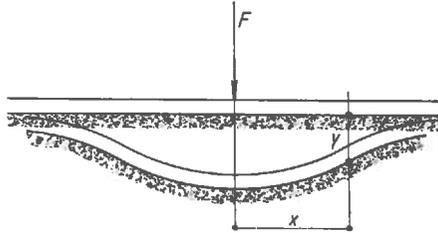


Fig. 7.

Si la poutre infinie est chargée par plusieurs forces  $F$  on obtient les pressions, les moments fléchissants et les efforts tranchants par superposition :

$$p = \frac{1}{2s} \Sigma F \eta,$$

$$M = \frac{s}{4} \Sigma F \eta',$$

$$T = \frac{1}{2} \Sigma \pm F \eta''.$$

*Détermination des forces auxiliaires  $T_1, T_2, T_3, T_4$ .*

Comme nous l'avons dit, ces forces sont déterminées en demandant que les moments fléchissants et les efforts tranchants de la poutre infinie chargée par les forces réelles et les forces auxiliaires deviennent nuls.

$$M_a = 0 \quad T_1 \eta' \left( \frac{\pi s}{4} \right) + T_2 \eta' \left( \frac{\pi s}{2} \right) + T_3 \eta' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right) + T_4 \eta' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right) + \Sigma F \eta' = 0,$$

$$T_a = 0 \quad - T_1 \eta'' \left( \frac{\pi s}{4} \right) - T_2 \eta'' \left( \frac{\pi s}{2} \right) + T_3 \eta'' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right) + T_4 \eta'' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right) + \Sigma F \eta'' = 0,$$

$$M_b = 0 \quad T_1 \eta' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right) + T_2 \eta' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right) + T_3 \eta' \left( \frac{\pi s}{4} \right) + T_4 \eta' \left( \frac{\pi s}{2} \right) + \Sigma F \eta' = 0,$$

$$T_b = 0 \quad - T_1 \eta'' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right) - T_2 \eta'' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right) + T_3 \eta'' \left( \frac{\pi s}{4} \right) + T_4 \eta'' \left( \frac{\pi s}{2} \right) - \Sigma F \eta'' = 0.$$

Or :

$$\begin{aligned} \eta' \left( \frac{\pi s}{4} \right) &= 0, & \eta' \left( \frac{\pi s}{2} \right) &= -0,2079, \\ \eta'' \left( \frac{\pi s}{4} \right) &= +0,3224, & \eta'' \left( \frac{\pi s}{2} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Nous obtenons donc la matrice suivante pour les forces inconnues  $T_1$  à  $T_4$ .

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
0	- 0,2079	$\eta' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right)$	$\eta' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right)$	= - $\Sigma F \eta'$
- 0,3224	0	$\eta'' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right)$	$\eta'' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right)$	= - $\Sigma F \eta''$
$\eta' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right)$	$\eta' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right)$	0	- 0,2079	= - $\Sigma F \eta'$
- $\eta'' \left( l + \frac{\pi s}{4} \right)$	- $\eta'' \left( l + \frac{\pi s}{2} \right)$	+ 0,3224	0	= + $\Sigma F \eta''$

Une fois les forces auxiliaires déterminées, elles font partie de la poutre infinie et — pour déterminer les pressions ainsi que les moments fléchissants et les efforts tranchants dans le tronçon  $a-b$ , donc dans la poutre finie  $a-b$  — ne doivent plus être omises.

Le calcul de ces forces est d'ailleurs très simplifié pour des valeurs  $\frac{x}{s} > 5$ , les fonctions  $\eta'$  et  $\eta''$  décroissant rapidement.

#### *Simplification de la méthode BLEICH par MAGNEL.*

La méthode BLEICH nécessite, dans le cas général, la solution d'un système de quatre équations pour déterminer les quatre forces auxiliaires de la poutre infinie  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ . Il faut quatre forces auxiliaires pour réduire à zéro les moments fléchissants et les efforts tranchants en  $a$  et  $b$ . De plus, pour déterminer les pressions, les moments fléchissants et les efforts tranchants en un point de la poutre, il faut superposer aux forces données les quatre forces auxiliaires, ce qui représente un travail supplémentaire qui peut être réduit sensiblement par la simplification suivante développée par MAGNEL (1942).

Pour calculer la poutre  $a-b$ , MAGNEL considère la poutre infinie dans une direction seulement. Dans ce but, il détermine les lignes d'influence pour les moments fléchissants, les efforts tranchants et les pressions de la poutre semi-infinie chargée par une force ponctuelle.

Ceci simplifie sensiblement le calcul de la poutre finie  $a-b$  (voir fig. 8).

En effet, pour que le tronçon  $a-b$  de la poutre semi-infinie soit dans les mêmes conditions que la poutre finie  $a-b$ , ce qui est le but du calcul, il faut annuler seulement les moments fléchissants et les efforts tranchants en  $b$  et non en  $a$  et  $b$  comme dans la

méthode BLEICH. Il faut donc deux conditions au lieu de quatre, ce qui réduit les forces auxiliaires à deux. En plus, si l'on place judicieusement les deux forces  $T_1$ ,  $T_2$ , les deux équations pour  $M$  et  $T$  en  $b$  deviennent indépendantes.

On applique  $T_1$  au point où la ligne d'influence des moments fléchissants  $M_b$  devient nulle et  $T_2$  au point où la ligne d'influence de l'effort tranchant  $T_b$  devient nulle.

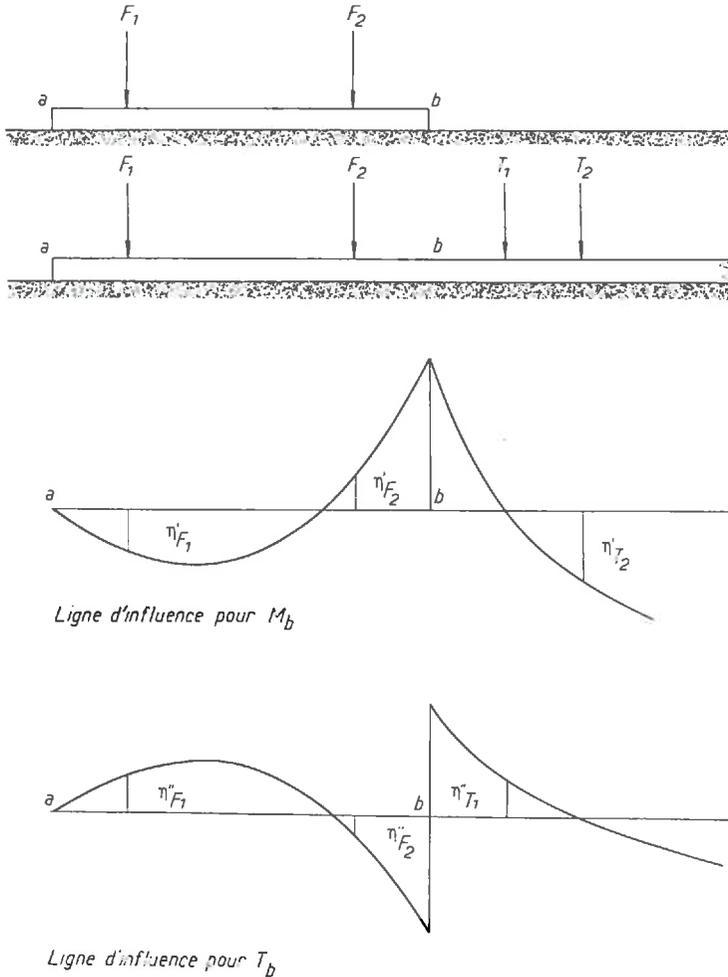


Fig. 8. — Méthode BLEICH simplifiée par MAGNEL (1942).

On a donc les deux équations indépendantes :

$$\begin{aligned} M_b = 0 & \quad F_1 \eta'_{F_1} + F_2 \eta'_{F_2} + T_2 \eta'_{T_2} = 0, \\ T_b = 0 & \quad F_1 \eta''_{F_1} + F_2 \eta''_{F_2} + T_1 \eta''_{T_1} = 0. \end{aligned}$$

Après avoir tiré  $T_1$  et  $T_2$  de ces deux équations, on peut déterminer en chaque point du tronçon  $a-b$  de la poutre semi-infinie les moments, les efforts tranchants et les pressions. Il ne faut cependant pas oublier les deux forces  $T_1$  et  $T_2$  qui maintenant font partie du système.

— Méthode MAGNEL (1942).

Les méthodes de relaxation ou d'approximation successive sont très courantes en mécanique appliquée et utilisées de préférence par l'ingénieur. Citons seulement la fameuse méthode de CROSS et ses modifications pour le calcul des portiques statiquement indéterminés sans laquelle le calcul des immeubles en ossature est devenu impensable aujourd'hui. La méthode MAGNEL concernant le calcul des poutres sur appui élastique est analogue à la méthode CROSS.

Elle s'appuie sur la connaissance des lignes d'influence du moment fléchissant et

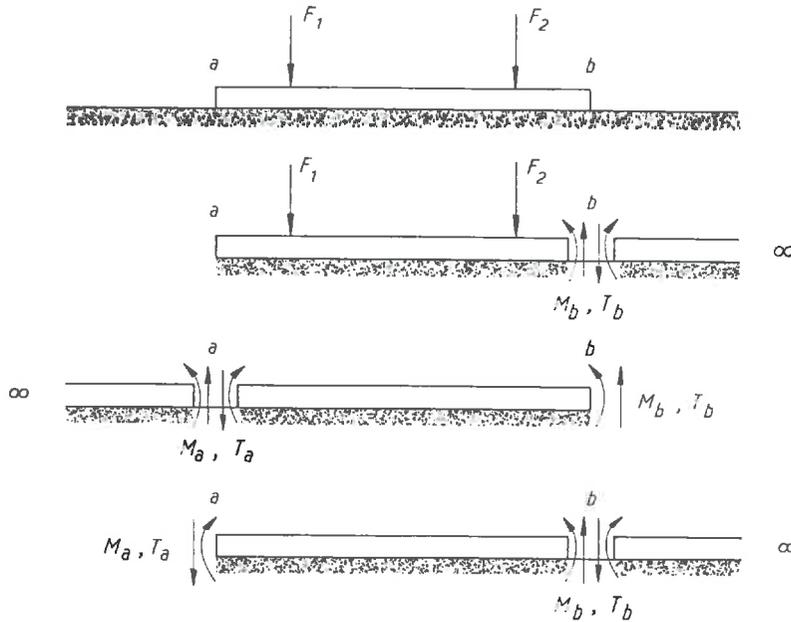


Fig. 9. — Méthode d'approximation successive de MAGNEL (1942).

NOTA. — MAGNEL utilise d'autres notions que BLEICH. On vérifie rapidement qu'il existe les relations suivantes entre les termes :

	BLEICH	MAGNEL
— longueur élastique .....	$s$	$\frac{1}{\alpha}$
— ligne d'influence pour le moment fléchissant .....	$\eta'$	$K_m$
— ligne d'influence pour l'effort tranchant .....	$\eta''$	$K_T$
— ligne d'influence pour la pression .....	$\eta$	$K_p$

En plus, MAGNEL appelle :

$$i_M = \frac{K_m}{4\alpha}, \quad i_T = \frac{K_T}{2}, \quad i_p = \frac{\alpha}{2b} K_p$$

et il donne les pressions en force/section.

Ceci donne :

	BLEICH	MAGNEL
— moment fléchissant en un point quelconque .....	$M = \frac{Fs}{4} \eta'$	$M = F i_m$
— effort tranchant en un point quelconque .....	$T = \frac{F}{2} \eta''$	$T = F i_T$
— pression en un point quelconque .....	$p_{(kg/cm)} = \frac{F}{2s} \eta$	$p_{(kg/cm^2)} = F i_p$

de l'effort tranchant en un point de la poutre semi-infinie sous une force ponctuelle verticale et de la ligne des moments fléchissants et des efforts tranchants de la poutre semi-infinie chargée par le moment  $1\ tm$  et la force  $1\ t$  à l'origine de la poutre (voir fig. 9).

A l'aide des lignes d'influence, on détermine d'abord les moments fléchissants, les efforts tranchants et les pressions dans tous les points désirés entre  $a$  et  $b$  de la poutre semi-infinie  $a - \infty$ . En particulier, on détermine les moments fléchissants et les efforts tranchants en  $b$ ,  $M_b$  et  $T_b$ .

Ensuite, on considère la poutre  $b - \infty$  qui est chargée par  $-M_b$  et  $-T_b$  et l'on détermine, comme au début, les moments fléchissants, les efforts tranchants et les pressions dans les mêmes points désirés qu'en haut, en se servant des abaques pour le moment  $1$  et la force  $1$  à l'extrémité de la poutre; en particulier on détermine  $M_a$  et  $T_a$ . Après on applique  $-M_a$  et  $-T_a$  à une poutre semi-infinie  $a - \infty$  ainsi de suite.

Les moments, efforts tranchants et pressions résultants sont obtenus par superposition des différentes étapes. En général, une étape (aller + retour) suffit pour le calcul, les valeurs étant si petites qu'on peut les négliger.

Cette méthode est indiquée pour des poutres longues, donc des poutres avec  $\frac{l}{s} > 2,5$ .

— *Méthode de WESTERGAARD-TERZAGHI pour le calcul des dalles minces indéfinies.*

Le calcul des moments fléchissants dans une dalle mince indéfinie par suite d'une charge  $F = \pi r^2 q$  a été fait par WESTERGAARD (1926). Les moments fléchissants dans la dalle sont une fonction du « rayon de rigidité »  $r_0$ .

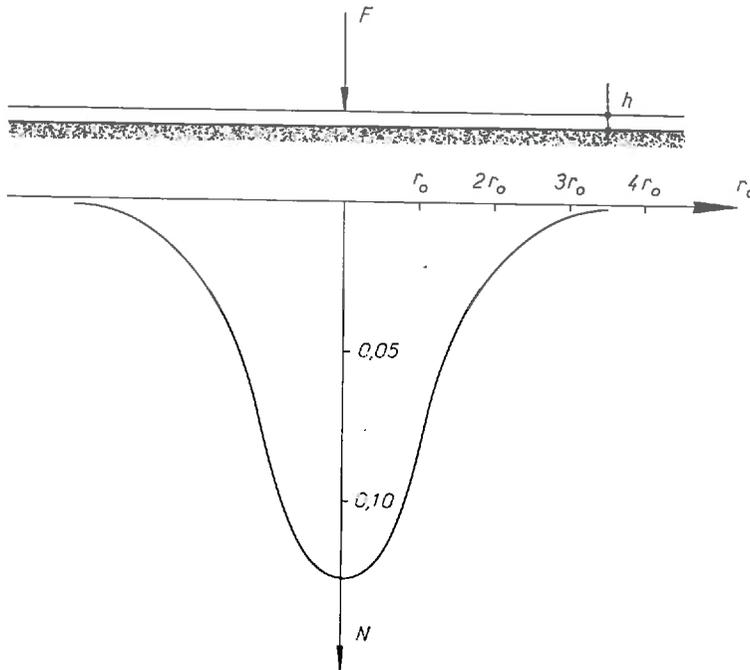


Fig. 10. — Calcul de dalles minces :  $N$  en fonction de  $r_0$ .  
d'après TERZAGHI (1955)

$$r_0 = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)C}}, \quad \text{rayon de rigidité.}$$

$r$  = rayon de la surface chargée;  
 $E$  = module d'élasticité du matériau de la dalle;  
 $h$  = épaisseur de la dalle;  
 $\mu$  = nombre de POISSON du matériau de la dalle;  
 $C$  = coefficient de raideur du sol.

Si l'on porte (voir *fig. 10*) la quantité  $N = \frac{r_0^2}{F} p$ ,  $p$  = pression entre la semelle et le sol, en fonction de  $r_0$ , on connaît,  $r_0$  et  $F$  étant constants, que  $p$  est presque nul pour  $2,5 r_0$ . Le sol à  $2,5 r_0$  de distance autour du point d'application de la force porte donc la partie essentielle de la charge. Ceci donne lieu à deux définitions :

— « domaine d'influence de la charge  $F$  » (anglais : range of influence)  
 $R = 2,5 r_0$ ;

— « fondation circulaire équivalente » (anglais : equivalent circular footing) : la surface circulaire de la dalle au rayon  $R$ .

Pour les sables, on trouve  $R \approx 7 h$ .

Pour calculer une dalle mince indéfinie sollicitée par une charge  $F$ , il suffit donc de considérer la « fondation circulaire équivalente ».

Avec  $E$ ,  $\mu$ ,  $h$  et  $C$  donnés, on calcule le « rayon de rigidité »  $r_0$ , ce qui donne le « domaine d'influence »  $R = 2,5 r_0$  et donc la « fondation circulaire équivalente ». Le moment au centre de la dalle chargée est donné par la fomule :

$$M = \frac{F(1+\mu)}{4\pi} \left[ -\log_e \frac{2,5 r}{R} + \log_e 2 + 0,5 - \varepsilon + \frac{\pi}{5,1} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right].$$

CAQUOT et KÉRISSEL (1956),

$\varepsilon$  = constante d'EULER.

La difficulté consiste dans le choix de  $C$ . WESTERGAARD supposait  $C$  constant pour tous les  $R$ . Or, on sait que le coefficient de raideur varie fortement avec la valeur de la surface chargée.

TERZAGHI (1955) propose une méthode indirecte de détermination de  $C$ .

On choisit d'abord  $R_1 = 7 h$  et on calcule le coefficient de raideur (voir 2,2.5) correspondant à l'aide de valeurs numériques et de formules de transformation. Avec le  $C$  ainsi déterminé, on calcule :

$$R = 2,50 r_0, \quad r_0 = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\mu)C}}.$$

Si la différence entre  $R$  et  $R_1$  est plus petite que 50 % de  $R_1$ , on calcule  $C$  en supposant que le domaine d'influence est égal à la plus grande des deux valeurs. Autrement, on continue le procédé avec le  $R$  calculé jusqu'à ce que la différence entre le nouveau  $R$  et l'ancien devienne plus petite que 50 % de l'ancien.

Si la plaque est sollicitée par plusieurs forces ponctuelles, on obtient les résultats par superposition. Le choix du coefficient de raideur demande toutefois quelques précautions.

Si la distance  $B$  entre les forces est plus grande que  $2R$ , on prend  $R$  comme domaine d'influence. Si  $B < 2R$  il est indiqué de prendre  $\frac{B}{2}$  comme domaine d'influence.

### 2,2.3 MÉTHODES GRAPHIQUES.

Les méthodes graphiques sont basées sur la relation fondamentale dans la théorie du coefficient de raideur : le tassement en un point est proportionnel à la pression en ce point  $p = -CyB$ ,  $C$  étant le coefficient de raideur et  $B$  la largeur de la fondation. Ces méthodes sont surtout indiquées pour les cas où les méthodes analytiques n'aboutissent pas facilement, par exemple, dans le cas d'un moment d'inertie variable de la fondation. Nous citons deux méthodes : la méthode MEYER-PETER et la méthode POPOV.

#### — Méthode MEYER-PETER.

KOLLBRUNNER (1947) cite le procédé d'approximation suivant qui est dû à E. MEYER-PETER (1941) (voir *fig. 11*).

Soit une poutre chargée par des forces quelconques  $F_1$  à  $F_4$ . Comme première approximation on prend la répartition trapézoïdale des pressions (surface  $S$ ). Ensuite

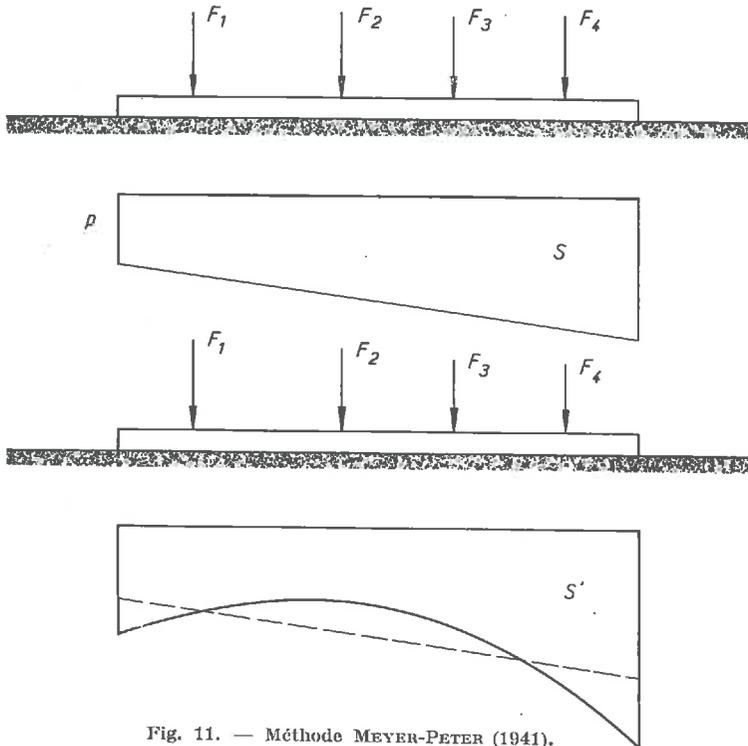


Fig. 11. — Méthode MEYER-PETER (1941).

on modifie arbitrairement la ligne de répartition en respectant toutefois les équations d'équilibre (surface  $S'$ ).

Avec la poutre chargée par la répartition modifiée ( $S'$ ) on détermine la ligne élastique  $y$  d'après MOHR (on obtient la ligne élastique d'une poutre en la chargeant par  $M/EI$  et en traçant le diagramme des « moments fléchissants » sous cette sollicitation).

Comme  $p$  est proportionnel à  $y$ , la ligne élastique doit être semblable à la ligne de répartition des pressions. Autrement on modifie la répartition des pressions (surface  $S''$ ) et on détermine une seconde fois la ligne élastique, etc.

— *Méthode* ПОПОВ.

Popov (1950) propose une méthode graphique d'approximation successive qui évite les corrections plutôt arbitraires de la méthode ci-dessus.

Pour commencer le calcul, Popov considère que la répartition des pressions  $p$  en dessous de la poutre chargée par des forces quelconques symétriques ou asymétriques est uniforme ou trapézoïdale suivant que les forces sont symétriques ou asymétriques.

Dans la suite, la poutre est considérée chargée par les forces données et les pressions  $p$  calculées. Une méthode graphique (МОHR) ou analytique permet de déterminer l'élastique de la poutre. En raison des déformations, l'équilibre statique est perturbé. Avant de poursuivre l'approximation on « fige » (anglais : locking) la ligne élastique de la poutre et détermine les pressions  $p_1'$  correspondant aux déformations trouvées, utilisant, comme toujours, la proportionnalité entre le tassement et la pression.

En intégrant ces pressions  $p_1'$  sur toute la surface de la fondation, on constate que la somme des forces extérieures n'est plus égale à la somme des éléments des forces  $\int p_1' dx$ . On distribue donc leur différence uniformément sur la poutre ( $p_1''$ ) pour rétablir l'équilibre et l'ajoute à la première pression, donc :

$$p_1 = p_1' + p_1''.$$

Puis on prend la moyenne entre la répartition des pressions  $p$  et  $p_1$ . Ceci représente un cycle complet de calcul. En général, d'après l'auteur, cette méthode converge rapidement et ne demande pas plus de deux cycles.

#### 2,2.4 CRITIQUES DE LA MÉTHODE DU COEFFICIENT DE RAIDEUR CONSTANT.

Nous avons déjà dit que la méthode du coefficient de raideur constant est basée sur l'idée d'un modèle de sol, ce sol étant un ensemble de ressorts verticaux. On voit immédiatement que ce modèle ne satisfait pas aux lois de répartition des contraintes dans le sol qui, quelles qu'elles soient ne peuvent pas être expliquées par l'image de ressorts verticaux indépendants, car le tassement en un point de la fondation est fonction non seulement de la pression en ce point, mais aussi des points voisins. D'après la méthode du coefficient de raideur cependant, le tassement en un point dépend uniquement de la pression en ce point.

En d'autres termes : pour la dalle très mince indiquée à la *figure* 12, la méthode du coefficient de raideur fournit le tassement du point d'application de l'une des forces en tenant compte des contraintes jusqu'à une profondeur où il n'y a pas superposition avec les contraintes de l'autre force.

La méthode du coefficient de raideur ne donne pas les tassements supplémentaires dus aux contraintes superposées. Ceci a conduit TERZAGHI (1955) à définir un plan horizontal dans le sol : au-dessous de ce plan les contraintes dues aux forces ponctuelles se superposent, au-dessus elles ne se superposent pas.

Alors dans la dalle chargée par des forces ponctuelles  $F$  TERZAGHI définit deux sortes de moments fléchissants différents. Il appelle « moments fléchissants locaux » les moments fléchissants dus aux contraintes au-dessus du niveau horizontal et « moments fléchissants généraux » ceux dus aux contraintes au-dessous du niveau.

La méthode du coefficient de raideur ne fournit que les moments fléchissants locaux.

La définition du coefficient de raideur, comme le rapport en un point de la fondation entre la pression et le tassement dû à cette pression seule, entraîne des conséquences

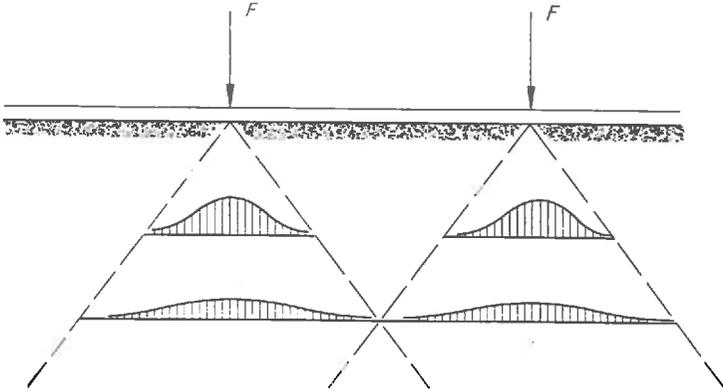


Fig. 12.

sévères pour la valeur du coefficient de raideur. En effet,  $C$  n'est pas une constante du sol, mais dépend de la valeur et de la forme de la surface chargée.  $C$  décroît fortement avec l'augmentation des dimensions de la surface chargée.

Pour une plaque circulaire rigide de diamètre  $D$  appuyée sur un milieu élastique, homogène et isotrope,  $C$  obéit à la relation :

$$C = \frac{4}{\pi} \frac{E}{1 - \eta^2} \frac{1}{D}$$

$E$  = module d'élasticité.

$\eta$  = nombre de Poisson.

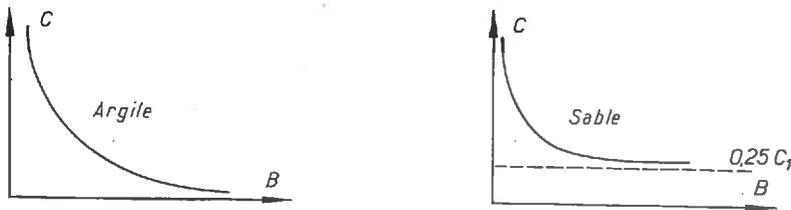


Fig. 13.

Pour une poutre de la largeur  $B$  appuyée sur une argile, TERZAGHI (1955) donne la formule suivante :

$$C = C_1 \frac{1}{B}$$

$C_1$  étant le coefficient de raideur pour une poutre de la largeur,  $B_1 = 1$  pied (foot) (voir fig. 13).

Par contre, pour une poutre appuyée sur un sable TERZAGHI trouve :

$$C = C_1 \left( \frac{B + 1}{2B} \right)^2,$$

$C_1$  étant toujours le coefficient de raideur pour une poutre de la largeur  $B_1 = 1$  pied (foot) (voir fig. 13).

L'hypothèse  $C = \frac{P}{y} = \text{constant}$  indique que le rapport en un point de la fondation

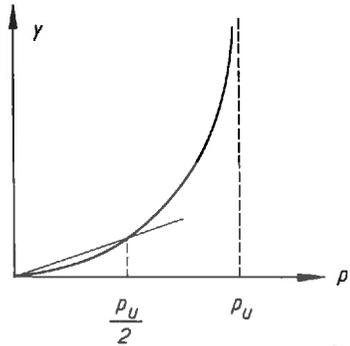


Fig. 14.

entre la pression  $p$  et le tassement  $y$  est constant. Or, si l'on fait un essai de chargement de plaque, on trouve, en général, la courbe représentée figure 14. La relation entre le tassement  $y$  et la pression  $p$  peut être approximée par une droite dans un domaine qui va à peu près jusqu'à la moitié de la portance de la plaque  $p_u$  (dans certains cas, on trouve une bonne linéarité entre 0 et  $\frac{p_u}{2}$ , par exemple, les argiles non saturées que nous avons essayées).

Pour les chargements jusqu'à  $\frac{p_u}{2}$ , la relation  $C = \frac{P}{y}$  est donc, en général, valable (même précis, comme, par exemple, pour les argiles non saturées). Au-delà de  $\frac{p_u}{2}$ ,  $C$  n'est plus une constante, mais décroît rapidement. Ce fait a amené FREUND (1927) à supposer une relation entre  $p$  et  $y$  qui tient compte de la diminution de  $C$  au-delà de  $\frac{p_u}{2}$ . Cependant, ce procédé possède, d'après TERZAGHI (1955), très peu d'intérêt pratique étant donné que les sols de fondation sont sollicités en général en dessous de  $\frac{p_u}{2}$ .

Un autre phénomène plus important est devenu dans la suite l'objet de corrections : on suppose que le coefficient de raideur est constant sur toute la longueur de la poutre. Ceci n'est pas exact d'après nos connaissances actuelles. Prenons, par exemple, une poutre rigide chargée par une force ponctuelle en son milieu.

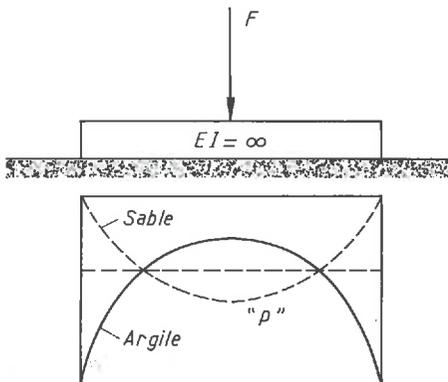


Fig. 15.

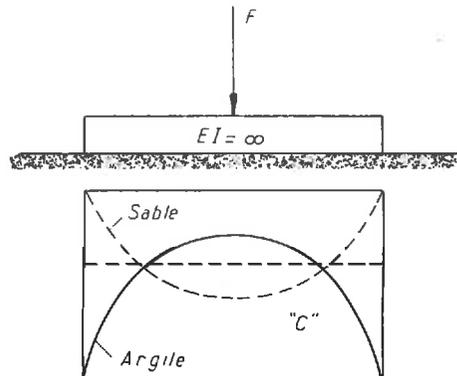


Fig. 16.

Si cette poutre rigide repose sur une argile, les pressions sont réparties comme indiqué *figure 15* (traits pleins).

Si, par contre, la même poutre repose à la surface d'un massif de sable, les pressions sont réparties comme indiqué en traits interrompus. Or, puisque pour une poutre rigide le tassement  $y$  est uniforme, le coefficient  $C = \frac{P}{y}$  n'est pas constant comme on suppose, mais varie selon le sol en question. Pour une argile,  $C$  est plus grand aux bords qu'au milieu de la fondation, alors que pour un sable c'est l'inverse (voir *fig. 16*).

C'est pour cela que la méthode du coefficient de raideur a été modifiée plus tard en introduisant un coefficient de raideur variable.

Un coefficient de raideur constant donnerait dans les deux cas (sable, argile) toujours une répartition uniforme des pressions. La méthode du coefficient de raideur ne peut pas reproduire « l'effet des bords » caractéristique pour les sols cohérents comme, par exemple, les argiles.

Dans un article très avancé en son temps, TERZAGHI (1932) définit plusieurs coefficients de raideur différents pour la même construction.

Une construction est chargée dans le cas général par des charges ponctuelles et des charges en surface.

Le tassement peut être imaginé en trois étapes (voir *fig. 17*) :

- le tassement  $w$  de la charge totale linéairement répartie sur la surface de la construction (ligne 1);
- le tassement  $w_1$  supplémentaire dû au fait que la charge n'est pas en réalité linéairement répartie (ligne 2);
- le tassement  $w_2$  supplémentaire tenant compte de l'effet des forces ponctuelles qui, jusqu'à présent, ont été réparties.

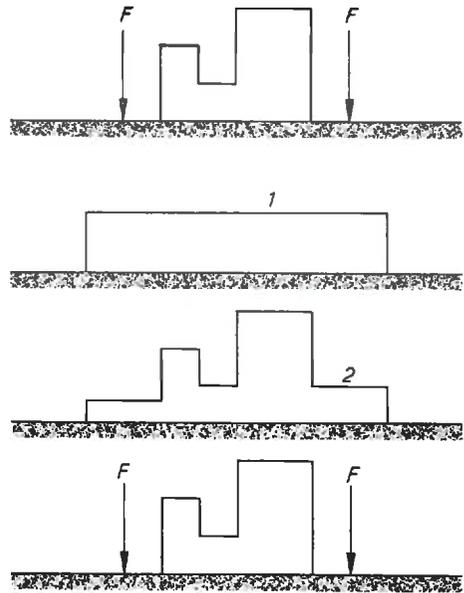


Fig. 17.

Chaque tassement est régi par un autre coefficient de raideur. Le tassement  $w$  correspond au coefficient de raideur  $C$ , conventionnel pour la construction entière. Les tassements  $w_1$  et  $w_2$  correspondent aux coefficients de raideur respectifs  $C_1$  et  $C_2$ .

On a :

$$C < C_1 < C_2.$$

Sachant, d'autre part, que les tassements supplémentaires dus aux charges correspondantes sont comparables aux tassements de plaques circulaires à des diamètres appropriés (qui tiennent compte de la profondeur jusqu'à laquelle la charge supplémentaire est efficace) on peut déterminer  $C_1$  et  $C_2$  à l'aide d'essais de plaques.

Le diamètre  $D$  de ces plaques est donné comme suit:

— pour  $C_1$  :

$$D_1 = t_1,$$

$t_1$  étant approximativement la moitié du diamètre de la surface chargée;

— pour  $C_2$  :

$$D_2 = t_2,$$

$t_2$  étant la moitié de l'entre-distance entre les colonnes. Ainsi la détermination de  $C_1$  et  $C_2$  a réduit à été réduit à des essais de chargements de plaques.

Finalement, le coefficient de raideur dépend dans les sols argileux de l'état de consolidation,  $C$  diminue au cours de la consolidation.

Cette critique, jusqu'à présent négative, pourrait donner l'impression que la méthode du coefficient de raideur dans sa forme décrite ci-dessus est à rejeter parce qu'elle ne satisfait plus à nos conceptions de mécanique des sols. Ceci n'est vrai que partiellement. En effet, malgré les graves imperfections qui ne sont plus compatibles avec nos connaissances actuelles, on connaît pourtant des cas pratiques où l'application de la méthode donne des résultats assez bons. L'intérêt que présente la méthode du coefficient de raideur est fondé dans sa simplicité qui permet de faire un calcul dans un temps relativement court. C'est pour cette raison que certains chercheurs défendent cette méthode sous condition qu'elle soit adaptée judicieusement.

La méthode du coefficient de raideur très souvent utilisée dès qu'elle fut connue aux ingénieurs fut l'objet de fortes critiques négatives dans la suite. OHDE (1942), LOOS et BRETH (1948) prouvaient par des exemples que cette méthode ne pouvait pas plus longtemps être employée par un ingénieur sérieux. Aujourd'hui, il semble qu'on est d'accord sur les insuffisances de cette méthode, mais on l'admet pour certains cas dont nous donnons une brève synthèse. En général, on peut dire que pour l'application de la méthode, il faut examiner dans l'ensemble les trois facteurs suivants :

- degré de rigidité de la poutre;
- état de sollicitation de la poutre;
- sol.

Pour une poutre rigide, la méthode peut être appliquée pour les sols très mous,

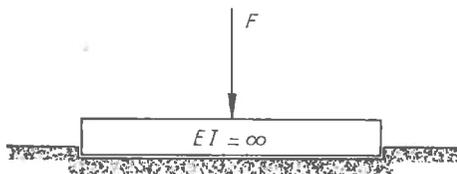


Fig. 18.

comme, par exemple, les tourbes. La poutre s'enfonce uniformément dans le sol sans subir des concentrations de pressions notables aux bords (KOLLBRUNNER, 1948). La poutre peut être considérée comme une poutre « flottante » (voir fig. 18).

ORDUJANZ (1954) recommande d'utiliser cette méthode pour les sols pulvérulents et les sols meubles, ou, en général, pour des sols sans cohésion et des sols mous.

Une poutre souple peut être calculée d'après la méthode du coefficient de raideur si elle est relativement longue et si elle est chargée par peu de forces ponctuelles (DIN 4018\* — Normes allemandes pour le calcul des fondations peu profondes) (voir fig. 19).

\* DIN 4018 : Flächengründungen, Richtlinien für die Berechnung, August 1957.

Ceci est compréhensible. Imaginons une poutre extrêmement souple, chargée par des forces ponctuelles (voir *fig. 20*). Les forces pénètrent la poutre sans s'y répartir et provoquent des contraintes dans le sol qui peuvent être représentées par l'image des bulbes de contraintes.

Étant donné que les forces sont éloignées les unes des autres, leurs contraintes

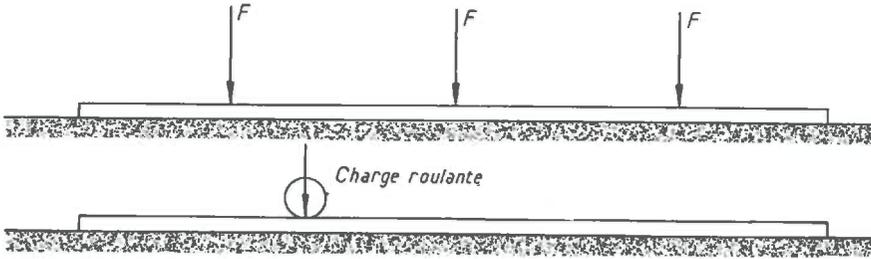


Fig. 19.

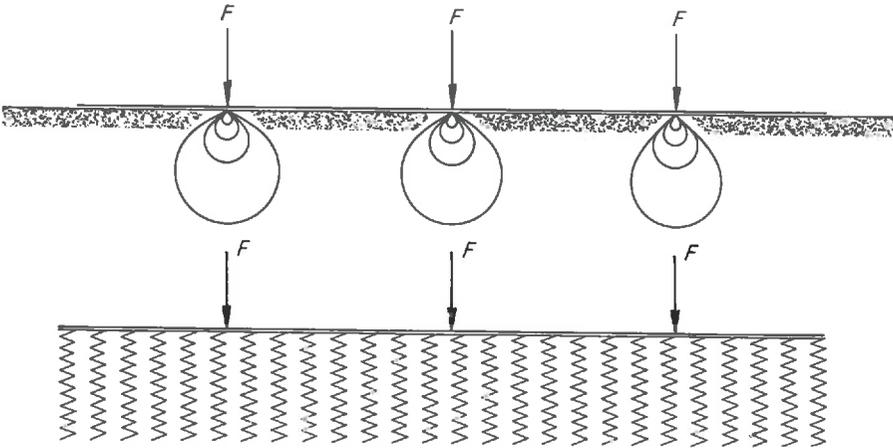


Fig. 20.

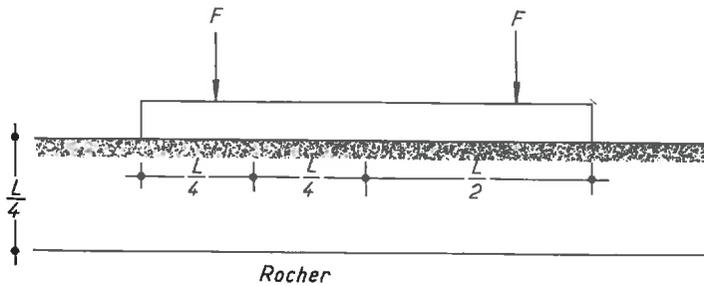


Fig. 21.

provoquées dans le sol ne se superposent presque pas. L'image du modèle à ressorts verticaux s'offre donc facilement, car les ressorts sont aussi indépendants les uns des autres.

Ce cas se présente en pratique pour les poutres de fondation chargées par des colonnes ou pour les poutres qui portent des charges roulantes (dû, par exemple, à un pont roulant).

KÖGLER et SCHEIDIG (1948) veulent qu'on applique la méthode du coefficient de raideur aux fondations qui reposent sur un sol dont la couche sensible aux tassements ne dépasse pas un quart de la longueur de la fondation (voir *fig. 21*). On comprend que pour cette couche mince la pression en un point de la fondation est très peu influencée par les pressions des points voisins; le modèle de ressorts peut donc être appliqué avec succès.

Comme résumé, nous donnons le tableau I pour l'application de la méthode du coefficient de raideur.

TABLEAU I

*Applications de la méthode du coefficient de raideur constant.*

DEGRÉ DE RIGIDITÉ DE LA POUTRE	CHARGES	SOL	RECOMMANDATIONS
Quelconque	Quelconque	Couche mince	KÖGLER-SCHEIDIG
Quelconque	Quelconque	Peu compacté sans cohésion	ORDUJANZ
Rigide	Quelconque	Mou	KOLLBRUNNER
Souple	Ponctuelles, éloignées les unes des autres	Quelconque	DIN 4018

Pour tous les massifs de sol, sauf les sols mous et peu compactés, la méthode du coefficient de raideur constant ne peut pas être appliquée, à notre avis, aux poutres chargées par des charges continues.

En effet, considérons l'exemple d'une poutre chargée uniformément par  $q$  (voir *fig. 22*). La pression, d'après la méthode du coefficient de raideur constant, devient  $p = q$

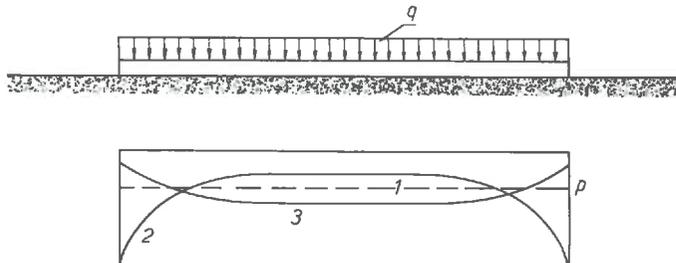


Fig. 22.

(ligne 1), donc les moments fléchissants et les efforts tranchants seraient nuls dans chaque section de la poutre. Ceci n'est certainement pas vrai. Admettons que le sol est une argile. Une poutre rigide présente, comme le prouvent les expériences et les méthodes précises, une répartition des pressions comme indiqué par la ligne 2 et une poutre souple une répartition en forme de la ligne 3, ce qui provoquerait, très certainement, des moments fléchissants et des efforts tranchants.

### 2,2.5 VALEURS NUMÉRIQUES DU COEFFICIENT DE RAIDEUR C.

La difficulté dans l'application de la méthode du coefficient de raideur consiste, pourvu qu'on connaisse les cas où elle s'applique, dans le choix du coefficient de raideur C. Puisque C n'est pas une constante du sol, mais dépend de différents facteurs, il ne peut pas être déterminé directement au laboratoire. D'autre part, C intervenant dans la méthode du coefficient de raideur par la « longueur élastique »  $s = \sqrt[4]{4 \frac{EI}{BC}}$ , on disait souvent qu'un soin exagéré dans le choix de C n'était pas justifié, C sous la racine quatrième ne modifiant pas sensiblement s.

Ces faits ont amené beaucoup d'ingénieurs à ne pas s'occuper beaucoup de la détermination de C. OHDE (1942) relate avoir vu qu'un coefficient de raideur, qui était bien déterminé pour un radier d'écluse, fut utilisé pour le calcul de l'effet d'encastrement d'une palplanche. TERZAGHI (1955) cite des œuvres concernant l'application de la méthode du coefficient de raideur aux projets industriels qui ne font même pas mention de la façon de déterminer C.

Pour la détermination de C, il y a trois possibilités :

- C à l'aide d'essais de chargements de plaques;
- C à partir des modules d'élasticité ou de compressibilité;
- abaques.

#### *Détermination de C à partir d'essais de chargements de plaques.*

Il est conventionnel de prendre une plaque rigide de 75 cm et de la charger à 0,7 kg/cm<sup>2</sup>. On mesure le tassement s en centimètres et on détermine C par :

$$C = \frac{0,7}{s}.$$

Dans ce cas spécial on appelle C souvent : module de WESTERGAARD. Ce procédé prête à la critique.

En effet, si C sert à calculer une construction de dimensions plus grandes que la plaque de 75 cm, ce qui est le cas général, il est indiqué de bien explorer le sol et de se rendre compte que C varie avec la surface de fondation : La plaque influe seulement sur une partie du sol beaucoup plus petite que la future construction : Le tassement qu'on mesure et le coefficient C qu'on détermine sont donc basés seulement sur les caractéristiques d'une petite partie du sol. Toutes les caractéristiques du sol en dehors de cette petite partie ne sont pas contenues dans la valeur de C. En plus, il est nécessaire d'extrapoler C pour les dimensions de la surface de la construction entière.

En plus, l'essai étant effectué rapidement, les tassements s sont trop petits, donc les C trop grands dans le cas d'un sol susceptible à l'effet de consolidation.

C'est pour cela qu'une autre méthode semble plus précise, celle qui consiste à se servir d'une partie de la construction déjà réalisée pour en faire un essai de chargement de plaque. WELT et PAGEL (1958) décrivent la construction d'une double écluse aménagée sur le Neckar près de Stuttgart-Bad Cannstatt.

Le radier de la double écluse a été calculé par une méthode de coefficient de raideur modifiée. Pour déterminer la valeur numérique du coefficient de raideur on s'est

servi d'une partie du bajoyer médian dont le tassement a été observé au cours de la construction et, après finition, en fonction du temps. Le coefficient de raideur a été déterminé à l'aide de ces mesures, et la répartition des pressions calculée à la base de ce coefficient était en bon accord avec les mesures de contrôle effectuées.

Souvent, surtout pour un avant-projet et si les caractéristiques du sol sont à peu près les mêmes, on prend un coefficient de raideur déterminé par comparaison avec des ouvrages existants. VERDEYEN (1952) en cite un cas en Italie et WELT et PAGEL (1958) se sont servi, eux aussi, d'un coefficient de raideur d'une autre écluse existante pour la fixation des dimensions.

*Détermination de C à partir des modules d'élasticité et de compressibilité.*

Puisque le coefficient de raideur n'est pas une constante de sol, on a essayé d'établir une relation entre les modules d'élasticité et de compressibilité qu'on peut déterminer simplement en laboratoire.

Nous nous contentons, ici, de citer les différentes formules, pour leurs démonstrations il faut se référer aux publications.

KÖGLER et SCHEIDIG (1948) donnent des formules qui établissent une relation entre le coefficient de raideur C et le module de compressibilité  $E_s$  pour une surface infiniment grande, une surface circulaire et carrée et une bande de longueur infinie et de largeur  $b$ .

— surface infiniment grande :

$$C = \frac{E_s}{t},$$

$t$  = épaisseur de la couche compressible;

— surface circulaire et carrée :

$$C = \alpha \frac{E_s}{d},$$

$d$  = diamètre de la surface circulaire ou le côté de la surface carrée;

$\alpha$  = coefficient qui dépend du rapport entre la profondeur  $t$  et de la couche compressible et  $d$  (voir tableau II).

TABLEAU II

*Coefficient  $\alpha$  en fonction de  $\frac{t}{d}$*

(d'après KÖGLER et SCHEIDIG, 1948).

$\frac{t}{d}$	1	2	5	10	$\infty$
$\alpha$	3	2,5	2,2	2,1	2,0

— bande de longueur infinie, de largeur  $b$  :

$$C = \beta \frac{E_s}{b},$$

$b$  = largeur de la bande;

$\beta$  = coefficient qui dépend du rapport entre la profondeur  $t$  de la couche compressible et  $b$  (voir tableau III).

TABLEAU III

Coefficient  $\beta$  en fonction de  $\frac{l}{d}$   
(d'après KÖGLER et SCHEIDIG, 1948).

$\frac{l}{b}$	1	2	5	10	20	100
$\beta$	1,82	1,24	0,835	0,658	0,54	0,38

VOGT d'après VERDEYEN (1952) donne des formules de C à partir du module de compressibilité  $E_s$  pour une plaque circulaire et une plaque rectangulaire :

— Plaque circulaire :

$$C = 1,392 \frac{E_s}{\sqrt{S}}$$

S = surface de la plaque circulaire;

— Plaque rectangulaire :

$$C = 1,33 \frac{E_s}{\sqrt[3]{b^2 l}}$$

b = largeur de la plaque;

l = longueur de la plaque.

Pour les sols dont le module d'élasticité E est variable DE BEER (1948) recommande de calculer C comme suit : calcul du tassement du sol  $s_\infty$  dans l'hypothèse que la poutre est rigide ( $I = \infty$ ). Ce tassement est nécessairement uniforme. En prenant la valeur moyenne des pressions entre le sol et la poutre, on calcule :

$$C = \frac{p_m}{s_\infty}$$

$p_m$  = pression moyenne;

$s_\infty$  = tassement de la poutre supposée rigide.

#### La détermination de C à l'aide de tableaux.

Dans la littérature, quelques indications éparpillées existent sur la valeur numérique du coefficient C.

Pour éviter des échecs, la plus grande attention est demandée en ce qui concerne l'usage de ces tableaux.

SIEMONSEN (1955) cite dans le *Grundbau-Taschenbuch* 1955 des valeurs numériques du coefficient de raideur en fonction de la surface chargée d'après des essais hollandais. Aucune notion n'est faite au sujet du sol utilisé.

Dans le *Beton-Kalender* 1957 BORN (1957), reproduit un tableau de coefficients de raideur où C est donné pour différents sols sans indication de la surface de référence.

Par contre, ORDUJANZ (1954) propose des coefficients de raideur pour différents sols à la base d'une surface de 10 m<sup>2</sup> et d'une surface de plus de 10 m<sup>2</sup>.

Finalement, TERZAGHI (1955) donne la liste la plus complète des coefficients de raideur. TERZAGHI ne donne pas seulement les coefficients de raideur verticaux pour une poutre horizontale, qui nous intéressent dans ce travail, mais aussi les coefficients de raideur horizontaux pour des poutres verticales (pieux, palplanches).

Nous donnons ci-dessous les tableaux IV et V extraits de TERZAGHI (1955) pour les coefficients de raideur verticaux  $C$  des sables et des argiles. Comme base, TERZAGHI donne le coefficient de raideur  $\bar{C}_1$  pour une plaque carrée de 1 pied (1 foot) de côté.

Pour pouvoir adopter les formules de transformation citées plus haut (voir 2,2.4) —  $C = C_1 \frac{1}{B}$  pour les argiles,  $C = C_1 \left(\frac{B+1}{2B}\right)^2$  pour les sables — il faut dans chaque cas connaître la relation entre  $C_1$  et  $\bar{C}_1$ ,  $C_1$  étant le coefficient de raideur pour une poutre de largeur 1 pied et  $\bar{C}_1$  étant donc le coefficient de raideur pour une plaque carrée de 1 pied de côté.

TABLEAU IV

*Valeurs des coefficients de raideur  $\bar{C}_1$  (kg/cm<sup>3</sup>) pour une plaque carrée de 1 pied de côté (30,48 cm) appuyée sur du sable. Les indications sont valables pour des pressions plus petites que la moitié de la force portante de l'unité de la surface (d'après TERZAGHI, 1955).*

DENSITÉ RELATIVE DU SABLE	PEU DENSÉ	MOYEN	DENSE
Sable sec ou humide valeur limite pour $\bar{C}_1$ .....	0,6-1,9	1,9-9,6	9,6-32
Sable sec ou humide valeurs proposées.....	1,3	4,2	16
Sable immergé valeurs proposées.....	0,8	2,6	9,6

TABLEAU V

*Valeurs des résistances à la compression simple (kg/cm<sup>2</sup>) et des coefficients de raideur  $\bar{C}_1$  (kg/cm<sup>3</sup>) correspondant, pour une plaque carrée de 1 pied de côté (30,48 cm). Argile. Les indications sont valables pour des pressions plus petites que la moitié de la force portante de l'unité de la surface (d'après TERZAGHI, 1955).*

CONSISTANCE DE L'ARGILE	PLASTIQUE	TRÈS PLASTIQUE	DUR
Valeurs de la résistance à la compression simple $R_c$ .....	1-2	2-4	> 4
Domaine de $\bar{C}_1$ .....	1,6-3,2	3,2-6,4	> 6,4
Valeurs proposées .....	2,4	4,8	9,6 (*)

(\*) Des valeurs plus élevées devraient être admises seulement si elles sont évaluées par des essais appropriés.

D'après TERZAGHI, on trouve que pour un sable le coefficient de raideur pour une plaque carrée de 1 pied est le même que pour une poutre de 1 pied, donc :

$$\bar{C}_1 = C_1,$$

la formule pour les sables devient donc :

$$C = \bar{C}_1 \left( \frac{B+1}{2B} \right)^2$$

$C$  = coefficient de raideur pour une poutre de largeur  $B$  (pied);

$\bar{C}_1$  = coefficient de raideur pour une plaque carrée de 1 pied de côté reposant sur un sable.

Pour  $\bar{C}_1$ , voir tableau IV.

Pour les argiles, on sait que  $C_1 = 0,67 \bar{C}_1$  pour les bandes de longueur infinie. Une poutre très longue peut être considérée approximativement comme une bande de longueur infinie. On a donc :

$$C = 0,67 \bar{C}_1 \frac{1}{B}.$$

ou :

$$C = \bar{C}_1 \frac{1}{1,5 B}.$$

$C$  = coefficient de raideur pour une poutre de largeur  $B$  (pied);

$\bar{C}_1$  = coefficient de raideur pour une plaque carrée de 1 pied de côté reposant sur une argile. Pour  $\bar{C}_1$ , voir tableau V.

Il est intéressant de comparer les valeurs données par TERZAGHI avec celles de ORDUJANZ, tableaux VI et VII. Comme surface de référence, nous choisissons  $S = 10 \text{ m}^2$ . Les valeurs de TERZAGHI pour la plaque carrée de 1 pied de côté ont été calculées pour  $S = 10 \text{ m}^2$  en supposant que cette surface était carrée. En ce qui concerne les coefficients de raideur donnés par ORDUJANZ, nous nous référons à ses valeurs pour  $S > 10 \text{ m}^2$  (étant donné les différences insignifiantes entre  $S = 10 \text{ m}^2$  et  $S > 10 \text{ m}^2$ ) parce qu'elles sont classifiées de la même façon que celles de TERZAGHI.

TABLEAU VI

*Comparaison entre les coefficients de raideur (kg/cm<sup>2</sup>) donnés par TERZAGHI (1955) et ceux donnés par ORDUJANZ (1954) pour une surface chargée de  $S \approx 10 \text{ m}^2$ , sable.*

SABLE	TERZAGHI	ORDUJANZ
Peu dense.....	0,2-0,6	1,0-1,5
<b>Moyen</b> .....	<b>0,6-2,9</b>	<b>1,5-2,5</b>
Dense.....	2,9-9,6	2,5-4,0

TABLEAU VII

Comparaison entre les coefficients de raideur ( $kg/cm^2$ ) donnés par TERZAGHI (1955) et ceux donnés par ORDUJANZ (1954) pour une surface chargée de  $S \approx 10 m^2$ , argile.

ARGILE	TERZAGHI	ORDUJANZ
Peu plastique à plastique.....	0,1-0,3	1,0-2,0
Plastique à très plastique .....	0,3-0,6	2,0-4,0
Dur.....	> 0,6	4,0-10,0

On reconnaît une concordance satisfaisante pour les sables, alors que pour les argiles les valeurs données par ORDUJANZ sont d'une façon générale plus grandes que celles de TERZAGHI.

### 2,3 Modifications de la méthode du coefficient de raideur.

La méthode du coefficient de raideur est basée sur un modèle de sol qui consiste à substituer au sol des ressorts verticaux indépendants.

On doit reprocher à ce modèle :

— qu'il ne fournit pas une ligne de tassement continue aux bords d'une fondation. Au lieu d'une continuité, il existe une discontinuité aux bords d'une fondation, ce qui n'est pas vrai physiquement;

— qu'il ne reproduit pas l'effet de la répartition des contraintes dans le sol dans une direction verticale et horizontale qui fait que sous une charge donnée le sol ne subit pas seulement une déformation sous la charge même mais aussi dans le voisinage de celle-ci.

#### 2,3.1 MÉTHODES QUI GARANTISSENT LA CONTINUITÉ DE LA LIGNE DE TASSEMENT AUX BORDS DE LA FONDATION.

Pour remédier au premier point, WIEGHARDT (1922) imagine que les ressorts verticaux du modèle de sol sont recouverts d'une membrane fine (voir *fig. 23*). Ce pro-

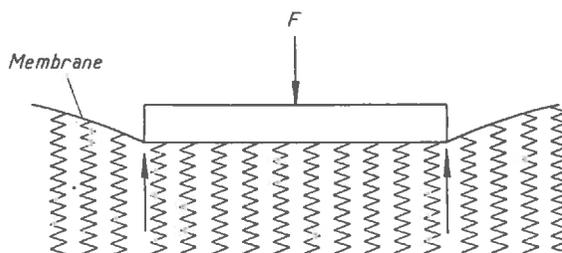


Fig. 23. — Modèle de sol, d'après WIEGHARDT (1922).

céde garanti en effet, une continuité de la ligne de tassement. SCHIEL (1942) prouve que ce modèle peut être comparé à un liquide parfait aux tensions superficielles. Pratiquement la membrane fait qu'une force ponctuelle s'ajoute à chaque extrémité de

la poutre, en plus de la répartition des pressions par la méthode classique du coefficient de raideur. Les deux forces tiennent compte, dans le cas des poutres rigides et de certains sols, de la concentration des pressions aux extrémités (voir *fig. 24*). Pour des poutres chargées au milieu, cette méthode fournit des moments fléchissants excessifs, elle est donc peu économique (DE BEER, 1948).

Au lieu d'une membrane, SCHULTZE (1953 et 1955) pose une poutre fictive de longueur infinie et de largeur B sur les ressorts verticaux indépendants (voir *fig. 25*).

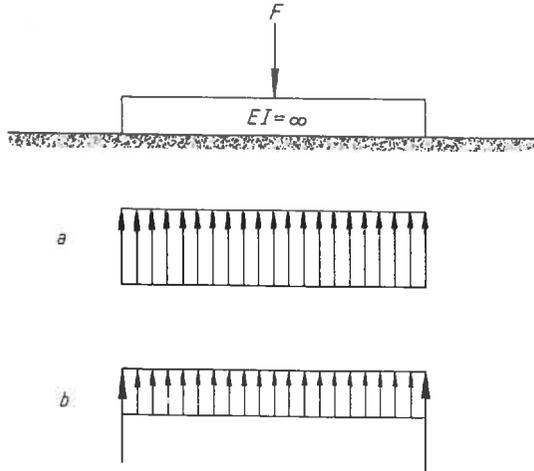


Fig. 24. — Répartition des pressions  
a) Méthode du coefficient de raideur  
b) Méthode WIEGHARDT-SCHIEL,  
d'après SCHULTZE (1953).

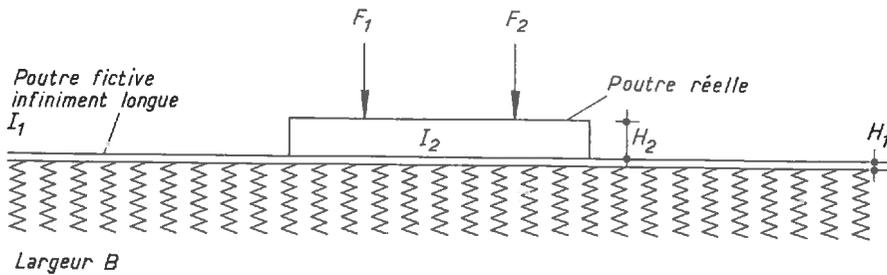


Fig. 25. — Modèle de sol, d'après SCHULTZE (1953, 1955).

Pour calculer la poutre réelle de largeur B posée sur la poutre fictive, il dispose de deux possibilités :

— Calcul des poutres « non chevillées » : moment d'inertie, donc :

$$I = \frac{B}{12} (H_1^3 + H_2^3),$$

ce qui est le cas général d'une poutre sans frottement entre la poutre et son fondement;

— calcul d'une poutre « chevillée » : moment d'inertie, donc :

$$I = \frac{B}{12} (H_1 + H_2)^3,$$

en tenant compte du frottement.

Pour une poutre « non chevillée » on répartit le moment fléchissant total  $M$  dans le rapport des moments d'inertie des poutres pour avoir le moment fléchissant  $M_g$  dans la poutre réelle :

$$M_g = M \frac{I_2}{I_1 + I_2}$$

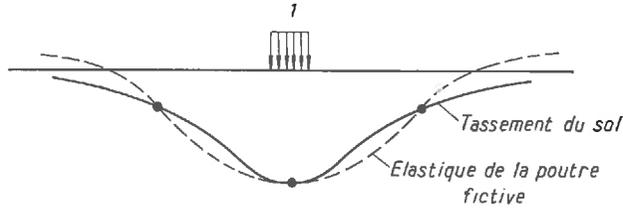


Fig. 26.

Pour déterminer la rigidité  $EI$  de la poutre fictive et le coefficient de raideur  $C$  du sol on fait que l'élastique de la poutre et la ligne de tassement du sol sous une charge  $l$  soient confondues en deux points (voir fig. 26).

### 2,3.2 : MÉTHODE DE COEFFICIENT DE RAIDEUR VARIABLE (MÉTHODE GRASSHOFF).

Toujours dans le but de corriger le modèle de sol, GRASSHOFF (1951) propose d'introduire un coefficient de raideur variable qui serait déterminé à partir d'une analyse de tassement (voir fig. 27).

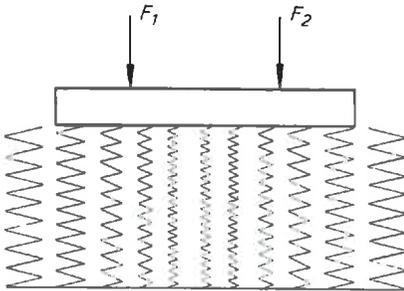


Fig. 27. — Modèle de sol, d'après la méthode du coefficient de raideur variable.

L'introduction du coefficient de raideur variable dans l'équation différentielle :

$$EIy^{(IV)} = -CyB,$$

conduit à des difficultés mathématiques extraordinaires. Par contre, avec le procédé de LEVINTON (1947) qui est analogue au calcul par différences finies, on ne se heurte pas à des difficultés en introduisant un coefficient de raideur variable.

Ceci a été fait par GRASSHOFF, alors que LEVINTON opère encore avec un coefficient de raideur constant.

Soit une poutre de la longueur  $L$  et de la largeur  $B = 1$  chargée par une charge quelconque  $q$  qui repose sur un sol quelconque (voir fig. 28).

Sous la charge la poutre va s'enfoncer dans le sol. Dans l'imagination cet enfoncement peut se produire de la façon successive suivante :

— la poutre chargée par  $q$  et par les pressions  $p$  du sol s'enfonce dans le sol sans se déformer (poutre rigide), pour occuper à ses extrémités (points 1 et 4) son emplacement définitif, donc son tassement qui est appelé respectivement  $y_1$  et  $y_4$  ;

— les extrémités de la poutre se trouvant dans leur position définitive, on considère maintenant une poutre déformable sur deux appuis fixes, soumise aux charges  $q$  et  $p$ .

NOTATIONS. — Les tassements dus aux charges  $q$  porteront l'indice  $b$ , ceux dus aux charges  $p$  l'indice  $c$ , ceux dus à l'enfoncement porteront l'indice  $a$ , sauf toutefois les points 1 et 4 dont les tassements sont définitifs.

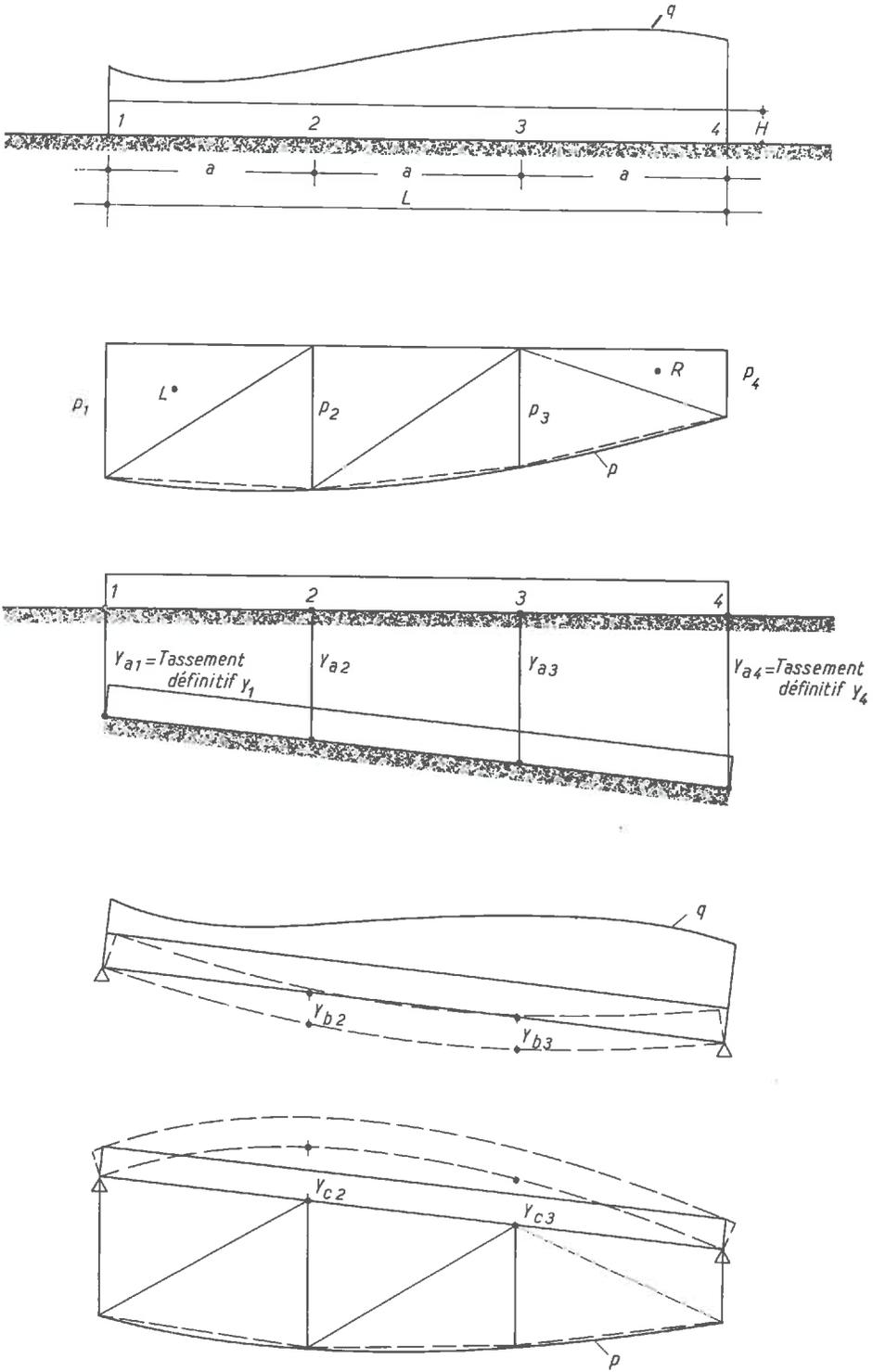


Fig. 28. — Méthode du coefficient de raideur variable GRASSHOFF (1951).

Le tassement du point 2 est donc donné par l'équation :

$$y_2 = y_{a2} + y_{b2} - y_{c2}$$

Pour résoudre le problème on divise la longueur L de la poutre en un nombre égal de parties, par exemple trois parties  $a$  et on remplace la courbe des pressions  $p$  par un polygone. L'aire polygonale se compose de six triangles. Pour trouver les quatre pressions  $p_1, p_2, p_3, p_4$  inconnues, on a deux équations d'équilibre (par exemple  $\Sigma M_R = 0$  et  $\Sigma M_L = 0$ , L et R étant les centres de gravité des triangles extérieurs des pressions) et deux équations de déformation pour les points 2 et 3 : On a donc :

$$(1) \quad \Sigma M_L = 0;$$

$$(2) \quad \Sigma M_R = 0;$$

$$(3) \quad y_2 = y_{a2} + y_{b2} - y_{c2}$$

$$(4) \quad y_3 = y_{a3} + y_{b3} - y_{c3}$$

Les déformations  $y_{a2}$  et  $y_{a3}$  peuvent être exprimées par  $y_1$  et  $y_4$ .

Les déformations  $y_{c2}$  et  $y_{c3}$  peuvent être exprimées par  $p_1$  à  $p_4$ .

Les déformations  $y_{b2}$  et  $y_{b3}$  dépendent uniquement de la charge extérieure  $q$ .

Pour faire disparaître  $y_1, y_2, y_4$  dans l'équation (3) et  $y_1, y_3, y_4$  dans l'équation(4) on pose :

$$y_1 = \frac{p_1}{C_1}, \quad y_2 = \frac{p_2}{C_2}, \quad y_3 = \frac{p_3}{C_3}, \quad y_4 = \frac{p_4}{C_4}$$

$C_1, C_2, C_3, C_4$  étant les coefficients de raideur aux points correspondants 1, 2, 3, 4.

Comme résultat, on obtient la matrice suivante pour les pressions inconnues  $p$  :

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
0	4	10	7	$= \frac{6 M_L}{a^2}$
7	10	4	0	$= - \frac{6 M_R}{a^2}$
$94 - \frac{2 N}{3 C_1}$	$429 + \frac{N}{C_2}$	390	$77 - \frac{1 N}{3 C_4}$	$= N y_{b2}$
$77 - \frac{1 N}{3 C_1}$	390	$429 + \frac{N}{C_3}$	$94 - \frac{2 N}{3 C_4}$	$= N y_{b3}$

avec :

$$N = \frac{1\ 080\ EI}{a^4};$$

$M_L$  = moment statique dans le sens de l'aiguille d'une montre autour de L;

$M_R$  = moment statique dans le sens de l'aiguille d'une montre autour de R;

E = module de YOUNG du matériau de la poutre;

I =  $\frac{BH^3}{12}$  moment d'inertie de la poutre, B = 1.

Si la charge  $q$  est symétrique, le nombre d'inconnues se réduit à deux et on obtient :

$p_1$	$p_2$	
1	2	$= \frac{\Sigma F}{a}$
$19 - \frac{N}{C_1}$	$91 + \frac{N}{C_2}$	$= Ny_{b_2}$

avec :

$$N = \frac{120 EI}{a^4};$$

$\Sigma F$  = somme de toutes les forces de la poutre.

GRASSHOFF a effectué le calcul des coefficients de la matrice des pressions pour une charge symétrique et antisymétrique et pour des subdivisions de la poutre chaque fois en trois, cinq et sept parties égales. Grâce à l'intérêt que présente cette méthode, nous donnons les équations correspondantes en annexe de ce chapitre.

L'essentiel dans la méthode GRASSHOFF est la détermination des coefficients de raideur. Dans sa première publication GRASSHOFF (1951) les détermine à l'aide d'un calcul de tassement. Il se donne une charge uniforme  $p'$  de la même longueur et largeur que la poutre, détermine la ligne de tassement  $y$  du sol et ensuite le coefficient  $C$  à chaque point désiré en posant  $C' = \frac{p'}{y}$ .

Ce coefficient de raideur, bien que variable, est loin d'être exact car il a été déterminé à partir d'une répartition uniforme des pressions qui était tout à fait arbitraire.

On pourrait, à notre avis, considérer le calcul des pressions  $p''$  à l'aide des  $C'$  ainsi déterminés comme une première approximation et refaire le calcul en déterminant le tassement par suite de la répartition  $p''$  des pressions trouvées et en posant de nouveau  $C'' = \frac{p''}{y''}$ , etc.

Dans une publication ultérieure GRASSHOFF (1953), répondant aux critiques en ce qui concerne la détermination du coefficient de raideur, développe une méthode exacte pour déterminer  $C$  qui est basée sur la répartition des pressions dans le sol. Dans ce but, il détermine la ligne d'influence pour le tassement d'un point de la surface du sol.

Pour les tassements des points 1 à 4 on trouve donc à l'aide des coefficients d'influence  $\zeta_{iK}$  :

$$y_1 = p_1 \zeta_{11} + p_2 \zeta_{12} + p_3 \zeta_{13} + p_4 \zeta_{14},$$

$$y_2 = p_1 \zeta_{21} + p_2 \zeta_{22} + p_3 \zeta_{23} + p_4 \zeta_{24},$$

$$y_3 = p_1 \zeta_{31} + p_2 \zeta_{32} + p_3 \zeta_{33} + p_4 \zeta_{34},$$

$$y_4 = p_1 \zeta_{41} + p_2 \zeta_{42} + p_3 \zeta_{43} + p_4 \zeta_{44}.$$

Les valeurs  $\zeta_{iK}$  sont définies de la façon suivante :

— premier indice : lieu de tassement;

— deuxième indice : lieu de la charge qui provoque le tassement.

A titre d'exemple, nous montrons les valeurs d'influence pour le point 3 (fig. 29).  
Les coefficients de raideur étant définis :

$$C_i = \frac{p_i}{y_i}, \quad \text{on aura pour} \quad \frac{1}{C_i} = \frac{y_i}{p_i}.$$

En particulier, on a donc :

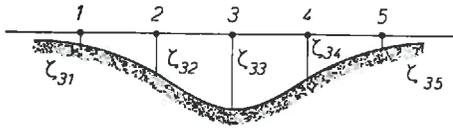


Fig. 29.

$$\frac{1}{C_1} = \zeta_{11} + \frac{p_2}{p_1} \zeta_{12} + \frac{p_3}{p_1} \zeta_{13} + \frac{p_4}{p_1} \zeta_{14},$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{p_1}{p_2} \zeta_{21} + \zeta_{22} + \frac{p_3}{p_2} \zeta_{23} + \frac{p_4}{p_2} \zeta_{24},$$

$$\frac{1}{C_3} = \frac{p_1}{p_3} \zeta_{31} + \frac{p_2}{p_3} \zeta_{32} + \zeta_{33} + \frac{p_4}{p_3} \zeta_{34},$$

$$\frac{1}{C_4} = \frac{p_1}{p_4} \zeta_{41} + \frac{p_2}{p_4} \zeta_{42} + \frac{p_3}{p_4} \zeta_{43} + \zeta_{44}.$$

Si on pose ces valeurs dans la matrice ci-dessus on trouve, après quelques transformations, le résultat suivant :

*Matrice pour les pressions inconnues p concernant une charge q non symétrique.*

	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
1	0	4	10	7	$= \frac{6M_L}{a^2}$
2	7	10	4	0	$= -\frac{6M_R}{a^2}$
3	$94 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{11} + \zeta_{21} - \frac{1}{3}\zeta_{41}\right) N$	$429 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{12} + \zeta_{22} - \frac{1}{3}\zeta_{42}\right) N$	$390 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{13} + \zeta_{23} - \frac{1}{3}\zeta_{43}\right) N$	$77 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{14} + \zeta_{24} - \frac{1}{3}\zeta_{44}\right) N$	$= Ny_{b2}$
4	$77 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{41} + \zeta_{31} - \frac{1}{3}\zeta_{11}\right) N$	$390 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{42} + \zeta_{32} - \frac{1}{3}\zeta_{12}\right) N$	$429 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{43} + \zeta_{33} - \frac{1}{3}\zeta_{13}\right) N$	$94 + \left(-\frac{2}{3}\zeta_{44} + \zeta_{34} - \frac{1}{3}\zeta_{14}\right) N$	$= Ny_{b3}$

*Matrice pour les pressions inconnues p concernant une charge q symétrique.*

	$p_1$	$p_2$	
1	1	2	$= \frac{\Sigma F}{a}$
2	$19 - (\zeta_{11} - \zeta_{21} - \zeta_{24} + \zeta_{14}) N$	$91 + (\zeta_{22} - \zeta_{12} + \zeta_{23} - \zeta_{13}) N$	$= Ny_{b2}$

Il faut remarquer la différence essentielle entre cette méthode de déterminer C et la première, où rappelons-le, une répartition uniforme et arbitraire des pressions servait, par l'intermédiaire d'un calcul de tassement, à déterminer C.

La détermination de  $C$  à partir d'une ligne d'influence est un procédé exact, et la méthode GRASSHOFF basée sur un coefficient de raideur ainsi déterminé est exacte dans la mesure des subdivisions choisies.

D'ailleurs, l'auteur n'appelle plus  $C$  coefficient de raideur comme d'habitude mais « quotient pris entre la pression et le tassement » (allemand : Druck-Setzungsquotient).

Si on reprend l'image du modèle de sol, on peut donc dire que GRASSHOFF a réussi,

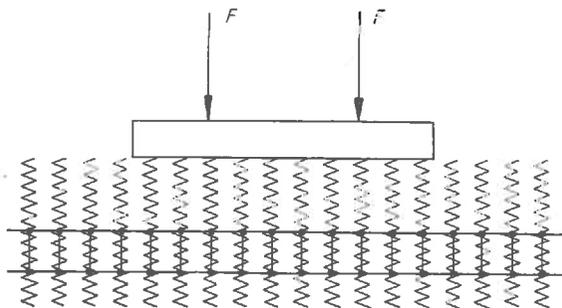


Fig. 30. — Modèle de sol, d'après SCHULTZE (1953).

par l'introduction de la ligne d'influence des tassements dans sa méthode, à lever l'inexactitude du modèle qui était caractérisé par des ressorts verticaux indépendants.

Le nouveau modèle de sol pourrait être représenté par des ressorts verticaux reliés les uns aux autres par une barre horizontale (SCHULTZE, 1953) (voir *fig. 30*).

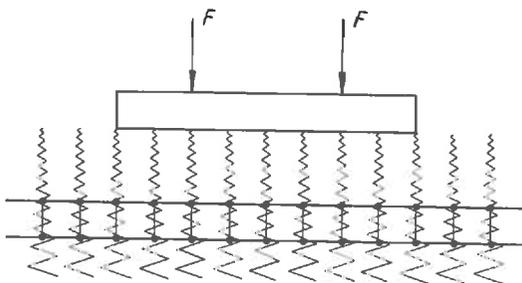


Fig. 31. — Modèle de sol, d'après SCHULTZE (1953).

Pour un sol qui est caractérisé par un module d'élasticité augmentant avec la profondeur, on pourrait imaginer des ressorts coniques comme on voit à la *figure 31*.

Citons encore deux thèses qui s'occupent de la méthode de coefficient de raideur variable, d'après lesquelles on peut trouver la répartition des pressions grâce à un matériel volumineux d'abaques et de tableaux : DIMITROV (1954) et JENNE (1957).

## 2,4 Méthodes de calcul qui sont basées sur la répartition des contraintes dans le sol (« méthodes exactes »).

### 2,4.1 MÉTHODES GÉNÉRALES.

Les méthodes de calcul exactes de la répartition des pressions abandonnent la notion de coefficient de raideur. Elles abandonnent les modèles de sol et prennent comme

base de calcul soit un massif élastique, homogène et isotrope, soit — au moins pour le calcul des tassements — le sol réel tel qu'il se présente dans les essais de laboratoire.

Toutes les méthodes qui vont être citées ont de commun qu'elles déterminent la répartition des pressions en essayant d'obtenir la concordance entre la ligne de tassement et la ligne élastique de la fondation.

Parmi ces méthodes, il ne faut pas oublier la méthode GRASSHOFF dans sa forme modifiée (C à partir de la ligne d'influence des tassements) que nous avons citée 2,3.2.

— Méthode FRÖHLICH.

FRÖHLICH (1935) essaie d'avoir la concordance des lignes de tassement et de déformation de la poutre en certains points au moins.

Pour calculer une poutre de fondation chargée symétriquement par plusieurs

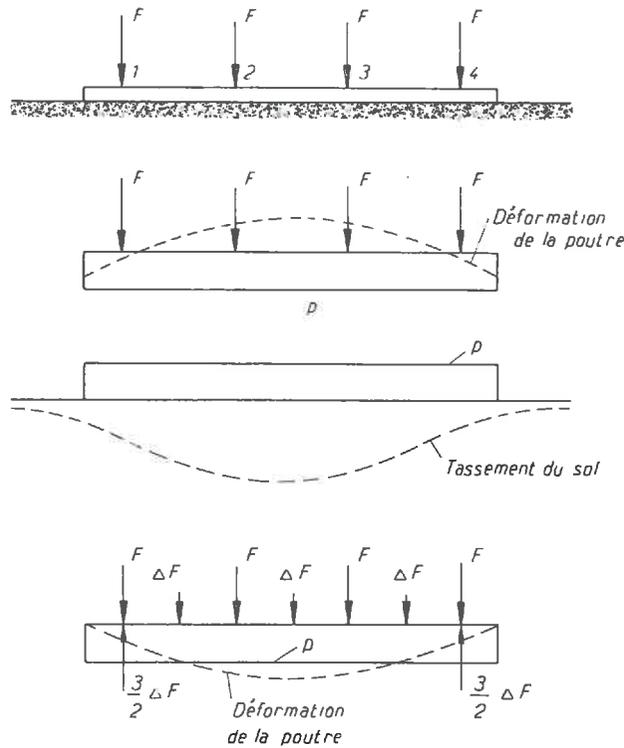


Fig. 32. — Méthode FRÖHLICH (1935).

forces ponctuelles  $F$ , FRÖHLICH admet une répartition uniforme des pressions en première approximation (voir *fig. 32*).

Puis il calcule la ligne élastique de la poutre et, pour les pressions données, le tassement du sol.

En général, on constate que ces deux lignes ne sont pas confondues. FRÖHLICH se promet de modifier la répartition des pressions telle qu'il y ait concordance entre les deux lignes en certains points au moins, par exemple aux points d'application des forces. Dans ce but — pour que l'élastique de la poutre s'accorde en ces points avec la ligne de

tassement trouvée ci-dessus avec la répartition uniforme — il faut appliquer des « forces supplémentaires »  $\Delta F$  à la poutre. Ces forces dont la somme est nulle, seront déterminées par la condition que la différence de flèche provoquée entre les points 1 et 2 et 3 et 4 de la poutre chargée par les forces  $F$ ,  $\Delta F$  et la charge uniforme soit égale au tassement différentiel entre les mêmes points.

La place des forces supplémentaires est arbitraire en principe, FRÖHLICH les place à mi-distance entre les forces  $F$ .

Après avoir déterminé ces forces supplémentaires, on les répartit d'après une loi donnée (voir ci-dessous) et on ajoute les pressions ainsi obtenues au diagramme des pressions uniformes. La répartition des pressions n'étant plus uniforme le tassement différentiel qui servait à déterminer les forces supplémentaires n'est plus le même. Il y a donc lieu de refaire le calcul du tassement et de l'élastique de la poutre avec la

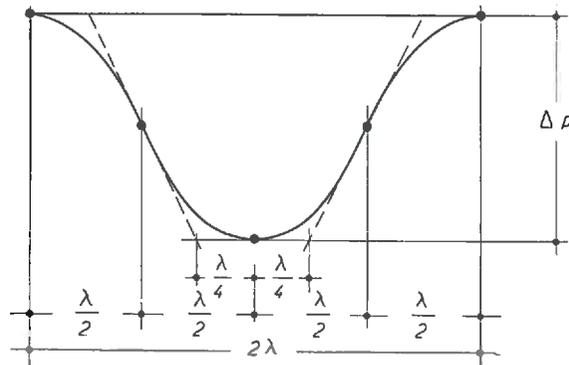


Fig. 33.

nouvelle répartition des pressions, de comparer les deux lignes et d'appliquer, si cela est indiqué, d'autres forces supplémentaires qui seront déterminées comme ci-dessus.

La méthode, bien qu'elle ne soit pas exacte, a l'avantage d'être simple et claire tout en respectant les lois de répartition des contraintes dans le sol,

FRÖHLICH calcule les tassements différentiels entre les deux points d'application des forces à l'aide de charges circulaires fictives en dessous de chaque point d'application. La surface de cette charge est donnée par le quotient entre la force ponctuelle et la pression uniforme. FRÖHLICH détermine donc le tassement d'un point de charge sans tenir compte de l'influence des autres points. Ceci est admis dans l'exemple donné, les charges étant suffisamment distantes pour négliger leur influence réciproque.

Pour répartir une force supplémentaire  $\Delta F$ , FRÖHLICH choisit une courbe composée de paraboles (voir *fig. 33*). La quantité  $2\lambda$  est donné par l'entre-distance entre deux forces  $F$ .

L'amplitude  $\Delta p$  de cette courbe devient alors :

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{\lambda B},$$

$B$  étant la largeur de la poutre.

On évite les approximations successives de la méthode FRÖHLICH en calculant les lignes d'influence du tassement pour chaque surface partielle de la surface chargée (SCHLEICHER, 1933).

Pour les sols homogènes la ligne d'influence du tassement est identique à la ligne de tassement (voir *fig. 34*).

Pour un sol non homogène, la ligne d'influence s'obtient à partir des lignes de tassement pour chaque surface partielle de la surface chargée (LOOS et BRETH, 1948).

HABEL (1937 et 1938) cherche une solution rigoureuse en demandant qu'à chaque point de la fondation, le tassement du sol et la déformation de la fondation soient identiques. Dans ce but, il transforme l'équation différentielle de la ligne élastique de la poutre en une équation à différences finies. Pour les tassements du sol, il se sert des lignes d'influence (SCHLEICHER, 1933).

OHDE (1942) essaie un autre chemin en utilisant l'équation des « trois moments » (CLAPEYRON) pour une poutre continue tout en calculant les tassements comme ses prédécesseurs.

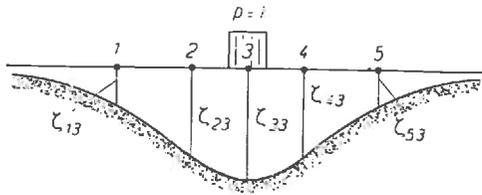


Fig. 34.

La méthode HABEL est simple, mais elle possède l'inconvénient qu'elle ne peut pas reproduire « l'effet des bords ». En effet, pour les fondations rigides, HABEL trouve une diminution des pressions aux bords alors que les méthodes précises en donnent

une « concentration ». En même temps, l'équilibre des forces verticales n'est plus respecté dans ce cas. HABEL fait lui-même remarquer ce phénomène et recommande d'appliquer sa méthode aux cas de fondations souples où « l'effet des bords » a peu d'importance.

La méthode OHDE, par contre, s'est montrée très efficace dans le calcul des poutres de fondations. Elle est, à notre connaissance, avec la méthode GRASSHOFF modifiée, la seule méthode « exacte », directe et générale pour le calcul des pressions en dessous d'une fondation. Nous disons « exacte » parce que le degré de précision dépend évidemment du nombre de subdivisions choisies, « directe » parce que la méthode n'est pas une méthode d'approximation successive. Nous nous proposons de donner un résumé de cette méthode.

#### — Méthode OHDE (1942).

Soit une poutre de longueur  $L$  et de largeur  $b$  (voir *fig. 35*). On divise la poutre en  $n$  parties égales  $ab$ , et on admet que sur un rectangle  $ab$  ainsi obtenu, la pression  $q$  due aux charges extérieures et la réaction  $p$  du sol sont uniformes. Les charges  $qab$  et  $pab$  peuvent être remplacées par des forces ponctuelles  $Q$  et  $P$ . Admettons, pour la démonstration, que le sol est un massif élastique, homogène et isotrope. Dans ce cas, pour obtenir les tassements, on trace la ligne de tassement due à une charge  $p = 1$  sur une surface rectangulaire  $ab$  et cette ligne est la ligne d'influence de  $ab$  pour le calcul du tassement total.

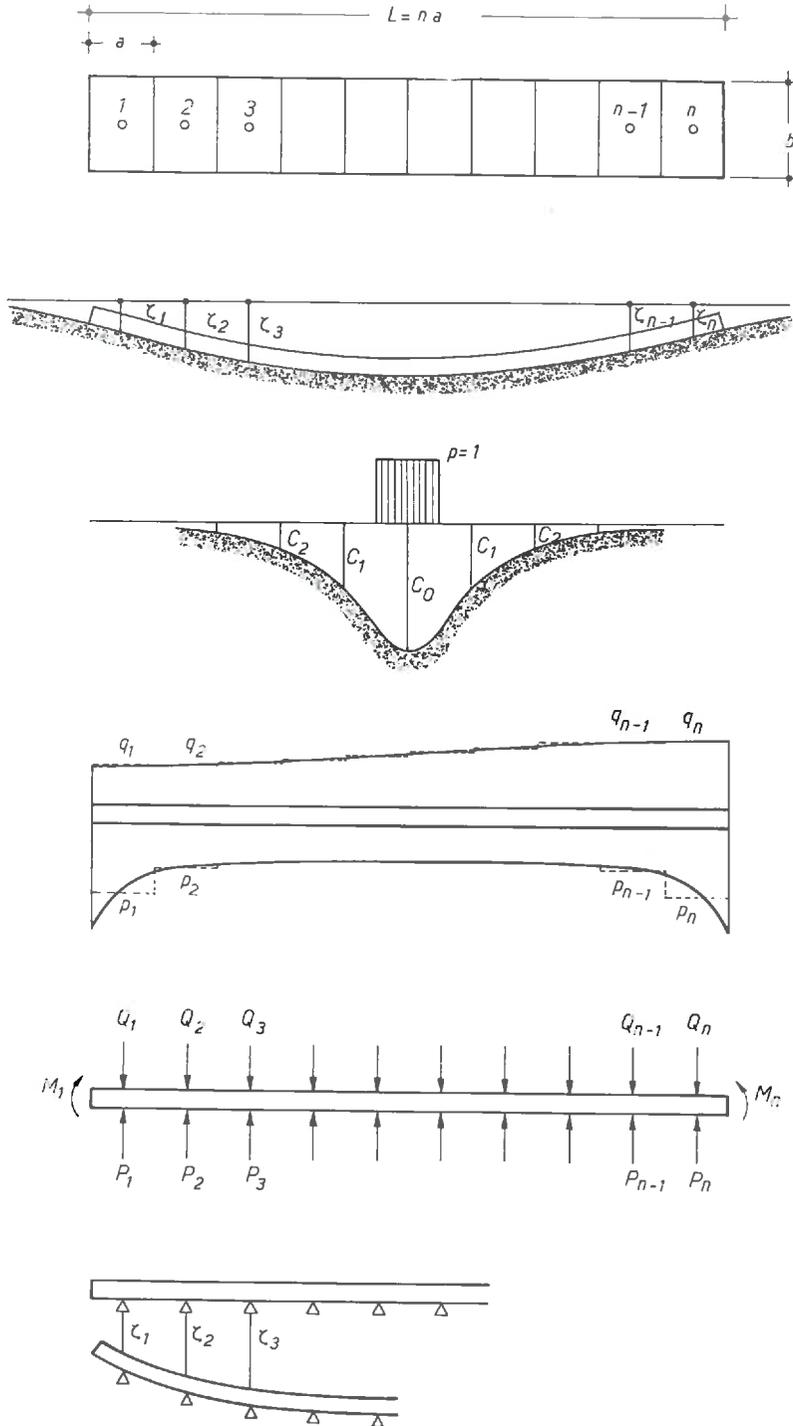


Fig. 35. — Méthode OHDE (1942).

Pour les tassements  $\zeta_1$  à  $\zeta_n$  dus aux charges  $p_1$  à  $p_n$  on obtient donc par superposition :

$$\zeta_1 = c_0 p_1 + c_1 p_2 + c_2 p_3 + \dots + c_{n-1} p_n,$$

$$\zeta_2 = c_1 p_1 + c_0 p_2 + c_1 p_3 + \dots + c_{n-2} p_n,$$

$$\zeta_n = c_{n-1} p_1 + c_{n-2} p_2 + c_{n-3} p_3 + \dots + c_0 p_n.$$

$c_0$  = tassement du rectangle  $ab$  chargé;

$c_1$  à  $c_n$  = tassement des rectangles  $ab$  voisins sous l'influence d'un rectangle chargé de  $p = 1,0$ ;

$\zeta_1$  à  $\zeta_n$  = tassement total des rectangles  $ab$ .

Étant donné que la déformation de la poutre doit être identique au tassement du massif pour chaque rectangle  $ab$ , les tassements  $\zeta_1$  à  $\zeta_n$  provoquent des dénivellations d'appui de la poutre et créent des moments fléchissants qu'on peut calculer avec l'équation des « trois moments » (CLAPEYRON) :

$$M_1 + 4 M_2 + M_3 = (-\zeta_1 + 2\zeta_2 - \zeta_3) \frac{6 EI}{a^2},$$

$$M_2 + 4 M_3 + M_4 = (-\zeta_2 + 2\zeta_3 - \zeta_4) \frac{6 EI}{a^2},$$

$$M_{n-2} + 4 M_{n-1} + M_n = (-\zeta_{n-2} + 2\zeta_{n-1} - \zeta_n) \frac{6 EI}{a^2}.$$

D'autre part, les moments peuvent être exprimés à partir des forces  $P$  et  $Q$  :

$$M_2 = M_1 + (P_1 - Q_1) a,$$

$$M_3 = M_1 + (P_1 - Q_1) 2a + (P_2 - Q_2) a.$$

Avec les équations ci-dessus, on écrit, après quelques transformations,  $n - 2$  équation pour les pressions inconnues  $p_1 - p_n$ . Si l'on prend les deux équations d'équilibre statique  $\Sigma F = 0$  et  $\Sigma M = 0$  on a  $n$  équations pour les  $n$  pressions inconnues  $p_1 - p_n$ .

OHDE calcule ses exemples d'application avec  $n = 10$ . Cela demande donc, dans le cas général, la solution d'un système d'équation de dix inconnues. La méthode peut être appliquée au cas de fondations à moment d'inertie variable (par exemple, une écluse).

D'autre part, la méthode peut être appliquée aux sols non homogènes en se servant des lignes d'influence du sol non homogène. Leur détermination est plus pénible que pour un milieu homogène, mais possible (voir plus haut).

#### 2.4.2 MÉTHODES PARTICULIÈRES.

Les méthodes de calcul de GRASSHOFF, OHDE, FRÖHLICH possèdent un domaine d'application générale.

Les méthodes que nous allons décrire maintenant s'appliquent à certains cas spéciaux en ce qui concerne les dimensions de la fondation ou sa sollicitation.

Nous décrivons d'abord une méthode de calcul développée par OHDE (1953) pour le calcul des radiers d'écluse, mais qui s'adapte aussi à toutes les fondations peu souples.

Dans la suite nous citons une idée de DE BEER et KRSMANOVITCH (1952) pour le calcul de poutres longues et souples chargées par des forces ponctuelles équidistantes et une méthode de calcul de DE BEER (1942) pour des poutres chargées centralement. Finalement, nous citons une formule de SCHULTZE (1953) donnant directement les moments fléchissants d'une poutre de fondation.

— Méthode d'OHDE pour le calcul de fondations peu souples.

L'idée de cette méthode est basée sur la connaissance que les pressions sous les fondations rigides sont généralement concentrées aux bords de la fondation. La ligne de répartition des pressions pour la fondation rigide représente donc une première approximation pour une fondation qui n'est pas tout à fait rigide. Elle donne la loi primaire de répartition (voir fig. 36).

Cependant, la fondation n'étant pas tout à fait rigide, il faut superposer à la loi primaire une loi de répartition secondaire (somme des pressions nulle) qui tient uniquement compte des conditions de déformabilité de la fondation (voir fig. 37).

Le choix des paramètres libres pour la loi secondaire dépend de la précision de calcul qu'on désire. OHDE demande que les

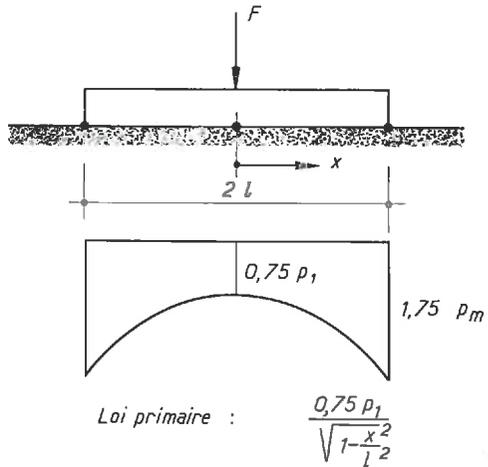
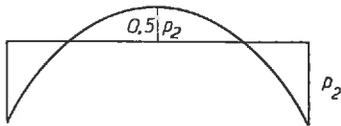


Fig. 36. — Méthode spéciale d'OHDE (1953).



Loi secondaire  $0,5 p_2 \left( 3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right)$

Fig. 37.  
Méthode spéciale d'OHDE (1953).

lignes de déformation et de tassement soient confondues au milieu et aux bords de la fondation, il suffit donc d'un paramètre libre,  $p_2$ .

Avec la somme des deux répartitions qui contient toutefois le paramètre libre  $p_2$  de la loi secondaire comme inconnu, on calcule le tassement différentiel  $\Delta w$  du sol entre le milieu et le bord de la poutre. En même temps, on détermine la flèche  $f$ .  $\Delta w$  et  $f$  devant être égaux, on obtient  $p_2$ .

Comme loi primaire, OHDE choisit :

$$\frac{0,75 p_1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}}} \quad \text{pour} \quad 0 < x < 0,9 l.$$

La loi secondaire est donnée par :

$$0,5 p_2 \left( 3 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right).$$

Remarque. — Les pressions aux bords d'une fondation rigide étant théoriquement infiniment grandes (milieu élastique), nous estimons qu'il faudrait se donner comme loi primaire une courbe, qui aurait comme valeurs maximales la charge critique du bord d'après FRÖHLICH.

— *Méthode de calcul des poutres de fondation très longues sollicitées par des forces ponctuelles, verticales et équidistantes d'après DE BEER et KRSMANOVITCH (1951-1952).*

*Exposé.* — La courbe de répartition d'une poutre dont la longueur  $L$  est grande par rapport à l'entre-distance  $L_1$  et à la hauteur  $H$  peut être obtenue à partir de deux lois de répartition différentes (voir *fig. 38*) :

La loi primaire donne l'allure générale de la courbe de répartition et est obtenue en admettant que les forces se répartissent uniformément sur la poutre.

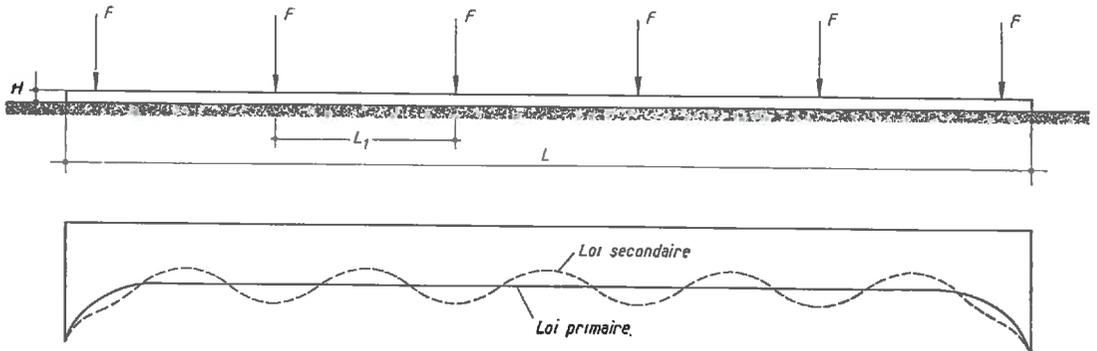


Fig. 38. — Méthode DE BEER-KRSMANOVITCH (1951, 1952).

La loi secondaire tient compte de l'influence particulière de chaque force de la poutre.

Deux cas limites se présentent :

— la poutre rigide par rapport au sol, où la loi primaire est prépondérante et la loi secondaire est nulle. Ce cas est sans intérêt pour la méthode donnée ci-dessous ;

— la poutre de très faible rigidité ( $I \approx 0$ ) où les oscillations de la loi secondaire deviennent prépondérantes et la loi primaire devient rectiligne avec une valeur moyenne de  $p_m = \frac{\Sigma F}{LB}$ ,  $B$  étant la largeur.

La loi primaire rectiligne n'est pas tout à fait assurée aux bords de la poutre où l'effet des bords » perturbe en quelque sorte l'uniformité des pressions.

Dans le cas d'une loi primaire rectiligne, on peut procéder de la façon suivante.

*Méthode.* — On calcule la répartition moyenne des pressions  $p_m$ , ce qui donne la loi primaire.

Après on se donne arbitrairement  $p_B > p_m$  et on détermine  $p_A$  en prenant comme loi secondaire une loi sinusoïdale. Étant donné que :

$$p_m = \frac{p_A + p_B}{2}, \quad p_A = 2 p_m - p_B.$$

Pour la répartition donnée, on calcule la déformation de la poutre, en particulier la flèche  $f$  en fonction du moment d'inertie de la poutre (voir *fig. 39*).

D'autre part, on calcule le tassement différentiel  $\Delta_w$  du sol par suite de la répar-

tition des pressions. En introduisant  $\Delta_w$  dans la formule de  $f$ , on en tire le moment d'inertie de la poutre.

Si le moment d'inertie est imposé, il faut répéter le calcul pour différentes  $p_B$

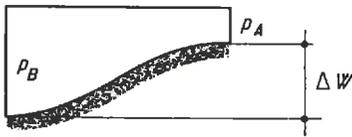
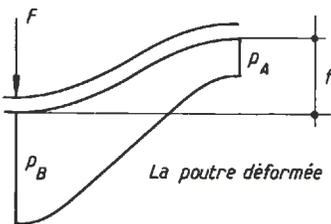
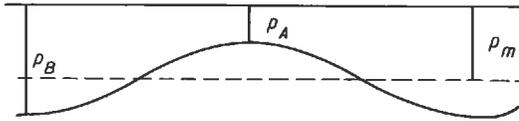
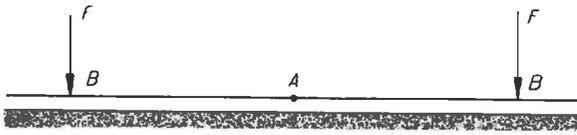


Fig. 39. — Méthode DE BEER-KRSMANOVITCH (1951, 1952).

et déterminer les moments d'inertie correspondants. On trace la courbe  $p_B = p_B(I)$ , ce qui permet d'interpoler la valeur de  $p_B$  correspondant au moment d'inertie donné (voir fig. 40).

Il faut noter que ce procédé est uniquement valable pour une loi primaire rectiligne connue. Pour les cas où la loi primaire n'est pas connue, on pourrait toutefois appliquer la méthode en évaluant la loi primaire d'après l'expérience.

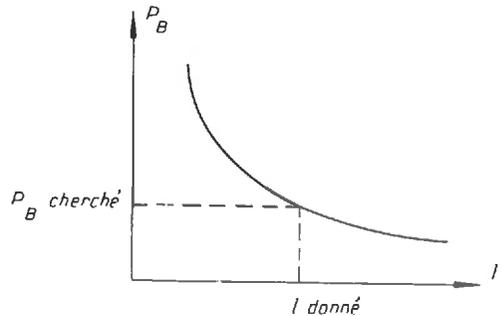


Fig. 40.

— Méthode de DE BEER pour le calcul des poutres chargées par une force ponctuelle, verticale en leur centre.

Méthodes générales. — Les méthodes générales développées par DE BEER (1948)

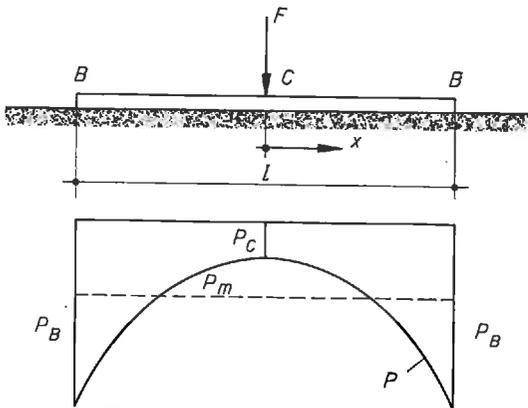


Fig. 41. — Méthode DE BEER (1948).

consistent à se donner une loi de répartition des pressions et d'obtenir, en corrigeant cette loi, un écart négligeable entre la courbe de tassement et la courbe de déflexion de la poutre en faisant confondre les deux courbes en un nombre de plus en plus grand de points. La loi de répartition étant imposée, le moment d'inertie de la poutre ne peut plus être choisi librement. En effet, on l'obtient après avoir effectué le calcul.

Prenons comme première approxi-

mation la parabole du deuxième degré. Elle est donnée par :

$$p = 3 (p_m - p_c) \left( \frac{x}{l} \right)^2 + p_c,$$

$p_m$  étant la pression moyenne (voir *fig. 41*).

En se donnant numériquement  $p_B$  ou  $p_C$ , la loi de répartition est déterminée et on peut calculer le tassement du sol, en particulier le tassement différentiel entre les points B et C : ( $w_C - w_B$ ).

Le calcul de la déformation de la poutre donne une flèche  $f$  entre B et C ;  $|w_C - w_B| = f$ , d'où le moment d'inertie inconnu.

Pour que les courbes des tassements et de déformation s'adaptent mieux, DE BEER prend comme loi de répartition une parabole du quatrième degré de la forme :

$$p = Ax^4 + Bx^2 + C.$$

Pour déterminer les trois constantes, on a :

$$x = 0, \quad p = p_C;$$

$$x = l/2 \quad p = p_B;$$

$$2 \int_0^{l/2} p \, dx = F.$$

Il faut se donner numériquement  $p_C$  et  $p_B$ . Le calcul se poursuit du reste comme pour la parabole du deuxième degré. L'égalité entre  $|w_C - w_B|$  et  $f$  fournit le moment d'inertie inconnu. Suivant les  $p_C$  et  $p_B$  choisis, les écarts entre les deux courbes de tassement et de déformation peuvent varier considérablement. Seulement plusieurs essais peuvent fournir un résultat satisfaisant. A la fin de l'opération on obtient le moment d'inertie correspondant.

DE BEER a ensuite corrigé la loi de la parabole du quatrième degré en y superposant une loi logarithmique. Il a trouvé que cette loi de répartition donnait « moyennant le choix judicieux de trois paramètres » un bon rapprochement de la solution exacte.

Les exemples d'application montrent que la loi de répartition d'une parabole du deuxième degré donne des écarts considérables entre la ligne de tassement et l'élastique de la poutre. Pour plus de précision, il faut donc se baser sur une parabole du quatrième degré, en y ajoutant éventuellement une loi logarithmique.

En pratique il est intéressant, dans la plupart des cas, de connaître uniquement le moment fléchissant maximal de la poutre qui sert de dimensionnement. Or, les calculs montrent que les moments fléchissants maximaux au milieu de la poutre donnent seulement des écarts de quelques pour cent pour la parabole du deuxième degré. En pratique, s'il s'agit d'un dimensionnement, on a donc le droit de se baser sur une loi de répartition d'une parabole du deuxième degré.

*Application pratique.* — Les résultats obtenus ci-dessus peuvent servir au dimensionnement d'une poutre chargée en son milieu.

Si la hauteur de la poutre n'est pas imposée, on se donne une répartition parabolique du deuxième degré et on détermine le moment d'inertie, d'où la hauteur de la poutre.

Si la hauteur est imposée on procède ainsi : on se donne plusieurs répartitions paraboliques, calcule le moment d'inertie et la hauteur qui y correspondent et détermine par interpolation la répartition parabolique correspondant au moment d'inertie imposé.

*Remarque.* — L'interpolation peut être évitée par la formule de SCHULTZE (voir ci-dessous).

— *Formule de SCHULTZE pour les moments fléchissants d'une poutre.*

La seule connaissance des moments fléchissants étant nécessaire au dimensionnement des poutres, SCHULTZE (1953) donne la formule d'approximation suivante pour le moment fléchissant dans une section d'une poutre caractérisée par :

$$\lambda = L^3 \frac{E_s B}{E I},$$

Le moment fléchissant s'écrit : 
$$M = \frac{p_m L^2}{A + C\lambda}.$$

L = longueur de la poutre;

E = module de YOUNG du matériau de la poutre;

E<sub>s</sub> = module de compressibilité du sol;

B = largeur de la poutre;

I =  $\frac{BH^3}{12}$  = moment d'inertie de la poutre, H étant la hauteur de la poutre;

p<sub>m</sub> = pression moyenne;

A, C = coefficient dont la détermination est expliquée ci-après.

Cette formule a été démontrée par CARILLO (1948) pour une bande infinie et a été généralisée par SCHULTZE d'après les calculs de DE BEER (1948).

- Connaissant A et C, elle permet de calculer approximativement le moment fléchissant d'une section d'une poutre dont la hauteur est imposée (λ) sans faire les interpolations nécessaires d'après DE BEER.

Les moments fléchissants d'une poutre de fondation, de hauteur quelconque, satisfaisant toujours approximativement à la formule ci-dessus, il est nécessaire de faire deux calculs préparatifs pour déterminer A et C.

On détermine le moment fléchissant de la section désirée en supposant que la poutre est rigide (λ = 0, forte concentration des pressions aux bords) ce qui donne A.

Puis on se donne une répartition arbitraire des pressions (par exemple, parabolique ou rectangulaire), calcule le tassement et détermine la hauteur de la poutre en demandant que la flèche de la poutre soit égale au tassement différentiel entre le milieu et le bord (voir aussi DE BEER). La hauteur connue, on trouve λ.

D'autre part, on détermine le moment fléchissant de la section désirée sous la répartition arbitraire proposée. On a tout pour trouver C dans la formule  $M = \frac{p_m L^2}{A + C \cdot \lambda}$ .

### 2.4.3 RÉSUMÉ DES MÉTHODES DE CALCUL POUR DES PLAQUES DE FONDATION.

Toutes les méthodes exposées jusqu'à présent dans ce chapitre s'appliquent à des poutres de fondation, c'est-à-dire à des fondations dont la largeur est petite par rapport à la longueur. Pour les plaques dont la largeur est du même ordre de grandeur que la longueur, il y a relativement peu de méthodes pratiques, et celles qui existent s'appliquent aux cas particuliers.

S'il est déjà difficile de réussir que la ligne de tassement du sol et l'élastique de la poutre soient confondues dans tous les points de la poutre, on peut imaginer les difficultés encore incomparablement plus grandes pour faire concorder la surface fléchie de la plaque avec la dépression du sol.

Parmi les méthodes de calcul pour les poutres la méthode générale de OHDE peut être adoptée théoriquement au calcul de toute sorte de radiers, bien que le nombre de calculs à faire devienne considérable.

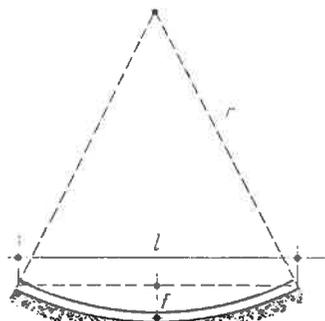


Fig. 42.

Pour les plaques rigides, SCHLEICHER (1933) a indiqué une méthode d'approximation successive pour trouver la répartition des pressions.

DE BEER (1956) cite la « méthode des carrés », méthode directe applicable, elle aussi, aux fondations rigides.

Dans son livre récemment paru, KANY (1959) recommande une méthode approchée pour des plaques relativement rigides.

Comme plaque rigide on doit considérer tous les massifs de fondation comme, par exemple, les piliers de pont et toutes les plaques dont le rayon de courbure  $r$  de la ligne élastique ne dépasse pas 500 m (SCHULTZE, 1953) :

$$r = \frac{EI}{M_{\max}} = \frac{l^2}{8f} > 500 \text{ m,}$$

$f$  étant la flèche sur une longueur  $l$  de la plaque.

NOTA. — La relation  $\bar{\nu} = \frac{l^2}{8f}$  suit immédiatement de la figure 42  $(r - f)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = r^2$ . Ceci donne  $r = \frac{l}{2} + \frac{l^2}{8f}$ ; en négligeant  $\frac{l}{2}$  vis-à-vis  $\frac{l^2}{8f}$ , on a la relation indiquée en haut.

Pour les plaques souples indéfinies chargées par des forces ponctuelles, il faut citer la solution de BURMISTER (1943) et de WOYNOWSKY-KRIEGER (1949).

Dans le cas particulier d'une plaque souple circulaire chargée symétriquement par rapport au centre, GRASSHOFF (1953) a développé une méthode de calcul.

— *Idee de OHDE pour le calcul des plaques.*

Si l'on suppose qu'une plaque est un treillis de poutres superposées perpendiculairement, on peut écrire les équations de CLAPEYRON pour chaque poutre du treillis. La répartition des charges extérieures est effectuée en demandant que deux poutres perpendiculaires ont la même flèche au point de croisement.

Cependant, la substitution à la plaque d'un treillis néglige l'effet des moments de torsion dans la plaque. On sait, dans la théorie des plaques, qu'on obtient pour un treillis carré de poutres la double flèche et des moments fléchissants maximaux 1,5 fois plus grands que pour une plaque carrée de mêmes dimensions. Pour tenir compte des moments de torsion, OHDE imagine un « treillis soudé » au point de croisement, ce qui fait que l'angle de torsion d'une poutre est égal à l'angle de flexion de la poutre perpendiculaire à la première. Le fait de prendre en considération les moments de torsion complique sensiblement le calcul. En plus d'après DIMITROV (1954) il n'est pas admis de tenir compte de l'effet favorable des moments de torsion dans les plaques de fondation sans armatures spéciales étant donné que les fissures du béton tendu ne permettent pas que les moments de torsion deviennent efficaces.

On pourra donc, en général, se contenter d'un calcul de treillis normal au lieu d'un « treillis soudé ».

— *Méthode de SCHLEICHER pour les fondations rigides.*

Pour une fondation rigide (par exemple, un pilier d'un pont) qui repose sur un massif élastique, homogène et isotrope, on peut écrire l'équation intégrale (voir fig. 43) :

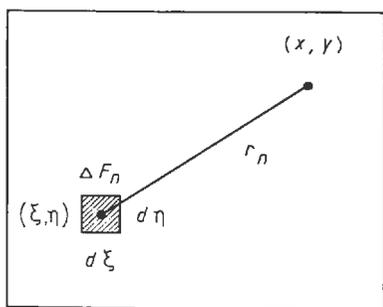


Fig. 43.

$$w_{(x,y)} = C^{te} = \frac{1}{\pi C} \int_{\text{surface}} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = w_0,$$

$$C = \frac{E}{1 - \mu^2},$$

qu'on peut remplacer approximativement par la somme finie :

$$w_{(x,y)} = C^{te} = \frac{1}{\pi C} \sum \frac{p_n \Delta F_n}{r_n(x,y)} = w_0.$$

La formule permet de trouver la répartition des pressions sous la fondation. En effet, en subdivisant la surface en  $n$  éléments  $\Delta F_n$  et en adoptant  $p_n = C^{te}$  en première approximation sur toute la surface, on trouve le tassement  $w$  en chaque point de la fondation.

En modifiant la répartition  $p$ , on remplit de mieux en mieux la condition  $w(x,y) = C^{te} = w_0$ .

— *Méthode des carrés de DE BEER pour les fondations rigides.*

Cette méthode s'inspire des méthodes de GRASSHOFF et s'appuie sur la connaissance des surfaces d'influence du tassement et sur le fait que, la plaque étant rigide, chaque point dans la surface de fondation tassée peut être exprimé, à l'aide de deux paramètres : le tassement d'un point de référence situé dans la surface de la fondation et l'angle de déversement par rapport à ce point si les forces extérieures tendent à déverser la fondation.

Supposons, pour la démonstration, que les forces extérieures passent par l'axe 1-1. Divisons la surface en  $n$  petites surfaces à peu près carrées (voir fig. 44).

Le tassement  $w_m$  d'un petit carré est donné en superposant les influences de  $n$  pressions inconnues  $p_1 \dots p_n$  sur tous les carrés à l'aide des surfaces d'influence :

$$w_m = p_1 i_{m1} + p_2 i_{m2} + \dots + p_m i_{mm} + \dots + p_n i_{mn}.$$

Les quantités  $i_{mn}$  sont les nombres d'influence calculés à l'aide de la surface d'influence. Le premier indice indique le point où l'on étudie le tassement, le deuxième indice indique le point où se trouve la force qui provoque le tassement.

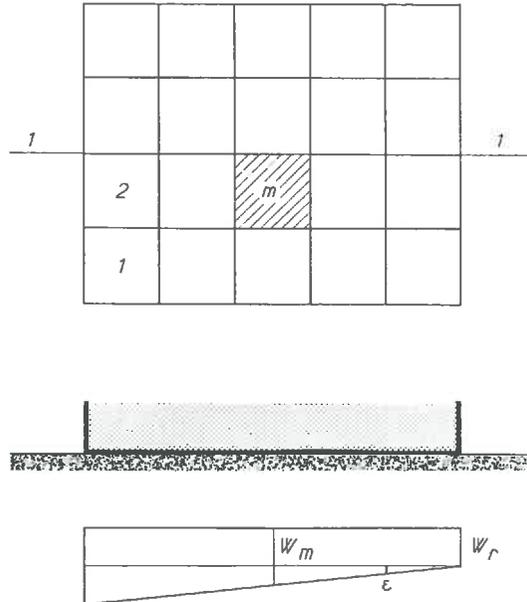


Fig. 44. — Méthode des carrés DE BEER (1956).

D'autre part, le tassement  $w_m$  peut être écrit de la façon suivante :

$$w_m = w_r + \left( \lambda - 1 + \frac{1}{2} \right) \varepsilon.$$

$\lambda$  = nombre de subdivisions (sans dimension) dans l'axe 1-1;

$\varepsilon$  = déversement comme indiqué à la figure 44.

On trouve donc :

$$w_r + \left( \lambda - 1 + \frac{1}{2} \right) \varepsilon = p_1 i_{m1} + p_2 i_{m2} + \dots + p_m i_{mm} + \dots + p_n i_{mn},$$

Ceci donne  $n$  équations pour les  $n + 2$  inconnues. Si on prend les deux conditions d'équilibre statique on a toutes les  $n + 2$  équations pour résoudre le problème.

— Méthode de GRASSHOFF pour le calcul d'une plaque circulaire chargée symétriquement par rapport au centre.

L'idée de la méthode est la même que celle pour la poutre de fondation (voir 2,3.2).

La plaque circulaire, de hauteur constante  $h$ , est symétriquement chargée par les charges extérieures  $q$  et les pressions  $p$  dues au sol. La *figure 45* présente une coupe radiale.

On peut remplacer la ligne continue des pressions par un polygone. Comme l'expérience montre que les variations des pressions sont plus grandes aux bords qu'au milieu, on se donne plus de subdivisions aux bords qu'au milieu, ce qui augmente la précision des calculs. A la place du diagramme des pressions on obtient six charges triangulaires concentriques et une charge uniforme circulaire. Elles sont caractérisées par les ordonnées  $p_1 \dots p_4$ .

Supposons que le pourtour de la plaque, après chargement par  $q$ , se trouve à sa place  $y_1$  définitive. La plaque peut être considérée alors comme une plaque élastique reposant sur un pourtour fixe et sollicitée par les charges symétriques extérieures  $q$  et les pressions symétriques  $p$  dues au sol.

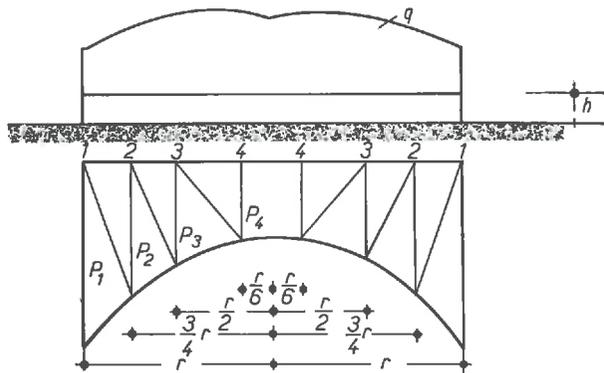


Fig. 45. — Méthode spéciale de GRASSHOFF (1953).

Pour calculer les quatre pressions inconnues  $p_1 \dots p_4$ , on a une condition d'équilibre statique ( $\Sigma V = 0$ ) et trois conditions de déformation relatives aux points 2, 3, 4.

La déformation d'un de ces points est donnée par trois termes :

- déplacement du pourtour (constant pour tous les points)  $y_1$ ;
- déformation par suite de la charge extérieure  $y_a$ ;
- déformation due à la pression du sol  $y_b$ .

Le déplacement au pourtour  $y_1$  peut être exprimé par le quotient entre la pression  $p_1$  et le coefficient de raideur correspondant  $C_1$ .  $C_1$  dépend des pressions  $p_1 \dots p_4$  et des facteurs d'influence  $\zeta_{1k}$ .

La déformation  $y_a$ , par suite de la charge extérieure peut être calculée à l'aide des manuels de résistance des matériaux, par exemple, BEYER (1948) et WORCH (1952).

La déformation  $y_b$  due à la pression du sol a été calculée par l'auteur pour la subdivision indiquée.

Composant le tassement des points 2, 3, 4 de la même façon décrite, on trouve les trois équations de déformation en  $p$ . Avec l'équation de l'équilibre statique, on a quatre équations pour les quatre pressions  $p_1 \dots p_4$  inconnues.

Statique :

$$(1) \quad 0,229 p_1 + 0,375 p_2 + 0,275 p_3 + 0,120 p_4 = \frac{\Sigma F_v}{\pi r^2}.$$

Résistance des matériaux plus mécanique des sols :

$$(2) \quad \left(\frac{1}{N} 0,109 - \zeta_{11} + \zeta_{21}\right) p_1 + \left(\frac{1}{N} 0,507 - \zeta_{12} + \zeta_{22}\right) p_2 \\ + \left(\frac{1}{N} 0,692 - \zeta_{13} + \zeta_{23}\right) p_3 + \left(\frac{1}{N} 0,383 - \zeta_{14} + \zeta_{24}\right) p_4 = y_{a2};$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{N} 0,188 - \xi_{11} + \zeta_{31}\right) p_1 + \left(\frac{1}{N} 0,902 - \zeta_{12} + \zeta_{32}\right) p_2 \\ + \left(\frac{1}{N} 1,302 - \zeta_{13} + \zeta_{33}\right) p_3 + \left(\frac{1}{N} 0,742 - \zeta_{14} + \zeta_{34}\right) p_4 = y_{a3};$$

$$(4) \quad \left(\frac{1}{N} 0,245 - \zeta_{11} + \zeta_{41}\right) p_1 + \left(\frac{1}{N} 1,178 - \zeta_{12} + \zeta_{42}\right) p_2 \\ + \left(\frac{1}{N} 1,787 - \zeta_{13} + \zeta_{43}\right) p_3 + \left(\frac{1}{N} 1,068 - \zeta_{14} + \zeta_{44}\right) p_4 = y_{a4}.$$

$\Sigma F_v$  = somme des forces verticales;

$r$  = rayon de la plaque;

$$N = \frac{64 D}{r^4} \quad \text{avec} \quad D = \frac{E_p h^3}{12 (1 - \mu^2)},$$

où :

$E_p$  = module de YOUNG du matériau de la plaque;

$h$  = épaisseur de la plaque;

$\mu$  = nombre de POISSON.

$y_{a2}, y_{a3}, y_{a4}$  = flèche aux points 2, 3, 4 de la plaque circulaire appuyée au pourtour et chargée par  $\Sigma F_v$ ;

$\zeta_{ik}$  = tassement de la circonférence  $i$  provoqué par une charge à la circonférence  $k$  (voir fig. 46).

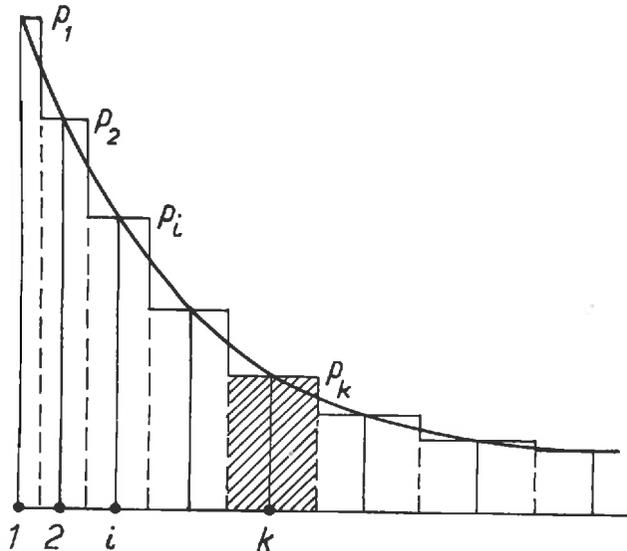


Fig. 46.

Il faut noter que les équations (2), (3) et (4) sont dérivées pour le nombre de Poisson du béton, donc  $\mu \approx 0,17$ . Elles sont donc uniquement valables pour des plaques en béton.

### 3 RAPPEL DES RÉSULTATS RELATIFS A LA RÉPARTITION DES PRESSIONS

#### 3,1 Solutions théoriques particulières pour des fondations qui reposent sur un massif semi-infini, élastique, homogène et isotrope.

Pour une plaque circulaire rigide chargée par une force ponctuelle en son milieu, BOUSSINESQ (1885) a indiqué la courbe de répartition des pressions  $p$ .

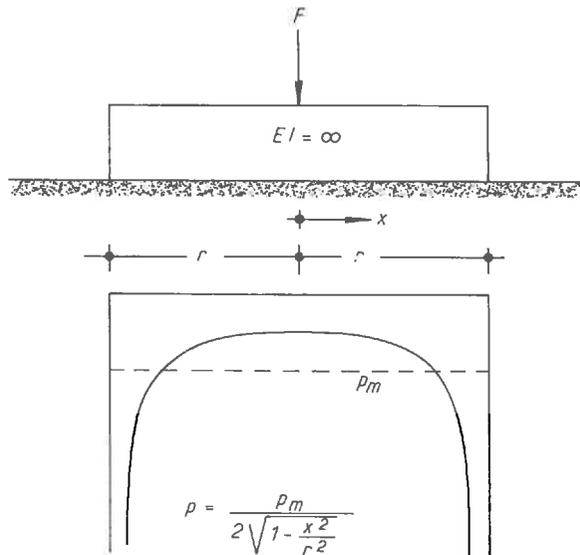


Fig. 47. — BOUSSINESQ (1885).

Les pressions sont infiniment grandes aux bords et égales à la moitié de la pression moyenne  $p_m$  au milieu de la plaque (loi de BOUSSINESQ). La répartition des pressions ne dépend pas du module d'élasticité (voir fig. 47).

La solution du problème pour une plaque circulaire élastique chargée par une charge uniformément répartie a été donnée par BOROWICKA (1936).

Les courbes de répartition dépendent d'un coefficient :

$$\alpha = \frac{1}{6} \frac{1 - \mu_s^2}{1 - \mu_p^2} \frac{E_p}{E_s} \left(\frac{h}{r}\right)^3.$$

- $\mu_s$  = nombre de POISSON du massif;
- $\mu_p$  = nombre de POISSON du matériau de la plaque;
- $E_s$  = module d'élasticité du massif;
- $E_p$  = module d'élasticité du matériau de la plaque;
- $h, r$  = hauteur et rayon de la plaque.

Pour  $\alpha = 0$  (pas de fondation) on trouve  $q = p$ .

Pour  $\alpha = \infty$  on retrouve la solution de BOUSSINESQ.

Excepté le cas  $\kappa = 0$ , les pressions deviennent toujours infiniment grandes aux bords (voir *fig. 48*).

La bande infinie de largeur  $2b$  chargée uniformément a été résolue aussi par BOROWICKA (1938).

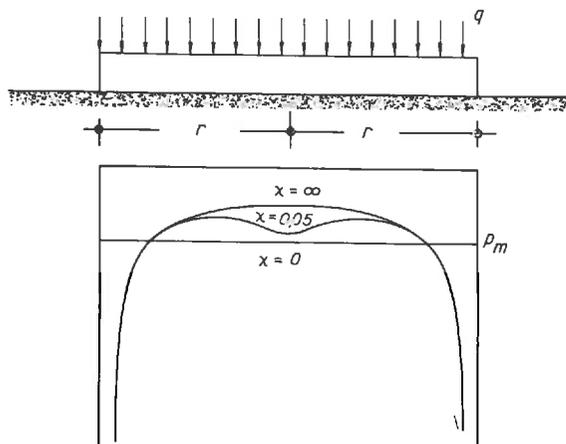


Fig. 48. — BOROWICKA (1936).

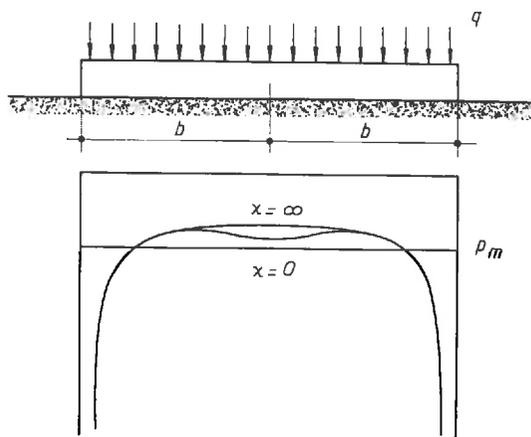


Fig. 49. — BOROWICKA (1938).

Les courbes de répartition des pressions dépendent du même coefficient  $\kappa$  donné plus haut et présentent la même allure que celles de la plaque circulaire. Il faut noter toutefois que, pour  $\kappa = \infty$  (plaque rigide), la pression au milieu ne devient pas  $0,5 p_m$ , mais de l'ordre de  $0,65 p_m$  (voir *fig. 49*).

Pour une plaque rectangulaire rigide, chargée uniformément, BACHELIER (1952) a donné une formule approchée pour la pression en chaque point de la plaque. Les pressions aux arêtes de la plaque sont infiniment grandes.

Dans le cas de charges excentriques, citons la solution de FRÖHLICH (1943) pour une plaque circulaire rigide sollicitée par une charge excentrique (voir *fig. 50*).

Pour une bande rigide de longueur infinie et de largeur  $2b$ , chargée par une

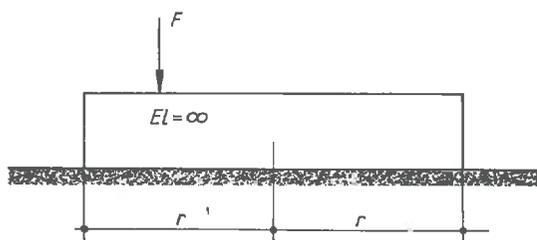


Fig. 50. — FRÖHLICH (1943).

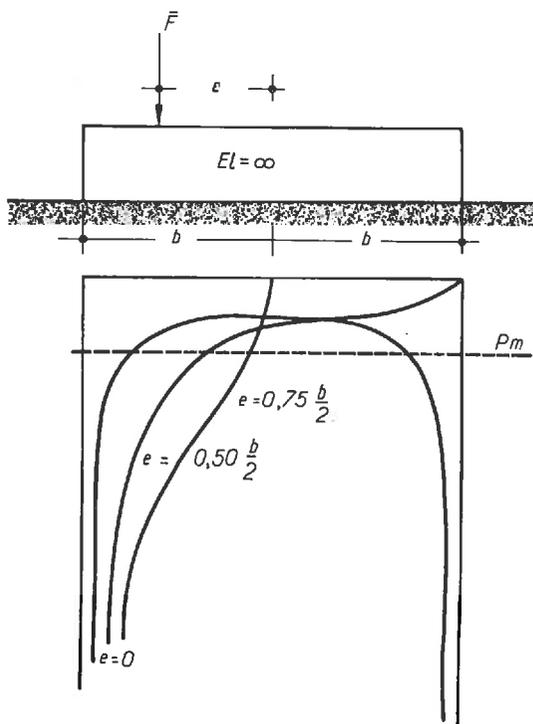


Fig. 51. — BOROWICKA (1943).

force excentrique, BOROWICKA (1943) donne la solution du problème (voir *fig. 51*).

Dans tous les cas cités, on suppose que la surface de contact entre la fondation et le massif est lisse, donc qu'il n'y a pas de contraintes de cisaillement.

### 3,2 Considérations sur les sols réels.

Nous donnons dans ce résumé les résultats obtenus par différents chercheurs en ce qui concerne les lois qui régissent l'allure générale de la courbe de répartition des pressions. Distinguons le cas des fondations rigides et celui des fondations souples.

#### 3,2.1 FONDATIONS RIGIDES. INFLUENCE DE ZONES PLASTIQUES.

Si le sol est élastique, homogène et isotrope, nous trouvons une répartition des pressions comme nous l'avons indiqué plus haut pour quelques cas particuliers.

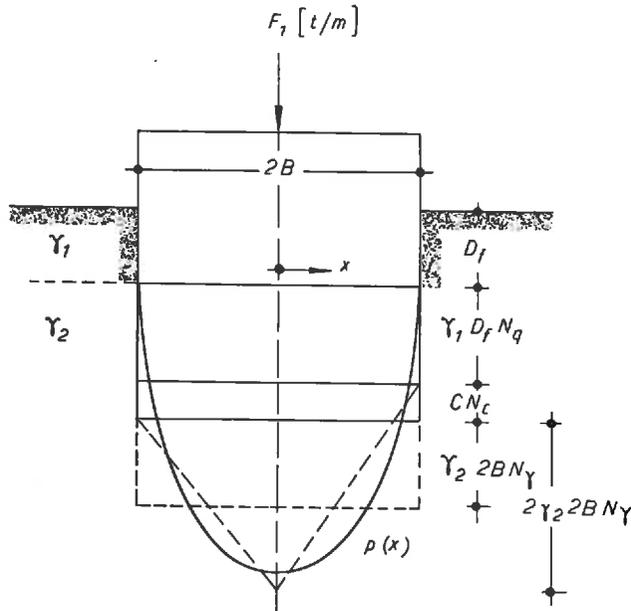


Fig. 52. — Répartition des pressions d'après SCHULTZE (1958).

Prenons la bande de la largeur  $2B$ . La courbe des pressions est caractérisée dans ce cas par les pressions infiniment grandes aux bords et par des pressions finies entre les bords.

Si le sol est complètement plastique, ce qu'on admet pour un sol qui est chargé jusqu'à la force portante, le diagramme des pressions peut être composé, d'après SCHULTZE (1958), par des rectangles et des triangles, ce qui donne une courbe parabolique des pressions avec des valeurs finies partout.

Cette fois la courbe a sa valeur maximum au milieu de la fondation (voir *fig. 52*).

On s'approche probablement de la réalité en combinant ces deux cas limites (état élasto-plastique en dessous de la fondation.)

La courbe de répartition de pression peut être obtenue en admettant qu'au

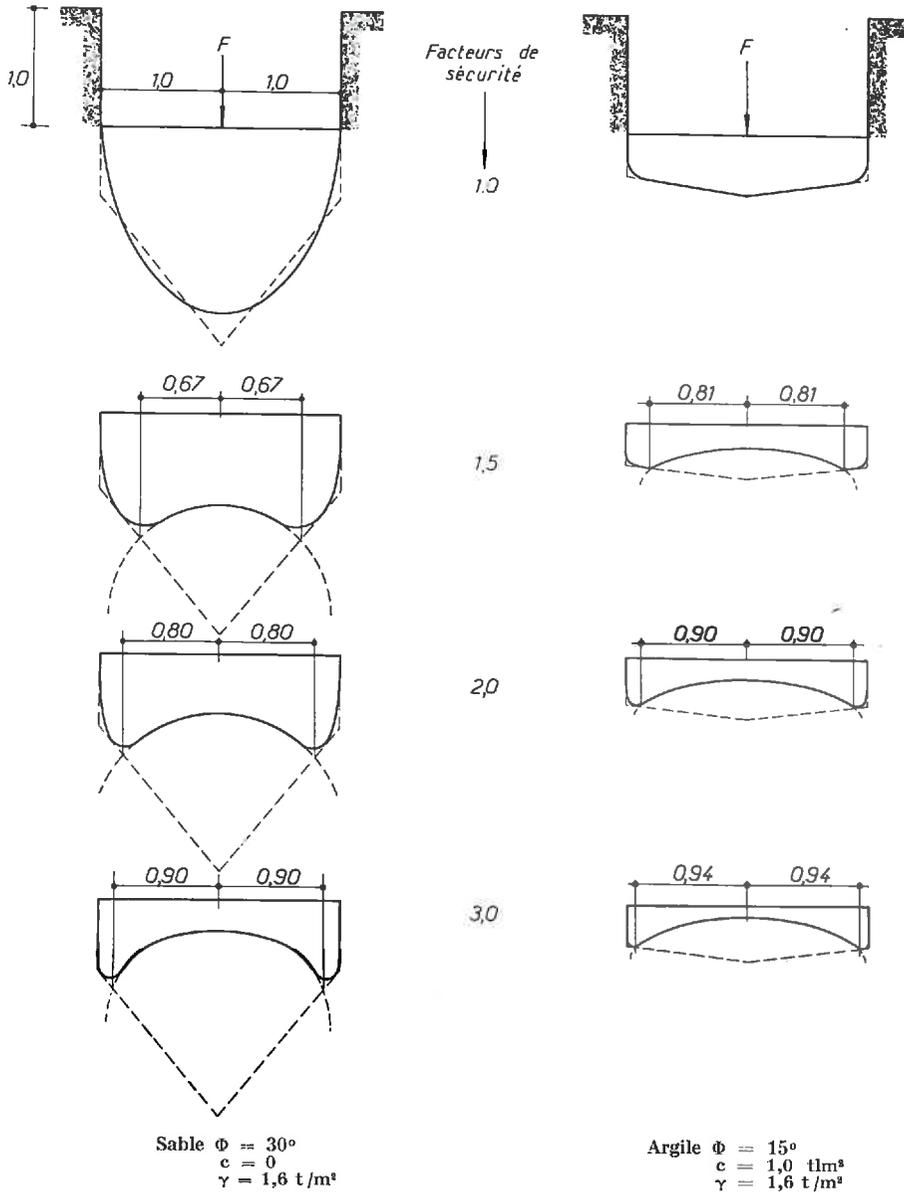


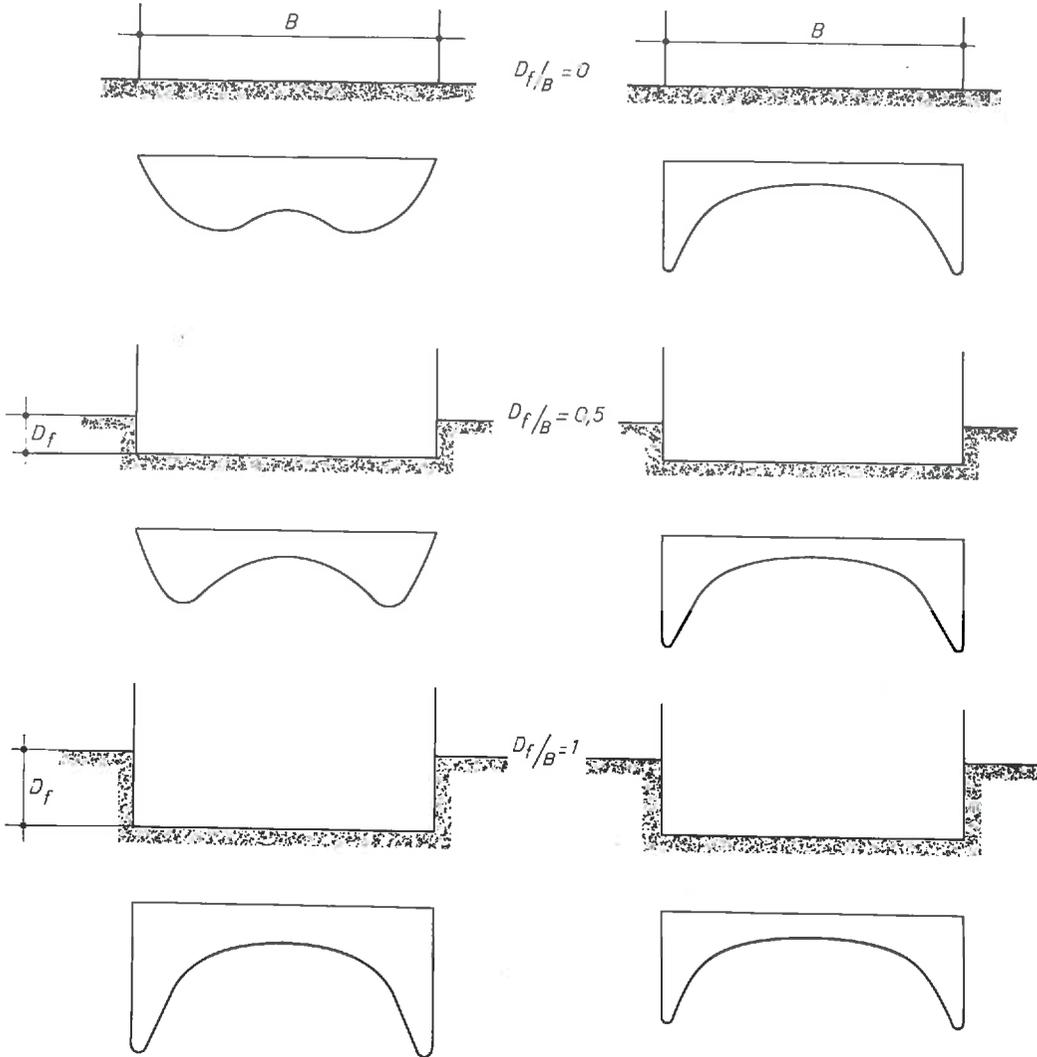
Fig. 53. — Répartition des pressions sous une bande rigide, d'après SCHULTZE (1958).

milieu de la fondation la « loi de BOUSSINESQ » est valable alors qu'aux bords les valeurs des pressions de la solution de plasticité ne doivent pas être dépassées.

Sous ce point de vue, SCHULTZE (1958) a étudié la répartition des pressions en dessous d'une bande rigide pour une argile et un sable de caractéristiques données. La répartition des pressions est différente suivant le degré de sécurité admis (voir fig. 53).

La répartition des pressions en dessous des fondations rigides dépend donc :

- de la quantité de la charge;
- du sol;
- de la profondeur de fondation;
- de l'angle de frottement.



Sol non cohérent  
 $\Phi = 30^\circ$   $c = 0$

Facteur de sécurité.  
 à la rupture : 2.

Sol cohérent  
 $\Phi = 0$   $c = 10 \text{ t/m}^2$

Fig. 54. — Répartition des pressions sous une bande rigide, d'après SCHULTZE (1958).

La quantité de la charge fait que pour les sables l'allure de la courbe des pressions change complètement suivant que le facteur de sécurité est  $F = 1$  ou  $F = 3$ . Pour un facteur  $F$  de l'ordre de 2 ou 3, ce qui devrait être le cas général, on a donc, avec une profondeur de fondation donnée, la même courbe des pressions pour les sables et les argiles : concentration des pressions aux bords.

Les caractéristiques du sol ne jouent pas un très grand rôle surtout à partir d'une certaine profondeur et pour des facteurs de sécurité conventionnels.

La profondeur de fondation influe surtout sur la répartition des pressions pour les sables. En effet, pour une profondeur nulle, la pression est nulle aux bords.

L'angle de frottement fait diminuer les pressions vers le bord de la fondation. Par contre, la répartition des pressions ne dépend pas du module d'élasticité. L'influence de la profondeur de fondation devient très nette sur la *figure 54* que nous tirons de la même publication (SCHULTZE, 1958).

### 3,2.2 FONDATIONS SOUPLES.

Les lois de répartition de pressions pour les fondations souples sont régies, d'après SCHULTZE (1958), par le facteur :

$$K = \frac{E}{12 E_s} \left(\frac{h}{l}\right)^3.$$

$l$  = longueur de la fondation;

$h$  = hauteur de la fondation;

$E$  = module d'élasticité du matériau de la fondation;

$E_s$  = module de compressibilité du sol.

$K = 0$  : la plaque est rigoureusement souple ou le sol est rigide.

$K = \infty$  : la plaque est rigide ou le sol — bien qu'élastique — est très mou.

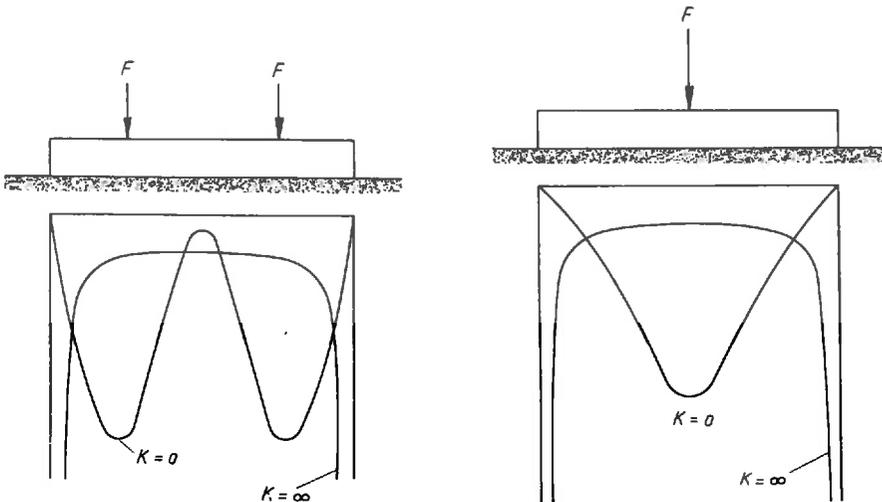


Fig. 55. — Répartition des pressions, d'après SCHULTZE (1953).

Pour des  $K$  petits, la répartition des pressions dépend fortement du mode de sollicitation, pour les  $K$  grands le mode de sollicitation n'a pas beaucoup d'influence sur la répartition des pressions.

Pour un mode de sollicitation donné, la répartition des pressions est située entre celle pour  $K = 0$  et celle pour  $K = \infty$ .

La différence entre les deux répartition limites de pressions peut être grande ou insignifiante suivant les cas (voir *fig. 55*).

SCHULTZE étudie l'influence de  $K$  sur les moments fléchissants d'une fondation et trouve les résultats suivants :

- charge uniformément répartie :
  - variations moyennes des moments fléchissants;
- charge ponctuelle au milieu de la fondation :
  - variations très grandes des moments fléchissants;
- charge à chaque extrémité de la fondation :
  - variations faibles des moments fléchissants.

### 3,2.3 INFLUENCE DE LA RÉPARTITION TRANSVERSALE DES PRESSIONS D'UNE FONDATION SUR LA RÉPARTITION LONGITUDINALE DES PRESSIONS.

Dans le calcul des poutres de fondation, on admet, en général, que la répartition des pressions dans le sens de la largeur de la poutre est uniforme.

On peut se demander, si la répartition est uniforme ou non et si dans le dernier cas on obtient une autre répartition longitudinale des pressions que sous l'hypothèse de pressions transversales uniformes.

DE BEER (1952) a étudié ce problème pour deux sols différents : un sol avec un module d'élasticité constant et un sol dont le module est variable avec la profondeur.

DE BEER trouve que pour un sol avec un module d'élasticité constant la répartition longitudinale trouvée sous l'hypothèse d'une répartition transversale uniforme est à peu près la même que celle obtenue avec la vraie répartition transversale qui n'est pas uniforme du tout.

Par contre, dans les sols caractérisés par un module variant avec la profondeur, la répartition longitudinale obtenue avec une répartition transversale uniforme des pressions s'écarte d'autant plus de celle obtenue avec la vraie répartition transversale que le rapport entre la largeur  $b$  et la longueur  $l$  de la poutre tend vers 1.

### 3,3 Expériences relatives à la répartition des pressions en dessous des fondations.

Les expériences qui servent à vérifier les pressions en dessous d'une fondation peuvent être ou des expériences sur modèle réduit ou des mesures en dessous de bâtiments réels.

#### 3,3.1 EXPÉRIENCES SUR MODÈLE RÉDUIT.

— *Fondations rigides.*

KANY (1959) donne le résumé suivant (voir *fig. 56*) pour les fondations rigides en s'appuyant sur les essais de KÖGLER (1926) et PRESS (1949).

La courbe 1 représente la répartition des pressions sous un piston de petite surface chargé très fortement. Les pressions sont très fortes au milieu du piston et nulles aux bords.

Pour les sables on trouvait la répartition suivant courbe 2, courbe parabolique avec le maximum de pression au milieu et les pressions nulles aux bords.

Les argiles qui ne sont pas trop fortement chargées donnent la courbe 3, donc une concentration des pressions aux bords.

Afin de mieux comparer les résultats, la courbe 4 donne la répartition trouvée par BOUSSINESQ pour une plaque circulaire sur un massif élastique, homogène et isotrope.

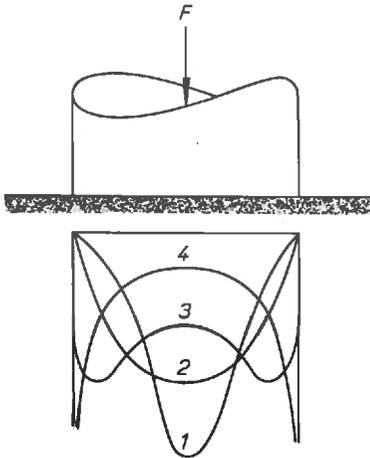


Fig. 56. — Répartition des pressions sous une fondation rigide d'après KANY (1959).

Le résultat de la courbe 1 est surprenant, tout au moins quand il s'agit d'une argile, car on devrait s'attendre au moins à des faibles pressions aux bords du piston.

On comprend la courbe 2 pour les sables, car les essais représentant cette courbe ont été effectués à la surface d'un sable (KÖGLER, 1926). Or, les considérations théoriques expliquent parfaitement que les pressions aux bords d'un piston reposant à la surface d'un sable sont nulles à cause du manque de cohésion et de la profondeur de fondation.

La courbe 3 en bon accord avec ce que nous avons dit plus haut (3,2,1).

Ajoutons encore un schéma donné par TERZAGHI (1955) qui est une confirmation, en quelque sorte, de ce que nous avons dit jusqu'à présent (voir fig. 57 et 58).

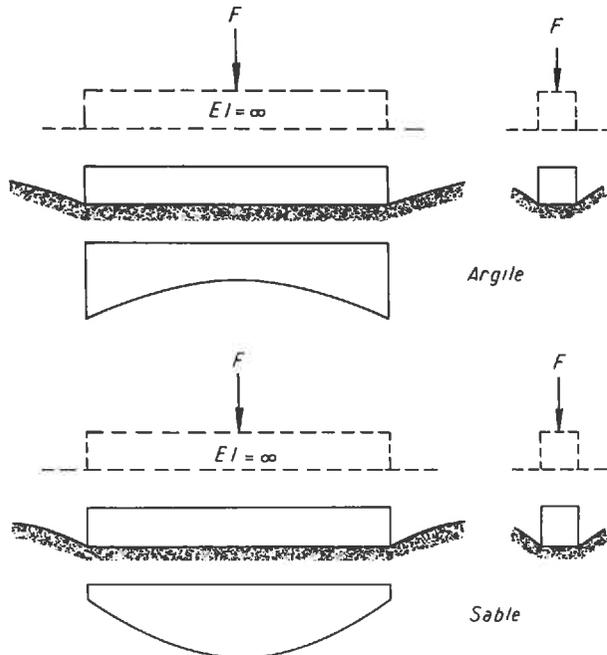


Fig. 57. — Répartition des pressions sous une poutre de fondation rigide d'après TERZAGHI (1955).

— Fondations souples.

La répartition des pressions en dessous des fondations souples dépend de l'état de sollicitation et du « degré de raideur » de la fondation vis-à-vis du sol.

En effet, d'après KANY (1959), on trouve la courbe 1 (voir *fig. 59*) pour une poutre très souple chargée en son milieu, donc une forte concentration des pressions autour du point d'application de la force.

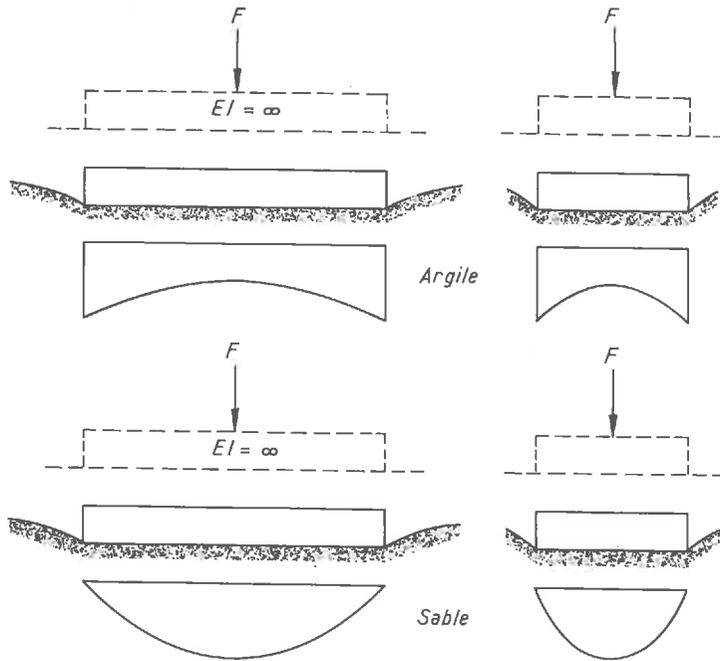


Fig. 58. — Répartition des pressions sous une plaque de fondation rigide d'après TERZAGHI (1955).

La courbe 2 est moins compréhensible, surtout en ce qui concerne les ordonnées des pressions aux bords. La courbe 2 représente la répartition pour une fondation « mi-rigide ».

On s'attendait au moins à des faibles pressions aux bords de la fondation.

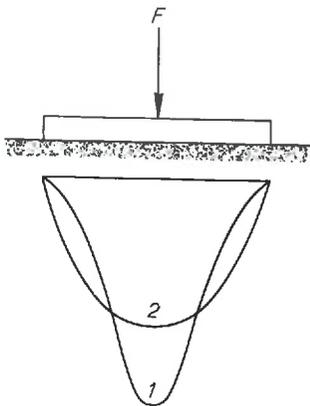


Fig. 59. — Répartition des pressions sous une fondation souple d'après KANY (1959).

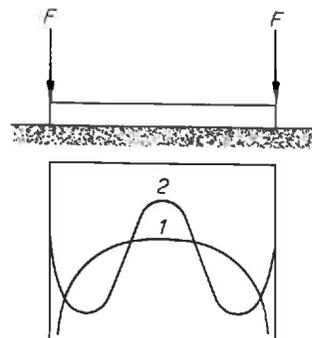


Fig. 60. — Répartition des pressions sous une fondation souple d'après KANY (1959).

La poutre chargée par une force ponctuelle à chaque extrémité présente évidemment des concentrations aux bords. La courbe 1 indique le cas des faibles charges, la courbe 2

celui des charges plus fortes (*fig 60*). Il est évident qu'avec l'augmentation de la charge les zones plastiques augmentent aux bords, ce qui fait que les maxima des pressions se déplacent vers le milieu de la poutre.

### 3.3.2 MESURES EN DESSOUS DES CONSTRUCTIONS EXISTANTES.

Le nombre de mesures effectuées en dessous des constructions existantes est plus petit que celui sur modèle réduit. De plus, d'après SCHULTZE (1958) toutes les mesures existantes se réfèrent aux constructions rigides.

Nous donnons ci-après (Tableau VIII) une liste de constructions rigides pour lesquelles des mesures de pressions ont été effectuées. Parmi six sur neuf mesures, la concentration des pressions aux bords de la fondation représente une bonne confirmation

TABLEAU VIII.

*Liste des constructions rigides pour lesquelles des mesures de pressions ont été effectuées (d'après SCHULTZE, 1958)*

N°	DÉSIGNATION DE LA CONSTRUCTION	SOL	COURBE DE RÉPARTITION	RÉFÉRENCES
1	Pont sur le Rhin près de Ludwigshafen, pilier.....	Sable		BURGER (1932).
2	Pilier Est de l'ascenseur à bateaux de Niederfinow, près de Berlin.....	Sable		DETIG (1934).
3	Pont sur l'Elbe, près de Hamburg-Harburg, pilier.	Sable		<i>Prospectus Maihak.</i>
4	Pont de suspension projeté sur l'Elbe, près de Hamburg, caisson.....	Sable		SIEDEK (1948).
5	Pont de chemin de fer sur le Rhin, près de Kehl.....	Sable		<i>Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe.</i>
6	Construction d'essai (cube en béton), près de Berlin.....	Marne		MUHS (1948).
7	Semelle de fondation de petite surface, U. S. A.....	Argile, silt, sable		CONVERSE (1933).
8	Bâtiment pour le Department of Petroleum Engineering and Geology and the Texas Engineering Experiment Station U. S. A., semelle de fondation.....	Argile		GIESECKE-BADGETT-EDDY (1933).
9	Pilier Ouest de l'ascenseur à bateaux de Niederfinow, près de Berlin.....	Marne		DETIG (1934).

des calculs. Ceci est valable surtout pour les sables où les essais sur modèle réduit, avec des conditions d'essais très particulières (chargement en surface), donnaient toujours une concentration des pressions au milieu de la fondation.

#### 4 RECOMMANDATIONS GÉNÉRALES AU SUJET DU CALCUL DE LA RÉPARTITION DES PRESSIONS

D'après ce que nous avons vu, la courbe de répartition des pressions, bien que très difficile à obtenir à l'aide de calculs de tassement, plus ou moins fastidieux, peut être indiquée approximativement en tenant compte du « degré de raideur » de l'ensemble fondation-sol, du mode de sollicitation, et éventuellement, de la valeur de la charge par rapport à la charge limite.

La bibliographie, riche en méthodes de calcul, présente aussi plusieurs « répartitions modèles » que nous citons ci-dessous pour compléter cette question. En dernier

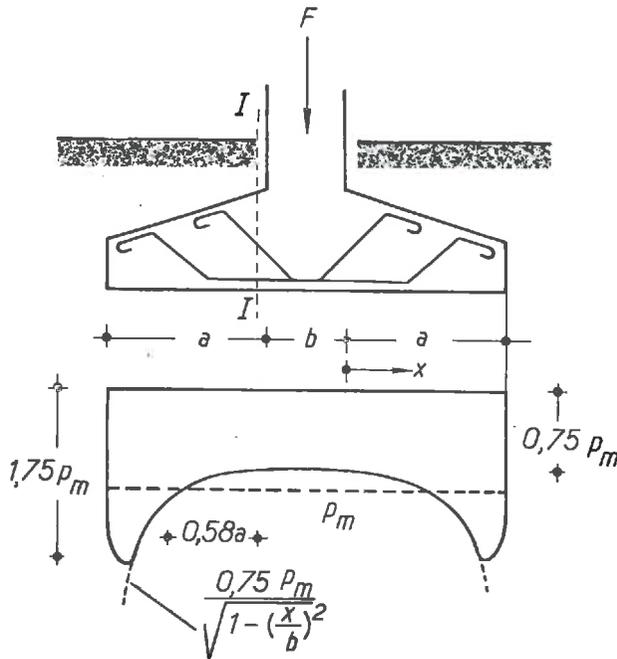


Fig. 61. --- Répartition des pressions sous une poutre rigide d'après OHDE (1956).

lieu, nous nous proposons de donner un court extrait des normes allemandes pour le calcul des fondations peu profondes (DIN 4018).

OHDE (1956) propose la répartition des pressions sous une poutre de fondation rigide comme indiqué à la figure 61.

Avec  $p_m$  = pression moyenne,  $g$  = poids propre et considérant que la pression est constante  $p = 0,75 p_m$  sur la largeur  $b$  du pilier, il trouve pour la section I-I :

$$T \approx (p_m - g)(a + 0,12 b), \quad \text{effort tranchant;}$$

$$M \approx 0,58 T, \quad \text{moment fléchissant.}$$

SIEMONSEN (1942) propose le diagramme de la *figure 62* pour les pressions sous une poutre de fondation rigide ou presque rigide à condition que la poutre soit fondée peu profondément.

Pour les plaques rigides, CARILLO (1948) recommande de tenir compte de la concentration des pressions aux bords en superposant à la pression uniforme  $p_1$  des trièdres de pression avec le sommet  $p_2$  (voir *fig. 63*).

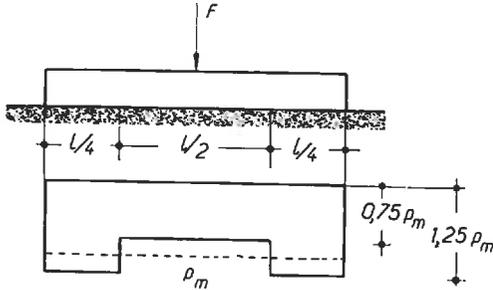


Fig. 62. — Répartition des pressions sous une poutre rigide d'après SIEMONSEN (1942).

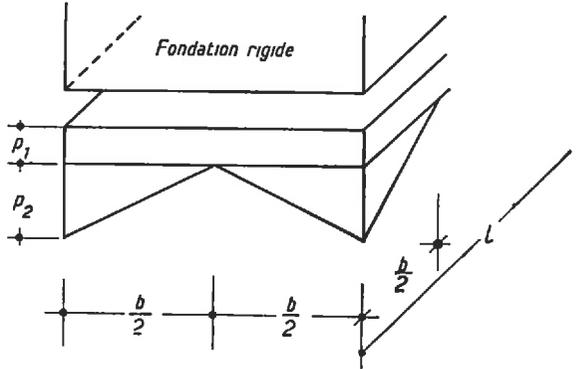


Fig. 63. — Répartition des pressions sous une fondation rigide d'après CARILLO (1948).

CARILLO donne  $\frac{p_1}{p_m}$  et  $\frac{p_2}{p_m}$  en fonction du rapport  $\frac{l}{b}$ ,  $p_m$  étant la pression moyenne,  $l$  la longueur et  $b$  la largeur de la fondation (Tableau IX).

On obtient  $\frac{p_1}{p_m}$  et  $\frac{p_2}{p_m}$  en demandant que tous les sommets et le centre de la plaque subissent le même tassement.

TABLEAU IX

Valeurs  $\frac{p_1}{p_m}$  et  $\frac{p_2}{p_m}$  en fonction de  $\frac{l}{b}$  (d'après CARILLO, 1948)

$\frac{l}{b}$	$\frac{p_1}{p_m}$	$\frac{p_2}{p_m}$
0	BOUSSINESQ	
1	0,299	4,206
2	0,530	5,641
3	0,635	6,579
4	0,695	7,321
5	0,736	7,936

SCHULTZE (1953) donne des schémas de répartition des pressions en fonction des coefficients  $\lambda$  et  $\lambda_1$  pour une plaque chargée symétriquement par des forces ponctuelles équidistantes (voir *fig. 64, 65, 66*).

$$\lambda = 12 \left( \frac{l}{h} \right)^3 \frac{E_s}{E}, \quad \lambda_1 = 12 \left( \frac{l_1}{h} \right)^3 \frac{E_s}{E}$$

- $l$  = arête de la fondation;
- $l_1$  = entredistance entre deux forces ponctuelles;
- $h$  = hauteur de la fondation;
- $E$  = module d'élasticité du matériau de la fondation;
- $E_s$  = module de compressibilité.
- $\lambda$  tient compte de la charge tout entière de la fondation,  $\lambda_1$  de l'influence des charges ponctuelles.

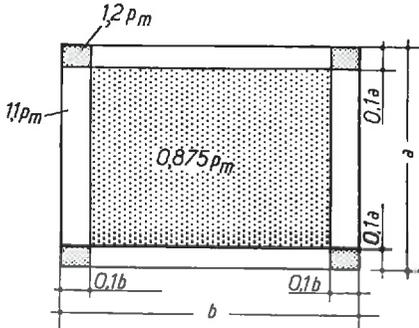


Fig. 64. — Répartition des pressions sous une plaque donnée par  $100 < \lambda < 1000$ ;  $\lambda_1 < 25$ . SCHULTZE (1953).

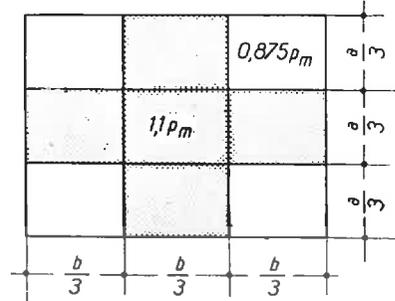


Fig. 65. — Répartition des pressions sous une plaque donnée par  $\lambda > 1000$ ;  $\lambda_1 < 25$ . SCHULTZE (1953).

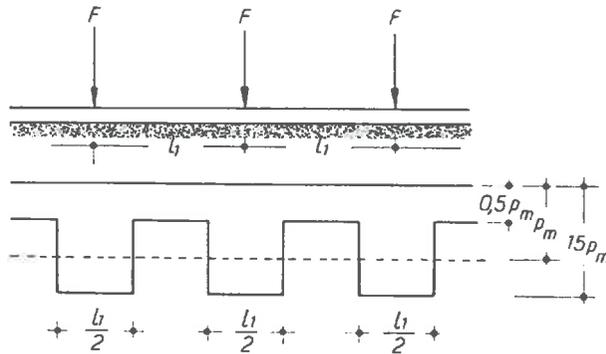


Fig. 66. — Répartition des pressions sous une plaque donnée par  $\lambda > 1000$ ;  $\lambda_1 > 25$ . SCHULTZE (1953).

On voit que :  $\lambda = \frac{1}{K}$  (cf. 3, 2. 2).

$\lambda = 0$ , plaque rigide;

$\lambda = \infty$ , plaque souple.

Pour  $\lambda < 100$ , SCHULTZE recommande de se référer à CARILLO (voir plus haut) pour la plaque rigide.

Pour  $100 < \lambda < 1\ 000$  (plaque très peu souple) et  $\lambda_1 < 25$  (forces ponctuelles rapprochées, donc aucune influence sur la répartition des pressions) il faut tenir compte d'une concentration des pressions aux bords.

Pour  $\lambda > 1\ 000$  (plaque souple) deux cas différents se présentent :

$\lambda_1 < 25$  (pas de répartition secondaire);

$\lambda_1 > 25$  (répartition secondaire).

Dans le cas  $\lambda_1 < 25$ , les pressions se concentrent au milieu de la plaque; dans le cas  $\lambda_1 > 25$ , elles se concentrent autour des points d'application des forces.

Les DIN 4 018\* (normes allemandes pour le calcul de fondations peu profondes) permettent de calculer les fondations rigides d'après les équations de BOUSSINESQ si l'épaisseur de la couche est plus grande que la dimension de la fondation dans la direction étudiée. Si le calcul donne des pointes de pressions aux bords de la fondation, celles-ci doivent être diminuées selon les conditions particulières en respectant l'équilibre statique.

Dans le cas où l'épaisseur de la couche devient plus petite que la dimension de la fondation dans la direction étudiée, la répartition des pressions deviendrait de plus en plus uniforme.

Pour les fondations souples, les normes permettent l'application de la méthode du coefficient de raideur sous certaines conditions mais recommandent, en général, les méthodes exactes (2,4).

5

### INFLUENCE DE LA SUPERSTRUCTURE SUR LA RÉPARTITION DES PRESSIONS

Tout ce qui a été dit sur la répartition des pressions sous une fondation se rapporte au cas idéal que les forces de pilier de la superstructure qui sollicitent la fondation sont libres de se déplacer les unes par rapport aux autres.

La superstructure a donc été considérée comme étant parfaitement souple. Il n'en est plus ainsi si la superstructure possède une certaine rigidité, ce qui est le cas général. C'est par l'intermédiaire des piliers qui la relie avec la fondation que la superstructure influe sur les tassements du sol, donc les pressions sous la fondation. Les variations de pression provoquent des variations des forces de pilier qui font naître des sollicitations supplémentaires dans tout l'ensemble de la construction (KRASMANOVITCH, 1955).

Le mode de fixation de la superstructure à la fondation semble jouer aussi un rôle important, tout au moins sur la répartition des pressions sous la fondation et les moments fléchissants de la fondation (GRASSHOFF, 1957). Les piliers peuvent être encastés dans la fondation, ce qui permet la transmission d'un moment fléchissant, d'un effort tranchant et d'un effort normal ou simplement fixés par une rotule, ce qui exclut le moment fléchissant.

La détermination du degré de rigidité de la superstructure reste toujours une tâche très délicate. Des formules ont été développées (MEYERHOFF, 1953), mais il est difficile, dans un cas donné, de tenir compte de toutes les influences sur le degré de rigidité (portes, fenêtres). C'est pour cela qu'on recommande de choisir entre les deux extrêmes d'une superstructure souple et d'une fondation rigide, ou d'une superstructure rigide et d'une fondation souple (SCHULTZE, 1953 et 1955).

L'étude la plus complète, à notre avis, de l'influence de la rigidité de la superstructure sur la répartition des pressions a été faite par KRASMANOVITCH (1955).

---

\* Voir page 24.

KRASMANOVITCH considère la superstructure  $S_K$  qui est reliée à la fondation  $S_t$  par des piliers articulés (voir *fig. 67*).

Il admet que le calcul statique « de haut en bas » a été effectué pour la superstructure  $S_k$  et que les forces de pilier  $S_A$ ,  $S_B$  et  $S_C$  ont été déterminées.

Pour calculer la fondation  $S_t$ , il est nécessaire de tenir compte du moment d'inertie de la fondation  $I_t$  et de la superstructure  $I_k$ . On obtient donc les pressions  $p$  en dessous de la fondation à l'aide d'une des méthodes précises en prenant comme moment d'inertie celui de l'ensemble de la construction  $I_t + I_k$ .

Connaissant  $p$ , on peut déterminer les moments fléchissants dans la fondation à partir des forces  $S_A$ ,  $S_B$  et  $S_C$ .

Cependant, si on calcule les forces de pilier « de bas en haut » en partant de la répartition  $p$  connue, on trouve des forces  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  et  $R_A \neq S_A$ ,  $R_B \neq S_B$ ,  $R_C \neq S_C$ .

Dans chaque pilier, il y a donc une différence de force  $R_A - S_A$ , etc.

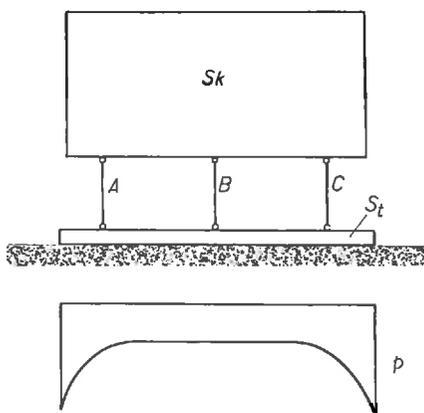


Fig. 67.

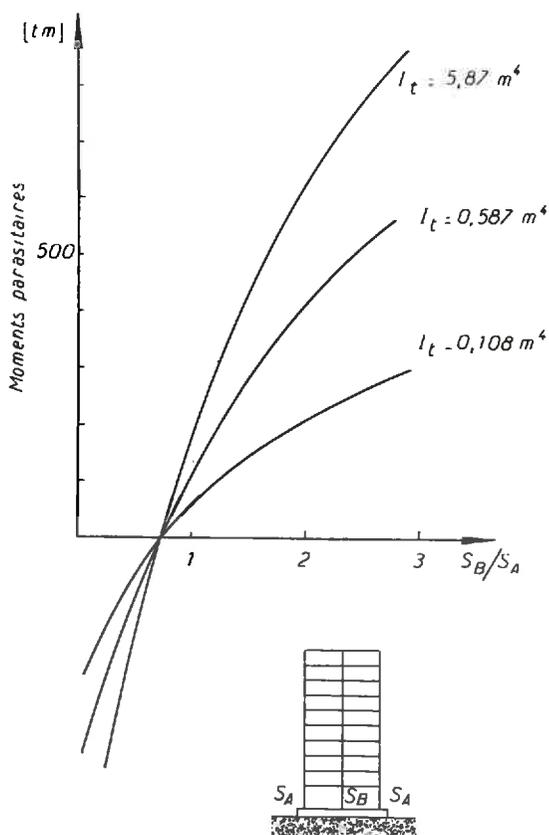


Fig. 68.

KRASMANOVITCH propose de répartir ces forces sur  $S_t$  et  $S_k$  dans le rapport de leurs moments d'inertie. Les forces ainsi réparties provoquent des moments fléchissants et des efforts tranchants dans la superstructure et dans la fondation qu'on appelle moments fléchissants parasites et efforts tranchants parasites.

La connaissance des moments parasites nous semble indispensable au dimensionnement de la fondation et de la superstructure.

KRASMANOVITCH a étudié les moments parasites pour un cas particulier d'une superstructure très rigide (silo  $I \rightarrow \infty$ ) et d'une fondation souple qui repose sur un sol avec un module  $K = 1\ 000\text{ kg/cm}^2$ .

Dans ce cas, on peut dire *a priori* que tous les moments fléchissants et efforts tranchants parasites se répartissent sur la superstructure.

Si on porte les moments parasites en fonction de  $\frac{S_B}{S_A}$  pour différents moments d'inertie de la fondation, on obtient le résultat intéressant que les moments parasites deviennent tous nuls pour un certain rapport  $\frac{S_B}{S_A}$  (voir *fig.* 68). Si les forces sont dans le rapport indiqué, la superstructure tasse uniformément. Étant donné que la fondation ne subit pas de dénivellations, la répartition des pressions donne, en calculant de bas en haut, des forces  $R_A = S_A$ , etc. Si  $R_A = S_A$ , etc., il n'y a pas de différences de forces qui provoqueraient les moments parasites.

La courbe révèle aussi un autre résultat fort intéressant. Les moments parasites augmentent avec le moment d'inertie de la fondation ou autrement dit : plus petit est le moment d'inertie de la fondation, plus insignifiants sont les moments parasites. Le résultat est une bonne confirmation d'une règle généralement admise qu'une superstructure rigide devrait être construite sur une fondation souple.

Le travail très complet de KRASMANOVITCH traite encore des cas suivants :

- les moments d'inertie de la superstructure  $I_k$  et de la fondation  $I_f$  sont petits et du même ordre de grandeur;
- le moment d'inertie de la superstructure  $I_k$  est petit par rapport au moment d'inertie de la fondation  $I_f$ ;
- les moments d'inertie de la superstructure  $I_k$  et de la fondation  $I_f$  sont grands et du même ordre de grandeur.

GRASSHOFF (1957) étudie l'influence de la rigidité de la superstructure (deux cas limites : rigide, souple) et du degré d'encastrement des piliers dans la fondation sur la répartition des pressions et les moments fléchissants de la fondation. Il étudie quatre sols différents, caractérisés par des modules de compressibilité allant de 50 à 1 000 kg/cm<sup>2</sup>.

#### — Influence de la rigidité.

La superstructure rigide conditionne, par rapport à la superstructure souple, une augmentation des pressions aux bords de la fondation et une diminution au milieu. Ces différences sont faibles pour les sols dont les modules de compressibilité sont petits, mais deviennent sensibles pour les sols dont les modules sont plus élevés.

Les moments fléchissants dans la fondation ne sont pas beaucoup modifiés par le degré de rigidité de la superstructure.

#### — Degré d'encastrement.

Le degré d'encastrement, par contre, joue un rôle plus important que la rigidité de la superstructure. L'encastrement, par rapport à la simple articulation, égalise les pressions. En particulier, les pressions aux bords de la fondation diminuent considérablement. L'effet de l'égalisation est d'autant plus remarquable que le module de compressibilité est plus grand.

Nous constatons le même phénomène pour les moments fléchissants : égalisation des moments, surtout des moments en travées. Dans quelque fondation que ce soit,

on a donc intérêt à encastrent les piliers dans la fondation pour profiter de l'effet favorable de l'égalisation des moments fléchissants et des pressions (voir fig. 69).

Dans le cas particulier d'une superstructure dont les colonnes sont appuyées sur des semelles de fondation distinctes, CHAMECKI (1957) a indiqué une méthode d'approximation successive pour déterminer les variations des forces de colonnes dues à des tassements différentiels des semelles. Cette méthode est basée sur la connaissance des coefficients de répartition des charges (anglais : coefficient of load transference).

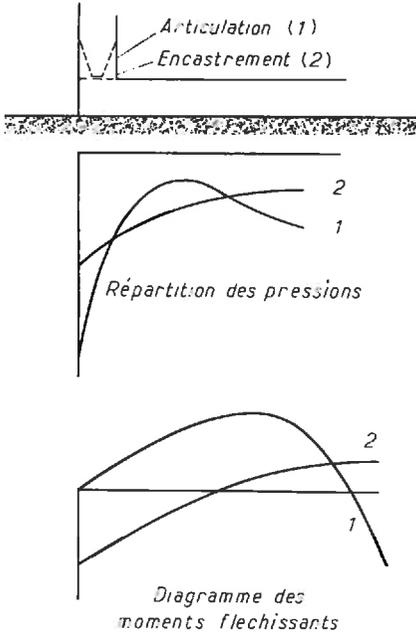


Fig. 69.

Le coefficient de répartition de charge  $Q_{ia}$  à un appui  $i$  de l'ossature est la force qui est provoquée si l'appui  $a$  est déplacé de  $\Delta_a = 1$  et si tous les autres appuis ne subissent pas de déplacements (voir fig. 70).

Connaissant les  $n$  coefficients de répartition des  $n$  appuis de la superstructure pour chaque appui

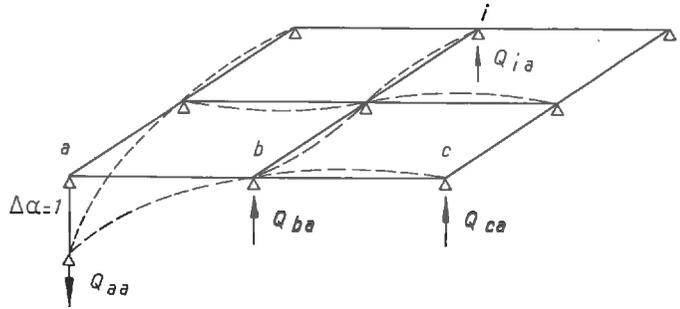


Fig. 70.

$i$ , et les charges  $R_{io}$  d'un calcul « d'en haut en bas » de la superstructure, le procédé de CHAMECKI se poursuit ainsi :

— Calcul des tassement  $\Delta_{io}$  de chaque semelle sous la charge  $R_{io}$  correspondante. A l'aide des  $\Delta_{io}$ , calcul des charges corrigées  $R_{iI}$  à l'aide de l'équation :

$$R_{iI} = R_{io} + Q_{ia} \Delta_{a0} + Q_{ib} \Delta_{b0} + \dots - Q_{ii} \Delta_{i0} \dots;$$

— avec les charges  $R_{iI}$  corrigées, on refait le calcul des tassements et on trouve  $\Delta_{iI}$ ;

— supposant que les charges successives oscillent autour d'une valeur limite, on calcule les  $R_{iII}$  en se basant pour chaque semelle sur un tassement moyen de  $\frac{1}{2} (\Delta_{io} + \Delta_{iI})$ . Dans la plupart des cas une autre approximation n'est plus nécessaire.

La difficulté de cette méthode consiste à déterminer les coefficients de répartition de charge. Leur calcul exact nous paraît presque impossible. Il faudrait se contenter de simplifications (par exemple, immeubles à ossature sans remplissage).

Comme nous avons vu, la méthode KRASMANOVITCH dans son cas général demande la connaissance du moment d'inertie de la superstructure. Si on n'a pas la possibilité

de rendre la superstructure parfaitement rigide ou parfaitement souple, on a besoin d'indications sur l'évaluation du degré de rigidité de la superstructure. Cette question a été traitée par MEYERHOFF (1953).

MEYERHOFF distingue l'immeuble à ossature ou à ossature avec remplissage.

Pour l'immeuble à ossature MEYERHOFF obtient la rigidité  $EI_b'$  d'une dalle plus les piliers correspondants (= un étage) :

$$EI_b' = EI_b \left[ 1 + \frac{K_0 + K_u}{K_r + K_0 + K_u} \frac{L^2}{l^2} \right],$$

$$K_0 = \frac{I_0}{h_0}, \quad K_u = \frac{I_u}{h_u}, \quad K_r = \frac{I_b}{l}. \quad (\text{voir fig. 71}).$$

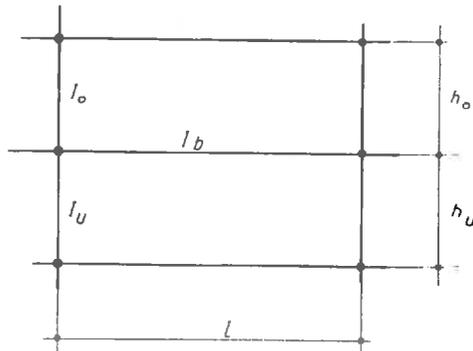
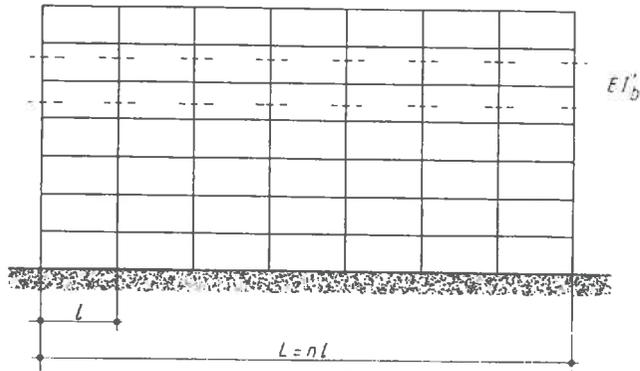


Fig. 71.

$E$  = module de YOUNG du matériau de l'ossature.

La rigidité de l'ossature entière est donc :

$$EI_B' = \sum_{\text{Dalles}} EI_b'$$

Le remplissage augmente la rigidité d'un étage de  $E_p I_p \frac{L^2}{2 H^2}$ ,  $E_p L_p$  étant la rigidité d'un remplissage,  $E_p I_p = \frac{b H^3}{12}$ .

$E_p$  = module de YOUNG du matériau de remplissage;

$b$  = épaisseur du remplissage;

$H$  = hauteur du remplissage;

$L$  = longueur totale de la construction.

## ANNEXE

1. *Un simple procédé pour le calcul de poutres sur appuis élastiques*, par Dr. Ing. Heinz GRASSHOFF, Bremen.

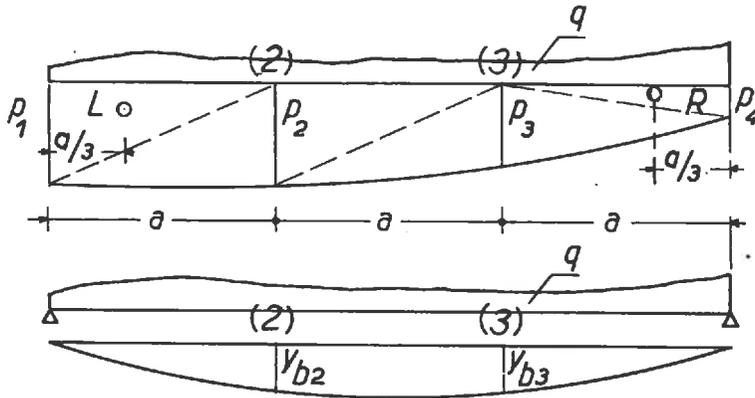
Extrait de la revue : *Die Bautechnik* (28), 1951, pages 160 et 189.

Titre original de la publication : *Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken.*

1,1

### CHARGES QUELCONQUES

Subdivision en trois parties égales  $a$ .



$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
0	4	10	7	$= \frac{6 M_L}{a^2}$
7	10	4	0	$= - \frac{6 M_R}{a^2}$
$94 - \frac{2 N}{3 C_1}$	$429 + \frac{N}{C_2}$	390	$77 - \frac{1 N}{3 C_4}$	$= N y_{b2}$
$77 - \frac{1 N}{3 C_1}$	390	$429 + \frac{N}{C_3}$	$94 - \frac{2 N}{3 C_4}$	$= N y_{b3}$

$M_L$  = moment statique dans le sens de l'aiguille d'une montre autour du centre de gravité L;

$M_R$  = moment statique dans le sens de l'aiguille d'une montre autour du centre de gravité R;

$E$  = module de YOUNG du matériau de la poutre;

$I$  = moment d'inertie;

$a$  = longueur de la subdivision;

$$N = \frac{1\ 080\ EI}{a^4}$$

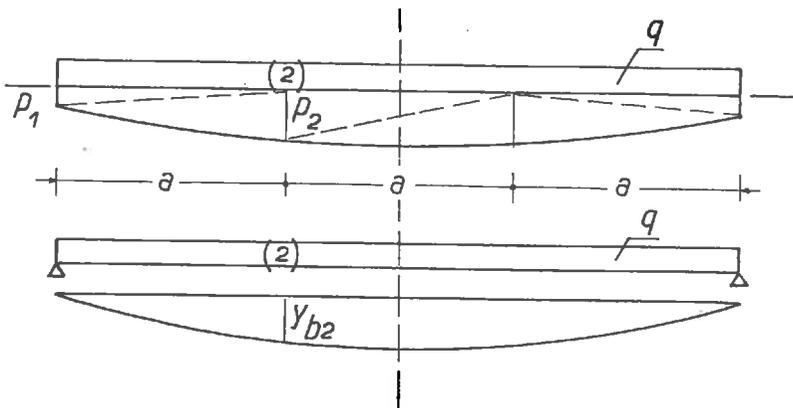
$y_{b2}$  = flèche au point 2 de la poutre supposée appuyée aux bords et chargée par  $q$ ;

$y_{b3}$  = flèche au point 3 de la poutre supposée appuyée aux bords et chargée par  $q$ .

1,2

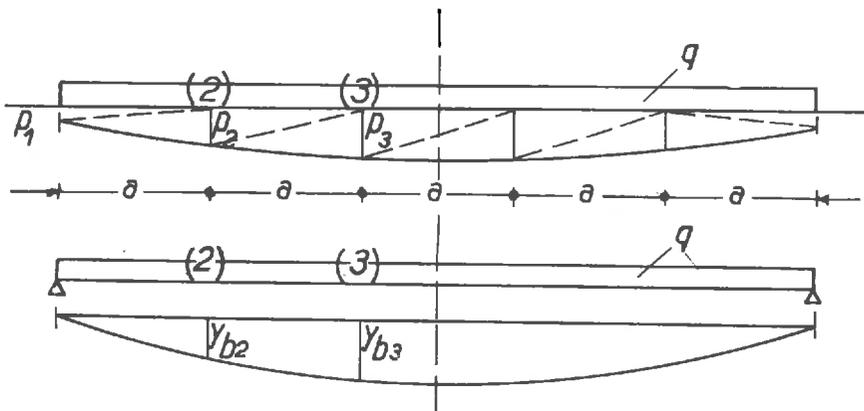
**CHARGE QUELCONQUE SYMÉTRIQUE**

1,2.1 Subdivision en trois parties égales  $a$ .



$p_1$	$p_2$	
1	2	$= \frac{\Sigma F}{a}$
$19 - \frac{N}{C_1}$	$91 + \frac{N}{C_2}$	$= Ny_{b2}$

1,2.2 Subdivision en cinq parties égales  $a$ .



$p_1$	$p_2$	$p_3$	
1	2	2	$= \frac{\Sigma F}{a}$
$39 - \frac{N}{C_1}$	$211 + \frac{N}{C_2}$	330	$= Ny_{b2}$
$59 - \frac{N}{C_1}$	330	$541 + \frac{N}{C_2}$	$= Ny_{b3}$

E = module de YOUNG du matériau de la poutre;

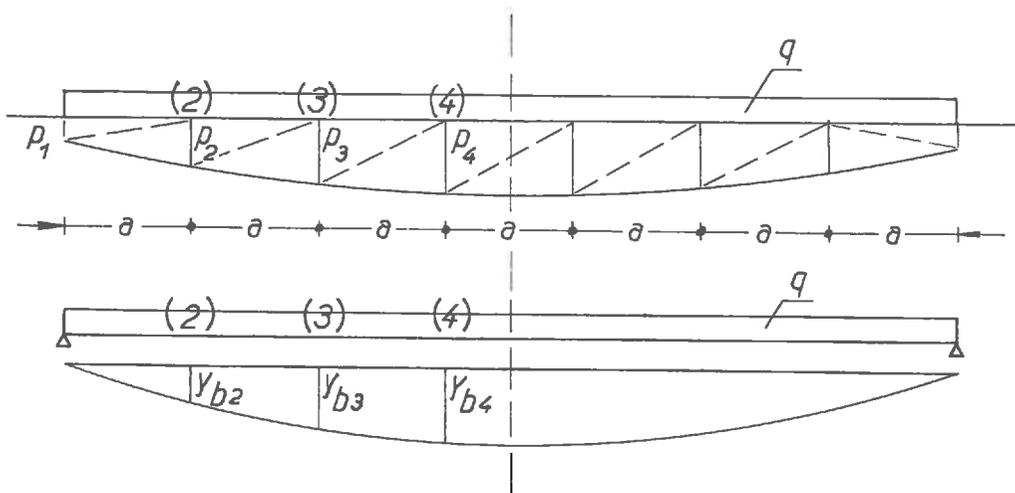
I = moment d'inertie;

a = longueur de la subdivision;

$$N = \frac{120 EI}{a^4}$$

$\Sigma F$  = somme de la totalité des forces sur la poutre.

### 1.2.3 Subdivision en sept parties égales a.

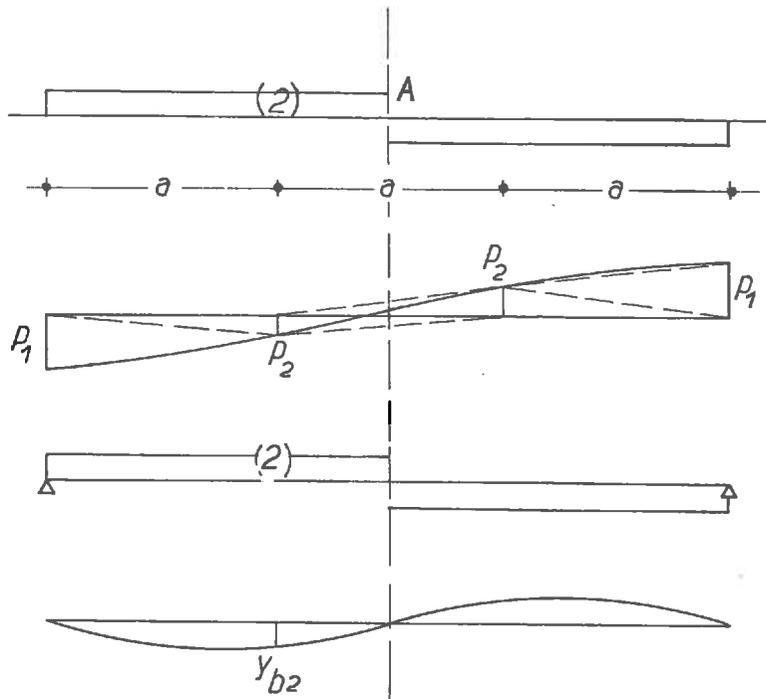


$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
1	2	2	2	$= \frac{\Sigma F}{a}$
$1\ 239 - \frac{N}{C_1}$	$6\ 951 + \frac{N}{C_2}$	11 970	14 490	$= Ny_{b2}$
$2\ 079 - \frac{N}{C_1}$	11 970	$21\ 441 + \frac{N}{C_3}$	26 460	$= Ny_{b3}$
$2\ 499 - \frac{N}{C_1}$	14 490	26 460	$33\ 411 + \frac{N}{C_4}$	$= Ny_{b4}$

- $E$  = module de YOUNG du matériau de la poutre;  
 $I$  = moment d'inertie;  
 $a$  = longueur de la subdivision;  
 $N = \frac{2\,520 EI}{a^4}$ ;  
 $\Sigma F$  = somme de la totalité des forces sur la poutre.

### 1,3 CHARGE QUELCONQUE ANTI-SYMETRIQUE

#### 1,3.1 Subdivision en trois parties égales $a$ .



$p_1$	$p_2$	
7	6	$= -\frac{6M_A}{a^2}$
$17 - \frac{1}{3} \frac{N}{C_1}$	$39 + \frac{N}{C_2}$	$= Ny_{b2}$

- $E$  = module de YOUNG du matériau de la poutre;  
 $I$  = moment d'inertie;  
 $a$  = longueur de la subdivision;  
 $N = \frac{1\,080 EI}{a^4}$ ;  
 $M_A$  = moment de la charge antisymétrique autour du point A (milieu de la poutre), pris dans le sens de l'aiguille d'une montre.

**1,3.2 Subdivision en cinq parties égales.**

Les figures sont analogues à celles de 3,1.

$p_1$	$p_2$	$p_3$	
13	18	6	$= -\frac{6M_A}{a^2}$
$37 - \frac{3}{5} \frac{N}{C_1}$	$155 + \frac{N}{C_2}$	90	$= Ny_{b_2}$
$19 - \frac{1}{5} \frac{N}{C_1}$	90	$65 + \frac{N}{C_3}$	$= Ny_{b_3}$

E = module de Young du matériau de la poutre;

I = moment d'inertie;

a = longueur de la subdivision;

$$N = \frac{600 EI}{a^4}$$

$M_A$  = cf. 3,1.

**1,3.3 Subdivision en sept parties égales a.**

Les figures sont analogues à celles de 3,1.

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	
19	30	18	6	$= -\frac{6M_A}{a^2}$
$285 - \frac{5}{7} \frac{N}{C_1}$	$1\,371 + \frac{N}{C_2}$	1\,530	630	$= Ny_{b_2}$
$291 - \frac{3}{7} \frac{N}{C_1}$	1\,530	$2\,001 + \frac{N}{C_3}$	900	$= Ny_{b_3}$
$117 - \frac{1}{7} \frac{N}{C_1}$	630	900	$471 + \frac{N}{C_4}$	$= Ny_{b_4}$

E = module de YOUNG du matériau de la poutre;

I = moment d'inertie;

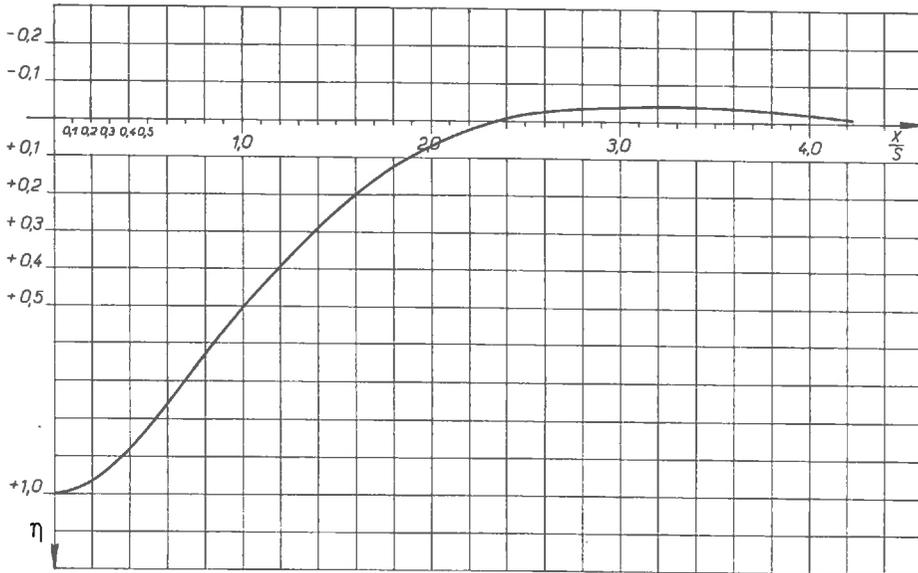
a = longueur de la subdivision;

$$N = \frac{2\,520 EI}{a^4}$$

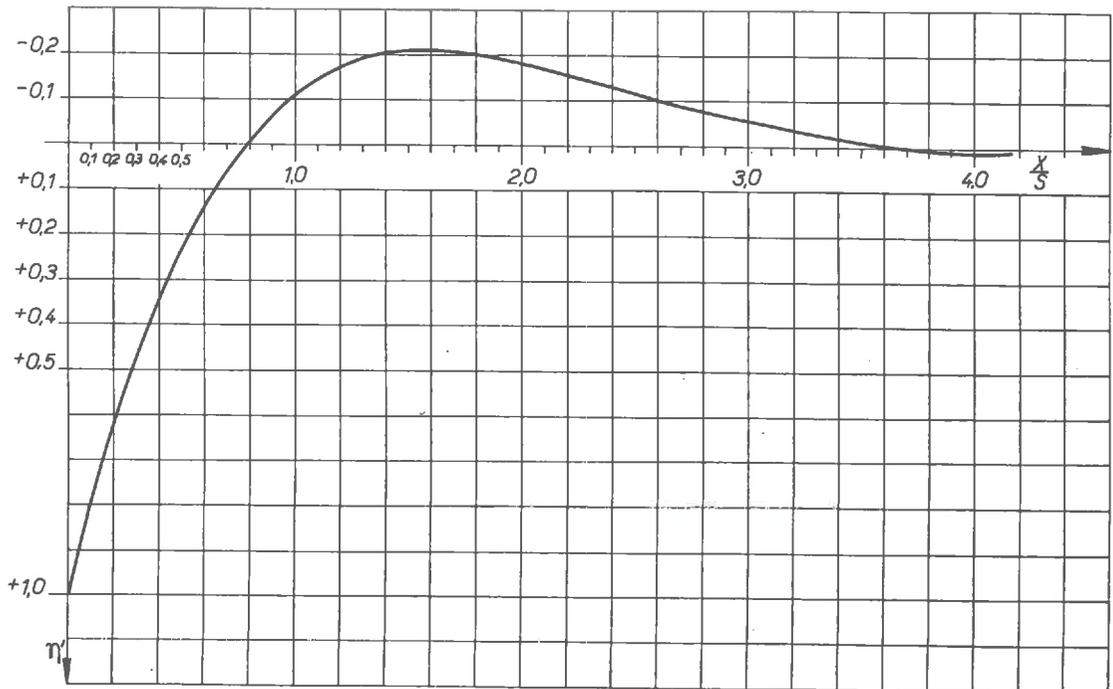
$M_A$  = cf. 3,1.

Les coefficients de raideur doivent être déterminés à l'aide de la ligne d'influence des tassements d'après GRASSHOFF (1953).

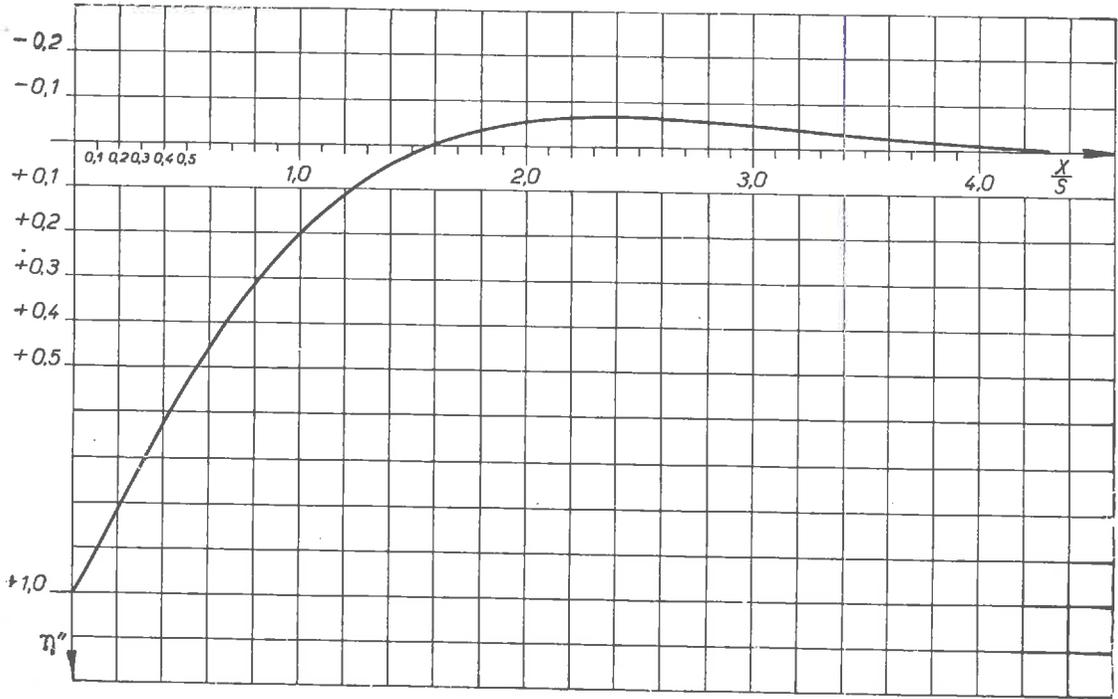
2. Lignes d'influence des fonctions  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta''$ .



Représentation de la fonction  $\eta = e^{-\frac{x}{s}} \left( \cos \frac{x}{s} + \sin \frac{x}{s} \right)$



Représentation de la fonction  $\eta' = e^{-\frac{x}{s}} \left( \cos \frac{x}{s} - \sin \frac{x}{s} \right)$



Représentation de la fonction  $\eta'' = e^{-\frac{x}{s}} \cos \frac{x}{s}$

### 3. BIBLIOGRAPHIE

---

- BACHELIER M. — *Étude géotechnique des fondations de la Centrale d'Ivry*. Travaux 36, (1952).
- BEYER. — *Die Statik im Stahlbetonbau*. Édition Springer, Berlin (1948).
- BLEICH H. — *Berechnung von Eisenbetonstreifenfundamenten als elastisch gestützte Träger*. Die Bautechnik 14, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1937).
- BORN J. — *Die Massivbauwerke des städtischen Tiefbaues*. Beton-Kalender 1957, Vol. II, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1957).
- BOROWICKA H. — *Influence of rigidity of a circular foundation slab on the distribution of pressures over the contact surface*. Proc. Ist. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Cambridge, Vol. II (1936).
- BOROWICKA H. — *Druckverteilung unter einem gleichmässig belasteten elastischen Plattenstreifen, welcher auf der Oberfläche des elastisch-isotropen Halbraumes aufliegt*. 2. Int. Kongr. Brückenbau Hochb. Schlussbericht VIII, Berlin (1938).
- BOROWICKA H. — *Über ausmittig belastete, starre Platten auf elastisch-isotropem Untergrund*. Ing. Archiv 14, (1943).
- BOUSSINESQ J. — *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Gauthier-Villars, Paris (1885).
- BURGER. — *Der Bau der neuen Rheinbrücke bei Ludwigshafen (Rhein)-Mannheim*. Die Bautechnik 10, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1932).
- CAQUOT A. ET KERISEL J. — *Traité de Mécanique des sols*. Édition Gauthier-Villars, Paris. (1956).
- CARILLO N. — *Influence of the rigidity of a rectangular slab on the settlements and on the distribution of elastic soil reactions*. Proc. II Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam. Vol. VII (1948).
- CHAMECKI S. — *Structural rigidity in calculating settlements*. Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., London, Vol. III (1957).
- CONVERSE. — *Distribution of pressure under a footing, preliminary test of reactions under a square concret block reveal non uniform distribution of load*. Civ. Eng. 3, London (1933).
- DE BEER E. E. — *Calcul des poutres reposant sur le sol*. Extrait des Ann. Trav. Publ. Belg. Bruxelles (1948).
- DE BEER E. E. et KRASMANOVITCH D. — *Calcul des poutres reposant sur le sol*. Extrait des Ann. Trav. Publ. Belg., Bruxelles (1952).
- DE BEER E. E. — *Le calcul des poutres et plaques appuyées sur le sol*. Ann. Trav. Publ. Belg. 2, 3. Bruxelles (1956).
- DETIG W. — *Die Zwischenpfeiler der Kanalbrücke des Schiffshebewerks Niederfinow*. Bautechnik 12, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1934).
- DIMITROV N. S. — *Der Balken und die Platte als Gründungskörper*. Dissertation T. H., Karlsruhe (1954).
- FILONENKO-BORODITSCH M. M. — *Festigkeitslehre*. Édition Technik, Berlin (1952).
- FREUND A. — *Erweiterte Theorie für die Berechnung von Schleusenböden und ähnlichen Gründungskörpern*. Zeitschrift für Bauwesen (Ingenieurbau) 77, (1927).
- FRÖHLICH O. K. — *Die Bemessung von Flachgründungen aus Eisenbeton und die neuere Baugrundforschung*. Beton und Eisen No. 12, (1935).

- FRÖHLICH O. K. — *Die starre Kreisplatte auf elastisch-isotroper Unterlage*. Geologie und Bauwesen (1943).
- GIESECKE, BADGETT, EDDY. — *The Distribution of soil pressure beneath a footing*. Bull. Agric. Mech. College of Texas 4, Bull. 43, Texas (1933).
- GRASSHOFF H. — *Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken*. Bautechnik 28, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1951).
- GRASSHOFF H. — *Die Sohldruckverteilung unter zentralsymmetrisch belasteten, elastischen Kreisplatten*. Bautechnik 30, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1953).
- GRASSHOFF H. — *Influence of flexural rigidity of superstructure on the distribution of contact pressure and bending moments of an elastic combined footing*. Proc. Fourth Int. Conf. Soil. Mech. Found. Eng., Vol. I, London (1957).
- HABEL A. — *Die auf dem elastisch-isotropen Halbraum aufruhende zentralsymmetrisch belastete elastische Kreisplatte*. Der Bauingenieur 18, Édition Springer, Berlin (1937).
- HABEL A. — *Näherungsberechnung des auf dem elastisch isotropen Halbraum aufliegenden elastischen Balkens*. Der Bauingenieur 19, Édition Springer, Berlin (1938).
- HAYASHI K. — *Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage*. Édition Springer, Berlin (1921).
- JELINEK R. — *Setzungsberechnung ausmittig belasteter Fundamente*. Baupl. u. Bautechnik 3, 4, Édition Technik, Berlin (1949).
- JENNE G. — *Der Balken auf elastischer Bettung*. Dissertation T. H., Karlsruhe (1957).
- KANY M. — *Beitrag zur Berechnung von Gründungskörpern auf nachgiebiger Unterlage*. Dissertation T. H., Darmstadt (1954).
- KANY M. *Beitrag zur Berechnung von Flächengründungen*. Édition Ernst et Sohn, Berlin (1959).
- KÖGLER F. — *Über die Verteilung des Bodendruckes unter Gründungskörpern*. Der Bauingenieur, Édition Springer, Berlin (1926).
- KÖGLER F. et SCHEIDIG A. — *Baugrund und Bauwerk*. Édition Ernst et Sohn, Berlin (1948).
- KOLLBRUNNER C. F. — *Foundation und Konsolidation*. Vol. II, Édition Schweiz. Druck- und Verlagshaus, Zürich (1947).
- KRASMANOVITCH D. — *Influence de la continuité et de la rigidité sur la calcul des constructions et des poutres continues de fondation*. Ann. Trav. Publ. Belg. 5, Bruxelles (1955).
- LEVINTON Z. — *Elastic foundations analysed by the method of redundant reactions*. Proc. Am. Soc. Civ. Eng. 73, New York (1947).
- LOOS W. et BRETH H. — *Die Berechnung elastisch gebetteter Balken und Platten*. Bautechn. Hefte, Édition Dorn, Bremen (1948).
- MAGNEL G. — *Stabilité des constructions*. Vol. III, Édition Rombaut-Fecheyr, Gand (1942).
- MEYERHOFF G. G. — *Some recent foundation research and its application to design*. The Structural Engineer 31, (1953).
- MEYER-PETER E. — *Grundbau. Vorlesungen 5. Semester an der ETH*. Édition A.I.V., Zürich (1941).
- MÜLLER-BRESLAU H. — *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*. Vol. II, Édition Kröner, Leipzig (1925).
- MUHS H. — *Probebelastungen in Berlin an der Kolonnenbrücke*. Abhandl. Bodenmech. Grundbau. Édition E. Schmidt, Bielefeld (1948).
- OHDE J. — *Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern*. Der Bauingenieur, 23, Édition Springer, Berlin (1942).
- OHDE J. — *Einfache Berechnung biegefester Schleusensohlen*. Die Bautechnik 30, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1953).
- OHDE J. — *Grundbaumechanik*. Hütte III Bautechnik. Édition Ernst et Sohn, Berlin (1956).
- ORDUJANZ K. S. — *Gründungen für Bauwerke*. Édition Technik, Berlin (1954).
- POPOV E. P. — *Successive approximations for beams on an elastic foundation*. Proc. Am. Soc. Civ. Eng., Separate No 18, New York (1950).
- PRESS H. — *Der Boden als Baugrund*. Mitteilungen aus dem Gebiete des Wasserbaues und der Baugrundforschung. No. 9, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1949).

- SCHIEL. — *Der schwimmende Balken*. Zeitschr. Angew. Mathem. und Mech. 22, (1942).
- SCHLEICHER F. — *Die Verteilung der Bodenpressung unter starren Gründungskörpern*. Der Bauingenieur 13, Édition Springer, Berlin (1933).
- SCHULTZE E. — *Die Berechnung von Gründungsplatten*. Vorträge der Baugrundtagung 1953 in Hannover. Édition Eigenverlag der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Hamburg (1953).
- SCHULTZE E. — *Druckverteilung und Setzungen*. Grundbau-Taschenbuch, Vol. I, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1955).
- SCHULTZE E. — *Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswasserbau*. Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Hochschule Aachen, Baugrund-Kurs, 1957 (1958).
- SIEDEK P. — *Belastungsversuche in einem Senkkasten*. Abhandl. Bodenmech. Grundbau, Édition E. Schmidt, Bielefeld (1948).
- SIEMONSEN F. — *Die Lastaufnahmekräfte im Baugrund und die dadurch hervorgerufenen Spannungen in einem Gründungskörper*. Die Bautechnik, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1942).
- SIEMONSEN F. — *Flächengründungen*. Grundbau-Taschenbuch, Vol. I. Édition Ernst et Sohn Berlin (1955).
- STEYR K. H. — *Fundamentberechnung unter Berücksichtigung der elastischen Verformung von Fundament und Bettung*. Bautechnik 33, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1956).
- TERZAGHI K. et PECK R. B. — *Soil mechanics in engineering practice*. Édition John Wiley et Sons, New York, Édition Chapman et Hall, London (1948).
- TERZAGHI K. et JELINEK R. — *Theoretische Bodenmechanik*. Édition Springer, Berlin (1954).
- TERZAGHI K. — *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Géotechnique, Vol. V (1955).
- TERZAGHI K. et PECK R. B. — *Mécanique des sols appliquée aux travaux publics et au bâtiment*. Édition Dunod, Paris (1957).
- TIMOSHENKO S. — *Strength of materials*. Vol. II. Édition D. Van Nostrand. New York (1953).
- VERDEYEN J. — *Mécanique du sol et fondations*. Édition Eyrolles, Paris, Édition Desoer, Liège (1952).
- VOGT F. — *Über die Berechnung der Fundamentdeformation*. Avhandl. kg. Norske Videnskap. Akad., Oslo (1925).
- WELT O. et PAGEL K. F. — *Die Berechnung der Sohlplatte der Doppelschleuse Cannstatt als Balken auf elastischer Bettung*. Die Bautechnik 35, Édition Ernst et Sohn, Berlin (1958).
- WESTERGAARD H. M. — *Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis*. Public Roads (1926).
- WIEGHARDT K. — *Über den Balken auf nachgiebiger Unterlage*. Zeitschr. Angew. Mathem. Mech. (1922).
- WINKLER E. — *Die Lehre von Elastizität und Festigkeit*. Prag (1867).
- WORCH G. — *Elastische Platten*. Beton-Kalender 52, Vol. II. Édition Ernst et Sohn, Berlin (1952).
- ZIMMERMANN H. — *Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues*. Édition Ernst et Sohn, Berlin (1888).
-

## CHAPITRE II

---

# ESSAIS DE DÉTERMINATION DES PRESSIONS EN DESSOUS D'UNE FONDATION POUR DIFFÉRENTS SOLS

---

### BUT DES ESSAIS

- 1 Nous nous promettons d'étudier dans ces essais les phénomènes suivants :
  - Étude de la courbe des pressions pour différents sols et différentes rigidités de la poutre de fondation;
  - détermination numérique d'un « facteur de rigidité  $\rho$  » qui indique si, pour une fondation de dimensions données et un sol de caractéristiques définies, les pressions au-dessous de la fondation sont concentrées aux bords de la fondation ou autour du point d'application de la force;
  - étude des pressions en fonction du temps.

### 2 DISPOSITIF D'ESSAIS

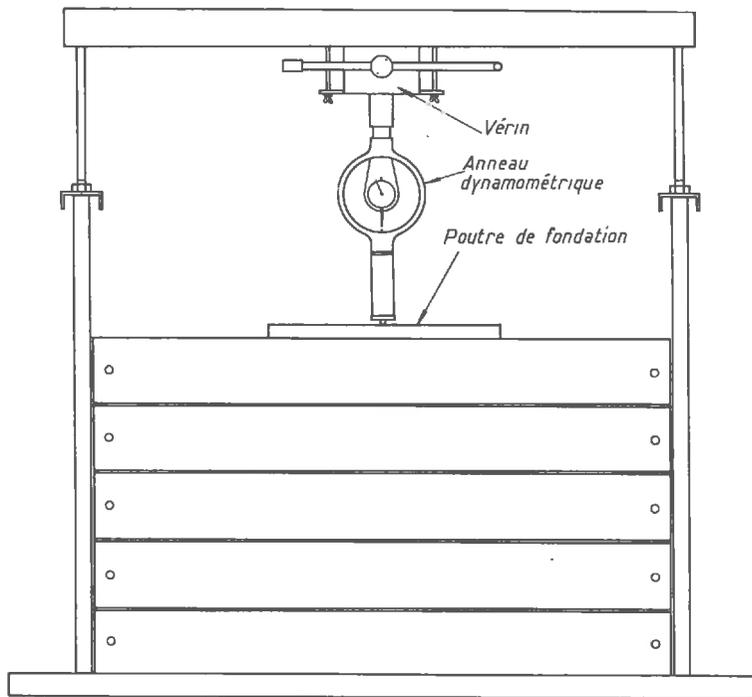
#### 2.1 Cuves d'essais.

##### CUVE 1.

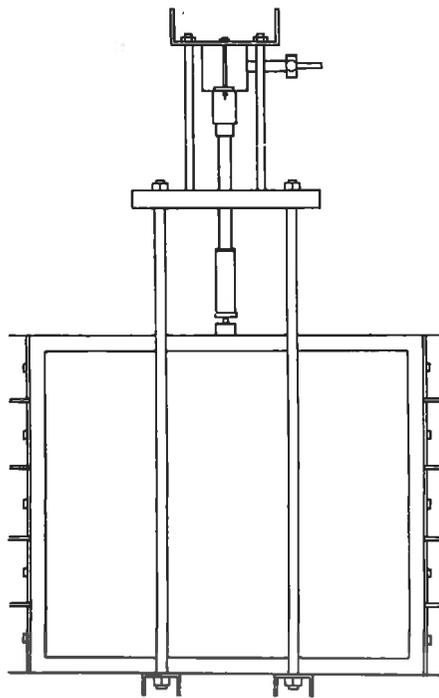
Nous exécutons une première série d'essais dans un coffre métallique de 1,00 m de longueur, 0,70 m de largeur et 0,60 m de hauteur (voir *fig. 72, photos 1 et 2*). Un système de portique consistant en deux tubes métalliques verticaux sur chaque côté, profilés UPN 8 en dessous et un UPN 20 en dessus du coffre permet d'appliquer des forces à la poutre de fondation au moyen d'un vérin et de les mesurer à l'aide d'un anneau dynamométrique (*photo 3*).

##### CUVE 2.

D'autre part, nous avons à notre disposition un coffre métallique de 0,40 m de longueur et de largeur et de 0,30 m de hauteur (voir *fig. 73*). Ce coffre est posé sur un bâti qui permet, moyennant un système de chargement semblable à celui des essais oedométriques, d'appliquer des forces à l'aide de poids. L'avantage de ce système par



*Vue de face de la cuve 1*



*Vue de cote de la cuve 1*

Fig. 72. — Cuve d'essai n° 1.

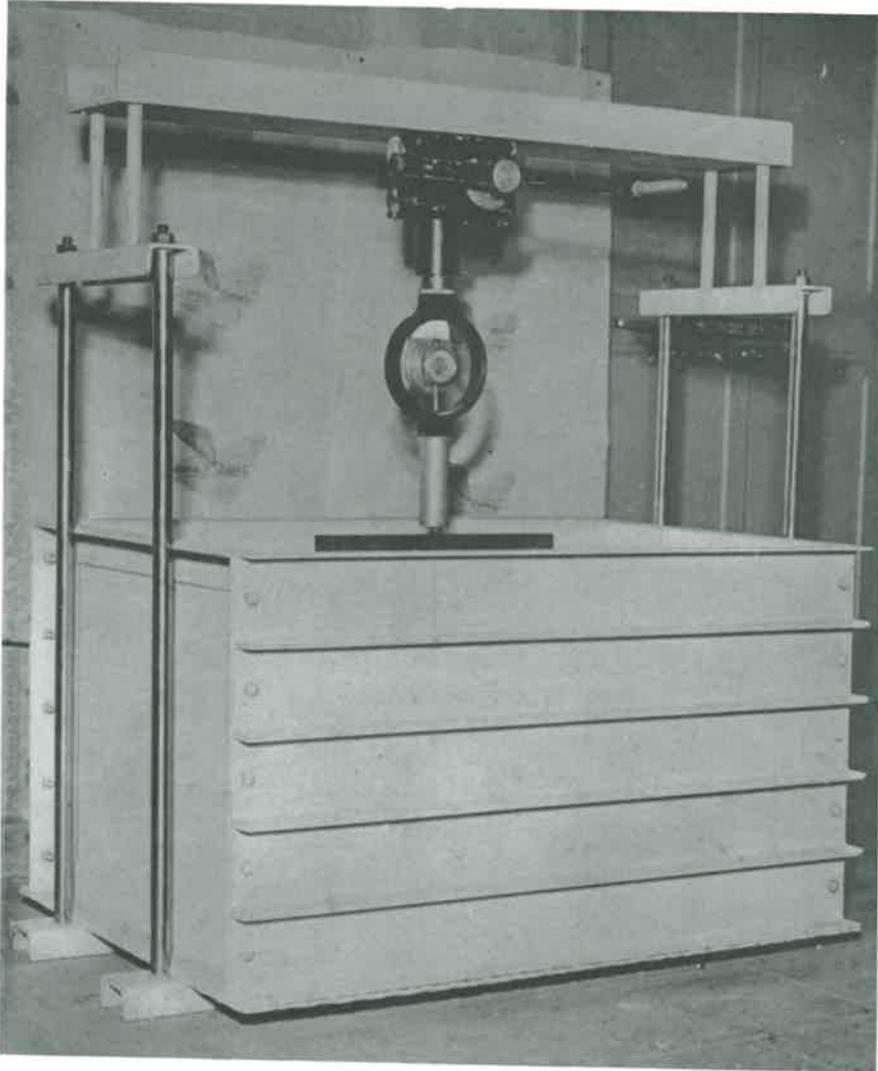


Photo 1. — Cuve d'essai n° 1 avec dispositif de chargement et poutre de fondation.

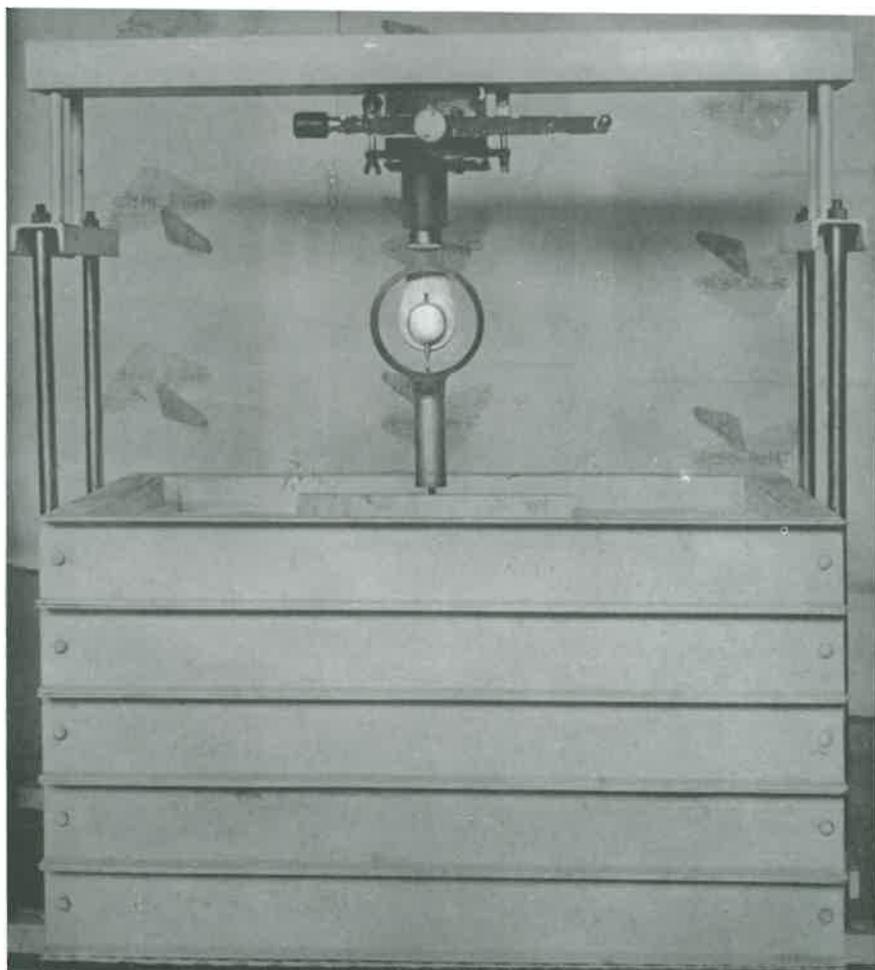


Photo 2. — Cuve d'essai n° 1 avec dispositif de chargement et poutre de fondation.  
Vue de face.

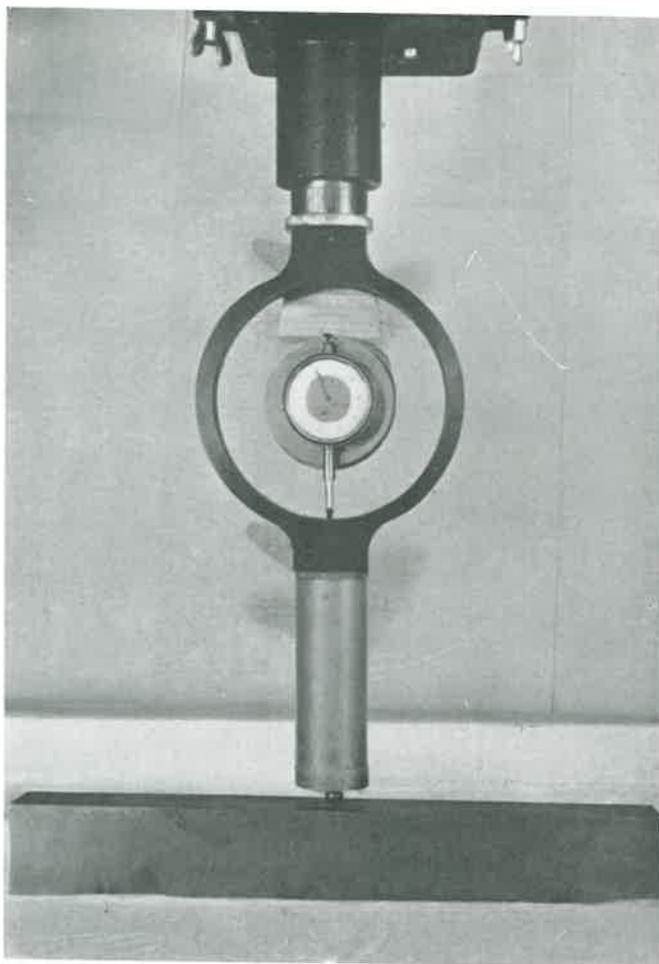


Photo 3. — Cuve d'essai n° 1. Détail. Dispositif de chargement et poutre de fondation.

rapport à l'autre consiste dans le fait qu'il permet d'appliquer des forces constantes au cours du tassement.

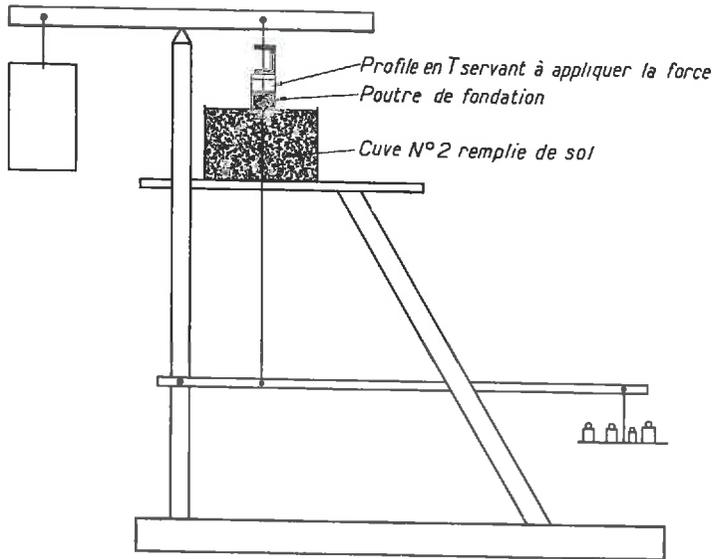


Fig. 73. — Cuve d'essai n° 2.

## 2,2 Appareils de mesures de pressions.

Pour mesurer les pressions nous utilisons des appareils que nous appelons « dynamomètres à friction »\*. Ces dynamomètres se composent de deux lamelles métalliques entre lesquelles glisse une languette métallique (voir fig. 74). En montant ces appareils entre la poutre et le sol ils permettent, après étalonnage, de déterminer la force normale exercée sur les lamelles à la fois par le sol d'un côté et par la poutre de l'autre côté à partir de la force de traction connue appliquée à la languette. Pour éviter une perturbation dans le fonctionnement, les dynamomètres ne reposent pas directement sur le sol, mais ils s'appuient sur des plaquettes métalliques (voir fig. 75).

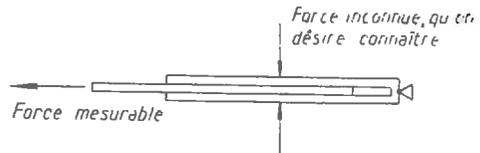


Fig. 74. — Schéma des dynamomètres à friction.

Le choix et l'entretien des dynamomètres demande certaines précautions sans lesquelles leur utilisation peut conduire à des résultats erronés. En effet, il faut que la languette et les lamelles soient suffisamment planes pour garantir un glissement continu. Pour les essais en fonction du temps il est surtout indiqué que la surface métallique ne soit pas modifiée. Il faut particulièrement veiller à ce que la surface métallique ne s'altère pas par oxydation ou par dépôt de poussière. Il faut donc choisir soigneusement le métal qui sert à fabriquer les appareils et il faut les protéger d'une enveloppe de matière plastique.

\* Nous adoptons la terminologie de P. HАВІВ, Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Londres 1957, Vol. III, p. 174.

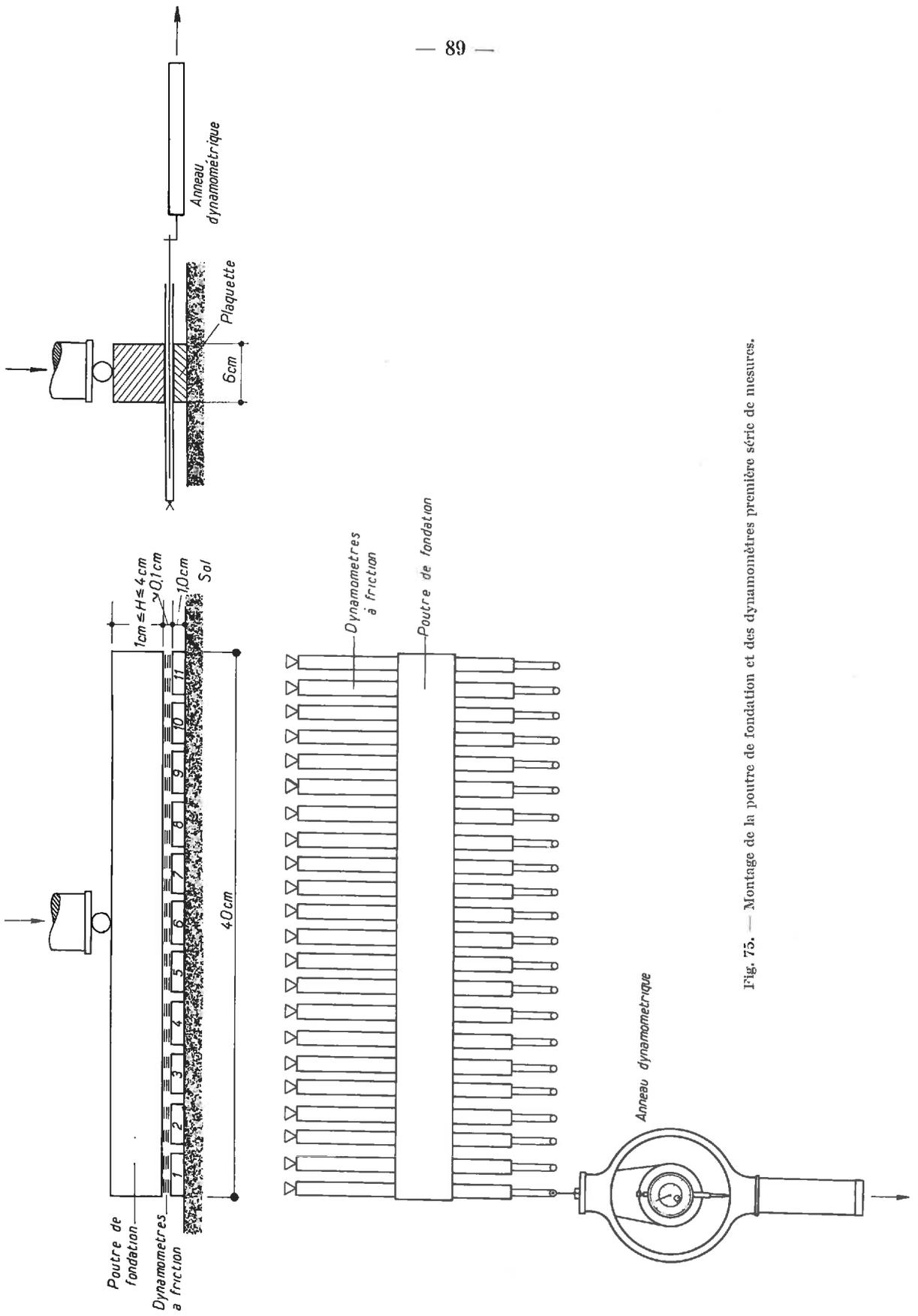


Fig. 75. — Montage de la poutre de fondation et des dynamomètres première série de mesures.

La mesure des pressions se fait donc de la façon suivante :

— après avoir monté les plaquettes, les dynamomètres et la poutre de fondation, on applique la force sur la poutre et on tire chaque languette à l'aide d'un système de tirage dans lequel on a intercalé un anneau dynamétrique (voir *fig. 75*). Pour une certaine force de traction la languette glisse entre les lamelles. Connaissant la courbe d'étalonnage de l'appareil on peut en déduire la force verticale correspondant à cette force de traction et, en divisant par la surface, déterminer la pression moyenne.

### 2,3 Sols.

Comme sols nous utiliserons une argile avec LL = 99 % et LP = 28 % (argile de SERRE-PONÇON) et un sable calibré à 40/100 de mm.

## 3 RÉPARTITION DES PRESSIONS INSTANTANÉES EN DESSOUS DES POUTRES DE FONDATION CHARGÉES PAR UNE FORCE PONCTUELLE VERTICALE AU MILIEU ET REPOSANT SUR UNE ARGILE

### 3,1 Argile non saturée.

Nous avons effectué cette première série de mesure dans la cuve 1 remplie d'argile non saturée.

Après malaxage (*photos 4 et 5*), l'argile a été mise dans la cuve en couches successives de 1 cm (*photos 6 et 7*), qui ont été compactées à la main par l'appareil dit « Proctor Normal » à une énergie de compactage de 3 kgcm/cm<sup>3</sup>. Ceci correspond à peu près à la moitié de l'énergie de l'essai dit Proctor Normal.

Les caractéristiques de l'argile en place sont les suivantes :

- teneur en eau naturelle.....  $w = 24 \% \pm 1,5 \%$ ;
- poids du matériau sec en place par rapport au volume total = densité sèche .....  $\gamma_d = 1,33 \pm 0,02 \text{ t/m}^3$ ;
- degré de saturation .....  $S = 63 \%$ ;
- angle de frottement apparent. ....  $\Phi = 22^\circ$ ;
- cohésion apparente. ....  $c = 1,0 \text{ kg/cm}^2$ .

Nous avons effectué une grande série de différents essais de laboratoire avec le sol ci-dessus. Pour le détail de ces mesures nous renvoyons au chapitre IV (Étude des propriétés mécaniques des argiles lors de petites déformations).

Comme poutres d'essais nous avons utilisé dans cette série de mesures des poutres d'acier doux de 40 cm de longueur, 6 cm de largeur et de quatre différentes hauteurs, 1, 2, 3 et 4 cm.

Les poutres ont été chargées par une force ponctuelle au milieu.

Pour mesurer les pressions nous avons monté vingt-deux dynamomètres à friction qui reposent deux par deux sur une plaquette (voir *fig. 75*).

Les dynamomètres sont faits d'un acier étamé avec un coefficient de frottement moyen de  $\mu = 0,41 \pm 0,10$ . Nous donnons les courbes d'étalonnage des différents dynamomètres sur les *figures 76 à 80*.



Photo 4. — Malaxeur de sol.

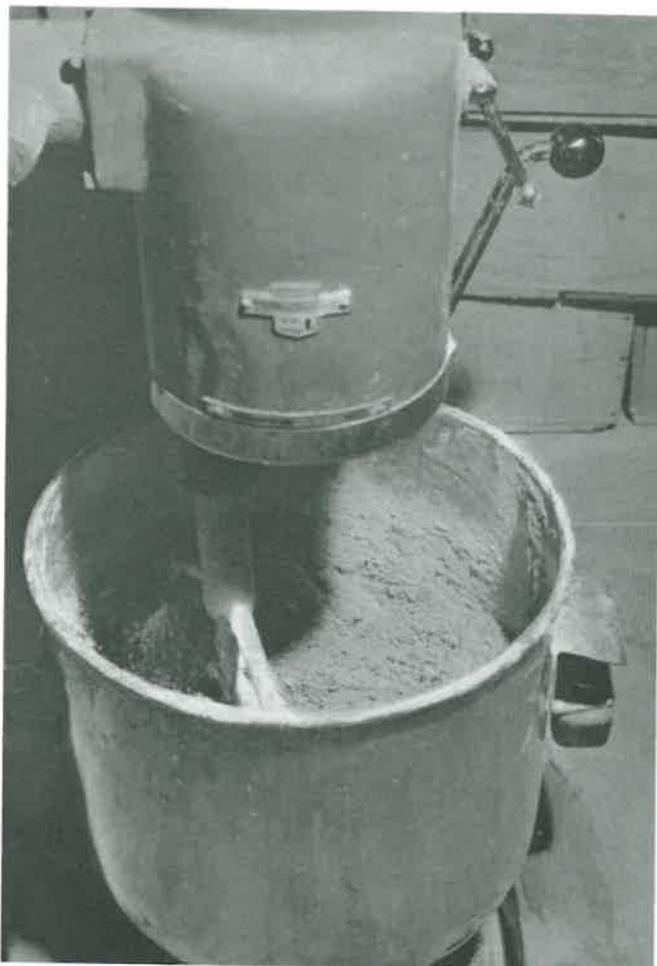


Photo 5. — Détail du malaxeur.



Photo 6. — Remplissage de la cuve d'essai n° 1.



Photo 7. — Surface du sol partiellement compacté.

Nous avons effectué les mesures des pressions pour deux chargements différents de chaque poutre :

— un faible chargement avec une force ponctuelle au milieu de la poutre de  $F = 96$  kg, ce qui correspond à une pression moyenne de  $0,4$  kg/cm<sup>2</sup> et à  $1/20$  environ de la force portante de la fondation.

Pour une bande infinie nous trouvons avec :

$$\Phi = 22^\circ, \quad c = 1,0 \text{ kg/cm}^2, \quad N_c' = 14, \quad p_{rupture} \approx \frac{2}{3} \cdot 1,0 \cdot 14 = 9,4 \text{ kg/cm}^2;$$

Cisaillement local d'après TERZAGHI (1954), voir chapitre I.

— un faible chargement avec une force ponctuelle de  $F = 96$  kg au milieu de la poutre, mais après avoir chargé la surface du sol avec la poutre de  $4$  cm de hauteur à une force ponctuelle au milieu de  $F = 2\,300$  kg, ce qui correspond à une pression moyenne de  $p = 9,6$  kg/cm<sup>2</sup> (préchargement) qui est l'ordre de grandeur de la force portante de la poutre.

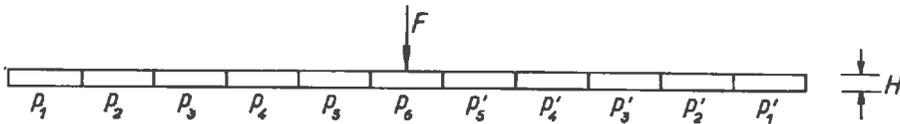
*Résultats obtenus.*

— *Faibles charges :*

Nous obtenons le résultat intéressant que la répartition des pressions dépend fortement de la hauteur de la poutre de fondation, donc de son moment d'inertie (voir fig. 81 et 82 tableau X).

TABLEAU X

Explication :



*Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en-dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée; Résultats obtenus par l'expérience. Pas de préchargement.*

	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p'_5$	$p'_4$	$p'_3$	$p'_2$	$p'_1$
H = 4 cm. . . .	1,4	0,34	0,09	0,14	0,15	0,11	0,27	0,10	0,16	0,17	1,46
H = 3 cm. . . .	0,78	0,39	0,20	0,22	0,33	0,24	0,66	0,20	0,19	0,20	0,98
H = 2 cm. . . .	0,36	0,29	0,14	0,27	0,42	0,36	1,66	0,38	0,14	0,09	0,28
H = 1 cm. . . .	0,32	0,20	0,15	0,24	0,57	0,82	1,52	0,13	0,14	0,10	0,24

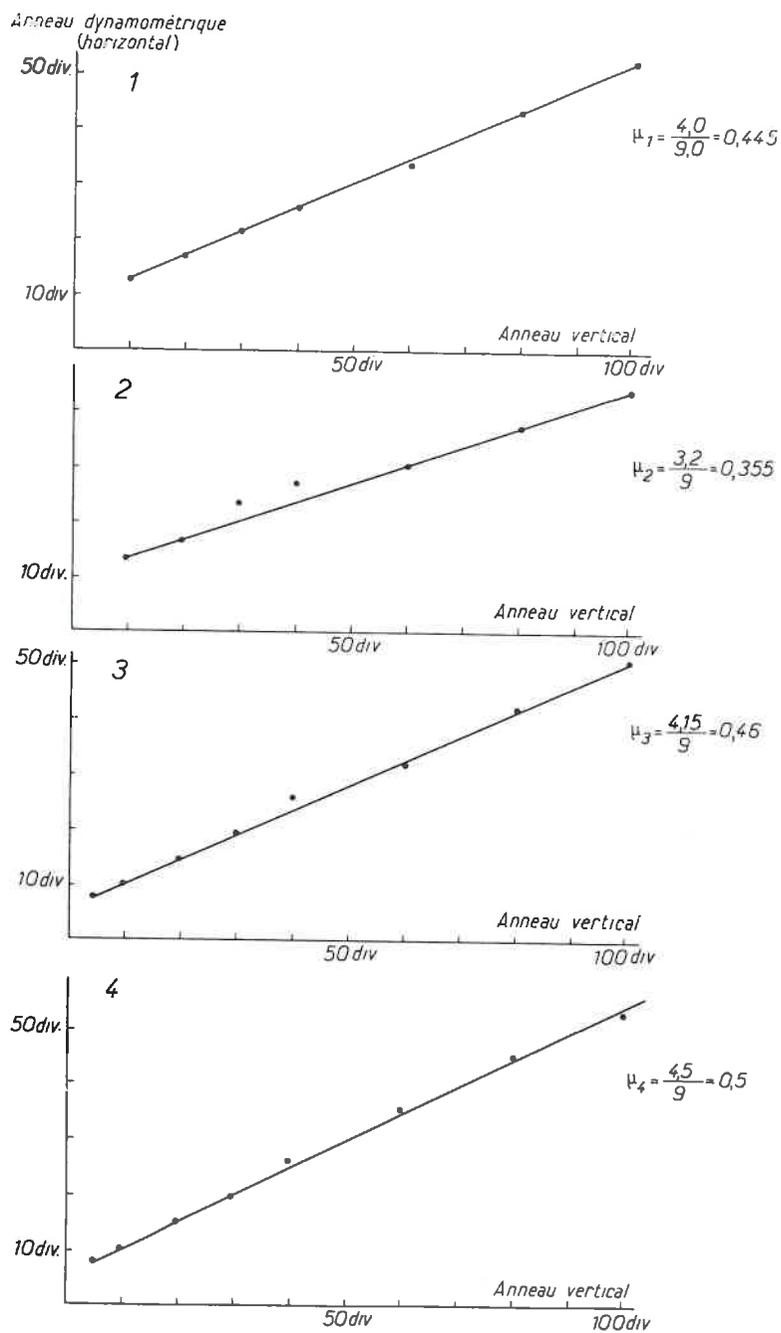


Fig. 76. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : acier étamé.  
Anneaux : horizontal (100 kg) et vertical (100 kg). 33,5 div. = 10 kg.

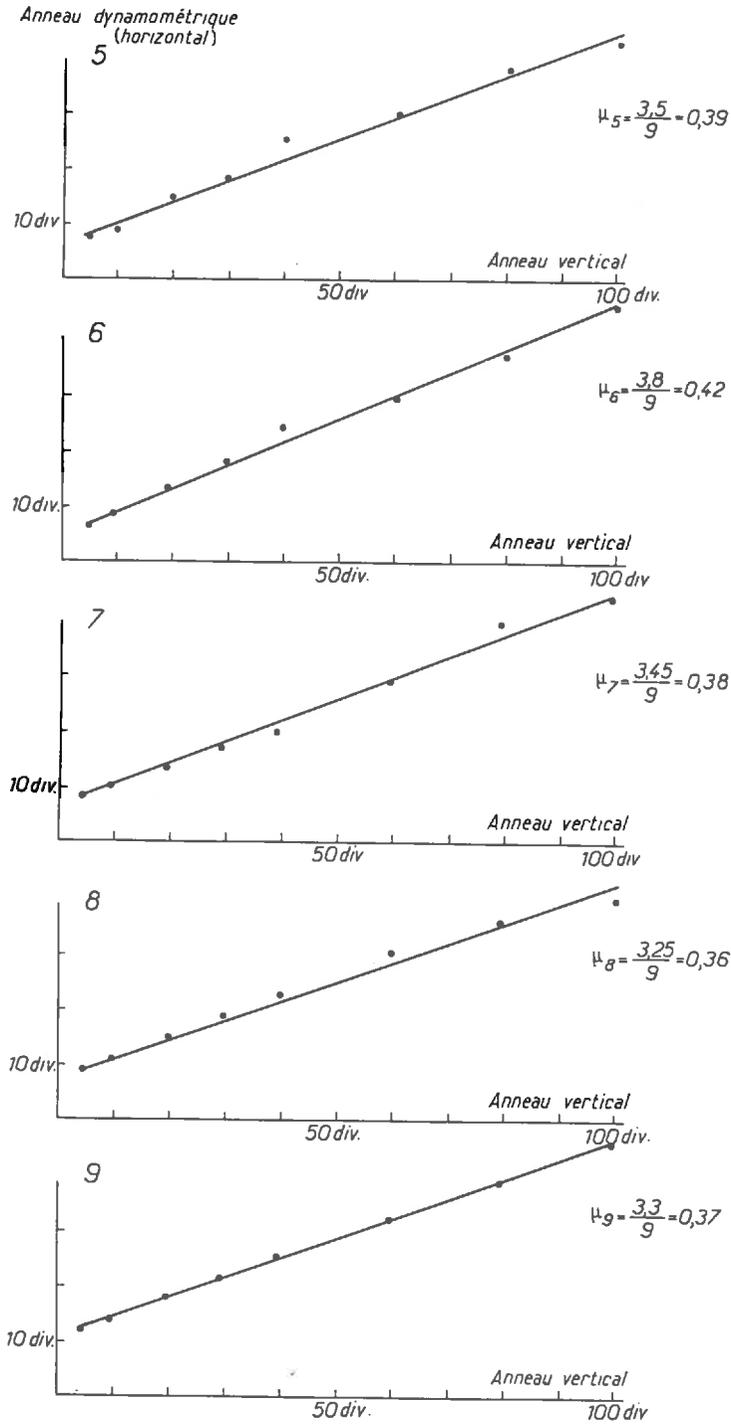


Fig. 77. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : acier étamé.  
Anneaux : horizontal (100 kg) et vertical (100 kg). 33,5 div. = 10 kg.

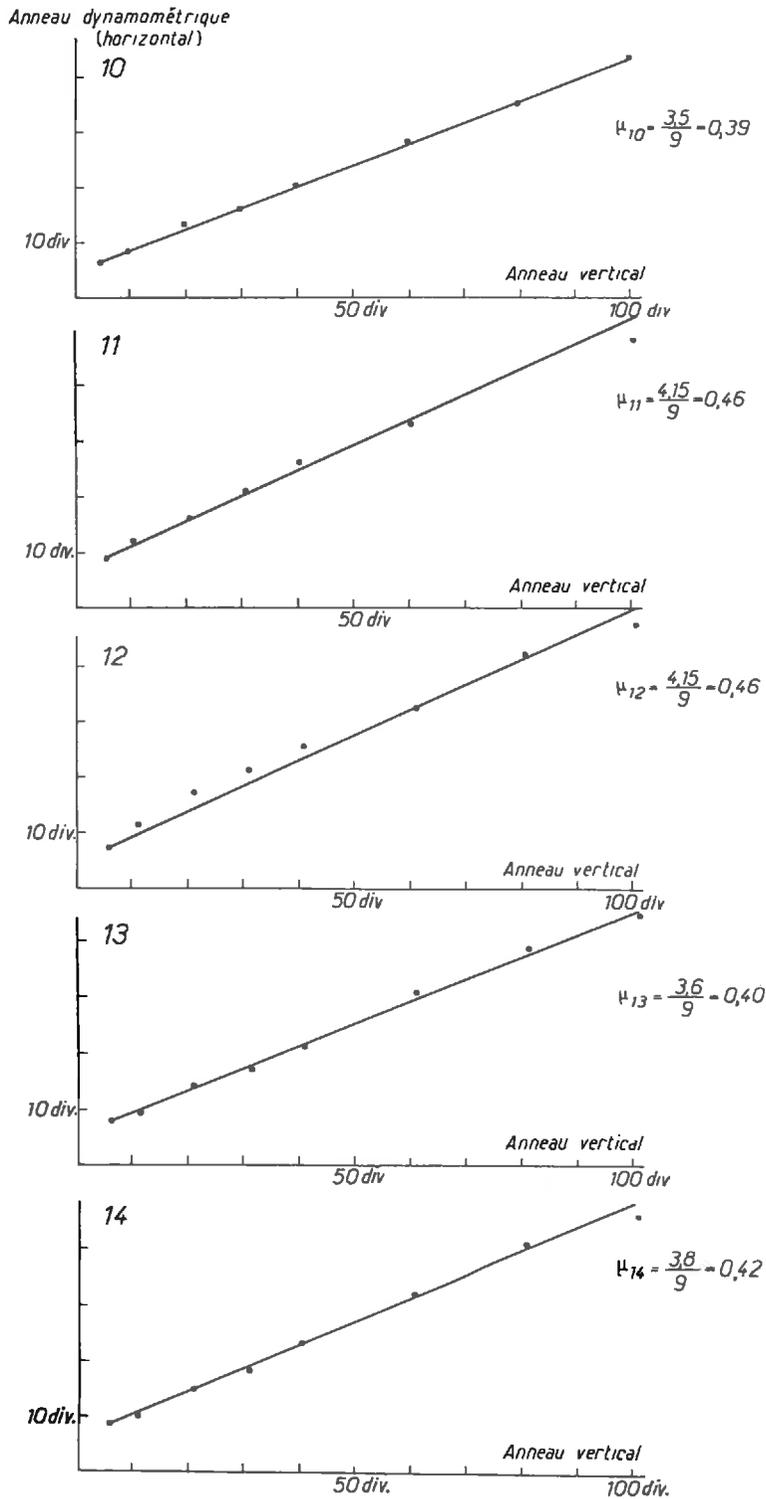


Fig. 78. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : acier étamé.  
Anneaux : horizontal (100 kg) et vertical (100 kg), 33,5 div. = 10 kg.

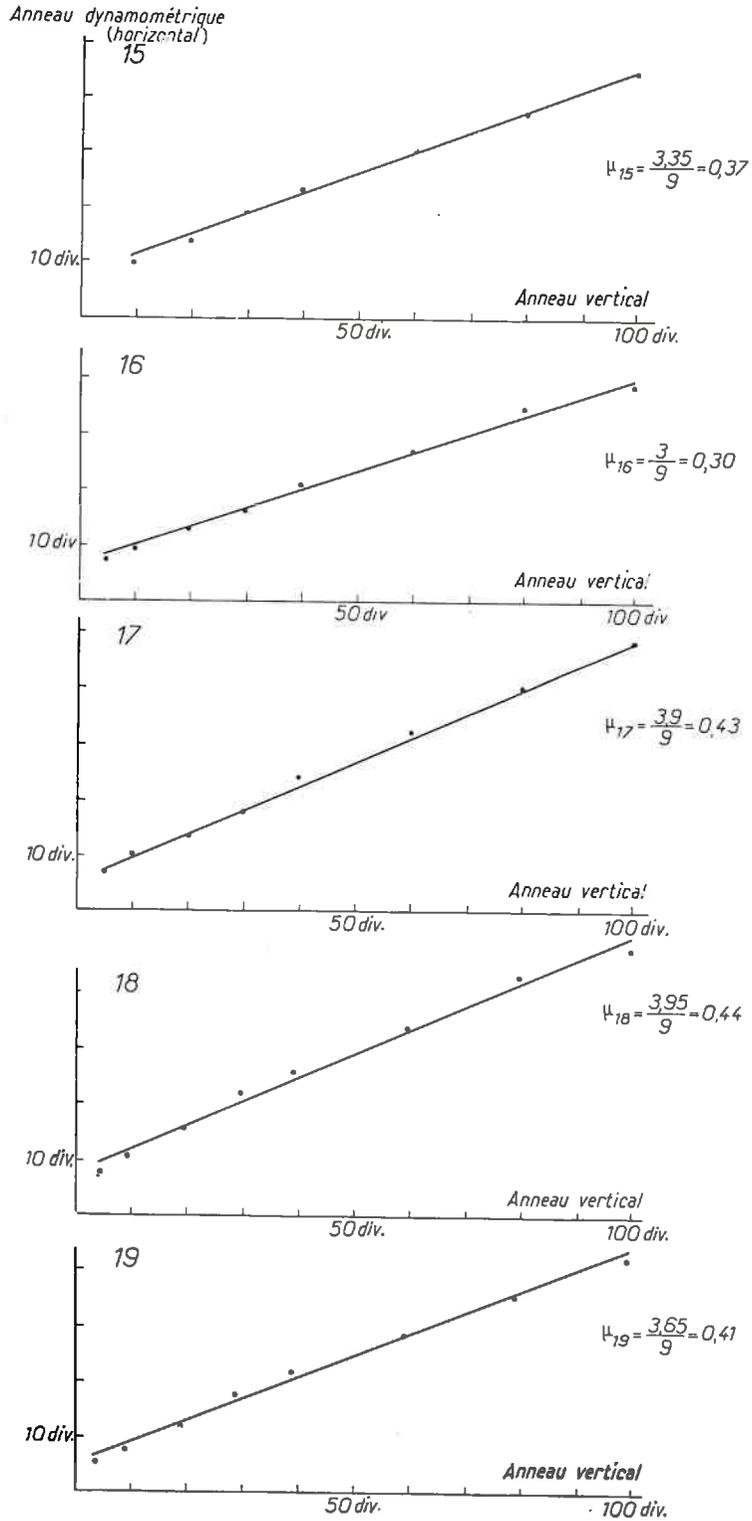


Fig. 79. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : acier étamé.  
Anneaux : horizontal (100 kg) et vertical (100 kg). 33,5 div. = 10 kg.

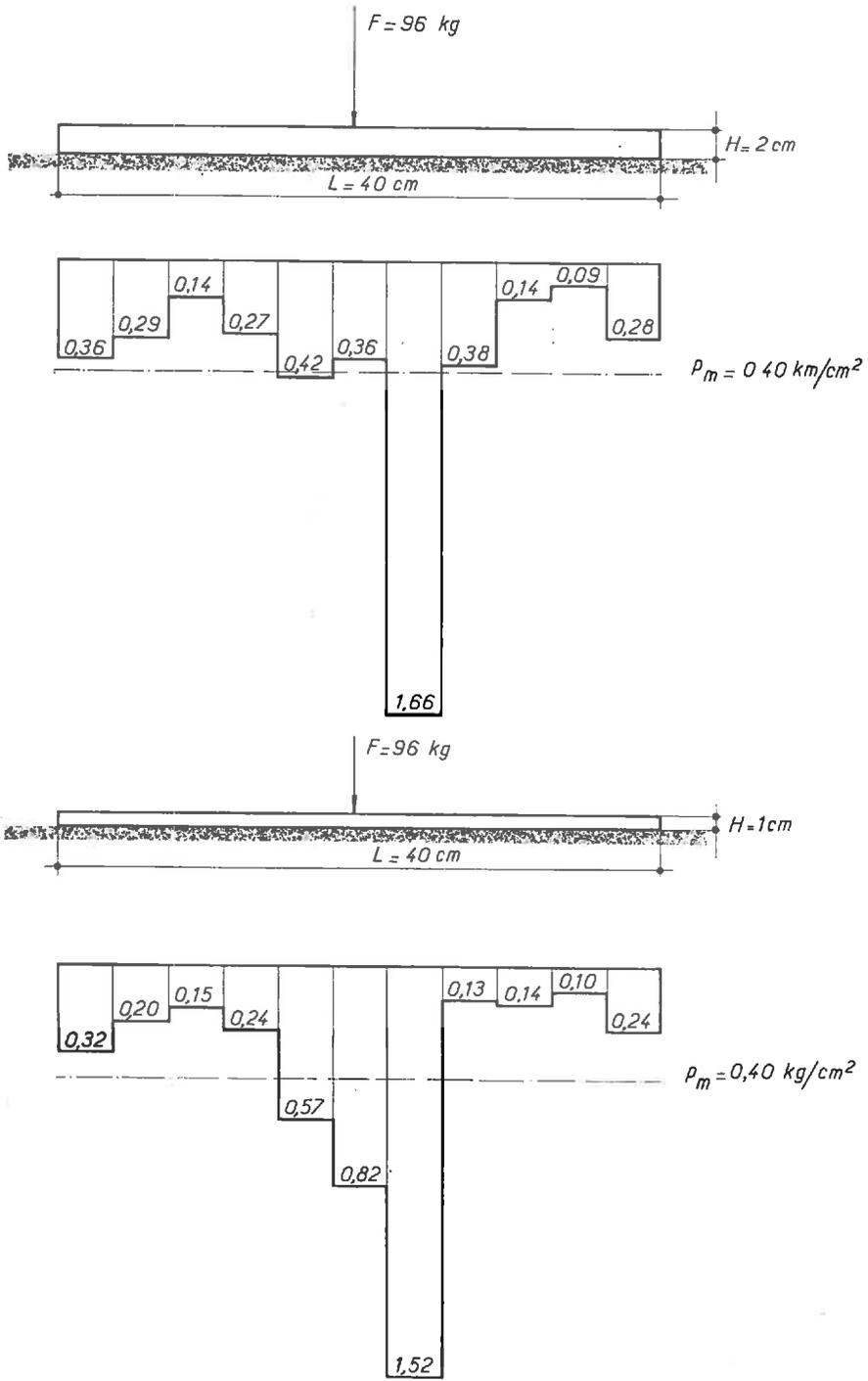


Fig. 82. — Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée. Résultats obtenus par l'expérience. Pas de préchargement (cf. tabl. X).

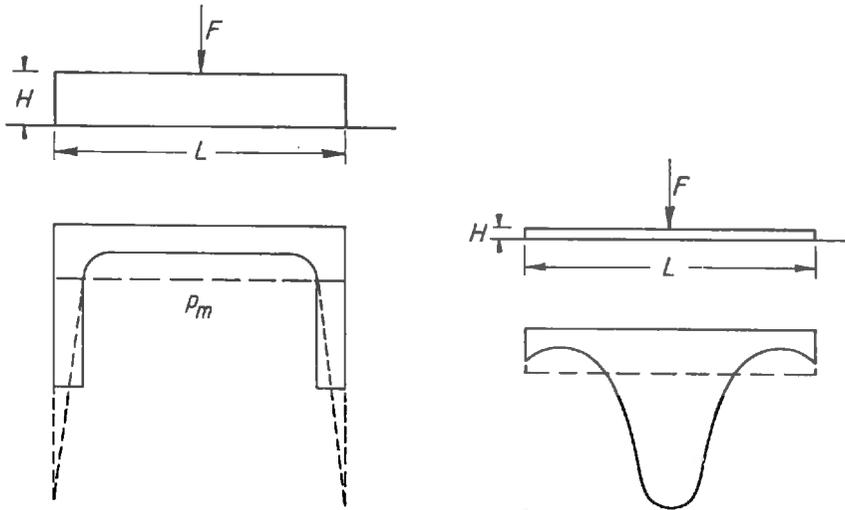
TABLEAU XI

Explication : voir Tableau X.

Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée;  
Résultats obtenus par l'expérience. Préchargement à 9,6 kg/cm<sup>2</sup>.

	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_{s'}$	$p_{s'}$	$p_{s'}$	$p_{s'}$	$p_{s'}$
H = 4 cm. . . .	0,46	0,82	0,14	0,21	0,36	0,59	0,43	0,16	0,31	0,69	0,30
H = 3 cm. . . .	0,06	0,46	0,26	0,28	0,70	1,04	0,58	0,07	0,30	0,44	0,21
H = 2 cm. . . .	0,04	0,17	0,06	0,21	0,99	1,52	0,88	0,16	0,21	0,12	0,05
H = 1 cm. . . .	0,04	0,12	0,04	0,23	0,82	2,18	0,56	0,05	0,20	0,09	0,08

En effet pour la poutre de fondation de H = 4 cm ( $I = 32 \text{ cm}^4$ ) nous obtenons une forte concentration des pressions aux bords de la fondation (chaque bord correspond à environ 10 % de la longueur de la poutre) de l'ordre de 3,6  $p_m$ , alors que les



pressions au milieu de la poutre s'élèvent à environ 0,45  $p_m$ . Étant donné la largeur finie des dynamomètres à friction nous obtenons forcément des valeurs moyennes des pressions sur la largeur des dynamomètres.

Il est très probable, en particulier, que les pressions directement aux bords de la fondation soient sensiblement plus élevées et de l'ordre de la charge critique du bord, d'après FRÖHLICH, qui serait environ 6,0 kg/cm<sup>2</sup>.

$$\Phi = 22^\circ, \quad c = 1,0 \text{ kg/cm}^2, \quad N_c = 6,0, \quad p_{\text{critique}} \approx 1,0 \cdot 6,0 = 6 \text{ kg/cm}^2.$$

Par contre pour la poutre de H = 1 cm ( $I = 0,5 \text{ cm}^4$ ) nous obtenons une forte concentration des pressions autour du point d'application de la force de l'ordre

de  $3,8 p_m$ , avec seulement des faibles pressions aux bords de  $0,7 p_m$ . Les minima des pressions sont situés à environ  $0,25 L$  des bords et s'élèvent à environ  $0,3 p_m$ .

Les courbes de répartition des poutres de  $H = 3 \text{ cm}$  ( $I = 13,5 \text{ cm}^4$ ) et de  $H = 2 \text{ cm}$  ( $I = 4 \text{ cm}^4$ ) sont situées entre les deux courbes limites pour la poutre très rigide et la poutre très souple.

Ces résultats représentent, en général, une bonne confirmation des recherches théoriques et expérimentales (voir chapitre I). Il est particulièrement intéressant de noter que la répartition des pressions trouvée pour la poutre de  $H = 4 \text{ cm}$  s'accorde très bien avec celle trouvée par BACHELIER (1952) pour la poutre rigide sur un milieu semi-infini élastique surtout en ce qui concerne les pressions au milieu de la poutre. BACHELIER trouve  $p = 0,41 p_m$ , nos mesures donnent environ  $p = 0,45 p_m$ .

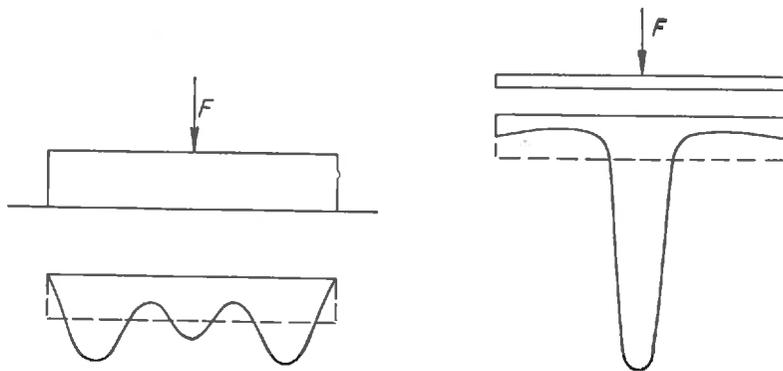
Les courbes de répartition tracées donnent, en général, une valeur moyenne prise sur quatre mesures différentes. Les écarts autour des valeurs moyennes sont souvent considérables surtout en ce qui concerne les petites pressions. Les erreurs sont plus petites pour les grandes pressions. En moyenne, il faut compter avec une erreur de  $\pm 25 \%$ .

Ce qui surprend en regardant les courbes de répartition des pressions c'est l'anomalie de la plaque 7 (voir fig. 75, 81 et 82), qui est toutefois faible pour les poutres presque rigides et qui devient plus visible pour les poutres souples. Nous avons constaté que cette anomalie est provoquée par le fait que la poutre s'adaptait déjà mieux au sol sous la charge nulle à l'endroit de la plaque 7, et que cette plaque 7 formait donc un « quasi-appui » par rapport aux plaques voisines en raison d'une dénivellation de quelques centièmes de millimètres seulement.

L'état de la surface du sol et de la poutre qui s'y appuie influe donc fortement sur la courbe de répartition des pressions tout au moins pour les petites charges et on peut se demander si la répartition des pressions en dessous des fondations existantes peu chargées n'est pas caractérisée par un manque total de régularité.

— *Faibles charges après préchargement* (voir fig. 83, 84, tabl. XI) :

On connaît sans difficulté que le préchargement du sol joue un rôle important sur les courbes de répartition des pressions. L'influence du moment d'inertie de la poutre



reste toujours la même comme dans les premières mesures. Les courbes de pressions pour une poutre donnée présentent cependant quelques différences suivant le mode de chargement.

On reconnaît en particulier, que les pressions directement aux bords de la poutre de  $H = 4 \text{ cm}$ , sont faibles et de l'ordre de la pression moyenne  $p_m$ . Les maxima des pressions qui étaient directement aux bords dans le premier cas de chargement se

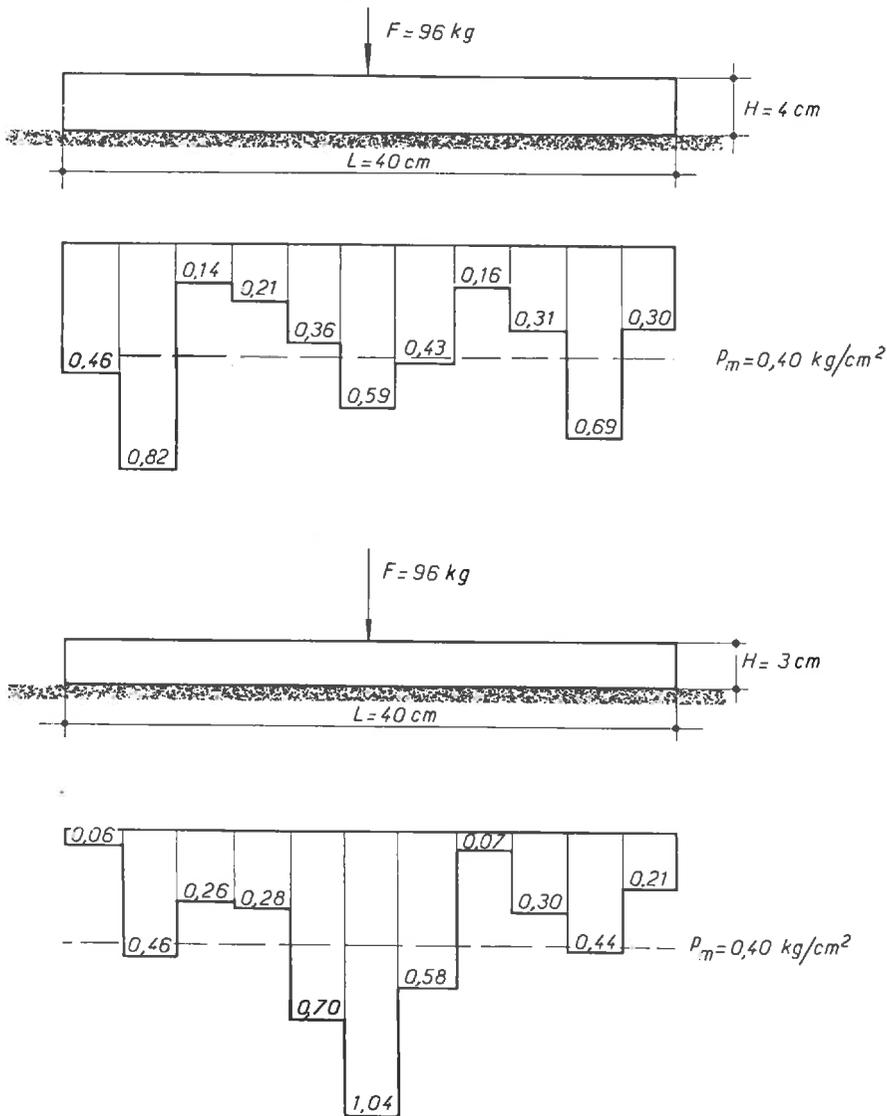


Fig. 83. — Répartition des pressions instantanées [ $\text{kg/cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée. Résultats obtenus par l'expérience. Préchargement à  $9,6 \text{ kg/cm}^2$  (cf. tabl. XI).

sont déplacés en direction du milieu de la poutre et sont situés à  $0,15 L$  des bords. Ils s'élèvent à environ  $1,9 p_m$ . En même temps, on reconnaît déjà une concentration des pressions autour du point d'application de la poutre de  $p = 1,5 p_m$ . Plus la hauteur de la poutre diminue plus les concentrations au voisinage des bords s'affaiblissent et plus les concentrations autour du point d'application de la force s'accroissent.

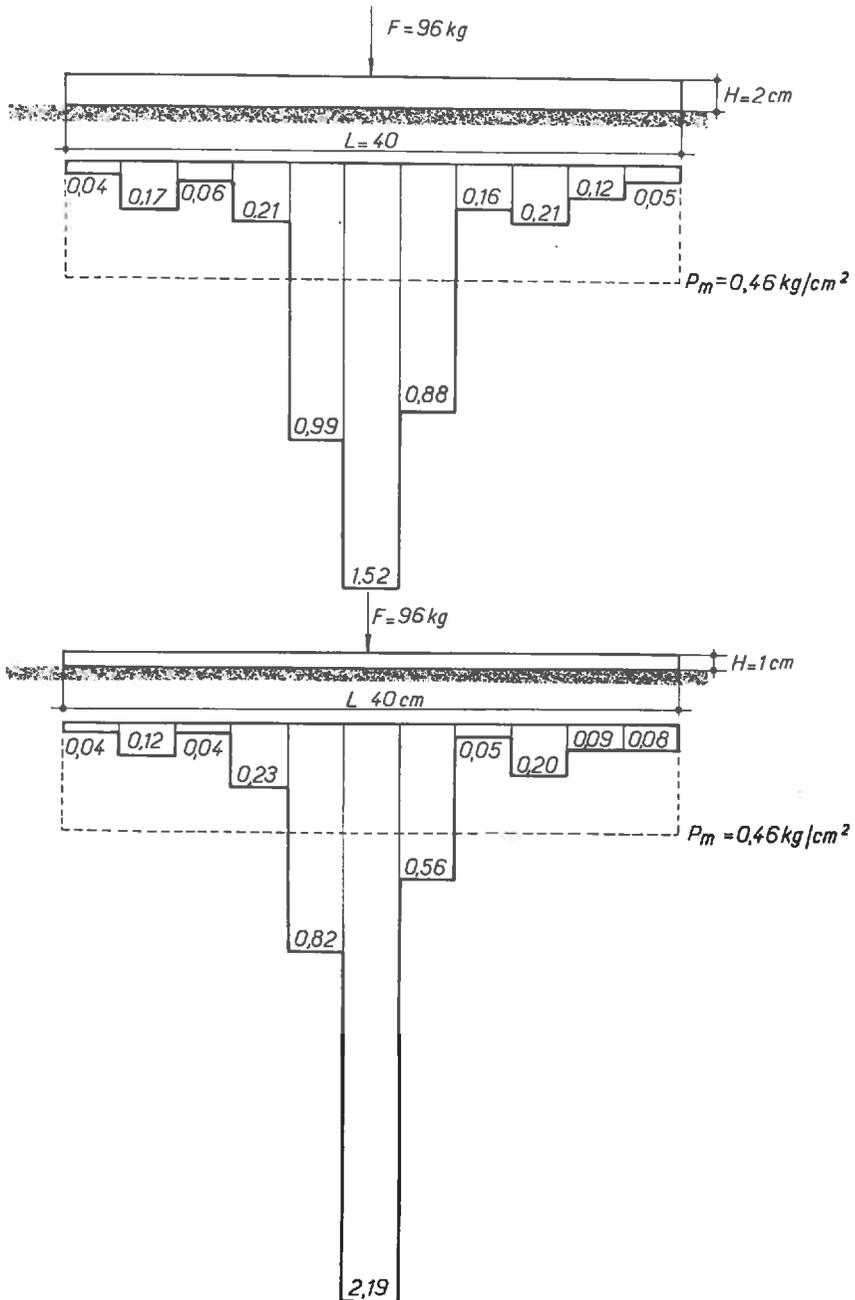


Fig. 84. — Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée. Résultats obtenus par l'expérience. Préchargement à 9,6 kg/cm<sup>2</sup> (cf. tabl. XI).

Pour la poutre avec  $H = 1$  cm les pressions au milieu sont 5, 5 fois plus grandes que la pression moyenne  $p_m$  et diminuent rapidement vers les bords de la poutre pour y prendre une valeur d'environ  $0,3 p_m$ .

Le préchargement du sol a probablement provoqué deux phénomènes différents : un compactage du sol et une rupture localisée (zones plastiques) aux bords de la poutre rigide qui servait à compacter le sol.

Le compactage du sol se traduit par un « raidissement » du sol par rapport à la fondation ou autrement dit par un « assouplissement » des poutres de fondation par rapport au sol.

En effet, les concentrations des pressions autour du point d'application de la force sont remarquables pour toutes les quatre poutres.

Pour la poutre de  $H = 4$  cm la pression autour du point d'application change de  $p = 0,45 p_m$  (sans préchargement) à  $p = 1,5 p_m$  (préchargement); pour la poutre de  $H = 1$  cm les valeurs correspondantes sont  $p = 3,8 p_m$  et  $p = 5,5 p_m$ .

Par contre, la rupture localisée du sol aux bords de la fondation fait que la concentration des pressions n'a plus lieu directement aux bords de la fondation mais à  $0,15 L$  des bords.

Les anomalies du premier chargement observées ont d'ailleurs disparu ce qui prouve l'effet égalisant d'une forte charge sur les irrégularités des surfaces de contact entre la poutre et le sol et les conséquences favorables qui en résultent pour la courbe de répartition des pressions qui devient plus régulière.

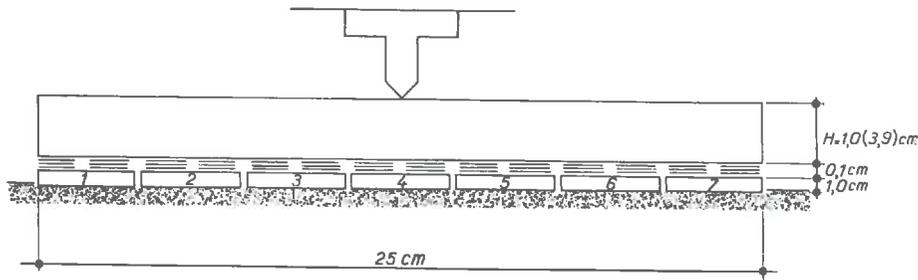
### 3,2 Argile quasi saturée.

Nous avons effectué ces essais dans la cuve 2.

L'argile a été compacté dans la cuve par couches successives de 1 cm à l'aide de l'appareil manuel de compactage qui sert aux essais dits « Proctor Normal ». L'énergie de compactage était  $3 \text{ kgcm} / \text{cm}^3$  comme pour l'argile non saturée de la cuve 1.

Les caractéristiques de l'argile en place sont les suivantes :

- teneur en eau naturelle .....  $w = 37 \%$ ;
- poids du matériau sec en place par rapport au volume total = densité sèche .....  $\gamma_d = 1,33 \text{ t} / \text{m}^3$ ;
- degré de saturation .....  $S \approx 97 \%$ ;
- angle de frottement apparent .....  $\Phi \approx 0$ ;
- cohésion apparente .....  $c = 1 \text{ kg} / \text{cm}^2$ .



Largeur des poutres, 4,0 cm

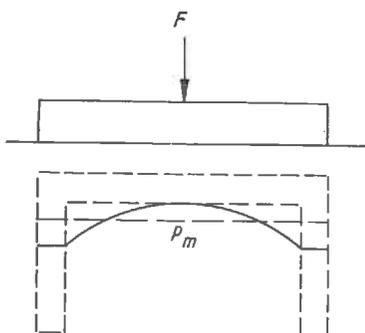
Fig. 85.

Nous avons également effectué une série de différents essais de laboratoire avec le sol ci-dessus. Pour le détail de ces mesures nous renvoyons au chapitre IV.

Comme poutres d'essai nous avons utilisé des poutres en acier doux de 25 cm de longueur, 4 cm de largeur et de deux différentes hauteurs, 1,0 et 3,9 cm.

Pour la mesure les pressions nous avons monté quatorze dynamomètres à friction qui reposent deux par deux sur une plaquette (voir *fig. 85*). Les dynamomètres sont faits en laiton avec un coefficient moyen de  $\mu = 0,46 \pm 0,10$ . Nous donnons les courbes d'étalonnage des différents dynamomètres aux *fig. 86 à 90*.

Nous avons chargé les poutres au milieu à 70 (75) kg et nous avons trouvé (voir *fig. 91*)



que la poutre de  $H = 1$  cm montrait à peu près une répartition uniforme des pressions alors que celle avec  $H = 3,9$  cm présentait une concentration des pressions aux bords de l'ordre de  $1,4 p_m$  avec des minima de pression au milieu de l'ordre de  $0,5 p_m$ . La courbe des pressions de cette dernière poutre présente un aspect un peu différent de celui pour les poutres sur l'argile non saturée.

En effet pour la poutre très rigide ( $H = 4$  cm) sur l'argile non saturée qu'on peut comparer avec la présente poutre de  $H = 3,9$  cm, la répartition des pressions présente une concentration plus forte aux bords (en pointillé à la *fig. ci-contre*) que pour la poutre sur argile saturée (en traits pleins à la *fig.*) avec une chute remarquable à  $0,5 p_m$ .

Notons aussi que les pressions aux bords s'élèvent ici seulement à  $1,4 p_m$ , alors qu'elles étaient  $3,6 p_m$  pour la poutre sur l'argile non saturée.

### 3,3 Coefficient de rigidité $\rho$ .

Les essais montrent l'importance fondamentale de la hauteur d'une poutre de fondation, donc de la rigidité  $EI$  sur la répartition des pressions. Deux cas limites se présentent :

- la poutre très rigide par rapport au sol qui est caractérisé par une concentration plus ou moins forte (suivant le degré de saturation) des pressions aux bords;
- la poutre très souple par rapport au sol où les pressions sont concentrées autour du point d'application de la force.

Pour une poutre de fondation, chargée par des forces quelconques, et reposant sur un sol avec un module d'élasticité donné, il serait intéressant de savoir, si la poutre est très rigide ou très souple par rapport au sol donné, ou si elle a une rigidité intermédiaire entre les deux cas limites. Car ceci permettrait, moyennant nos résultats obtenus, d'indiquer approximativement l'allure générale de la courbe des pressions, en particulier de dire si les pressions sont concentrées au bord de la fondation, ou si elles sont concentrées aux points d'application des forces, ou si elles sont, au contraire, plus ou moins uniformes. Pour un avant-projet ces connaissances pourraient déjà rendre un grand service en ce qui concerne le dimensionnement.

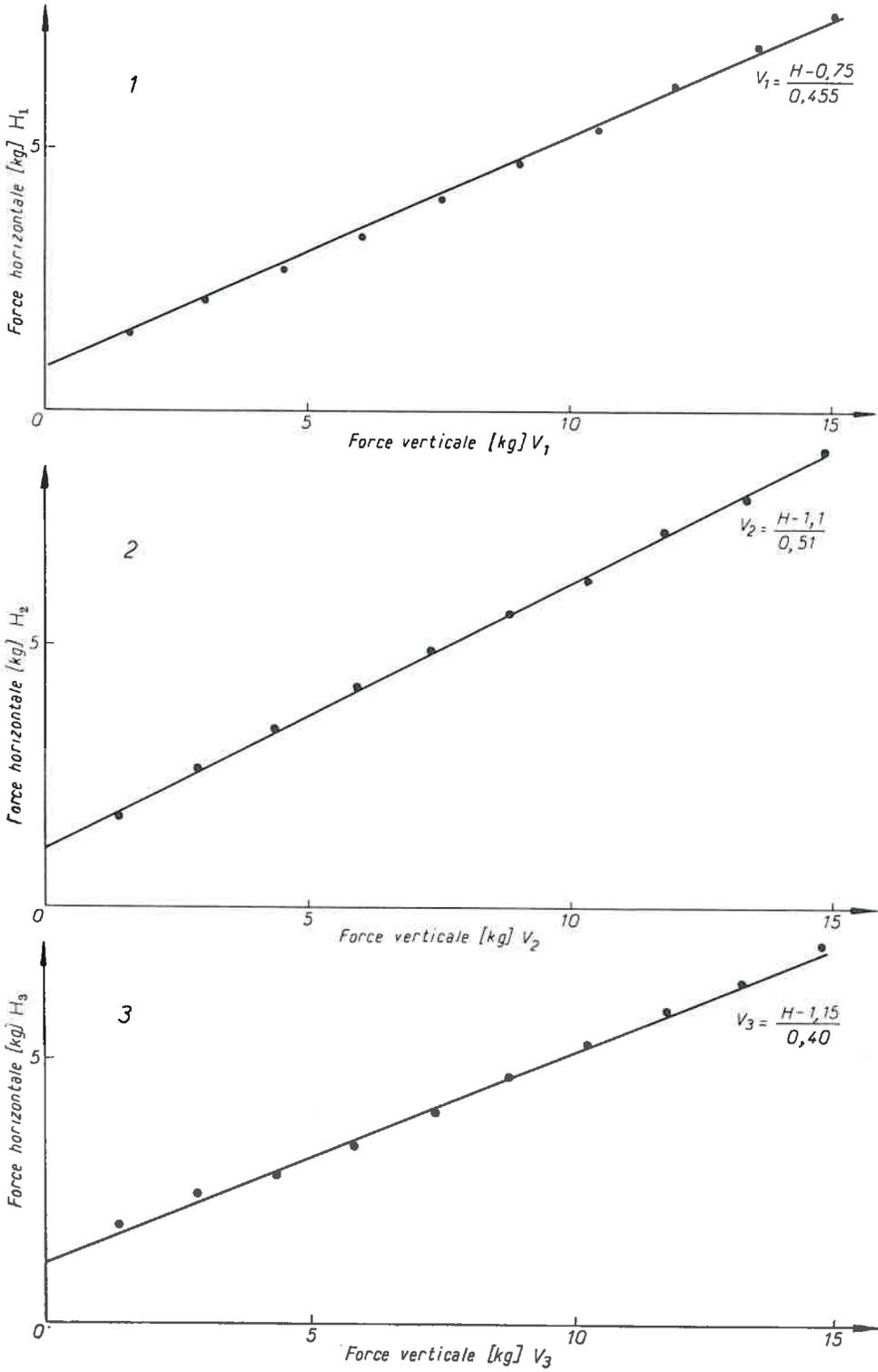


Fig. 86. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : laiton.

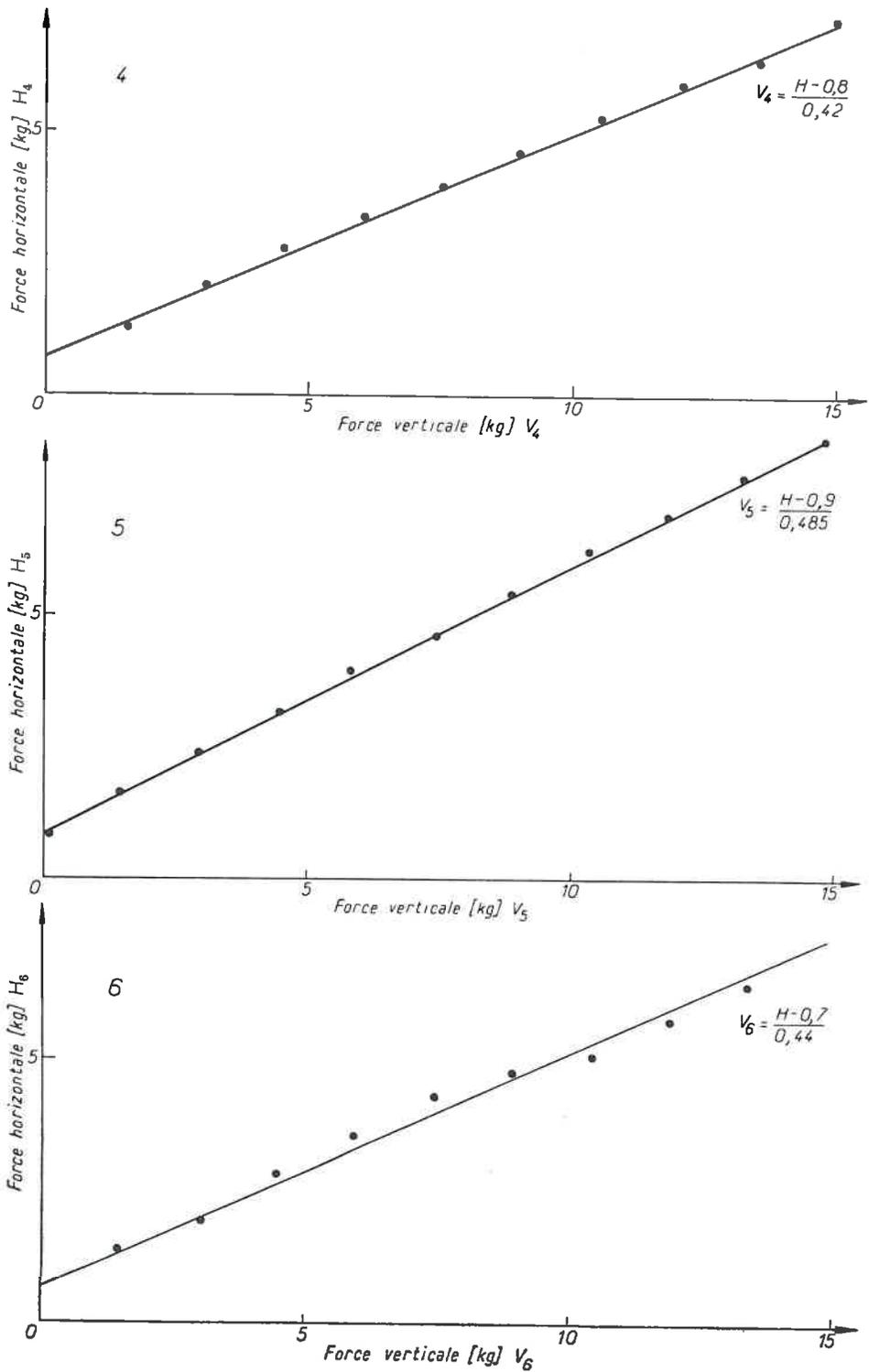


Fig. 87. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : laiton.

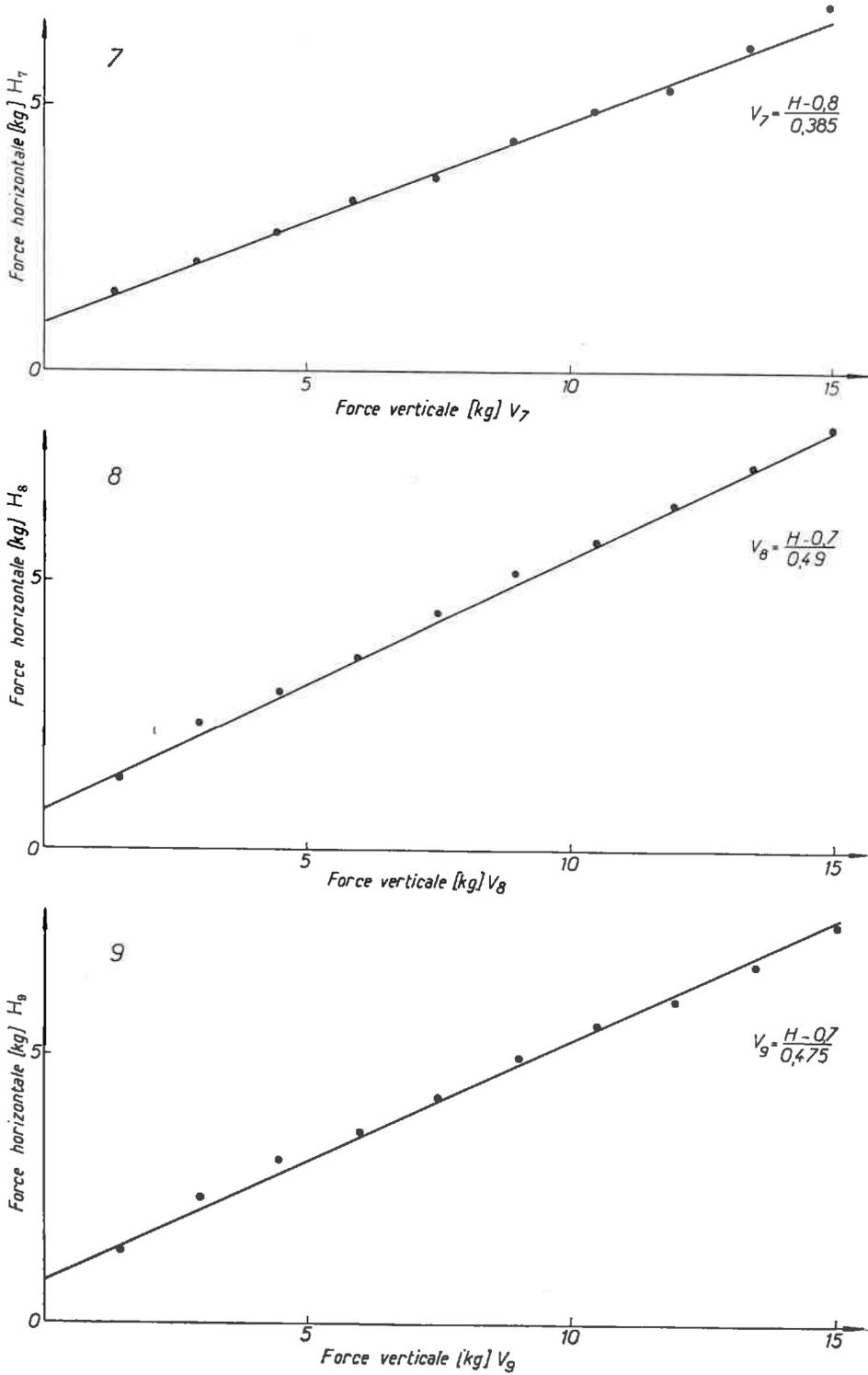


Fig. 88. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : laiton.

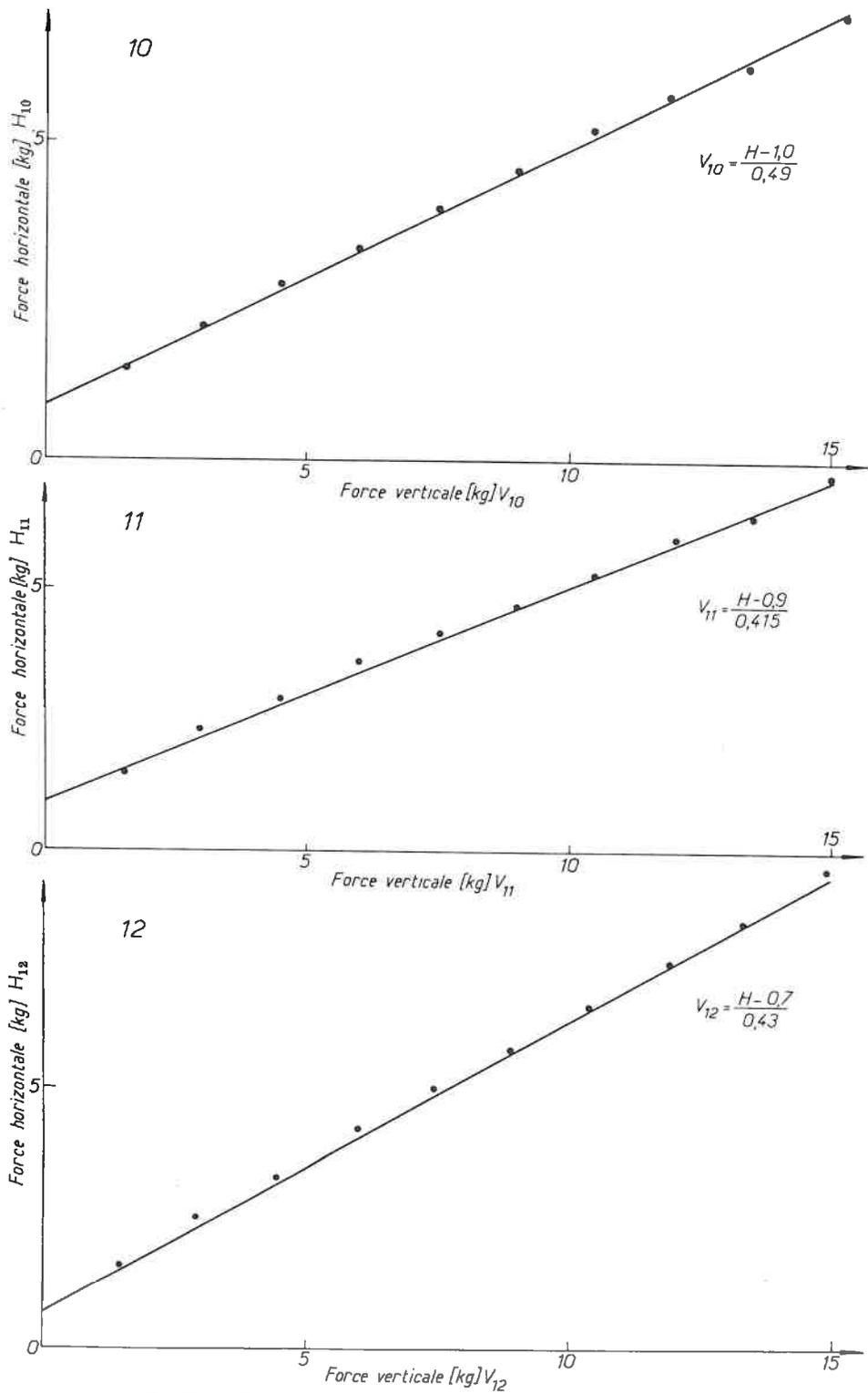


Fig. 89. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : laiton.

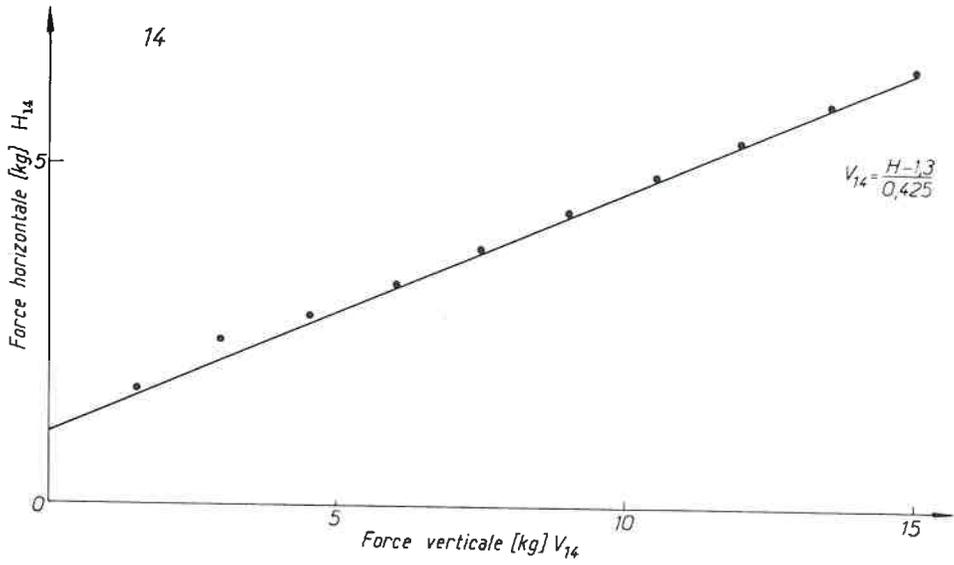
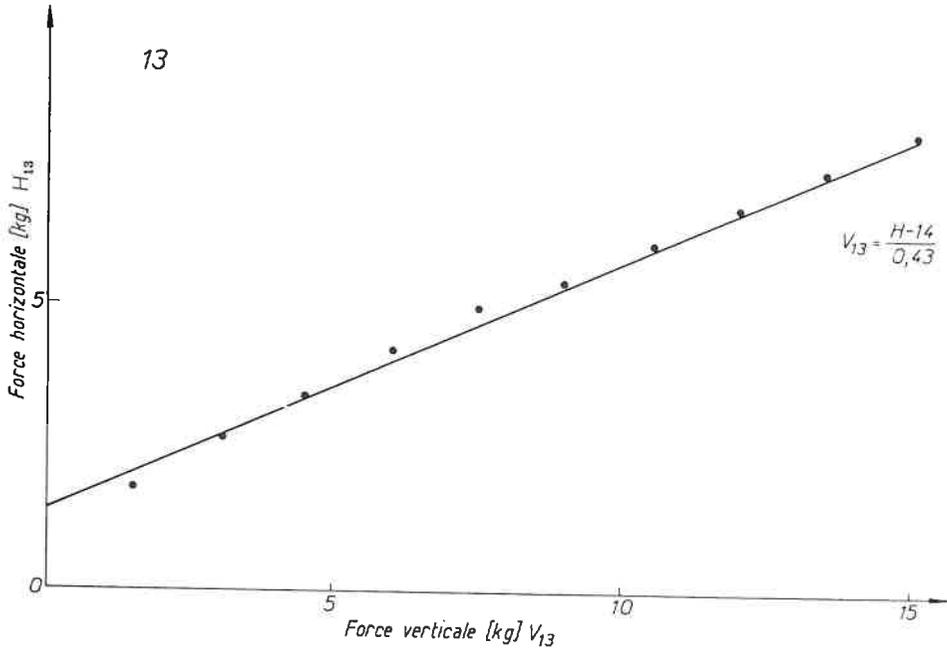


Fig. 90. — Étalonnage des dynamomètres à friction. Matériau : laiton.

Définissons, dans ce but, un coefficient sans dimension  $\rho$  qui est le rapport entre la rigidité de la poutre et la « rigidité » du sol que nous devons définir tout de suite.

En général, une rigidité est définie par le produit du module d'élasticité et le moment d'inertie.

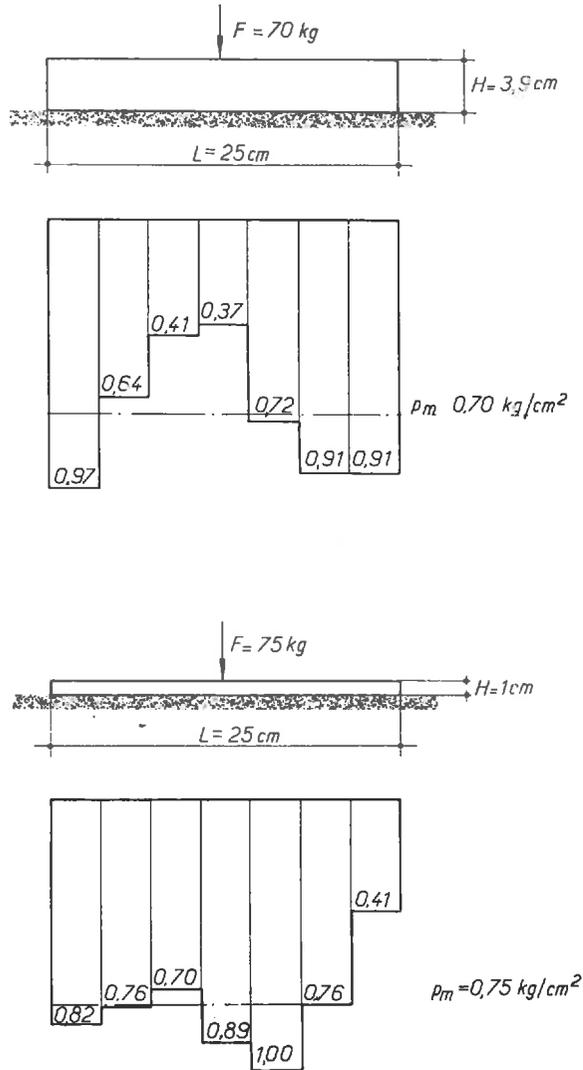


Fig. 91. — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle au milieu et reposant sur une argile quasi saturée. Résultats obtenus par l'expérience.

On aurait donc:

$$\rho = \frac{E_p \cdot I_p}{E_s \cdot I_s}$$

$E_p$  = module d'élasticité de la poutre;

$I_p$  = moment d'inertie de la poutre;

$E_s$  = module d'élasticité du sol;

$I_s$  = « moment d'inertie » du sol.

On a : 
$$I_p = \frac{BH^3}{12}$$

Pour déterminer  $I_s$ , définissons une bande de sol de la largeur B et de la hauteur égale à la longueur L de la poutre, donc :

$$I_s = \frac{BL^3}{12}$$

ce qui donne :

$$\rho = \left(\frac{H}{L}\right)^3 \frac{E_p}{E_s}$$

Les essais sur l'argile non saturé montrent que les pressions sont concentrées aux bords pour  $H > 3$  cm et concentrées autour du point d'application de la force pour  $H < 2$  cm. Prenons comme  $E_p = 2,1 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup> et comme  $E_s = 300$  kg/cm<sup>2</sup> (essai de compression monoaxiale correspondant à  $H/D = 2,0$ , voir chapitre IV).

Avec  $L = 40$  cm on aura donc :

— pour  $H = 3$  cm :

$$\rho = \left(\frac{3}{40}\right)^3 \frac{2,1 \cdot 10^6}{300} \approx 3;$$

— pour  $H = 2$  cm :

$$\rho = \left(\frac{2,0}{40}\right)^3 \frac{2,1 \cdot 10^6}{300} = 0,9 \approx 1.$$

Faisons un contrôle :

Dans les essais sur l'argile quasi saturée nous avons trouvé que la répartition était presque uniforme pour la poutre de  $H = 1$  cm. Prenons pour cette argile un module moyen de 60 kg/cm<sup>2</sup> (essai de compression simple, voir chapitre IV), nous obtenons avec  $L = 25$  cm :

$$\rho = \left(\frac{1}{25}\right)^3 \frac{2,1 \cdot 10^6}{60} = 2,2.$$

Comme il fallait s'y attendre dans les essais sur argile non saturée la pression est à peu près uniforme pour  $1 < \rho < 3$ . L'essai sur l'argile saturée confirme ce résultat.

Nous pouvons donc donner le schéma de la fig. 92 pour la répartition des pressions en dessous d'une fondation.

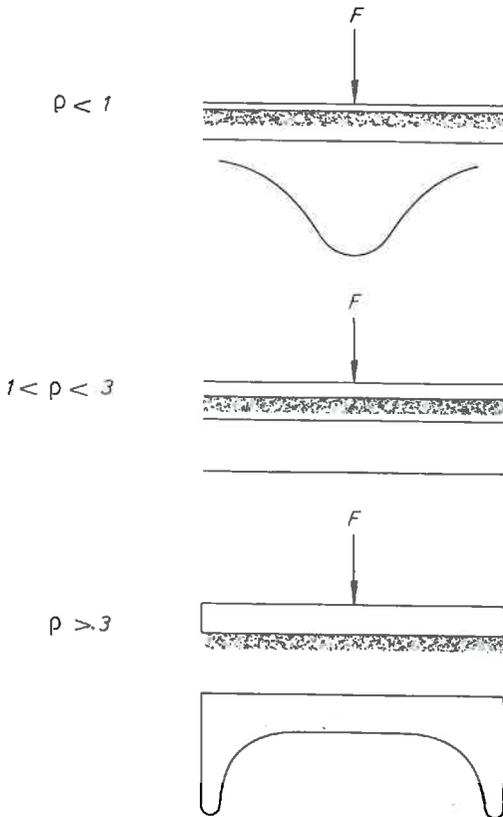


Fig. 92.

Répartition des pressions suivant  $\rho = \left(\frac{H}{L}\right)^3 \frac{E_p}{E_s}$

#### 4 LA RÉPARTITION DES PRESSIONS EN DESSOUS DES POUTRES DE FONDATION CHARGÉES PAR UNE FORCE PONCTUELLE VERTICALE AU MILIEU ET REPOSANT A LA SURFACE D'UN SABLE

Nous avons effectué ces essais dans la cuve 1.

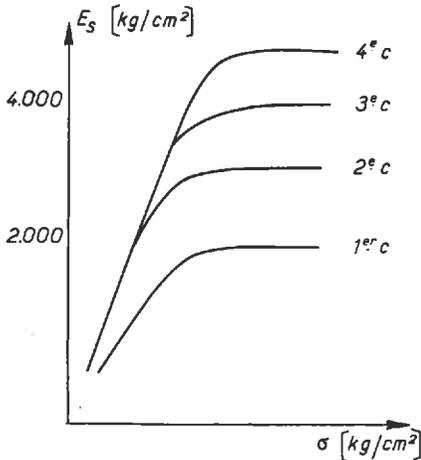
Le sol est un sable calibré sec de 40/100 mm avec les caractéristiques suivantes :

- poids du matériau sec en place par rapport au volume  
total = densité sèche .....  $\gamma_d = 1,60 \text{ t/m}^3$ ;
- angle de frottement .....  $\Phi = 45^\circ$ ;
- cohésion .....  $c \approx 0$ .

L'angle de frottement a été déterminé dans la boîte dite « de CASAGRANDE ». Nous donnons les résultats des mesures *figure 93*.

En plus nous avons effectué des essais de compression à diamètre constant à plusieurs cycles, ce qui nous a permis de tracer la courbe du module de compressibilité en fonction de la contrainte (voir *fig. 94*).

Nous constatons que les modules augmentent rapidement avec la contrainte appliquée et convergent vers une valeur limite. La valeur limite dépend du nombre de cycles de charges effectués et se situe du premier cycle au quatrième cycle entre 2 200 et 4 100  $\text{kg/cm}^2$ .



Comme poutres d'essais nous utilisons les mêmes poutres d'acier doux qui nous servaient pour l'argile non saturée : longueur  $L = 40 \text{ cm}$ , largeur  $B = 6 \text{ cm}$ , hauteurs différentes : 1, 2, 3 et 4 cm.

La charge ponctuelle au milieu est :

$$F = 200 \text{ kg.}$$

Nous avons mesuré les pressions avec des dynamomètres en laiton qui avaient un coefficient de frottement moyen de  $\mu = 0,50 \pm 0,11$ .

Le montage était le même que dans l'essai d'argile non saturée.

Résultats (voir *fig. 95, 96*) :

Nous retrouvons le phénomène caractéristique pour les sables chargés en surface qu'il n'y a pas de concentrations des pressions directement aux bords d'une fondation. Ceci s'explique facilement par le manque de cohésion qui fait que les particules de sables en dessous du bord de la fondation ne portent pas.

Pour la poutre de  $H = 4 \text{ cm}$  les pressions aux bords sont égales à  $0,85 p_m$  et elles diminuent encore pour les poutres de  $H = 3,2$  et  $1 \text{ cm}$  à  $0,80 p_m$ ,  $0,74 p_m$  et  $0,52 p_m$  respectivement.

Pour les poutres de  $H = 4 \text{ cm}$  et  $H = 3 \text{ cm}$  nous trouvons des maxima des pressions à une distance de  $0,15 L$  des bords. Pour la poutre  $H = 4 \text{ cm}$  les maxima sont égaux à  $1,2 p_m$ ; pour la poutre  $H = 3 \text{ cm}$  ils sont égaux à  $1,1 p_m$ .

La poutre de  $H = 1 \text{ cm}$  présente une concentration très nette des pressions autour du point d'application de la force :  $p = 1,6 p_m$ .

NOTA. — Pour compléter cette série de mesures il serait intéressant de faire des essais à une certaine profondeur de fondation. Dans ce cas on devrait retrouver les mêmes phénomènes que pour les argiles, en particulier la concentration des pressions aux bords des poutres très rigides.

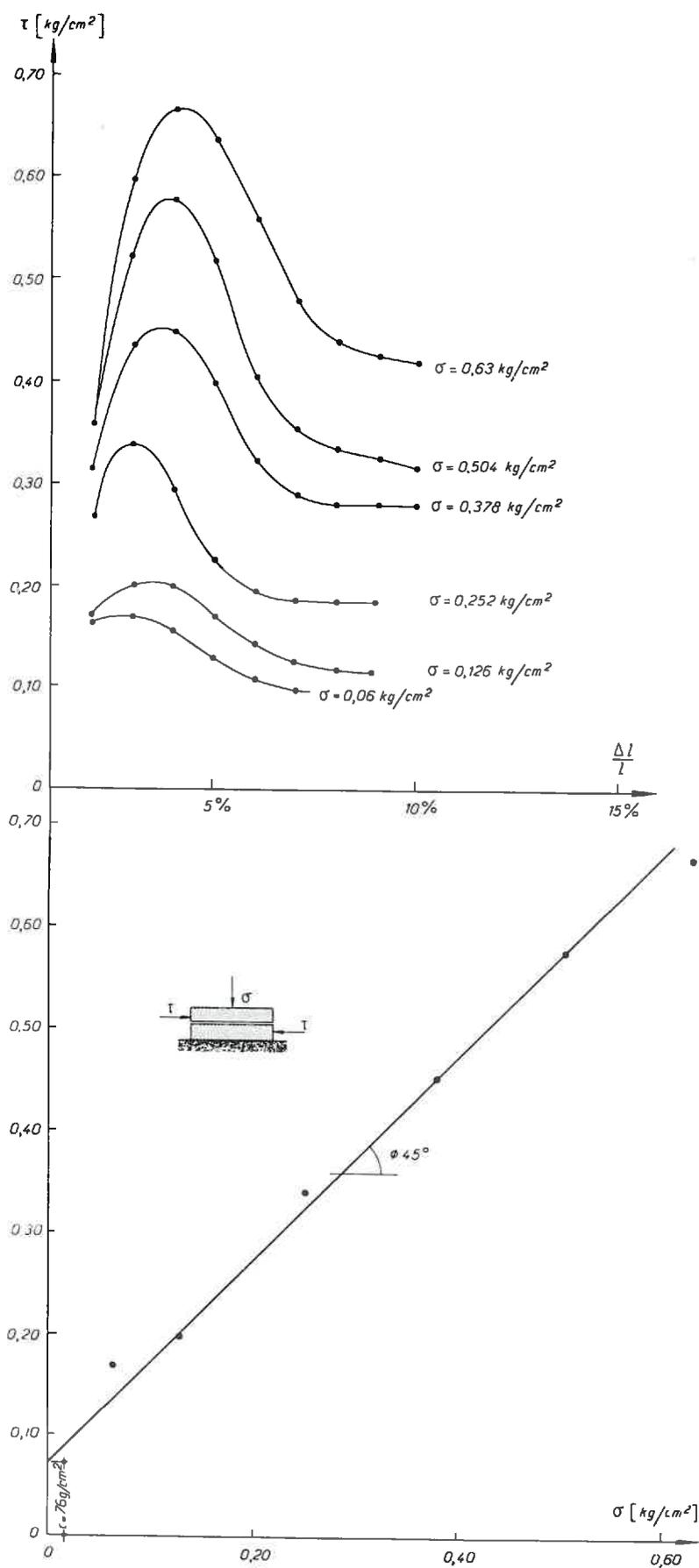


Fig. 93. — Essai de cisaillement CASAGRANDE. Sable 40/100 mm sec  $\gamma_s = 1,60 \text{ t/m}^3$ . Contrainte de cisaillement en fonction de la déformation relative et de la contrainte normale.

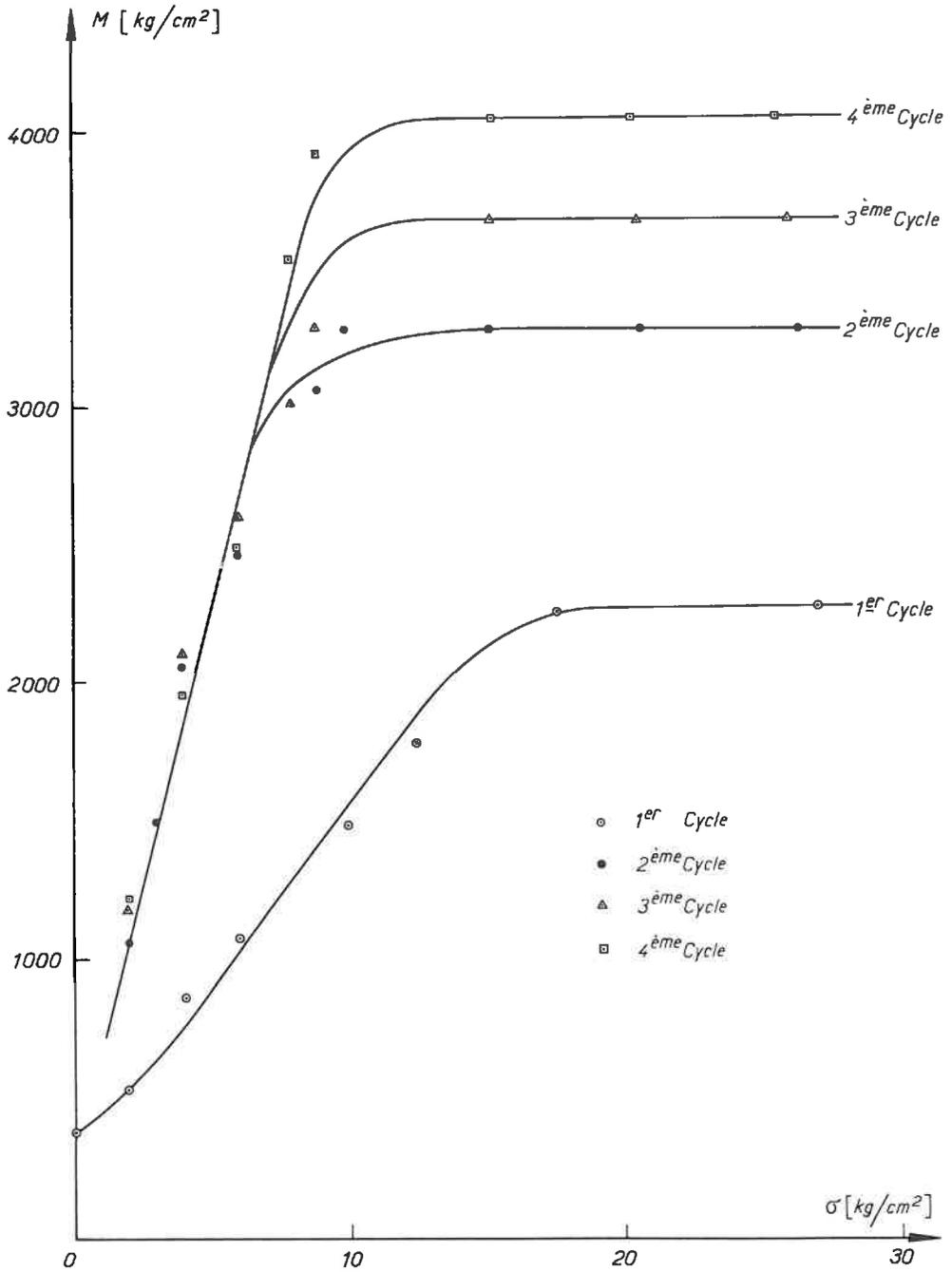


Fig. 94. — Essai de compression à diamètre constant. Sable 40/100 mm sec;  $\gamma_s = 1,60 \text{ t/m}^3$ .  
Module de compression en fonction de la contrainte normale.

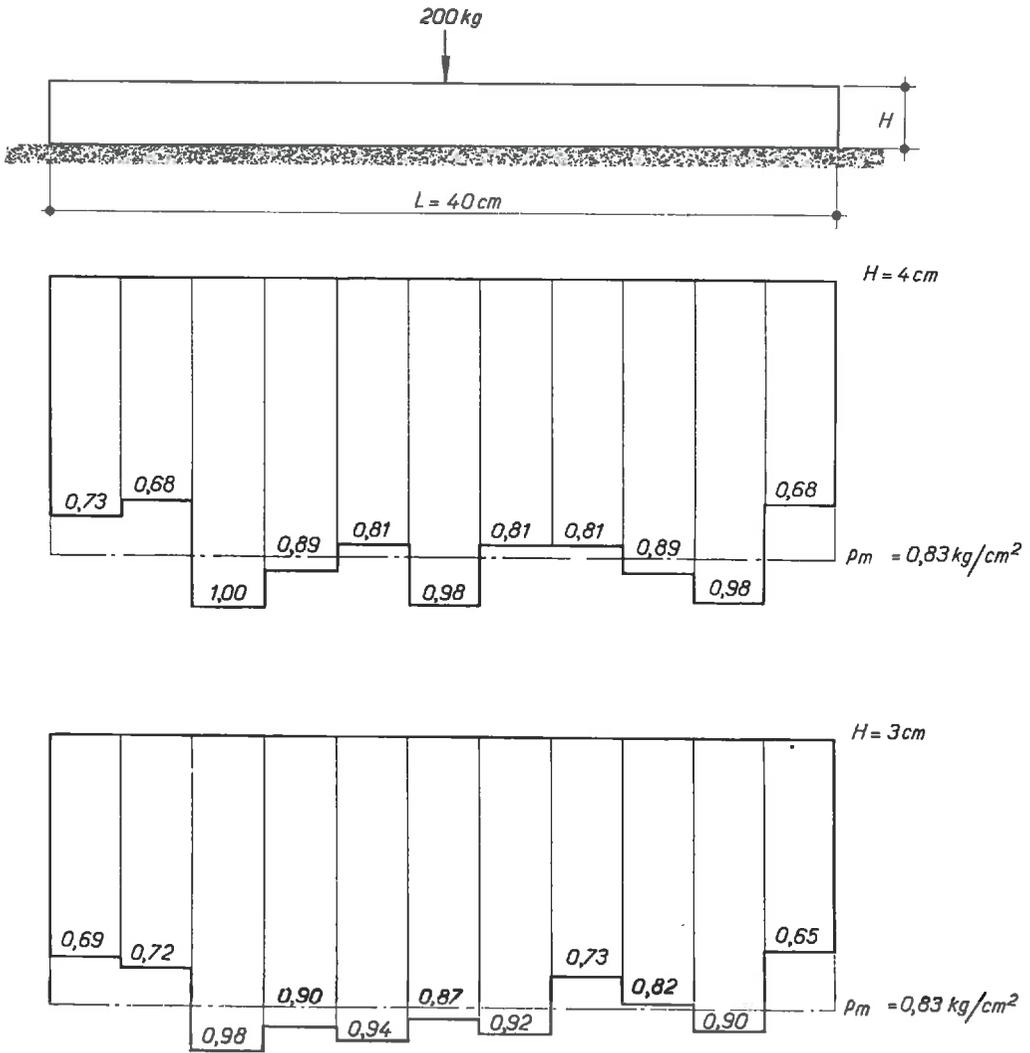


Fig. 95. — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur un sable 40/100 mm, sec  $\gamma_d = 1,60 \text{ t/m}^3$ ;  $\Phi = 45^\circ$ .

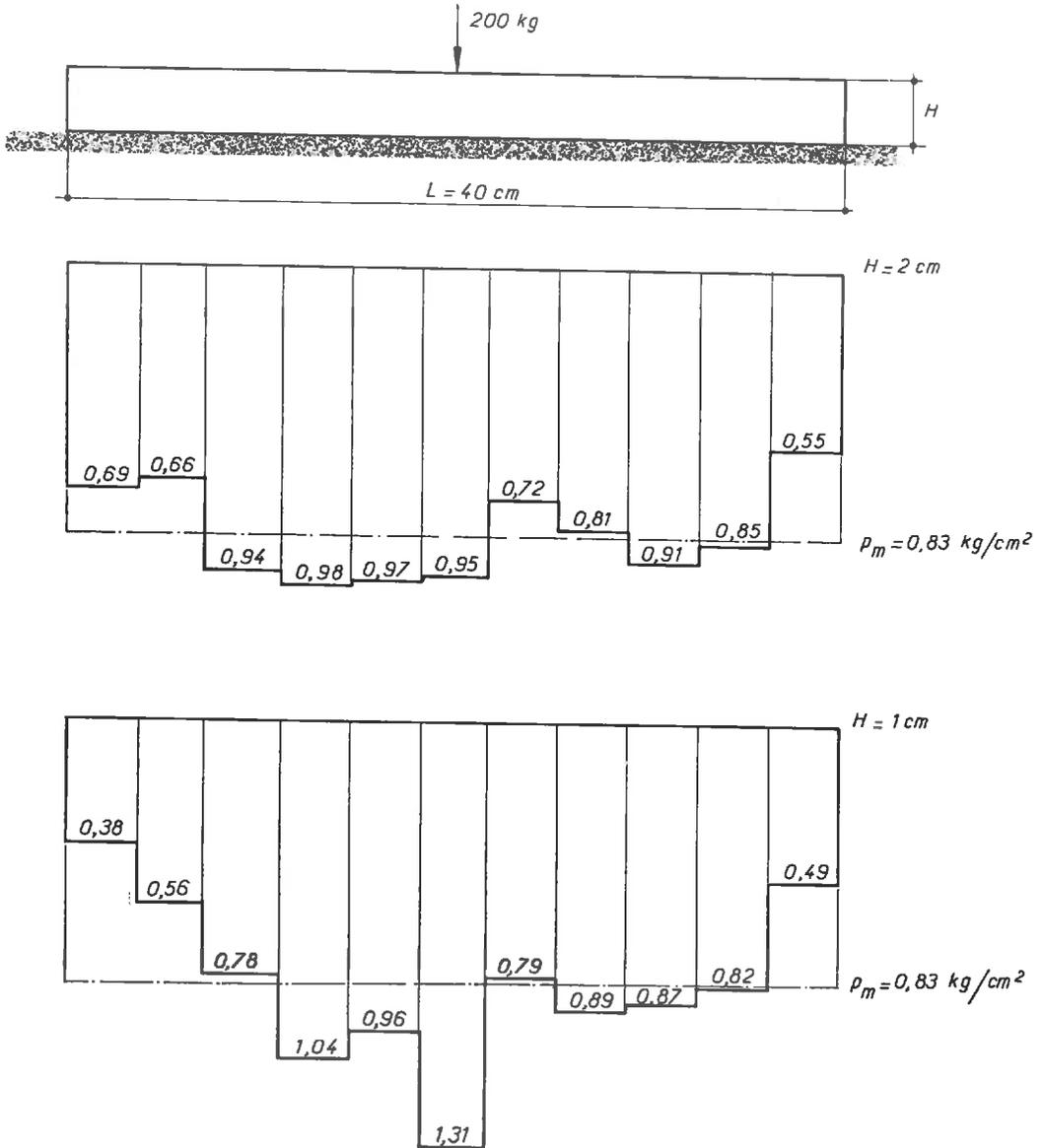


Fig. 96 — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur un sable 40/100 mm, sec  $\gamma_s = 1,60\text{ t/m}^3$ ;  $\Phi = 45^\circ$ .

## 5 L'ÉVOLUTION DES PRESSIONS EN FONCTION DU TEMPS. POUTRE DE FONDATION CHARGÉE PAR UNE FORCE PONCTUELLE EN SON MILIEU

### 5,1 Argile non saturée.

Les essais ont été exécutés dans la cuve 1 et sur l'argile dont nous avons décrit les caractéristiques plus haut (3,1 de ce chapitre).

Comme poutre de fondation nous nous sommes servis de la poutre de  $H = 3$  cm avec une longueur de 40 cm et une largeur de 6 cm, chargée par une force ponctuelle au milieu de  $F = 680$  kg.

La mesure des pressions a été faite par des dynamomètres en laiton avec un coefficient de frottement moyen de  $0,34 \pm 0,08$ .

Nous avons observé les tassements de la poutre et les pressions en dessous de sa surface de contact avec le sol pendant 30 jours.

Les tassements ont été pris en cinq différents points de la poutre.

La mesure des pressions a été faite par le même montage que nous avons décrit dans le paragraphe 3,1 (voir *fig. 75*).

— *Mesure des tassements :*

— Tassements absolus. — Le tassement de la poutre n'était pas symétrique (voir *fig. 97*).

En effet les points « 4 » et « 5 » à droite de l'axe de symétrie ont tassé moins que les points « 1 » et « 2 » à gauche de l'axe. La poutre s'est inclinée à gauche en subissant une déformation sensible.

Si nous portons les tassements des différents points en fonction du temps (échelle linéaire) (voir *fig. 98, 99*) nous obtenons l'aspect habituel des courbes de tassement jusqu'à  $t = 1\ 000$  mn. A partir de 1 000 mn nous observons des irrégularités dans les courbes sous forme de « crochets ». Ces « crochets » apparaissent à un temps donné sur tous les points de mesure. Il est intéressant de noter que tous les points de tassement se situent, malgré les irrégularités, autour d'une droite qu'on trace à partir de la partie initiale des courbes de tassements.

— Tassements différentiels. — Le tassement du point « 3 » étant probablement trop faible à cause d'un montage imparfait, nous regardons seulement les tassements semblent différentiels « 1-2 » et « 4-5 » (voir *fig. 100, 101*).

Les tassements différentiels « 1-2 » sont faibles et, à part quelques irrégularités invariants en fonction du temps.

Les tassements différentiels « 4-5 », par contre, sont grands, augmentent beaucoup au début de l'essai et se stabilisent seulement après 20 000 mn (14 jours). A ce moment ils sont sept fois plus grands que les tassements différentiels « 1-2 ».

Les différences dans les tassements différentiels « 1-2 » et « 4-5 » sont en bon accord avec les tassements absolus. En effet, à droite de l'axe de la poutre, le sol est apparemment plus dur qu'à gauche, donc, à droite, les faibles tassements absolus et les forts tassements différentiels; à gauche, c'est l'inverse.

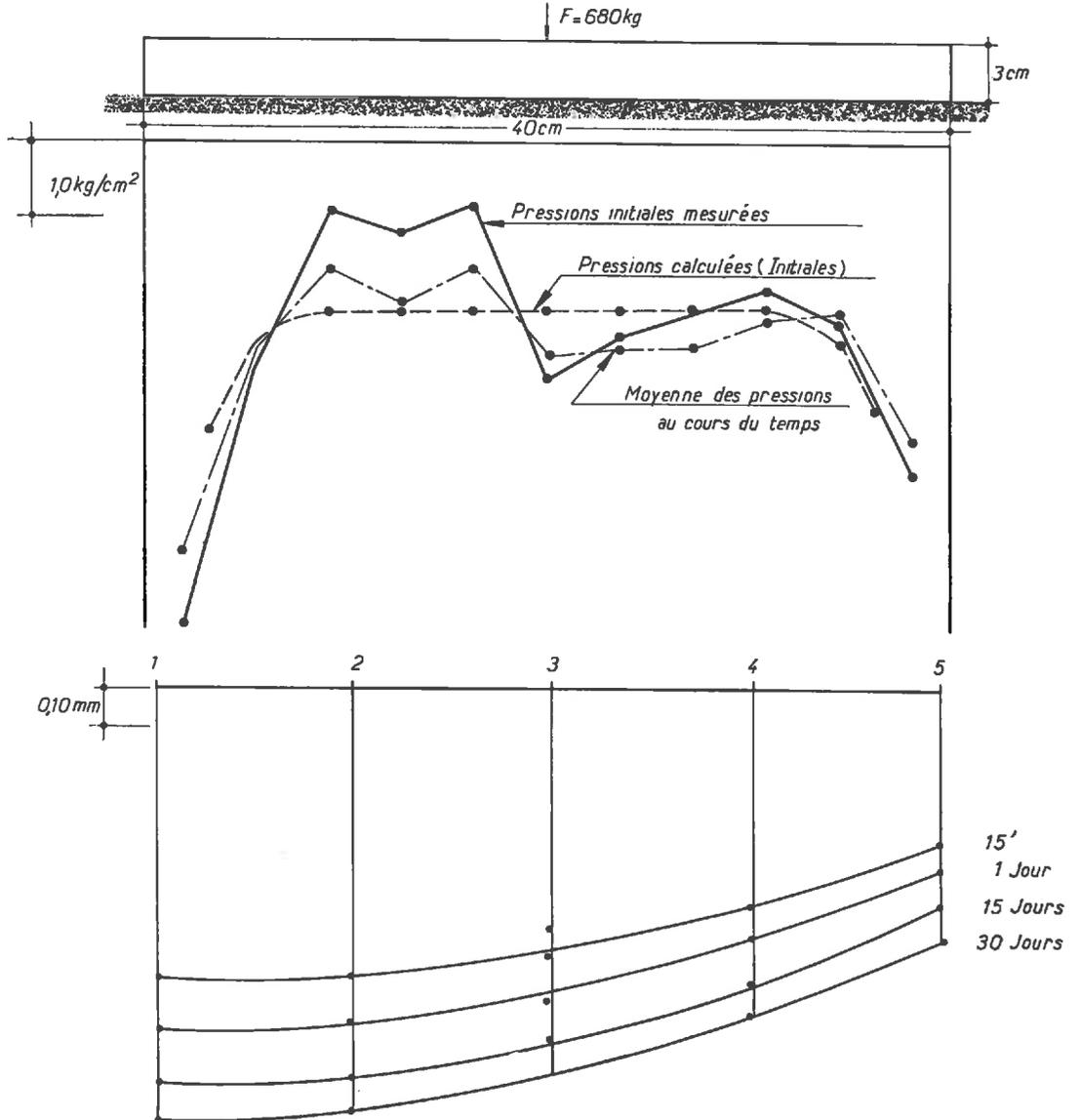


Fig. 97. — Répartition des pressions et tassements d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile non saturée.

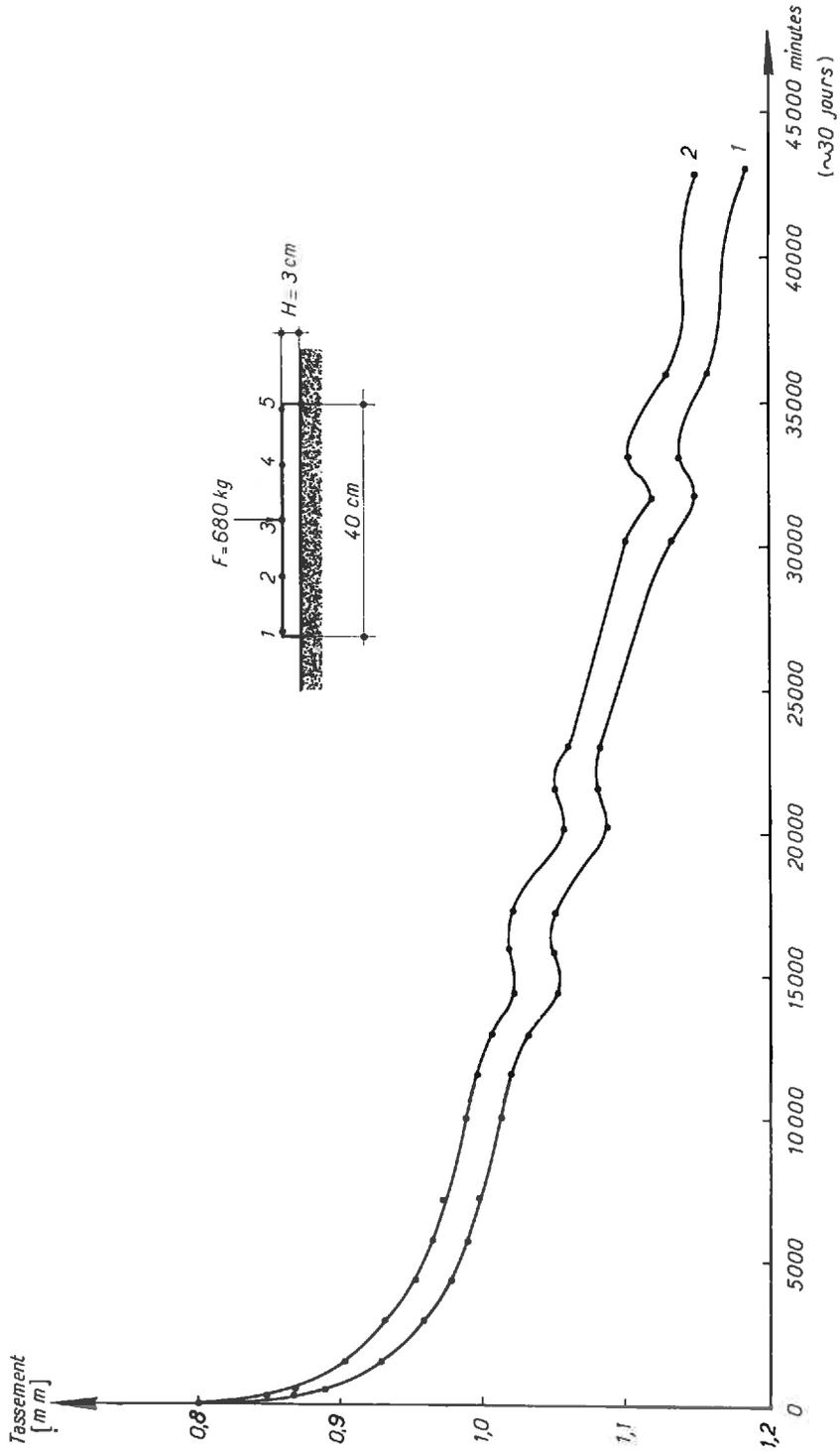


Fig. 98. --- Tassements des points 1 et 2 de la poutre de fondation de la figure 97 en fonction du temps.

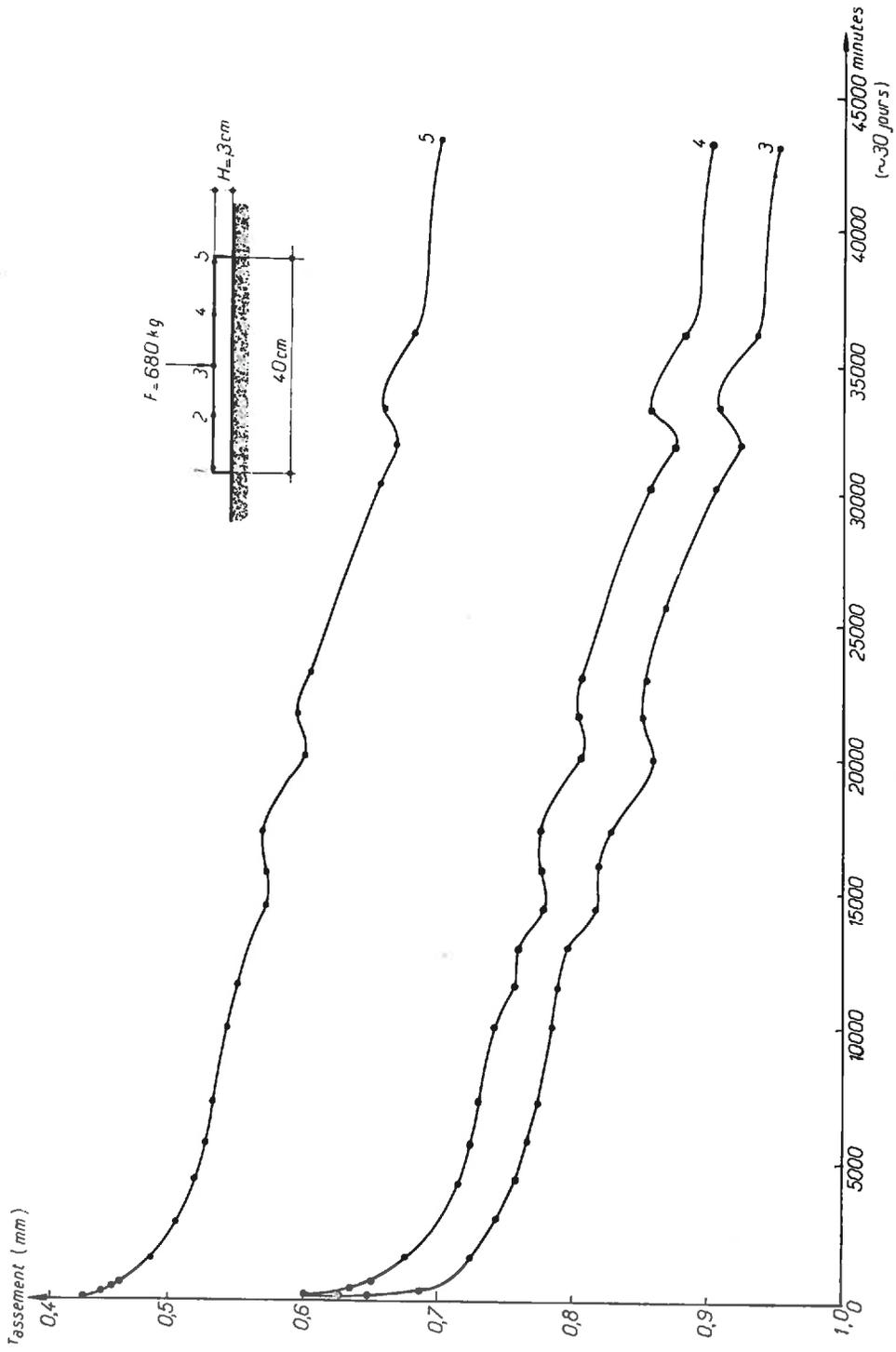


Fig. 99. — Tassements des points 3, 4 et 5 de la poutre de fondation de la figure 97 en fonction du temps.

— *Mesure des pressions :*

Les courbes de répartition des pressions reproduisent les concentrations caractéristiques des pressions aux bords que nous avons déjà observées pour cette poutre dans l'étude des pressions instantanées (3,1).

Du reste les courbes de pressions ne sont pas très régulières, ce qui s'explique à partir des connaissances des tassements absolus et différentiels.

En effet, les pressions sont plus fortes à droite de l'axe de la poutre (sol dur), plus faibles à gauche de l'axe (moins dur).

Traçons les pressions des différents points de la poutre en fonction du temps (voir *fig.* 102, 103). Nous constatons qu'à partir de  $t = 1$  jour les pressions oscillent autour d'une valeur moyenne. En ce qui concerne les pressions instantanées elles sont parfois plus grandes, parfois plus petites que la valeur moyenne. Comme on voit sur la *figure* 97 les pressions ont tendance à s'égaliser dans le temps. Les grandes pressions diminuent aux frais des petites qui augmentent de leur côté. On peut donc tirer la conclusion importante de ces essais que la répartition des pressions ne varie pas beaucoup en fonction du temps à part quelques arrangements locaux avec tendance égalisante.

5,2 **Argile quasi saturée.**

Une étude analogue sur une argile quasi saturée nous a fourni un résultat analogue à celui pour l'argile non saturée : effet égalisant du temps sur la répartition des pressions.

**6 LA RÉPARTITION DES PRESSIONS EN DESSOUS DES FONDATIONS  
REPOSANT SUR UNE ARGILE QUASI SATURÉE  
ET CHARGÉE EXCENTRIQUEMENT**

Les essais ont été exécutés dans la cuve 2. Pour les caractéristiques du sol et des poutres de fondation, de même que le choix et le montage des dynamomètres à friction nous renvoyons à 3,2.

Nous avons chargé les poutres avec une force de 60 kg.

*Poutre avec  $H = 4$  cm de hauteur.*

Nous avons choisi les excentricités suivantes :  $e = 2,1$  cm ;  $e = 4,2$  cm ;  $e = 5,5$  cm ;  $e$  étant la distance entre la force et l'axe de symétrie de la poutre.

Nous constatons que les diagrammes de pressions correspondent assez bien à ceux qu'on trouve en calculant les pressions seulement avec les équations d'équilibre statique (diagramme linéaire).

Dans la *figure* 104 les traits pleins donnent les pressions mesurées, les traits pointillés les pressions calculées. On reconnaît une bonne concordance.

*Poutre avec  $H = 1$  cm de hauteur.*

Les excentricités sont les suivantes :  $e = 1,3$  cm ;  $e = 5,5$  cm et  $e = 8,3$  cm.

Ici, la concordance entre le calcul numérique à la base des lois d'équilibre statique et les expériences est moins nette (voir *fig.* 105).

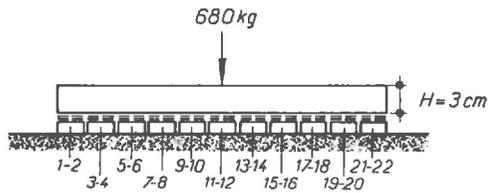
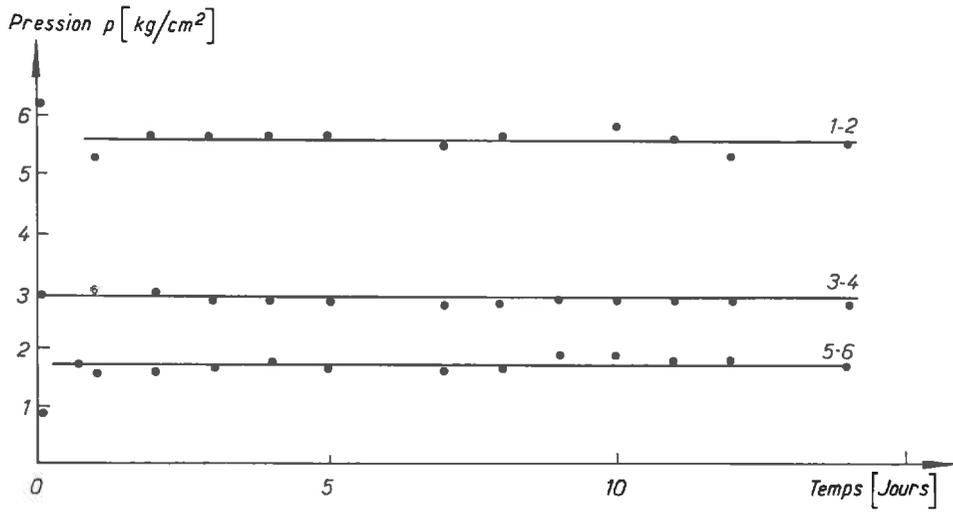
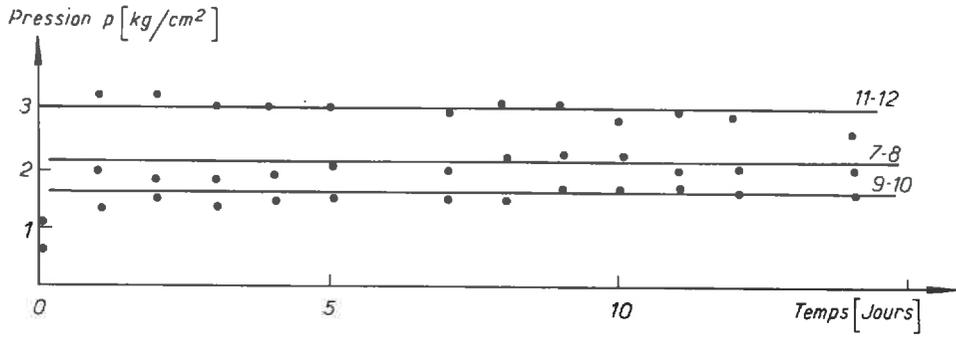


Fig. 102. — Évolution des pressions en dessous de la poutre de fondation de la figure 97 en fonction des temps.

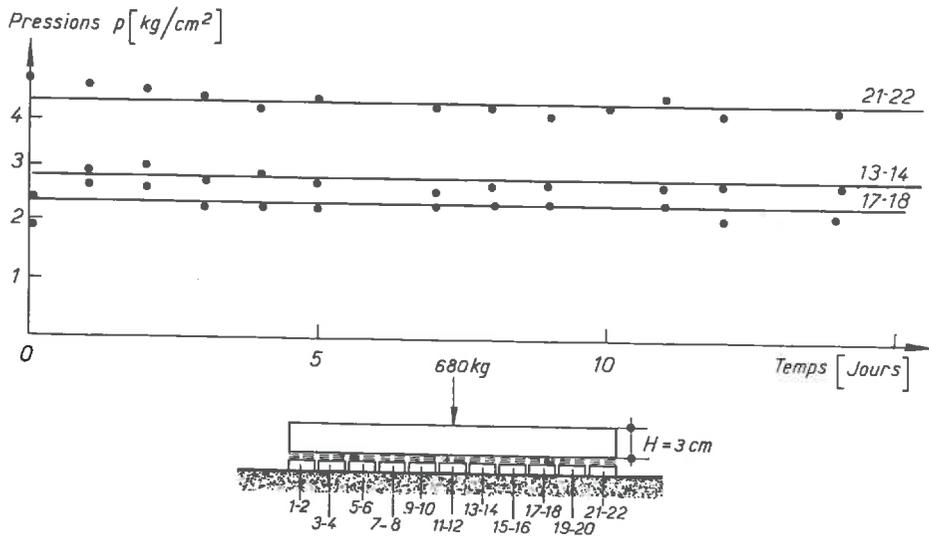
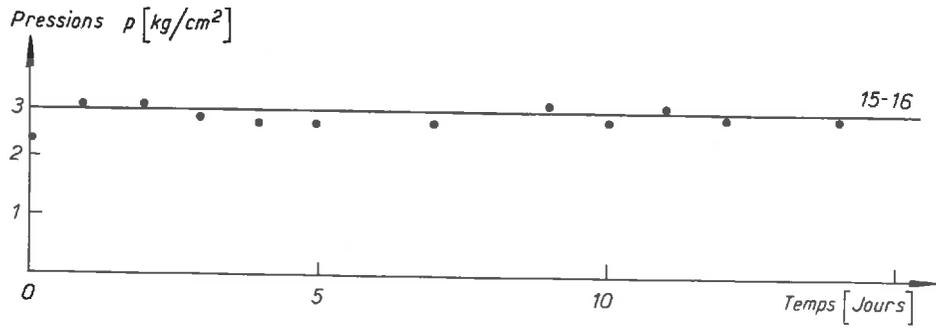
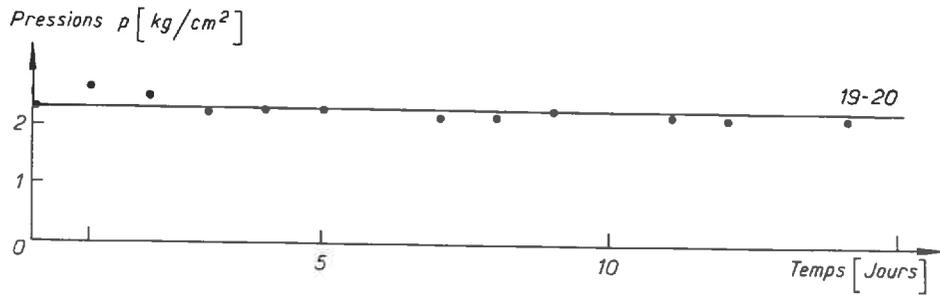


Fig. 103. — Évolution des pressions en dessous de la poutre de fondation de la figure 97 en fonction des temps.

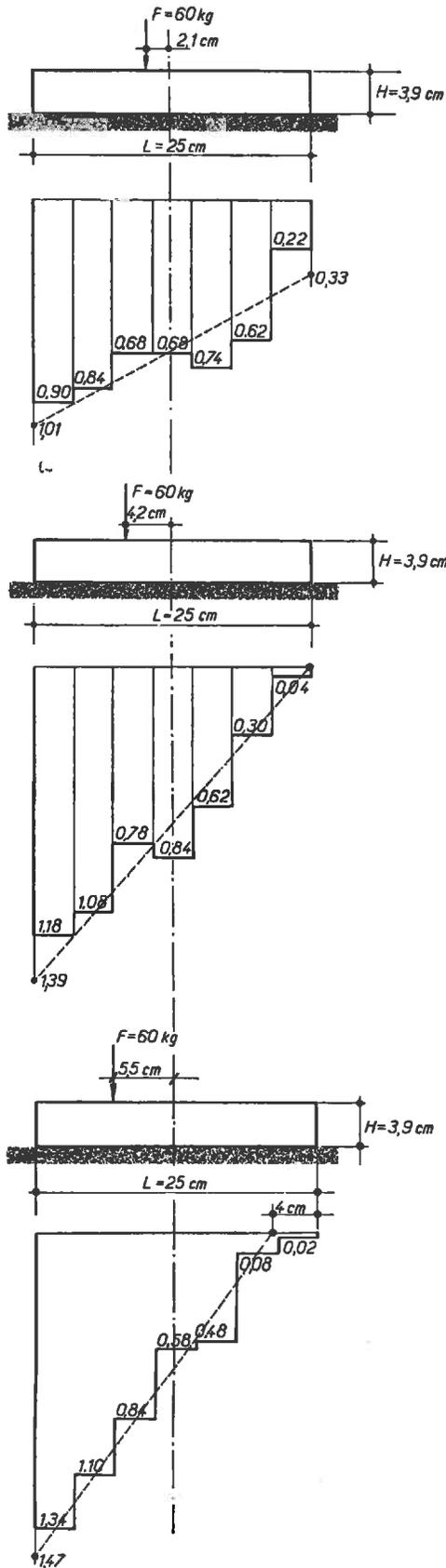


Fig. 104. — Répartition des pressions instantanées ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) en dessous d'une poutre de fondation reposant sur une argile quasi saturée et chargée par une force ponctuelle, verticale et excentrique.

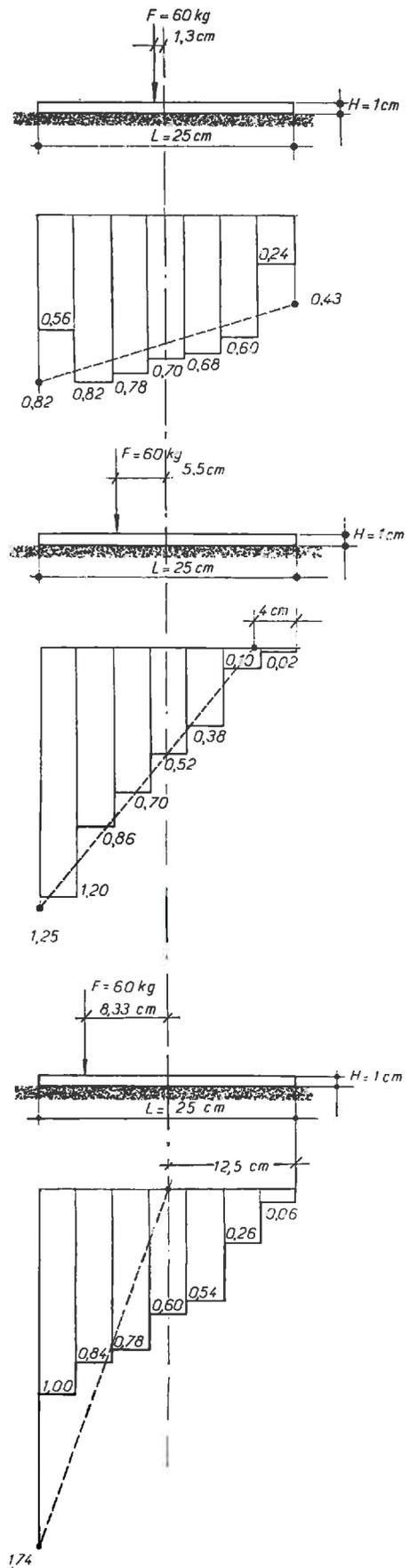


Fig. 105. — Répartition des pressions instantanées [ $\text{kg}/\text{cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation reposant sur une argile quasi saturée et chargée par une force ponctuelle, verticale et excentrique.

Dans le cas de  $e = 1,3$  cm les pressions mesurées s'écartent notablement du diagramme trapézoïdal aux bords de la poutre de fondation, le cas  $e = 5,5$  cm est en assez bonne concordance, mais le cas  $e = 8,3$  cm montre les plus grands écarts. D'après les expériences, malgré l'excentricité relativement grande ( $e = \frac{L}{3}$ !) la poutre porte sur toute sa longueur alors qu'elle porterait seulement avec la moitié de sa longueur d'après les calculs.

---

## CHAPITRE III

---

# CALCUL NUMÉRIQUE DE LA RÉPARTITION DES PRESSIONS

---

### 1 LIMITES IMPOSÉES AU CALCUL NUMÉRIQUE

Nous faisons un calcul de la répartition des pressions instantanées pour les poutres de fondation chargées au milieu et reposant sur l'argile.

Nous nous abstenons d'effectuer le même calcul pour les sables étant donné qu'on peut dire *a priori* que les calculs ne peuvent pas donner les mêmes résultats que les expériences. En effet, les fondations reposant à la surface d'un sable, la ligne de tassement théorique (ligne continue) est tout à fait différente de la ligne de tassement réelle (ligne discontinue aux bords) à cause des zones plastiques aux bords ce qui fait que la pression réelle aux bords de la fondation restera toujours en dessous de la valeur de la pression calculée.

Nous ne calculons pas les pressions en fonction du temps.

### 2 RÉPARTITION DES PRESSIONS INSTANTANÉES EN DESSOUS D'UNE POUTRE DE FONDATION CHARGÉE PAR UNE FORCE PONCTUELLE VERTICALE EN SON MILIEU ET REPOSANT SUR UNE ARGILE

#### 2,1 Méthode générale de Ohde (1942).

Nous appliquons la méthode OHDE que nous avons exposée dans la partie bibliographique de notre thèse (2,4.1).

Notre poutre est symétrique et symétriquement chargée ce qui réduit le nombre d'équations nécessaires à la détermination des pressions à la moitié.

Subdivisant la poutre en dix parties égales et profitant de la symétrie du chargement nous devons trouver cinq équations pour les cinq pressions  $p$  inconnues.

Avec la terminologie de cette méthode (voir 2,4.1) nous procédons de la façon suivante :

Calcul des tassements :

$$(1) \quad \begin{aligned} \zeta_1 &= [(c_0 + c_6) p_1 + (c_1 + c_8) p_2 + (c_2 + c_7) p_3 + (c_3 + c_6) p_4 + (c_4 + c_5) p_5] \frac{a}{E'}, \\ \zeta_2 &= [(c_1 + c_8) p_1 + (c_0 + c_7) p_2 + (c_1 + c_6) p_3 + (c_2 + c_5) p_4 + (c_3 + c_4) p_5] \frac{a}{E'}, \\ \zeta_3 &= [(c_2 + c_7) p_1 + (c_1 + c_6) p_2 + (c_0 + c_5) p_3 + (c_1 + c_4) p_4 + (c_2 + c_3) p_5] \frac{a}{E'}, \\ \zeta_4 &= [(c_3 + c_6) p_1 + (c_2 + c_5) p_2 + (c_1 + c_4) p_3 + (c_0 + c_3) p_4 + (c_1 + c_2) p_5] \frac{a}{E'}, \\ \zeta_5 &= [(c_4 + c_5) p_1 + (c_3 + c_4) p_2 + (c_2 + c_3) p_3 + (c_1 + c_2) p_4 + (c_0 + c_1) p_5] \frac{a}{E'}. \end{aligned}$$

Ces tassements provoquent les moments fléchissants suivants dans la poutre :

$$(2) \quad \begin{aligned} M_1 + 4 M_2 + M_3 &= (-\zeta_1 + 2 \zeta_2 - \zeta_3) \frac{6 EI}{a^2}, \\ M_2 + 4 M_3 + M_4 &= (-\zeta_2 + 2 \zeta_3 - \zeta_4) \frac{6 EI}{a^2}, \\ M_3 + 4 M_4 + M_5 &= (-\zeta_3 + 2 \zeta_4 - \zeta_5) \frac{6 EI}{a^2}, \\ M_4 + 4 M_5 + M'_5 &= (-\zeta_4 + 2 \zeta_5 - \zeta'_5) \frac{6 EI}{a^2}. \end{aligned}$$

D'autre part, on a pour les moments fléchissants :

$$(3) \quad \begin{aligned} M_2 &= P_1 \cdot a, \\ M_3 &= P_1 \cdot 2 a + P_2 \cdot a, \\ M_4 &= P_1 \cdot 3 a + P_2 \cdot 2 a + P_3 \cdot a, \\ M_5 &= P_1 \cdot 4 a + P_2 \cdot 3 a + P_3 \cdot 2 a + P_4 \cdot a, \\ M'_5 &= P_1 \cdot 5 a + P_2 \cdot 4 a + P_3 \cdot 3 a + P_4 \cdot 2 a + P_5 \cdot a = F \frac{a}{2}. \end{aligned}$$

L'équilibre des forces verticales donne :

$$(4) \quad (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) a \cdot b = \frac{F}{2}.$$

Introduisant (3) dans (2) on obtient :

$$(5) \quad \begin{aligned} 6 P_1 a + P_2 a &= (-\zeta_1 + 2 \zeta_2 - \zeta_3) \frac{6 EI}{a^2}, \\ 12 P_1 a + 6 P_2 a + P_3 a &= (-\zeta_2 + 2 \zeta_3 - \zeta_4) \frac{6 EI}{a^2}, \\ 18 P_1 a + 12 P_2 a + 6 P_3 a + P_4 a &= (-\zeta_3 + 2 \zeta_4 - \zeta_5) \frac{6 EI}{a^2}, \\ 24 P_1 a + 18 P_2 a + 12 P_3 a + 6 P_4 a + \\ + P_5 a - F \frac{a}{2} &= (-\zeta_4 + 2 \zeta_5 - \zeta'_5) \frac{6 EI}{a^2}. \end{aligned}$$

on a :

$$(6) \quad -\zeta_1 + 2\zeta_2 - \zeta_3 = [2(c_1 + c_8)p_1 + 2(c_8 + c_7)p_2 \\ + 2(c_1 + c_6)p_3 + 2(c_2 + c_5)p_4 \\ + 2(c_3 + c_4)p_5 - (c_0 + c_9)p_1 \\ - (c_1 + c_8)p_2 - (c_2 + c_7)p_3 - (c_3 + c_6)p_4 \\ - (c_4 + c_5)p_5 - (c_2 + c_7)p_1 - (c_1 + c_8)p_2 \\ - (c_0 + c_5)p_3 - (c_1 + c_4)p_4 - (c_2 + c_3)p_5] \frac{a}{E'}$$

Ce qui donne avec :

$$C_0 = 2(c_0 - c_1), \quad C_1 = c_0 - 2c_1 + c_2, \\ C_2 = c_1 - 2c_2 + c_3, \quad C_n = c_{n-1} - 2c_n + c_{n+1},$$

$$-\zeta_1 + 2\zeta_2 - \zeta_3 = [(-C_1 - C_8)p_1 + (C_0 - C_7)p_2 + (-C_1 - C_6)p_3 \\ + (-C_2 - C_5)p_4 + (-C_3 - C_4)p_5] \frac{a}{E'}$$

Pour les autres équations on trouve :

$$-\zeta_2 + 2\zeta_3 - \zeta_4 = [(-C_2 - C_7)p_1 + (-C_1 - C_6)p_2 + (C_0 - C_5)p_3 \\ + (-C_1 - C_4)p_4 + (-C_2 - C_3)p_5] \frac{a}{E'}$$

$$-\zeta_3 + 2\zeta_4 - \zeta_5 = [(-C_3 - C_6)p_1 + (-C_2 - C_5)p_2 + (-C_1 - C_4)p_3 \\ + (C_0 - C_3)p_4 + (-C_1 - C_2)p_5] \frac{a}{E'}$$

$$-\zeta_4 + 2\zeta_5 - \zeta_6 = [(-C_4 - C_5)p_1 + (-C_3 - C_4)p_2 + (-C_2 - C_3)p_3 \\ + (-C_1 - C_2)p_4 + (C_0 - C_1)p_5] \frac{a}{E'}$$

Introduisant (6) dans (5) on obtient :

$$(7) \quad 6P_1 a + P_2 a = [(-C_1 - C_8)p_1 + (C_0 - C_7)p_2 + (-C_1 - C_6)p_3 \\ + (-C_2 - C_5)p_4 + (-C_2 - C_3)p_5] \frac{a}{E'} \frac{6EI}{a^2},$$

$$12P_1 a + 6P_2 a + P_3 a = [(-C_2 - C_7)p_1 + (-C_1 - C_6)p_2 + (C_0 - C_5)p_3 \\ + (-C_1 - C_4)p_4 + (-C_2 - C_3)p_5] \frac{a}{E'} \frac{6EI}{a^2},$$

$$18P_1 a + 12P_2 a + 6P_3 a + P_4 a = [(-C_3 - C_6)p_1 + (-C_2 - C_5)p_2 \\ + (-C_1 - C_4)p_3 + (C_0 - C_3)p_4 + (-C_1 - C_2)p_5] \frac{a}{E'} \frac{6EI}{a^2},$$

$$24P_1 a + 18P_2 a + 12P_3 a + 6P_4 a + P_5 a - F \frac{a}{2} = [(-C_4 - C_5)p_1 \\ + (-C_3 - C_4)p_2 + (-C_2 - C_3)p_3 + (-C_1 - C_2)p_4 + (C_0 - C_1)p_5] \frac{a}{E'} \frac{6EI}{a^2}.$$

Ceci donne avec :

$$P_1 = p_1 \cdot a \cdot b; P_2 = p_2 \cdot a \cdot b; P_3 = p_3 \cdot a \cdot b; P_4 = p_4 \cdot a \cdot b; P_5 = p_5 \cdot a \cdot b \text{ et } \alpha = \frac{a^3 b}{I} \cdot \frac{E'}{E}.$$

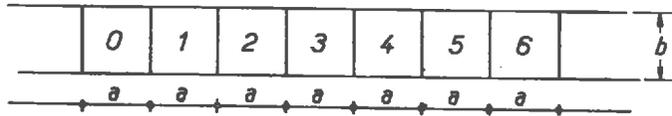
$$\begin{aligned}
 (8) \quad & -(C_1 + C_8 + \alpha) p_1 + \left(C_0 - C_7 - \frac{\alpha}{6}\right) p_2 - (C_1 + C_6) p_3 - (C_2 + C_5) p_4 \\
 & \qquad \qquad \qquad - (C_3 + C_4) p_5 = 0, \\
 & -(C_2 + C_7 + 2\alpha) p_1 - (C_1 + C_6 + \alpha) p_2 + \left(C_0 - C_5 - \frac{\alpha}{6}\right) p_3 - (C_1 + C_4) p_4 \\
 & \qquad \qquad \qquad - (C_2 + C_3) p_5 = 0, \\
 & -(C_3 + C_6 + 3\alpha) p_1 - (C_2 + C_5 + 2\alpha) p_2 - (C_1 + C_4 + \alpha) p_3 \\
 & \qquad \qquad \qquad + \left(C_0 - C_3 - \frac{\alpha}{6}\right) p_4 - (C_1 + C_2) p_5 = 0, \\
 & -(C_4 + C_5 + 4\alpha) p_1 - (C_3 + C_4 + 3\alpha) p_2 - (C_2 + C_3 + 2\alpha) p_3 \\
 & \qquad \qquad \qquad - (C_1 + C_2 + \alpha) p_4 + \left(C_0 - C_1 - \frac{\alpha}{6}\right) p_5 = -\frac{F\alpha}{12 a \cdot b}, \\
 & a \cdot b p_1 + a \cdot b p_2 + a \cdot b p_3 + a \cdot b p_4 + a \cdot b p_5 = \frac{F}{2}.
 \end{aligned}$$

Les équations (4) et (8) donnent les cinq équations nécessaires à trouver les cinq pressions  $p$  inconnues.

La matrice s'écrit donc finalement :

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
$-(C_1 + C_8 + \alpha)$	$C_0 - C_7 - \frac{\alpha}{6}$	$-(C_1 + C_6)$	$-(C_2 + C_5)$	$-(C_3 + C_4)$	$= 0$
$-(C_2 + C_7 + 2\alpha)$	$-(C_1 + C_6 + \alpha)$	$C_0 - C_5 - \frac{\alpha}{6}$	$-(C_1 + C_4)$	$-(C_2 + C_3)$	$= 0$
$-(C_3 + C_6 + 3\alpha)$	$-(C_2 + C_5 + 2\alpha)$	$-(C_1 + C_4 + \alpha)$	$C_0 - C_3 - \frac{\alpha}{6}$	$-(C_1 + C_2)$	$= 0$
$-(C_4 + C_5 + 4\alpha)$	$-(C_3 + C_4 + 3\alpha)$	$-(C_2 + C_3 + 2\alpha)$	$-(C_1 + C_2 + \alpha)$	$C_0 - C_1 - \frac{\alpha}{6}$	$= -\frac{F\alpha}{12 a \cdot b}$
$a \cdot b$	$a \cdot b$	$a \cdot b$	$a \cdot b$	$a \cdot b$	$= \frac{F}{2}$

Détermination des coefficients d'influence  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_7$ .



A l'aide de l'abaque donné par TERZAGHI (1954) pour le tassement d'une charge uniforme sur une surface rectangulaire nous trouvons les tassements suivants :

$$\zeta_0 = 4 p \frac{a}{2} \frac{1}{E'} \cdot 0,68 = 1,36 \frac{pa}{E'}, \qquad c_0 = 1,36;$$

$$\zeta_1 = 2 p \frac{b}{2} \frac{1}{E'} \cdot 0,76 = 2 p \frac{a}{2} \frac{1}{E'} \cdot 0,68$$

$$= 0,46 \frac{pa}{E'}, \qquad c_1 = 0,46$$

$$\begin{aligned} \zeta_2 &= 2 p \frac{b}{2} \frac{1}{E'} \cdot 0,915 - 2 p \frac{b}{2} \frac{1}{E'} \cdot 0,76 \\ &= 0,232 \frac{pa}{E'}, \end{aligned} \quad c_2 = 0,232;$$

$$\begin{aligned} \zeta_3 &= 2 p \frac{3}{4} a \frac{1}{E'} \cdot 1,012 - 2 p \frac{3}{4} a \frac{1}{E'} \cdot 0,915 \\ &= 0,1455 \frac{pa}{E'}, \end{aligned} \quad c_3 = 0,145.$$

D'une façon analogue on trouve les coefficients  $c$  suivants :

$$\begin{aligned} c_4 &= 0,124, \\ c_5 &= 0,109, \\ c_6 &= 0,086, \\ c_7 &= 0,065, \\ c_8 &= 0,060, \\ c_9 &= 0,055, \end{aligned}$$

et les facteurs  $C$  :

$$\begin{aligned} C_0 &= 2 (1,360 - 0,460) = 1,800, \\ C_1 &= 1,360 + 0,232 - 2 \cdot 0,460 = 0,672, \\ C_2 &= 0,460 + 0,145 - 2 \cdot 0,232 = 0,141, \\ C_3 &= 0,232 + 0,124 - 2 \cdot 0,145 = 0,066, \\ C_4 &= 0,145 + 0,1095 - 2 \cdot 0,124 = 0,006. \end{aligned}$$

$C_5, C_6, C_7, C_8$  peuvent être négligés.

Nous avons calculé la répartition pour une charge  $F = 96$  kg et pour quatre différents  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,0017 \text{ (poutre } H = 4 \text{ cm, module d'élasticité du sol : } E' = 300 \text{ kg/cm}^2 \text{ (1))}; \\ \alpha &= 0,0098 \text{ (poutre } H = 3 \text{ cm, module d'élasticité du sol : } E' = 716 \text{ kg/cm}^2 \text{ (2))}; \\ \alpha &= 0,0330 \text{ (poutre } H = 2 \text{ cm, module d'élasticité du sol : } E' = 716 \text{ kg/cm}^2 \text{)}; \\ \alpha &= 0,2650 \text{ (poutre } H = 1 \text{ cm, module d'élasticité du sol : } E' = 716 \text{ kg/cm}^2 \text{)}; \end{aligned}$$

Nous obtenons le résultat suivant (TABLEAU XII).

On reconnaît que la poutre de  $H = 4$  cm de hauteur présente une concentration des pressions aux bords de  $1,33 p_m$  alors que les pressions au milieu ont une valeur moyenne de  $0,92 p_m$ .

La poutre de  $H = 1$  cm montre des fortes concentrations des pressions au milieu de  $2,19 p_m$ . Les pressions négatives aux bords sont purement théoriques et ne peuvent pas exister en réalité.

La répartition des pressions pour les poutres de  $H = 3$  cm et  $H = 2$  cm se situe entre celle des poutres de  $H = 4$  cm et  $H = 1$  cm.

(1) Voir chapitre IV 2,1,2.

(2) Voir chapitre IV 2,4.

TABLEAU XII

Répartition des pressions instantanées en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile.

Variable  $\alpha = \frac{a^3 \cdot b \cdot E'}{I \cdot E}$  Résultats obtenus d'après la méthode d'OHDE (1942)

$\alpha$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$
0,0017	0,531	0,378	0,364	0,366	0,363
0,0098	0,444	0,357	0,375	0,402	0,417
0,0330	0,277	0,316	0,397	0,476	0,528
0,2650	— 0,120	0,180	0,407	0,657	0,874

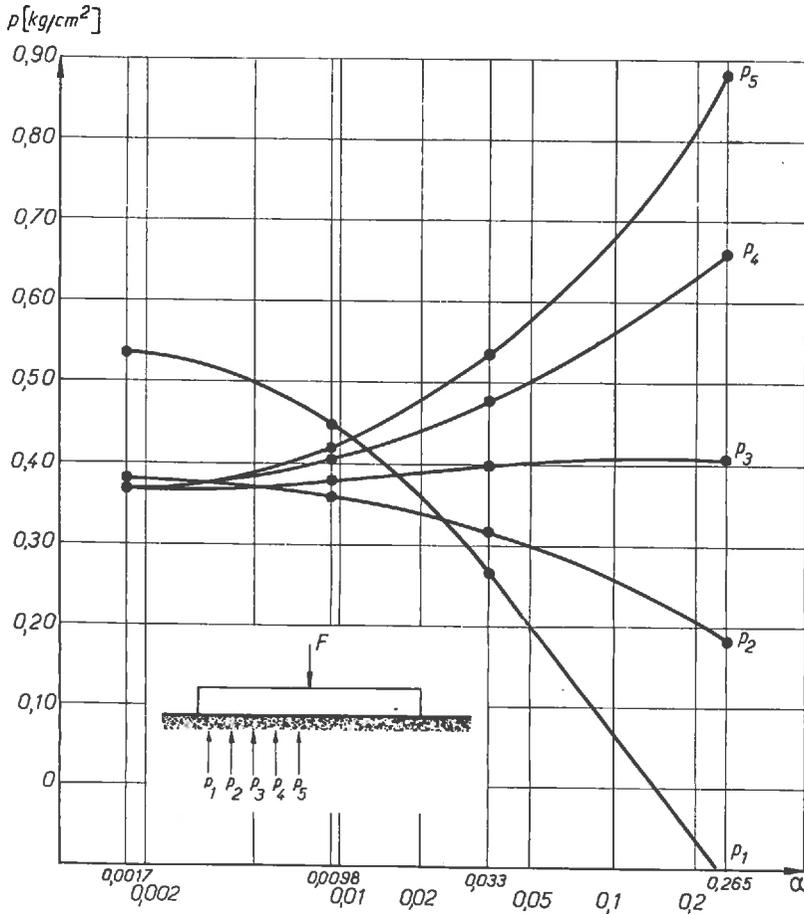


Fig. 106. — Pressions  $p$  en fonction de  $\alpha = \frac{a^3 b}{I} \frac{1}{1-\mu^2} \frac{E'}{E}$  d'après la méthode OHDE.  
 $l$  = longueur de la poutre;  $I$  = moment d'inertie de la poutre;  
 $a = \frac{l}{10}$ ;  $E'$  = module d'élasticité du sol;  $\mu$  = nombre de Poisson du sol;  
 $b$  = largeur de la poutre;  $E$  = module d'élasticité de la poutre.

Traçons les courbes des pressions en fonction de  $\alpha$  (*fig.* 106). Ces courbes sont très utiles parce qu'elles permettent quelques conclusions intéressantes.

On reconnaît que les pressions  $p_1 - p_5$  ne varient presque plus pour  $\alpha < 0,0017$ . On peut donc considérer approximativement la poutre de  $H = 4$  cm comme une poutre rigide par rapport au sol donné.

Les pressions  $p_1, p_2, p_4$  et  $p_5$  varient plus ou moins fortement avec  $\alpha$ , donc avec la hauteur de la poutre. Mais il y a une partie de la poutre où la pression ne dépend presque pas de  $\alpha$ , donc de la hauteur, c'est la partie qui correspond à  $p_3$ . Elle se situe à  $0,25 L$ ,  $L$  étant la longueur de la poutre.

Il y a un certain  $\alpha$ , donc une certaine hauteur, où les écarts entre les différentes pressions sont très petits. On lit sur la figure :  $\alpha = 0,011$ , donc une hauteur entre  $H = 2$  cm et  $H = 3$  cm. Pour  $\alpha = 0,011$  la répartition des pressions est donc presque uniforme.

Les courbes nous permettent en même temps d'interpoler la répartition des pressions pour d'autres valeurs  $\alpha$ . Ceci nous permet de trouver la répartition des pressions sous la charge de  $F = 96$  kg pour un sol qui est caractérisé par un module d'élasticité de  $E' = 300$  kg/cm<sup>2</sup> ou de  $E' = 716$  kg/cm<sup>2</sup>. Ceci complète notre schéma ci-dessus (Tableau XIII).

TABLEAU XIII

*Complément du TABLEAU XII obtenu par interpolation*

$\alpha$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	REMARQUE
0,0017	0,531	0,378	0,364	0,366	0,363	Calculé
0,0041	0,50	0,365	0,365	0,373	0,379	Interpolé
0,0098	0,444	0,357	0,375	0,402	0,417	Calculé
0,0138	0,40	0,35	0,38	0,42	0,44	Interpolé
0,0330	0,277	0,316	0,397	0,476	0,528	Calculé
0,111	0,05	0,25	0,40	0,57	0,70	Interpolé
0,265	— 0,120	0,180	0,407	0,657	0,874	Calculé

Reproduisons le tableau XIII ci-dessus en termes de la hauteur  $H$  et du module d'élasticité  $E$ . (Tableaux XIV et XV et *fig.* 107 à 109 ci-après).

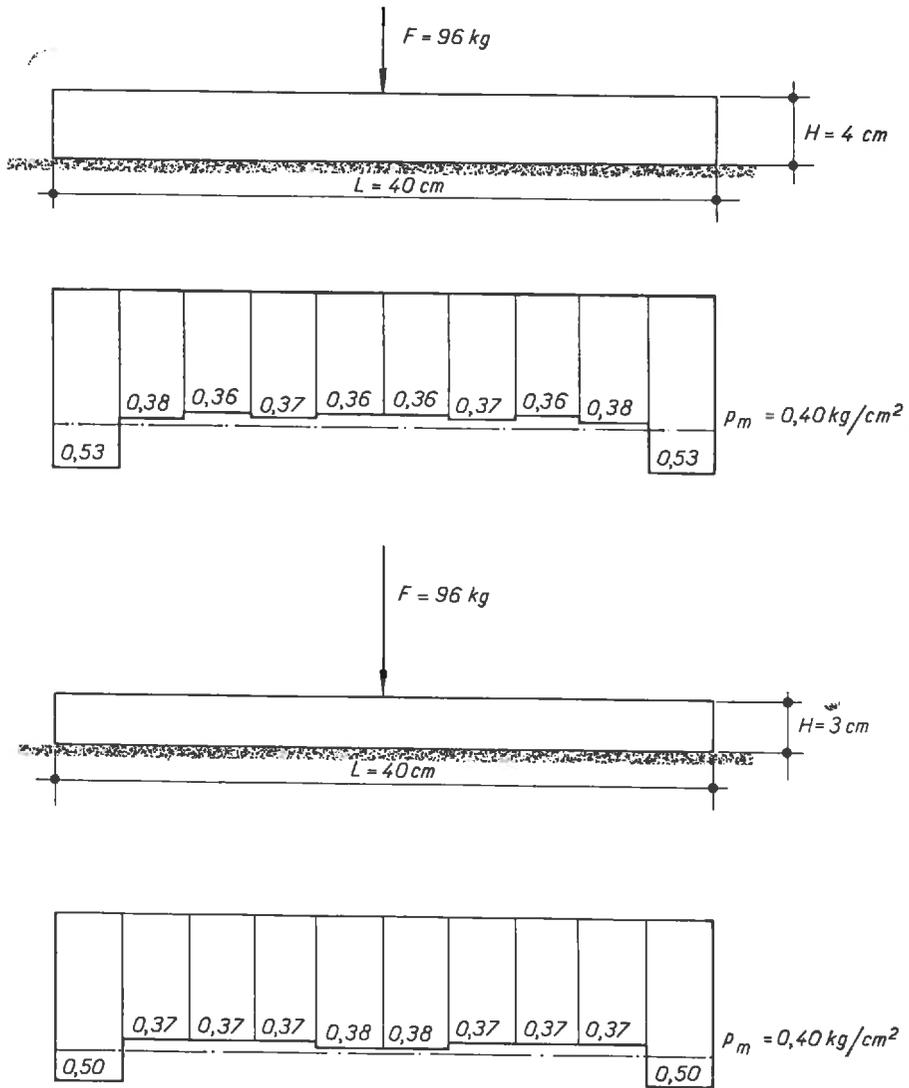


Fig. 107. — Répartition des pressions [ $\text{kg/cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 300\text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode OHRÉ (1942) (cf. tabl. XIV).

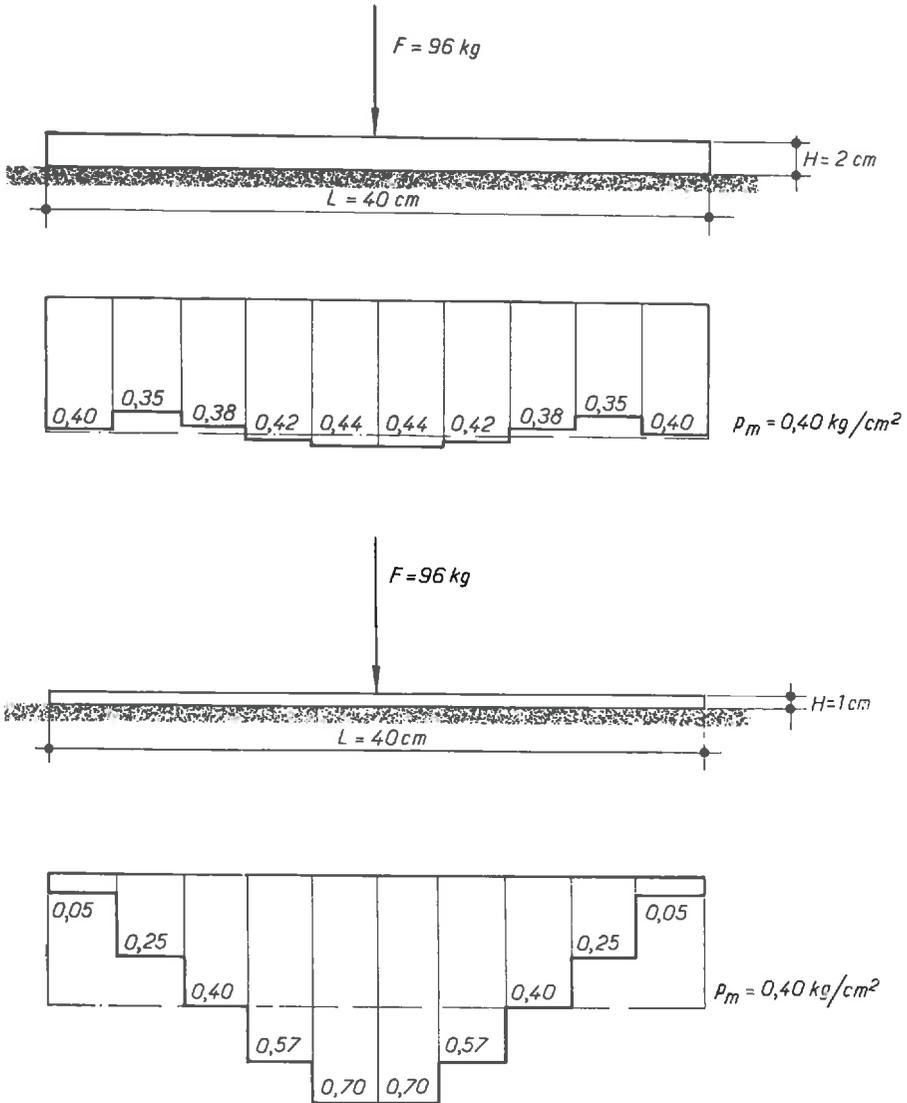


Fig. 108. — Répartition des pressions  $[\text{kg/cm}^2]$  en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 300\text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode ONDE (1942) (cf. tabl. XIV).

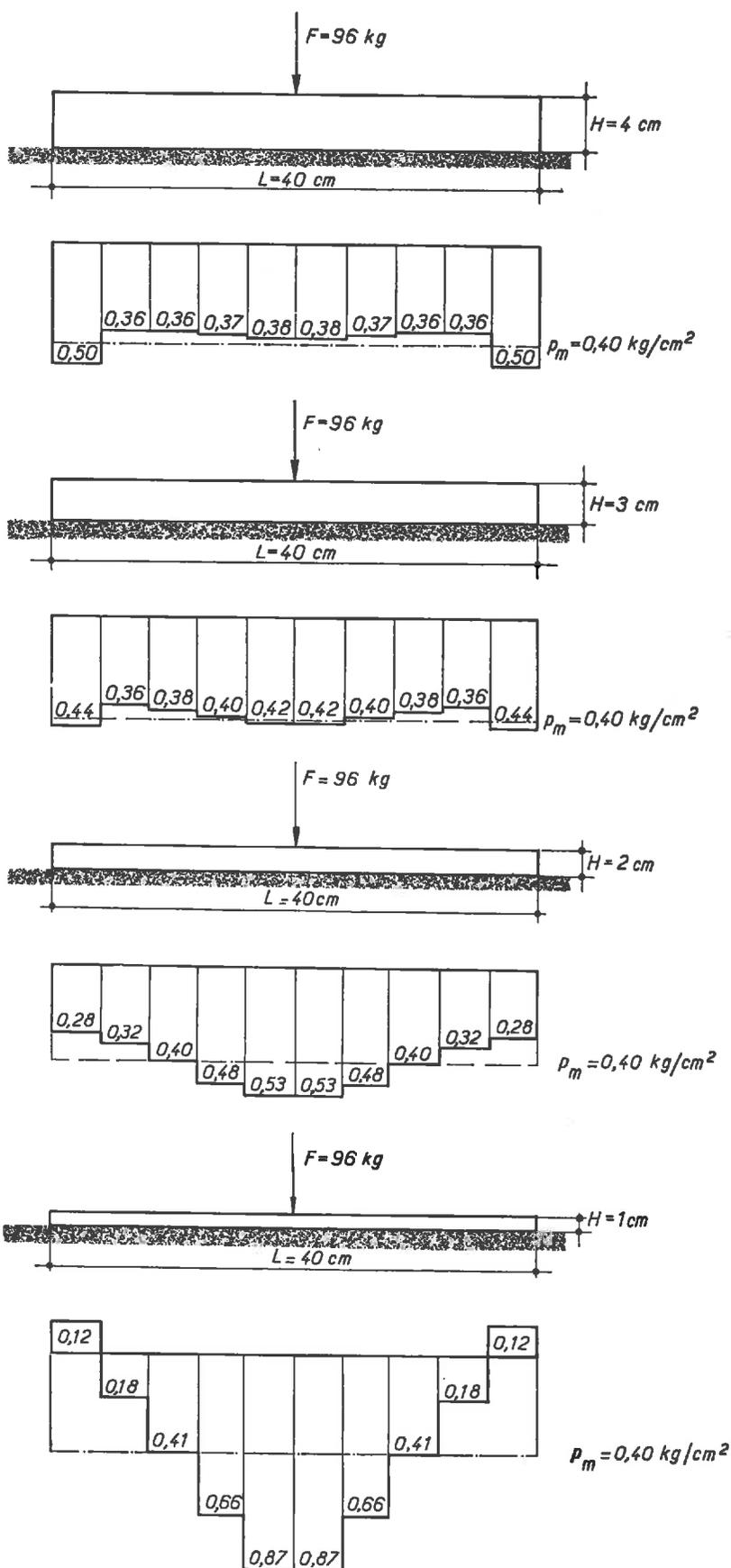


Fig. 109. — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 716 \text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode ОНБЭ (1912) (cf. tabl. XV).

TABLEAU XIV

*Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile.  
Module d'élasticité de l'argile E' = 300 kg/cm<sup>2</sup>.  
Résultats obtenus d'après la méthode d'OHDE (1942)*

H (cm)	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	E' = 300 kg/cm <sup>2</sup>
4	0,531	0,378	0,364	0,366	0,363	
3	0,50	0,365	0,365	0,373	0,379	
2	0,40	0,35	0,38	0,42	0,44	
1	0,05	0,25	0,40	0,57	0,70	

TABLEAU XV

*Répartition des pressions instantanées [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile.  
Module d'élasticité de l'argile E' = 716 kg/cm<sup>2</sup>.  
Résultats obtenus d'après la méthode d'OHDE (1942).*

H (cm)	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	E' = 716 kg/cm <sup>2</sup>
4	0,50	0,365	0,365	0,373	0,379	
3	0,444	0,357	0,375	0,402	0,417	
2	0,277	0,316	0,397	0,476	0,528	
1	—0,120	0,180	0,407	0,657	0,874	

On voit d'ailleurs que le module d'élasticité influe moins sur la répartition des pressions plus la poutre devient rigide.

Une augmentation du module du simple au double ne varie pas beaucoup la répartition des pressions.

Remarquons que les calculs nous permettent aussi d'interpoler les courbes de répartition des pressions pour les poutres sur argile quasi saturée (longueur L = 25 cm).

Avec  $E = 100 \text{ kg/cm}^2$  \* on obtient.

— poutre de  $H = 3,9 \text{ cm}$  :

$$I = \frac{4,0 \cdot 3,9^3}{12} = 19,8 \text{ cm}^4.$$

$$\alpha = \frac{2,5^3 \cdot 4,0}{19,8} \cdot \frac{100}{2,1 \cdot 10^6} = 0,00015;$$

— poutre de  $H = 1 \text{ cm}$  :

$$I = \frac{4,0 \cdot 1^3}{12} = 0,33 \text{ cm}^4,$$

$$\alpha = \frac{2,5^3 \cdot 4,0}{0,33} \cdot \frac{100}{2,1 \cdot 10^6} = 0,0090.$$

Avec les  $\alpha$  donnés nous interpolons les pressions suivantes sur la courbe des  $p$  en fonction de  $\alpha$  présentée à la *fig. 106*.

TABLEAU XVI.

Tableau auxiliaire servant de calculer les pressions du TABLEAU XVII

$\alpha$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	
0,00015	1,325	0,945	0,910	0,915	0,906	$\cdot P_m$
0,0090	1,125	0,90	0,925	1,000	1,025	$\cdot P_m$

Ce qui donne avec  $p_m = 0,75 \text{ kg/cm}^2$  (voir aussi *fig. 110*) :

TABLEAU XVII

Répartition des pressions instantanées [ $\text{kg/cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile.

Module d'élasticité de l'argile  $E' = 100 \text{ kg/cm}^2$ .

Résultats obtenus d'après la méthode d'OHDE (1942)

$\alpha$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$
0,00015	0,99	0,71	0,68	0,69	0,68
0,0090	0,84	0,675	0,69	0,75	0,77

$\alpha = 0,00015$  correspond à la poutre rigide;

$\alpha = 0,0090$  est situé très proche de 0,0110 où la répartition devient presque uniforme.

\* Voir chapitre IV 3,2.

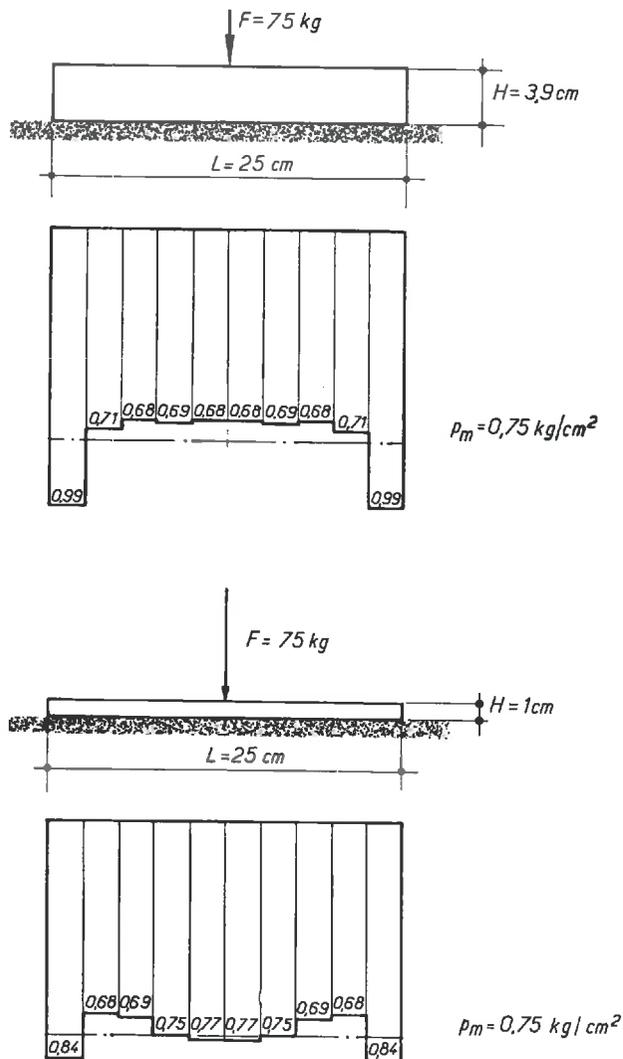


Fig. 110. — Répartition des pressions [ $\text{kg/cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 100 \text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode OHDE (1942) (cf. tabl. XVII).

## 2,2 Méthode spéciale de OHDE (1953).

Nous avons fait le même calcul d'après la méthode spéciale de OHDE pour les fondations peu souples. Rappelons que cette méthode consiste à se donner une répartition primaire des pressions (qui correspond à la fondation rigoureusement rigide) et d'y

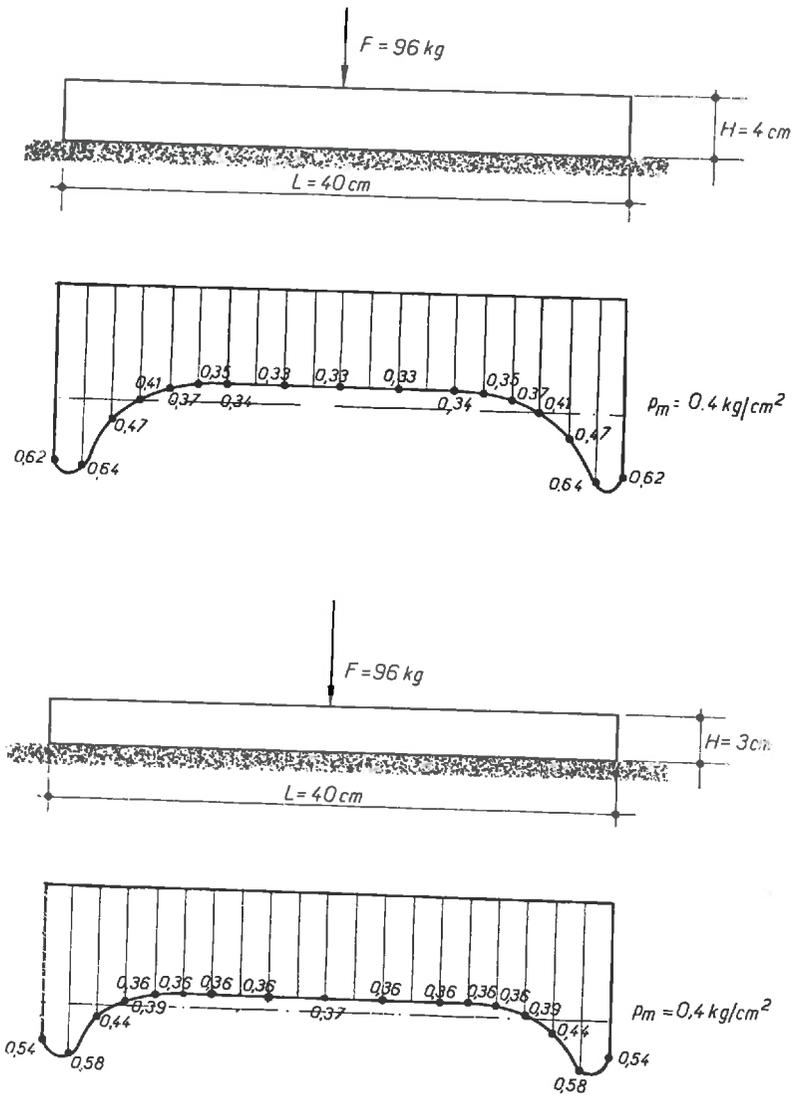


Fig. 111. — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 716\text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode ОНДЕ (1953) (cf. tabl. XVIII).

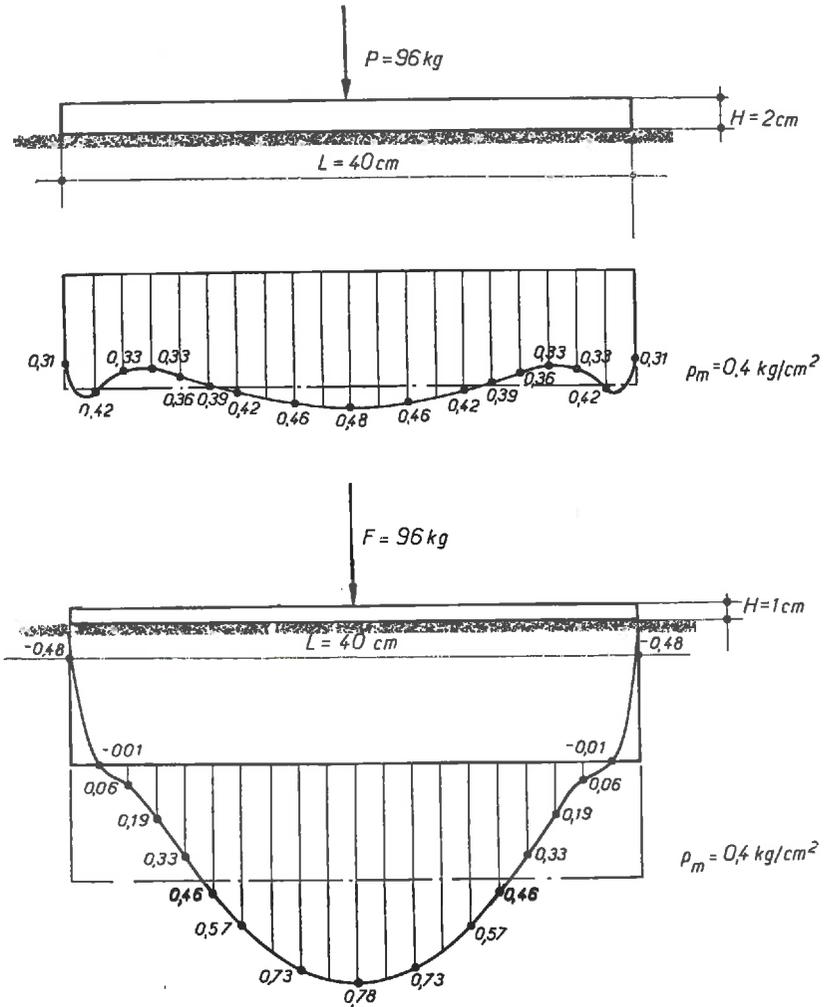
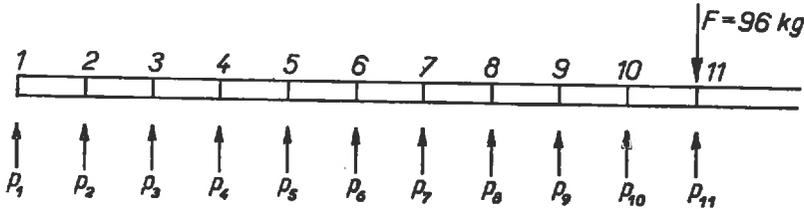


Fig. 112. — Répartition des pressions [ $\text{kg/cm}^2$ ] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 716 \text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode ОИДЕ (1953) (cf. tabl. XVIII).

superposer une répartition secondaire (qui doit être déterminée moyennant le tassement différentiel entre deux points donnés, en général le point du milieu et du bord de la fondation).

Nous nous bornons à donner seulement les résultats; force ponctuelle  $F = 96 \text{ kg}$  et module d'élasticité  $E' = 716 \text{ kg/cm}^2$ .



Nous obtenons le tableau XVIII (voir aussi fig. 111, 112) :

TABLEAU XVIII

*Répartition des pressions instantanées en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile.*  
 Module d'élasticité de l'argile  $E = 716 \text{ kg/cm}^2$   
 Résultat obtenu d'après la méthode d'OHDE (1953)

H (cm)	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{11}$
4	0,62	0,64	0,47	0,41	0,37	0,35	0,34	0,33	0,33	0,33
3	0,54	0,58	0,44	0,39	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,37
2	0,31	0,42	0,33	0,33	0,36	0,39	0,42	0,46	0,48	0,48
1	-0,48	-0,01	0,06	0,19	0,33	0,46	0,57	0,73	0,78	0,78

### 2,3 Méthode du coefficient de raideur d'après BLEICH.

Pour compléter les calculs nous avons appliqué la méthode de coefficient de raideur au cas de la poutre chargée en son milieu par  $F = 96 \text{ kg}$  (pour l'explication de la méthode, voir chapitre I).

#### DÉTERMINATION DU COEFFICIENT C.

Nous déterminons C à partir de la formule :

$$w = \frac{\pi}{2} \frac{P_m \Gamma}{E} (1 - \eta^2) = \frac{\pi}{2} \frac{P_m (1 - \eta^2)}{E} \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

pour une plaque circulaire rigide. C étant  $p_m/w$  on trouve :

$$C = \frac{2 E}{\pi \cdot (1 - \eta^2)} \sqrt{\frac{\pi}{S}}$$

$\eta$  = nombre de Poisson;  
 E = module d'élasticité du sol;  
 S = surface de la plaque,

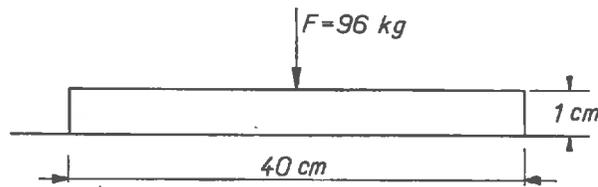
avec :

$\eta = 0,1$  (1);  
 E = 716 kg/cm<sup>2</sup> (2);  
 S = 6 . 40 = 240 cm<sup>2</sup>.

Nous obtenons :

$$C = \frac{2 \cdot 716}{\pi \cdot 0,99} \sqrt{\frac{\pi}{240}} = 53 \text{ kg/cm}^3.$$

CALCUL DES PRESSIONS POUR LA POUTRE DE H = 1 cm (I = 0,5 cm<sup>4</sup>) :



Longueur élastique :  $s = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{53 \cdot 6}} = 10,72 \text{ cm}$

avec :  $\frac{\pi s}{4} = \frac{\pi \cdot 10,72}{4} = 8,43 \text{ cm}$

on a le schéma (voir fig. 113).

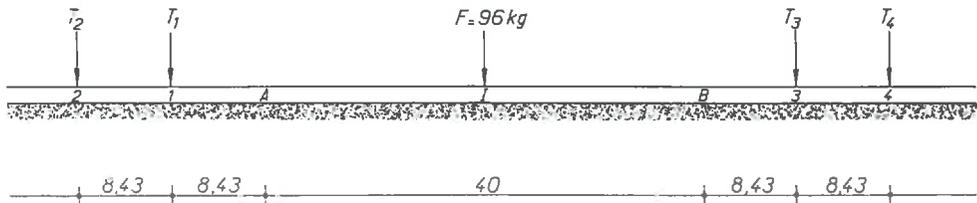


Fig. 113.

DÉTERMINATION DES FORCES AUXILIAIRES  $T_1, T_2, T_3, T_4$  :

$x_{3A} = 48,43 \text{ cm},$	$\frac{x}{s} = 4,52,$	$\eta' = 0,$	$\eta'' = 0;$
$x_{4A} = 56,86 \text{ cm},$	$\frac{x}{s} = 5,31,$	$\eta' = 0,$	$\eta'' = 0;$
$x_{1B} = 48,43 \text{ cm},$	$\frac{x}{s} = 4,52,$	$\eta' = 0,$	$\eta'' = 0;$
$x_{2B} = 56,86 \text{ cm},$	$\frac{x}{s} = 5,31,$	$\eta' = 0,$	$\eta'' = 0;$
$x_{1A} = x_{1B} = 20 \text{ cm},$	$\frac{x}{s} = 1,87,$	$\eta' = 0,195,$	$\eta'' = -0,044.$

(1) Voir chapitre IV 2,1,3.

(2) Voir chapitre IV 2,4.

Ceci donne les matrices suivantes pour les  $T_1$  à  $T_4$  inconnues :

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	
0 + 0,3224	-- 0,2079 0	0 0	0 0	= + 96 · 0,195 = + 96 · 0,044

Le système étant symétriquement chargé,  $T_1 = T_3$  et  $T_2 = T_4$  et on trouve :

$$T_1 = T_3 = + 13,08 \text{ kg,}$$

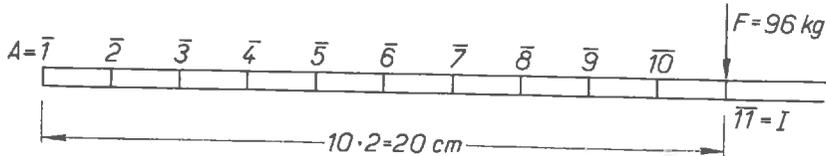
$$T_2 = T_4 = - 90,2 \text{ kg.}$$

DÉTERMINATION DES PRESSIONS EN DESSOUS DE LA POUTRE DE FONDATION.

Pour les pressions nous avons la formule :

$$p = \frac{1}{2 \cdot s \cdot b} \Sigma F \cdot \eta.$$

Subdivisons la moitié de la poutre en 10 parties égales de 2 cm :



Pression au point A ( $\equiv 1$ )

$s = 10,72$	1 A	2 A	3 A	4 A	I A
$x$	8,43	16,86	48,43	56,86	20
$\frac{x}{s}$	0,79	1,57	4,51	5,30	1,865
$\eta$	0,640	0,215	0	0	0,105
F	13,08	-90,20	13,08	-90,20	96,00

$$p_A = - \frac{0,94}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = - 0,007 \text{ kg/cm}^2.$$

*Pression au point 3*

$s = 10,72$	1 $\bar{3}$	2 $\bar{3}$	3 $\bar{3}$	4 $\bar{3}$	1 $\bar{3}$
$x$	12,43	20,86	44,43	52,86	16,00
$\frac{x}{s}$	1,16	1,95	4,14	4,93	1,49
$\eta$	0,42	0,08	— 0,01	0	0,25
F	13,08	—90,20	13,08	—90,20	96,00

$$p_3 = \frac{22,14}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = 0,17 \text{ kg/cm}^2.$$

*Pression au point 5*

$s = 10,72$	1 $\bar{5}$	2 $\bar{5}$	3 $\bar{5}$	4 $\bar{5}$	1 $\bar{5}$
$x$	16,43	24,86	40,43	48,86	12,00
$\frac{x}{s}$	1,53	2,32	3,77	4,55	1,12
$\eta$	0,23	0	— 0,03	0	0,44
F	13,08	—90,20	13,08	—90,20	96,00

$$p_5 = \frac{44,86}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = 0,348 \text{ kg/cm}^2.$$

*Pression au point 7.*

$s = 10,72$	1 $\bar{7}$	2 $\bar{7}$	3 $\bar{7}$	4 $\bar{7}$	1 $\bar{7}$
$x$	20,43	28,86	36,43	44,86	8,00
$\frac{x}{s}$	1,91	2,69	3,40	4,19	0,746
$\eta$	0,095	— 0,03	— 0,04	— 0,01	0,67
F	13,08	— 90,20	13,08	—90,20	96,00

$$p_7 = \frac{68,65}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = 0,533 \text{ kg/cm}^2.$$

Pression au point  $\bar{9}$

$s = 10,72$	1 $\bar{9}$	2 $\bar{9}$	3 $\bar{9}$	4 $\bar{9}$	I $\bar{9}$
$x$	24,43	32,86	32,43	40,86	4,00
$\frac{x}{s}$	2,28	3,07	3,03	3,82	0,37
$\eta$	0,01	— 0,04	— 0,04	— 0,03	0,89
F	13,08	—90,20	13,08	—90,20	96,00

$$p_{\bar{9}} = \frac{91,36}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = 0,71 \text{ kg/cm}^2.$$

Pression au point I ( $\equiv \bar{11}$ ).

$s = 10,72$	1 $\bar{11}$	2 $\bar{11}$	3 $\bar{11}$	4 $\bar{11}$	I 1
$x$	28,43	36,86	28,43	36,86	0
$\frac{x}{s}$	2,65	3,44	2,65	3,34	0
$\eta$	— 0,03	— 0,04	— 0,03	— 0,04	1,00
F	13,08	—90,20	13,08	—90,20	96,00

$$p_I = \frac{102,44}{2 \cdot 10,72 \cdot 6} = 0,797 \text{ kg/cm}^2.$$

CALCUL DES PRESSIONS POUR LES POUTRES DE  $H = 2 \text{ cm}$ ,  $H = 3 \text{ cm}$  ET  $H = 4 \text{ cm}$ .

Nous nous contentons de cinq points de la courbe des pressions, ce qui nous permet d'utiliser des abaques [par exemple : KÖGLER -SCHEIDIG (1948), VERDEYEN (1952)]:

— poutre  $H = 2 \text{ cm}$

$$I = 6 \cdot \frac{2^3}{12} = 4 \text{ cm}^4,$$

$$s = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 4}{53 \cdot 6}} \approx 18 \text{ cm}. \quad \frac{L}{s} = \frac{40}{18} = 2,22,$$

$$p_I = 0,583 \frac{96}{6 \cdot 18} = 0,518 \text{ kg/cm}^2,$$

$$p_{\bar{9}} = 0,458 \cdot 0,888 = 0,407 \text{ kg/cm}^2,$$

$$p_A = 0,243 \cdot 0,888 = 0,216 \text{ kg/cm}^2;$$

— poutre  $H = 3 \text{ cm}$  :

$$I = 6 \cdot \frac{3^3}{12} = 13,5 \text{ cm}^4,$$

$$s = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 13,5}{53 \cdot 6}} = 24,4 \text{ cm}, \quad \frac{L}{s} = \frac{40}{24,4} = 1,64,$$

$$p_I = 0,65 \cdot \frac{96}{6 \cdot 24,4} = 0,426 \text{ kg/cm}^2$$

$$p_{\bar{6}} = 0,60 \cdot 0,656 = 0,393 \text{ kg/cm}^2,$$

$$p_A = 0,51 \cdot 0,656 = 0,334 \text{ kg/cm}^2;$$

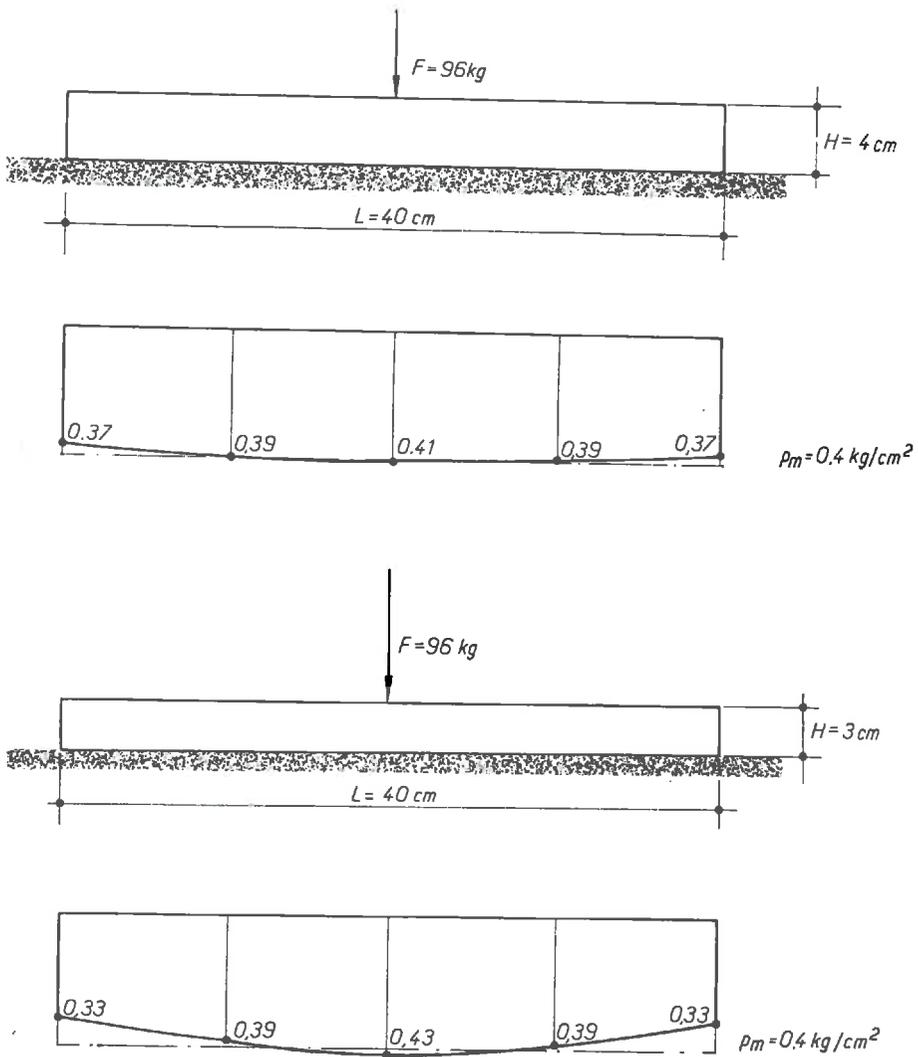


Fig. 114. — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E' = 716 \text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode BLEICH (1937).

— poutre H = 4 cm :

$$I = 6 \cdot \frac{4^3}{12} = 32 \text{ cm}^4$$

$$s = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 32}{53 \cdot 6}} \approx 30 \text{ cm}, \quad \frac{L}{s} = \frac{40}{30} = 1,32,$$

$$p_I = 0,77 \frac{96}{6 \cdot 30} = 0,411 \text{ kg/cm}^2,$$

$$p_{\bar{6}} = 0,73 \cdot 0,533 = 0,389 \text{ kg/cm}^2,$$

$$p_A = 0,70 \cdot 0,533 = 0,373 \text{ kg/cm}^2.$$

Nous avons tracé la répartition des différentes poutres sur la *figure 114, 115*.

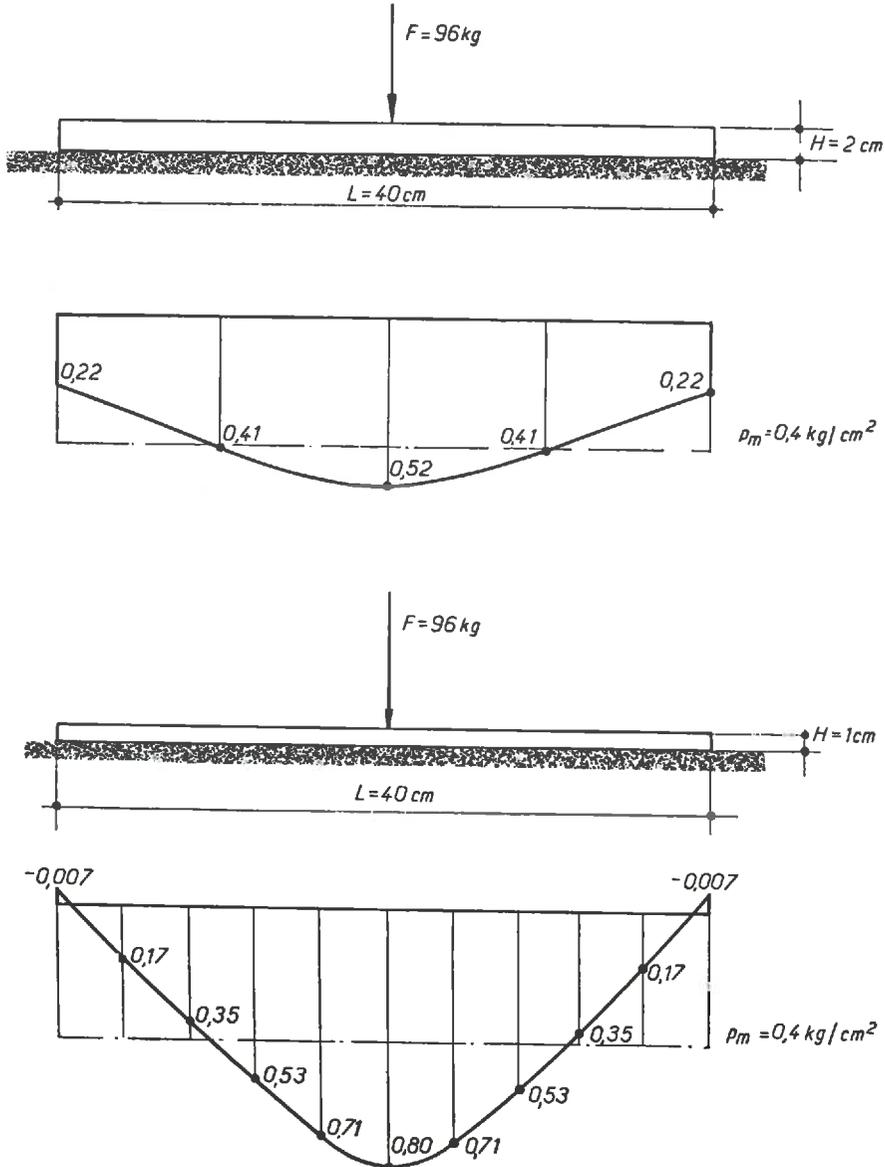


Fig. 115 — Répartition des pressions [kg/cm<sup>2</sup>] en dessous d'une poutre de fondation chargée par une force ponctuelle verticale au milieu et reposant sur une argile. Module d'élasticité de l'argile  $E = 716 \text{ kg/cm}^2$ . Résultats obtenus d'après la méthode BLAICH (1937).

3

### COMPARAISON DES RÉSULTATS DES DIFFÉRENTES MÉTHODES DE CALCUL

La méthode OHDE (1942), rappelons-le, est basée sur le fait que la ligne de tassement du sol et l'élastique de la poutre sont confondus en un certain nombre de points. Avec  $n = 10$  subdivisions, nous obtenons donc dix points.

La méthode spéciale de OHDE (1953) demande seulement que le tassement du sol et la déformation de la poutre soient égaux en trois points, c'est-à-dire aux deux bords et au milieu.

Si nous comparons les résultats obtenus selon les deux méthodes, nous constatons un bon accord entre les courbes correspondantes de répartition des pressions. Les écarts de la méthode OHDE (1953) de celle de OHDE (1942) ne sont, en général, pas plus grands que 10 %. On est donc en droit de tirer la conclusion importante :

— si on doit calculer la répartition des pressions en dessous d'une fondation, et si la précision demandée n'est pas trop grande, ce qui est le cas général en pratique, il suffit de demander que le tassement du sol et la déformation de la poutre soient identiques en quelques points seulement, par exemple, au milieu et aux bords de la fondation.

Comparons la méthode OHDE (1942) avec la méthode du coefficient de raideur (BLEICH, 1937). Nous trouvons que les résultats de la méthode du coefficient de raideur sont erronés pour les poutres de  $H = 3$  cm et  $H = 4$  cm, donc des poutres peu souples alors que pour les poutres de  $H = 1$  cm et  $H = 2$  cm nous trouvons un bon accord des deux méthodes. Ceci confirme les recommandations des DIN 4018 \*, relatives à l'emploi de la méthode de coefficient de raideur (voir chapitre I) : la méthode du coefficient de raideur peut être utilisée dans le cas de fondations souples chargées par des forces ponctuelles éloignées les unes des autres.

### 4 COMPARAISON DES CALCULS AVEC LES EXPÉRIENCES

Comparons les résultats de la méthode de OHDE (1942) avec les expériences faites sur l'argile non saturée sans préchargement.

L'allure des courbes des pressions d'après le calcul est en accord avec celle d'après les expériences.

En effet il y a concentration des pressions aux bords de la fondation pour  $H = 3$  cm et  $H = 4$  cm dans le calcul et dans l'expérience et il y a concentration des pressions autour du point d'application de la force pour  $H = 1$  cm et  $H = 2$  cm. Dans les calculs comme dans les expériences on situe la hauteur de la fondation qui correspond approximativement à la ligne de répartition uniforme entre  $H = 2$  cm et  $H = 3$  cm.

Des différences plus sensibles entre le calcul et l'expérience peuvent être remarquées en ce qui concerne les amplitudes des concentrations.

---

\* Voir page 24.

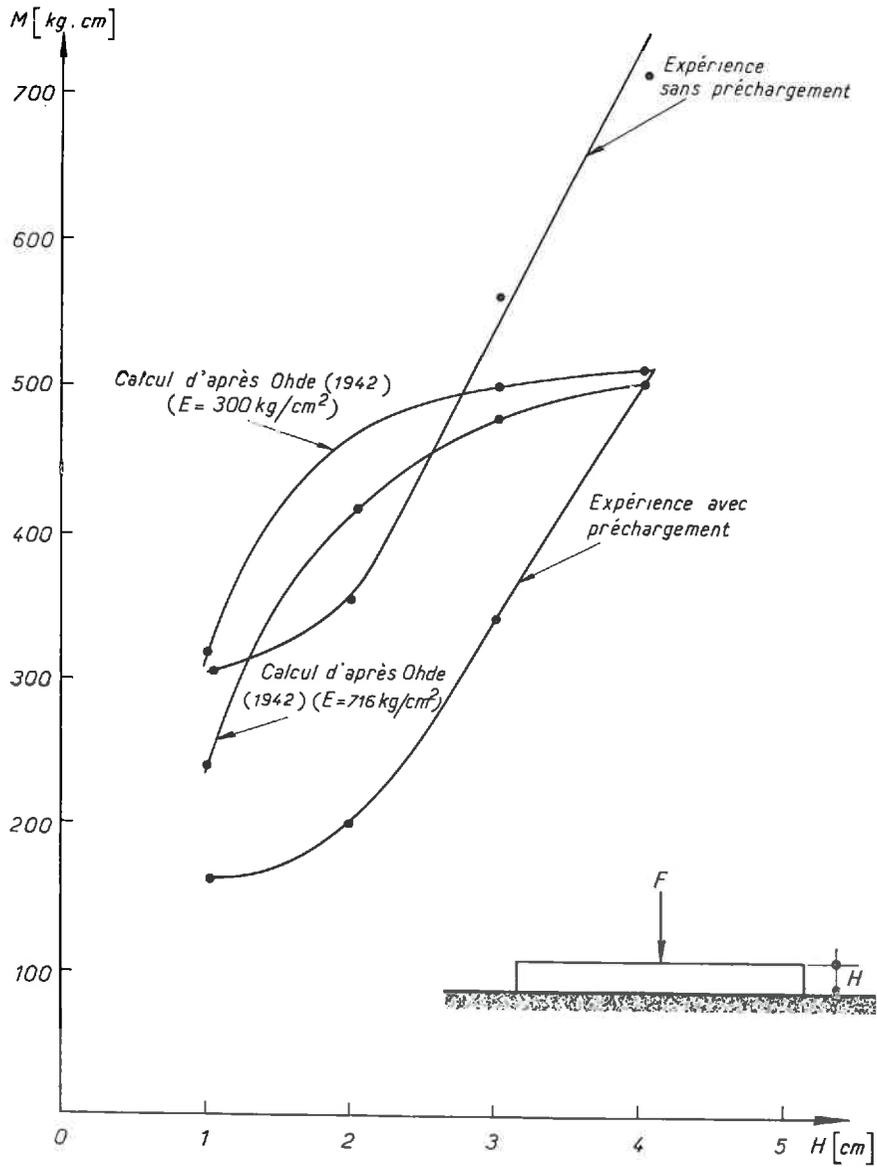


Fig. 116. — Moments fléchissants maximaux  $M$  en fonction de la hauteur  $H$  de la poutre.

En général, les expériences donnent des concentrations nettement plus élevées que les calculs. Pour la poutre de  $H = 4$  cm les concentrations aux bords sont :

3,6  $p_m$  d'après l'expérience,

1,33  $p_m$  d'après les calculs.

Pour la poutre de  $H = 1$  cm les concentrations autour du point d'application de la force sont :

3,8  $p_m$  d'après l'expérience,

2,2  $p_m$  d'après les calculs.

Les différences entre les calculs et les expériences faites après préchargement sont moins grandes quant aux concentrations aux bords. Il faut noter, cependant, que les courbes de pressions sont en quelque sorte modifiées dans les essais par suite du déplacement des maxima des pressions vers le milieu.

En ce qui concerne la concentration des pressions autour du point d'application de la force les différences entre le calcul et les expériences faites avec préchargement sont encore plus grandes.

Les différences entre le calcul et l'expérience semblent moins grandes aussi pour les fondations sur argile quasi saturée; ceci est confirmé tout au moins pour les concentrations des pressions aux bords de la fondation. Pour la poutre de  $L = 25$  cm et  $H = 3,9$  cm sur argile quasi saturée nous avons trouvé que les pressions aux bords sont de l'ordre de 1,4  $p_m$  dans les expériences et 1,33  $p_m$  dans les calculs.

Il semble donc que pour un même coefficient de rigidité ( $\alpha$  ou  $\rho$ ) qui correspond à une seule courbe de répartition des pressions dans le calcul, on peut obtenir des concentrations différentes suivant le degré de saturation de l'argile dans les expériences.

Il paraît alors indiqué d'interpréter prudemment la courbe de répartition des pressions obtenue par le calcul en ce qui concerne les amplitudes.

Les écarts entre les calculs et les expériences se traduisent aussi dans les moments fléchissants de la fondation.

Calculons le moment fléchissant maximum au point d'application de la force ponctuelle de  $F = 96$  kg, c'est-à-dire au milieu de la poutre.

Comme la *figure 116* montre, les moments fléchissants, d'après les expériences, peuvent être nettement plus grands que ceux d'après les calculs. Pour  $H = 4$  cm, par exemple, nous trouvons que le moment fléchissant maximal, d'après l'expérience, est 40 % plus grand que celui obtenu par les calculs.

On reconnaît en plus sur la figure que les différences de module d'élasticité ne sont pas d'une très grande importance pour les moments fléchissants maximaux, et que ces différences diminuent avec l'augmentation de la hauteur de la poutre. En outre, les moments fléchissants sont plus grands, plus mou est le sol ou plus rigide est la fondation, ce qui est un fait connu (LOOS, BRETH, 1948).

En ce qui concerne les anomalies des courbes de pressions dont nous avons déjà parlé, elles mettent en valeur de faibles dénivellations de la surface de contact entre le sol et la fondation et peuvent mettre en doute tous les calculs, tout au moins pour les faibles charges.

## CHAPITRE IV

---

# ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES ARGILES LORS DE PETITES DÉFORMATIONS

---

### 1 DESCRIPTION DES SOLS UTILISÉS

Nous avons étudié les caractéristiques mécaniques de l'argile de SERRE-PONÇON (LL = 99 %, LP = 28 %) qui a été fabriquée soit à une densité de  $\gamma_d = 1,33 \text{ t/m}^3$ , teneur en eau :  $w = 24 \%$  et degré de saturation  $S = 63 \%$  (chapitre II, 3,1), soit à une densité de  $\gamma_d = 1,31 \text{ t/m}^3$ , teneur en eau  $w = 36 \%$  et degré de saturation  $S = 91 \%$ .

Dans la première argile (non saturée) il s'agit du sol contenu dans la cuve 1 avec les caractéristiques générales données dans le chapitre II. Les échantillons ont été prélevés au moins six mois après compactage de ce sol.

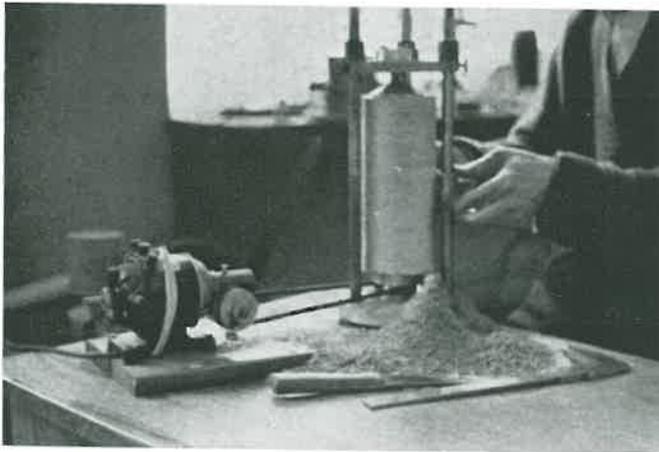


Photo 8. — Tour spécial servant à préparer des échantillons.

Les échantillons du deuxième type d'argile (quasi saturée) n'ont pas été prélevés sur la cuve 2 décrite dans le chapitre II, mais ils ont été refaits dans des moules de compactage à des caractéristiques qui correspondent à peu près à ceux de l'argile quasi saturée du deuxième chapitre (II, 3,2). Il faut noter, toutefois, que ces échantillons ont été essayés, en général, quelques jours seulement après le compactage.

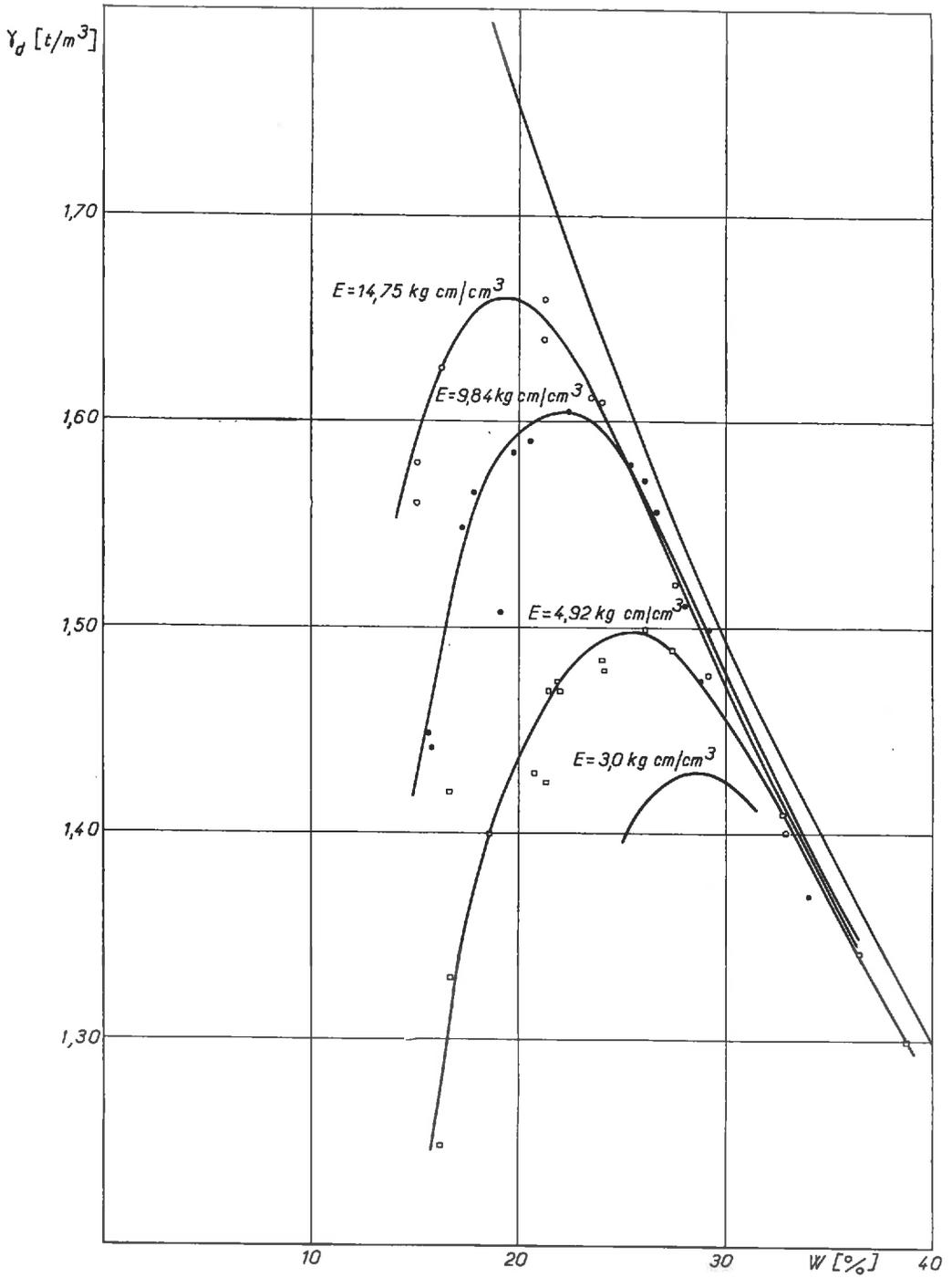


Fig. 117. — Essai de compactage. Densité sèche  $\gamma_d$  de l'argile de SERRE-PONÇON en fonction de la teneur en eau  $w$ . Diamètre du moule  $D = 70$  mm, Hauteur du moule  $H = 200$  mm.

Tous les échantillons ont été tournés à l'aide d'un tour spécial (*photo 8*). Des essais de compactage ont été effectués avec l'argile. Nous donnons les courbes de compactage à la *fig. 117*.

La valeur du CBR (California Bearing Ratio) est de 8,5 % pour l'argile non saturée (*fig. 118a*) et environ de 5,3 % pour l'argile quasi saturée (*fig. 118 b, c*).

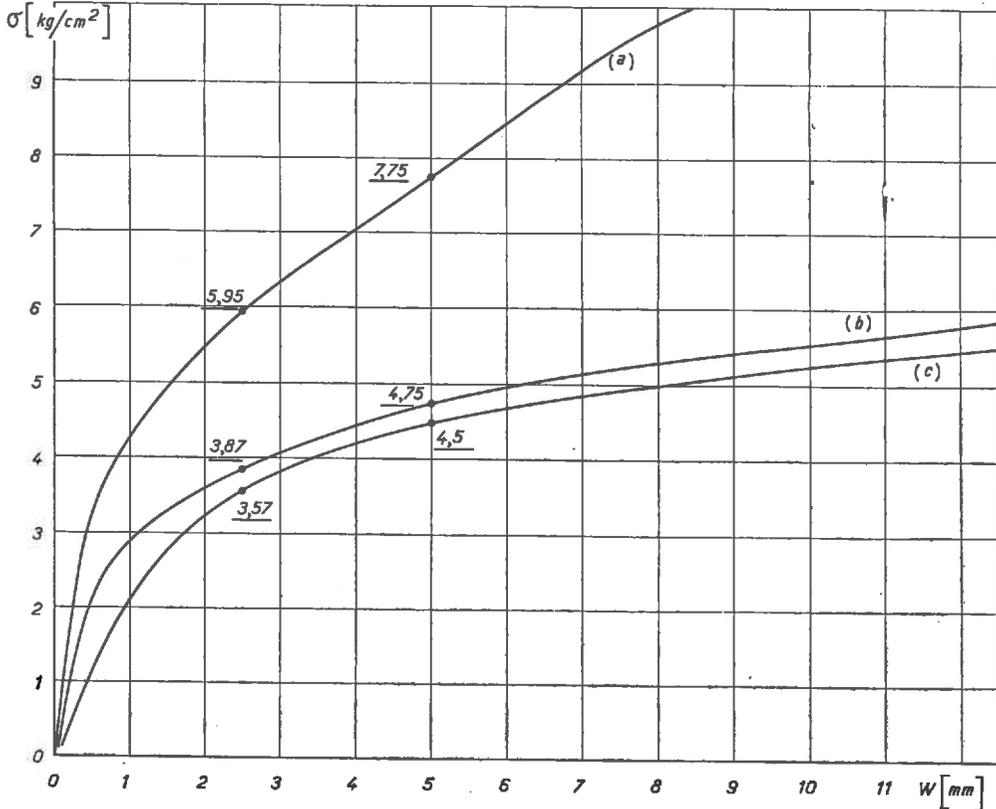


Fig. 118. — Essais CBR a) Argile non saturée  
 $\gamma_s = 1,24 \text{ t/m}^3$   $w = 22,7 \%$   $S = 52 \%$   
 $\text{CBR} = \frac{5,95}{70} \cdot 100 = 8,51.$   
 b) Argile quasi saturée  
 $\gamma_s = 1,35 \text{ t/m}^3$   $w = 35,2 \%$   $S = 95 \%$   
 $\text{CBR} = \frac{3,87}{70} \cdot 100 = 5,53.$   
 c) Argile saturée  
 $\gamma_s = 1,35 \text{ t/m}^3$   $w = w_s = 37,8 \%$   
 $\text{CBR} = \frac{3,57}{70} \cdot 100 = 5,1.$

2

**ESSAIS SUR ARGILE NON SATURÉE**

Nous avons effectué les essais suivants :

- compression mono-axiale;
- compression triaxiale;
- compression à diamètre constant;
- chargement de plaques circulaires rigides.

2,1 Essais de compression monoaxiale.

Nous avons soumis des échantillons cylindriques de 70 mm de diamètre D, parfois 35 mm et 101 mm et de hauteur variable H à des déformations monoaxiales à la vitesse de 0,2 mm/minute, la force étant appliquée par l'intermédiaire de plaques métalliques rigides. D'une façon générale les essais étaient d'autant plus cohérents que les diamètres d'échantillons étaient plus grands (tabl. XIX).

TABLEAU XIX

*Essais de compression monoaxiale — Argile non saturée*

$\frac{H}{D}$	Pente E (kg/cm <sup>2</sup> )	Résistance R <sub>i</sub> (diamètre initial) (kg/cm <sup>2</sup> )	Résistance R <sub>r</sub> (diamètre réel) (kg/cm <sup>2</sup> )	Densité sèche γ <sub>s</sub> (t/m <sup>3</sup> )	Degré de saturation S (%)	Teneur en eau w (%)	Hauteur H (cm)	Diamètre D (cm)	Écarts des résistances (%)
0,44	189	6,24	6,06	1,34	62,5	23,5	3,1	7,0	3
0,57	198	4,69	4,52	1,33	62,8	24,0	4,0	7,0	3,8
0,715	205	3,87	3,77	1,31	61,6	24,2	5,0	7,0	2,7
0,96	234	3,85	3,77	1,34	62,2	23,4	6,7	7,0	2,1
1,72	268	3,50	3,47	1,34	60,4	22,7	12,0	7,0	0,9
2,22	332	3,40	3,36	1,31	65,6	25,6	15,6	7,0	1,2
2,64	313	3,63	3,56	1,33	64,9	24,9	18,5	7,0	2
3,19	340	3,07	3,03	1,32	57,5	22,3	22,4	7,0	1,3

2,1.1 : COURBE EFFORT-DÉFORMATION.

Nous avons tracé la courbe des contraintes monoaxiales en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$  (fig. 119). Les contraintes ont été calculées à partir de la section initiale de l'éprouvette. Comme on voit sur la figure 120 les erreurs impliquées dans ce procédé jouent seulement sur la dernière partie de la courbe effort-déformation, au voisinage de la rupture. Pour la résistance à la compression simple R<sub>c</sub> nous avons donc calculé les contraintes soit à la base de la section réelle, soit de la section initiale.

Les erreurs, en prenant la section initiale ne dépassent pas 4 %. Le procédé habituel de calculer les contraintes sous l'hypothèse d'un volume constant n'a pas été adopté.

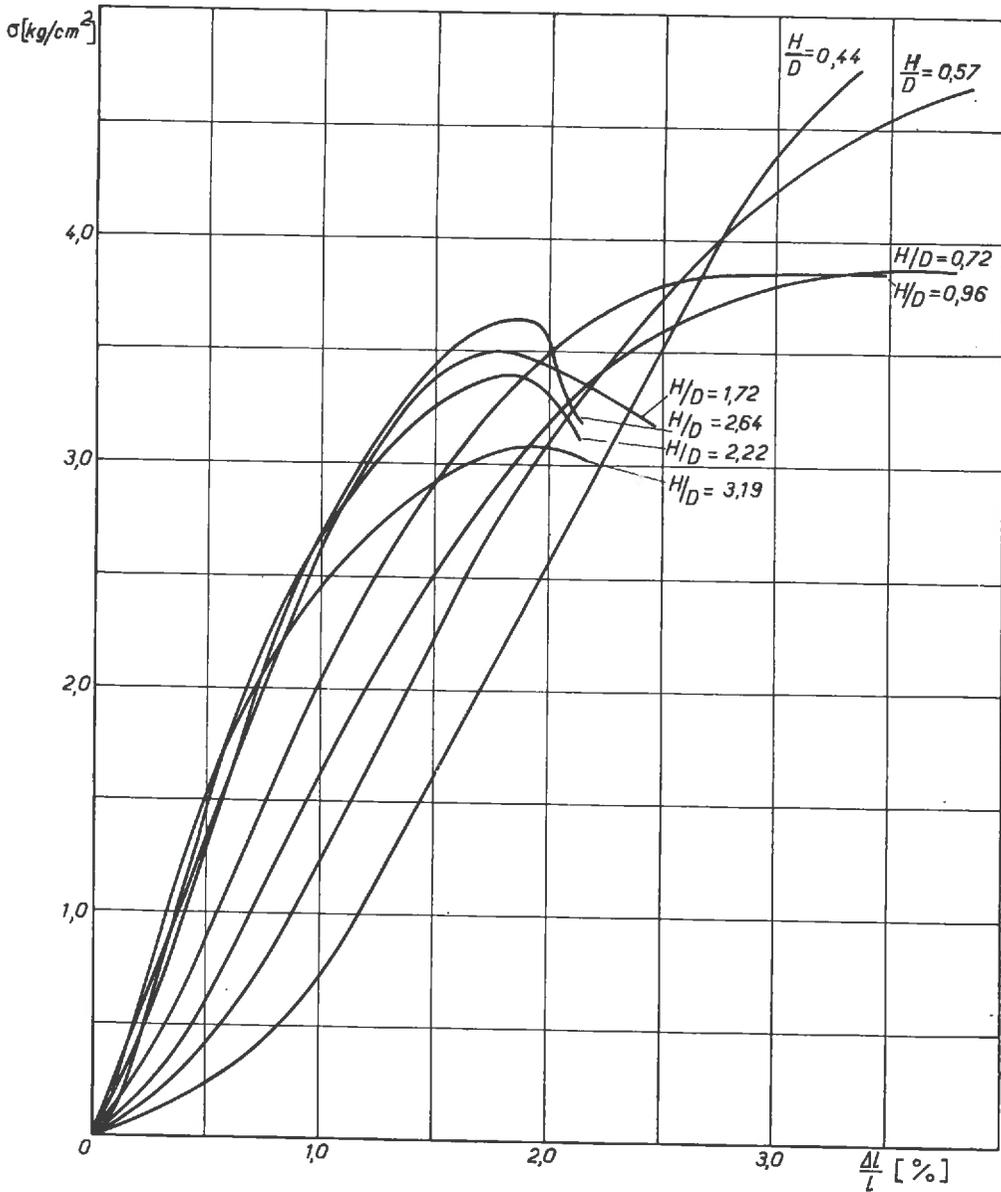


Fig. 119. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$  pour différents rapports  $\frac{H}{D}$  ( $H$  = hauteur,  $D$  = diamètre de l'échantillon). Argile :  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $w = 24 \%$ ;  $S = 63 \%$ .  
Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

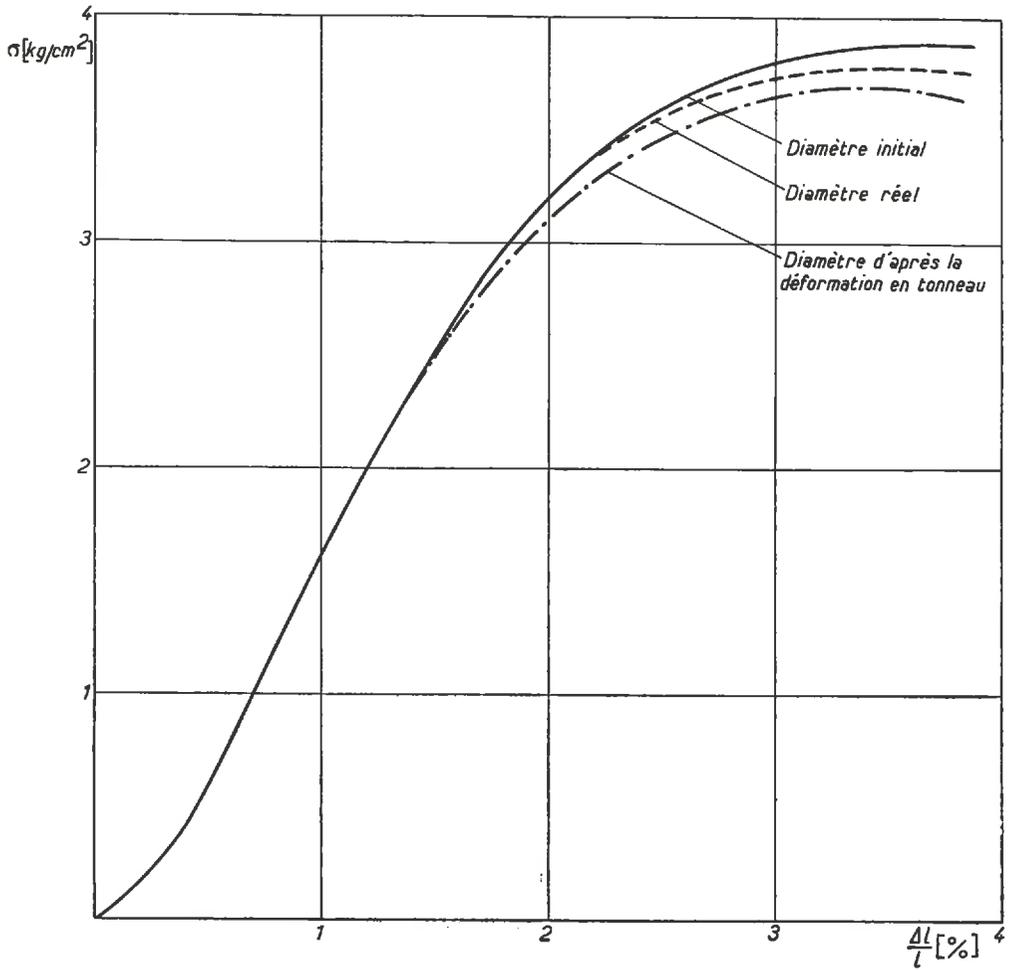


Fig. 120. — Essai de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta L}{l}$ . Calcul de  $\sigma$  en prenant le diamètre réel, initial et de déformation en tonneau.  
Argile : H = 50 mm ; D = 70 mm ;  $\frac{H}{D} = 0,72$  ;  $w = 24$  % ;  $\gamma_s = 1,31$  t/m<sup>3</sup> ; S = 61 %.

En calculant les contraintes, par exemple, en admettant une déformation en tonneau, la courbe effort-déformation s'écarte notablement dans ses premières parties déjà des courbes effort-déformation obtenues avec le diamètre initial ou réel.

On obtient une partie linéaire sur la courbe effort-déformation après une légère courbure initiale correspondant à une déformation absolue de 0,2 à 0,3 mm. La partie linéaire  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_i$  dépend de la hauteur H de l'échantillon. En effet, si nous portons  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_i$  en fonction de  $\frac{H}{D}$  nous voyons que cette partie est d'autant plus grande que la hauteur est plus petite. Pour  $\frac{H}{D} = 1$   $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_i = 1$  % (fig. 121).

On peut trouver la même relation pour la déformation nécessaire à la rupture de l'échantillon. Portons  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_e$  en fonction de  $\frac{H}{D}$  : la déformation à la rupture est d'autant plus grande que la hauteur de l'échantillons est plus petite. Pour  $\frac{H}{D} = 1$ ,  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_e = 2,5$  % (fig. 122).

### 2.1.2 : VALEURS DU MODULE DE YOUNG E.

Appelons E la pente à la partie linéaire décrite ci-dessus.

Nous avons remarqué que le module de YOUNG E augmentait d'une manière linéaire avec la hauteur H de l'échantillon de 200 à 350 kg/cm<sup>2</sup> (fig. 123). Ceci est d'autant plus surprenant qu'on s'attendait à ce que le freinage de tête provoque le phénomène inverse, c'est-à-dire une augmentation de E avec  $\frac{1}{H}$ .

A la recherche d'une solution de ce problème nous avons pensé que les vitesses d'application des contraintes pouvaient exercer une influence sur les pentes.

Nous avons varié les vitesses de 0,1 mm/mn à 1 mm/mn.

Voici le résultat des essais sur des échantillons de 70 mm de diamètre et 105 mm de hauteur soumis successivement à plusieurs vitesses de chargement (voir aussi les fig. 124-128) :

TABLEAU XX

*Essais de compression monoaxiale. Argile non saturée.  
Etude de l'influence des vitesses sur le module d'élasticité E.*

Échantillon	w (%)	$\gamma_a$ (t/m <sup>2</sup> )	S (%)	Modules E (kg/cm <sup>2</sup> ) à une vitesse de			
				0,1 mm/mn	0,2 mm/mn	0,4 mm/mn	1,0 mm/mn
C <sub>31</sub>	22,9	1,39	66	360	335	330	330
C <sub>32</sub>	22,7	1,36	62	315	340	340	340
C <sub>41</sub>	22,5	1,35	61	330	320	320	
C <sub>51</sub>	22,9	1,43	70	540	545	570	

Un échantillon (w = 24,3 %,  $\gamma_a = 1,34$  t/cm<sup>2</sup>, S = 65 %) a été soumis au cycle suivant : 0,4; 0,1; 0,1; 0,1; 1,0 mm/mn.

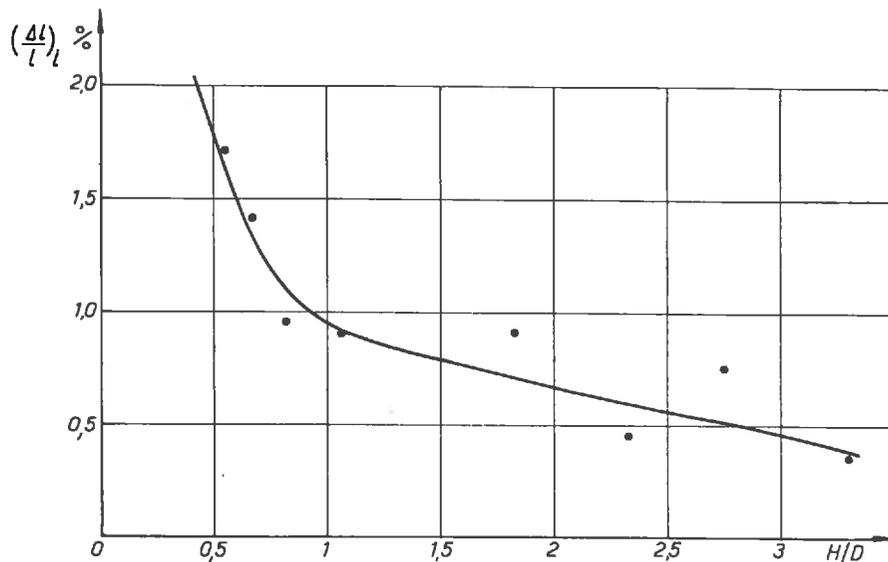


Fig. 121. — Essais de compression monoaxiale. Déformation linéaire  $(\frac{\Delta l}{l})_l$  de la courbe  $\sigma = \sigma(\frac{\Delta l}{l})_l$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .  
Argile :  $w = 24$  % ;  $\gamma_s = 1,33$  t/m<sup>3</sup> ;  $S = 63$  % ; Diamètre des échantillons :  $D = 70$  mm.

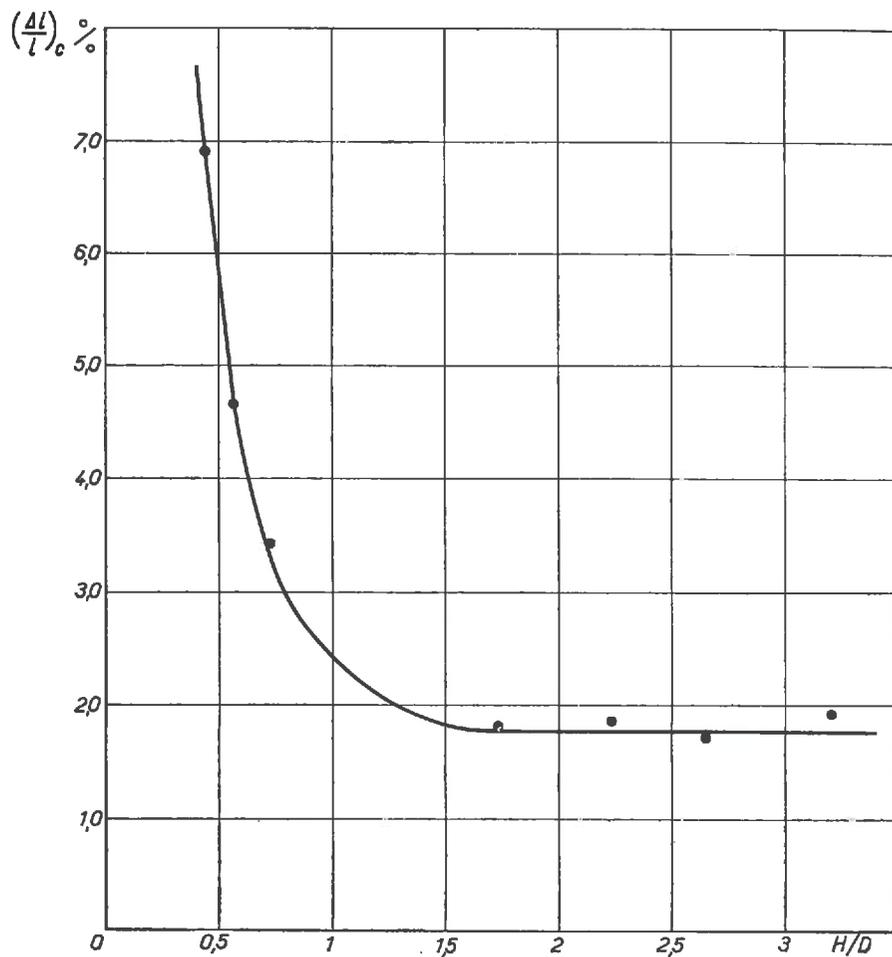


Fig. 122. — Essais de compression monoaxiale. Déformation de cisaillement  $(\frac{\Delta l}{l})_c$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .  
Argile :  $w = 24$  % ;  $\gamma_s = 1,33$  t/m<sup>3</sup> ;  $S = 63$  % ; Diamètre des échantillons :  $D = 70$  mm.

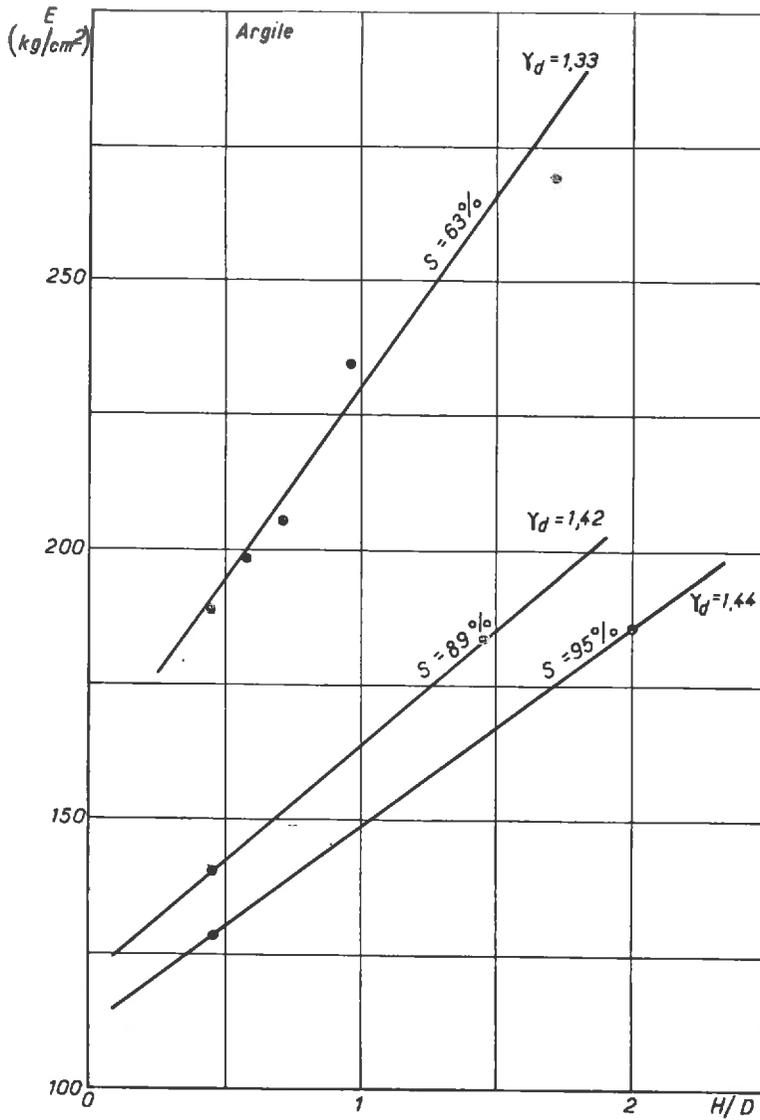


Fig. 123. — Essai de compression monoaxiale. Module d'élasticité  $E$  en fonction du rapport entre la hauteur  $H$  et le diamètre  $D$  de l'échantillon pour différents degrés de saturation  $S$  Argile.

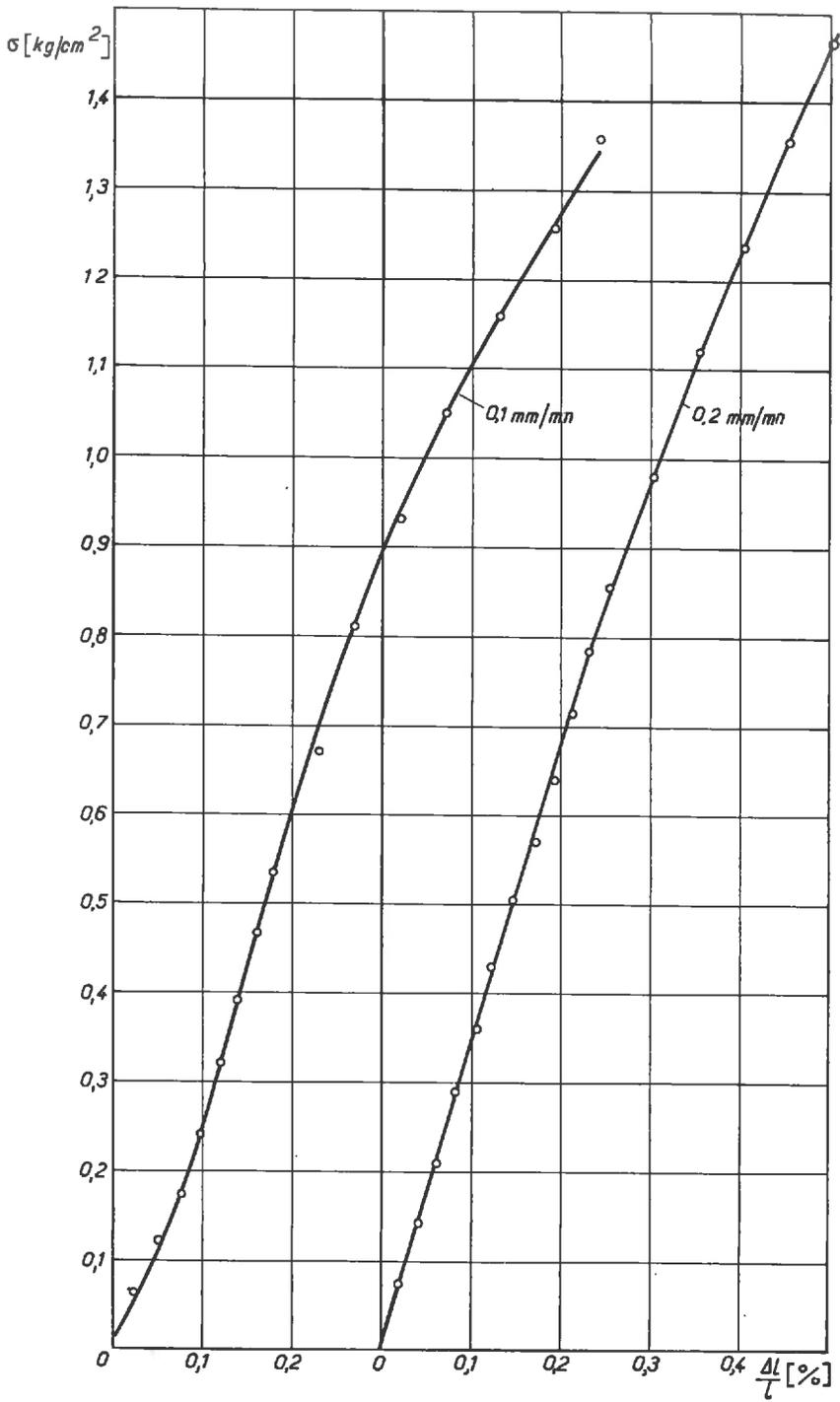


Fig. — 124. Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
Étude de l'influence des vitesses d'écrasement.

Argile :  $w = 22,9 \%$  ;  $\gamma_s = 1,39 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 65 \%$  ;  $H = 104,5 \text{ mm}$  ;  $D = 70 \text{ mm}$ .

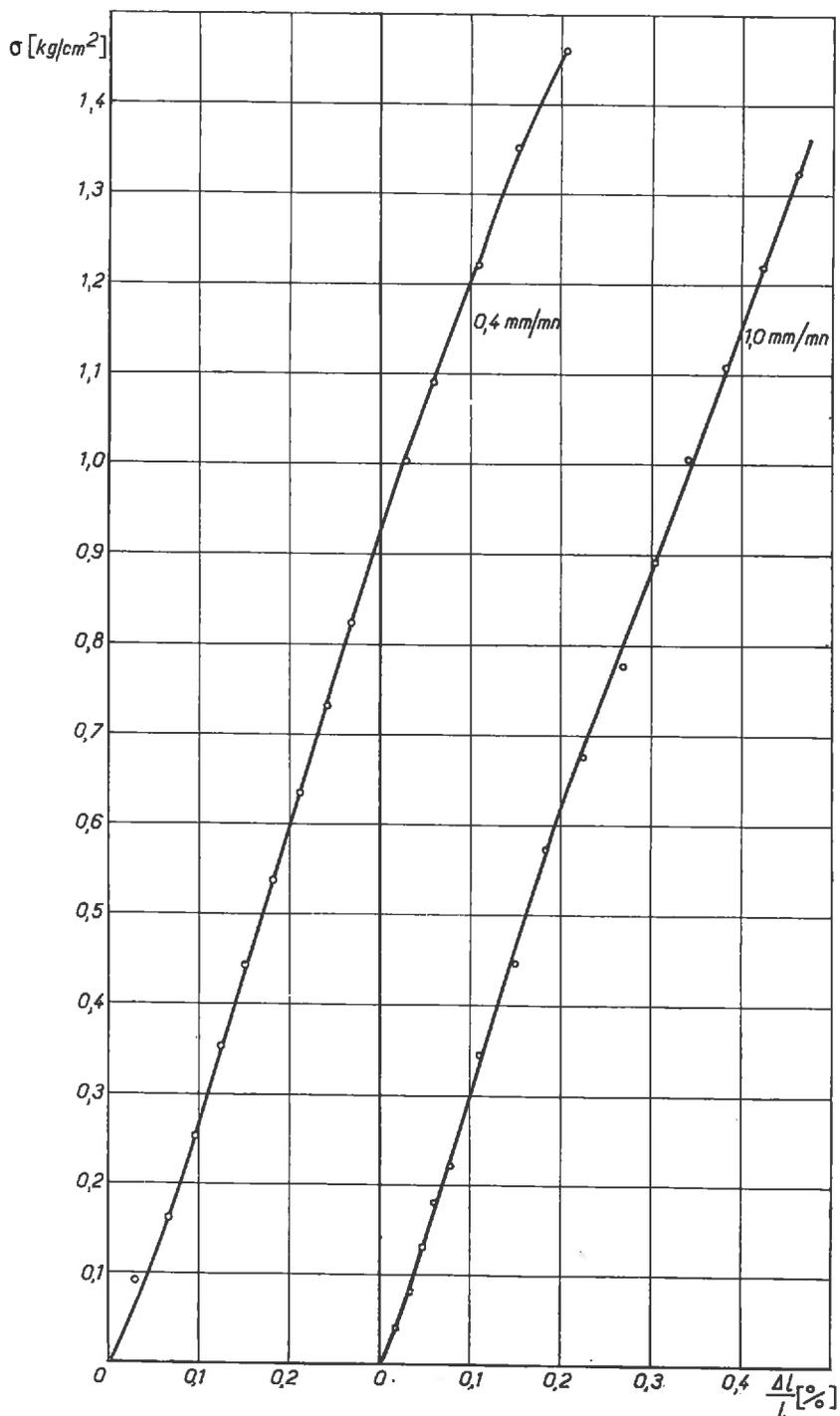


Fig. 125. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Étude de l'influence des vitesses d'écrasement.  
 Argile :  $w = 22,9 \%$ ;  $\gamma_s = 1,39 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 65 \%$ ;  $H = 104,5 \text{ mm}$ ;  $D = 70 \text{ mm}$ .

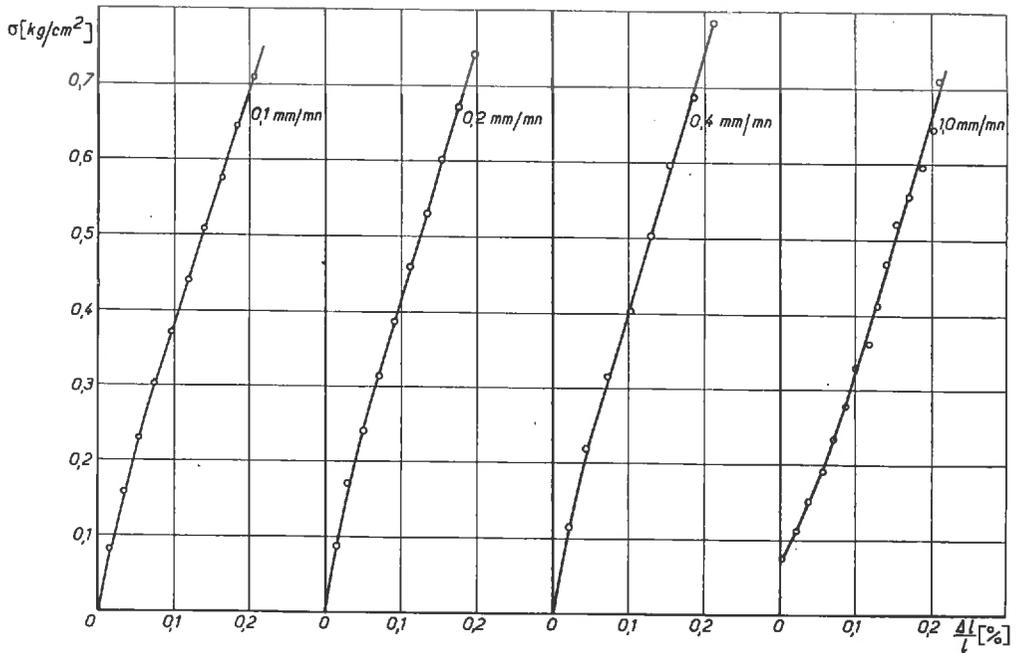


Fig. 126. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
Étude de l'influence des vitesses.

Argile :  $w = 22,7 \%$  ;  $\gamma_s = 1,36 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 62 \%$  ;  $H = 105 \text{ mm}$  ;  $D = 69,9 \text{ mm}$ .

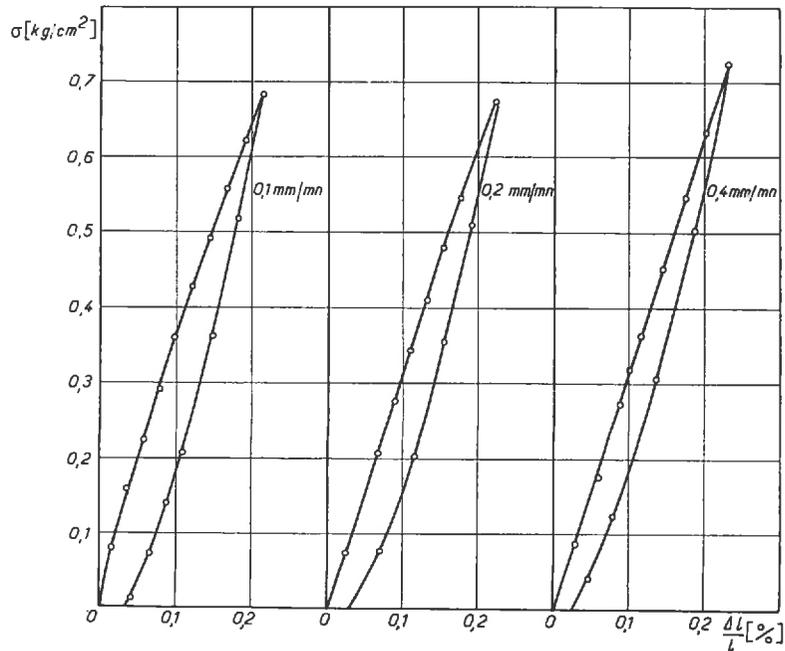


Fig. 127. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
Étude de l'influence des vitesses.

Argile :  $w = 22,5 \%$  ;  $\gamma_s = 1,35 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 61 \%$  ;  $H = 105,3 \text{ mm}$  ;  $D = 69,9 \text{ mm}$ .

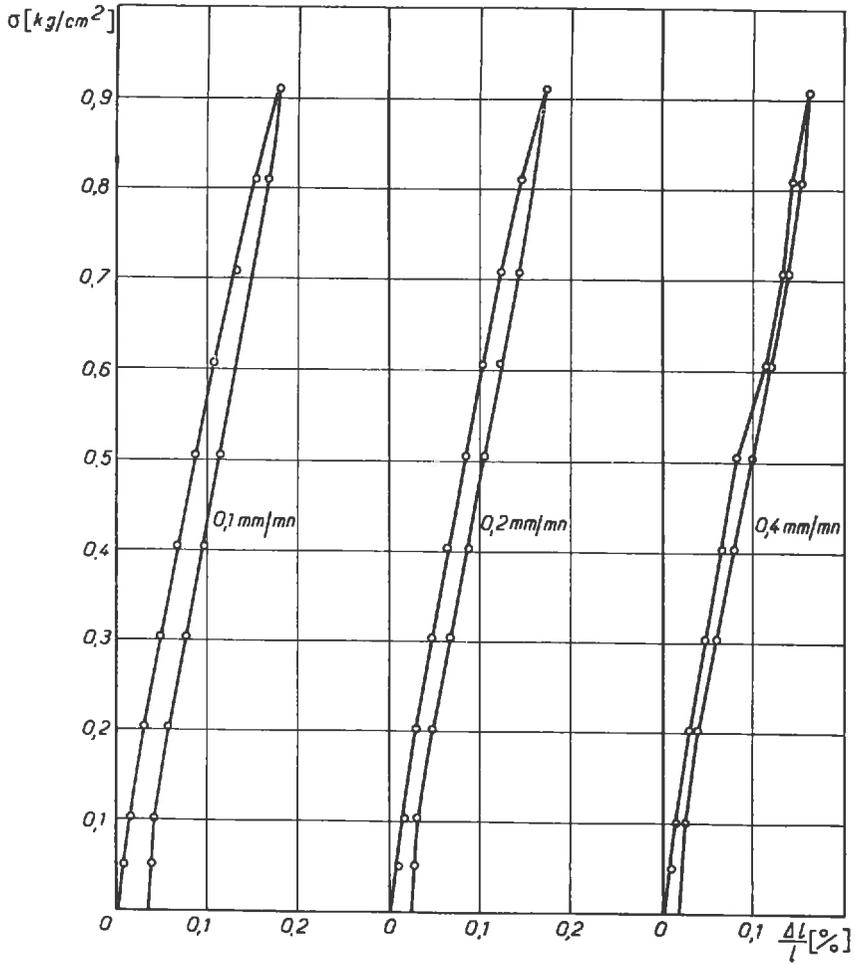


Fig. 128. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
Étude de l'influence des vitesses.  
Argile :  $w = 22,9 \%$  ;  $\gamma_s = 1,43 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 70 \%$  ;  $H = 105,4 \text{ mm}$  ;  $D = 70,2 \text{ mm}$ .

Les modules correspondants sont les suivants : 370, 320, 320, 295, 300 kg/cm<sup>2</sup> (fig. 129).

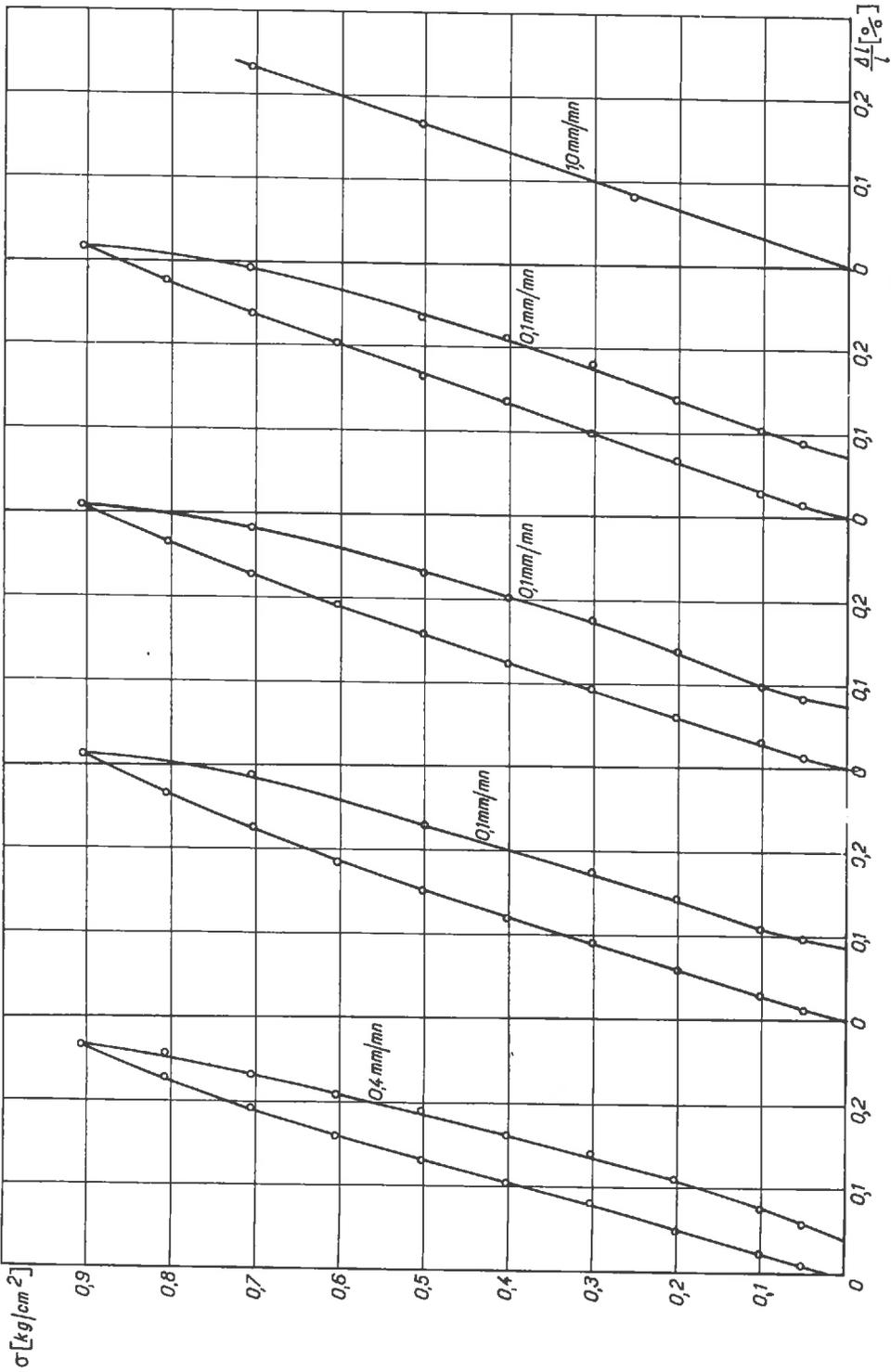


Fig. 129. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ . Étude de l'influence des vitesses. Échantillon : H = 105,4 mm; D = 70,2 mm; Argile : w = 24,3 %;  $\gamma_d = 1,34 t/m^3$ ; S = 65 %.

Il semble donc prouvé que, dans le cas présent, les vitesses d'application des charges n'influent pas sur la valeur de E.

Par contre, il est possible que le frettage diminue la déformation latérale et augmente ainsi le degré de saturation ce qui fait baisser E comme cela est bien connu\*.

Nous avons observé d'ailleurs que le module d'une éprouvette de caractéristiques données varie sensiblement avec l'âge de l'éprouvette. Il n'est pas exclu que des phénomènes de thixotropie jouent un certain rôle. Pour plus de détail, une étude spéciale serait indiquée.

### 2,1.3 COEFFICIENT DE POISSON.

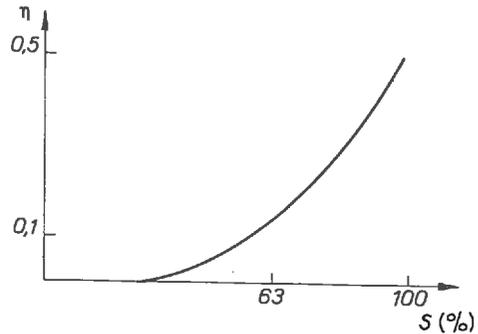
Nous avons examiné la variation relative du diamètre  $\left(\frac{\Delta D}{D}\right)$  pris à la moitié de la hauteur de l'échantillon en fonction de la déformation axiale relative  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)$  (fig. 130).

La relation n'est pas linéaire. Elle correspond d'abord à une diminution de volume de l'échantillon, puis à une dilatation après le dépassement de l'effort maximal  $R_e$ .

Si on appelle coefficient de POISSON du sol la pente de la tangente à la courbe précédente cette valeur varie de 0 à plus de 1 (rupture). Il semble cependant qu'il y ait une valeur de  $\eta$  à peu près constante pour la partie linéaire de la courbe effort-déformation.

Le coefficient de POISSON à admettre ici serait donc de 0,13 en moyenne avec une précision de 30 % (plus petit pour les faibles hauteurs d'échantillon, plus grand pour les grands échantillons).

Cette valeur moyenne est différente pour une autre argile et doit croître avec le degré de saturation.



### 2,1.4 RÉSISTANCE A LA COMPRESSION SIMPLE.

La résistance à la compression simple est de 6,5 kg/cm<sup>2</sup> pour  $\frac{H}{D} = 0,4$ , décroît rapidement, puis reste à peu près constant,  $R_e = 3,6$  kg/cm<sup>2</sup>, pour des hauteurs supérieures au diamètre (fig. 131). On explique habituellement les fortes valeurs de  $R_e$  pour les petits échantillons par le frettage produit par les pièces rigides des extrémités.

## 2,2 Essais de compression triaxiale.

### 2,2.1 INFLUENCE DE LA PRESSION ISOTROPE SUR LE MODULE DE LA COURBE EFFORT-DÉFORMATION.

L'augmentation de la pression isotrope rend la courbe effort-déformation de moins en moins linéaire, en même temps que la déformation de cisaillement devient de

\*. G. KYVELLOS. *Étude de la courbe intrinsèque des sols compactés et non saturés.* Ann. Inst. Techn. Bât. Trav. Publ., Mai 1956.

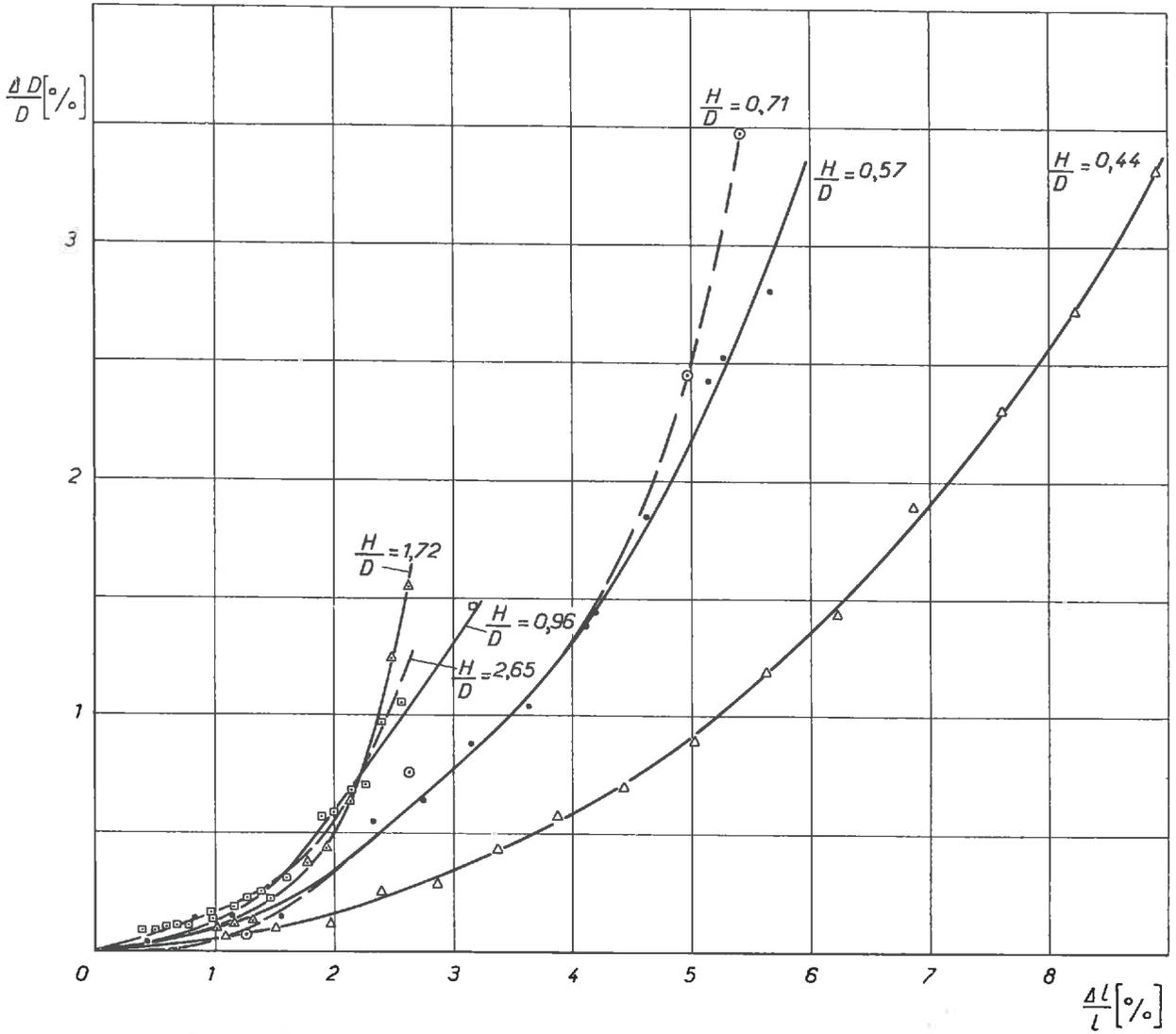


Fig. 130. — Essais de compression monoaxiale. Variation du diamètre D de l'échantillon en fonction de la variation de longueur  $\frac{\Delta l}{l}$ . Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ . Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

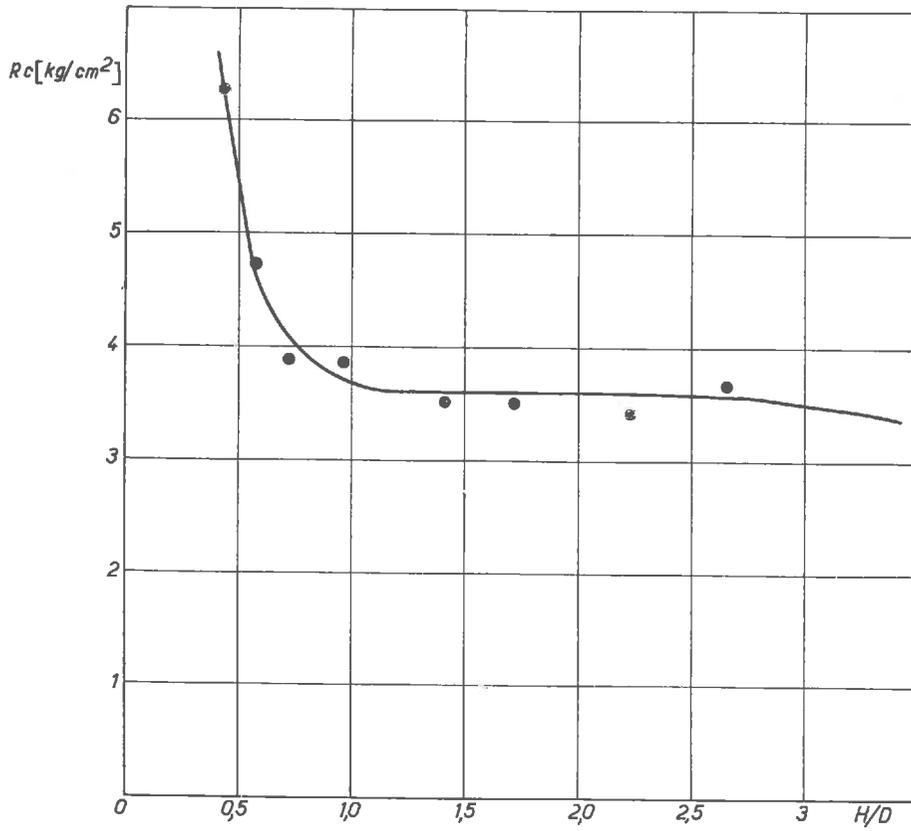


Fig. 131. — Résistance à la compression monoaxiale  $R_c$ , en fonction du rapport entre la hauteur  $H$  et le diamètre  $D$  de l'échantillon. Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ . Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

plus en plus grande (fig. 132). La pente à la courbe déviateur-déformation diminue de 450 kg/cm<sup>2</sup> à 200 kg/cm<sup>2</sup> entre 1 et 6 kg/cm<sup>2</sup> de pression isotrope (fig. 133). En principe la pression isotrope a tendance à augmenter la pente, mais l'augmentation du degré de saturation — lors d'un essai triaxial on a observé une forte variation du degré de saturation — tend à la faire diminuer. Ce dernier effet semble le plus important.

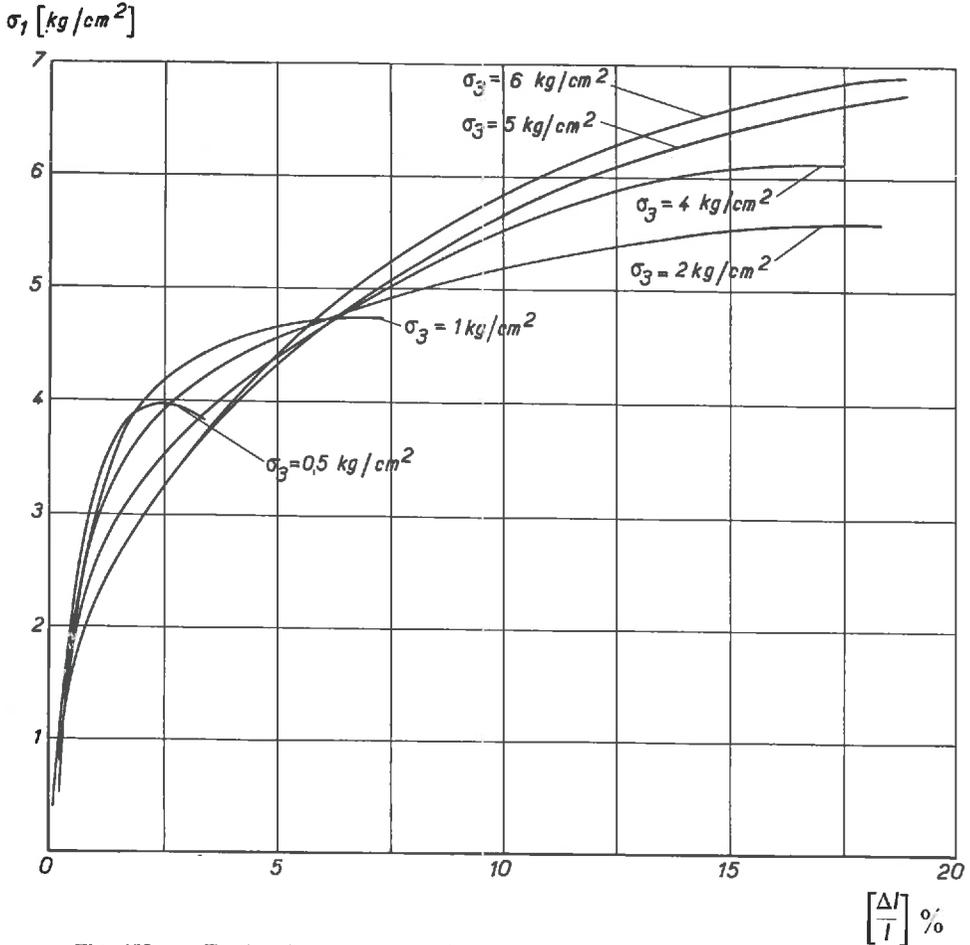


Fig. 132. — Essais triaxiaux à contraintes isotropes  $\sigma_3$  différentes  
 Contrainte verticale en fonction de la déformation  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Argile :  $w=24\%$  ;  $\gamma_s=1,33 \text{ t/m}^3$  ;  $S=63\%$ . Diamètre des échantillons :  $D=100 \text{ mm}$ .

2,2.2 LA COURBE INTRINSÈQUE converge vers une tangente horizontale à  $c = 3,5 \text{ kg/cm}^2$  (fig. 134).

2,2.3 CHARGEMENTS RÉPÉTÉS.

Les chargements répétés font sensiblement augmenter la pente à la courbe effort-déformation. En général, les pentes restent constantes à partir du deuxième cycle de chargement. La réversibilité des déformations augmente avec le nombre de cycles et diminue avec la pression isotrope.

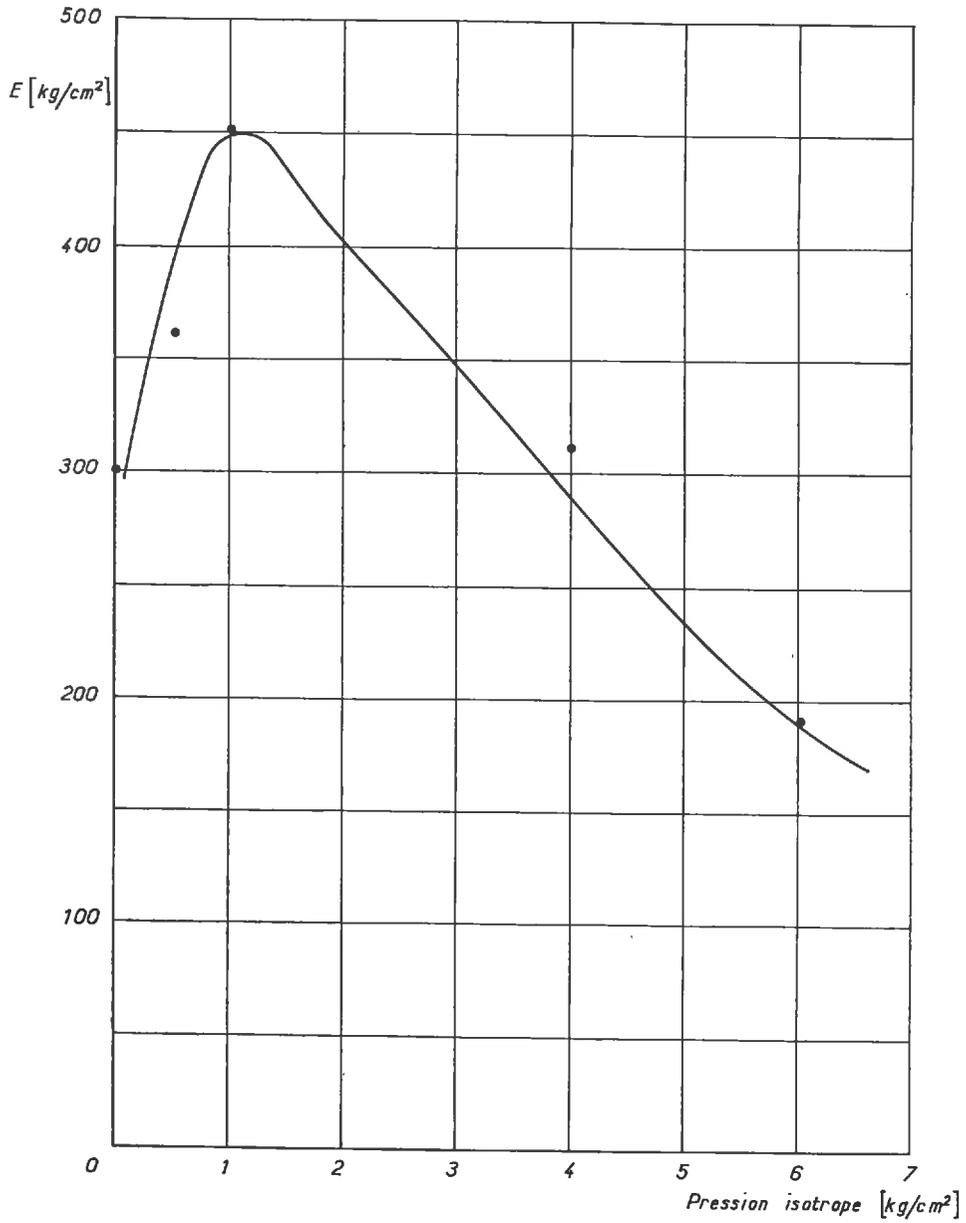


Fig. 133. — Essais triaxiaux à contraintes isotropes  $\sigma_3$  différentes.  
Module E en fonction de la pression isotrope.  
Argile:  $w=24\%$ ;  $\gamma_s=1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S=63\%$ . Diamètre des échantillons:  $D=100 \text{ mm}$ .

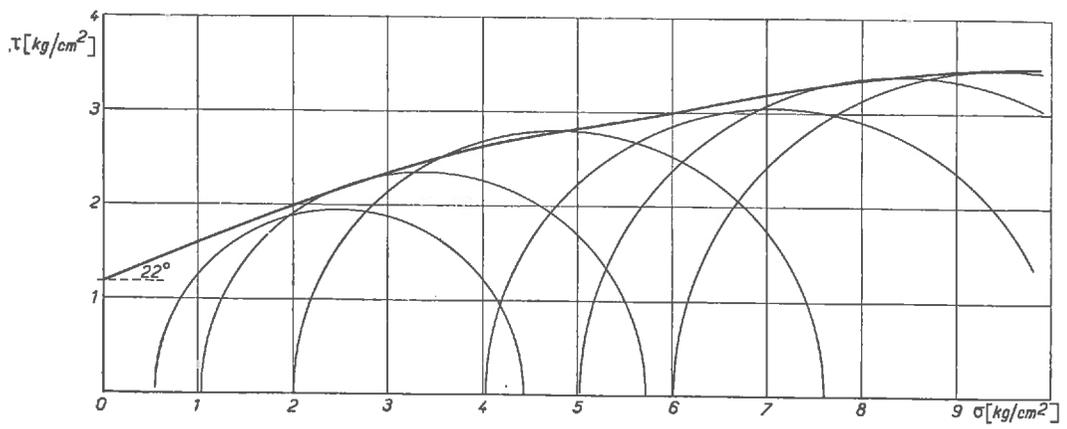


Fig. 134. — Courbe intrinsèque de l'argile non saturée.  
Échantillons de  $D=100$  mm de diamètre;  $w=24\%$ ;  $\gamma_s=1,33$  t/m<sup>3</sup>;  $S=63\%$ .

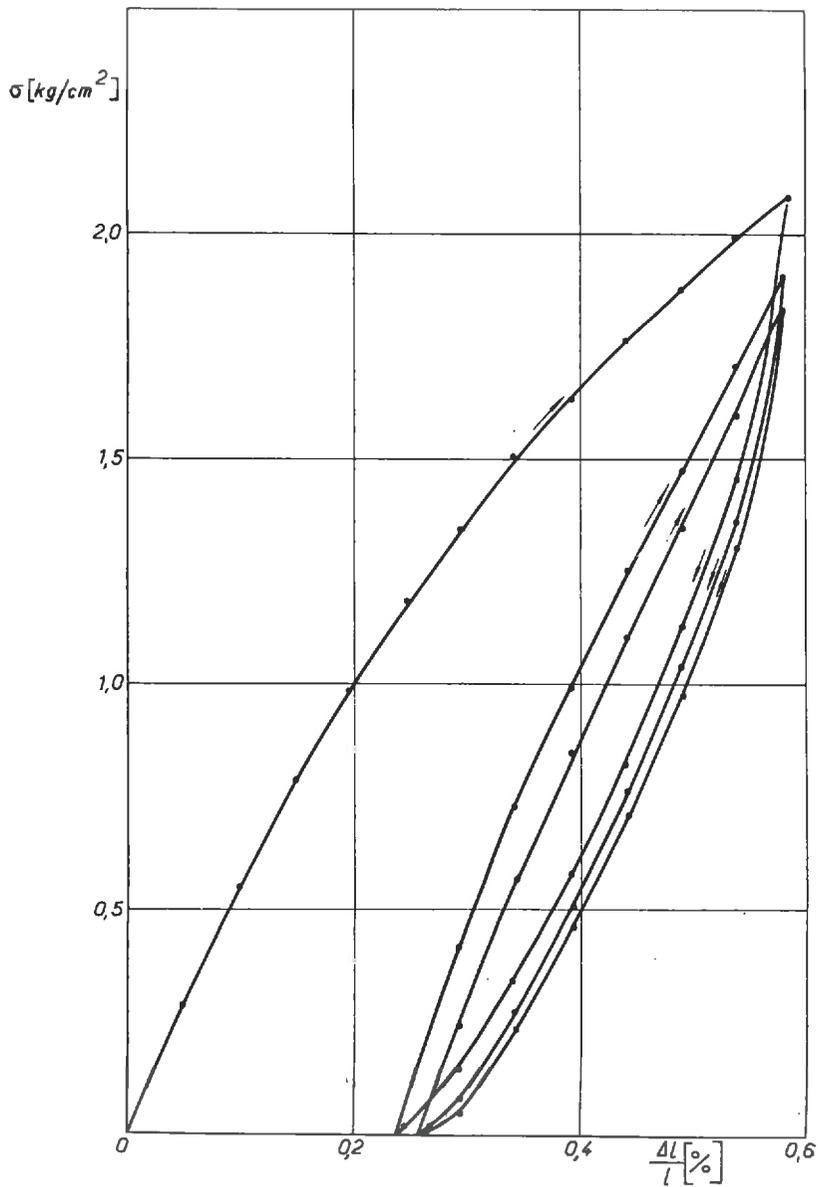


Fig. 135. — Essai de compression triaxiale. Contrainte verticale en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ . Pression isotrope  $1 \text{ kg/cm}^2$ .  
Argile :  $w = 24\%$ ;  $\gamma_s = 1,33$  t/m<sup>3</sup>;  $S = 61\%$ . Diamètre de l'échantillon :  $D = 100$  mm.

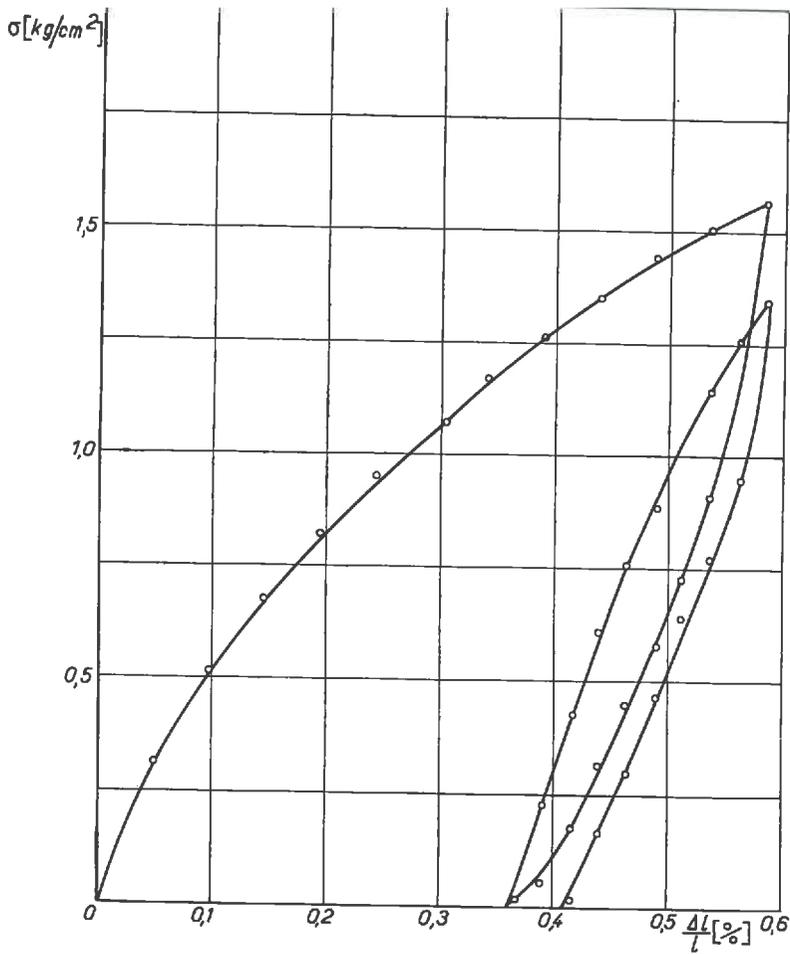


Fig. 136. — Essai de compression triaxiale. Contrainte verticale en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Pression isotrope 3,0  $\text{kg/cm}^2$ .  
 Argile :  $w = 22,6\%$  ;  $\gamma_s = 1,34 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 60\%$  ;  $H = 205 \text{ mm}$  ;  $D = 101,6 \text{ mm}$ .

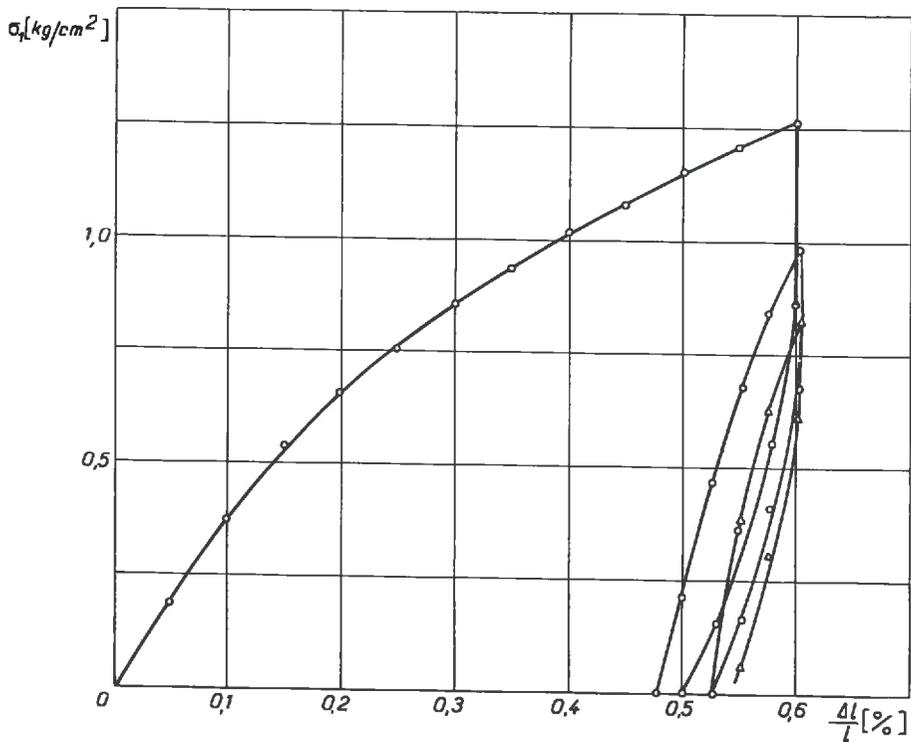


Fig. 137. — Essai de compression triaxiale. Contrainte verticale en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Pression isotrope 6,0  $\text{kg/cm}^2$ .  
 Argile :  $w = 21,9\%$  ;  $\gamma_s = 1,34 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 59\%$  ;  $H = 199,5 \text{ mm}$  ;  $D = 101,6 \text{ mm}$ .

Sur une éprouvette soumise à une pression isotrope de  $1,0 \text{ kg/cm}^2$  (*fig. 135*) la réversibilité au premier cycle est de 60 %, aux cycles suivants de 95 %; sur une éprouvette sous  $3,0 \text{ kg/cm}^2$  de pression isotrope (*fig. 136*) la réversibilité au premier cycle est de 35 %, au cycle suivant de 90 %; sur une éprouvette sous  $6,0 \text{ kg/cm}^2$  de pression isotrope (*fig. 137*) la réversibilité au premier cycle est de 15 %, aux cycles suivants de 60 %.

### 2,3 Essais de compression à diamètre constant.

#### 2,3.1 COURBE EFFORT-DÉFORMATION ET MODULES.

L'essai consiste à monter l'échantillon cylindrique dans un tube métallique du même diamètre et à exercer une déformation axiale à vitesse constante ( $0,2 \text{ mm/mn}$ ). Dans un tel essai les contraintes verticales et horizontales varient de manières différentes. Ces dernières n'étant pas mesurées, l'essai ne doit pas être retenu, en principe, pour mesurer  $E$  et  $\eta$ .

En dehors de quelques dixièmes de millimètre correspondant à l'adaptation des têtes d'échantillon, la courbe effort-déformation se compose de trois parties (*fig. 138*). Une première droite de pente  $E_1$  égale à celle de compression simple pour les échantillons de petite hauteur ( $\frac{H}{D}$  inférieur à 0,7) et allant jusqu'à une déformation analogue à celle de rupture, puis une droite de pente plus faible  $E_2$ , et enfin une courbe de pente croissante au-delà de  $15 \text{ kg/cm}^2$ .

La première droite semble indiquer une déformation analogue à la compression simple, le tube métallique ne jouant aucun rôle par suite de la faible tendance à l'augmentation de diamètre. Ceci, toutefois, n'est plus vrai pour les échantillons de grande hauteur où l'augmentation du diamètre est plus important pour un même écrasement relatif, d'où l'augmentation de  $E_1$  pour une hauteur supérieure à  $\frac{H}{D} = 0,7$ .

La partie linéaire ( $\frac{\Delta l}{l}$ ) est fonction de  $\frac{H}{D}$  comme dans les essais de compression monoaxiale (*fig. 139*).

En dépassant la force de rupture, la structure de l'échantillon est détruite, et l'on obtient une valeur de l'ordre de  $E_2 = 80 \text{ kg/cm}^2$  qui est indépendante de la longueur de l'échantillon (*fig. 140*).

Les valeurs de  $E_2$  et même les valeurs de  $E_1$  pour  $\frac{H}{D} > 0,7$  n'ont théoriquement aucun rapport avec le module d'élasticité puisqu'il ne s'agit plus d'une augmentation de contrainte monoaxiale, mais triaxiale, par suite de l'influence du tube latéral. Ces valeurs ne pourraient être interprétées qu'en connaissant la valeur de la contrainte latérale.

#### 2,3.2 CHARGEMENTS RÉPÉTÉS.

Nous avons exécuté des chargements à contraintes limitées et à contraintes non limitées.

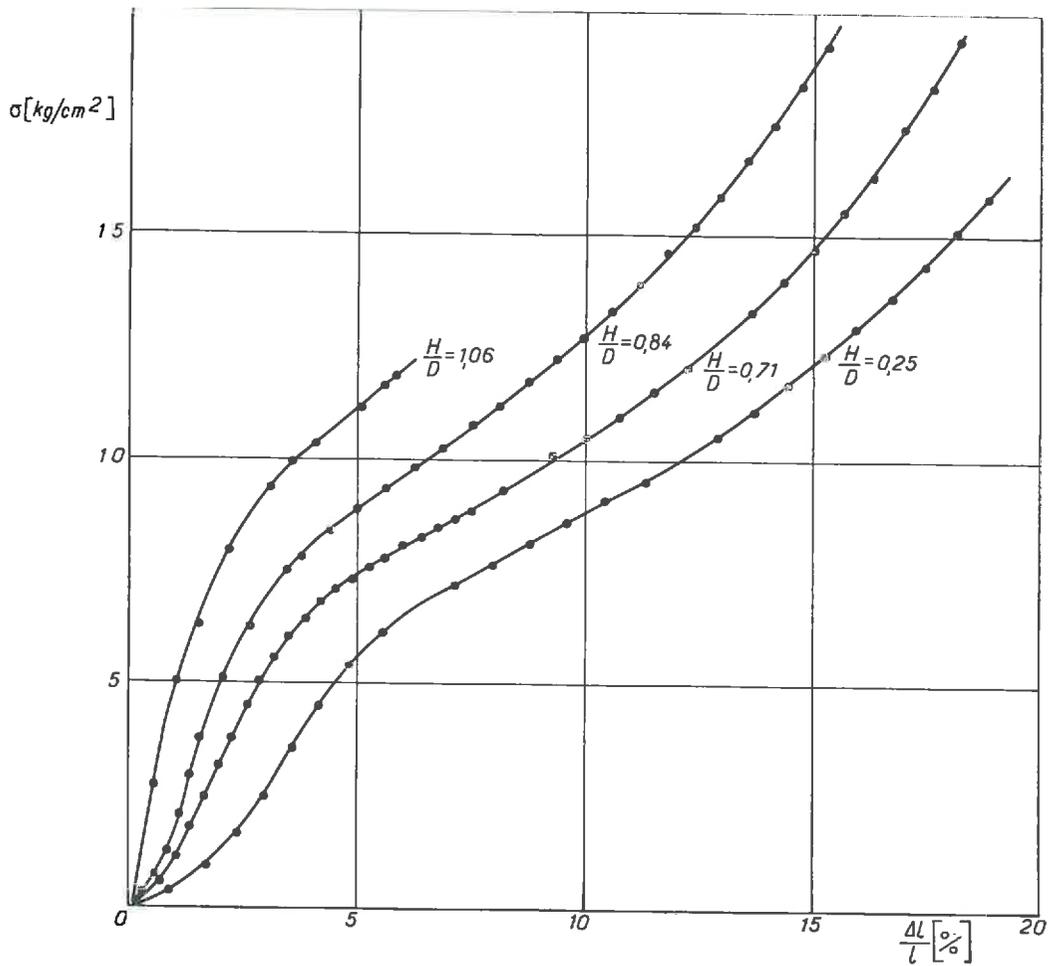


Fig. 138. — Essais de compression à diamètre constant. Courbes des contraintes  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$  pour différents rapports

$\frac{H}{D}$ .

H = hauteur de l'échantillon;  
D = diamètre de l'échantillon.

Argile :  $w = 24\%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  
S = 63 %.

Diamètre des échantillons :  
D = 70 mm.

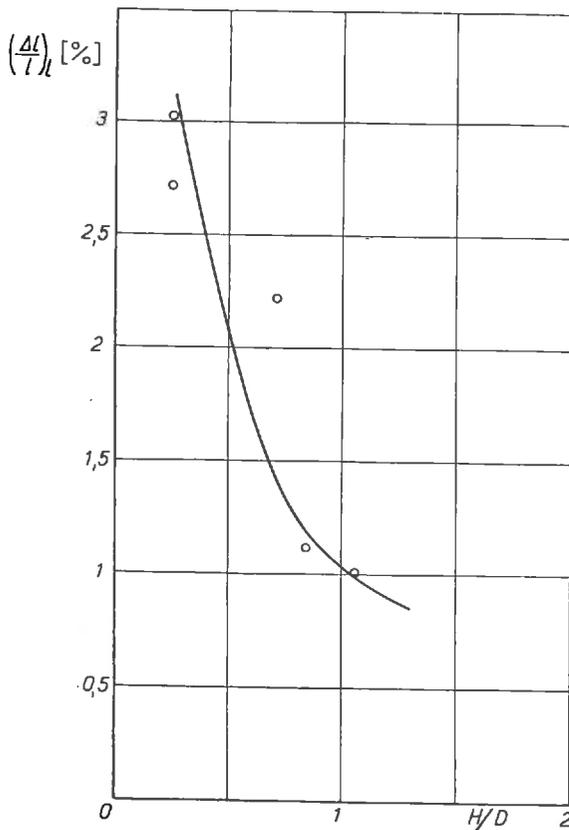


Fig. 139. — Essais de compression à diamètre constant. Déformation linéaire  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_l$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .

Argile :  $w = 24\%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  
S = 63 %.

Diamètre des échantillons :  
D = 70 mm.

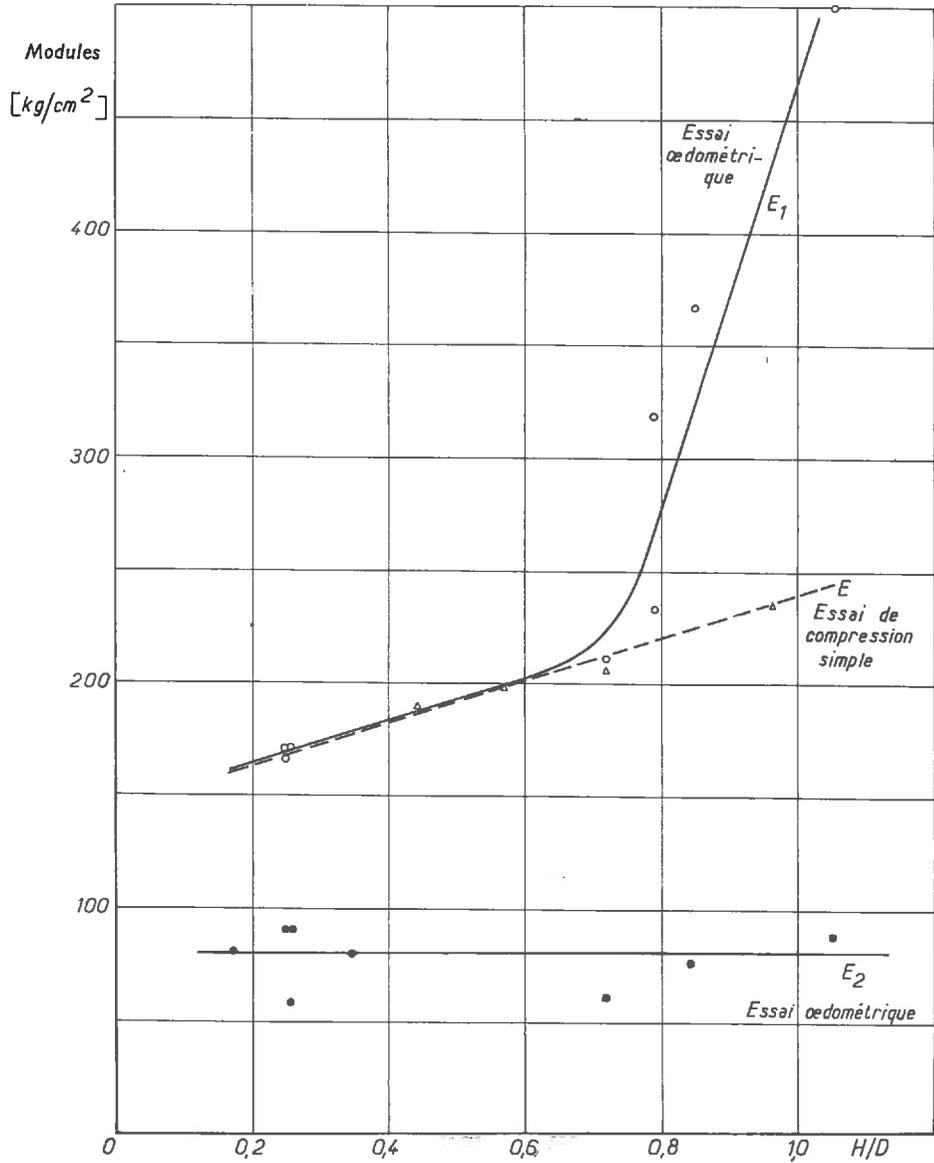


Fig. 140. — Essais de compression à diamètre constant. Modules  $E_1$  et  $E_2$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ . (En pointillé : Module  $E$  de la compression monoaxiale). Argile :  $w = 24\%$  ;  $\gamma_s = 1,33 t/m^3$  ;  $S = 63\%$ . Diamètre des échantillons :  $D = 70$  mm.

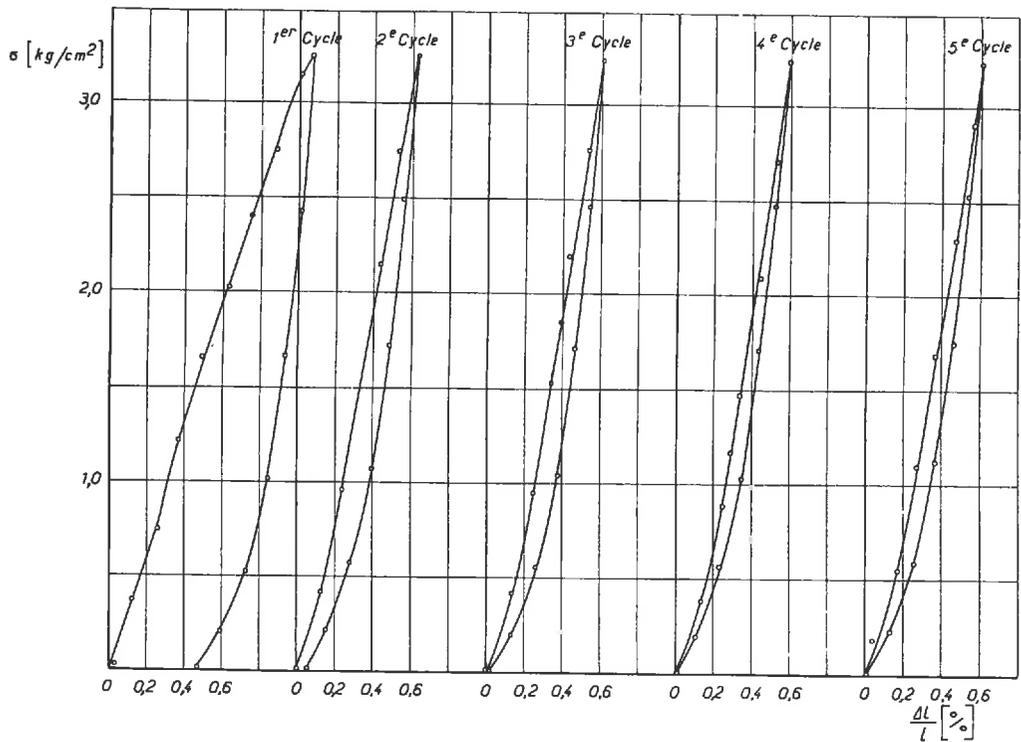


Fig. 141. — Essai de compression à diamètre constant. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Argile :  $w = 23,8 \%$  ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 62 \%$  ;  $D = 70 \text{ mm}$  ;  $H = 55 \text{ mm}$ .

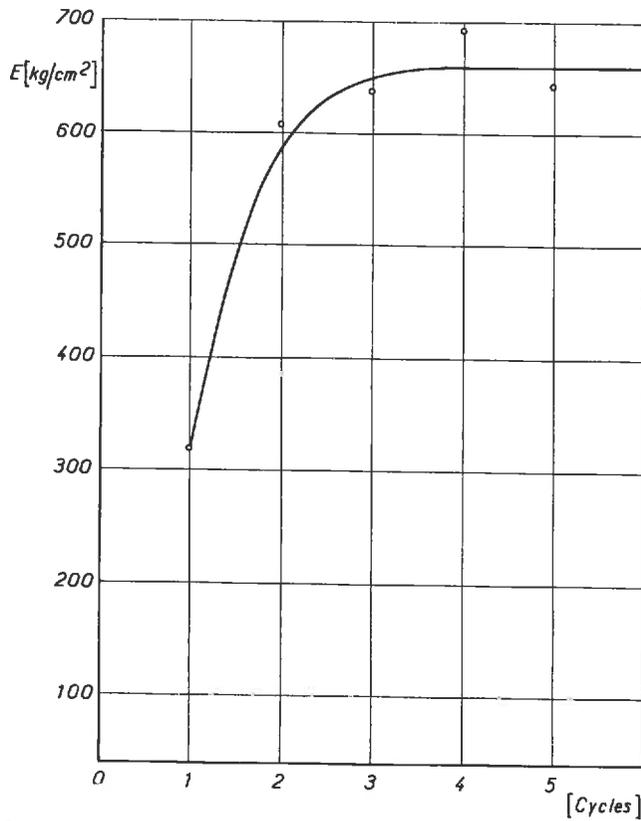


Fig. 142. — Essai de compression à diamètre constant. Module  $E_1$  en fonction du nombre de cycles de charges.  
 Argile :  $w = 23,8 \%$  ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 62 \%$  ;  $D = 70 \text{ mm}$  ;  $H = 55 \text{ mm}$ .

*Chargement répété à contrainte limitée.* — L'essai a été fait sur une éprouvette de  $\frac{H}{D} = 0,78$  (*fig. 141*). Au premier cycle la pente est de 318 kg/cm<sup>2</sup>, aux cycles suivants la pente reste constante comme dans les essais triaxiaux avec une moyenne de 680 kg/cm<sup>2</sup> (*fig. 142*).

La réversibilité des déformations augmente rapidement avec le nombre de cycles. Au premier cycle la réversibilité est de 56 % aux cycles suivants (2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>) de 92 %, 98 % et 100 %.

*Chargement répété à contrainte non limitée.* — Les modules des différents cycles ne se stabilisent plus à partir d'un certain nombre de cycles à cause de contraintes de plus en plus grandes. Il en est de même avec la réversibilité.

Nous avons effectué une série de cycles avec une éprouvette de  $\frac{H}{D} = 0,25$  (*fig. 143*) et une autre série avec une éprouvette de  $\frac{H}{D} = 1,15$  (*fig. 144*). On note d'ailleurs une autre fois l'influence de la hauteur d'échantillon sur les modules.

### 2,3.3 ESSAI CLASSIQUE DE COMPRESSION A DIAMÈTRE CONSTANT.

L'essai classique à chargement quotidien discontinu (essai oedométrique) fait en quelque sorte diminuer les modules obtenus plus haut, mais ne change pas l'allure de la courbe effort-déformation (*fig. 145*).

### 2,4 Chargement de plaques circulaires rigides.

Dans la cuve 1 remplie d'argile non saturée (voir chap. II) nous avons enfoncé à vitesse constante (1 mm/mn) des plaques de 0,6 à 20 cm de diamètre.

On observe un tassement remarquablement proportionnel à la pression moyenne entre 0 et 4 kg/cm<sup>2</sup> (*fig. 146, 147*) et proportionnel au diamètre (*fig. 148*) à 5 % près, sauf pour les plaques de moins de 3 cm de diamètre. Pour les plaques de l'ordre de 1,0 cm de diamètre le tassement est indépendant de la pression, et pour moins de 1,0 cm de diamètre il augmente même, ce qui donne des courbes analogues à celles du sable (*fig. 149, 150*).

La relation entre le tassement, le diamètre et la pression est donc de la forme de celle obtenue en élasticité :

$$w = \frac{\pi}{2} \frac{1 - \eta^2}{E} \cdot p \cdot R.$$

En appliquant cette formule avec un coefficient de POISSON de  $\eta = 0,10$  on obtient — pour les plaques qui vérifient la relation linéaire avec  $p$  et  $R$  — un module de YOUNG de 716 kg/cm<sup>2</sup> à 2 % près, si l'on prend pour  $E$  la valeur moyenne de trois essais de plaque.

Le sol étant élastique, le coefficient de raideur  $C = \frac{P}{w}$  est évidemment proportionnel à l'inverse du diamètre et de la surface (*fig. 151, 152*).

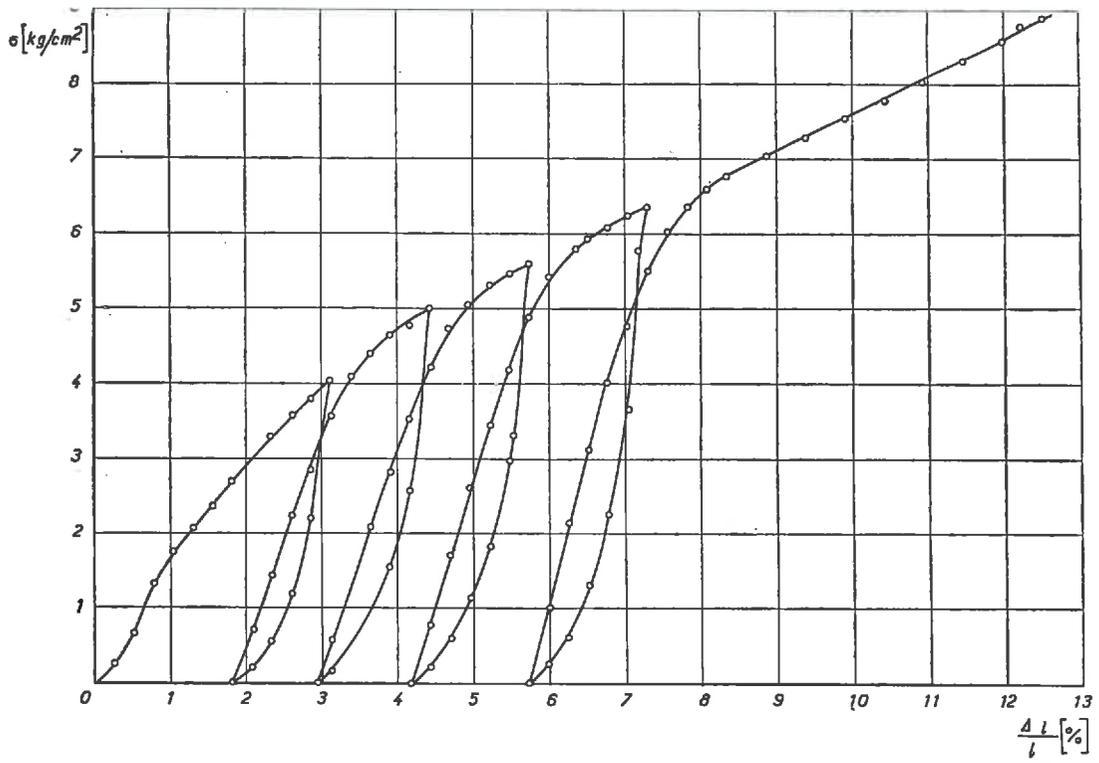


Fig. 143. — Essai de compression à diamètre constant. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Argile :  $w = 24,9$  % ;  $\gamma_s = 1,29$   $\text{t/m}^3$  ;  $S = 62$  % ;  $H = 19,2$  mm ;  $D = 76,3$  mm.

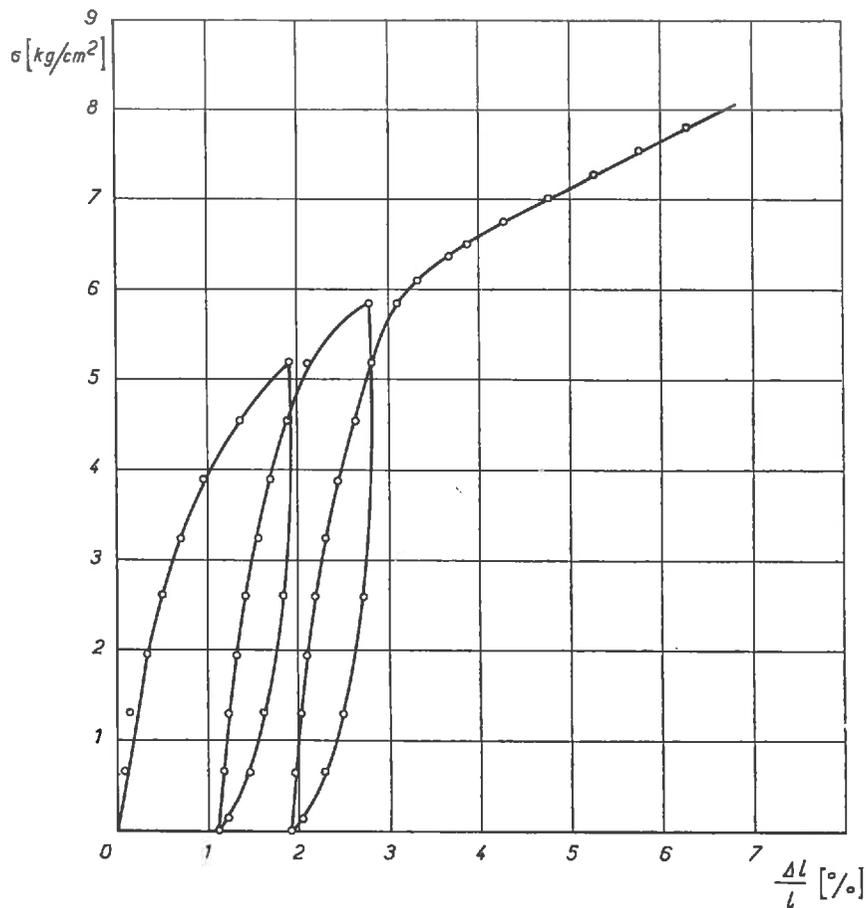


Fig. 144. — Essai de compression à diamètre constant. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ .  
 Argile :  $w = 25,2$  % ;  $\gamma_s = 1,3$   $\text{t/m}^3$  ;  $S = 63$  % ;  $D = 70$  mm ;  $H = 80,5$  mm.

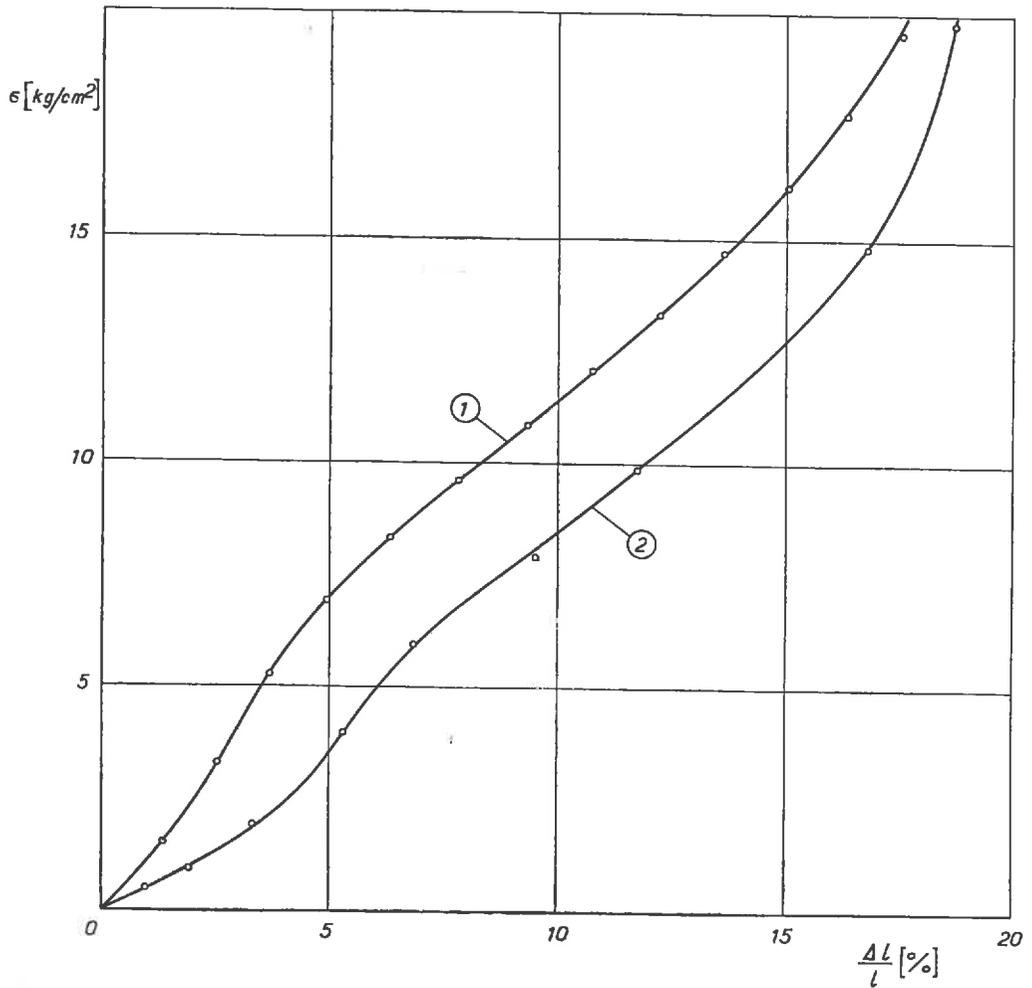


Fig. 145. — (1) Essais de compression à diamètre constant. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ . Argile :  $w = 24,3 \%$ ;  $\gamma_s = 1,34 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 65 \%$ ;  $D = 16 \text{ mm}$ ;  $H = 19 \text{ mm}$ .  
 (2) Essai classique de compression à diamètre constant (Essai cedométrique). Contrainte  $\sigma$  en fonction de la formation relative  $\frac{\Delta l}{l}$ . Argile :  $w = 23,8 \%$ ;  $\gamma_a = 1,35 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ ;  $D = 16 \text{ mm}$ ;  $H = 19 \text{ mm}$ .

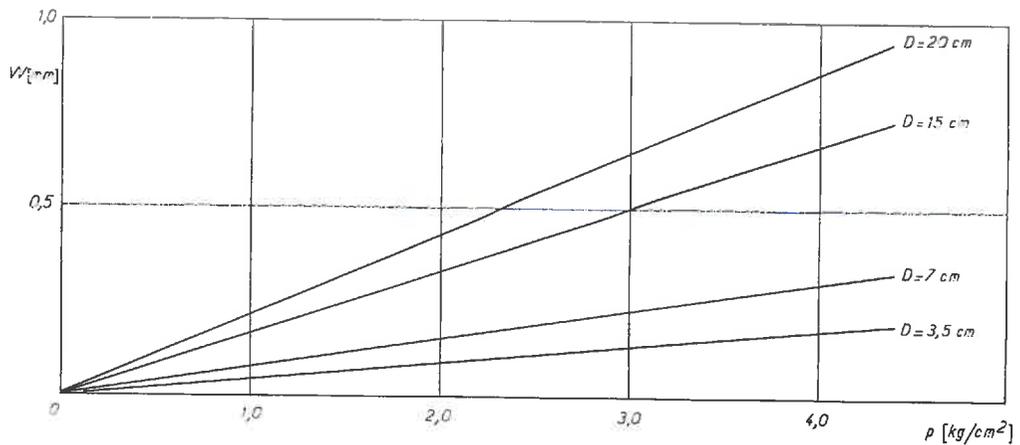


Fig. 146. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement instantané  $w$  en fonction de la pression  $p$  pour différents diamètres  $D$  de plaques. Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_a = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ .

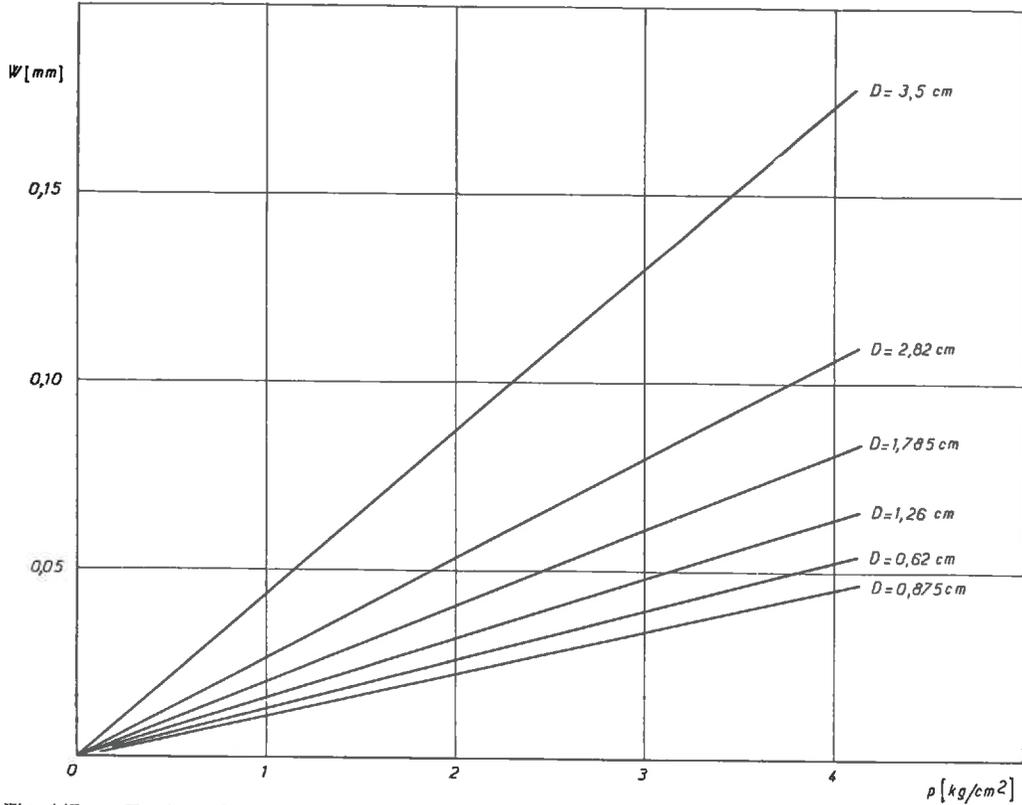


Fig. 147. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement instantané  $w$  en fonction de la pression  $p$  pour différents diamètres  $D$  de plaques. Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ .

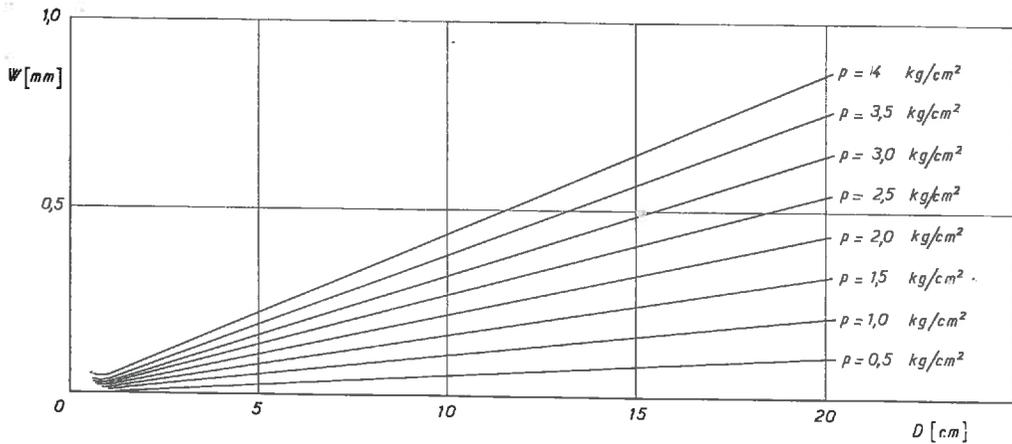


Fig. 148. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement instantané  $w$  en fonction du diamètre  $D$  de plaque pour différentes pressions  $p$ . Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ .

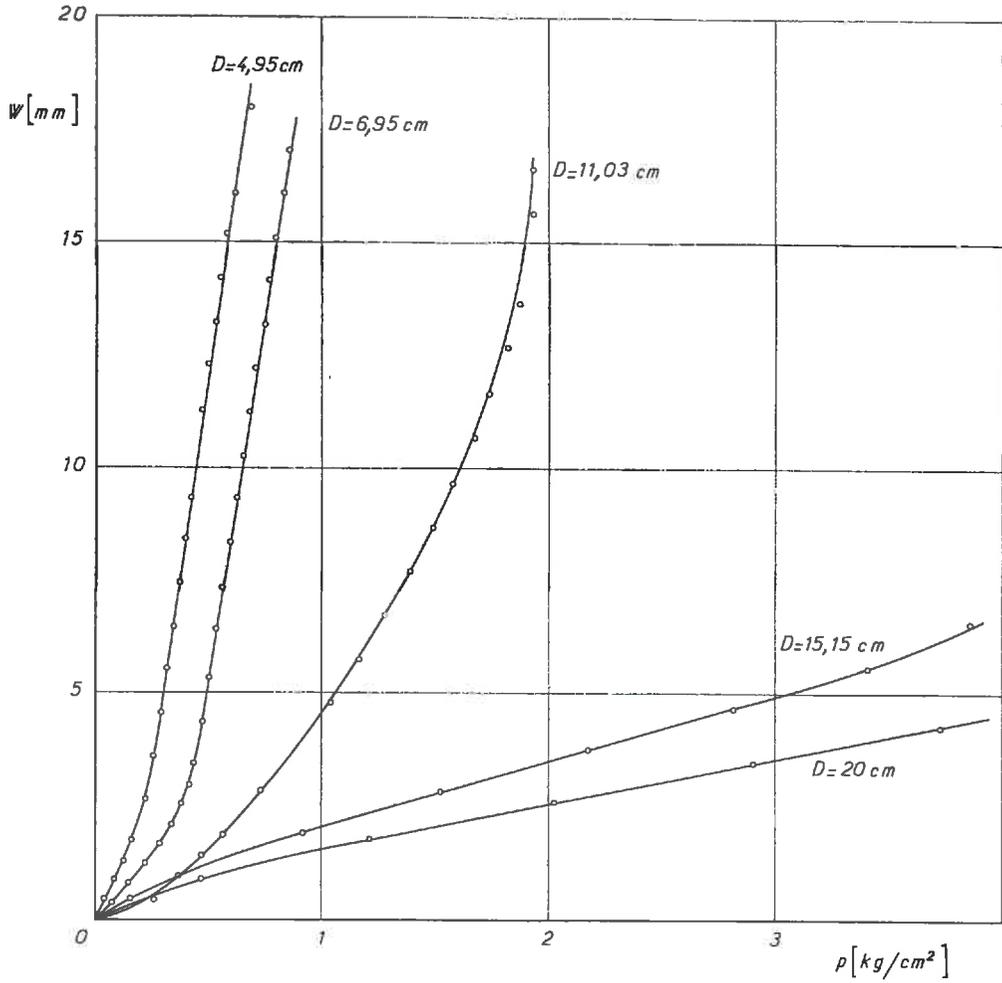


Fig. 149. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement  $w$  en fonction de la pression  $p$  pour différents diamètres  $D$  de plaques. Sable 40/100 mm; sec;  $\gamma'_e = 1,60 \text{ t}/\text{m}^3$ .

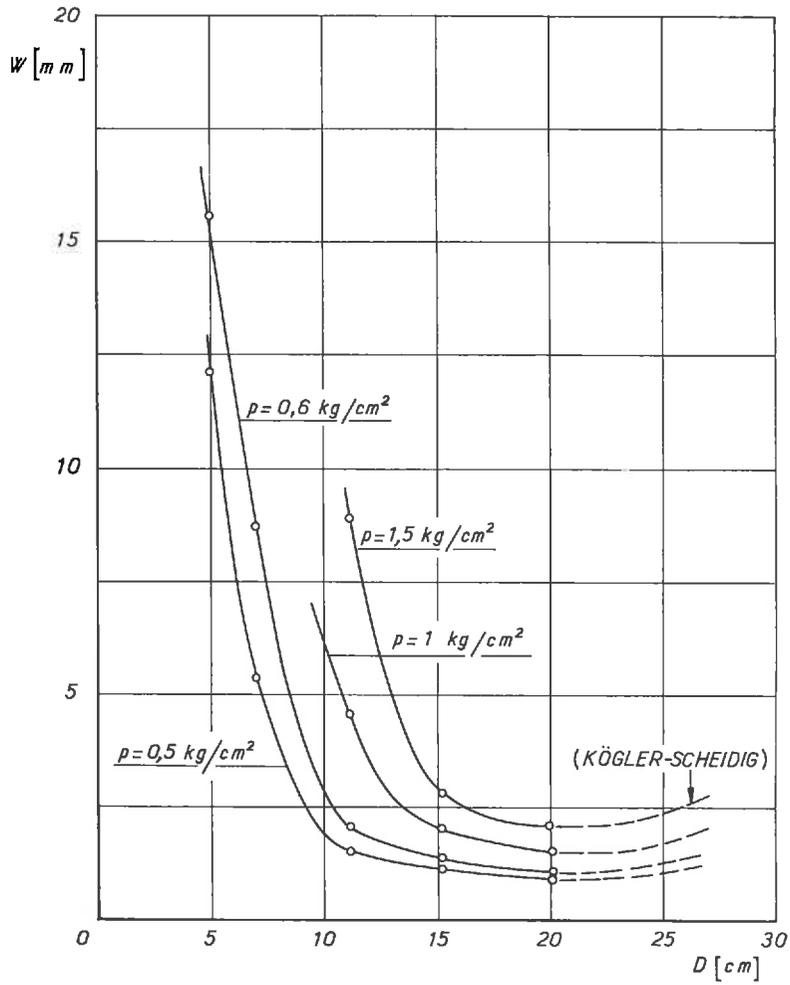


Fig. 150. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement  $w$  en fonction du diamètre  $D$  pour différentes pressions  $p$ . Sable 40/100; sec;  $\gamma_s = 1,60 \text{ t/m}^3$ .

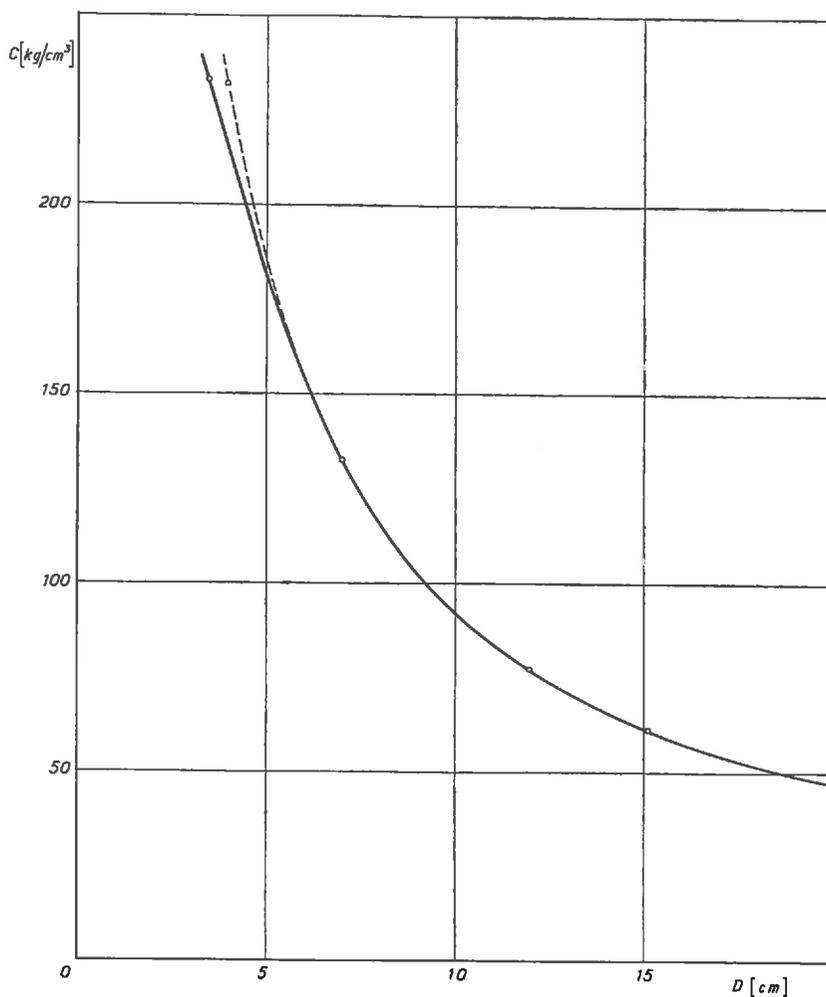


Fig. 151. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Coefficient de raideur  $C$  en fonction du diamètre de plaque  $D$  ( $p < 4 \text{ kg/cm}^2$ ). Argile :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_a = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$ .  
— d'après l'expérience,  
- - - d'après la formule d'élasticité avec  $E = 716 \text{ kg/cm}^2$ ,

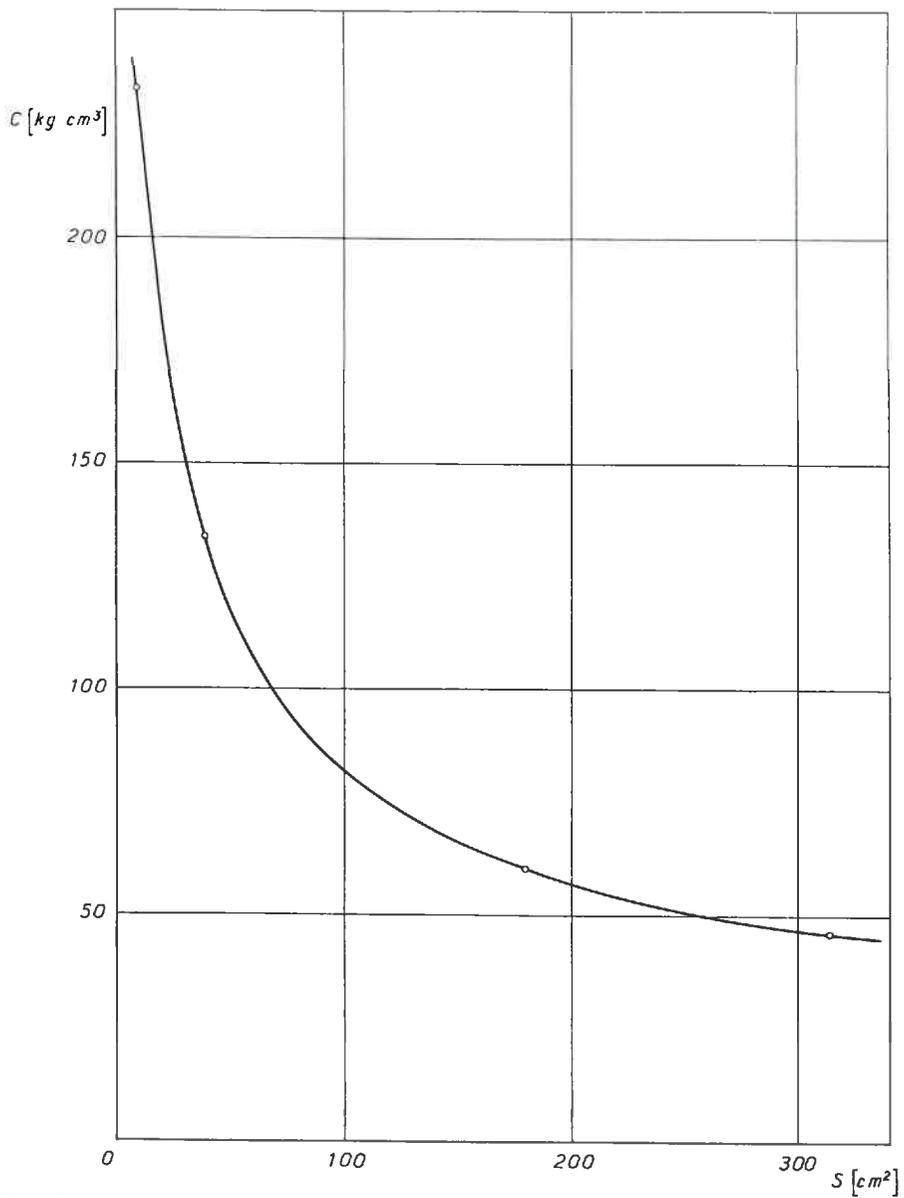


Fig. 152. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Coefficient de raideur  $C$  en fonction de la surface de plaque  $S$  ( $p < 4 \text{ kg/cm}^2$ ). Argile :  $w = 24 \%$  ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$  ;  $S_r = 63 \%$ .

Plus la vitesse d'enfoncement est lente plus le tassement est grand et le module est petit. On trouve  $E = 650 \text{ kg/cm}^2$  pour  $0,05 \text{ mm/mn}$  au lieu de  $716 \text{ kg/cm}^2$  pour  $1 \text{ mm/mn}$ .

Lors de la diminution de la force verticale les déplacements ne sont plus proportionnels à la pression moyenne; mais 95 % de la déformation est réversible immédiatement pour le cycle total.

Il existe ensuite une déformation élastique différée de 3 %.

Il reste une déformation irréversible de 2 %.

La courbe de l'enfoncement jusqu'à la rupture est donnée sur la *figure 153*.

3

### ARGILES QUASI SATURÉES

Nous avons effectué les essais suivants :

- compression monoaxiale,
- compression à diamètre constant.

TABLEAU XXI

*Essais de compression monoaxiale — Argile quasi saturée*

$\frac{H}{D}$	Pente ( $\text{kg/cm}^2$ )	Résistance $R_c$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	Densité sèche $\gamma_d$ ( $\text{t/m}^3$ )	Degré de saturation $S$ (%)	Teneur en eau $w$ (%)	Hauteur $H$ (cm)	Diamètre $D$ (cm)
0,28	31	1,81	1,22	86	38,6	19,4	70,2
0,57	34	1,35	1,28	91,7	37,7	39,7	70,2
0,71	30	1,12	1,27	94,3	39,2	49,8	70,2
0,86	30	1,19	1,30	92,1	36,7	60	70
1,12	33	1,54	1,33	93,5	35,6	78,7	70
1,43	41	1,96	1,35	92,4	34,3	100	70
1,71	30	1,28	1,29	89,6	36,3	120	70
2,00	86	1,62	1,35	90,5	33,6	140	70

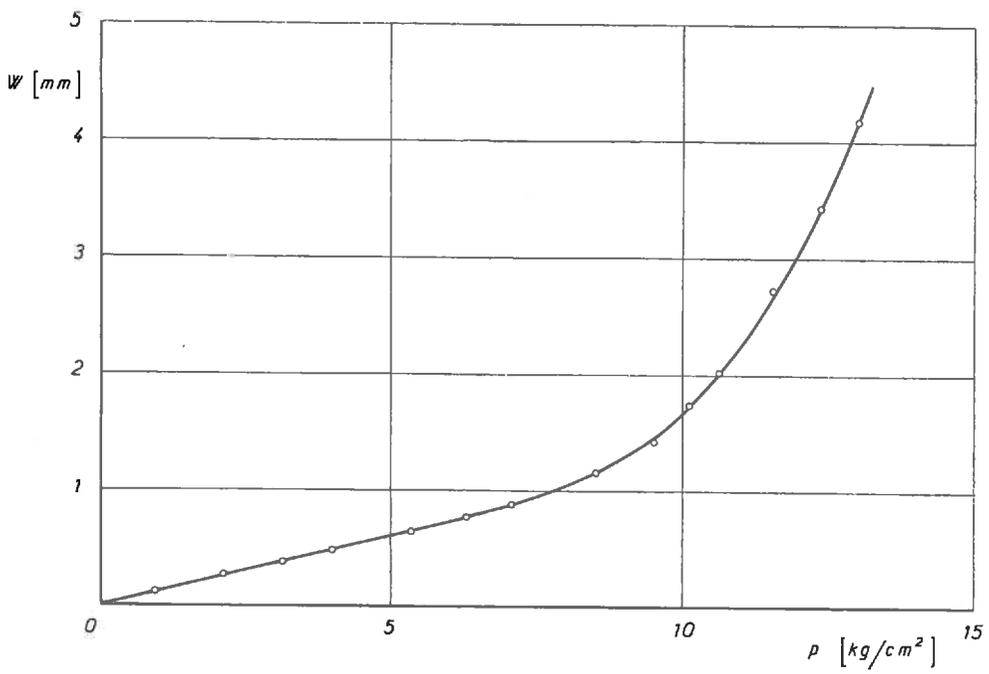


Fig. 153. — Essais de chargement de plaques circulaires rigides. Tassement  $w$  en fonction de la pression  $p$  pour la plaque de  $D = 11$  cm de diamètre. Argile :  $w = 24$  % ;  $\gamma_d = 1,33$  t/m<sup>3</sup> ;  $S = 63$  %.

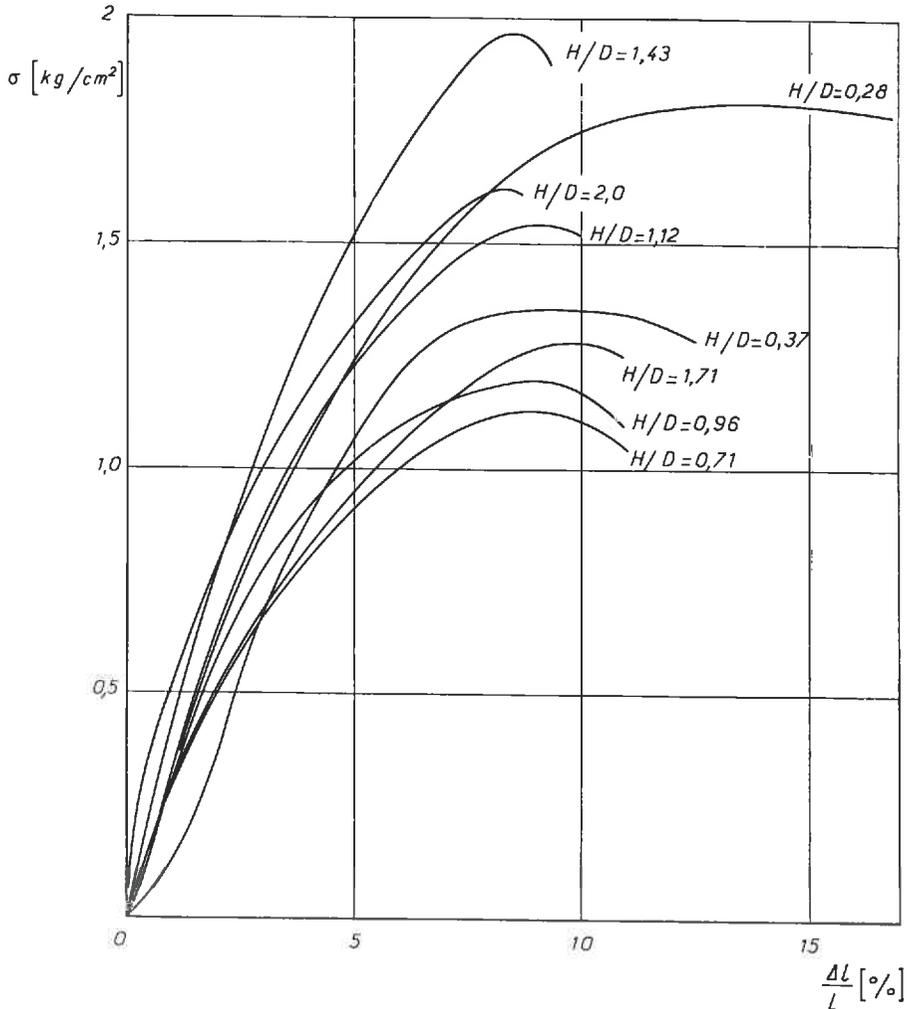


Fig. 154. — Essais de compression monoaxiale. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta l}{l}$  pour différents rapports  $\frac{H}{D}$  ( $H$  = hauteur ;  $D$  = diamètre de l'échantillon). Argile quasi saturée ;  $w = 37$  % ;  $\gamma_d = 1,30$  t/m<sup>3</sup> ;  $S = 91$  % . Diamètre des échantillons :  $D = 70$  mm.

### 3,1 Essais de compression monoaxiale.

Nous avons soumis des échantillons cylindriques de 70 mm de diamètre D et de différentes hauteurs H à des déformations mono-axiales à la vitesse de 0,4 mm/mn (fig. 154). Les résultats d'essais étaient moins cohérents que pour les argiles non saturées étant donné probablement que le sol avait été fabriqué successivement dans des moules de compactage et que le carottage des éprouvettes a été fait peu après le compactage (tabl. XXI).

#### 3,1.1 COURBE EFFORT-DÉFORMATION.

La contrainte a été calculée en admettant une déformation en cylindre de l'échantillon. La courbe présente une partie linéaire  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_t$  qui dépend de la hauteur d'échantillon comme dans les éprouvettes d'argile non saturée :  $\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_t$  diminue rapidement avec  $\frac{H}{D}$  (fig. 155). Une courbe analogue peut être tracée pour la déformation nécessaire au cisaillement de l'échantillon. Cette courbe, bien que son allure soit la même que celle pour les argiles non saturées, diffère nettement de la dernière quant aux valeurs absolues (fig. 156).

Pour  $\frac{H}{D} = 1$  :

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_c = 2,5 \text{ pour l'argile non saturée (S = 63 \%)} \text{ et}$$

$$\left(\frac{\Delta l}{l}\right)_c = 9 \text{ pour l'argile quasi saturée (S = 91 \%)}.$$

#### 3,1.2 MODULE DE YOUNG E. RÉSISTANCE A LA COMPRESSION SIMPLE $R_c$ .

La pente à la courbe effort-déformation (module de YOUNG E) semble se situer entre 30 et 35 kg/cm<sup>2</sup> pour les petits  $\frac{H}{D}$ , pour augmenter à partir de  $\frac{H}{D} = 1,5$ . L'augmentation de E avec  $\frac{H}{D}$  n'est toutefois pas si nette que dans les argiles non saturées (fig. 157).

Pour la résistance à la compression simple il n'est pas possible de trouver une loi entre  $R_c$  et  $\frac{H}{D}$  (fig. 158).

Ceci ne doit pas forcément exclure des lois entre E,  $R_c$  d'un côté et  $\frac{H}{D}$  de l'autre. Il est possible qu'un sol fabriqué dans une grande cuve, comme l'argile non saturée dans la cuve 1, qu'on étudie seulement après quelques mois de repos fournisse des résultats plus cohérents.

### 3,2 Essais de compression à diamètre constant.

Les essais ont été effectués à une vitesse de 0,2 mm/mn. D'une façon générale la courbe effort-déformation se compose de trois parties linéaires. Après une courbure vers l'axe de l'effort on note une partie linéaire de pente  $E_1$ .

Elle est suivie d'une courbure et d'une autre partie linéaire de pente  $E_2$ .

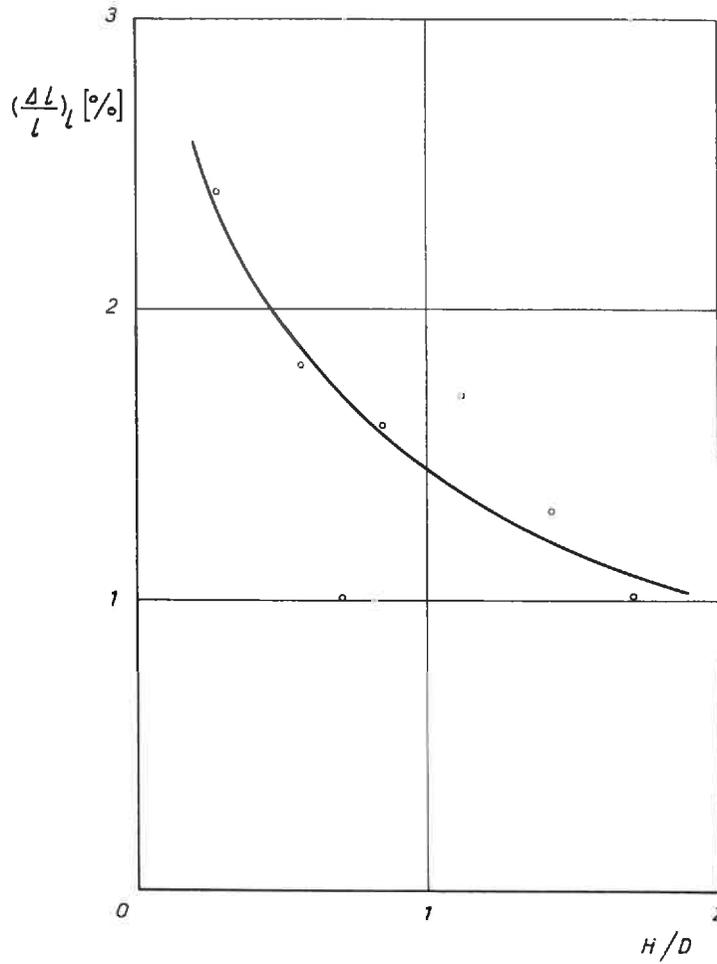


Fig. 155. — Essais de compression monoaxiale. Déformation linéaire  $(\frac{\Delta L}{L})_l$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .  
Argile quasi saturée :  $w = 37$  % ;  $\gamma_s = 1,30$  t/m<sup>3</sup> ;  $S = 91$  %.  
Diamètre des échantillons :  $D = 70$  mm.

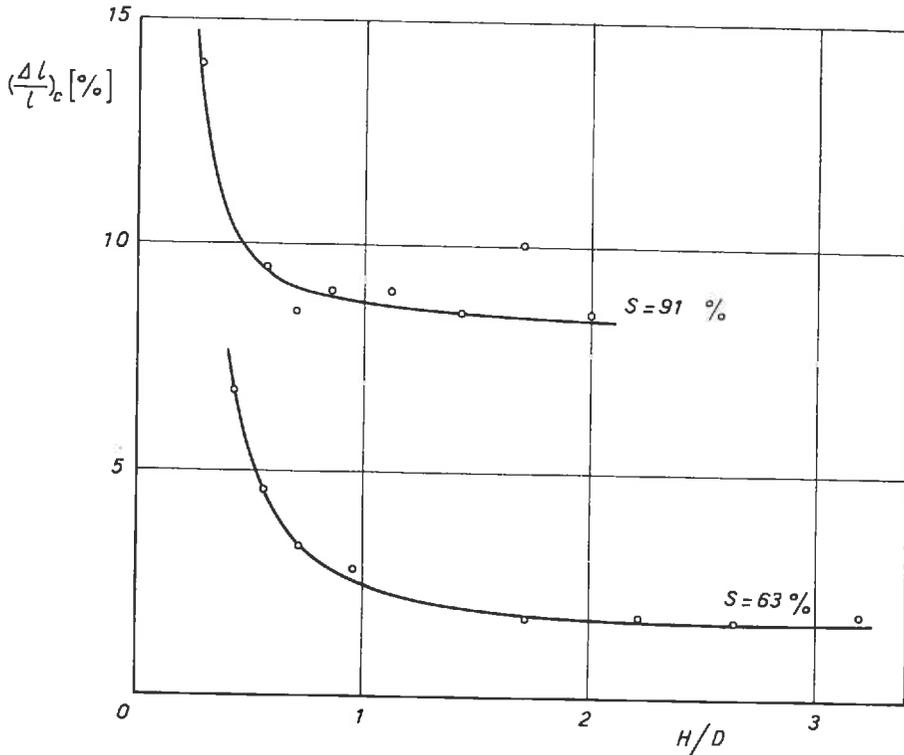


Fig. 156. — Essais de compression monoaxiale. Déformation de cisaillement  $(\frac{\Delta l}{l})_c$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .  
Argile non saturée :  $w = 24 \%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63 \%$   
Argile quasi saturée :  $w = 37 \%$ ;  $\gamma_s = 1,30 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91 \%$ .  
Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

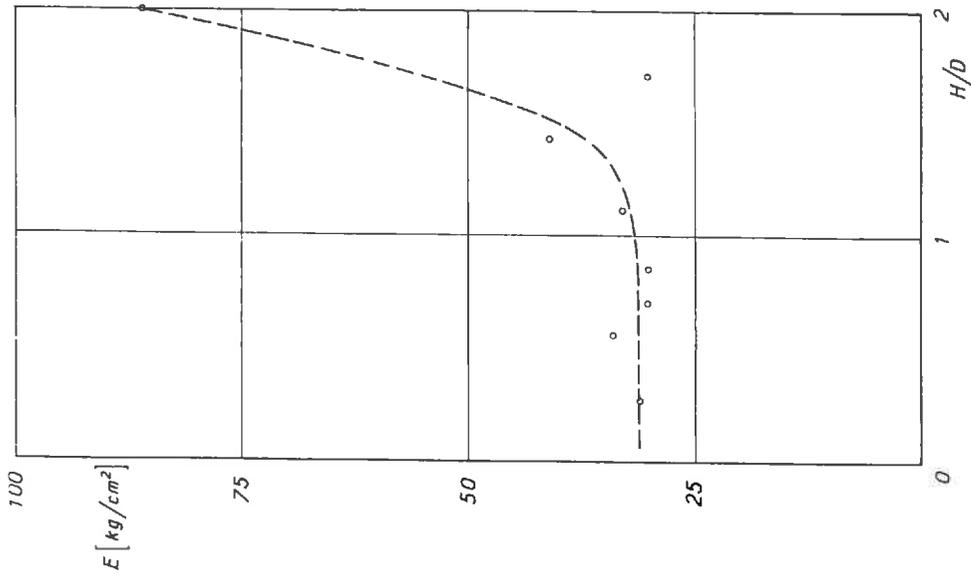


Fig. 157. — Essais de compression monoxiale. Module d'élasticité E en fonction de  $\frac{H}{D}$ . (H = hauteur, D = diamètre de l'échantillon).  
Argile quasi saturée :  $w = 37\%$ ;  $\gamma_d = 1,30 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91\%$ .  
Diamètre des échantillons : D = 70 mm.

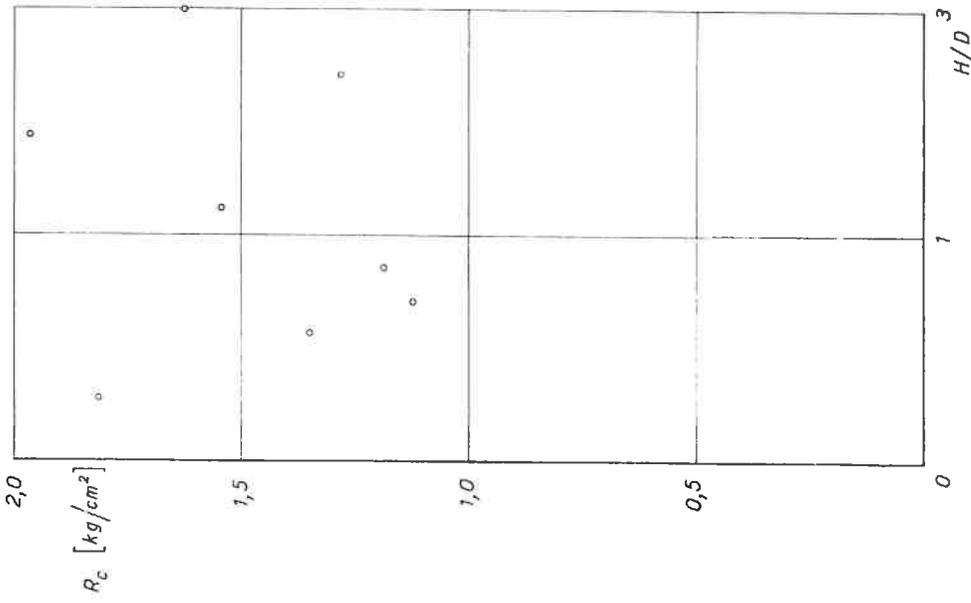


Fig. 158. — Essais de compression monoxiale. Résistance à la compression simple  $R_c$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ . (H = hauteur; D = diamètre de l'échantillon).  
Argile quasi saturée :  $w = 37\%$ ;  $\gamma_d = 1,30 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91\%$ .  
Diamètre de l'échantillon : D = 70 mm.

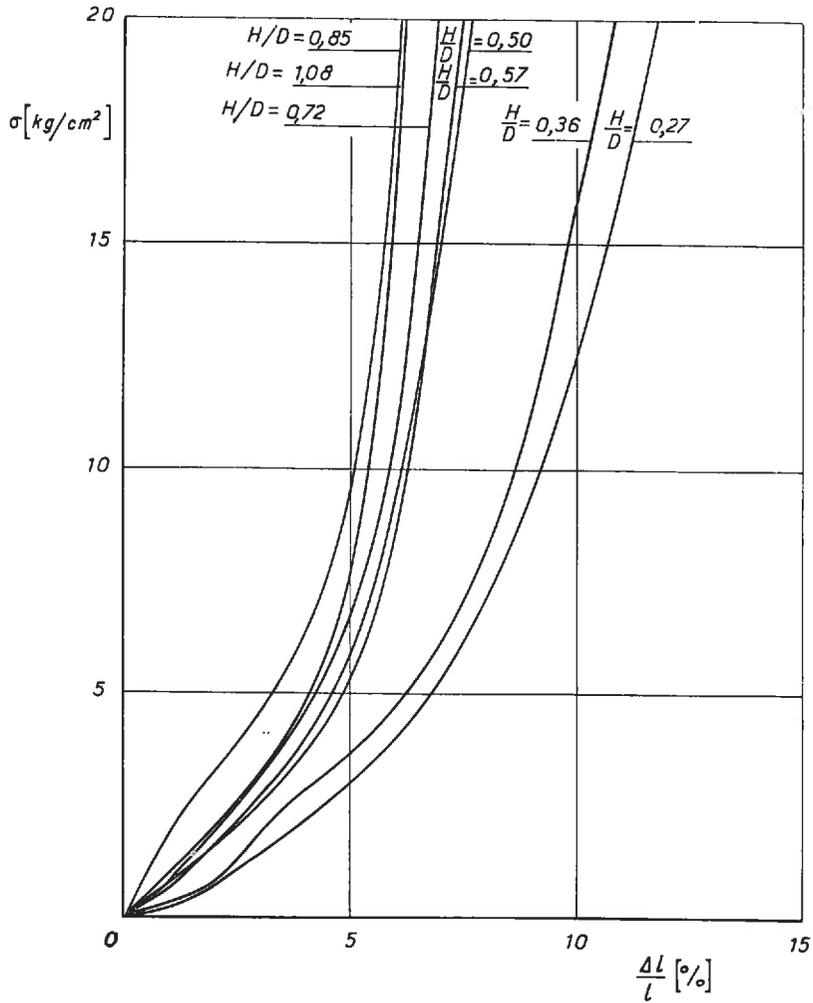


Fig. 159. — Essai de compression à diamètre constant. Contrainte  $\sigma$  en fonction de la déformation relative  $\frac{\Delta L}{L}$  pour différents  $\frac{H}{D}$  ( $H$  = hauteur,  $D$  = diamètre de l'échantillon). Argile quasi saturée :  $w = 35\%$ ;  $\gamma_s = 1,32 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91\%$ . Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

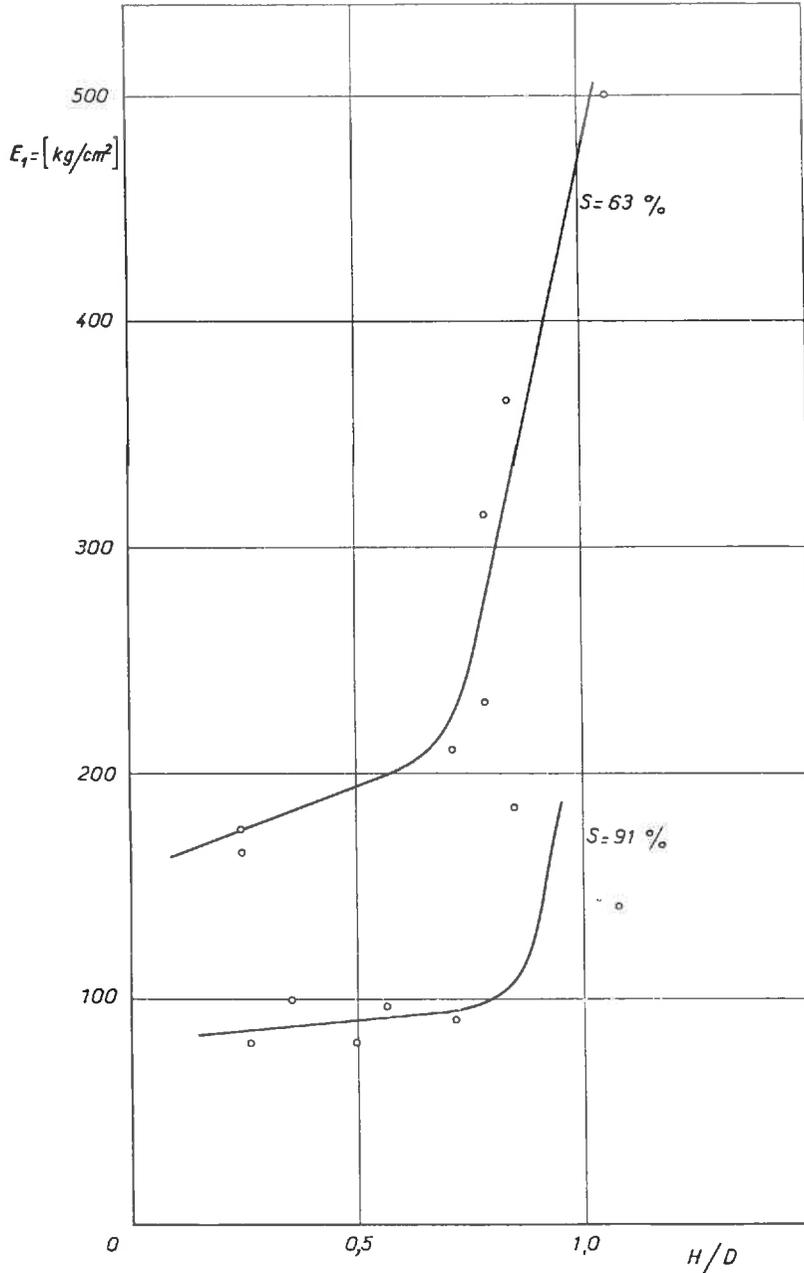


Fig. 160. — Essais de compression à diamètre constant. Module  $E_t$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ . (H = hauteur, D = diamètre de l'échantillon).  
 Argile non saturée :  $w = 24\%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63\%$   
 Argile quasi saturée :  $w = 35\%$ ;  $\gamma_s = 1,32 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91\%$ .  
 Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

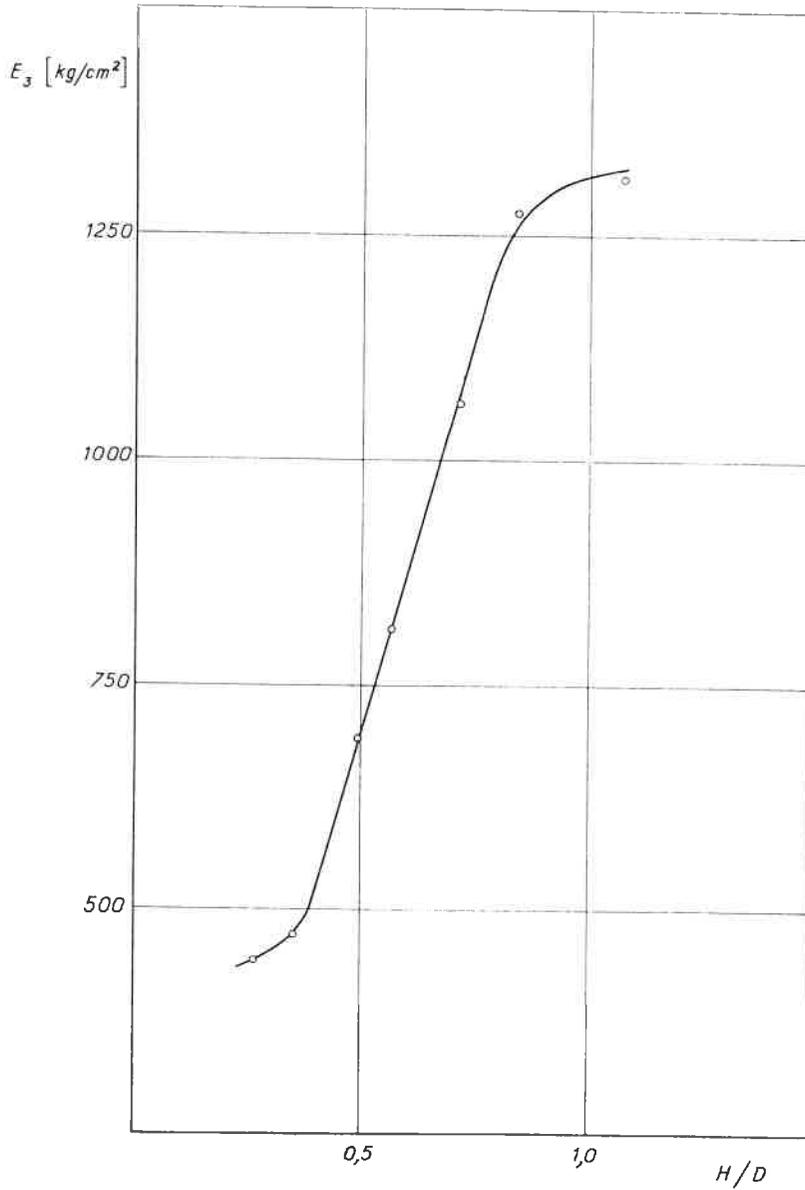


Fig. 161. — Essais de compression à diamètre constant. Module  $E_3$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ . (H = hauteur, D = diamètre de l'échantillon).  
Argile quasi saturée :  $w = 35\%$  ;  $\gamma_s = 1,32 \text{ t/m}^3$  ;  $S = 91\%$ .  
Diamètre des échantillons : D = 70 mm.

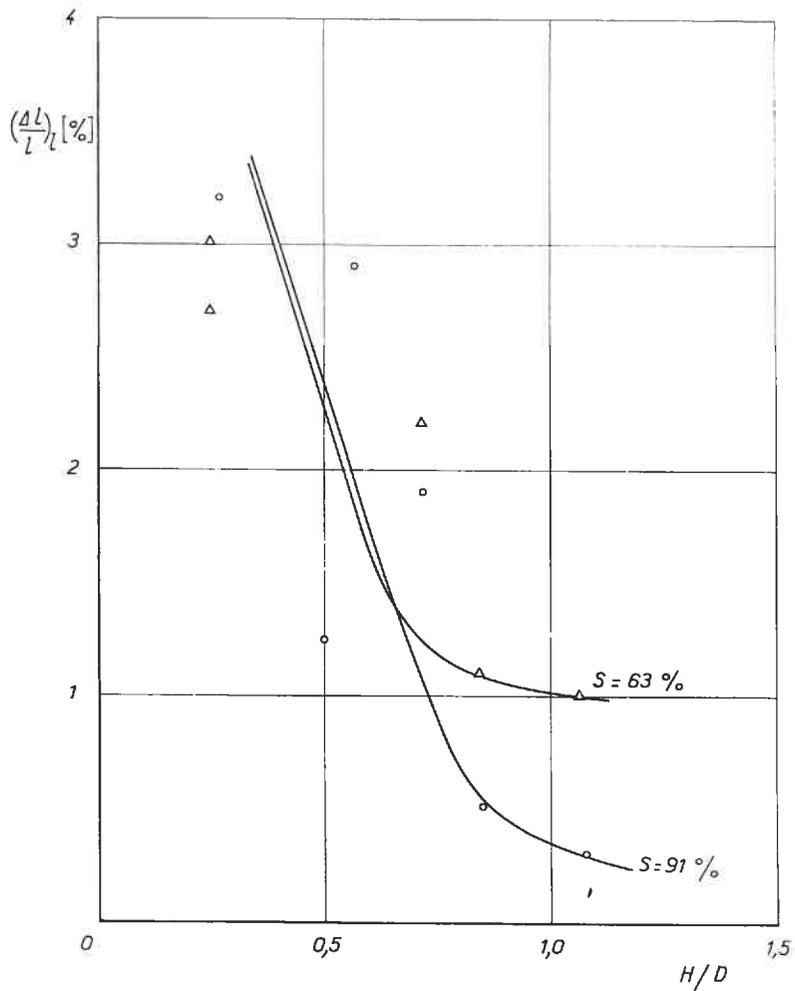


Fig. 162. — Essais de compression à diamètre constant. Déformation linéaire  $(\frac{\Delta l}{l})_l$  en fonction de  $\frac{H}{D}$ .  
 (H = hauteur; D = diamètre de l'échantillon).  
 Argile non saturée :  $w = 24\%$ ;  $\gamma_s = 1,33 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 63\%$ .  
 Argile quasi saturée :  $w = 35\%$ ;  $\gamma_s = 1,32 \text{ t/m}^3$ ;  $S = 91\%$ .  
 Diamètre des échantillons :  $D = 70 \text{ mm}$ .

Finalement, on remarque une dernière courbure suivie d'une partie droite de pente  $E_3$ . On trouve  $E_3 > E_1 > E_2$  (*fig. 159*).

La pente  $E_2$  n'existe pas pour les échantillons de petite hauteur. Nous la trouvons pour les échantillons avec  $\frac{H}{D} = 0,85$  et  $1,08$ .

Les modules  $E_1$  et  $E_3$  varient avec la hauteur.  $E_1$  est presque constant ( $E_1 \approx 90 \text{ kg/cm}^2$ ) pour  $\frac{H}{D} < 0,8$  et augmente rapidement pour  $\frac{H}{D} > 0,8$ . L'allure de cette courbe est la même que celle des argiles non saturées (*fig. 160*).  $E_3$  augmente très rapidement avec la hauteur (*fig. 161*).

Pour la partie linéaire de la courbe effort-déformation nous retrouvons une courbe décroissant avec  $\frac{H}{D}$  comme pour les argiles non saturées (*fig. 162*).

---

## DEUXIÈME THÈSE

— 3 —

Propositions données par la Faculté

—

## CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU CAOUTCHOUC

—

Vu :

*Grenoble, le 16 juillet 1959*

Le Président de la Thèse :

*J. KRAVTCHENKO.*

Vu :

*Grenoble, le 17 juillet 1959*

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

*Pour l'Assesseur : L. NEEL.*

Vu et permis d'imprimer :

*Grenoble, le 18 juillet 1959*

Le Recteur de l'Académie de Grenoble,

*R. TREHIN.*



IMPRIMERIE