

TH-GB15

ÉTUDE DE LA DEFORMATION D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ

THÈSE N° 492 (1983)

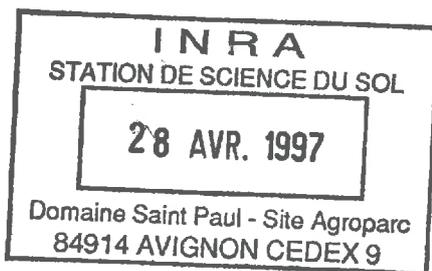
PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

EROL ŞEKER
Ingenieur civil EPFL
originaire de Turquie



acceptée sur proposition du jury :

Prof. E. Recordon, rapporteur
Dr J. Kiraly, corapporteur
Prof. P. Regamey, corapporteur
Prof. R. Sinniger, corapporteur

Lausanne EPFL
1983

A ma famille et à tous les nôtres

"Nous commencerons par invoquer la Terre.
Toi qui es Terre,
 il faut savoir t'aimer.
En toi reposent le grain de nos moissons,
 et les assises de nos maisons.
Dans ton sein, notre fer et notre charbon,
dans ton sein, notre vie,
 éphémère comme les vents,
 en toi...
Toi qui te nommes Terre,
 tu changes sans répit.
Tu nous créas dans les gouttes de ton eau.
Nous te transformons
 et nous nous transformons..."

NAZIM HIKMET (1940)

Remerciements

Je tiens à adresser l'expression de ma respectueuse gratitude à Monsieur le Professeur E. RECORDON, Directeur du Laboratoire de mécanique des sols de l'EPFL, qui m'a fait l'honneur de diriger ma thèse et a mis tous les moyens nécessaires à mon travail.

J'adresse aussi tous mes remerciements à Monsieur le Professeur F. DESCOEUDRES; ancien chef du Département de génie civil et actuellement Président de la Commission de recherche de l'EPFL, qui m'a accordé une bourse d'étude me permettant de suivre les cours post-grades nécessaires à ma formation.

Je tiens à remercier également Messieurs le Professeur Dr P. REGAMEY, Directeur de l'Institut du génie rural de l'EPFL, le Professeur R. SINNIGER, titulaire de la chaire de construction hydraulique de l'EPFL, et le Dr L. KIRALY, Directeur de recherche du Centre d'hydrogéologie de l'Université de Neuchâtel, qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury de ma thèse.

Je remercie Messieurs D. BOVET, M. DYSLI, J.-M. DESPOND et P. EGGER qui m'ont apporté leur aide et leurs conseils précieux, ainsi que mes amis Messieurs R. GANIVET, G. GRUAZ et J. MOTTIER, qui m'ont aidé pour la partie expérimentale.

Durant ce travail, j'ai beaucoup apprécié les encouragements et le soutien moral de mes amis, collègues et de l'ensemble du personnel de l'Institut des sols, roches et fondations.

Ma reconnaissance va en particulier à Mlle C.-M. CHERBUIN, ma collègue de bureau, qui a corrigé et relu le texte manuscrit et dactylographié.

J'adresse aussi mes remerciements à Mme M.-L. MEIER, qui a bien voulu dactylographier le texte provisoire, et surtout à Mlle U. MAEGERLE qui a mené à bien la frappe définitive de ma thèse, ainsi qu'à Mme J. BINGGELI qui a assuré le dessin des figures.

Enfin, à mon épouse qui m'a soutenu moralement et matériellement au cours de ces années, j'exprime mon affectueuse gratitude.

E. ŞEKER

Lausanne, avril 1983

TABLE DES MATIERES

	Page
1. INTRODUCTION	1
1.1. Description du sujet	1
1.2. Travaux théoriques et pratique antérieurs	4
1.2.1. Déformation instantanée	4
1.2.2. Déformation différée	5
1.3. Description de notre cas	8
1.4. Présentation du modèle proposé	9
2. EQUATIONS DU COMPORTEMENT D'UN MILIEU NON SATURE	11
2.1. Introduction	11
2.2. Déformation instantanée	12
2.3. Déformation différée	16
2.3.1. La loi de conservation de la masse (continuité)	17
2.3.2. La loi de conservation de l'énergie	21
2.3.3. La loi de Darcy généralisée	22
2.3.4. Les lois rhéologiques des phases	23
2.3.5. Loi des contraintes effectives	28
2.3.6. Equations d'équilibre et des déformations	30
2.4. Equations différentielles d'évolution du milieu triphasique	32
2.4.1. Cas 1	34
2.4.2. Cas 2	36
2.4.3. Cas 3	39
2.5. Formulation mathématique des déformations différentielles	39
2.5.1. Développement des équations d'équilibre et des déformations	39
2.5.2. Développement des équations de la consolidation	41
2.5.3. Couplage des équations	48

3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MILIEU NON SATURE	52
3.1. Introduction	52
3.2. Succion	52
3.2.1. Détermination analytique de la succion	54
3.2.2. Définition de la frange capillaire	60
3.2.3. Influence de la compressibilité du milieu poreux sur la succion	62
3.2.4. Détermination de la succion en laboratoire	69
3.2.5. Estimation des coefficients de succion ψ_0 , ψ_1 et ψ_2	71
3.3. Perméabilités d'un milieu poreux	74
3.3.1. Détermination analytique des coefficients de perméabilité	74
3.3.2. L'influence de la compressibilité du milieu poreux	77
3.3.3. Influence des caractéristiques des fluides	79
3.3.4. Variation des perméabilités en fonction de la saturation	81
3.3.5. Hystérèse des perméabilités relatives	86
3.3.6. Détermination des perméabilités relatives en laboratoire	89
3.3.7. Estimation des coefficients de perméabilité	93
3.4. La solubilité de l'air dans l'eau	95
3.5. Caractéristiques mécaniques du milieu poreux	96
3.5.1. Les caractéristiques effectives (état drainé)	96
3.5.2. Estimation des caractéristiques mécaniques	100
3.5.3. Les caractéristiques "totales" (non drainées)	102
3.6. Coefficients de pression interstitielle de Skempton	103
3.6.1. Détermination analytique des coefficients A et B de Skempton	104
3.6.2. Détermination expérimentale des coefficients A et B	111
3.7. Paramètre χ de Bishop	113
3.7.1. Détermination de χ en laboratoire	116
3.7.2. Estimation du paramètre χ	118
3.8. Conclusion	119

4.	RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS	120
4.1.	Introduction	120
4.2.	Déformations instantanées	121
4.2.1.	Calcul des matrices	124
4.2.2.	Résolution du système d'équations	127
4.2.3.	Calcul des contraintes	129
4.2.4.	Critère de rupture et modèle plastique	131
4.2.5.	Calcul des caractéristiques non linéaires	134
4.2.6.	Test du programme TASINI	135
4.3.	Déformations différées	136
4.3.1.	Détermination des matrices	136
4.3.2.	Choix de l'incrément de temps	143
4.3.3.	Programme CONOSA	143
4.3.4.	Détermination des pressions interstitielles u_a et u_w	145
4.3.5.	Calcul des paramètres B_a et B_w	147
4.3.6.	Calcul des forces dues à la variation de la pression interstitielle	149
4.3.7.	Test du programme CONOSA	152
4.4.	Conclusion	154
5.	CALCULS NUMERIQUES ET ETUDE EXPERIMENTALE	157
5.1.	Introduction	157
5.2.	Consolidation unidimensionnelle des sols saturés	158
5.2.1.	Charge constante	158
5.2.2.	Charge variable	159
5.3.	Consolidation unidimensionnelle des sols non saturés	162
5.3.1.	Consolidation triaxiale	162
5.3.2.	Consolidation unidimensionnelle	164
5.4.	Essais de rupture	167
5.4.1.	Cisaillement direct	167
5.4.2.	Essai triaxial	169

5.5.	Essais effectués pour la thèse	175
5.5.1.	But des essais	175
5.5.2.	Les caractéristiques géotechniques du sol étudié	175
5.5.3.	Essais oedométriques	175
5.5.4.	Essais de charge avec plaque circulaire rigide de petite dimension	184
5.6.	Calcul simplifié dans un cas unidimensionnel	195
5.6.1.	Calcul pratique du tassement instantané	195
5.6.2.	Détermination rapide du tassement différé	197
5.8.	Conclusion	204
6.	CONCLUSIONS GENERALES	207
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	211
	ANNEXES	
A1 -	Résolutions numériques relatives au chapitre 4	
A2 -	Coefficient de pression interstitielle B	
A3 -	Facteur de correction c	
A4 -	Programme TASINI	
A5 -	Programme CONOSA	

LISTE DES SYMBOLES

Symboles	Unités	Définitions
A	—	Paramètre de la pression interstitielle
A_f	—	Paramètre de la pression à la rupture
A_{mc}	—	Coefficient de l'effet de Mandel-Cryer
a	—	Indice désignant l'air
B	—	Paramètre de la pression interstitielle
[B]	m^{-1}	Matrice de déplacements
$B_{a,w}$	—	Coefficients de distribution des pressions
c'	$kN \cdot m^{-2}$	Cohésion effective
[C]	—	Matrice de consolidation
C_c	—	Indice de compression
c	%	Coefficient de correction
c_1	—	Constante d'intégration
c_v	$m^2 \cdot s^{-1}$	Coefficient de consolidation
[D]	$kN \cdot m^{-2}$	Matrice d'élasticité
E	$kN \cdot m^{-2}$	Module d'élasticité
[E]	—	Matrice des pressions
e	—	Indice de vide
{F}	kN	Forces extérieures
H	—	Coefficient de Henry
H_c	m	Hauteur d'ascension capillaire
$h_{a,w}$	m	Charge hydraulique
[H]	m^2	Matrice de percolation
I_p	%	Indice de plasticité
K	$kN \cdot m^{-2}$	Module de déformation volumique
[K]	$kN \cdot m^{-2}$	Matrice de rigidité

Symboles	Unités	Définitions
$k_{a,w}$	$m \cdot s^{-1}$	Coefficient de perméabilité (à l'air, à l'eau)
kg	m^2	Perméabilité géométrique
[L]	—	Matrice des gradients hydrauliques
M	kg	Masse
m_a	%	Paramètre de compressibilité
m_v	$m^2 \cdot kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité volumique
m_{vC}	$m^2 \cdot kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité du squelette
m_{vG}	$m^2 \cdot kN^{-1}$	Coefficient caractérisant la variation du volume due à τ_{oct}
m_G	%	Coefficient de variation du volume
m_w	$m^2 \cdot kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité du fluide
$m_{0,1}$	—	Constantes du module oedométrique
[N]	—	Matrice des pressions interstitielles
n	%	Porosité
OCR	—	Degré de surconsolidation
p	$kN \cdot m^{-2}$	Pression interstitielle totale
pF	—	\log_{10} de la succion
pF _c	—	pF de la frange capillaire
q	$kg \cdot s^{-1}$	Flux massique
r	mm	Rayon du tube capillaire
R _m	m/K°	Constante des gaz
S	m^2	Surface
s	%	Capacité spécifique de saturation
Se	%	Degré de saturation effective
S _r	%	Degré de saturation

VII

Symboles	Unités	Définitions
S_{roc}	%	Degré de saturation d'occlusion
T	%	Tortuosité
t	s	Temps
T_v	—	Facteur de temps
U	%	Degré de consolidation
{U}	—	Matrice de pression non drainée
$u_{a,w}$	$kN \cdot m^{-2}$	Pressions interstitielles
u	—	Indice désignant le cas non drainé
V	m^3	Volume
{V}	$m \cdot s^{-1}$	Vitesse
w	—	Indice désignant l'eau
w_L	%	Limite de liquidité
w_p	%	Limite de plasticité
α	—	Constante de perméabilité
θ	degrés	Angle de mouillage
Δ	—	Variation ou incrément
∇	—	Laplacien
{ δ }	m	Déplacements
{ ϵ }	%	Déformation
ϵ_v	%	Déformation volumique
ϕ	degrés	Angle de frottement interne
γ	$kN \cdot m^{-3}$	Poids volumique
ρ	$t \cdot m^{-3}$	Masse volumique
{ σ }	$kN \cdot m^{-2}$	Contraintes
σ_c	$kN \cdot m^{-2}$	Contrainte de préconsolidation

Symboles	Unités	Définitions
χ	%	Coefficient de Bishop
$\chi_{1,2}$	—	Constantes du coefficient de Bishop
λ	—	Constante de la suction
μ	$N \cdot s \cdot m^{-2}$	Viscosité dynamique
ψ	$kN \cdot m^{-2}$	Suction matricielle
$\psi_{0,1,2}$	—	Constantes de pF
ν	—	Coefficient de Poisson
ν_f	$m^2 \cdot s^{-1}$	Viscosité cinématique
τ	$kN \cdot m^{-2}$	Contrainte de cisaillement

LISTE DES FIGURES

Figures		Page
	1. INTRODUCTION	1
1.1	Les trois phénomènes principaux en mécanique des sols	2
	2. EQUATIONS DU COMPORTEMENT D'UN MILIEU NON SATURE	11
2.1	Volume élémentaire d'un milieu poreux	18
2.2	Constituants du sol	19
2.3	Les trois degrés de saturation caractéristiques	33
	3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MILIEU NON SATURE	52
3.1	Représentation d'un milieu poreux par des tubes capillaires	53
3.2	Tube capillaire	54
3.3	Variation des rayons de pores avec S_r	56
3.4	Succion exprimée en pF en fonction de S_r	58
3.5	Effet du sens de l'écoulement	59
3.6	Variation de la succion pF en fonction de S_r	61
3.7	Détermination de pF_c	61
3.8	Diagramme de $pF - S_r$ en fonction de l'indice de vide	69
3.9	La succion en fonction de l'indice de vide	70
3.10	Marmite à pression	71
3.11	Variation de pression capillaire en fonction de I_p/w_L	72
3.12	Variation de la pente de la fonction de succion avec I_p	72
3.13	Trajectoire de l'eau dans un milieu poreux	76
3.14	Distribution des rayons de pores	76
3.15	Coefficient de Darcy en fonction de l'indice de vide	79

3.16	Viscosités en fonction de la température	81
3.17	Perméabilités relatives en fonction de S_r	87
3.18	Perméabilités relatives en fonction de S_r	88
3.19	Succion en fonction de S_r	88
3.20	Principe de mesure de l'évaporation	90
3.21	Poids d'eau évaporée au cours du temps	91
3.22	Perméabilité en fonction de w_p/w_L	94
3.23	Coefficient d'Henry en fonction de T	95
3.24	Diagramme oedométrique idéalisé	98
3.25	Module oedométrique en fonction de la pression de la consolidation	98
3.26	Caractéristiques mécaniques du milieu poreux	99
3.27	Corrélation entre ϕ' et I_p	101
3.28	Diagramme $E_u - S_r$	103
3.29	Coefficient A_f à la rupture en fonction de l'OCR	108
3.30	Pression interstitielle en fonction de la contrainte totale	112
3.31	Pression interstitielle en fonction du degré de saturation	113
3.32	Diagramme $\chi - S_r$	115
3.33	Diagramme $\sigma_3' - \psi$	117
3.34	Essai de compression simple	117
	4. RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS	120
4.1	Type d'élément choisi	124
4.2	Comportement élasto - parfaitement plastique	125
4.3	Calcul plastique	128
4.4	Déformation de la structure dans un milieu saturé	129
4.5	Pression de l'air en fonction de S_r	130
4.6	Loi de Mohr - Coulomb	131
4.7	Définition de c_{sc} et de ϕ_{sc}	132
4.8	Modèle de plasticité	134
4.9	Schéma de l'extrapolation	135
4.10	Déformations superficielles	135
4.11	Élément de consolidation	137
4.12	Schéma de CONOSA	142

4.13	Schéma de calcul du programme CONOSA	144
4.14	Conditions aux limites	145
4.15	Les forces nodales	150
4.16	Comparaison des résultats de CONOSA avec la résolution de Schiffman	154
4.17	Schéma de calcul	155
5. CALCULS NUMERIQUES ET ETUDE EXPERIMENTALE		157
5.1	Variation du degré de consolidation en fonction du temps dans le cas d'un sol saturé	160
5.2.	Valeur de p/p_0 en fonction de T_v	161
5.3	Tassement en fonction du temps	161
5.4	Succion en fonction du degré de saturation	162
5.5	Evolution des pressions interstitielles pendant le chargement non drainé	163
5.6	Variation de l'indice de vide en fonction du degré de saturation et de la contrainte appliquée	166
5.7	Variation de la contrainte de cisaillement τ en fonction de la pression de l'eau u_w pour divers degrés de saturation	167
5.8	Evolution des zones plastiques pendant un essai de cisaillement direct pour divers degrés de saturation du sol	168
5.9	Déviateur ($\sigma_1 - \sigma_3$) et pression interstitielle u_w fonction de la déformation verticale	171
5.10	Evolution de la pression interstitielle en fonction du déviateur	171
5.11	Rupture de l'échantillon	173
5.12	Déformation et déplacement calculés par le programme TASINI	173
5.13	Evaluation des zones plastiques	174
5.14	Tassement de l'échantillon en fonction du déviateur	174
5.15	Tassement total en fonction du temps pour différentes contraintes appliquées	179
5.16	Courbe oedométrique et degré de saturation en fonction de la contrainte	180
5.17	Courbe oedométrique et degré de saturation en fonction de la contrainte	182
5.18	Coupe schématique du dispositif d'essai	186

5.19	Tassement mesuré en fonction des contraintes appliquées	189
5.20	Déformations superficielles du sol pour une contrainte de $100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ sous la plaque	190
5.21	Tassement en fonction du temps pour différentes contraintes sous la plaque	192
5.22	Tassement en fonction du temps pour une contrainte de $100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ sous la plaque	193
5.23	Déformation du sol dans le cas 1	194
5.24	Coefficient de correction c en fonction de S_r et ϵ_v	200
5.25	Durée de la consolidation d'une couche non saturée	202
5.26	Isochrones de la pression interstitielle	203

1. INTRODUCTION

1.1. DESCRIPTION DU SUJET

La mécanique des sols s'est essentiellement développée par l'étude de deux cas extrêmes : les sols secs et les sols saturés. Les raisons en sont la simplicité des bases théoriques d'une part et des essais de laboratoire d'autre part.

Le dimensionnement d'une fondation ou d'un barrage en terre, par exemple, nécessite le calcul des contraintes et des déplacements. Leur comparaison avec des valeurs admissibles permet de s'assurer du bon comportement de l'ouvrage. Il est donc nécessaire de connaître les lois physiques qui régissent le comportement des matériaux. Ces lois sont assez bien connues dans le cas d'un sol sec ou saturé. Par contre, dans le cas intermédiaire d'un sol non saturé, elles sont encore mal connues du fait de leur relative complexité.

L'objectif de ce travail est d'étudier un **milieu poreux déformable, non saturé**, soumis à une surcharge, qui peut varier dans le temps, afin de pouvoir calculer les déformations et les contraintes en fonction du temps.

Dans le cas des barrages en terre et des nombreuses fondations d'ouvrages prenant appui au-dessus du niveau de la nappe souterraine, le calcul des tassements et plus spécialement de leur évolution au cours du temps ne peut pas être fait dans l'hypothèse du sol saturé. Il est donc nécessaire de faire intervenir les propriétés des sols non saturés.

La mécanique des sols classique étudie entre autres les trois phénomènes élémentaires suivants :

- 1) L'écoulement de fluides (air et eau) à travers un milieu poreux non saturé, caractérisé par la perméabilité k et la succion ψ [1].

- 2) La déformabilité du squelette minéral définie par le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν [2].
- 3) La résistance du squelette minéral définie par l'angle de frottement ϕ et la cohésion c [3].

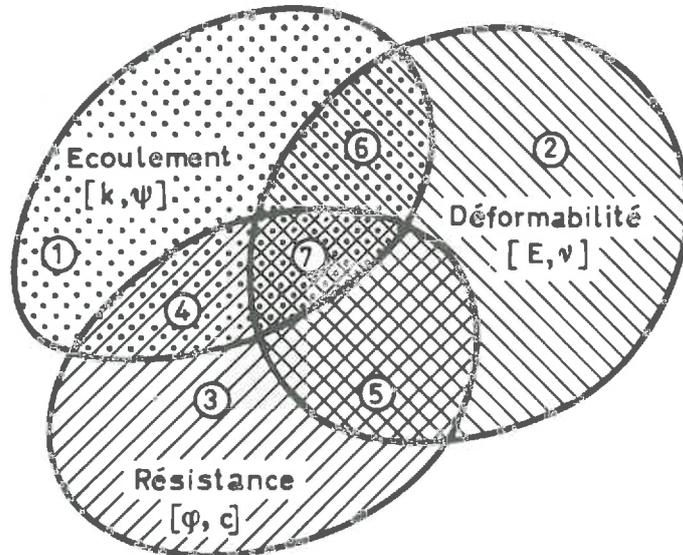


Fig. 1.1 : Les trois phénomènes élémentaires

La figure 1.1 montre que l'on peut considérer quatre cas résultant de l'interaction de ces phénomènes :

- 4) Etude de la résistance à la rupture dans le cas d'un sol où se produit un écoulement

$$[4] = [1 \cap 3 - (1 \cap 2 \cap 3)]$$

- 5) Etude de la déformation dans un domaine élasto-plastique en considérant que le milieu est monophasique

$$[5] = [2 \cap 3 - (1 \cap 2 \cap 3)]$$

- 6) Etude de la déformation dans un champ d'écoulement et dans un domaine élastique

$$[6] = [1 \cap 2 - (1 \cap 2 \cap 3)]$$

- 7) Idem, mais dans un domaine élasto-plastique

$$[7] = [1 \cap 2 \cap 3]$$

Dans ce travail, nous traitons uniquement les cas (5), (6) et (7). Deux programmes de calcul permettent de déterminer :

- les déformations instantanées lors de la surcharge (programme TASINI - tassements instantanés initiaux);
- les déformations différées et leur évolution au cours du temps, de même que les contraintes et les pressions interstitielles correspondantes (programme CONOSA - Consolidation des sols non saturés).

Le contenu du texte est le suivant :

- Chapitre 2 : établissement des équations différentielles aux dérivées partielles qui caractérisent les phénomènes physiques dans le milieu poreux non saturé.
- Chapitre 3 : détermination des coefficients et des caractéristiques du sol utilisés au chapitre 2.
- Chapitre 4 : résolution des équations différentielles par la méthode des éléments finis.
- Chapitre 5 : application du modèle à des cas particuliers et discussion des résultats obtenus.

Nous avons finalement donné une méthode de calcul simplifiée (chap. 5.6) pour le cas unidimensionnel non saturé.

Les valeurs des paramètres de pression intersticielle A et B peuvent être évaluées à l'aide d'une relation empirique que nous avons proposée. Les abaques de l'annexe A2 et les tableaux de l'annexe A3 facilitent ces calculs.

1.2. TRAVAUX THEORIQUES ET PRATIQUES ANTERIEURS

L'intérêt véritable des géotechniciens est de prévoir par le calcul le comportement du sol. Le calcul se fait à court terme ou à long terme. Il consiste ainsi à déterminer deux types de déformations, à savoir :

- les déformations instantanées,
- les déformations différées.

1.2.1. Déformation instantanée

La déformation instantanée se produit au moment de l'application de la charge. Dans la littérature, depuis la formulation de BOUSSINESQ en 1885, ce calcul se fait par l'application des lois de la mécanique des milieux continus, en considérant que le sol est monophasique, sec ou saturé [SKEMPTON et al., 1957; DAVIS et al., 1963; D'APPOLONIA et al., 1970; BOULON et al., 1979]. Mais cette approche ne convient pas pour un sol non saturé. Les constructeurs de barrage en terre ont déjà cherché une méthode de calcul qui permette de déterminer aussi la pression interstitielle. Il fallait effectivement connaître la pression interstitielle afin de déterminer la stabilité des barrages. La pression interstitielle était calculée par la formule du Bureau of Reclamation, HILF (1948) et POST et al. (1953), en admettant que la déformation latérale est inexistante et que les pressions de l'air et de l'eau sont égales. Ceci signifie donc que la succion matricielle est nulle. NUYENS (1961) propose une méthode de calcul utilisant les coefficients de pression interstitielle.

GIROUD (1975) a montré que l'on peut calculer les caractéristiques mécaniques totales du milieu triphasique à l'aide des coefficients de pression interstitielle qui correspondent ainsi à celle d'un milieu monophasique; il introduit l'hypothèse d'un milieu poreux isotrope. Dans le chapitre 2.2., nous

donnons la matrice d'élasticité dans un cas général, et nous déterminons aussi le module d'élasticité et le coefficient de Poisson relatifs aux contraintes totales en fonction des coefficients de pression interstitielle qui varient eux-mêmes avec le degré de saturation.

1.2.2. Déformation différée

Après la déformation instantanée, le milieu continue de se déformer sous l'effet d'une surcharge. Cette déformation dite déformation différée évolue dans le temps. Depuis la théorie de la consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI (1925), les chercheurs ont essayé d'expliquer la théorie de la consolidation par différentes approches. BLIVET (1966), dans sa thèse, MAGNAN et al. (1979) dans leur article, ont exposé et résumé les différentes théories de la consolidation dans un milieu saturé. Ces dernières années, grâce aux méthodes numériques, le calcul de la consolidation dans un milieu saturé a été poussé assez loin [SCHIFFMANN et al., 1969, CHRISTIAN, 1971 et 1977, MURAY, 1978, ZIENKIEWICZ et al., 1977].

Dans notre travail, nous parlerons uniquement de la théorie de la consolidation dans le cas non saturé. C'est FLORIN en 1942 [cité par SUKLJE, 1969 et HUERGO, 1976] qui a tenu compte, pour la première fois pour un sol non saturé, de la déformabilité de l'air qui se trouve dans l'eau sous forme de bulle. Il a établi une équation de continuité en introduisant la compressibilité de l'air et sa solubilité dans l'eau. Tous les autres coefficients restent inchangés par rapport à un sol saturé.

ALPAN (1961) a donné une formule approchée qui permet de corriger la courbe de tassement en fonction du degré de saturation. Il a considéré que seule la perméabilité change si le sol est non saturé; il faut donc multiplier celle-ci par un coefficient qui tient compte du degré de saturation initial du milieu. Ce coefficient est alors la perméabilité relative à l'eau. Le coefficient de compressibilité ne change pas au cours de consolidation.

SUKLJE (1964 et 1969) et SUKLJE et al. (1974) ont résolu l'équation de Florin, en considérant que l'air sous forme de bulle est occlus, et s'échappe des pores simultanément avec l'eau. De plus, ils ont supposé que la succion matricielle est nulle, et que la perméabilité ne change pas avec le degré de saturation.

BARDEN (1965) a étudié le tassement d'une argile compactée non saturée. Il a formulé l'équation de continuité de l'eau et de l'air séparément. Les coefficients des équations étaient très complexes à l'époque. Par des hypothèses simplificatrices, il a subdivisé le processus de consolidation en cinq cas différents d'après le degré de saturation. Il est ensuite arrivé à la résolution de Terzaghi en utilisant des facteurs adimensionnels. Il n'a introduit ni la succion matricielle, ni la loi des contraintes effectives dans un milieu non saturé. En 1979, il a réétudié le même problème, en traitant deux cas, le compactage sec et humide. Il a défini un degré de saturation pour lequel l'air devient occlus, et schématisé le premier cas par un modèle rhéologique. En effet, le tassement est assez rapide. Pour le deuxième cas, il a proposé, à la place du coefficient de consolidation c_v calculé d'après le tassement, un coefficient de consolidation calculé d'après la dissipation de la pression interstitielle dans l'eau, ce qui nécessite de mesurer u_w en cours d'essai.

TORIYAMA et al. (1968) ont aussi étudié la consolidation non saturée, en considérant que l'air est occlus, que le rapport du volume de l'air et de l'eau ne change pas en cours de consolidation, et que le mélange de l'air et de l'eau est compressible. En plus, ils ont admis une succion constante et un paramètre de Bishop χ égal à 100 %.

NARASIMHAN et al. (1977 et 1978) ont étudié l'écoulement tri-dimensionnel; par contre, ils n'ont traité que le tassement vertical. Ils ont tenu compte de la succion, mais en considérant que l'air interstitiel reste à la pression atmosphérique au cours du tassement. En plus, la succion ne varie pas avec la porosité.

AKAI et al. (1979) ont étudié l'écoulement d'eau à travers le milieu non saturé avec un modèle couplé (écoulement + déformation); ils ont ainsi introduit les déformations dues à l'écoulement, sans tenir compte de l'effet d'une surcharge; de plus, la succion ne varie pas avec la porosité.

FREDLUND et al. (1979) ont décrit le phénomène de consolidation par deux équations aux dérivées partielles. L'air et l'eau s'échappent simultanément du sol jusqu'à ce que des conditions d'équilibre soient atteintes. L'écoulement d'eau suit la loi de Darcy, celui de l'air la loi de Fick. Ils ont considéré que les caractéristiques ne changent pas au cours de la consolidation, et que la résolution de Terzaghi est donc applicable.

MAGNAN et al. (1979) ont introduit un coefficient de compressibilité du fluide interstitiel, en supposant que l'eau et l'air interstitiels se comportent comme une phase unique dont la compressibilité est fonction du degré de saturation. Ils ont donné la valeur de ce facteur en supposant que la succion garde une valeur constante égale à $130 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$.

LLORET et al. (1980) ont considéré qu'il y a deux fluides séparés, donc deux écoulements indépendants. Ils ont formulé le comportement du sol dans un cas unidimensionnel, et n'ont pas tenu compte de la succion, ni du paramètre de Bishop; ils considèrent que la compressibilité de l'air reste constante et que l'air n'est pas occlus.

Citons encore le travail de FOLQUE (1962) qui a donné un modèle rhéologique introduisant quatre constantes caractérisant la courbe contrainte - déformation d'un essai triaxial pour un sol non saturé.

1.3. DESCRIPTION DE NOTRE CAS

Cette étude suppose que les conditions sont adiabatiques. Nous avons divisé le problème de la déformation d'un milieu poreux non saturé en deux cas indépendants. Premièrement, nous calculons les déformations instantanées et l'augmentation des pressions interstitielles pour l'eau et pour l'air qui sont dues à la surcharge (programme TASINI). Nous calculons ensuite les déformations différées dues à l'augmentation des pressions interstitielles; celles-ci provoquent des gradients de pression et l'apparition d'écoulements transitoires qui entraînent une modification des contraintes et de la porosité du milieu poreux (programme CONOSA).

L'élément essentiel qui conditionne les caractéristiques d'un sol non saturé est la succion due à l'interaction des trois phases. La succion ainsi que les pressions interstitielles qui lui sont associées jouent un rôle fondamental dans le comportement des sols non saturés. C'est pourquoi nous avons déterminé les caractéristiques mécaniques et hydrauliques en fonction de la succion, du degré de saturation et de l'indice de vide.

Nous avons tenu compte dans la loi des contraintes effectives d'un milieu non saturé, du paramètre de Bishop et de la succion qui sont tous deux fonction du degré de saturation. Au moyen de la succion, de la loi de contrainte effective de Bishop et des coefficients de pression interstitielle de Skempton, nous avons déterminé la déformation instantanée ainsi que l'augmentation des pressions interstitielles.

Pour l'étude de la déformation différée, nous avons distingué trois cas possibles physiquement selon l'écoulement d'eau et d'air.

Cas 1 : L'air se trouve discontinu dans le milieu sous forme de bulles. les bulles restent attachées aux grains. Dans ce cas, seule l'eau s'écoule. Le degré de saturation correspond à ce que nous appelons le degré de

saturation d'occlusion $S_{r_{oc}}$, qui est déterminé par la teneur en eau optimum [RUIZT, 1967; BARDEN, 1974].

Cas 2 : L'eau et l'air s'écoulent simultanément, mais distinctement. Le degré de saturation se trouve entre le degré de saturation d'occlusion et le degré de saturation résiduel $S_{r_{min}}$.

Cas 3 : L'eau est discontinue et reste liée aux grains. Seul l'air s'écoule. Ce cas peut être considéré comme un cas sec, puisque le sol ne contient pas suffisamment d'eau pour que la mise sous pression soit possible.

Nous avons ainsi abordé le problème des déformations d'un massif de sol non saturé en faisant intervenir d'une part les lois de succion et de contrainte effective dans un domaine élasto-plastique, et d'autre part la loi de Darcy généralisée et celle de contrainte - déformation. Ainsi, en introduisant les coefficients des caractéristiques non linéaires dans les équations aux dérivées partielles, nous avons obtenu une meilleure représentation du cas réel.

1.4. PRESENTATION DU MODELE PROPOSE

Dans notre travail, nous effectuons une approche macroscopique qui est pratiquement la seule utilisée lorsque les fluides interstitiels (air et eau) sont en écoulement sous l'action des forces extérieures. Si l'on considère que le milieu poreux non saturé obéit à la loi de Hooke et que l'augmentation de la pression interstitielle se calcule par la loi de Skempton, on peut calculer les déplacements instantanés (TASINI). Les résultats de ce programme deviennent les conditions initiales du deuxième programme. Ainsi, en connaissant les conditions initiales, nous pouvons déterminer les déplacements différés (CONOSA).

Les déplacements différés, dans notre modèle mathématique, sont basés sur cinq hypothèses différentes :

1. La conservation de la masse (continuité)
2. La loi de Darcy généralisée
3. La théorie de l'élasticité d'un milieu continu
4. Le principe de contrainte effective
5. Le milieu se trouve en quasi-équilibre statique

Ces cinq hypothèses sont à la base du modèle mathématique simulant les trois phénomènes élémentaires mentionnés plus haut, à l'aide de deux groupes d'équations couplées, comprenant les caractéristiques non linéaires du sol et des fluides.

Le modèle du comportement du sol est le modèle élasto-parfaitement-plastique de Mohr-Coulomb. Dans le cas où le sol est surconsolidé, ce modèle tient aussi compte des caractéristiques surconsolidées. Il prend aussi en considération la valeur totale des déplacements et la vitesse à laquelle se produisent les déplacements par consolidation. Par contre, il ne tient pas compte du changement de volume dû à la consolidation secondaire. Le calcul se fait de façon incrémentale.

Notre modèle peut être appliqué aux problèmes bidimensionnels ou à symétrie de révolution, pour des cas drainés ou non drainés, isotropes ou anisotropes. Il est donc applicable en pratique pour des barrages en terre durant la construction, pour des remblais sur sols déformables et pour des fondations superficielles.

2. EQUATIONS DU COMPORTEMENT D'UN MILIEU NON SATURE

2.1. INTRODUCTION

Ce deuxième chapitre est consacré à l'étude des équations du comportement d'un milieu non saturé sous l'effet de charges appliquées à sa surface. Nous allons établir les équations différentielles qui permettent de calculer la déformation du milieu poreux non saturé, en admettant les hypothèses générales d'un milieu continu.

Nous aurons ainsi une loi du comportement du milieu triphasique (air + eau + solide) connaissant les lois de comportement de chaque phase isolée ainsi que celles de leur interaction.

Les équations différentielles de chaque phase sont couplées, en tenant compte de leurs caractéristiques mécaniques et hydrauliques. Finalement, ce développement conduit à deux groupes d'équations qui représentent le milieu poreux non saturé et qui seront la base de notre modèle mathématique.

Les caractéristiques mécaniques, hydrauliques et les coefficients des équations différentielles qui figurent dans ce chapitre seront définis dans le chapitre 3.

Toute modification de contrainte dans un milieu entraîne des déformations qui sont essentiellement de deux types :

- la déformation instantanée,
- la déformation différée.

Les phénomènes liés à ces déformations sont résumés dans le tableau 2.1 ci-après.

Temps	Déformation	Degré de saturation [%]	Changement de volume	Pression interstitielle	Comportement des phases
t = + 0	instantanée	$S_r = 100$	constant	augmentation	L'eau ne se déplace pas par rapport aux grains.
		$S_r < 100$	diminution	augmentation	Ni l'eau ni l'air ne se déplacent. Le volume change, car l'air se comprime et se dissout dans l'eau.
t > 0	différée	$S_r = 100$	diminution	dissipation	L'eau se déplace par rapport aux grains.
		$S_r > S_{roc}^*$	diminution	dissipation	Seule l'eau se déplace, l'air reste occlus, mais il se comprime et se dissout dans l'eau.
		$S_{roc} < S_r < S_{rmin}^{**}$	diminution	dissipation	L'eau et l'air se déplacent simultanément et distinctement.
		$S_r < S_{rmin}$	diminution	dissipation	L'eau est isolée et reste liée aux grains; seul l'air se déplace.

* S_{roc} : Degré de saturation d'occlusion

** S_{rmin} : Degré de saturation résiduel

Tableau 2.1 : Phénomènes physiques dans le sol

2.2. DEFORMATION INSTANTANEE

La déformation instantanée se produit au moment de l'application de la charge au temps $t = 0$. La compression et la dissolution de l'air dans l'eau provoquent une diminution du volume. C'est cette diminution qui est la cause des déformations du milieu.

En élasticité incrémentale, les déformations instantanées peuvent s'écrire sous la forme matricielle :

$$\{\Delta\epsilon\} = [D]^{-1} \{\Delta\sigma'\} \quad 2-1$$

où :

$$\{\Delta\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ \Delta\epsilon_2 \\ \Delta\epsilon_3 \end{Bmatrix} \quad \text{déformations principales}$$

$$\{\Delta\sigma'\} = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma'_1 \\ \Delta\sigma'_2 \\ \Delta\sigma'_3 \end{Bmatrix} \quad \text{contraintes effectives principales}$$

$$[D]^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ \text{sym} & 1 & -\nu \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

qui correspond à l'inverse de la matrice d'élasticité.

D'une part, nous considérons que l'eau et l'air forment un seul fluide compressible, et que la loi de contrainte effective est applicable. Dans ce cas, on a :

$$\{\Delta\sigma'\} = \{\Delta\sigma\} - \{\Delta p\} \quad 2-2$$

où $\{\Delta p\}$ est la pression interstitielle du fluide (air + eau).

D'autre part, SKEMPTON (1954) a montré que, dans un essai non drainé, la variation de la pression interstitielle Δp dans un sol saturé ou non, est liée à la variation des contraintes totales principales. Cette loi de Skempton est aussi valable pour un seul fluide [BISHOP, 1960]. Dans un cas de symétrie de révolution $\sigma_2 = \sigma_3$ (essai triaxial), on a :

$$\Delta p = B [\Delta\sigma_3 + A (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \quad 2-3$$

ou sous la forme matricielle :

$$\{\Delta p\} = [U] \{\Delta\sigma\} \quad 2-4$$

où $[U]$ est la matrice de la pression interstitielle non drainé qui varie en fonction des coefficients de pression interstitielle de Skempton A et B (paragraphe 3.3.).

On a :

$$[U] = \begin{bmatrix} AB & B - AB \\ AB & B - AB \end{bmatrix} \quad 2-5$$

En introduisant les équations (2-2) et (2-4) dans l'équation (2-1), on obtient les déformations en fonction des contraintes totales.

$$\{\Delta\epsilon\} = [D]^{-1} \left[\{\Delta\sigma\} - [U]\{\Delta\sigma\} \right] \quad 2-6$$

ou bien

$$\{\Delta\epsilon\} = \left[[D]^{-1} - [D]^{-1}[U] \right] \{\Delta\sigma\} \quad 2-7$$

En posant $[D_u]^{-1} = \left[[D]^{-1} - [D]^{-1}[U] \right]$, nous obtenons une matrice d'élasticité d'un milieu non saturé et non drainé.

On obtient alors :

$$\{\Delta\epsilon\} = [D_u]^{-1} \{\Delta\sigma\} \quad 2-8$$

ou

$$\{\Delta\sigma\} = [D_u] \{\Delta\epsilon\} \quad 2-9$$

$[D_u]$ est une matrice d'élasticité dans un milieu non drainé, en symétrie de révolution.

Nous calculons la matrice $[D_u]^{-1}$ dans le cas du milieu isotrope. Dans ce cas, ν vaut $1/3$.

On a :

$$[D_u]^{-1} = \left[[D]^{-1} - [D]^{-1} [U] \right] \quad 2-10$$

ou encore :

$$[D_u]^{-1} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -2\nu \\ -\nu & 1-\nu \end{bmatrix} - \frac{B}{3E} \begin{bmatrix} 1 & -2\nu \\ -\nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 2-11$$

Le produit des deux matrices est :

$$[D]^{-1}[U] = \frac{B(1-2\nu)}{3E} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 2-12$$

d'où l'on tire $[D_u]^{-1}$

$$[D_u]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} - \frac{B(1-2\nu)}{3E} & -\frac{2\nu}{E} - \frac{2B(1-2\nu)}{3E} \\ -\frac{\nu}{E} - \frac{B(1-2\nu)}{3E} & \frac{1-\nu}{E} - \frac{2B(1-2\nu)}{3E} \end{bmatrix} \quad 2-13$$

ou encore :

$$[D_u]^{-1} = \frac{3-B(1-2\nu)}{3E} \begin{bmatrix} 1 & -2 \frac{3\nu + B(1-2\nu)}{3 - B(1-2\nu)} \\ -\frac{3\nu + B(1-2\nu)}{3 - B(1-2\nu)} & 1 - \frac{3\nu + B(1-2\nu)}{3 - B(1-2\nu)} \end{bmatrix} \quad 2-14$$

Posons par analogie :

- Le module d'élasticité triphasique (non drainé) :

$$E_u = \frac{3E}{3 - B(1-2\nu)} \quad 2-15$$

- Le coefficient de Poisson triphasique (non drainé) :

$$\nu_u = \frac{3\nu + B(1-2\nu)}{3 - B(1-2\nu)} \quad 2-16a$$

ou bien :

$$\nu_u = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{3(1-B)(1-2\nu)}{3 - B(1-2\nu)} \right] \quad 2.16b$$

Nous obtenons ainsi la matrice d'élasticité du milieu non saturé :

$$[D_U]^{-1} = \frac{1}{E_U} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_U & -\nu_U \\ & 1 & -\nu_U \\ \text{sym} & & 1 \end{bmatrix} \quad 2-17$$

On constate que, dans un cas saturé, B est égal à 1 et le coefficient de Poisson ν_U à 1/2. Cela signifie que le milieu est incompressible, mais cependant déformable. Nous obtenons finalement, pour la matrice $[D_U]$:

$$[D_U] = \frac{E_U(1-\nu_U)}{(1+\nu_U)(1-2\nu_U)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu_U}{1-\nu_U} & \frac{\nu_U}{1-\nu_U} \\ & 1 & \frac{\nu_U}{1-\nu_U} \\ \text{sym} & & 1 \end{bmatrix} \quad 2-18$$

Les constantes élastiques (E_U, ν_U) d'un milieu non drainé sont des fonctions des coefficients de Skempton A et B (chapitre 3.6). Il est possible d'utiliser E_U, ν_U comme constantes d'un milieu continu et monophasique. Les caractéristiques ainsi définies tiennent compte de celles de chacune des trois phases. Le calcul se fait par méthode incrémentale; à chaque pas, on calcule les nouvelles valeurs de ces constantes en fonction du degré de saturation et des caractéristiques "drainés" des trois phases.

2.3. DEFORMATION DIFFEREE

Après la déformation instantanée, le milieu continue de se déformer sous l'effet d'une surcharge. Cette déformation dite déformation différée, qui évolue en fonction du temps, peut être classée en deux types [TERZAGHI - PECK, 1969; LAMBE, 1979 et RECORDON, 1973] :

- Une déformation appelée la consolidation primaire due à la compression et à l'expulsion des fluides.
- Une déformation appelée la consolidation secondaire due au phénomène de fluage.

Dans notre travail, nous étudierons uniquement la consolidation primaire. En effet, le phénomène de fluage est encore mal connu, particulièrement dans le cas d'un milieu non saturé [DYSLI, 1981; FELIX, 1980].

Dans cette étude, la déformation différée sera liée à six lois physiques différentes :

- 1 - la loi de conservation de la masse
- 2 - la loi de conservation de l'énergie
- 3 - la loi de Darcy généralisée
- 4 - les lois rhéologiques des phases
- 5 - la loi de contraintes effectives
- 6 - les équations d'équilibre et des déformations

2.3.1. La loi de conservation de la masse (continuité)

Cette loi découle des principes mécaniques, qui expriment que dans un système fermé, la masse circulant reste constante. Ainsi, la variation de masse dans un élément du système, au cours du temps, est égale à la différence entre la masse entrant et sortant. Un massif de sol est formé d'un squelette minéral, d'air et d'eau (trois phases). Nous déterminerons l'équation de continuité de chacune des trois phases, ce qui nous conduit à trois systèmes d'équations indépendantes. En plus, nous utilisons les variables d'Euler [SCHLOSSER, 1973].

2.3.1.a Equation de continuité de l'air

Nous admettons que de la vapeur d'eau s'écoule avec l'air et que la masse d'air m dissoute par unité de volume d'eau est donnée par la loi d'Henry (voir paragraphe 3.4).

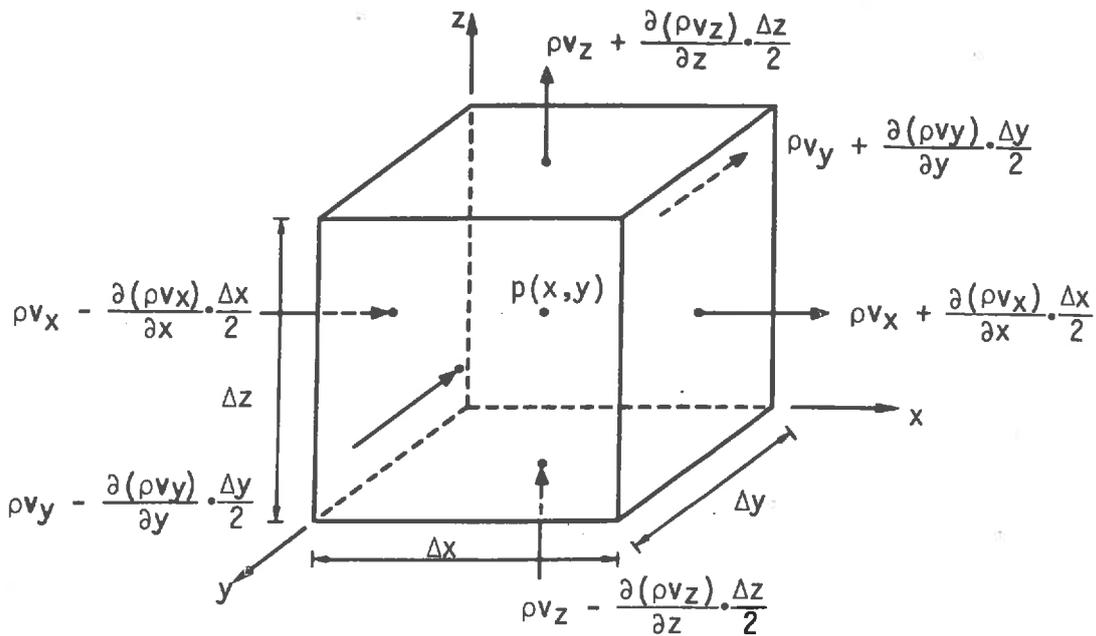


Fig. 2.1 : Volume élémentaire d'un milieu poreux

ρ : masse volumique

$[v_x, v_y, v_z]$: composantes de la vitesse de Darcy

a : indice caractérisant l'air

w : indice caractérisant l'eau

En établissant le bilan d'écoulement de l'air dans la direction ox , on trouve que la quantité massique de l'air qui passe à travers la face $\Delta y \Delta x$ (Fig. 2.1) par unité de temps est égale à la différence entre la masse qui entre et celle qui sort durant le même laps de temps, diminuée de la masse d'air qui se dissout dans l'eau dans un volume élémentaire. Donc :

$$\text{Air entrant} \quad : \quad \left(\rho_a v_{xa} - \frac{\partial \rho_a v_{xa}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z \quad 2-19$$

$$\text{Air sortant} \quad : \quad \left(\rho_a v_{xa} + \frac{\partial \rho_a v_{xa}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z \quad 2-20$$

$$\text{Air se dissolvant dans l'eau} \quad : \quad \frac{\partial (\rho_a H v_{xw})}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \quad 2-21$$

$$\text{Différence} \quad : \quad \frac{\partial (\rho_a v_{xa})}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial (\rho_a H v_{xw})}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z$$

d'où :

$$q_x = \frac{\partial(\rho_a v_{xa})}{\partial x} \Delta V + \frac{\partial(\rho_a H v_{xw})}{\partial x} \Delta V \quad 2-23$$

avec : $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

En procédant de la même manière pour oy et oz , on obtient la quantité de masse de l'air qui a été expulsée par unité de temps.

$$q = \left[\frac{\partial(\rho_a v_{xa})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_a v_{ya})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_a v_{za})}{\partial z} \right] \Delta V + \left[\frac{\partial(\rho_a H v_{xw})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_a H v_{yw})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_a H v_{zw})}{\partial z} \right] \cdot \Delta V \quad 2-24$$

ou encore :

$$q = \text{div} (\rho_a v_a + \rho_a H v_w) \Delta V \quad 2-25$$

où :
 $v_a = [v_{ax}, v_{ay}, v_{az}]$ vitesse de l'air
 $v_w = [v_{wx}, v_{wy}, v_{wz}]$ vitesse de l'eau
 $H =$ coefficient d'Henry

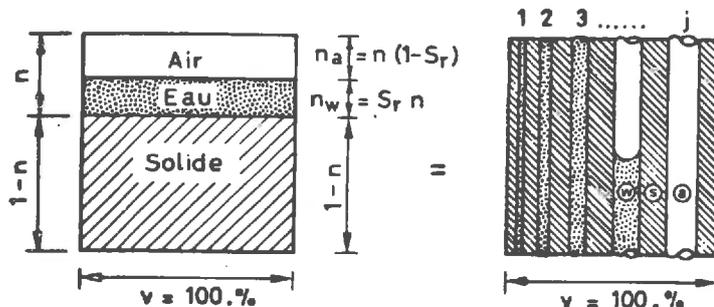


Fig. 2.2 : Constituants du sol

D'autre part, la valeur de q est égale à la variation de la masse totale de l'air durant le même intervalle de temps.

La masse d'air libre ΔM_a contenue dans l'élément ΔV vaut (fig. 2.2) :

$$\Delta M_a = \rho_a (1-S_r) n \Delta V \quad 2-26$$

La masse d'air dissoute dans l'eau vaut :

$$\Delta M_a = \rho_a H S_r n \Delta V \quad 2-27$$

Donc la masse d'air totale vaut :

$$\Delta M_a = \left[\rho_a (1-S_r) n + \rho_a H S_r n \right] \Delta V \quad 2-28$$

S_r : degré de saturation

n : porosité

H : coefficient d'Henry

La variation de ΔM_a dans le temps sera :

$$\frac{\partial \Delta M_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_a (1-S_r + H S_r) n \right] \Delta V \quad 2-29$$

En égalisant les équations (2-25) et (2-29), on obtient :

$$\text{div} \left[\rho_a v_a + \rho_a H v_w \right] \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_a (1-S_r + H S_r) n \right] \Delta V \quad 2-30$$

2.3.1.b Equation de continuité de l'eau

L'équation de continuité de l'eau devient par analogie avec l'équation (2-30) :

$$\text{div} (\rho_w v_w) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_w (S_r n) \right] \Delta V \quad 2-31$$

où : v_w = vitesse de Darcy de l'eau

2.3.1.c Equation de continuité du squelette

On l'obtient, comme l'équation de continuité de l'eau :

$$\operatorname{div} (\rho_S v_S) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_S (1-n) \right] \Delta V \quad [\text{SUKLJE, 1969}] \quad 2-32$$

où v_S = vitesse de déplacement des grains (Darcy)

2.3.2. La loi de conservation de l'énergie

Dans le cas de l'écoulement dans un milieu poreux, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$h = \frac{p}{\gamma} + z + z_{te} \quad 2-33$$

h : charge hydraulique

p : pression du fluide

γ : poids spécifique du fluide

Dans notre cas, s'il y a écoulement d'une phase, cela signifie que cette phase, soit l'eau, soit l'air, est continue (funiculaire) sur une ligne de courant. Dans ce cas, l'équation de Bernoulli peut s'écrire séparément pour les deux phases :

$$\text{Air: } h_a = \frac{u_a}{\gamma_a} + z \quad 2-34$$

$$\text{Eau: } h_w = \frac{u_w}{\gamma_w} + z \quad 2-35$$

La charge hydraulique h peut se décomposer en deux potentiels différents [LAMBE, 1969] :

- le potentiel initial avant la surcharge

$$h_0 = \frac{p_0}{\gamma} + z = \text{cte} \quad 2-36$$

- le potentiel dû à la surcharge

$$h_\gamma = \frac{p_e}{\gamma} \quad 2-37$$

p_e : pression interstitielle excédant la pression initiale p_0

Le potentiel dû à la surcharge devient :

$$\text{Air : } h_a = \frac{u_a}{\gamma_a} \quad 2-38$$

$$\text{Eau : } h_w = \frac{u_w}{\gamma_w} \quad 2-39$$

Dans ce travail, nous nous occupons seulement de l'effet dû à la surcharge. En conséquence, nous ne considérons pas l'écoulement initial [SUKLJE, 1969].

2.3.3. La loi de Darcy généralisée

Admettons que la loi de Darcy est valable dans le domaine où nous travaillons [RECORDON, 1974; ABELEV, 1973]. La loi de Darcy généralisée proposée par RICHARDS en 1931 peut s'écrire sous la forme vectorielle suivante :

$$\vec{v} = -k (e, S_r) \overrightarrow{\text{grad}} h \quad 2.40$$

$\{v\} = [v_x, v_y, v_z]$: vitesse de l'écoulement [LS^{-1}]

$\{k\} = [k_x, k_y, k_z]$: coefficient de perméabilité du milieu poreux

Le signe moins exprime le fait que le gradient des charges est de sens opposé au vecteur des vitesses [SCHNEEBELI, 1966]. En remplaçant les valeurs de grad h par les équations (2-38) et (2-39), on obtient [DE WIEST, 1969] :

- pour l'air :

$$v_a = - k_a \text{ grad } \frac{u_a}{\gamma_a} \quad 2-41$$

- pour l'eau :

$$v_w = - k_w \text{ grad } \frac{u_w}{\gamma_w} \quad 2-42$$

où les pressions de l'air u_a , de l'eau u_w et les perméabilités à l'air et à l'eau sont des fonctions du degré de saturation S_r et de l'indice de vide e du milieu poreux.

2.3.4. Les lois rhéologiques des phases

Ces lois permettent d'introduire les caractéristiques physiques de chacune des trois phases.

2.3.4.a Compressibilité de l'air

Considérons que le mélange d'air et de vapeur d'eau suit la loi des gaz parfaits. On peut écrire :

$$\gamma_a = \frac{1}{R_m T} u_a \quad [\text{FREDLUND, 1976}] \quad 2-43$$

u_a : pression de l'air

R_m : constante des gaz parfaits

T : température absolue [K]

On a :

$$\frac{u_a}{\gamma_a} = R_m T = \text{cte} \quad 2-44$$

ou :

$$\frac{u_a}{\gamma_a} = \frac{u_{a_0}}{\gamma_{a_0}} \quad 2-45$$

"0" désigne les valeurs initiales.

On peut écrire dans le cas d'un fluide compressible [BEAR, 1969; VERRUIJT, 1969] :

$$h_a = \frac{1}{g} \int_{u_{a_0}}^{u_a} \frac{du_a}{\rho_a} = \int_{u_{a_0}}^{u_a} \frac{du_a}{\gamma_a} \quad 2-46$$

h_a = potentiel

L'équation (2-45) donne :

$$\gamma_a = \gamma_{a_0} \cdot \frac{u_a}{u_{a_0}} \quad 2-47$$

En l'introduisant dans (2-46), on obtient :

$$h_a = \frac{u_{a_0}}{\gamma_{a_0}} \ln u_a - \frac{u_{a_0}}{\gamma_{a_0}} \ln u_{a_0} \quad 2-48$$

On a :

$$\text{grad } h_a = \frac{u_{a_0}}{\gamma_{a_0}} \frac{1}{u_a} \text{ grad } u_a = \frac{1}{\gamma_a} \text{ grad } u_a \quad 2-49$$

où γ_a varie avec le temps et avec la pression de l'air u_a .

En dérivant l'équation (2-47) par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\partial \gamma_a}{\partial t} = \frac{\gamma_{a_0}}{u_{a_0}} \cdot \frac{\partial u_0}{\partial t} \quad 2-50$$

Définissons le coefficient de compressibilité m_{v_a} :

$$m_{v_a} = \frac{1}{u_{a_0}} \quad 2-51$$

d'où :

$$\frac{\partial \gamma_a}{\partial t} = \gamma_{a_0} m_{v_a} \frac{\partial u_a}{\partial t} \quad [\text{MUSKAT, 1966}] \quad 2-52$$

2.3.4.b Compressibilité de l'eau

Le module de compressibilité de l'eau est de l'ordre de $10^7 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$. Par contre, la compressibilité du squelette est de l'ordre de 10^4 à $10^5 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ dans le cas des argiles et des limons. On voit donc que l'eau est cent à mille fois moins compressible que le squelette. Par conséquent, nous pouvons admettre que la compressibilité de l'eau est négligeable et considérer γ_w comme constante.

L'équation (2-42) devient :

$$\vec{v}_w = - \frac{k_w}{\gamma_w} \text{grad } u_w \quad 2-53$$

2.3.4.c Variation du volume de squelette solide

Cherchons à établir la variation du volume total en fonction des contraintes effectives et du temps. Dans un cas général, la variation de volume des sols est provoquée non seulement par le tenseur sphérique σ'_{oct} , mais aussi par le déviateur τ_{oct} [HOSHINA, 1961].

Le changement du volume peut s'écrire :

$$\epsilon_V = \frac{\Delta V}{V_0} = m_{VC} \sigma'_{oct} + m_{VG} \tau_{oct} + \epsilon_{vf} \quad 2-54$$

ϵ_V : déformation volumétrique totale

$$\sigma'_{oct} : \frac{1}{3} (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$$

$$\tau_{oct} : \frac{1}{3} [(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_2)^2]^{\frac{1}{2}}$$

m_{VC} : coefficient de compressibilité du squelette

m_{VG} : coefficient caractérisant la variation du volume due au déviateur τ_{oct}

ϵ_{vf} : déformation volumétrique due au fluage

D'une part, dans le cas de symétrie par rapport à l'axe vertical (z), les relations contraintes - déformations pour un sol anisotrope s'écrivent sous une forme matricielle :

$$\{\epsilon\} = [D]\{\sigma\} \quad 2-55$$

où : $\{\epsilon\} = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}, \epsilon_{yz}]$

$$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}]$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_x}{E_x} & -\frac{\nu_z}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_x}{E_x} & \frac{1}{E_x} & \frac{\nu_z}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_z}{E_z} & -\frac{\nu_z}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(+\nu_x)}{E_x} \end{bmatrix}$$

avec : $E_x = E_y$ (orthotrope de révolution)

D'autre part :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \epsilon_V = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad 2-56$$

Ici, nous ne tenons pas compte du changement de volume dû au fluage. En remplaçant les valeurs des déformations par les équations (2-55) et en égalisant les équations (2.54 et 2.56), on obtient pour le cas de symétrie de révolution (voir annexe) :

$$m_{VC} = \frac{1}{E_z} [1 - 4\nu_z - 2n\nu_x + 2n] \quad 2-57$$

$$m_{VG} = \frac{3\sqrt{2} \cos 2\theta}{2 E_z} [1 - \nu_z + n\nu_z - n] \quad 2-58$$

$$n = \frac{E_z}{E_x}$$

θ = l'angle entre la direction principale et la direction de $x - x$

On a pour un cas isotrope :

$$E_x = E_z = E \quad 2-59a$$

$$\nu_x = \nu_z = \nu \quad 2-59b$$

d'où :

$$m_{VC} = \frac{3(1 - 2\nu)}{E} = \frac{1}{K} \quad 2-60a$$

$$m_{VG} = 0 \quad 2-60b$$

Nous admettons dans ce cas que le coefficient de Poisson ν_z est égal à $n\nu_x$, et obtenons :

$$m_{VC} = \frac{1}{E_z} [(1 + 2n) - 6\nu_z] \quad 2-61$$

$$m_{VG} = \frac{3\sqrt{2} \cos 2\theta}{2 E_z} (1 - n) \quad 2-62$$

Finalement, la variation du volume est :

$$\varepsilon_v = m_{vC} \sigma'_{oct} + m_{vG} \tau'_{oct} = m_{vC} \sigma'_{oct} \left(1 + \frac{m_{vG}}{m_{vC}} \frac{\tau'_{oct}}{\sigma'_{oct}} \right) \quad 2-63$$

ou encore :

$$\varepsilon_v = m_{vC} \cdot m_G \sigma'_{oct} \quad 2-64$$

$$m_G = 1 + \frac{m_{vG}}{m_{vC}} \frac{\tau'_{oct}}{\sigma'_{oct}} \quad 2-65$$

Nous avons ainsi, dans l'équation (2-64), tenu compte du changement de volume dû à l'anisotropie dans le calcul du coefficient de compressibilité du squelette. En effet, nous traitons deux cas (cf. Annexe) :

- Premier cas : Déformation plane
- Deuxième cas : Symétrie de révolution

2.3.5. Loi des contraintes effectives

En mécanique des sols, la contrainte effective est définie par l'équation générale donnée par TERZAGHI (1923) :

$$\sigma' = \sigma - p \quad 2-66$$

Dans notre étude, le milieu poreux est non saturé, donc les pores sont remplis d'air et d'eau. La pression interstitielle totale p se compose d'une pression u_w transmise par l'eau et de u_a transmise par l'air. Les pressions transmises par l'eau (u_w) et l'air (u_a) sont l'excédent de la pression de l'eau, respectivement de l'air sur la pression atmosphérique.

BISHOP (1961) a défini la contrainte totale comme suit :

$$\sigma = \sigma' + \chi u_w + (1 - \chi) u_a \quad 2-67$$

χ est un coefficient qui représente le pourcentage de la section occupée par l'eau (voir paragraphe 3.7).

L'équation (2-67) peut s'écrire :

$$\sigma = \sigma' + u_a - \chi (u_a - u_w) \quad 2-68$$

La valeur $(u_a - u_w)$ est la succion matricielle ψ . SKEMPTON (1961) et JENNINGS et al. (1962) ont montré expérimentalement la validité de la loi de Bishop. Le coefficient χ dépend du degré de saturation du milieu et varie entre 0. et 1. Nous désignons par p une **pression interstitielle équivalente** qui permet d'appliquer le principe des contraintes effectives. Cette pression interstitielle équivalente qui contient la succion matricielle est :

$$p = u_a - \chi (u_a - u_w) \quad 2-69$$

p : la pression du fluide interstitiel (air + eau)

u_a : la pression de l'air interstitiel

u_w : la pression de l'eau interstitielle

χ : le coefficient de Bishop

Les contraintes effectives sous forme matricielle deviennent :

$$[\sigma'] = [\sigma] - [p] \quad 2-70$$

ou :

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \text{sym.} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ & & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} & \tau_{xz} \\ \text{sym.} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ & & \sigma_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ \text{sym.} & p & 0 \\ & & p \end{bmatrix}$$

2.3.6. Equations d'équilibre et des déformations

Si l'on fait l'hypothèse que le milieu est en équilibre statique à un instant donné, les équations d'équilibre en fonction des contraintes totales sont les suivantes :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad 2-72a$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0 \quad 2-72b$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma = 0 \quad 2-72c$$

où l'axe Oz est vertical;

γ = poids volumique du sol

Or, les déformations en fonction du déplacement sont :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad 2-73a$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad 2-73b$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad 2-73c$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad 2-73d$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad 2-73e$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad 2-73f$$

u, v, w sont les déplacements dans les directions x, y et z

D'après le principe des travaux virtuels, on peut multiplier les équations (2-72) par un déplacement infintésimal, et on obtient [WASHIZU, 1975; ZIENKIEWICZ, 1979] :

$$\int_V \left[\Delta u \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \Delta v \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + \Delta w \left(\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \gamma \right) \right] dV = 0 \quad 2-74$$

D'autre part, le théorème de la divergence de Gauss nous donne :

$$\int_V \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta u \, dV = \int_S \sigma_x n_x \Delta u \, dS - \int_V \sigma_x \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \, dV \quad 2-75a$$

ou encore :

$$\int_V \sigma_x \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \, dV = \int_V \Delta \varepsilon_x \sigma_x \, dV \quad 2-75b$$

En introduisant (2-75) dans l'équation (2-74), on obtient :

$$\begin{aligned} & - \int_V \left[(\Delta \varepsilon_x \sigma_x + \Delta \varepsilon_y \sigma_y + \Delta \varepsilon_z \sigma_z + \Delta \varepsilon_{xy} \tau_{xy} + \Delta \varepsilon_{zx} \tau_{zx} + \Delta \varepsilon_{yz} \tau_{yz}) - (\Delta w \gamma) \right] dV \\ & + \int_S \left[\Delta u (\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{yz} n_z) + \Delta v (\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_y) + \Delta w (\tau_{xy} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z) \right] dS = 0 \end{aligned}$$

$$[n] = [n_x, n_y, n_z] : \text{vecteur normal à la surface } S \quad 2-76$$

Les termes de la seconde intégrale correspondent aux efforts appliqués sur le pourtour, l'équation (2-76) peut alors s'écrire sous une forme matricielle :

$$\int_V \{\Delta\epsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \{\Delta\delta\}\{\gamma\} dV - \int_V \{\Delta\delta\}\{T\} dS = 0 \quad 2-77$$

$\{\Delta\epsilon\} = [\Delta\epsilon_x, \Delta\epsilon_y, \Delta\epsilon_z, \Delta\epsilon_{xy}, \Delta\epsilon_{yz}, \Delta\epsilon_{zx}]$: déformations

$\{\sigma\} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$: contraintes totales

$\{\gamma\} = [0, 0, \gamma]$: poids volumique

$\{\Delta\delta\} = [\Delta u, \Delta v, \Delta w]$: déplacements

$\{T\} = [T_x, T_y, T_z]$: forces appliquées au pourtour

Nous obtenons donc une équation matricielle qui est fonction des déplacements $\{\delta\}$ et des contraintes totales $\{\sigma\}$.

2.4. EQUATIONS DIFFERENTIELLES D'EVOLUTION DU MILIEU TRIPHASIQUE

Dans un milieu non saturé, nous distinguons trois cas possibles en fonction du degré de saturation [BARDEN, 1965] (Fig. 2.3a et 2.3b). Dans ces figures, les paramètres sont :

n_a : Pourcentage du volume d'air [$n(1-S_r)$]

n_w : Pourcentage du volume d'eau [$n S_r$]

n_s : Pourcentage du volume de solide [$1-n$]

k_{ra} : Perméabilité relative à l'air

k_{rw} : Perméabilité relative à l'eau

S_r : Degré de saturation

$S_{r_{min}}$: Degré de saturation résiduel

$S_{r_{oc}}$: Degré de saturation d'occlusion

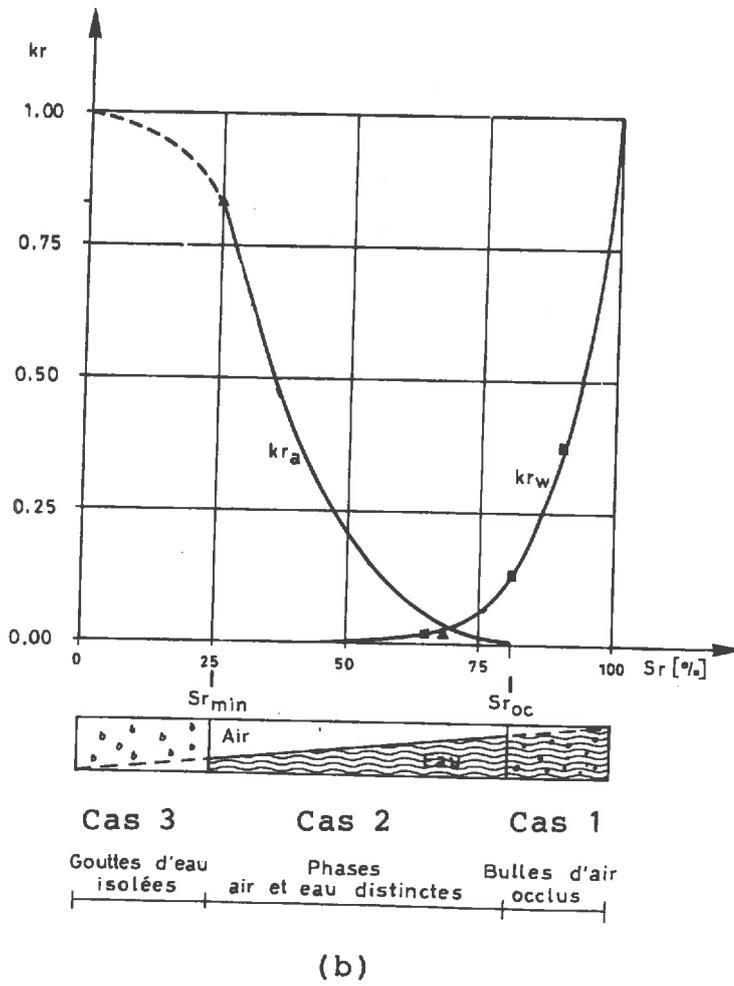
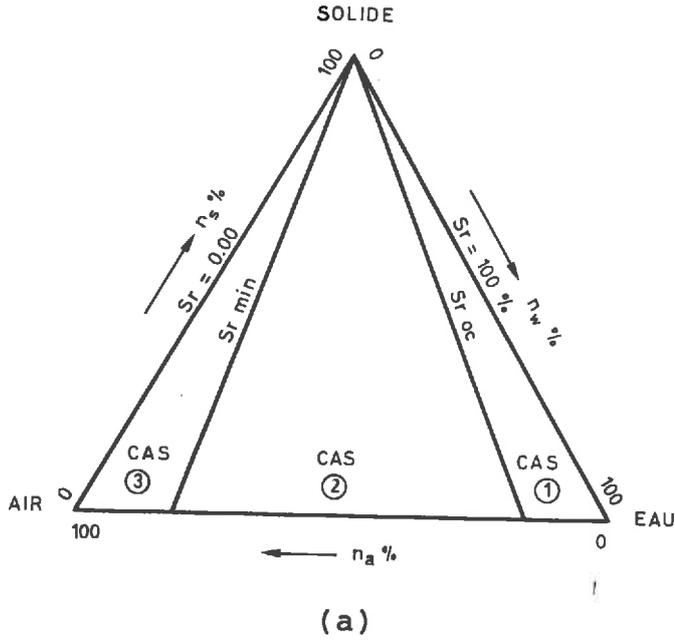


Fig. 2.3 : Les trois degrés de saturation caractéristiques

2.4.1. Cas 1

Le degré de saturation se trouve au-dessus d'un degré de saturation critique que nous appelons "le degré de saturation d'occlusion S_{rOc} ". Dans ce cas, seule l'eau s'écoule à travers le milieu poreux. L'air est sous forme de bulles attaché aux grains.

Les équations de continuité sont (2-31) et (2-32) :

$$\operatorname{div} (\rho_w v_w) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} [\rho_w (S_r n)] \Delta V$$

$$\operatorname{div} (\rho_s v_s) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} [\rho_s (1-n)] \Delta V$$

Hypothèse : Les grains et l'eau sont indéformables, donc ρ_s et ρ_w sont constants. Les équations (2-31) et (2-32) deviennent :

$$\operatorname{div} (v_w) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V) \quad 2-78$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1-n) \Delta V] = 0 \quad 2-79$$

où le terme $\frac{\partial}{\partial t} (n S_r \Delta V)$ est :

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_r \Delta V) = \frac{\partial n}{\partial t} S_r \Delta V + \frac{\partial S_r}{\partial t} n \Delta V + \frac{\partial (\Delta V)}{\partial t} n S_r \quad 2-80$$

D'après la loi de succion (Fig. 4.9), ψ est fonction du degré de saturation S_r et de la porosité du milieu n . On peut donc écrire :

$$\frac{\partial S_r}{\partial t} = \frac{\partial S_r}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} \cdot \frac{\partial n}{\partial t} \quad 2-81a$$

Définissons s comme **capacité spécifique de saturation** :

$$s = \frac{\partial S_r}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} \quad 2-81b$$

L'équation (2-79) prend la forme :

$$\frac{\partial(1-n)}{\partial t} \Delta V + \frac{\partial(\Delta V)}{\partial t} (1-n) = 0 \quad 2-82a$$

d'où :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1-n}{\Delta V} \frac{\partial(\Delta V)}{\partial t} \quad 2-82b$$

Le terme de $\frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V)$ devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V) = s \cdot n \Delta V \frac{\partial n}{\partial t} + S_r \Delta V \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{n}{1-n} S_r \Delta V \frac{\partial n}{\partial t} \quad 2-83a$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V) = \left(s \cdot n + S_r + \frac{n}{1-n} S_r \right) \Delta V \frac{\partial n}{\partial t} \quad 2-83b$$

D'autre part, en remplaçant la valeur $\frac{\Delta V}{V}$ par l'équation (2-64b), on a :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \left(m_{VC} \cdot m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \right) \quad 2-84$$

En introduisant l'équation (2-84) dans (2-83b) et en égalant à l'équation (2-78), on a :

$$\text{div} (v_w) = [s \cdot n (1-n) + S_r] \left(m_{VC} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \right) \quad 2-85a$$

ou :

$$- \text{div} \frac{k_w}{\gamma_w} \text{grad} u_w = [s \cdot n (1-n) + S_r] \left(m_{VC} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \right) \quad 2-85b$$

Si l'on pose $m_a = s \cdot n (1-n) + S_r$, l'équation de consolidation sera :

$$\boxed{- \text{div} \left(\frac{k_w}{\gamma_w} \text{grad} u_w \right) = m_a m_{VC} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t}} \quad 2-86$$

Cas particulier :

monoaxial et saturé

On a :

$$m_G = 1 \text{ (isotropé)}$$

$$m_a = 1 \text{ (saturé)}$$

$$\frac{\partial \sigma'_{Oct}}{\partial t} = - \frac{\partial u_w}{\partial t}$$

On a :

$$k_w \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} = \gamma_w m_{VC} \frac{\partial u_w}{\partial t} \quad 2-87$$

ou encore :

$$\frac{k_w}{\gamma_w m_{VC}} = c_v$$

d'où :

$$c_v \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} = \frac{\partial u_w}{\partial t} \quad (\text{équation de TERZAGHI}) \quad 2-88$$

2.4.2. Cas 2

Le degré de saturation se trouve entre le degré de saturation d'occlusion S_{rOC} et le degré de saturation résiduel S_{rmin} .

Dans ce cas, l'eau et l'air sont continues (funiculaires).

L'eau et l'air s'écoulent simultanément, mais distinctement.

Les équations de continuité multipliées par g nous donnent :

- **air**

$$\text{div} (\gamma_a v_a + \gamma_y^H v_w) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} \gamma_a (1 - S_r + H S_r) n \Delta V \quad 2-89a$$

- **eau** $\text{div} (v_w) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} n S_r \Delta V \quad 2-89-b$

- **grains** $\text{div} (v_s) \Delta V = \frac{\partial}{\partial t} (1-n) \Delta V \quad 2-89c$

Nous développons le deuxième membre de l'équation (2-89a) :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\gamma_a (1 - S_r + H S_r) n \Delta V] = \frac{\partial}{\partial t} [\gamma_a [n \Delta V - (1-H) S_r n \Delta V]] \quad 2-90a$$

$$= n \Delta V [1 - (1-H) S_r] \frac{\partial \gamma_a}{\partial t} + \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} [n \Delta V - (1-H) S_r n \Delta V] \quad 2-90b$$

où :

$$\begin{aligned} & \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} [n \Delta V - (1-H) S_r n \Delta V] \\ &= \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V) - (1-H) \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V) \end{aligned} \quad 2-90c$$

Dans cette équation (2-90), le terme $\frac{\partial}{\partial t} (S_r n \Delta V)$ est égal au deuxième membre de l'équation (2-89b). En remplaçant ce terme par sa valeur dans l'équation (2-91), on obtient :

$$\begin{aligned} & \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} [n \Delta V - (1-H) S_r n \Delta V] \\ &= \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V) - (1-H) \gamma_a (\text{div } v_w) \Delta V \end{aligned} \quad 2-90d$$

et le deuxième membre de l'équation (2-89a) devient :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [\gamma_a (1 - S_r + H S_r) n \Delta V] \\ &= n \Delta V [1 - (1-H) S_r] \frac{\partial \gamma_a}{\partial t} + \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V) - (1-H) \gamma_a \text{div}(v_w) \Delta V \end{aligned} \quad 2-91$$

ou encore :

$$\begin{aligned} & \text{div} (\gamma_a v_a + \gamma_a H v_w) \Delta V + (1-H) \gamma_a \text{div} (v_w) \Delta V \\ &= n \Delta V [1 - (1-H) S_r] \frac{\partial \gamma_a}{\partial t} + \gamma_a \frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V) \end{aligned} \quad 2-92$$

D'autre part, on a :

$$\operatorname{div} (\gamma_a v_w) = \gamma_a \operatorname{div} v_w + v_w \operatorname{grad} \gamma_a$$

$$\gamma_a = \gamma_{a_0} \frac{u_a}{u_{a_0}} \quad (2-47)$$

$$v_w = \frac{k_w}{\gamma_w} \operatorname{grad} u_w \quad (2-42)$$

d'où :

$$\operatorname{div} (\gamma_a v_w) = \gamma_{a_0} \frac{u_a}{u_{a_0}} \operatorname{div} \left(\frac{k_w}{\gamma_w} \operatorname{grad} u_w \right) + \frac{\gamma_{a_0} k_w}{u_{a_0} \gamma_w} \operatorname{grad} v_w \operatorname{grad} u_a$$

Dans cette équation, le terme $\frac{\gamma_{a_0} k_w}{u_{a_0} \gamma_w} \operatorname{grad} v_w \operatorname{grad} u_a$ peut être négligé, car les gradients des pressions u_a et u_w sont faibles, dans notre cas [BEAR, 1972]. On peut écrire :

$$(1-H) \gamma_a \operatorname{div} (v_w) = \operatorname{div} [(1-H) \gamma_a v_w] \quad 2-93$$

On obtient :

$$\operatorname{div} (v_a + v_w) \Delta V = n \Delta V [1 - (1-H) S_r] \frac{\partial \gamma_a}{\partial t} \frac{1}{\gamma_{a_0}} + \frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V)$$

2-94

En admettant que les grains sont incompressibles, l'équation (2-89c) donne l'expression de $\frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V)$ suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (n \Delta V) = \frac{\partial (\Delta V)}{\partial t} = \Delta V \left[m_{VC} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \right] \quad 2-95$$

puis, en remplaçant le terme $\frac{\partial \gamma_a}{\partial t}$ par l'équation (2-51), l'équation de la consolidation, dans le deuxième cas, devient finalement :

$$\text{div} \left(\frac{k_a}{\gamma_a} \text{grad } u_a + \frac{k_w}{\gamma_w} \text{grad } u_w \right) = n m_{va} \left(1 - S_r + H S_r \right) \frac{\partial u_a}{\partial t} - \left(m_{vc} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \right) \quad 2-96$$

Ainsi, les écoulements d'air et d'eau sont couplés. L'équation différentielle (2.96) correspond à un fluide compressible dont la vitesse est égale à la somme de la vitesse de l'air et de l'eau.

2.4.3. Cas 3

Le degré de saturation se trouve en dessous du degré de saturation résiduel (S_{rmin}). Dans ce cas, l'eau reste liée aux grains. L'air s'écoule seul. Ce cas n'a aucun intérêt pratique. On peut considérer le milieu comme sec. Le tassement instantané est prépondérant.

2.5. FORMULATION MATHÉMATIQUE DES DÉFORMATIONS DIFFÉRÉES

Nous développons dans ce paragraphe les équations qui régissent les déformations différées. Les deux groupes d'équations seront traités à l'aide de la technique des éléments finis, formulée par ZIENKIEWICZ (1973).

2.5.1. Développement des équations d'équilibre et des déformations

L'équation (2-77) peut être considérée comme une combinaison d'équations de compatibilité en terme de contraintes [DYSLI, 1977]. En introduisant les contraintes totales par l'équation (2-70) dans (2-77), on obtient une équation dans laquelle interviennent les déplacements et des pressions interstitielles :

$$\int_V \{\Delta \epsilon\}^T \{\Delta \sigma\} dV - \int_V \{\Delta \delta\}^T \{\gamma\} dV - \int_S \{\Delta \delta\}^T \{T\} dS = 0$$

où : $\{\gamma\}$ = le poids volumique
 $\{T\}$ = les forces appliquées sur le pourtour
 $\{\delta\}$ = les déplacements nodaux (u, v, w)

Nous pouvons écrire sous forme matricielle :

- Les contraintes totales : $\{\sigma\} = \{\sigma'\} + \{P\}$ 2-70
- Les déformations : $\{\Delta \epsilon\} = [B] \{\Delta \delta\}$ 2-97
- Les contraintes effectives : $\{\Delta \sigma'\} = [D] \{\Delta \epsilon\}$ 2-1
- Les pressions interstitielles : $\{P\} = [N] \{p_i\}$ 2-98

p_i = pression interstitielle nodale

$[B]$ = matrice des déplacements (Annexe A1-2)

$[D]$ = matrice d'élasticité (Annexe A1-3)

$[N]$ = matrice de pondération des pressions
 interstitielles (Annexe A1-4)

En introduisant ces équations (2-70), (2-97), (2-1), (2-98) dans l'équation (2-77), on obtient :

$$\begin{aligned} & \int_V [B]^T \{\Delta \delta\}^T [D] [B] \{\Delta \delta\} dV - \int_V [B]^T \{\Delta \delta\}^T [N] \{p_i\} dV \\ & = \int_V \{\Delta \delta\}^T \{\gamma\} dV + \int_S \{\Delta \delta\}^T \{T\} dS \end{aligned} \quad 2-99$$

Ceci est valable pour n'importe quels déplacements, donc $\{\Delta \delta\}^T$ peut être unitaire. D'où :

$$\int_V [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV - \int_V [B]^T [N] \{p_i\} dV = \int_V \{\gamma\} dV + \int_S \{T\} dS \quad 2-100$$

Les forces extérieures sont :

$$\{F\} = \int_V \{\gamma\} dV + \int_S \{T\} dS \quad 2-101$$

On arrive finalement à :

$$\int_V [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV - \int_V [B]^T [N] \{p_i\} dV = \{F\} \quad 2-102$$

Si l'on exprime :

$$\int_V [B]^T [D] [B] dV = [K] \quad \text{Matrice de rigidité} \quad 2-103a$$

$$\int_V [B]^T [N] dV = [H] \quad \text{Matrice des pressions} \\ \text{interstitielles (percolation)} \quad 2-103b$$

on a :

$$\boxed{[K]\{\delta\} + [H]\{p\} = \{F\}} \quad 2-104$$

qui est l'équation d'équilibre sous forme matricielle.

2.5.2. Développement des équations de la consolidation

2.5.2.a) Cas 1 : $S_r > S_{rOc}$

Reprenons l'équation (2-86)

$$- \operatorname{div} (k_w \operatorname{grad} u_w) = \gamma_w m_a \cdot m_{vc} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t}$$

Explicitons les pressions de l'eau u_w et de l'air u_a en fonction de la pression p du liquide (air + eau).

On a :

- pression interstitielle (2-69) : $p = u_a - \chi (u_a - u_w)$
- succion matricielle : $\psi = u_a - u_w$

On en tire :

$$p = u_w + (1 - \chi) \psi \quad 2-105a$$

$$p = u_a - \chi \psi \quad 2-105b$$

χ = paramètre de Bishop

Supposons que la distribution de $\text{grad } p$ dans l'espace est satisfaite par les relations suivantes :

$$\text{grad } u_w = B_w \text{ grad } p \quad 2-106a$$

$$\text{grad } u_a = B_a \text{ grad } p \quad 2-106b$$

sous une forme matricielle :

$$- \text{ eau : } \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_w}{\partial x} \\ \frac{\partial u_w}{\partial y} \\ \frac{\partial u_w}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{wx} & 0 & 0 \\ & B_{wy} & 0 \\ & \text{sym} & B_{wz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad 2-107$$

$$- \text{ air : } \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_a}{\partial x} \\ \frac{\partial u_a}{\partial y} \\ \frac{\partial u_a}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} & 0 & 0 \\ & B_{ay} & 0 \\ & \text{sym} & B_{az} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad 2.108$$

Calculons les valeurs B_a et B_w :

En dérivant les équations (2-105a) et (2.105b) par rapport à x , on obtient :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \chi) \psi] \quad 2-109a$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_a}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (\chi \psi) \quad 2-109b$$

ou encore :

$$\frac{\partial u_w}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \chi) \psi] / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-110a$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 + \frac{\partial}{\partial x} [\chi \psi] / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-110b$$

d'où :

$$B_{wx} = \left[1 - \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \chi) \psi] / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-111a$$

$$B_{ax} = \left[1 + \frac{\partial}{\partial x} [\chi \psi] / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-111b$$

Le terme $\frac{\partial}{\partial x} [\chi \psi]$ peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\chi \psi] = \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial x} \psi + \frac{\partial \psi}{\partial S_r} \cdot \frac{\partial S_r}{\partial x} \chi \quad 2-112$$

ou :

$$\frac{\partial}{\partial x} [\chi \psi] = \left[\frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi + \frac{\partial \psi}{\partial S_r} \chi \right] \frac{\partial S_r}{\partial x} \quad 2-113$$

S_r = Degré de saturation

En remplaçant ce terme par sa valeur dans l'équation (2-111), on obtient :

$$B_{W_x} = \left[1 - \left(\frac{\partial \psi}{\partial S_r} (1 - \chi) + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right) \frac{\partial S_r}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-114a$$

$$B_{a_x} = \left[1 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial S_r} \chi + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right) \frac{\partial S_r}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \right] \quad 2-114b$$

En effectuant la même opération par rapport à y et à z, on obtient finalement les coefficients B_a et B_w :

$$B_{W_x} = 1 - \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} (1 - \chi) + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \quad 2-115a$$

$$B_{a_x} = 1 + \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} \chi + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \quad 2-115b$$

$$B_{W_y} = 1 - \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} (1 - \chi) + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial y} / \frac{\partial p}{\partial y} \quad 2-115c$$

$$B_{a_y} = 1 + \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} \chi + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial y} / \frac{\partial p}{\partial y} \quad 2-115d$$

$$B_{W_z} = 1 - \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} (1 - \chi) + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial z} / \frac{\partial p}{\partial z} \quad 2-115e$$

$$B_{a_z} = 1 + \left[\frac{\partial \psi}{\partial S_r} \chi + \frac{\partial \chi}{\partial S_r} \psi \right] \frac{\partial S_r}{\partial z} / \frac{\partial p}{\partial z} \quad 2-115f$$

Comme nous connaissons les deux lois $\psi = \psi(S_r)$ et $\chi = \chi(S_r)$ (paragraphes 3.2 et 3.7) ainsi que la distribution de p et de S_r dans l'espace, nous pouvons facilement calculer les coefficients B_a et B_w .

Dans le cas d'un milieu sec ou saturé, les dérivées $\frac{\partial S_r}{\partial x}$, $\frac{\partial S_r}{\partial y}$ sont nulles, donc B_a ou B_w prennent la valeur 1.

D'autre part, la loi de contrainte (2-70) donne :

$$\frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{oct}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-116$$

L'équation de la consolidation (2-86) devient :

$$\text{div} (k_w B_w \text{grad } p) = \gamma_w \cdot m_a \cdot m_{vc} \cdot m_G \left(\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{oct}}{\partial t} \right) \quad 2-117$$

Si l'on admet que le milieu est composé (discrétisé) d'un certain nombre d'éléments, les coefficients de l'équation (2-117) sont constants pour chaque élément. On peut donc écrire :

$$k_x B_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y B_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z B_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \gamma_w m_a m_{vc} m_G \left(\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{oct}}{\partial t} \right)$$

Posons :

$$\frac{\partial \sigma_{oct}}{\partial t} = A_{mc} \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-119$$

Ici, A_{mc} représente l'effet de Mandel - Cryer [MANDEL, 1957; RICHARDS, 1974; MURAY, 1979]. En effet, durant la consolidation, les contraintes totales changent même si la charge appliquée reste constante. Si A_{mc} est égal à zéro, on a une théorie qui ne tient pas compte des équations d'équilibre. C'est la théorie dite pseudo-consolidation de Rendulic [SCHIFFMANN, 1969]. Finalement, nous obtenons l'équation de la consolidation suivante :

$$c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c_{vy} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c_{vz} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-120$$

avec les coefficients de consolidation :

$$c_{vx} = \frac{k_{wx} B_{wx}}{\gamma_w m_a m_{vc} m_G (1 - A_{mc})} \quad 2-121a$$

$$c_{vy} = \frac{k_{wy} B_{wy}}{\gamma_a m_a m_{vc} m_G (1 - A_{mc})} \quad 2-121b$$

$$c_{vz} = \frac{k_{wz} B_{wz}}{\gamma_a m_a m_{vc} m_G (1 - A_{mc})} \quad 2-121c$$

2.5.2.b) Cas 2 : $S_{rmin} < S_r < S_{roc}$

On a comme équation du phénomène (2-96) :

$$\begin{aligned} & \operatorname{div} \left(\frac{k_a}{\gamma_a} \operatorname{grad} u_a + \frac{k_w}{\gamma_w} \operatorname{grad} u_w \right) \\ & = n m_{va} [1 - S_r H S_r] \frac{\partial u_a}{\partial t} - m_{vc} m_G \frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} \end{aligned} \quad 2-122$$

Le premier membre de cette équation se présente comme dans le premier cas. En remplaçant les valeurs de $\operatorname{grad} u_a$ et de $\operatorname{grad} u_w$ par leurs valeurs respectives obtenues dans le premier cas (2-107), (2-108), on obtient pour le premier membre :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_{ax} \cdot B_{ax}}{\gamma_a} + \frac{k_{wx} \cdot B_{wx}}{\gamma_w} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \left(\frac{k_{ay} \cdot B_{ay}}{\gamma_a} + \frac{k_{wy} \cdot B_{wy}}{\gamma_w} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \\ & + \left(\frac{k_{az} \cdot B_{az}}{\gamma_a} + \frac{k_{wz} \cdot B_{wz}}{\gamma_w} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \end{aligned} \quad 2-123$$

Occupons-nous maintenant du deuxième membre :

D'une part :

$$\frac{\partial \sigma'_{oct}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{oct}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial t} (1 - A_{mc}) \quad 2-124$$

D'autre part, on connaît la distribution de p et u_a dans l'espace au temps t_1 , donc on peut écrire, en admettant que le rapport u_a/p reste constant pendant Δt :

$$c = \frac{u_a}{p} \quad 2-125$$

d'où :

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} = c \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{u_a}{p} \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-126$$

Le deuxième membre devient alors :

$$n m_{va} (1 - S_r + H S_r) \frac{u_a}{p} \frac{\partial p}{\partial t} + m_{vc} m_G (1 - A_{mc}) \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-127$$

Nous savons que $m_{va} = \frac{1}{u_a}$ (2-51).

On a finalement :

$$\left[\frac{n}{p} (1 - S_r + H S_r) + m_{vc} m_G (1 - A_{mc}) \right] \frac{\partial p}{\partial t} \quad 2-128$$

Les coefficients de consolidation deviennent donc :

$$c_{vx} = \frac{k_{ax} B_{ax} + \frac{\gamma_a}{\gamma_w} k_{wx} B_{wx}}{\gamma_a \left[\frac{n}{p} (1 - S_r + H S_r) + m_{vc} m_G (1 - A_{mc}) \right]} \quad 2-129a$$

$$c_{vy} = \frac{k_{ay} B_{ay} + \frac{\gamma_a}{\gamma_w} k_{wy} B_{wy}}{\gamma_a \left[\frac{n}{p} (1 - S_r + H S_r) + m_{vc} m_G (1 - A_{mc}) \right]} \quad 2-129b$$

$$c_{vz} = \frac{k_{az} B_{az} + \frac{\gamma_a}{\gamma_w} k_{wz} B_{wz}}{\gamma_a \left[\frac{n}{p} (1 - S_r + H S_r) + m_{vc} m_G (1 - A_{mc}) \right]} \quad 2-129c$$

L'expression est donc la même que dans le cas 1 :

$$\boxed{c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c_{vy} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c_{vz} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial t}} \quad 2-130$$

2.5.3. Couplage des équations

D'une part, on a l'expression de p en fonction des valeurs nodales (2-98)

$$\{p\} = [N] \{p_i\}$$

Le premier membre de l'équation (2-130) devient :

$$c_{vx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [N] \{p_i\} + c_{vy} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [N] \{p_i\} + c_{vz} \frac{\partial^2}{\partial z^2} [N] \{p_i\} \quad 2-131$$

ou encore :

$$\left(c_{vx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [N] + c_{vy} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [N] + c_{vz} \frac{\partial^2}{\partial z^2} [N] \right) \{p_i\} \quad 2-132$$

Posons :

$$[L] = c_{vx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [N] + c_{vy} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [N] + c_{vz} \frac{\partial^2}{\partial z^2} [N] \quad 2-133$$

d'où :

$$c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c_{vy} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c_{vz} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = [L] \{p\} \quad 2-134$$

D'autre part, la pression au centre est une fonction des coordonnées qui se traduit par l'expression :

$$\left[N(\bar{x}, \bar{y}) \right] \{\bar{p}\} = [\bar{N}] \{p\} \quad 2-135$$

avec :

$$N(\bar{x}, \bar{y}) = [\bar{N}] \quad 2-136$$

La dérivée par rapport au temps est :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p_{t+\Delta t} - p_t}{\Delta t} \quad 2-137$$

Ainsi, le deuxième membre devient :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}] \{p\}_t - [\bar{N}] \{p\}_{t+\Delta t} \right] \quad 2-138$$

ce qui revient à dire que l'évolution de la pression pendant Δt est linéaire. On a donc, en égalisant les équations (2-135) et (2-138) :

$$[L]\{p\} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}]\{p\}_t - [\bar{N}]\{p\}_{t+\Delta t} \right] \quad 2-139$$

Avec $p = \frac{1}{2} (p_{t_1} + p_{t_2})$, l'équation (2-139) devient :

$$[L] \left\{ \frac{p_{t_1} + p_{t_2}}{2} \right\} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}]\{p\}_{t_1} - [\bar{N}]\{p\}_{t_2} \right] \quad 2-140a$$

ou encore :

$$\left[\frac{\Delta t}{2} [L] + [\bar{N}] \right] \{p\}_{t_2} = \left[[\bar{N}] - \frac{\Delta t}{2} [L] \right] \{p\}_{t_1} \quad 2-140b$$

Posons :

$$\left[[\bar{N}] - \frac{\Delta t}{2} [L] \right] \{p\}_{t_1} = \{F_2\} \quad 2-141a$$

$$\left[\frac{\Delta t}{2} [L] + [\bar{N}] \right] = [C] \quad 2-141b$$

On obtient finalement :

$$\boxed{[C]\{p\} = \{F_2\}} \quad 2-142$$

Nous arrivons ainsi à deux équations sous forme matricielle :

1) l'équation d'équilibre (2-104) :

$$[K]\{\delta\} + [H]\{p\} = \{F_1\}$$

2) l'équation de la consolidation (2-142) :

$$[C]\{p\} = \{F_2\}$$

Finalement, les équations couplées deviennent :

$$\begin{bmatrix} [K] & [H] \\ 0 & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad 2.143$$

où :

[K] : matrice de rigidité

[H] : matrice de percolation

[C] : matrice de consolidation

{ δ } : déplacements nodaux

{p} : pressions nodales

{F₁} : charges extérieures

{F₂} : premier membre de l'équation de la consolidation

La résolution de ces équations et le choix de l'équation de pondération pour calculer les différentes matrices seront discutés dans le chapitre 4. Les paramètres de ces équations sont non linéaires. La résolution numérique peut se faire par une méthode incrémentale en tenant compte des conditions initiales et limites.

3. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MILIEU NON SATURE

3.1. INTRODUCTION

Le présent chapitre est consacré à l'étude des paramètres du milieu non saturé que nous avons utilisés dans le chapitre 2.

Certains de ces paramètres sont des caractéristiques mécaniques et hydrauliques (physiques) qui traduisent les propriétés du milieu triphasique. Les autres paramètres mentionnés dans le chapitre 2 sont des coefficients qui peuvent être calculés à partir de ces derniers.

Nous présentons d'abord une formulation mathématique (théorique) de ces caractéristiques puis leur mode de détermination en laboratoire. Dans les cas où l'on ne connaît pas les valeurs des paramètres, nous proposons une méthode originale permettant l'évaluation de ces valeurs à partir des limites d'Atterberg.

Dans la partie théorique, les paramètres sont donnés sous forme de fonctions mathématiques, permettant de calculer leur valeur durant l'évolution du milieu non saturé, de son degré de saturation et des contraintes effectives.

3.2. SUCCION

On appelle **succion** ψ la dépression qui maintient deux phases - l'air et l'eau - en équilibre lorsque le sol n'est soumis à aucune contrainte extérieure [VERBRUGGE, 1974]. Cette définition contient deux notions distinctes de la succion. La première s'appelle la succion matricielle, due aux effets capillaires, la seconde est la succion osmotique due aux phénomènes d'osmose liés à la présence de sels dissous dans l'eau. Dans notre cas, nous considérons que les conditions chimiques et

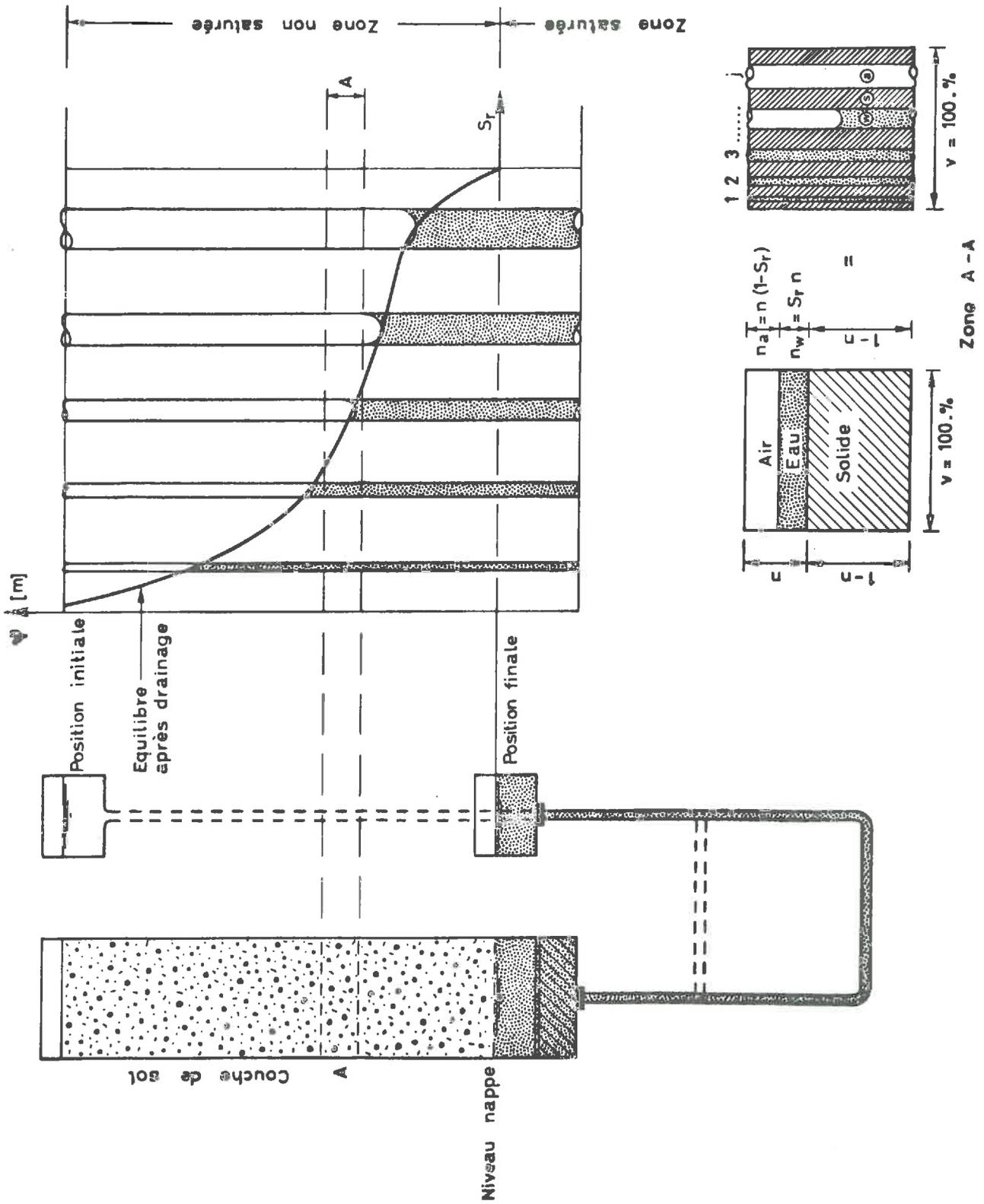


Fig. 3.1 : Représentation d'un milieu poreux par des tubes capillaires

thermiques ne changent pas; ainsi, la succion osmotique reste constante et elle n'est pas fonction de la saturation. Seule la succion matricielle interviendra donc dans la suite.

3.2.1. Détermination analytique de la succion

Schématisons le milieu poreux par un ensemble de tubes capillaires de rayons différents (modèle capillaire [voir DULLIEN, 1979; THIRRIOT, 1969] (Fig. 3.1).

La remontée capillaire dans un tube représente une dépression. La formule de Jurin donne la hauteur de montée capillaire H_C (Fig. 3.2)

$$H_C = \frac{2T \cos \theta}{r \gamma_w} \quad 3-1$$

- où :
- r = le rayon du ménisque
 - T = la tension superficielle
 - θ = l'angle de mouillage

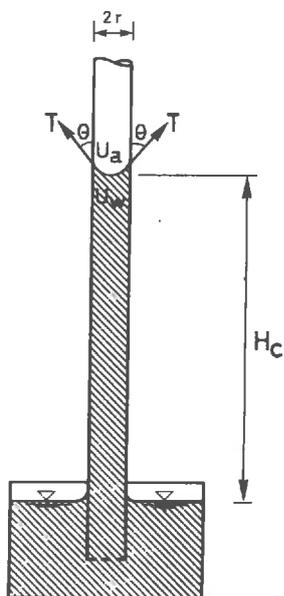


Fig. 3.2 :
Tube capillaire

D'autre part, la condition d'équilibre s'écrit :

$$\psi = u_a - u_w = \frac{2T \cos \theta}{r} \quad 3-2$$

et :

$$u_a - u_w = \gamma_w H_c \quad 3-3$$

On considère que $\frac{2T \cos \theta}{\gamma_w}$ est une constante pour un fluide donné. Elle vaut pour l'eau environ $0.15 \cdot 10^{-4}$ [m²].

On aura :

$$\psi = \gamma_w \frac{0.15 \cdot 10^{-4}}{r} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4}}{r} \quad [\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}] \quad 3-4$$

où :

$$\gamma_w = 9.81 \approx 10 \quad [\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}]$$

$$r = \text{le rayon du tube capillaire} \quad [\text{m}]$$

$$\psi = u_a - u_w : \text{ la succion matricielle} \quad [\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}]$$

L'équation (3-4) montre que la succion peut être calculée si la fonction de distribution des rayons des pores est connue.

a) Fonction de variation des rayons des pores

La fonction de variation a , en général, la même allure que la courbe granulométrique. Cette fonction, de type exponentiel, est appelée porosimétrie [SOEIRO, 1964; KEZDI, 1980]. Les études de SRIDHARAM et al. (1971), RIEKE III et al. (1974), ont conduit à une méthode expérimentale permettant de déterminer la variation des rayons des pores. Elle est fonction du rapport du volume d'eau et du volume d'air (Fig. 3.3).

Nous proposons l'expression nouvelle suivante :

$$r = A 10^{-\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}} \quad 3-5$$

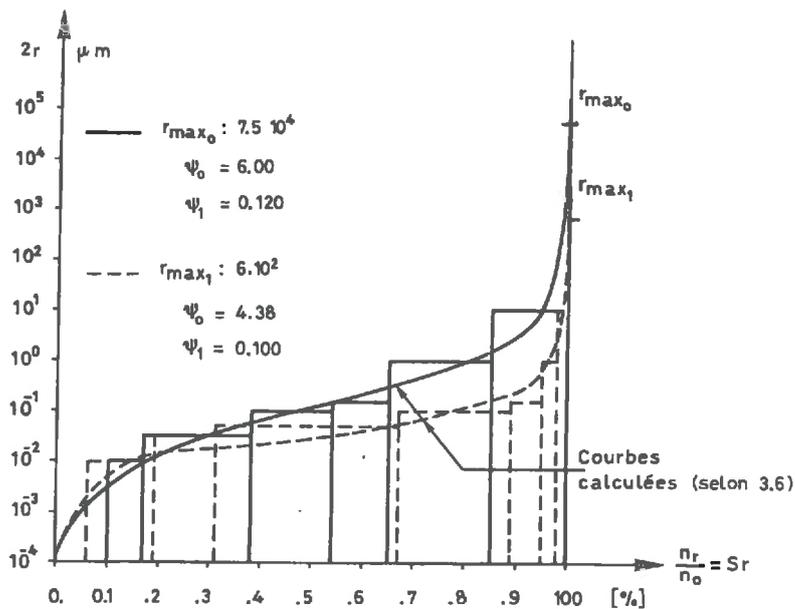
pour : $S_r = 100 \%$

$$r = A = r_{\max} \quad (\text{Fig. 3.3})$$

d'où :

$$r = r_{\max} 10^{-\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}} \quad 3-6$$

où ψ_0 et ψ_1 sont des caractéristiques du milieu poreux qui traduisent la structure et la variation des pores ainsi que l'adsorption.



Valeurs observées tirées de l'article
de A. Sridharan et al (1971)

Fig. 3.3 : Variation des rayons des pores avec S_r

b) **Expression analytique de la succion**

Les recherches antérieures ont permis d'établir une relation entre la succion et le degré de saturation [HOUPERT, 1974]. On peut citer en particulier LEVERETT (1941) qui a introduit pour la première fois une fonction sans dimension connue sous le nom de Fonction de Leverett. A ce sujet, on consultera également SCHEIDEGGER (1963). Les effets de l'adsorption (eau liée) et de la géométrie des pores (topologie) sont trop complexes pour que l'on puisse en établir un modèle mathématique simple. En introduisant la fonction (3-6) dans l'équation (3-1), on obtient :

$$H_C = \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w \cdot r} = \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w r_{\max} 10^{-\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}} \quad 3-7a$$

ou encore :

$$H_C = \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w r_{\max}} 10^{\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}} \quad 3-7b$$

Comme la succion peut atteindre des valeurs très élevées, SHOFIELD (1935) [cité par CRONEY et al., 1952] a introduit la notion de pF qui est le \log_{10} de la dépression, exprimée en centimètres de hauteur d'eau :

$$pF = \log_{10} H_C = \log \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w r_{\max}} + \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} \quad 3-8$$

Dans cette expression, $\log \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w r_{\max}}$ est négligeable. Cela signifie que le rayon des plus gros pores est d'environ 0.15 cm. Autrement dit, pour 1 cm de succion, r_{\max} sera égal à 0.15 cm environ. Finalement, l'expression de pF devient (Fig. 3.4) :

$$pF = \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}$$

3-9

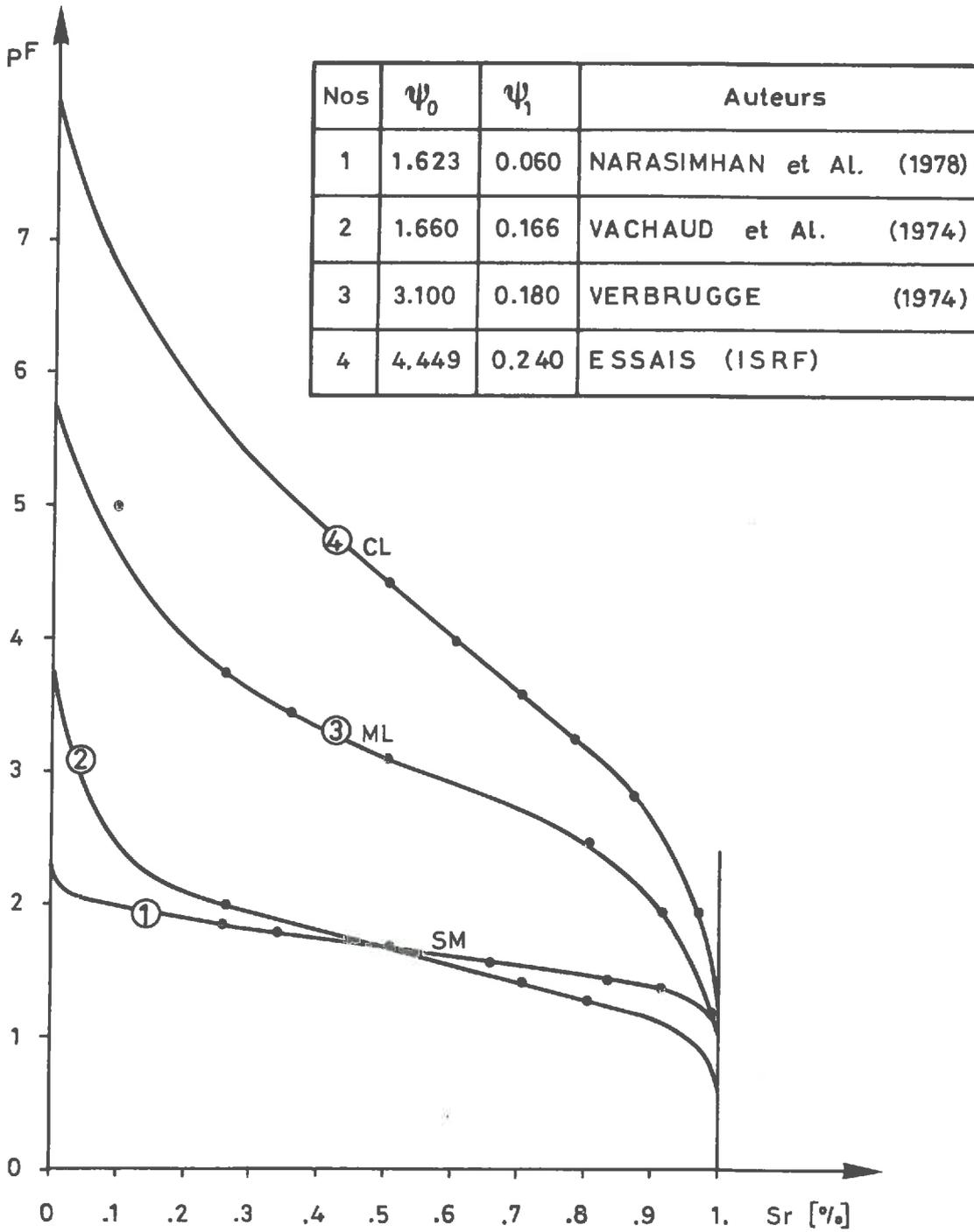


Fig. 3.4 : Succion exprimée en pF en fonction de S_r

La courbe de la succion pF en fonction de S_r est ainsi représentée par une fonction analytique dont les coefficients ψ_0 et ψ_1 traduisent les propriétés du sol. Ces deux coefficients peuvent être déterminés à partir de la valeur de pF et de celle de la pente de la courbe de succion, lorsque le degré de saturation S_r vaut 50 % (Fig. 3.7; paragraphe 3.2.2.). La figure 3.4 donne la variation de ces caractéristiques physiques selon le type du sol.

Comme nous venons de le voir, la succion est une fonction du rayon des pores. Donc, plus les grains sont petits (comme dans l'argile), plus les forces capillaires sont importantes. La courbe de succion en fonction du degré de saturation ou de la teneur en eau est différente si l'on se trouve en phase d'humidification ou de drainage. Il se produit donc un phénomène d'hystérèse. La succion est plus forte en drainage qu'en humidification, pour un degré de saturation donné. Cela signifie que la relation $\psi - S_r$ n'est pas bi-univoque. MUALEM et al. (1980), BEAR (1972), POULOVASSILIS et al. (1971) ont expliqué ce phénomène par "l'effet du goulot" (ink-bottle effect) [Fig. 3.5a] et par le changement de l'angle de mouillage (Fig. 3.5b), ainsi que par la présence d'air piégé qui diminue le degré de saturation [Fig. 3.5c].

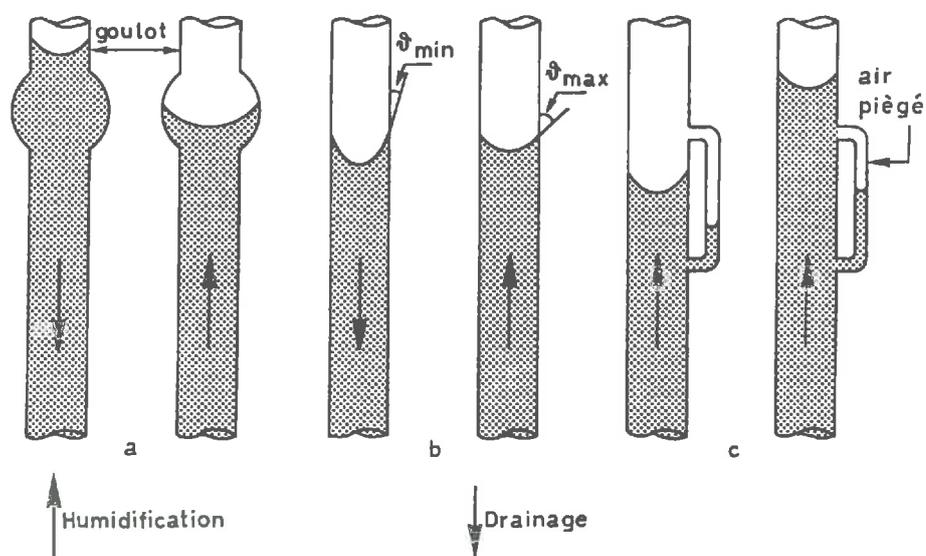


Fig. 3.5 : Effet du sens de l'écoulement

ANDREI (1966) a donné une explication énergétique faisant intervenir un travail spécifique de mouillage. Les tubes capillaires (Fig. 3.5) aboutissent à des vides relativement grands formant des goulots. En phase de drainage, l'eau des goulots est prisonnière jusqu'au moment où la succion devient suffisamment élevée pour vider les tubes voisins. En humidification, par contre, l'eau se concentre tout d'abord dans les tubes de faible rayon avant de remplir les grands pores. La succion de drainage est donc conditionnée par le rayon des tubes en connexion, alors qu'en humidification elle dépend du rayon des grands tubes capillaires. PARLANGE (1976), MUALEM (1977) et CASE et al. (1979) ont essayé d'exprimer ce phénomène d'hystérésis par un modèle mathématique. Nous adoptons l'expression analytique de Mualem, en introduisant un exposant α caractérisant le milieu poreux.

Pour un pF donné, on a :

$$se_D = (se_H)^\alpha \left[2 - (se_H)^\alpha \right] \quad 3-10$$

où $se = \frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}}$ Degré de saturation effectif

Indice D : Drainage

Indice H : Humidification (Fig. 3.6)

3.2.2. Définition de la frange capillaire

a) Définition physique :

La frange capillaire est une zone de dépression où l'eau occupe presque la totalité des pores. Elle est donc saturée, mais la pression interstitielle est inférieure à la pression atmosphérique.

b) Définition analytique :

Son épaisseur H_c est définie à partir de la valeur de pF_c dans l'équation de la droite AB qui est la tangente au point A ($S_r = 0.50$), lorsque S_r vaut 100 % (Fig. 3.7).

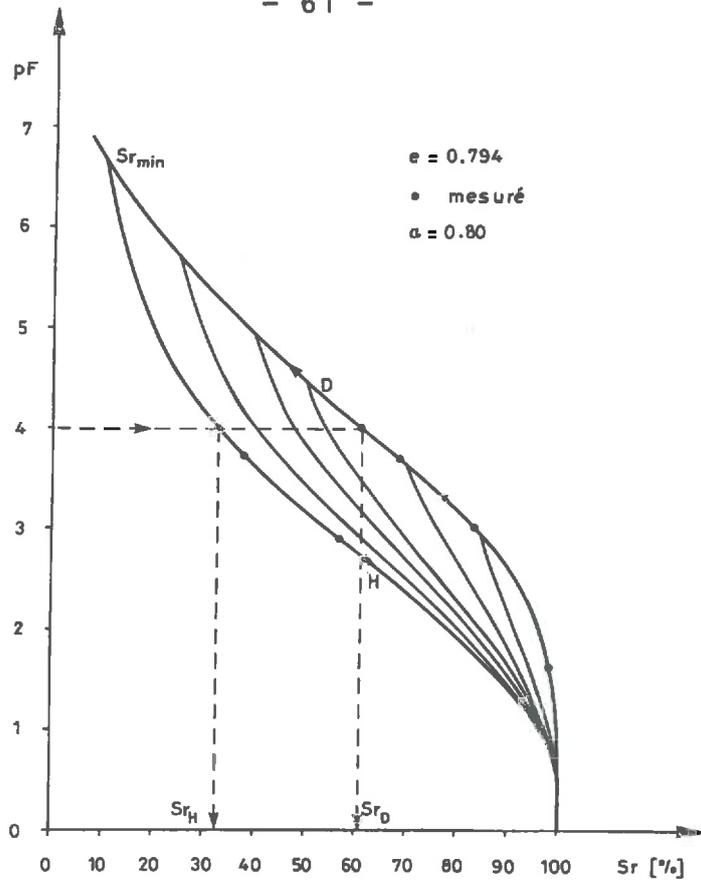


Fig. 3.6 : Variation de la succion pF en fonction du degré de saturation S_r

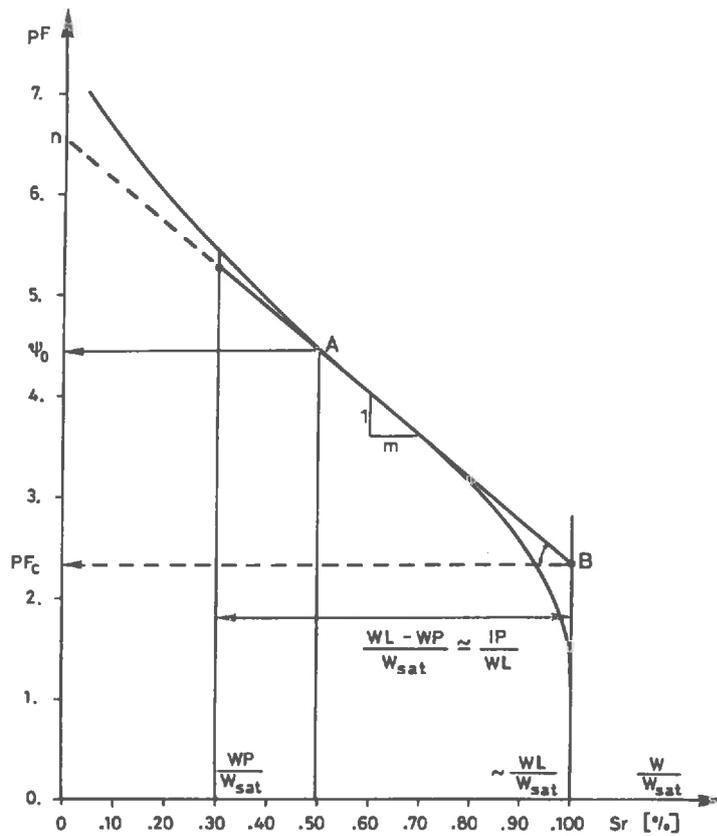


Fig. 3.7 : Détermination de pF_C

L'équation de la droite AB est :

$$pF = m S_r + n \quad 3-11a$$

où :

$$m = \left. \frac{\partial pF}{\partial S_r} \right|_{S_r = 0.50} = -4 \psi_0 \psi_1 \quad 3-11b$$

$$n = pF \Big|_{S_r = 0.50} = \psi_0 - 2 \psi_0 \psi_1 \quad 3-11c$$

Ceci donne pour $S_r = 100 \%$:

$$pF_c = \psi_0 (1 - 2 \psi_1) \quad 3-11d$$

d'où l'épaisseur de la frange capillaire :

$$H_c = 10^{pF_c} \text{ [cm]} \quad 3-12$$

3.2.3. Influence de la compressibilité du milieu poreux sur la succion

Les ingénieurs du pétrole et les agronomes ont étudié à de nombreuses occasions le phénomène de succion. Ils considèrent que le milieu est indéformable. Par contre, du point de vue du génie civil, le milieu est soumis à des contraintes et à des déformations qui nous amènent à considérer le changement du volume des pores.

Lorsque le milieu est comprimé sous l'effet de forces extérieures, le volume des pores diminue, c'est-à-dire que le rayon des tubes capillaires diminue aussi et passe de la valeur r_0 à r_1 (Fig. 3.8).

L'équation (3-1) donne :

$$H_{c_1} r_1 = H_{c_0} r_0 = \frac{2T \cos \theta}{\gamma_w} = \text{cte} \quad 3-13a$$

En écrivant sous forme logarithmique :

$$\log H_{C_1} = \log \left(H_{C_0} \frac{r_0}{r_1} \right) = \log H_{C_0} + \log \left(\frac{r_0}{r_1} \right) \quad 2-13b$$

Calculons le rapport $\frac{r_0}{r_1}$ en fonction des caractéristiques du milieu ψ_0 et ψ_1 . L'équation (3-6b) donne :

$$\frac{r_0}{r_1} \frac{r_{\max_0} 10^{-\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}}{r_{\max_1} 10^{-\psi_1 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}} = \frac{r_{\max_0}}{r_{\max_1}} \cdot 10^{\Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}} \quad 3-14a$$

où : $\Delta\psi_0 = \psi_{0_0} - \psi_{0_1} \quad 3-14b$

ou encore :

$$\log \frac{r_0}{r_1} = \log \left(\frac{r_{\max_0}}{r_{\max_1}} \right) - \Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} \quad 3-14c$$

Nous avons les conditions aux limites suivantes :

1. $S_r = 100 \%$ $\frac{r_{\max_0}}{r_{\max_1}} = b$
2. $S_r = 50 \%$ $\frac{r_0}{r_1} = a = b 10^{-\Delta\psi_0}$
3. $S_r < S_{r_{\min}}$ $\frac{r_0}{r_1} = 1$

Les deux paramètres a et b sont donc les rapports des diamètres des tubes maxima et moyens. Maintenant, nous déterminons ces deux paramètres en fonction des autres grandeurs connues.

Le changement de volume total des vides est :

$$\Delta V_0 - \Delta V_1 = \Delta(\Delta V) \quad 3-15a$$

ou bien :

$$\eta L_0 \pi \bar{r}_0^2 - \eta L_1 \pi \bar{r}^2 = \Delta(\Delta V) \quad 3-15b$$

L = Longueur de tubes

η = nombre de tubes

ou encore :

$$\eta L_0 \pi \bar{r}_0^2 \left(1 - \frac{L_1 \bar{r}_1^2}{L_0 \bar{r}_0^2} \right) = \Delta(\Delta V) \quad 3-15c$$

où :

$$\eta L_0 \pi \bar{r}_0^2 = n_0 \Delta V_{T_0} \quad 3-15d$$

$$\Delta(\Delta V) = (n_1 - n_0) \Delta V_{T_0} \quad 3-15e$$

avec : ΔV_{T_0} = le volume total

En introduisant l'expression (3-15d) dans l'équation (3-15c), on a :

$$\frac{\bar{r}_0}{\bar{r}_1} = \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}} = a \quad 3-16a$$

D'autre part, la condition 3 donne :

$$1 = b 10^{-\Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1}} \quad 3-16b$$

d'où :

$$b = 10^{\Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1}} \quad 3-16c$$

La condition 2 donne :

$$b = a 10^{\Delta\psi_0} \quad 3-16d$$

En remplaçant a et b par leur valeur, on obtient :

$$10^{\Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1}} = \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}} 10^{\Delta\psi_0} \quad 3-17a$$

d'où :

$$\Delta\psi_0 = \frac{\log \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}}}{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - 1} \quad 3-17b$$

où $\log \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}}$ est une fonction de la porosité. Calculons ce facteur :

On a :

$$L_1 = L_0 - \Delta L \quad 3-18a$$

$$n_1 = n_0 - \Delta n \quad 3-18b$$

d'où :

$$\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1} = \frac{(L_0 - \Delta L)(n_1 + \Delta n)}{L_0 n_1} = \frac{L_0 n_1 - \Delta L n_1 + \Delta L \Delta n}{L_0 n_1} \quad 3-19a$$

En négligeant $\Delta n \Delta L$, on obtient :

$$\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1} = 1 - \frac{\Delta L}{L_0} \quad 3-19b$$

On peut écrire :

$$\frac{\Delta L}{L_0} \approx \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad 3-20$$

Donc :

$$\log \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}} = \frac{1}{2} \cdot 2.3 \cdot \ln \left(1 - \frac{\Delta e}{1 + e_0} \right) \quad 3-21$$

D'autre part, on a :

$$\ln \left(1 - \frac{\Delta e}{1 + e_0} \right) = - \frac{\Delta e}{1 + e_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^2 + \dots \quad 3-22a$$

ou :

$$\ln \left(1 - \frac{\Delta e}{1 + e_0} \right) \approx - \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \quad 3-22b$$

Finalement, on obtient :

$$\log \sqrt{\frac{L_1 n_0}{L_0 n_1}} = - \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} = - \left(\frac{e_1 - e_0}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \quad 3-23$$

où ψ_2 est une constante qui caractérise la compressibilité du sol.

L'équation (3-16b) devient ainsi :

$$\Delta\psi_0 = \frac{- \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2}}{\left(\frac{1 - S_{r\min}}{S_{r\min}} \right)^{\psi_1} - 1} \quad 3-24$$

En remplaçant $\log \left(\frac{r_{\max_1}}{r_{\max_0}} \right)$ dans l'équation (3-14c), on a :

$$\log \left(\frac{r_0}{r_1} \right) = \Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_{r\min}}{S_{r\min}} \right)^{\psi_1} - \Delta\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} \quad 3-24a$$

ou encore :

$$\log \left(\frac{r_0}{r_1} \right) = \Delta\psi_0 \left[\left(\frac{1 - S_{r\min}}{S_{r\min}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} \right] \quad 3-24b$$

En remplaçant la valeur de $\Delta\psi_0$ (3-17b) :

$$\log \left(\frac{r_0}{r_1} \right) = \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \left[\frac{\left(\frac{1 - S_{r\min}}{S_{r\min}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}{\left(\frac{1 - S_{r\min}}{S_{r\min}} \right)^{\psi_1} - 1} \right] \quad 3-24c$$

Finalement, l'expression de la succion (3-13b) devient :

$$\log H_{C_1} = \log H_{C_0} = \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \left[\frac{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - 1} \right]$$

3-25a

ou : $pF_1 = pF_0 + \Delta pF$ 3-25b

où :

$$\Delta pF = \left(\frac{\Delta e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \left[\frac{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - 1} \right]$$
3-25c

Les figures 3.8 et 3.9 représentent le graphique de cette fonction. Nous avons obtenu une bonne concordance avec les valeurs tirées de la thèse de VERBRUGGE (1974) et les essais que nous avons effectués au Laboratoire de mécanique des sols de l'EPFL. Les valeurs indiquées sur les figures ont été mesurées avant les essais, après compactage mécanique de l'échantillon.

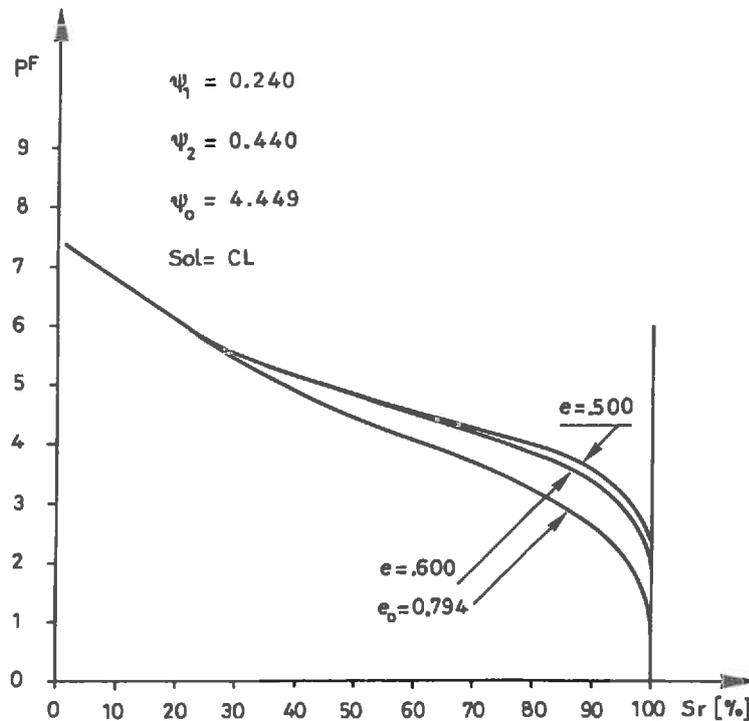
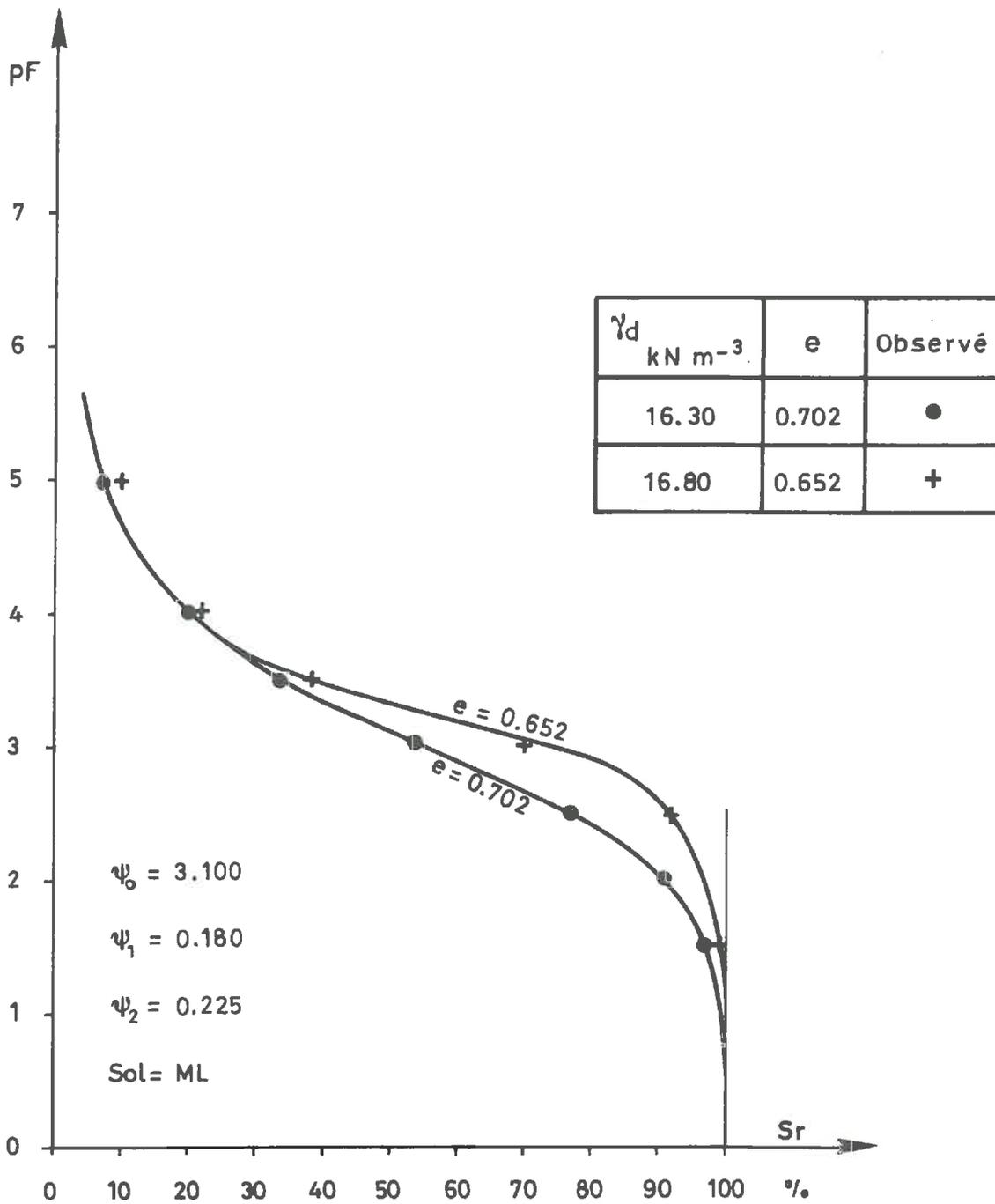


Fig. 3.8 : Diagramme de $pF - S_r$ en fonction de l'indice de vide

3.2.4. Détermination de la succion en laboratoire

La courbe $pF - S_r$ peut s'établir en laboratoire au moyen d'essais particuliers pour une porosité donnée. Les techniques les plus utilisées [CRONEY et al., 1952; BRADY, 1974, et Recommandations CRB-R4 2/78] consistent à faire subir à l'eau de l'échantillon des dépressions successives et à mesurer la teneur en eau à l'équilibre, à chaque pas.

Dans notre Laboratoire, nous avons utilisé un appareil appelé "la marmite à pression" pour des valeurs allant de 0 à 1500 $kN \cdot m^{-2}$ (Fig. 3.10).



Valeurs observées tirées de la thèse de
 J.C. Verbrugge (1974)

Fig. 3.9 : Courbes $PF - S_r$ pour deux indices de vide

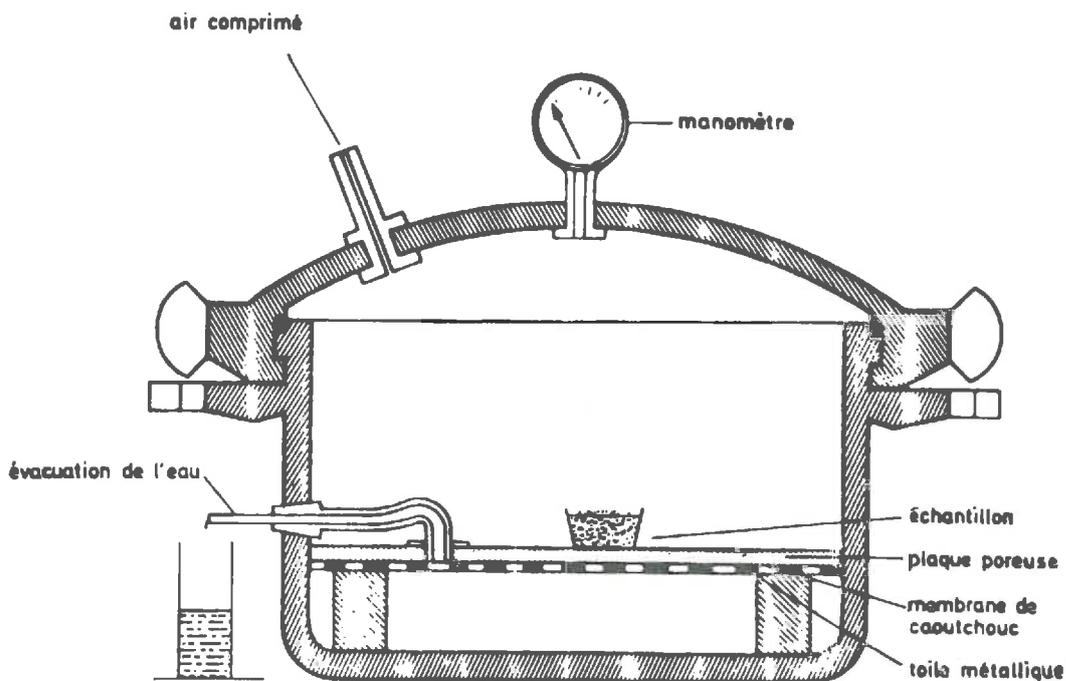


Fig. 3.10 : Marmite à pression
[Tiré du Traité d'Agrohydrologie
du Prof. Dr P. REGAMEY]

3.2.5. Estimation des coefficients de succion ψ_0 , ψ_1 et ψ_2

L'essai à la marmite à pression permet de déterminer la succion dans l'état lâche du sol. Cela permet d'obtenir une méthode d'estimation basée sur une corrélation avec les limites d'Atterberg qui donne des valeurs minima pour ψ_0 , ψ_1 et ψ_2 . La figure 3.7 montre qu'il y a une relation entre les limites de consistance, la pente moyenne de la courbe $pF - S_r$ et le point pF_c , si nous admettons que w_{sat} est égale à w_L .

Avec les valeurs que nous avons tirées de la littérature et de nos essais, nous avons établi la corrélation suivante :

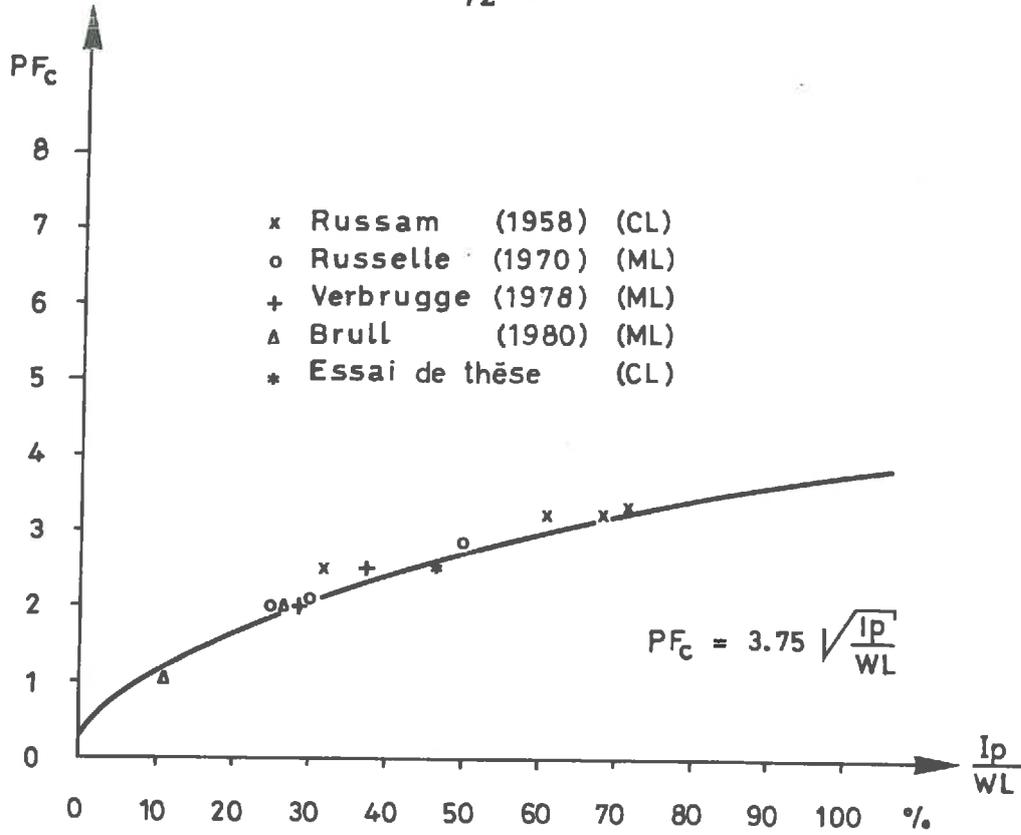


Fig. 3.11 : Variation de pression capillaire en fonction de I_p/w_L

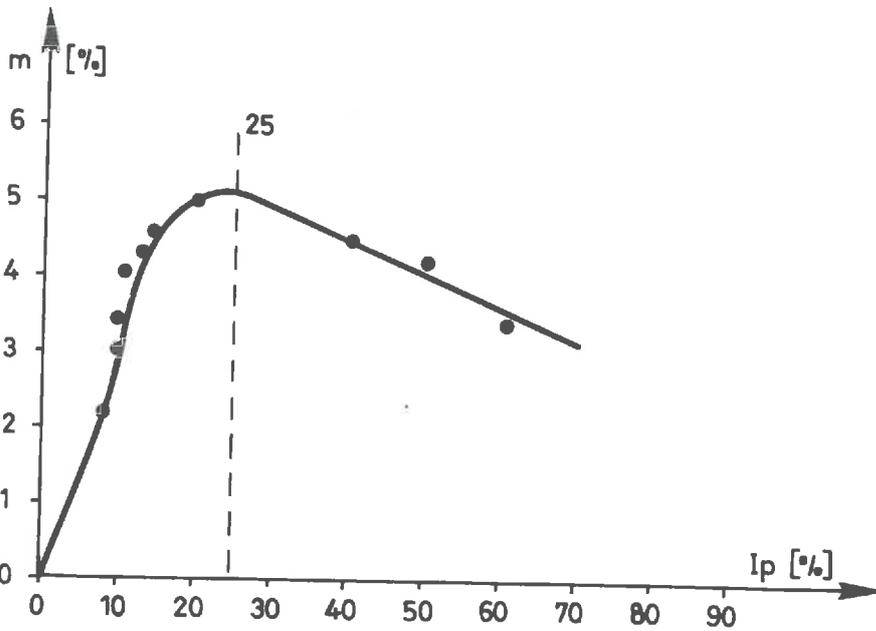


Fig. 3.12 : Variation de la pente de la fonction de succion avec I_p

$$pF_c = 3.75 \sqrt{\frac{I_p}{w_L}} \quad 3-26$$

$$I_p < 25 \quad m = 10^{-3} I_p^2 (2.5 - 0.233 I_p) + 0.298 I_p \quad 3-27a$$

$$I_p > 25 \quad m = 6.26 - 0.046 I_p \quad 3-27b$$

(Fig. 3.12)

Comme nous avons les expressions (3-11b) et (3-11d) :

$$m = 4 \psi_0 \psi_1$$
$$pF_c = \psi_0 (1 - 2 \psi_1)$$

d'où l'on tire :

$$\psi_0 = \frac{2 pF_c + m}{2} \quad 3-28a$$

$$\psi_1 = \frac{m}{2(2pF_c + m)} \quad 3-28b$$

En connaissant les deux coefficients ψ_1 et ψ_0 , on peut calculer la courbe de succion, puisque nous connaissons l'expression de la succion (3-9) :

$$pF = \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}$$

Nous admettons pour ψ_2 :

$$\psi_2 = 2 \psi_1 \quad 3-28c$$

Il faut cependant noter que cette corrélation est basée sur un nombre restreint de mesures.

3.3. PERMEABILITES D'UN MILIEU POREUX

On dit qu'un milieu est perméable s'il contient des pores communiquant entre eux, permettant l'écoulement d'un fluide. Si la vitesse de l'écoulement est proportionnelle au gradient hydraulique, il existe un coefficient caractéristique du milieu poreux, appelé le coefficient de perméabilité de Darcy k_0 [LT^{-1}].

3.3.1. Détermination analytique des coefficients de perméabilité

Utilisons à nouveau le modèle de la succion, dans lequel on assimile les pores à des tubes capillaires de rayon r variable. La loi de Poiseuille nous donne [RECORDON, 1974] :

$$v_e = \frac{\gamma_f \bar{r}^2}{8 \eta} i_e \quad 3-29$$

avec :

- v_e = vitesse effective
- γ_f = poids volumique du fluide
- \bar{r} = rayon moyen des tubes capillaires
- η = viscosité dynamique
- i_e = gradient hydraulique effectif

Si l'on introduit dans cette expression le rayon hydraulique, on obtient l'équation de KOZENY. De nombreux auteurs [KAELIN, 1977] ont exprimé ce rayon hydraulique en fonction du diamètre caractéristiques des grains et de la porosité du milieu. La particule d'eau, dans un milieu poreux, ne suit pas une trajectoire rectiligne (Fig. 3.13). Cette trajectoire dépend de l'orientation des grains et de la distribution des pores dans l'espace (Fig. 3.3). C'est pour cette raison que CARMAN en

1937 a introduit une variable T , appelée le coefficient de tortuosité du milieu [LEONARD, 1968; YONG - WARKENTIN, 1975]. La tortuosité est définie comme suit :

$$T = \frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{\text{Longueur de trajectoire}}{\text{Projection de trajectoire}} \quad 3-30$$

d'où le gradient hydraulique :

$$i_e = \frac{\Delta H}{\Delta s} = \frac{\Delta H}{T \Delta x} = \frac{i}{T} \quad 3-31$$

La vitesse v est égale à :

$$\vec{v} = n \vec{v}_e = \frac{\gamma_f \bar{r}^2}{8 \eta} \frac{n}{T} \vec{i} \quad 3-32$$

On pose :

$$k = \frac{\gamma_f n \bar{r}^2}{8 \eta T} = \frac{g}{8 \nu_f} \cdot \frac{n \bar{r}^2}{T} \quad 3-33$$

où $\nu_f = \frac{\eta}{\rho_f}$ est la viscosité cinématique

On peut alors écrire cette expression de k sous la forme du produit de deux fonctions particulières définies par SCHNEEBELI (1966) :

$$k = f_1 \left(\frac{g}{8\nu} \right) \cdot f_2 \left(\frac{n \bar{r}^2}{T} \right) \quad 3-34$$

où $f_1 \left(\frac{g}{8\nu} \right)$ est une fonction caractéristique du fluide k_f

$f_2 \left(\frac{n \bar{r}^2}{T} \right)$ est une fonction caractéristique du milieu k_g appelée la perméabilité géométrique du milieu poreux.

Elle traduit les propriétés géométriques du milieu. Sa grandeur dimensionnelle est $[L^2]$.

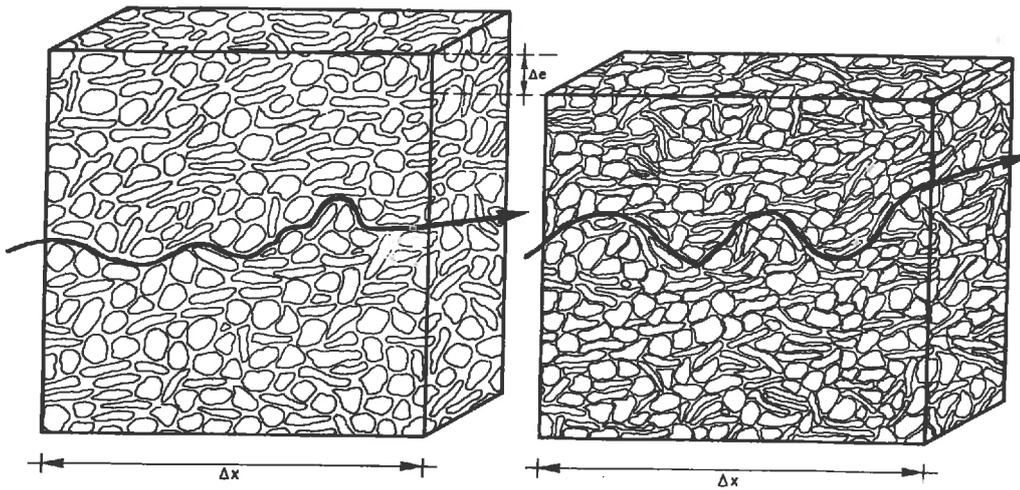


Fig. 3.13 : Trajectoire de l'eau dans un milieu poreux

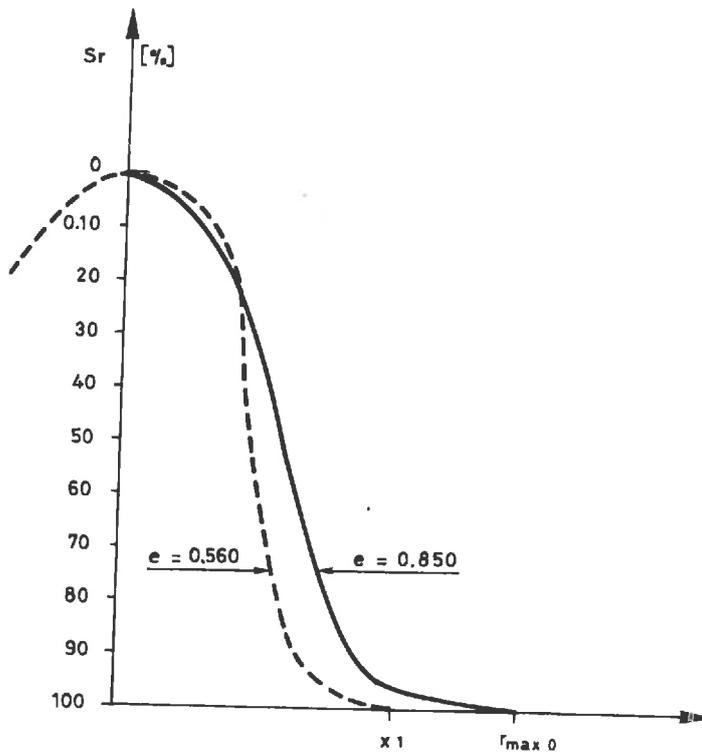


Fig. 3.14 : Distribution des rayons de pores

3.3.2. L'influence de la compressibilité du milieu poreux

La compressibilité agit directement sur la perméabilité géométrique, en diminuant le volume des vides et en modifiant la géométrie du réseau des pores, c'est-à-dire la tortuosité. Par exemple, au cours de la consolidation, le coefficient de perméabilité peut varier de 10^2 à 10^3 fois. Il est donc indispensable de connaître sa loi de variation.

De nombreux auteurs en ont proposé des expressions empiriques en fonction de l'indice de vide e [voir LEONARD, 1966; LONDON, 1952; VERDEYEN, 1966; BIRDER - POSICITT, 1975]. D'après LEONARD : "La loi logarithmique peut être souvent considérée comme correcte avec une bonne approximation". On peut donc aussi exprimer k par une loi exponentielle.

Nous la calculons avec le modèle des tubes capillaires. Dans le paragraphe consacré à la succion (3.2.), nous avons vu que le rayon r des tubes varie avec la compressibilité.

$$k_0 = k_f \frac{n_0 \bar{r}_0^2}{T_0} \quad 3-35a$$

$$k_1 = k_f \frac{n_1 \bar{r}_1^2}{T_1} \quad 3-35b$$

où k_f se rapporte au fluide, ou bien :

$$\frac{k_1}{k_0} = \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{T_0}{T_1} \cdot \frac{\bar{r}_1^2}{r_0^2} \quad 3-36$$

D'autre part, nous avons (3-16a) :

$$\frac{\bar{r}_1^2}{\bar{r}_0^2} = \frac{L_0 n_1}{L_1 n_0} = \frac{T_0 \Delta x n_1}{T_1 \Delta x n_0} = \frac{T_0 n_1}{T_1 n_0} \quad 3-37$$

En introduisant l'équation (3-37) dans (3-36), on trouve :

$$\frac{k_1}{k_0} = \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^2 \quad 3-38$$

La tortuosité est aussi une fonction de la porosité. On peut écrire :

$$\left(\frac{T_0}{T_1} \right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^c \quad 3-39$$

où c est une constante. Ainsi, nous avons :

$$\frac{k_1}{k_0} = \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{2+c} \quad 3-40a$$

Dans le cas général, on obtient :

$$\frac{k_1}{k_0} = \left(\frac{e_1}{e_0} \right)^\alpha \quad (\text{Fig. 3.15}) \quad 3-40b$$

où e : indice de vide

α : constante

Cette expression traduit assez bien non seulement l'influence des pores, mais aussi celle de la tortuosité. Par contre, elle ne tient pas compte de l'érosion ni du colmatage interne.

La perméabilité géométrique ne dépend pas du fluide et ne concerne donc que l'écoulement de l'air et celui de l'eau.

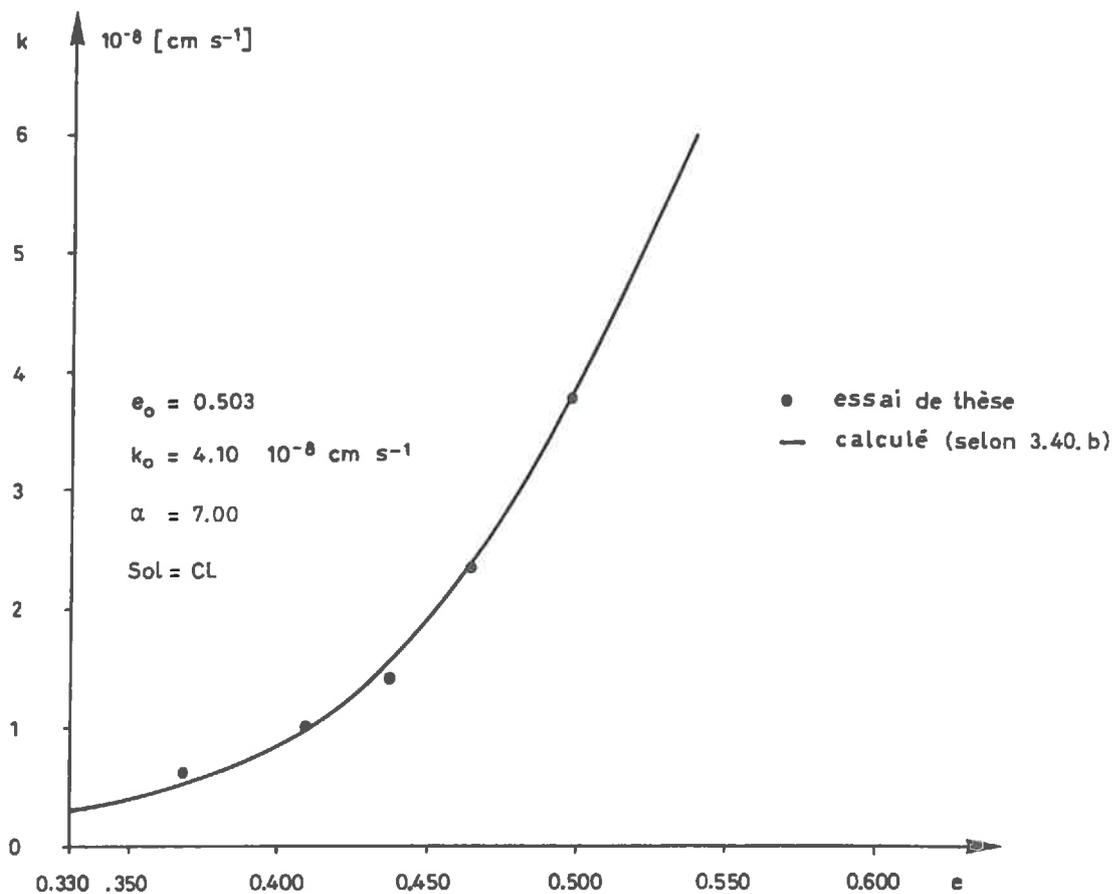


Fig. 3.15 : Coefficient de Darcy en fonction de l'indice de vide

3.3.3. Influence des caractéristiques des fluides

En mécanique des fluides, on ne différencie pas les liquides des gaz. Un gaz est un fluide compressible. Donc, si l'on connaît la perméabilité à l'eau, on peut calculer la perméabilité à l'air. En considérant que la perméabilité géométrique ne varie pas, l'expression (3-34) donne le terme de la perméabilité lié au fluide. Seule la viscosité cinématique intervient. Elle est le rapport de la viscosité dynamique μ du fluide à sa masse volumique ρ :

$$v = \frac{\mu}{\rho} [L^2 T^{-1}]$$

La viscosité ν décroît très rapidement quand la température s'élève. Donc la perméabilité augmente avec la température en raison inverse de la viscosité. SCHNEEBELI (1964) donne les valeurs de viscosité cinématique suivantes pour une température de 10° à 40°C (Fig. 3.16) :

$$\text{- eau : } \quad \nu_w = \frac{0.40}{T + 20} \quad [\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad 3-42a$$

$$\text{- air : } \quad \nu_a = 10^{-2}(13.27 + 0.093 T) \quad [\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad 3-42b$$

T : température [$^\circ\text{C}$]

SCHNEEBELI (1966) a montré que les termes dus à la compressibilité de l'air sont pratiquement négligeables vis-à-vis des termes de viscosité. Dans notre cas, comme nous avons un écoulement laminaire visqueux à travers les pores, on a :

$$\text{pour l'eau : } \quad k_w = \frac{g}{\nu_w} k_g \quad 3-43$$

où k_g : perméabilité géométrique

ν_w : viscosité cinématique de l'eau

Par définition, la perméabilité à l'air est :

$$k_a = \frac{g}{\nu_a} k_g \quad 3-43b$$

Si l'on remplace le terme gk_g par $k_w \nu_w$, on obtient :

$$k_a = \frac{\nu_w k_w}{\nu_a} = \frac{k_w}{\nu_a/\nu_w} \quad 3-44$$

La perméabilité à l'air peut donc être calculée en divisant la perméabilité à l'eau par ν_a/ν_w à la même température [KEZDI, 1979].

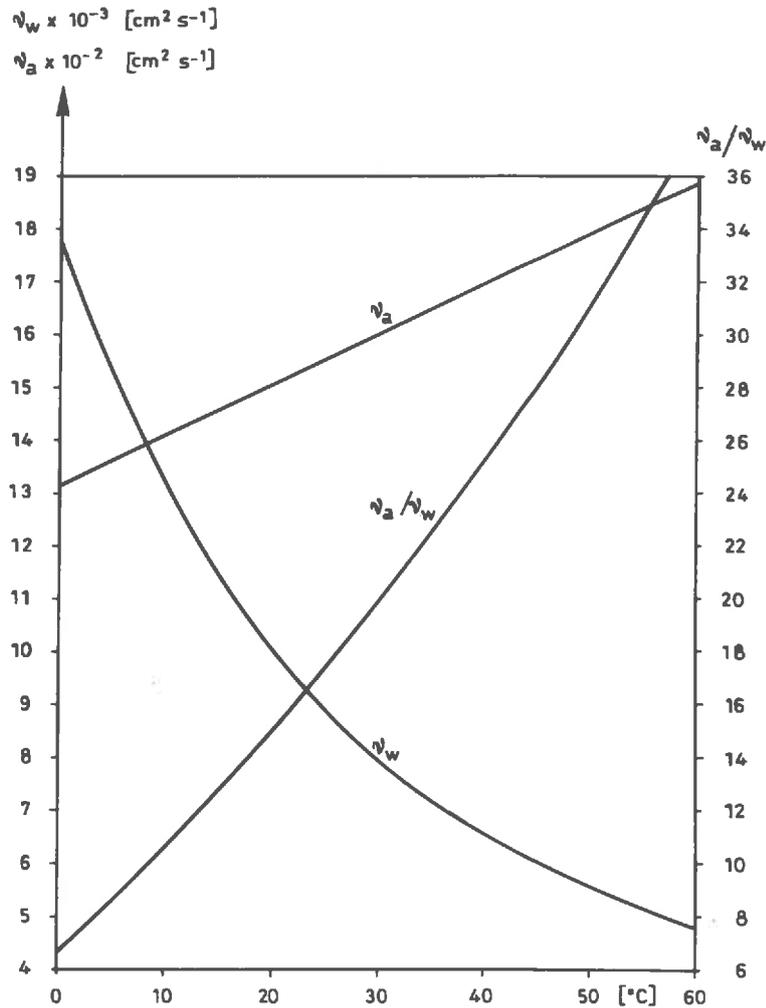


Fig. 3.16 : Viscosités en fonction de la température [°C]

3.3.4. Variation des perméabilités en fonction de la saturation

On sait que la présence de deux liquides (aire + eau) dans le milieu poreux réduit d'une manière nette la perméabilité, aussi bien à l'air qu'à l'eau. Il est évident que l'eau et l'air peuvent s'écouler simultanément si le degré de saturation reste entre deux valeurs particulières. La première est le degré de saturation résiduel ($S_{r_{min}}$), où l'eau recouvre les grains du squelette par une pellicule d'eau adsorbée (liée), ou bien se trouve sous forme de gouttes isolées. La seconde est le degré de saturation irréductible que nous appelons le degré de saturation d'occlusion ($S_{r_{oc}}$) à partir duquel l'air devient isolé, formant des bulles entourées par l'eau.

On définit la perméabilité relative par le rapport entre la perméabilité saturée et la perméabilité non saturée par définition :

$$k_{r_w} = \frac{k_{w_{ns}}}{k_{ws}} \quad \text{pour l'eau} \quad 3-45a$$

$$k_{r_a} = \frac{k_{a_{ns}}}{k_{as}} \quad \text{pour l'air} \quad 3-45b$$

où les indices signifient :

- r : relative
- w : eau
- a : air
- ns : non saturé
- s : saturé

De nombreux auteurs ont donné des formules empiriques ou théoriques [DULIEN, 1979; MUALEM et al., 1979]. La perméabilité relative est formulée en fonction du degré de saturation et de l'angle de mouillage. Ce dernier paramètre a une certaine valeur lors d'un drainage, une autre lors du mouillage, ces valeurs restant respectivement constantes.

Considérons à nouveau le modèle des tubes capillaires de différents rayons. L'équation générale de la perméabilité nous donne (3-33) :

$$k = \frac{g}{8\nu} n \frac{\bar{r}^2}{T} \quad 3-46$$

où $\bar{r} = \int_0^1 r \, dS_r$. En introduisant ce terme dans l'équation (3-45a), on obtient :

$$k_{rw} = \frac{T_s}{T_{ns}} \left[\frac{\int_0^{S_r} r \, d S_r}{\int_0^1 r \, d S_r} \right]^2 = Tr \left[\frac{\int_0^{S_r} r \, d S_r}{\int_0^1 r \, d S_r} \right]^2 \quad 3-47$$

où $Tr = \frac{T_s}{T_{ns}} = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^2$ est la tortuosité relative en fonction du degré de saturation proposée par BURDINE (1953).

On a :

$$r = r_{max} 10^{-\psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}} \quad (3-6b)$$

Mais nous adoptons une expression plus simple de r , qui sera intégrable analytiquement.

Soit :

$$r = c_0 (S_r - S_{rmin})^{c_1} \quad 3-48a$$

où c_0 et c_1 sont des constantes. Avec la condition limite :

$$S_r = 100 \% \quad r = r_{max}$$

d'où :

$$r = r_{max} \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{c_1} = r_{max} Se^{c_1} \quad 3-48b$$

où Se s'appelle le degré de saturation effectif.

Finalement, on obtient la valeur suivante de la perméabilité à l'eau :

$$k_{r_w} = Se^2 \left[\frac{\int_{S_{rmin}}^{S_r} Se^{c_1} d S_r}{\int_{S_{rmin}}^1 Se^{c_1} d S_r} \right]^2 = Se^{2(c_1+1)+2} = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{n_1}$$

3-49

où $n_1 = 2(c_1 + 1) + 2$: caractéristique du milieu

MUALEM (1978) a établi pour 50 sols sableux :

$$n_1 = 0.015 w + 3 \quad 3-50a$$

$$\text{avec :} \quad w = \int_{\psi_{min}}^{\psi_{max}} \gamma_w \psi d S_r \quad 3-50b$$

$$\text{d'où :} \quad n_1 \approx 2 \log \psi_0 + 3 \quad 3-50c$$

ψ_0 est une constante de la succion (3-9)

Pour la perméabilité relative à l'air, nous avons par définition :

$$k_{r_a} = k_{r_{a_0}} \text{Tra} \left[\frac{\int_{S_r}^{S_{roc}} Se^{c_1} d S_r}{\int_{S_{rmin}}^{S_{roc}} Se^{c_1} d S_r} \right]^2 \quad 3-51a$$

ou :

$$kr_a = kr_{a_0} Tra \left[\frac{\int_{S_r}^{S_{roc}} se^{c_1} d S_r - \int_{S_{rmin}}^{S_r} se^{c_1} d S_r}{\int_{S_{rmin}}^{S_{roc}} se^{c_1} d S_r} \right]^2 \quad 3-51b$$

où kr_{a_0} est la valeur de la perméabilité relative à l'air lorsque le degré de saturation est S_{rmin} . Cela signifie que l'eau est dispersée sous forme de gouttes.

En tirant de l'équation (3-49) :

$$\int_{S_{rmin}}^{S_r} se^{c_1} d S_r = \sqrt{\frac{kr_w}{se^2}} \int_{S_{rmin}}^1 se^{c_1} d S_r = \frac{1}{c_1 + 1} \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{c_1+1} \quad 3-52a$$

$$\int_{S_{rmin}}^{S_{roc}} se^{c_1} d S_r = \sqrt{\frac{kr_w}{se^2}} \int_{S_{rmin}}^1 se^{c_1} d S_r = \frac{1}{c_1 + 1} \left(\frac{S_{roc} - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{c_1+1} \quad 3-52b$$

et en introduisant les expressions (3-52a) et (3-52b) dans l'équation (3-51b), on obtient :

$$kr_a = kr_{a_0} Tra \left[1 - \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{S_{roc} - S_{rmin}} \right)^{c_1+1} \right]^2 \quad 3-53$$

où c_1 est la même constante de la perméabilité relative à l'eau.

D'autre part, la tortuosité relative peut être égale à :

$$Tr_a = 1 - \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{S_{roc} - S_{rmin}} \right)^{c_1+1} \quad 3-54$$

Donc finalement, on a :

$$kr_a = kr_{a_0} \left[1 - \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{S_{roc} - S_{rmin}} \right)^{n_2} \right]^3 \quad 3-55$$

En pratique :

$$kr_{a_0} = 0.80 \text{ et } 1.00 \quad 3-56a$$

$$n_2 = c_1 + 1 = 0.5 n_1 - 1 \quad 3-56b$$

où n_1 est une constante de la perméabilité relative à l'eau (3-50c) [Fig. 3.17 et 3.18].

3.3.5. Hystérèse des perméabilités relatives

Les perméabilités relatives, comme la succion, dépendent du sens de la variation de la saturation. PAVLAKIS - BARDEN (1972), MUALEM (1976) ainsi que POULOVASSILIS et al. (1971) ont décrit le phénomène d'hystérèse de la perméabilité. MUALEM (1976) a remarqué que la perméabilité relative à l'eau change peu avec le degré de saturation effectif Se . Dans les formules (3-49) et (3-55), si l'on remplace Se par la fonction de succion, on obtient la variation de la perméabilité relative en fonction de la succion qui dépend de l'hystérèse.

On peut écrire approximativement (Fig. 3.19) :

$$S_e = \frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} = \left(\frac{\psi_{D, H}}{\psi_{DH}} \right)^{-\lambda} \quad 3-57$$

où les indices signifient :

- D = Drainage
- H = Humidification
- λ = une constante
- DH : où $\psi_D = \psi_H$

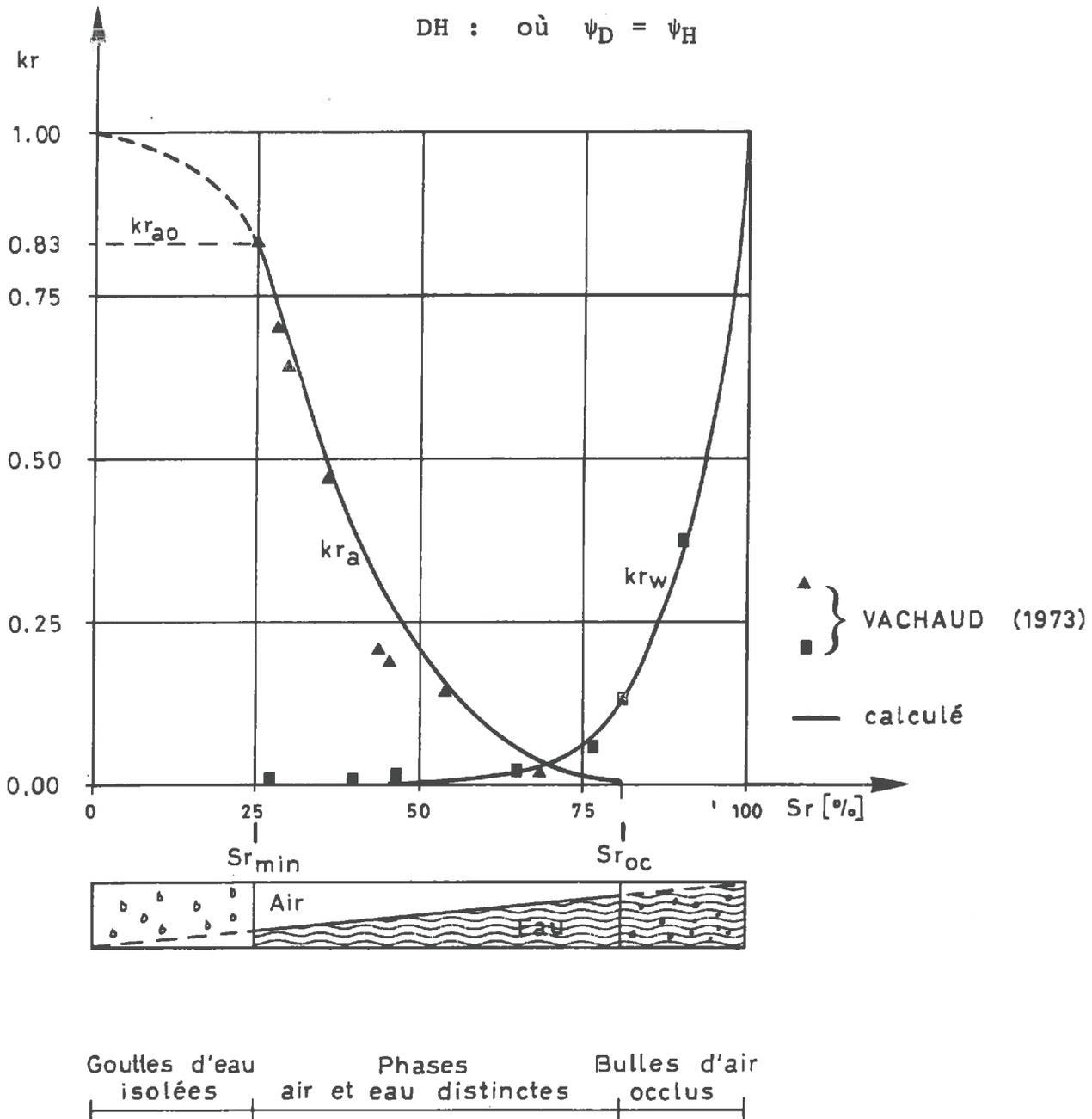


Fig. 3.17 : Perméabilités relatives en fonction de S_r

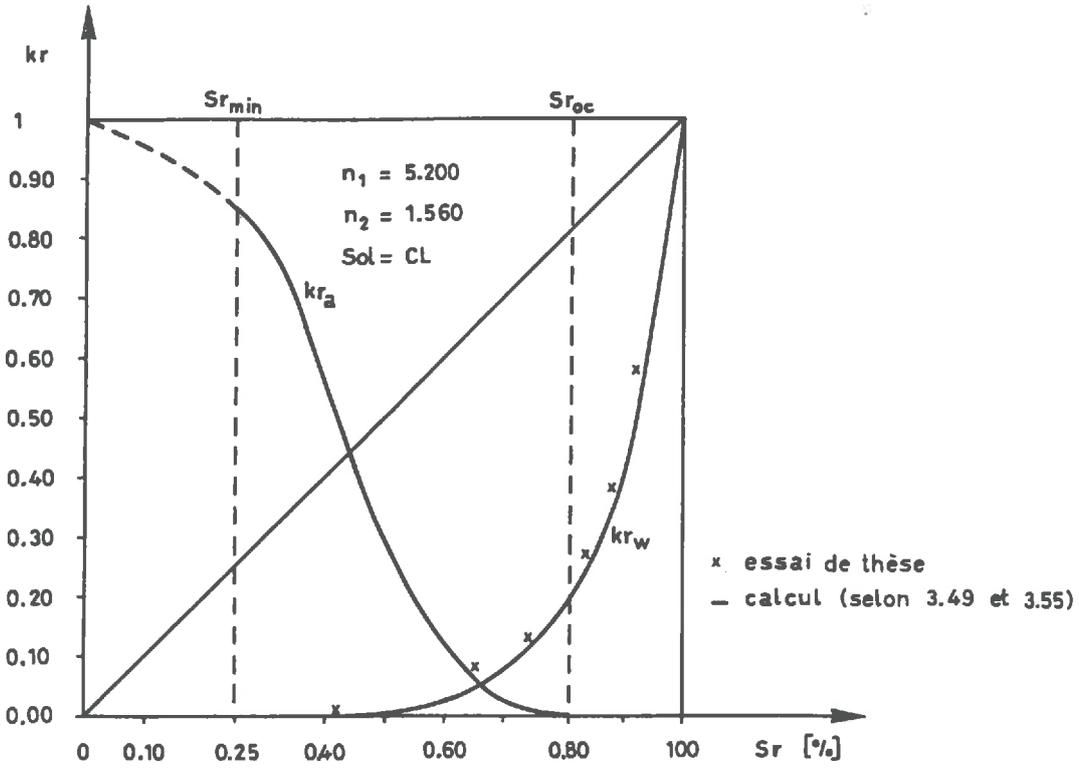


Fig. 3.18 : Perméabilités relatives en fonction de S_r

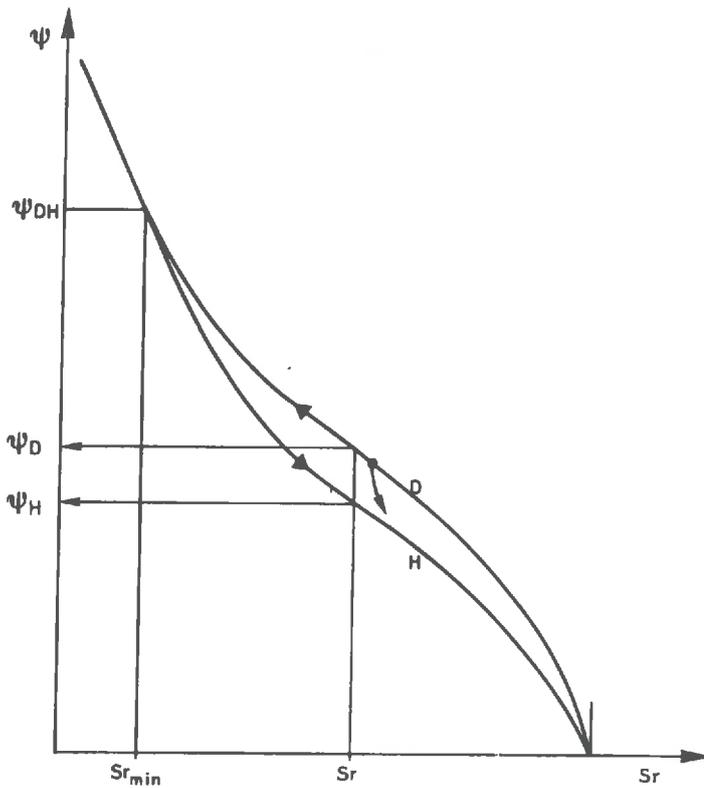


Fig. 3.19 : Succion en fonction de S_r

L'équation (3-49) devient :

$$kr_w = \left(\frac{\psi_{D, H}}{\psi_{DH}} \right)^{n_1 - \lambda} \quad \text{pour l'eau} \quad 3-58$$

L'équation (3-55) est :

$$kr_a = kr_{a_0} \left[1 - \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{S_{rOc} - S_{rmin}} \right)^{n_2} \right]^3$$

On tire de l'équation (3-57) :

$$S_r - S_{rmin} = (1 - S_{rmin}) \left(\frac{\psi_{D, H}}{\psi_{DH}} \right)^{-\lambda} \quad 3-59$$

et si l'on remplace dans l'équation (3-55), on a :

$$kr_a = kr_{a_0} \left[1 - \left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rOc} - S_{rmin}} \right)^{n_2} \left(\frac{\psi_{D, H}}{\psi_{DH}} \right)^{n_2 - \lambda} \right]^3 \quad \text{pour l'air} \quad 3-60$$

3.3.6. Détermination des perméabilités relatives en laboratoire

3.3.6.a La perméabilité à l'eau

La perméabilité saturée à l'eau peut être déterminée par des méthodes bien connues [voir BOVET et al., 1976]. Ici, nous parlerons uniquement de la détermination de la perméabilité relative ou bien de la perméabilité non saturée. Toutes les méthodes utilisées pour mesurer la perméabilité non saturée

sont basées sur les mesures de la teneur en eau et de la succion [VACHAUD, 1969; BARDEN et al., 1972]. L'utilisation de ces méthodes nécessite un équipement assez complexe. Nous avons utilisé une méthode plus simple proposée par WIND (1969) :

On prépare des échantillons de teneur en eau différente, mais ayant la même porosité, d'une hauteur de 10 cm. On laisse l'eau s'évaporer par la face supérieure, les autres faces étant maintenues étanches (Fig. 3.20). On pèse l'éprouvette chaque jour, et on détermine ainsi sa courbe d'évaporation (Fig. 3.21). Après un certain temps, quand la courbe d'évaporation est linéaire et l'on détermine aux extrémités A et B la teneur en eau. Puis, connaissant la courbe de succion, on peut calculer le gradient hydraulique ainsi que la vitesse de l'évaporation.

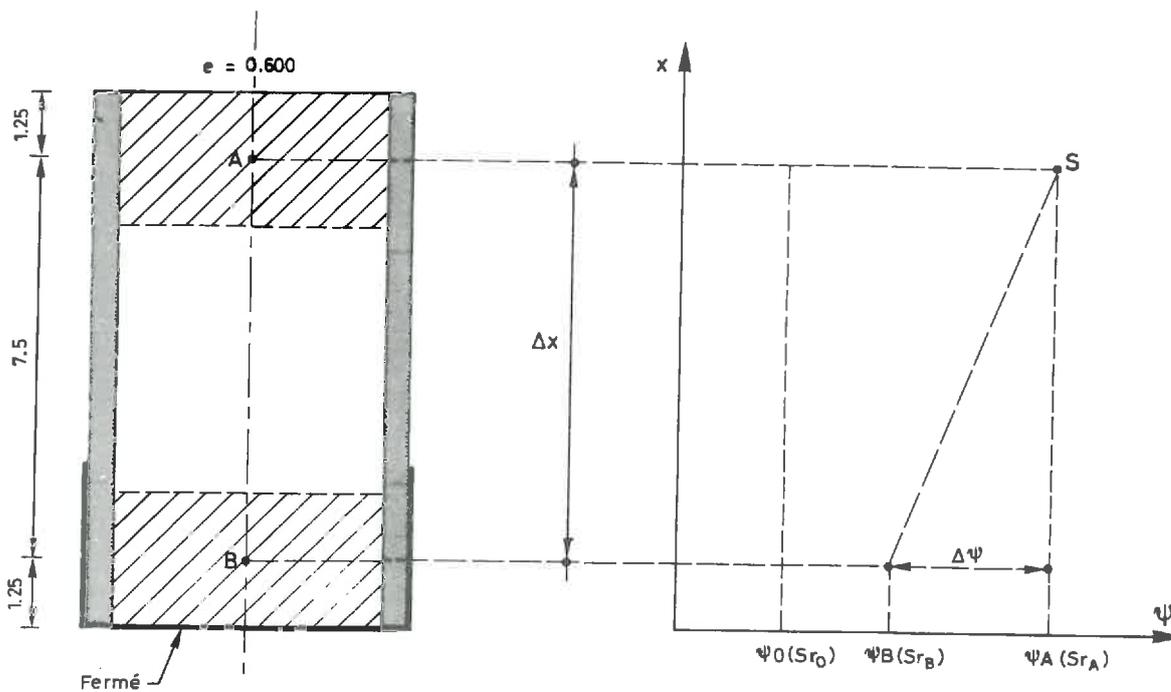


Fig. 3.20 : Principe de mesure de l'évaporation

On a :

$$v = k(S_r) \left(\frac{\Delta\psi}{\Delta x} - 1 \right) = \frac{w_{eva}}{S \cdot \Delta t} \quad 3-61$$

où $\frac{\Delta\psi}{\Delta x} - 1 = \text{grad}(\psi - x)$ gradient hydraulique

w_{eva} : poids d'eau évaporée

S : surface de l'échantillon

Δt : temps

d'où l'on tire :

$$k(S_r) = \frac{w_{eva}}{S \cdot \Delta t} \frac{1}{\left(\frac{\Delta\psi}{\Delta x} - 1 \right)} \quad 3-62$$

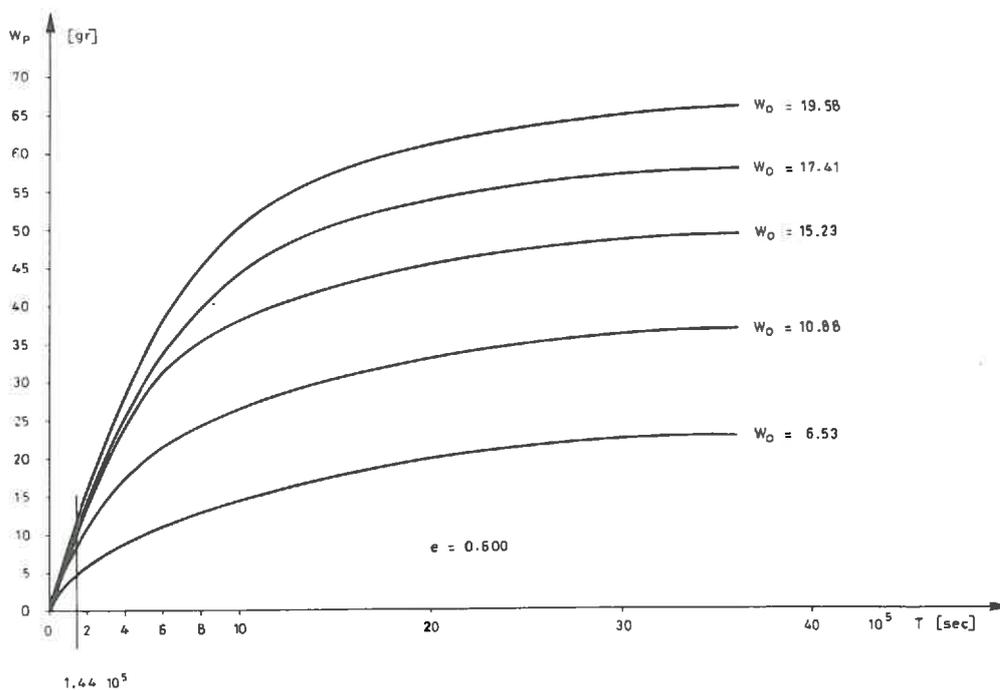


Fig. 3.21 : Poids d'eau évaporée au cours du temps

En répétant cet essai pour plusieurs degrés de saturation, on trouve une relation entre le degré de saturation et la perméabilité (Fig. 3.18).

3.3.6.b La perméabilité à l'air

Nous allons calculer la perméabilité à l'air, à partir de la perméabilité à l'eau.

1. Cas saturé

Selon l'équation (3-44) :

$$k_a = \frac{k_w}{\frac{v_a}{v_w}}$$

Pour une température donnée, on a par exemple :

- VACHAUD (1975) : $\frac{k_w}{k_a} = \frac{75}{5.5} [\text{cm}\cdot\text{h}^{-1}] = 13.63 = \frac{v_a}{v_w}$

Ceci donne : $T = 18^\circ\text{C}$ (Fig. 3.16)

- Dans notre cas : $T = 20^\circ\text{C}$ et $k_w = 4.10 \cdot 10^{-8} [\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}]$

$$kr_a = \frac{4.10 \cdot 10^{-8}}{14.5} = 2.8 \cdot 10^{-9} [\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}]$$

2. Cas non saturé

Il faut connaître d'une part le degré de saturation d'occlusion qui correspond assez bien au degré de saturation optimum [LANGFELDER et al., 1968]. D'autre part, si l'on connaît le degré de saturation pour lequel les deux perméabilités relatives sont égales, nous pouvons calculer la perméabilité relative à l'air. A ce sujet, on peut citer en particulier VACHAUD et al. (1974), BARDEN et al. (1972) et HOUPEURT (1974). Nous avons constaté que ceci se produit pour un degré de saturation de 70 % environ.

Les équations (3-49) et (3-55) sont :

$$kr_w = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{n_1}$$
$$kr_a = kr_{a_0} \left[1 - \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{S_{rOC} - S_{rmin}} \right)^{n_2} \right]^3$$

En posant $kr_w = kr_a$ pour une valeur de S_r égale à 67 %, on obtient :

$$kr_{a_0} = 0.85$$

$$S_{rmin} = 0.25$$

$$S_{rOC} = 0.82$$

$$S_r = 0.67$$

d'où :

$$n_2 = 1.560$$

3-63

On peut ainsi calculer la perméabilité relative à l'air (Fig. 3.18).

3.3.7. Estimation des coefficients de perméabilité

Nous considérons la même corrélation que pour la succion. En effet, si on connaît la fonction de succion, nous pouvons calculer le carré du rayon moyen \bar{r}^2 .

On a l'équation (3-46) :

$$k_w = \frac{g}{8\nu} \frac{n}{T} r^{-2}$$

où : $\frac{g}{8\nu} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ [cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}] \text{ à } 20^\circ\text{C}$

$$\bar{r} = \int_0^1 r \, dS_r = 0.15 \cdot 10^{-\psi_0}$$

d'où :

$$k_w = 2.7 \frac{n}{T} 10^{2(1-\psi_0)} \quad 3-64$$

Nous avons une relation entre ψ_0 et (I_p, w_L) . En déterminant ψ_0 , on calcule \bar{r}^2 , ainsi que k_w , en fonction des limites d'Atterberg (Fig. 3.22). Quant à l'exposant de la perméabilité à l'eau, il peut être calculé d'après la formule (3-40c).

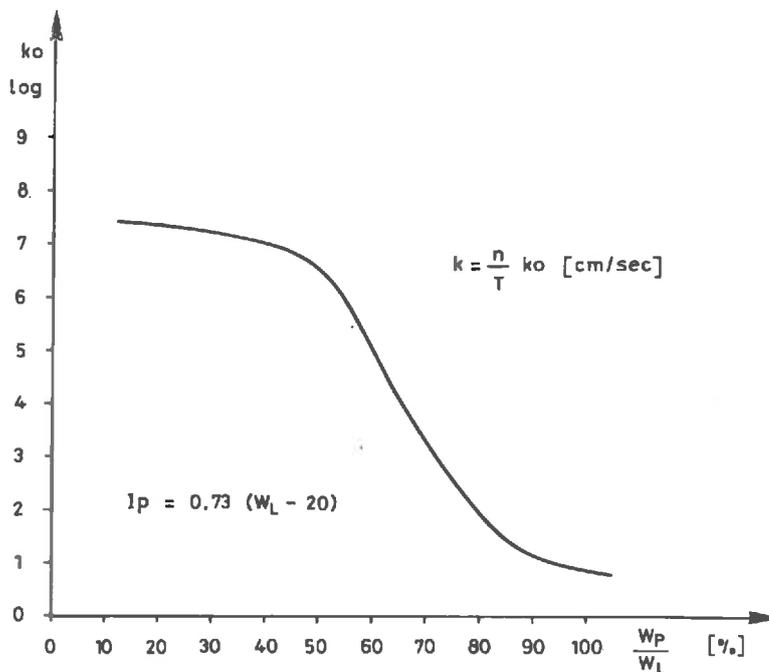


Fig. 3.22 : Perméabilité en fonction de $\frac{w_p}{w_L}$

3.4. LA SOLUBILITE DE L'AIR DANS L'EAU

Si l'on admet qu'il n'existe pas de réaction chimique entre l'air et l'eau et que la température est constante, la loi d'Henry donne la masse d'air m_a dissoute par unité de volume d'eau.

$$m_a = H \rho_a \quad 3-65a$$

ou bien la masse totale dissoute :

$$M_a = m_a V_w = H \rho_a V_w \quad 3-65b$$

- où
- H : Coefficient d'Henry
 - ρ_a : Masse volumique de l'air [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]
 - V_w : Volume de l'eau [m^3]
 - M_a : Masse totale dissoute [kg]

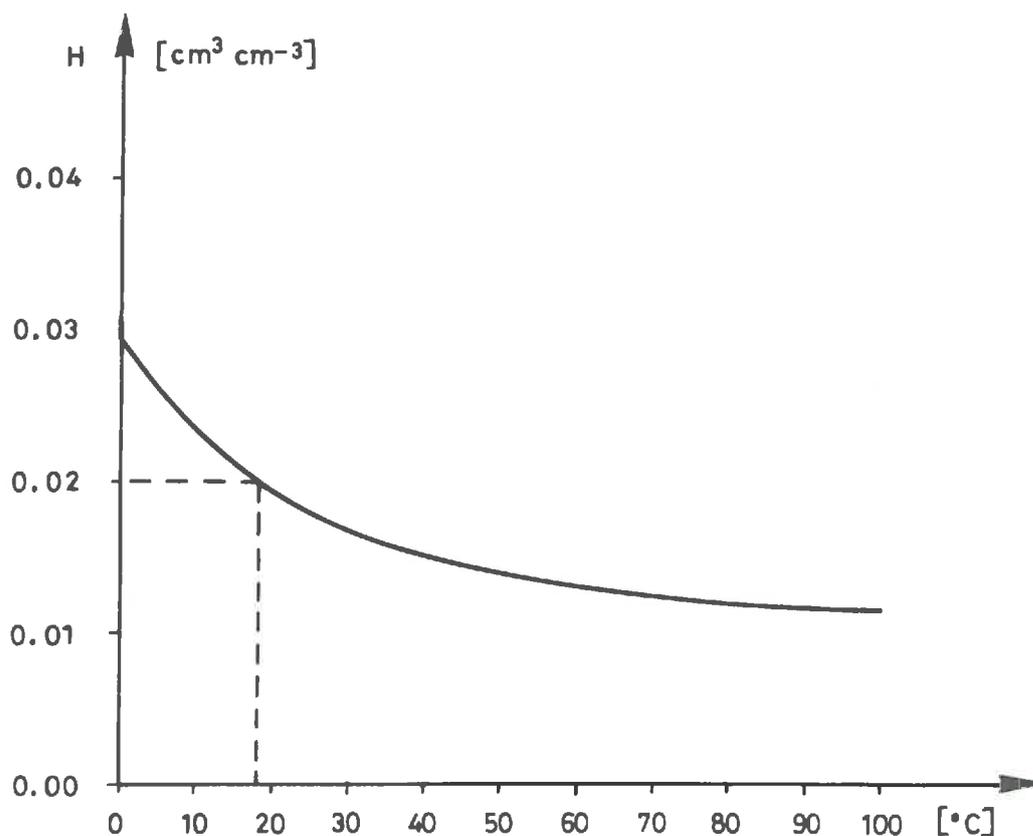


Fig. 23 : Coefficient d'Henry en fonction de T

La solubilité est mesurée en volume d'air dissout par unité de volume d'eau, sous une pression d'une atmosphère et à la température de 0°C. Le coefficient d'Henry change avec la température (Fig. 3-23) [KEZDI, 1974]. Dans le présent travail, nous admettons une température constante entre 18° et 20°C, ce qui correspond à une valeur de $H = 0.02$.

3.5. CARACTERISTIQUES MECANQUES DU MILIEU POREUX

Les paramètres nécessaires à la description du comportement (déformabilité) d'un milieu poreux sont le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. Un sol est un milieu poreux composé de trois phases. Son comportement global est donc le reflet de leurs interactions mutuelles.

3.5.1. Les caractéristiques effectives (état drainé)

3.5.1.a Module d'élasticité E

Nous allons déterminer toutes les caractéristiques mécaniques par des essais oedométriques. Le module oedométrique de JANBU (1963) est défini comme suit :

$$E_{\text{oed}} = \frac{d\sigma'}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma'}{\frac{de}{1+e}} = \frac{1}{m_{\text{VC}}} \quad 3-66$$

où : e = indice de vide

m_{VC} = coefficient de compressibilité volumique

La courbe oedométrique (Fig. 3.24) donne :

$$\sigma' > \sigma_c' \quad e = e_c - C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma_c'} \quad 3-67a$$

$$\sigma' < \sigma_c' \quad e = e_c + C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma_c'} \quad 3-67b$$

avec : C_c = indice de compression

e_c = l'indice de vide à la contrainte de consolidation σ_c'

Le module tangent E_{Oed} peut s'écrire :

$$E_{Oed} = 2.3 \sigma' \frac{1 + e}{C_c} \quad 3-69$$

En introduisant la valeur de e donnée par l'équation (3-67a), on obtient :

$$E_{Oed} = \frac{2.3 \sigma'}{C_c} \left(1 + e_c - C_c \log \frac{\sigma'}{\sigma_c'} \right) \quad 3-69$$

Le module de Janbu est :

$$E_{Oed} = m_0 \left(\frac{\sigma'}{p_a} \right)^{m_1} \quad 3-70$$

où : p_a est la pression atmosphérique [$\approx 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$]
 m_0 et m_1 sont constantes

En égalant les équations (3-69) et (3-70), pour les valeurs $\sigma' = \sigma_c' = p_a$ et $\sigma' = 10 \sigma_c'$, les constantes m_0 et m_1 deviennent :

$$m_0 = 2.3 \left(\frac{1 + e_c}{C_c} \right) \cdot p_a \quad 3-71a$$

$$m_1 = 1 + \log \left(1 - \frac{C_c}{1 + e_c} \right) = 1 + \log \left(1 - \frac{2.3}{m_0} \right) \quad 3-71b$$

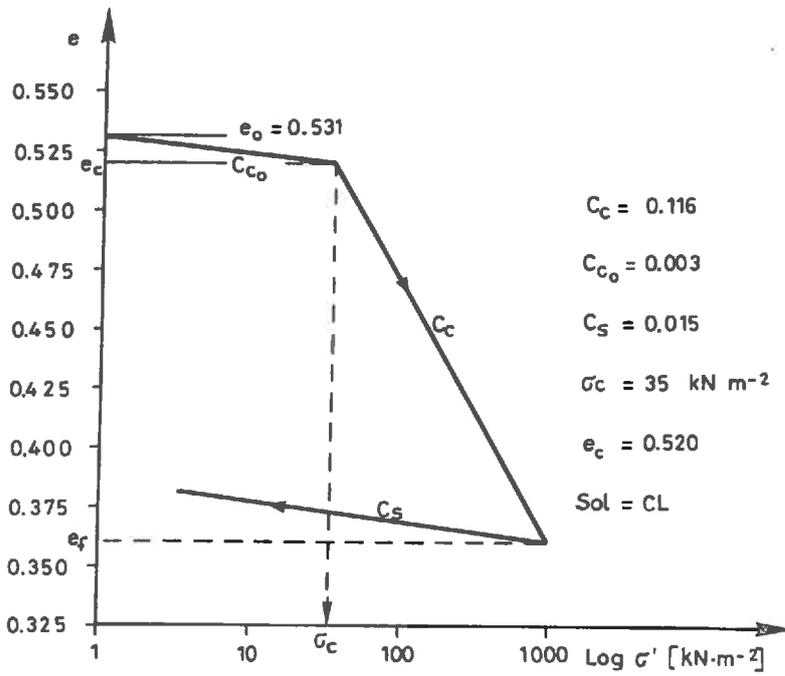


Fig. 3.24 : Diagramme oedométrique idéalisé

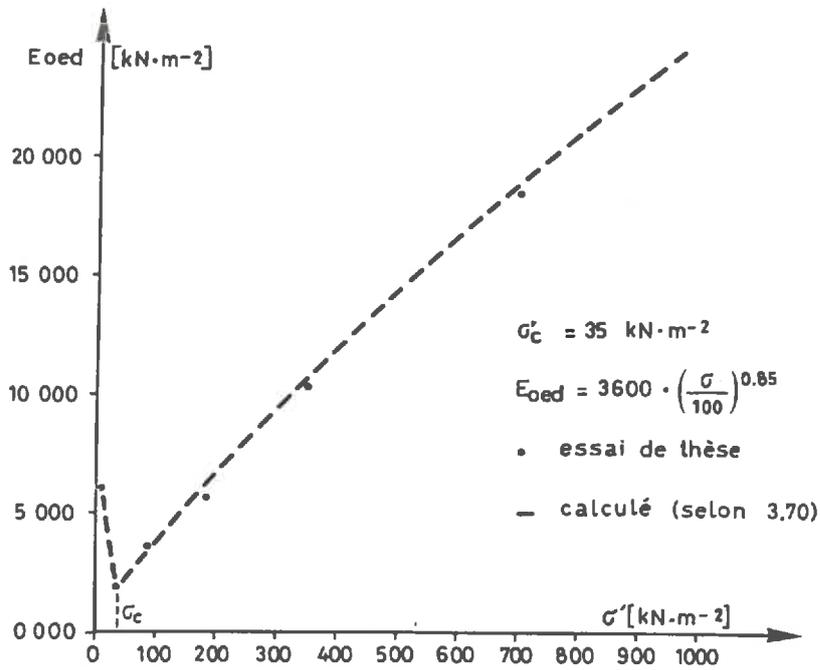


Fig. 3.25 : Module oedométrique en fonction de la pression de la consolidation

La figure 3.25 montre la variation de E_{oed} en fonction de σ' .

Dans notre calcul, nous considérons le module d'élasticité pour une contrainte moyenne. La théorie de l'élasticité donne, pour le module d'élasticité (Fig. 3.26) :

$$E = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{(1 - \nu)} E_{oed} \quad 3-72$$

3.5.1.b Coefficient de Poisson ν

Dans notre travail, nous admettons que le coefficient de Poisson ν est une constante. Sa variation n'a pas grande influence sur les résultats du calcul. BOUGHTOR (1970), KULHAVAY et al. (1972) et AURIAULT (1973) ont donné des expressions empiriques pour la loi de variation de ν .

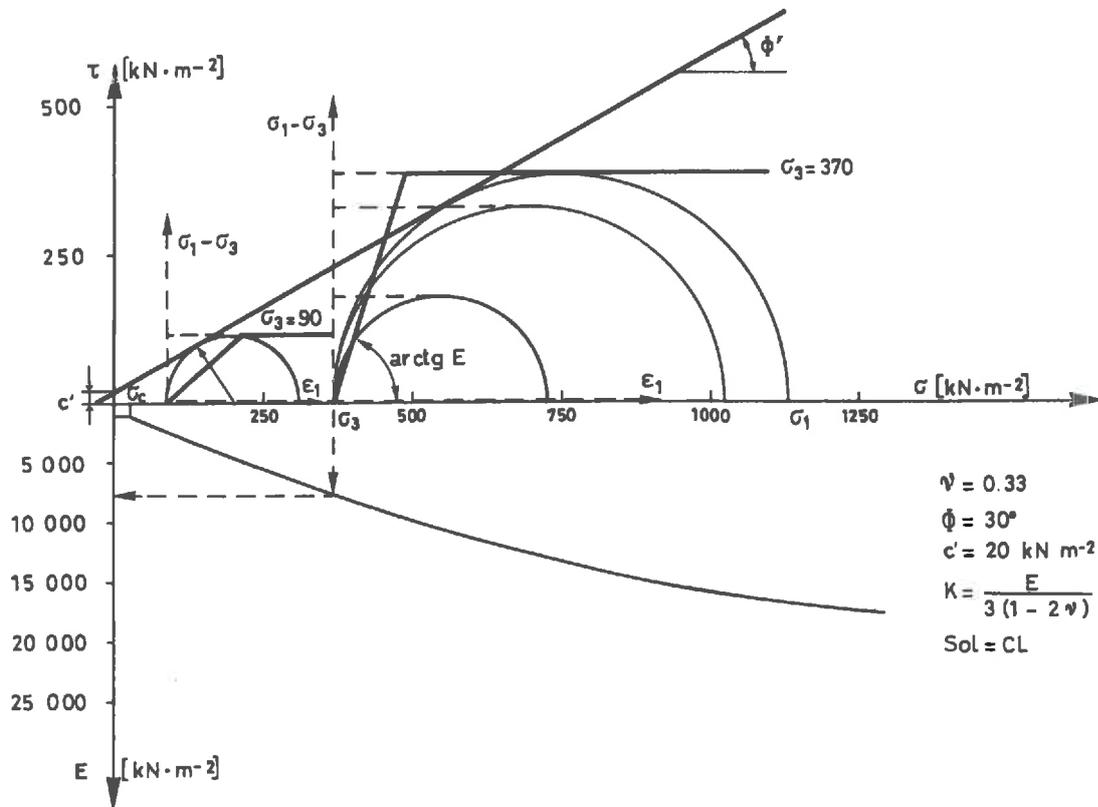


Fig. 3.26 : Caractéristiques mécaniques du milieu poreux

Le coefficient de Poisson peut être calculé d'après un essai triaxial classique, ou bien estimé empiriquement [JAKY, 1962; LAMBE, 1977; ALPAN, 1967; KERISEL, 1968, et ROWE, 1976]. Nous utilisons la formule de Jaky qui est très simple.

$$k_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} = 1 - \sin \phi' \quad 3-73a$$

d'où :

$$\nu = \frac{1 - \sin \phi'}{2 - \sin \phi'} \quad 3-73b$$

pour :

$$\phi' = 30^\circ \quad \nu = 0.330$$

3.5.2. Estimation des caractéristiques mécaniques

3.5.2.a Estimation du module oedométrique

On peut estimer le module oedométrique à partir des limites d'Atterberg. TERZAGHI et PECK (1969) proposent, pour des **sols argileux remaniés** :

$$C_c = 0.007 (w_L - 10) \quad 3-74$$

pour $e_0 \approx e_c = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \cdot w_L = 2.7 w_L$. On obtient ainsi les constantes m_0 et m_1 .

$$m_0 = \frac{2.3 \left(1 + 2.7 \frac{w_L}{100} \right)}{0.007 (w_L - 10)} \cdot Pa \quad 3-75a$$

$$m_1 = 1 + \log \left(1 - \frac{2.3}{m_0} \right) \quad 3-75b$$

Si l'on prend $\sigma' = \gamma z$, on obtient le module oedométrique correspondant à la contrainte σ .

3.5.2.b Estimation de ν

L'estimation peut être faite à partir de ϕ' . De nombreux auteurs ont indiqué des corrélations entre I_p et ϕ' [GIBSON, 1953; MASSARCH, 1979; MAYNE, 1980]. La corrélation que nous avons faite donne (Fig. 3.27) :

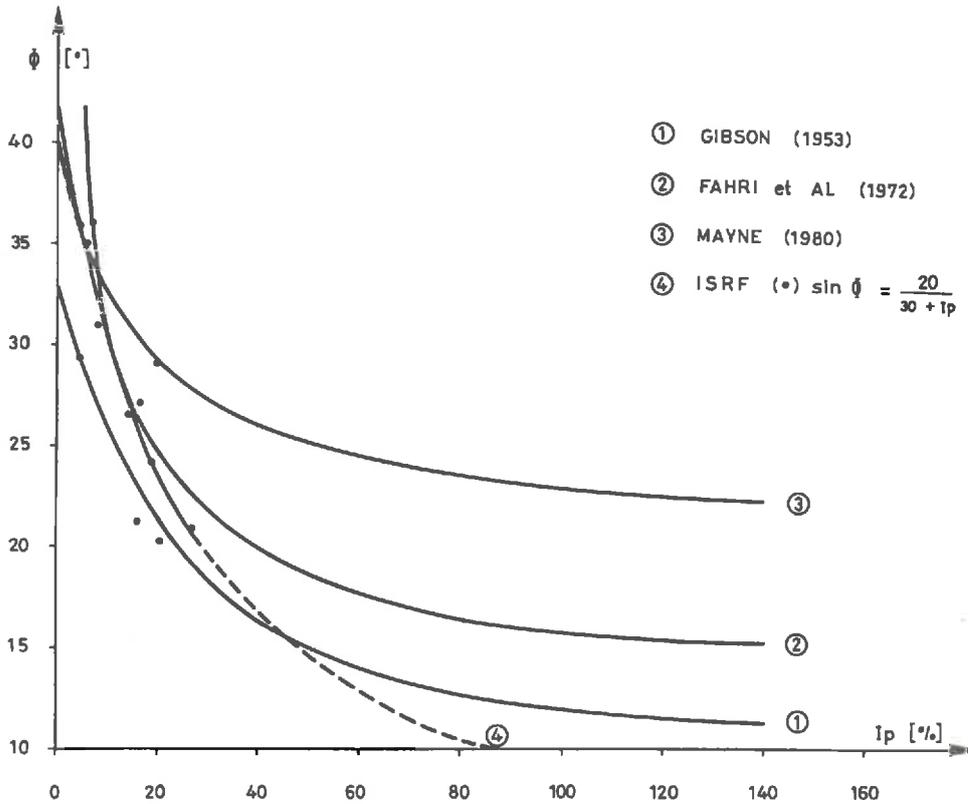


Fig. 3.27 : Corrélation entre ϕ' et I_p

$$\sin \phi' = \frac{20}{30 + I_p} \quad 3-76$$

Ainsi, en connaissant ϕ' , à l'aide de la formule de Jaky, on calcule le coefficient de Poisson ν :

$$\nu = \frac{10 + I_p}{40 + 2 I_p} \quad 3-77$$

3.5.3. Les caractéristiques "totales" (non drainées)

On peut établir des relations entre les caractéristiques effectives et totales (2-2) [GIROUD, 1975; BISHOP - HIGHT, 1977].

Pour un milieu isotrope, on a :

$$E_u = \frac{E}{1 - AB (1 - 2\nu)} \quad (2-14)$$

$$\nu_u = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(1 - B)(1 - 2\nu)}{1 - AB (1 - 2\nu)} \right] \quad (2-15)$$

où A et B sont les coefficients de Skempton.

Nous avons deux cas particuliers :

1. **Sol saturé :** $S_r = 100 \%$

d'où :

$$B = 1 \quad 3-78a$$

$$\nu_u = 0.5 \quad 3-78b$$

$$E_u = \frac{E}{1 - A (1 - 2\nu)} \quad 3-78c$$

Le sol est donc incompressible, mais déformable, car E_u n'est pas infini.

2. **Sol sec :** $S_r = 0 \%$

d'où :

$$B = 0.00 \quad 3-79a$$

$$E_u = E \quad 3-79b$$

$$\nu_u = \nu \quad 3-79c$$

La figure 3.28 donne le module d'élasticité initial non drainé E_U en fonction du degré de saturation. Il a été déterminé par des essais que nous avons effectués pour un limon argileux, avec l'appareil de compression simple dont la vitesse de déformation était 1.14 mm/min (voir aussi 3-88).

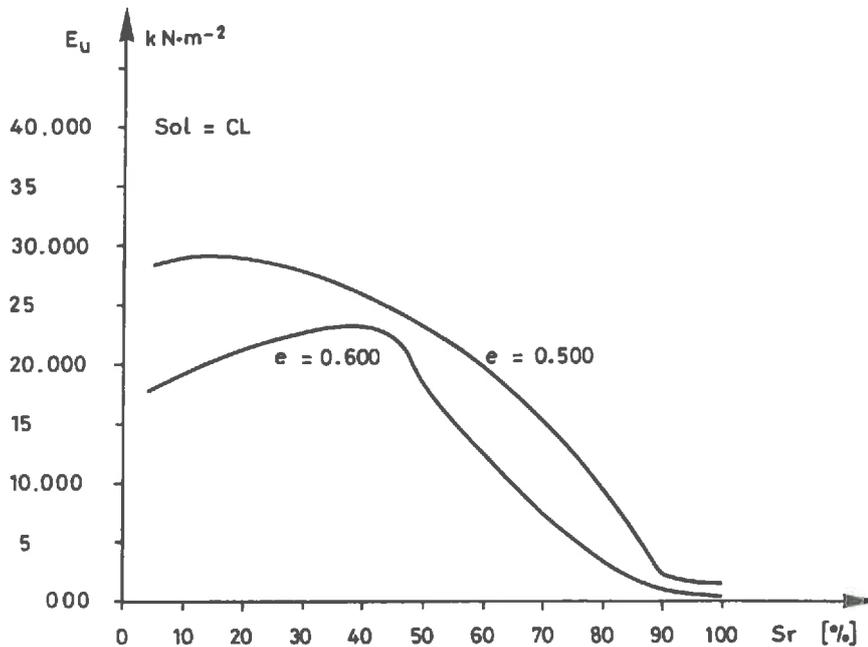


Fig. 3.28 : Diagramme $E_U - S_r$

3.6. COEFFICIENTS DE PRESSION INTERSTITIELLE DE SKEMPTON

SKEMPTON (1954), puis BISHOP et HENKEL (1957), ont montré que, dans un essai non drainé, la variation de la pression interstitielle Δp est liée à la variation des contraintes totales principales. Cette théorie est valable seulement dans le cas des essais non drainés, qui correspondent pour notre cas à un chargement instantané au temps $t = 0$.

La pression interstitielle Δp peut être évaluée à l'aide de l'équation suivante :

$$\Delta p = B \left[\Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \right] \quad 3-80$$

où A et B sont les coefficients de pression interstitielle.

SKEMPTON a décomposé l'effet des contraintes en deux parties :

- le tenseur sphérique $\Delta\sigma_3$
produit la part : $\Delta p_v = B \Delta\sigma_3$
- le déviateur produit la part : $\Delta p_d = AB(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$

3.6.1. Détermination analytique des coefficients A et B de SKEMPTON

Les expressions générales ont été données par SKEMPTON (1954), SCOTT (1963), GIROUD et CORDAY (1976) et HASAN et FREDLUND (1980) pour le cas général.

Considérons le cas d'un milieu poreux non saturé et anisotrope. L'augmentation des contraintes effectives sous l'effet d'une charge extérieure est :

$$\Delta\sigma'_{Oct} = \Delta\sigma_{Oct} - \Delta p \quad 3-81a$$

$$\Delta\tau'_{Oct} = \Delta\tau_{Oct} \quad 3-81b$$

D'autre part, le changement du volume est :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = m_{vC} \Delta\sigma'_{Oct} + m_{vG} \Delta\tau'_{Oct} \quad 3-82a$$

ou bien :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = m_{vC} (\Delta\sigma_{Oct} - \Delta p) + m_{vG} \Delta\tau_{Oct} \quad 3-82b$$

où : m_{vC} : le coefficient de compressibilité du milieu
 m_{vG} : un coefficient caractérisant l'anisotropie du milieu

Si l'on admet que les grains sont incompressibles, la variation de volume des vides est égale à la variation de volume du fluide (air + eau), donc on a :

$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = m_{VV} n \Delta p \quad 3-83$$

où m_{VV} = coefficient de compressibilité du fluide
 n = porosité

Ainsi, les équations (3-82b) et (3-83) nous donnent :

$$m_{VV} n \Delta p = m_{VC} (\Delta \sigma_{Oct} - \Delta p) + m_{VG} \Delta \tau_{Oct} \quad 3-84$$

d'où :

$$\Delta p = \frac{m_{VC}}{m_{VC} + n m_{VV}} \left[\Delta \sigma_{Oct} + \frac{m_{VG}}{m_{VC}} \Delta \tau_{Oct} \right] \quad 3-85$$

Pour un essai triaxial, on a :

$$\Delta \sigma_{Oct} = \frac{\Delta \sigma_1 + 2 \Delta \sigma_3}{3} = \Delta \sigma_3 + \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad 3-86a$$

$$\Delta \tau_{Oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad 3-86b$$

En remplaçant ces valeurs dans l'équation (3-85), on obtient :

$$\Delta p = \frac{m_{VC}}{m_{VC} + n m_{VV}} \left[\Delta \sigma_3 + \left(\frac{m_{VG}}{m_{VC}} \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \right) (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \right] \quad 3-87$$

Par définition :

$$B = \frac{m_{VC}}{m_{VC} + n m_{VV}} = \frac{1}{1 + n \frac{m_{VV}}{m_{VC}}} \quad 3-88$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{m_{VG}}{m_{VC}} + \frac{1}{3} \quad 3-89$$

On voit que B dépend des propriétés du fluide et du milieu. Par contre, A ne dépend que des propriétés de ce dernier. Lorsque le milieu est isotrope, m_{VG} devient nul. Ainsi, on trouve $A = 1/3$.

3.6.1.a Calcul du coefficient A

Les caractéristiques mécaniques d'un sol anisotrope sont :

$$m_{VC} = \frac{1}{E_z} \left[(1 + 2\eta) - 6 \nu_z \right] \quad (2-61)$$

$$m_{VG} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{\cos 2\theta}{E_z} (1 - \eta) \quad (2-62)$$

$$\text{où : } \eta = \frac{E_z}{E_x} = \frac{E_z}{E_y}$$

En reportant les valeurs m_{VC} et m_{VG} dans l'expression (3-89) :

$$A = \frac{\cos 2\theta \left(1 - \frac{E_z}{E_x} \right)}{\left(1 + 2 \frac{E_z}{E_x} \right) - 6 \nu_z} + \frac{1}{3} \quad 3-90$$

D'une part, on a, d'après FEDA (1978) :

$$K_0 = \frac{E_z}{E_y} k_0 \quad 3-91a$$

d'autre part, d'après HOLT - KOVACS (1981)

$$K_0 = k_0 \text{OCR}^b \quad 3-91b$$

où k_0 : coefficient de pression au repos normalement consolidé

K_0 : coefficient de pression au repos surconsolidé

OCR : degré de surconsolidation : $\frac{\sigma_c}{\sigma_v}$

b : constante

On obtient :

$$\frac{E_z}{E_x} = \text{OCR}^b \quad 3-92$$

L'expression de A devient :

$$A = \cos 2\theta \frac{1 - \text{OCR}^b}{1 - 6\nu + 2 \text{OCR}^b} + \frac{1}{3} \quad 3-93$$

A la rupture, posons :

$$1 - 6\nu = (1 - 6\nu_0) \text{OCR}^b \quad 3-94$$

ν_0 : coefficient de Poisson normalement consolidé

ν : coefficient de Poisson surconsolidé

$\cos 2\theta \approx 1.00$

donc l'expression (3-93) devient :

$$A_f = \frac{1}{3} \frac{2\nu_0}{(1 - 2\nu_0)} \left[\frac{1}{2\nu_0} \cdot \frac{1}{\text{OCR}^b} - 1 \right] \quad 3-95$$

A_f : coefficient de A à la rupture

En général, ν_0 vaut 0.40 pour les argiles et les limons. L'expression $2\nu_0/(1-2\nu_0)$ devient 2; on arrive ainsi pour un cas général à :

$$A_f = \frac{1}{3} \left(\frac{2a}{\text{OCR}^b} - 1 \right) \quad 3.96$$

a et b sont des constantes

Cette expression de A_f est compatible avec les résultats expérimentaux de HENKEL (1956) pour $a = 2$ et $b = 1$, et avec la formule de MAYNE (1980) qui a été établie d'après la théorie de CAM-CLAY (Fig. 3.29).

On constate ici que si le sol n'est pas anisotrope, le coefficient A vaut 1/3. Mais ROSCOE (1967) a montré par le microscope électronique que l'anisotropie prend toujours naissance lors de la rupture des sols argileux.

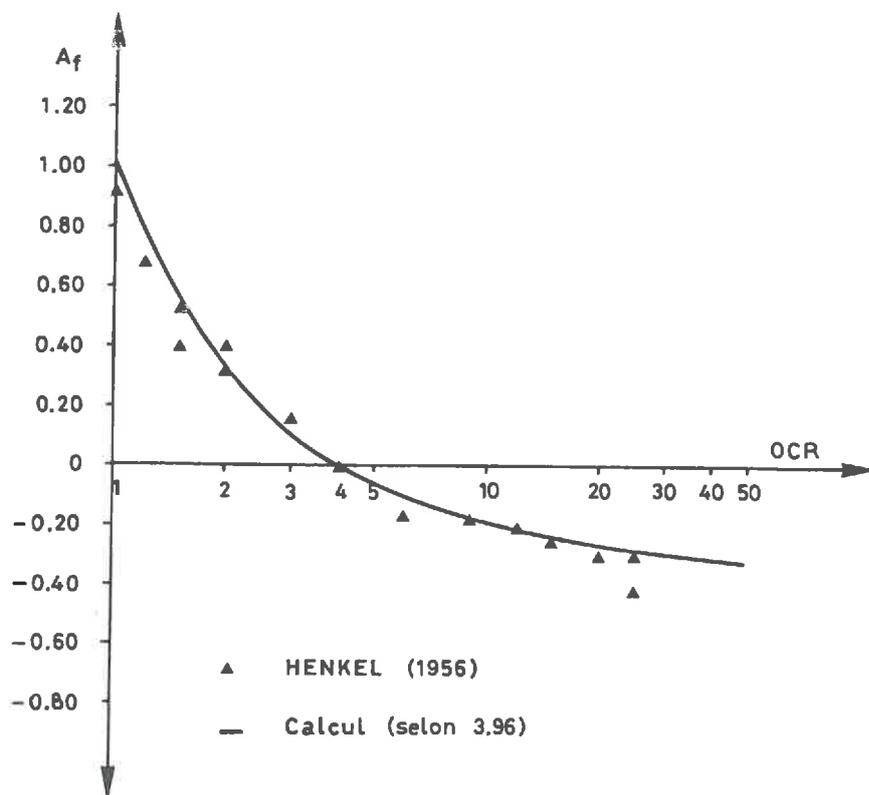


Fig. 3.29 : Coefficient A_f à la rupture en fonction de l'OCR

3.6.1.b Calcul du coefficient B

Le coefficient B se calcul d'après la formule (3-88) où la seule inconnue est la compressibilité du fluide m_{VV} .

De nombreux auteurs ont étudié le mélange eau - air interstitiel. KONING (1963) a considéré deux fluides non miscibles, en appliquant la loi de Mariotte à la phase gazeuse. BISHOP - ELDIN (1950) et SKEMPTON (1954) ont utilisé la loi d'Henry pour tenir compte de la solubilité de l'air dans l'eau. C'est SHUURMAN (1966) qui, la première fois, a considéré la différence de la pression entre l'air et l'eau. Mais il a considéré

que cette différence était constante. FREDLUND (1976) a proposé des coefficients semi-empiriques pour calculer la compressibilité du fluide.

Nous allons introduire dans l'expression de Shuurman l'effet de la succion. Ainsi, nous tiendrons compte de la différence des pressions entre les deux phases fluides, celle-ci étant égale à la succion. Autrement dit, cette différence n'est pas constante pendant la compression, car la succion change avec le degré de saturation et la porosité.

Nous admettrons aussi, comme Shuurman, que les lois de Mariotte et d'Henry sont valables et que l'eau et les grains sont incompressibles.

Nous avons par définition le coefficient de compressibilité du fluide :

$$m_{VV} = \frac{1}{V_{L_0}} \frac{\partial V_L}{\partial p} \quad 3-97$$

où $V_{L_0} = (n_{a_0} + n_{w_0}) \Delta V = n_0 \Delta V$: Volume de vide initial

$V_L = (n_a + n_w) \Delta V = n \Delta V$: Volume de vide final

$p = u_a - \chi (u_a - u_w) = u_a - \chi \psi$

χ = le paramètre de BISHOP

ψ = la succion matricielle

Les lois de Mariotte et d'Henry donnent :

$$(n_{a_0} + H n_{w_0}) u_{a_0} = (n_a + H n_{w_0}) u_a \quad 3-98$$

En introduisant $S_r = \frac{n_w}{n}$ dans l'expression (3-98) :

$$\left[n_0 (1 - S_{r_0}) + H n_0 S_{r_0} \right] u_{a_0} = (n_a + H n_0 S_{r_0}) u_a \quad 3-99$$

d'où :

$$n_a = n_0 (1 - S_{r_0} + H S_{r_0}) \frac{u_{a_0}}{u_a} - n_0 H S_{r_0} \quad 3-100$$

En dérivant par rapport à la pression interstitielle, on obtient :

$$\frac{\partial V_L}{\partial p} = \frac{\partial (n_a + n_{w_0})}{\partial p} = \frac{\partial n_a}{\partial p} \quad (\text{puisque } n_w = \text{cte}) \quad 3-101a$$

$$\frac{\partial V_L}{\partial p} = - n_0 (1 - S_{r_0} + H S_{r_0}) \frac{(p_0 + \chi_0 \psi_0)}{(p + \chi\psi)^2} \left[1 + \frac{\partial(\chi\psi)}{\partial p} \right] \quad 3-102$$

On obtient ainsi :

$$m_{VV} = (1 - S_{r_0} + H S_{r_0}) \frac{(p_0 + \chi_0 \psi_0)}{(p + \chi\psi)^2} \left[1 + \frac{\partial(\chi\psi)}{\partial p} \right] \quad 3-102$$

pour $\chi\psi$ constant; l'expression de m_{VV} est équivalente à l'équation de SHUURMAN.

On voit que la dérivée de $\chi\psi$ intervient dans cette relation. En reportant m_{VV} dans l'expression de B, et en prenant

$$n_a = n_{a_0} - \Delta n_a = (1 - S_r) n_0 - \Delta n \quad 3-103$$

où $\Delta n = \Delta n_a$ parce que $n_w = \text{cte}$,

$$\Delta n = (1 - n_0) m_{VC} \Delta \sigma'_{Oct} \quad 3-104a$$

$$\frac{\Delta \chi\psi}{\Delta p} = \chi \frac{\Delta \psi}{\Delta p} = \chi \frac{\Delta \psi}{\Delta \sigma'_{Oct}} \left(\frac{1 - B}{B} \right) + \Delta(\chi\psi) \quad 3-104b$$

et

$$1 + \frac{\Delta(\chi\psi)}{\Delta p} \approx 1 + S_r m_{VC} \left(\frac{1 - B}{B} \right) = c \quad 3-105$$

On obtient :

$$\Delta u_a = + u_{a_0} \left[\frac{(1 - B) m_{VC} \Delta \sigma_{Oct}}{e_0 (1 - S_{r_0} + H S_{r_0}) - (1 - B) m_{VC} \Delta \sigma_{Oct}} \right] \quad 3-106$$

d'où :

$$m_{VV} = (1 - S_{r_0} + H S_{r_0}) \frac{u_{a_0}}{(u_{a_0} - \Delta u_a)^2} \cdot c \quad 3-107$$

d'où l'expression de B devient :

$$\frac{B \cdot c}{(1 + e)} \left[e D - (1 - B) m_{VC} \Delta \sigma_{Oct} \right]^2 - e D m_{VC} (1 - B) = 0$$

3-108

où $D = 1 - S_{r_0} + H S_{r_0}$

Ainsi, nous obtenons pour B une équation du troisième degré en fonction de $\Delta \sigma_{Oct}$, m_{VC} , e et S_{r_0} . Cette équation a été résolue numériquement pour les différentes valeurs de $\Delta \sigma_{Oct}$, m_{VC} et e (voir annexe A2). Dans les abaques de l'annexe, K est l'inverse de m_{VC} .

3.6.2. Détermination expérimentale des coefficients A et B

Ces coefficients A et B peuvent être déterminés expérimentalement en laboratoire, par des essais triaxiaux dans lesquels on mesure la pression interstitielle et l'augmentation des contraintes totales. NUYENS (1961, LAMBE - WHITMAN (1969) et BLACK - LEE (1973) ont expliqué le déroulement de ces essais non drainés en laboratoire.

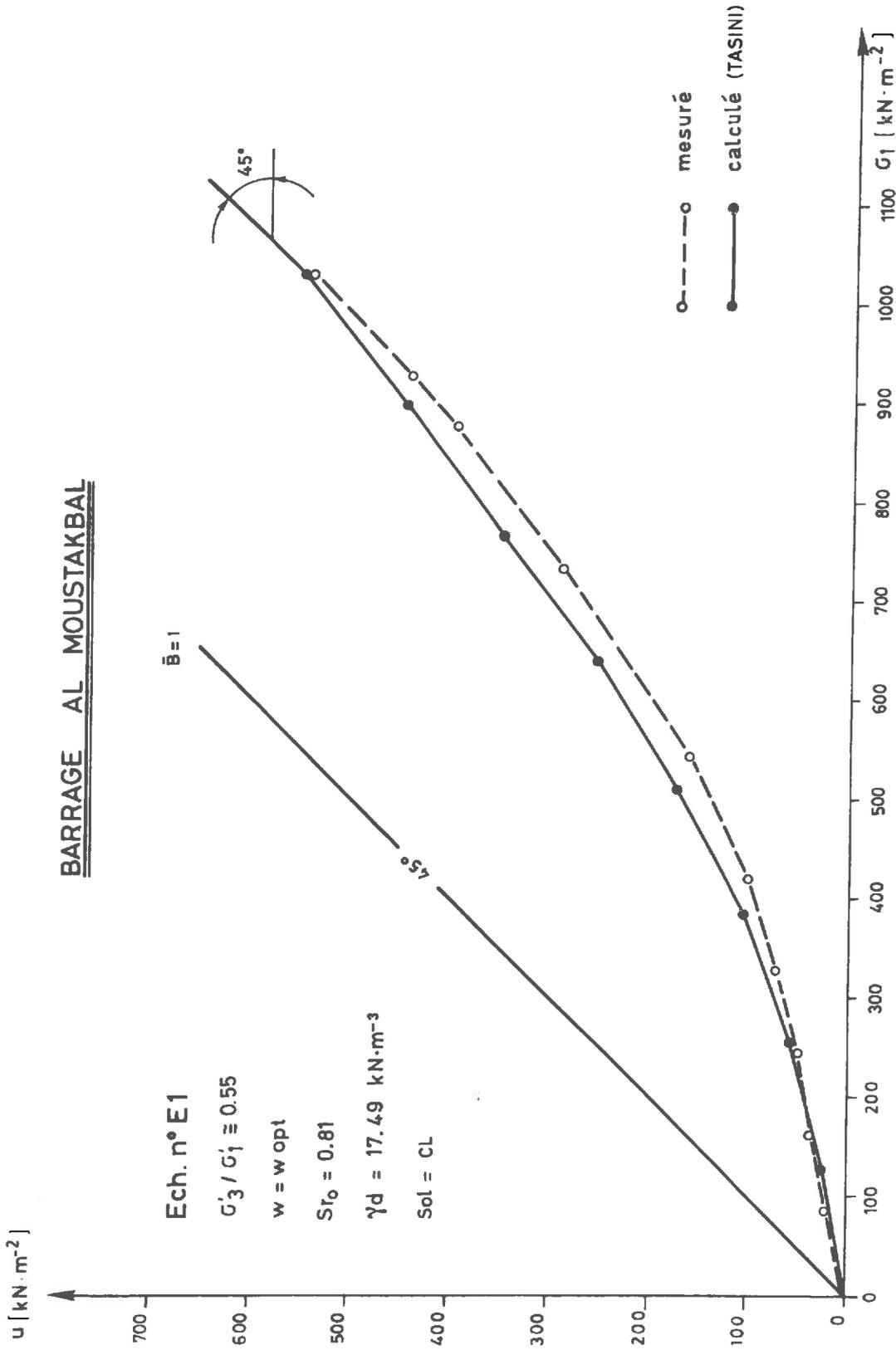


Fig. 3.30 : Pression interstitielle en fonction de la contrainte totale σ_1

Nous avons utilisés pour cette détermination des résultats d'essais exécutés au Laboratoire de mécanique des sols de l'EPFL, dans le cadre de l'étude du barrage AL MOUSTAKBAL. Ces résultats se prêtent bien à notre interprétation (Fig. 3.34 et 3.35).

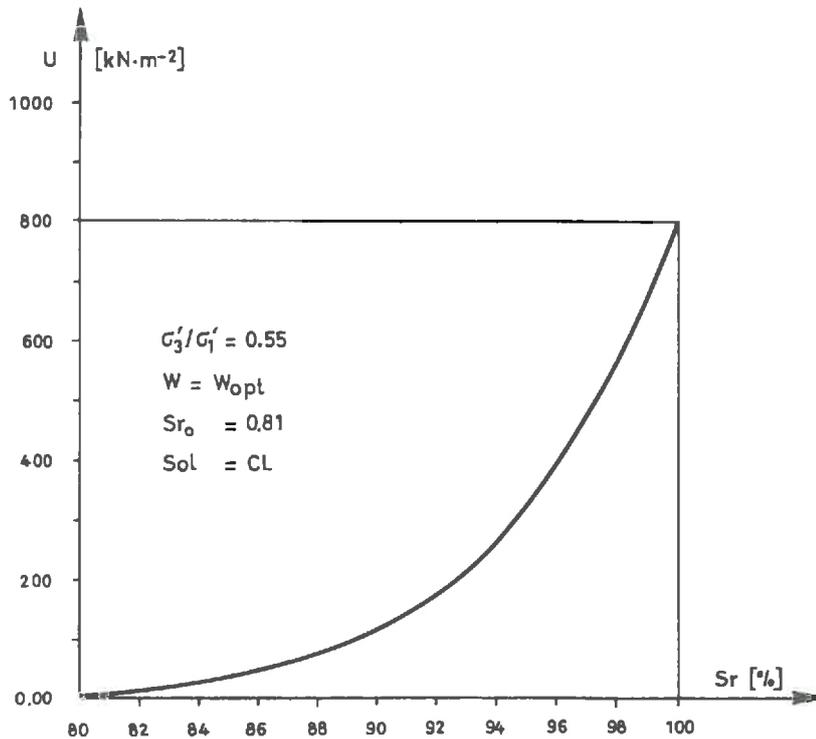


Fig. 3.31 : Evolution de la pression interstitielle en fonction du degré de saturation

3.7. PARAMETRE χ DE BISHOP

On appelle χ le paramètre défini par BISHOP (1961) comme la part de la contrainte interstitielle reprise par l'eau. Il est aussi connu sous le nom de coefficient de Bishop. On admet qu'une partie de la surface d'un élément de milieu poreux χdS est occupée par l'eau et l'autre partie $(1 - \chi)dS$ par l'air. Si l'on désigne la surface de l'eau par $S_w = \chi dS$, et celle de l'air par $S_a = (1 - \chi)dS$, le paramètre χ peut être exprimé comme suit :

$$\chi = \frac{S_w}{S_T} = \frac{S_w}{S_w + S_a} \qquad 3-109$$

On peut écrire :

$$S_w = \pi \bar{r}^2 = \pi \left[\int_{S_{rmin}}^{S_r} r \, d S_r \right]^2 \quad 3-110a$$

$$S_a = \pi \bar{r}^2 = \pi \left[\int_{S_r}^1 r \, d S_r \right]^2 \quad 3-110b$$

La fonction de r (3-48a) est :

$$r = c_0 (S_r - S_{rmin})^{c_1}$$

En substituant r dans l'expression (3-109), on obtient :

$$x = \frac{\left[\int_{S_{rmin}}^{S_r} c_0 (S_r - S_{rmin})^{c_1} \, d S_r \right]^2}{\left[\int_{S_{rmin}}^{S_r} c_0 (S_r - S_{rmin})^{c_1} \, d S_r \right]^2 + \left[\int_{S_r}^1 c_0 (S_r - S_{rmin})^{c_1} \, d S_r \right]^2} \quad 3-111$$

d'où :

$$x = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{2(c_1+1)} \quad 3-112$$

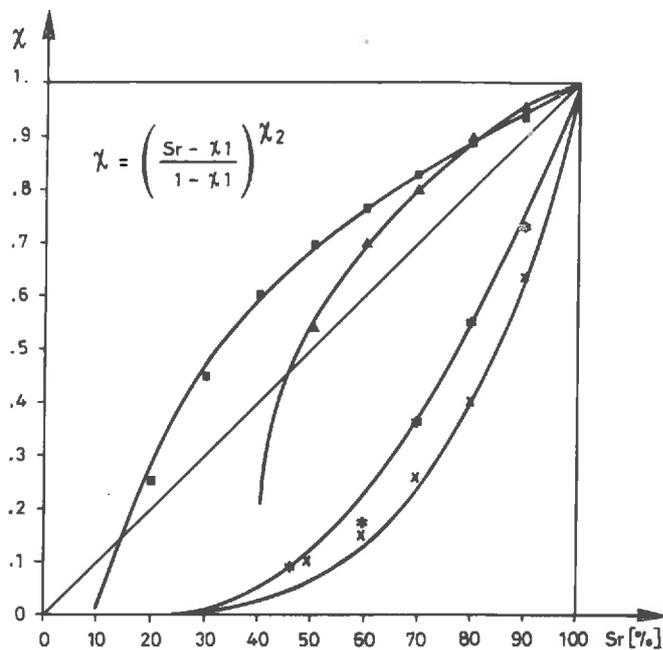
Dans le cas général pour $S_{r\min} = \chi_1$ et $2(c_1 + 1) = \chi_2$, on a :

$$\chi = \left(\frac{S_r - \chi_1}{1 - \chi_1} \right)^{\chi_2} \quad 3-113$$

où χ_1 et χ_2 sont des caractéristiques dépendant du milieu poreux (Fig. 3.36). Ainsi, on trouve le paramètre χ qui est une fonction de S_r :

pour :

$$\begin{aligned} S_r &= 100 \% & \chi &= 1 \\ S_r &= \chi_1 \% & \chi &= 0 \end{aligned}$$



	χ_1	χ_2
▲ Essais de Bishop-Blight (1963) (IC)	0.40	0.325
■ " " " (VM)	0.15	0.440
x Essais de Jennings-Burland (1962)	0.10	3.50
* Nos essais	0.25	1.95
- Calculé		

Fig. 3.32 : Diagramme $\chi - S_r$

3.7.1. Détermination de χ en laboratoire

La détermination de χ en laboratoire a été faite par BISHOP - BLIGHT (1963) et JENNINGS et al. (1962) au moyen d'essais assez compliqués. Une détermination plus simple a été réalisée par VERBRUGGE (1978), d'après lequel χ est donné par la relation :

$$\chi = \frac{(\sigma'_1 + \sigma'_3)_{\text{sat}} - (\sigma_1 \sigma_3)}{2 (u_a - u_w)} \quad 3-114$$

Il suffit donc de connaître les valeurs de c' et ϕ' pour calculer $(\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$ et de mesurer σ_1, σ_3 à la rupture et la succion ψ sur une éprouvette non saturée. Si l'on prend un essai de compression simple, la contrainte σ_3 est nulle, u_a est négligeable. La contrainte effective σ'_3 sera égale à $\chi\psi$. La figure 3.37 montre que pour différents degrés de saturation, on obtient différentes courbes de $\sigma - \epsilon$, similaires à celles obtenues dans un essai de compression triaxiale (Fig. 3.38). L'équation de Mohr-Coulomb donne :

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{et} \quad \sigma'_1 - \sigma'_3 = \sigma_1$$

d'où :

$$\sigma'_3 = \sigma_1 \left(\frac{1 - \sin \phi'}{2 \sin \phi'} \right) - c' \text{ c tg } \phi' \quad 3-115$$

Les valeurs σ'_3 et ψ correspondantes pour le même degré de saturation étant connues, on calcule χ (Fig. 3.36) :

$$\chi = \frac{\sigma_1 (1 - \sin \phi') - 2 c' \cos \phi'}{2 \sin \phi' (u_a - u_w)} \quad 3-116$$

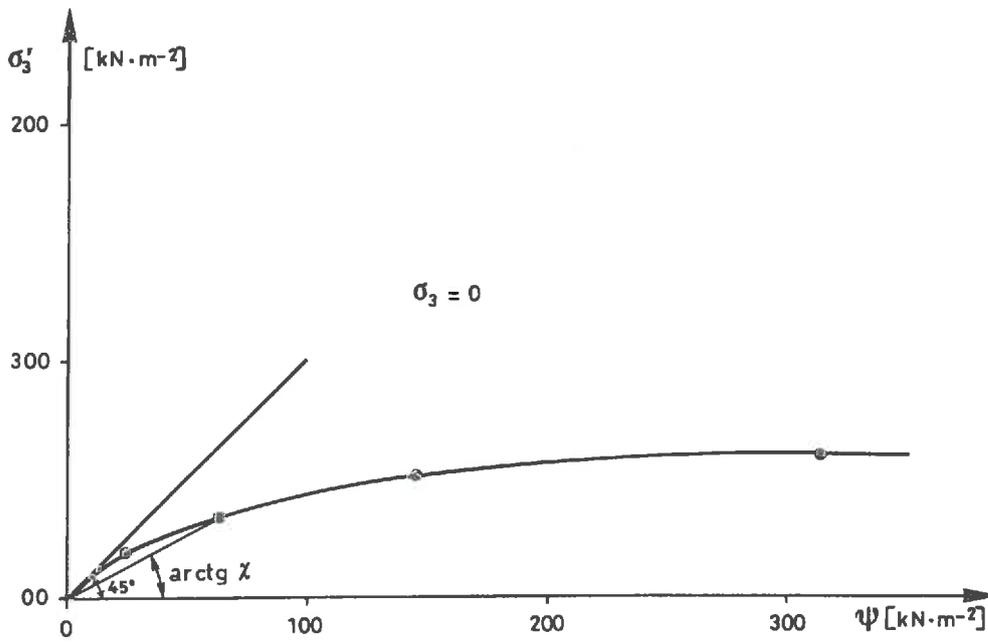


Fig. 3.33 : Diagramme $\sigma'_3 - \psi$

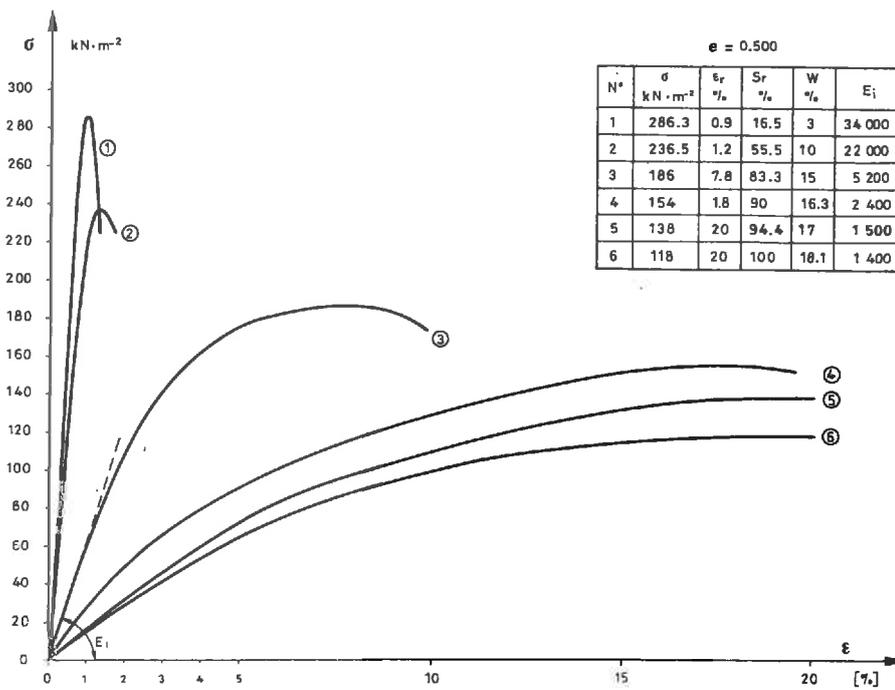


Fig. 3.34 : Essai de compression simple

3.7.2. Estimation du paramètre χ

Si la perméabilité relative à l'eau kr_w est connue, le paramètre χ peut être calculé par les équations suivantes :

$$\chi = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{2(c_1+1)} \quad (3-12)$$

$$kr_w = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{2(c_1+1)+2} \quad (3-49)$$

On en tire :

$$\chi = \frac{kr_w}{\left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^2} = kr_w \left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_r - S_{rmin}} \right)^2 \quad 3-117$$

ou bien :

$$\chi_2 = n_1 - 2 = 2 \log \psi_0 + 1 \quad 3-118$$

Par exemple : soit $S_r = 80 \%$, on a :

$$kr_w = 0.20 \quad \text{Fig. 3.18}$$

$$\chi = 0.40 \quad \text{Fig. 3.36}$$

l'équation (3-116) donne $\chi = 0.38$. Ces deux valeurs sont très proches. Nous admettons que le paramètre χ_1 est égal à S_{rmin} .

3.8. CONCLUSION

Nous avons décrit, dans ce chapitre 3, les caractéristiques du milieu non saturé par leurs expressions mathématiques et en tenant compte de leur non-linéarité et de leur évolution au cours du temps. La perméabilité ($k_{w,a}$) et la succion (ψ) caractérisent l'écoulement à travers le milieu saturé ou non saturé, le module d'élasticité (E) et le coefficient de Poisson (ν), sa déformabilité, la cohésion (c) et l'angle de frottement (ϕ), sa résistance. Nous n'avons guère parlé de ces derniers, car ils sont bien connus en mécanique des sols.

Les différents paramètres cités ci-dessus correspondent aux paramètres des équations qui ont été présentées dans le chapitre 2, et seront résolues dans le chapitre 4.

4. RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS

4.1. INTRODUCTION

Nous présentons dans ce chapitre la résolution numériques de l'équation (2-143).

$$\begin{bmatrix} [K] & [H] \\ 0 & [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad 2.143$$

La méthode des éléments finis permet d'introduire la condition d'anisotropie et de non-linéarité du milieu dans chaque élément, et de tenir compte d'une géométrie complexe.

Les équations décrivant le comportement d'un milieu poreux non saturé sont des équations aux dérivées partielles à coefficients non linéaires. Une solution unique peut être trouvée en tenant compte des conditions initiales et aux limites. Selon l'hypothèse adoptée au paragraphe 2.3.6., le milieu est en équilibre statique à un instant donné t_1 . Cela signifie que tous les coefficients peuvent être traités comme des fonctions fixes des coordonnées de l'espace [ZIENKIEWICZ, 1963]. En connaissant les valeurs initiales, les équations peuvent être résolues en procédant pas à pas.

La première phase du calcul consiste à calculer les déformations initiales, les contraintes totales de même que les pressions interstitielles (TASINI). Les résultats de ce premier calcul seront les conditions initiales du deuxième, dont le but est de calculer l'évolution des caractéristiques du milieu au cours du temps (CONOSA).

4.2. DEFORMATIONS INSTANTANÉES

La déformation instantanée se produit immédiatement après l'application de la charge au temps $t = 0$. A ce moment, il n'y a pas d'écoulement d'eau ou d'air. Seul l'air se comprime et se dissout dans l'eau. Nous admettons que les trois phases du milieu se combinent en une seule; du point de vue mécanique, le milieu est monophasique. A partir des caractéristiques mécaniques des trois phases, on peut calculer les caractéristiques mécaniques globales du milieu mixte [GIROUD, 1973]. Il faut encore noter que la charge crée une pression interstitielle.

Le cas du sol saturé n'est qu'un cas particulier résolu par de nombreux auteurs [CHRISTIAN, 1968; D'APPOLONIA et al., 1970; NAYAK et al., 1972; AURIAULT, 1973; BOULON et al., 1979]. Les conditions initiales et aux limites sont alors bien connues et ne changent pas pendant le calcul. Par contre, dans le cas d'un sol non saturé (le milieu peut cependant être saturé par endroits), les conditions aux limites sont mal connues. C'est pourquoi nous adoptons une méthode de calcul incrémentale. A chaque incrément, les caractéristiques varient linéairement. Cela signifie que les deux hypothèses suivantes sont admises :

- Le milieu obéit à la loi de HOOKE (E_u, ν_u)
- La pression interstitielle se calcule par la loi de SKEMPTON

Il faut préciser ici que les caractéristiques non drainées sont calculées à partir des caractéristiques drainées et des coefficients de SKEMPTON A et B (voir paragraphe 3.5.3.). Il ne s'agit donc pas des caractéristiques déduites d'un essai non drainé. La résolution numérique sera faite par la méthode des éléments finis qui a été formulée par ZIENKIEWICZ (1973).

La méthode des déplacements donne :

$$[K]\{\Delta\delta\} + \{\Delta F\} = 0 \quad 4-1$$

où :

$$[K] = \int_V [B]^T [D_u] [B] dV : \text{matrice de rigidité du milieu}$$

$[B]$: une matrice provenant de la fonction exprimant les déplacements

$[D_u]$: la matrice d'élasticité

$\{\Delta\delta\}$: le vecteur des déplacements nodaux

$\{\Delta F\}$: le vecteur des forces nodales extérieures

D'autre part, dans chaque élément, on a :

- Incrément des déformations : $\{\Delta\epsilon\} = [B]\{\Delta\delta\} \quad 4-2$

- Incrément des contraintes : $\{\Delta\sigma\} = [D_u][B]\{\Delta\delta\} \quad 4-3$

En résolvant l'équation (4-1), on obtient les déplacements nodaux. On calcule ensuite l'incrément des contraintes (4-3), de même que la pression interstitielle dans chaque élément à l'aide de la loi de SKEMPTON. Le schéma suivant résume ce calcul.

Les deux cas possibles, du point de vue mécanique, traités dans ce travail sont :

- Problème de déformation plane

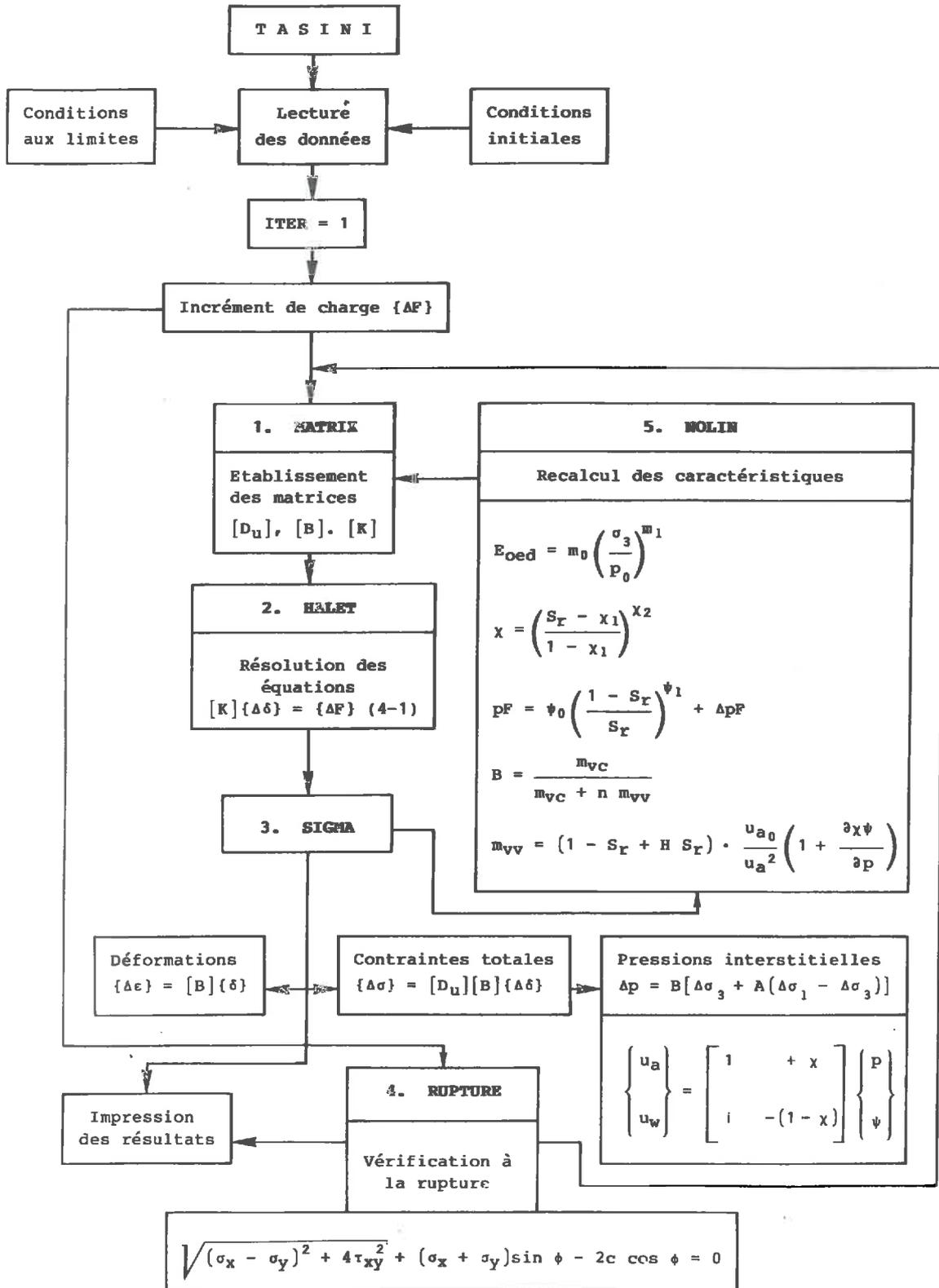
1. isotrope
2. anisotrope

- Problème de la symétrie de révolution

1. isotrope
2. anisotrope

L'organigramme du programme TASINI est donné à la page suivante.

SCHEMA DE CALCUL DU PROGRAMME TASINI



4.2.1. Calcul des matrices

Le sous-programme MATRIX calcule la matrice [B] des éléments, la matrice d'élasticité [D] et la matrice de rigidité [K]. Une fois les matrices de rigidité de chaque élément établies, ce programme constitue la matrice de rigidité générale [K] de toute la structure (voir schéma de calcul en annexe).

On a choisi un type d'élément quadrilatéral, subdivisé en deux éléments triangulaires (Fig. 4.1) :

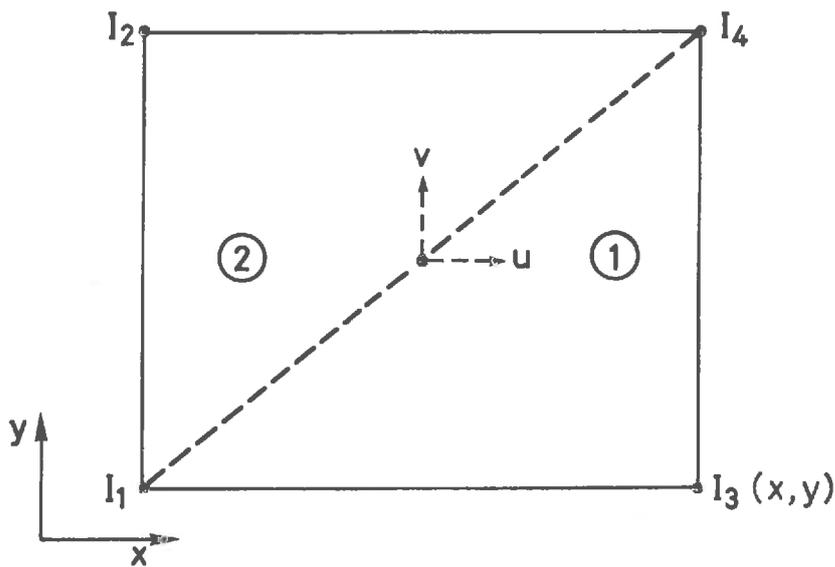


Fig. 4.1 : Type d'élément choisi

La formulation des éléments triangulaires a été développée par ZIENKIEWICZ (1973) :

a) **Les fonctions de déplacements**

Ces fonctions sont :

- horizontalement : $\delta_x = u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$ 4-4a

- verticalement : $\delta_y = v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$ 4-4b

d'où l'on calcule la matrice [B] pour deux cas (déformation plane et symétrie de révolution) [Annexe III].

b) La matrice d'élasticité

Le milieu peut être isotrope ou anisotrope, Les matrices d'élasticité sont indiquées en annexe. Si, au cours du chargement, un élément devient plastique, on recalcule une matrice élasto-plastique.

Grâce à une méthode de calcul pas à pas, la charge peut être appliquée par incréments successifs. La matrice d'élasticité est recalculée à chaque pas, en tenant compte de la non-linéarité du milieu. A ce moment, il est possible d'introduire, lorsqu'un élément est plastique, une matrice élasto-plastique. Nous admettons un modèle élasto - parfaitement plastique (Fig. 4.2) :

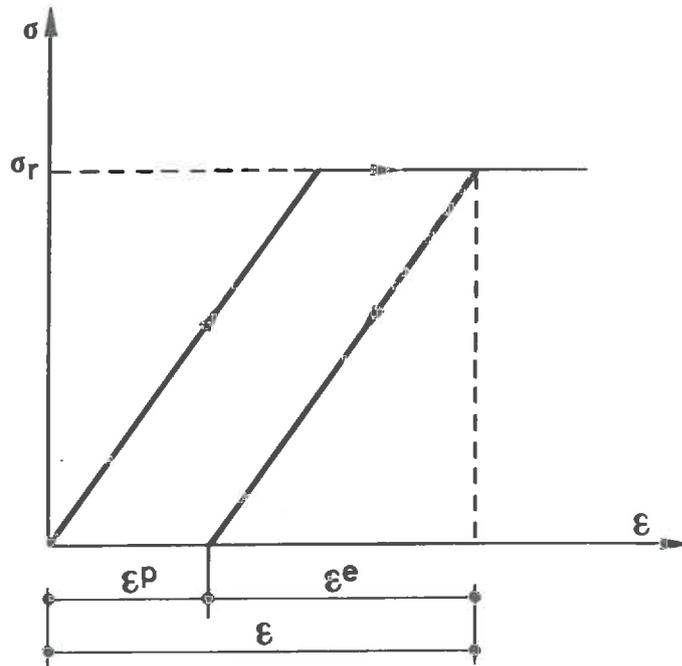


Fig. 4.2 : Comportement élasto - parfaitement plastique

En plasticité, on a :

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon^e + \Delta \epsilon^p$$

4-5

où $\Delta \epsilon$ = incrément de déformation

Les contraintes sont :

$$\{\Delta\sigma\} = [D^{ep}]\{\Delta\varepsilon\} \quad 4-6$$

où $[D^{ep}]$ = matrice élasto-plastique du milieu

Cette matrice $[D^{ep}]$ a été développée par de nombreux auteurs [NAYAK et al., 1972; DYSLI, 1974; CHRISTIAN et al., 1977; BUGROV, 1975]. D'après la théorie de la plasticité, on a dans le calcul incrémental :

$$\left[\begin{array}{c} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \end{array} \right]^T \{\Delta\sigma\} = 0 \quad 4-7$$

$$\{\Delta\varepsilon^p\} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad 4-8$$

d'où la matrice élasto-plastique $[D^{ep}]$:

$$[D^{ep}] = [D^e] - [D^p] \quad 4-9$$

Si l'on choisit le critère de Mohr-Coulomb avec une loi associée, on obtient la matrice $[D^p]$ suivante pour les déformations planes [KAMINSKI et al., 1978] :

$$[D^p] = H_4 \begin{bmatrix} H_1^2 & H_1 H_2 & H_1 H_3 \\ \text{sym.} & H_2^2 & H_2 H_3 \\ & & H_3^2 \end{bmatrix} \quad 4-10$$

où :

$$H_1 = \frac{E}{2(1-2\nu)(1+\nu)} \sin \phi + \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \quad (4-10a)$$

$$H_2 = \frac{E}{2(1-2\nu)(1+\nu)} \sin \phi - \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \quad (4-10b)$$

$$H_3 = \frac{E}{2(1 + \nu)} \frac{2 \tau_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{xy}^2}} \quad 4-10c$$

$$H_4 = \frac{1}{\frac{E}{2(1 + \nu)} + \frac{E \sin \phi}{2(1 - 2\nu)(1 + \nu)}} \quad 4-10d$$

Dans le cas de symétrie de révolution, on admet que l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_\theta$ est le même que $\Delta \varepsilon_x$, car dans la loi de Mohr-Coulomb, la contrainte $\Delta \sigma_\theta$ n'intervient pas (Fig. 4.3.).

c) Cas saturé

Si un élément devient saturé, le coefficient de Poisson vaut alors 0.5. Les termes de la matrice d'élasticité deviennent infinis. Cela veut dire que l'élément est incompressible. Cependant, il est possible d'obtenir une solution convenable approchée en posant $\nu_u = 0.45$ à 0.49 [DEBONGNIE, 1978]. Ainsi, nous choisissons le coefficient de Poisson non drainé $\nu_u = 0.49$ pour les éléments qui sont saturés (Fig. 4.4).

4.2.2. Résolution du système d'équations

La résolution du système d'équations est faite par la méthode de KHALETSKY. C'est une méthode directe qui ne nécessite pas la mémorisation des résultats intermédiaires. Par cette méthode, nous pouvons tenir compte facilement des conditions aux limites, en multipliant par un grand nombre - par exemple 10^{20} - les termes diagonaux correspondant aux déplacements fixés.

Les équations à résoudre sous forme matricielle sont :

$$[K]\{\delta\} = \{F\}$$

4-11

où $[K]$ = matrice de rigidité de la structure

$\{F\}$: forces nodales extérieures

$\{\delta\}$: déplacements des noeuds inconnus

La solution a été donnée par DEMIDOVITCH et al. (1979). C'est cette méthode qui est utilisée dans notre programme.

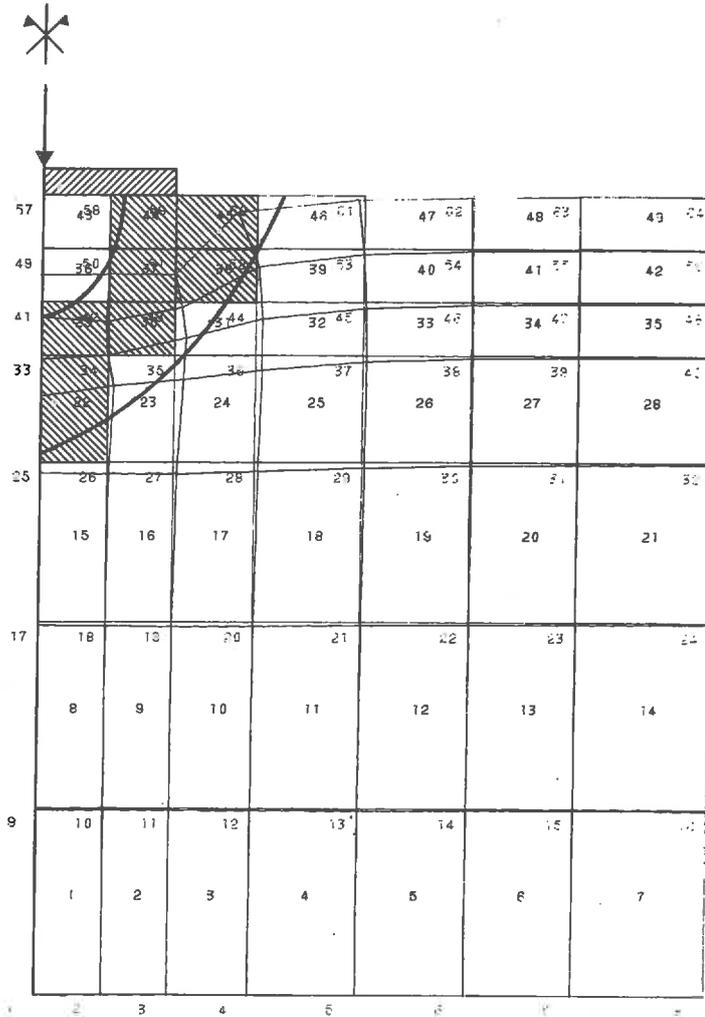


Fig. 4.3 : Calcul plastique

4.2.3. Calcul des contraintes

Le sous-programme SIGMA calcule les contraintes totales, les contraintes effectives et la pression interstitielle dans chaque élément.

L'équation (4-3) donne :

$$\{\Delta\sigma\} = [D_U][B]\{\Delta\delta\} \quad 4-12$$

où $\{\Delta\delta\}$ = les déplacements nodaux calculés par le sous-programme HALET (résolution d'équations linéaires)

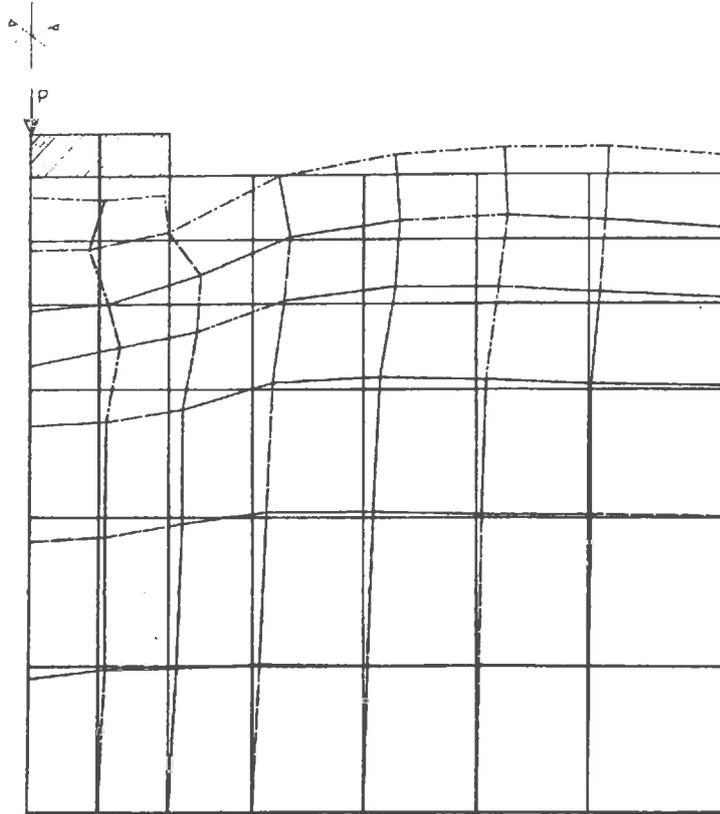


Fig. 4.4 : Déformation de la structure dans un milieu saturé

Une fois les contraintes totales connues, on peut calculer la pression interstitielle, à l'aide de la loi de SKEMPTON.

On a :

$$\Delta p = B \left[\Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \right] \quad 4-13$$

Les coefficients A et B sont calculés par le sous-programme NOLIN (voir schéma de calcul en annexe), puis les pressions interstitielles u_a et u_w . La pression de l'air ne peut pas être supérieure à $u_{a_{max}}$. L'expression (3-100) donne pour $n_a = 0$ [SCHUURMANN, 1966].

$$u_{a_{max}} = \frac{1 - S_{r_0} + H S_{r_0}}{H S_{r_0}} u_{a_0} \quad (\text{Fig. 4.5}) \quad 4-14$$

où : S_{r_0} = degré de saturation initial
 H = coefficient d'Henry

Si u_a est égale à $u_{a_{max}}$, le volume de l'air disparaît instantanément, donc il se produit un tassement important et soudain. Ce phénomène s'appelle l'écroutement (collapse). Le milieu devient saturé [JENNINGS et al., 1957; BOOTH, 1977; KEZDI, 1979]. Dans certains sols, ce phénomène se produit facilement (par exemple : les Loess non saturés [CAMBEFORT, 1976]) par décomposition des liaisons existant dans la structure des grains.

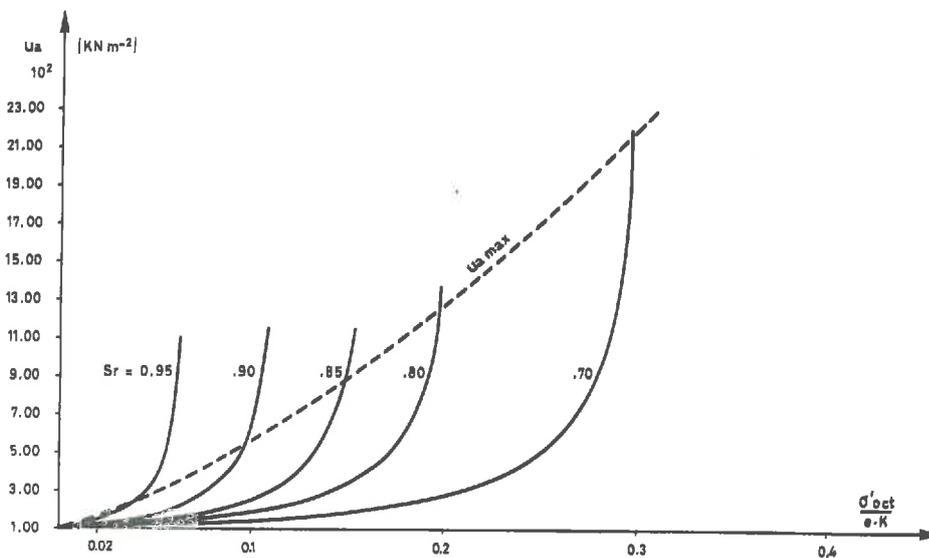


Fig. 4.5 : Pression de l'air en fonction de S_r

4.2.4. Critère de rupture et modèle plastique

Nous adoptons, pour la rupture, le critère de Mohr-Coulomb qui est la loi la plus utilisée en géotechnique. Pour un élément soumis à un état de contrainte quelconque, la rupture se produit si l'un des trois cercles de Mohr coupe la droite intrinsèque (Fig. 4.6).

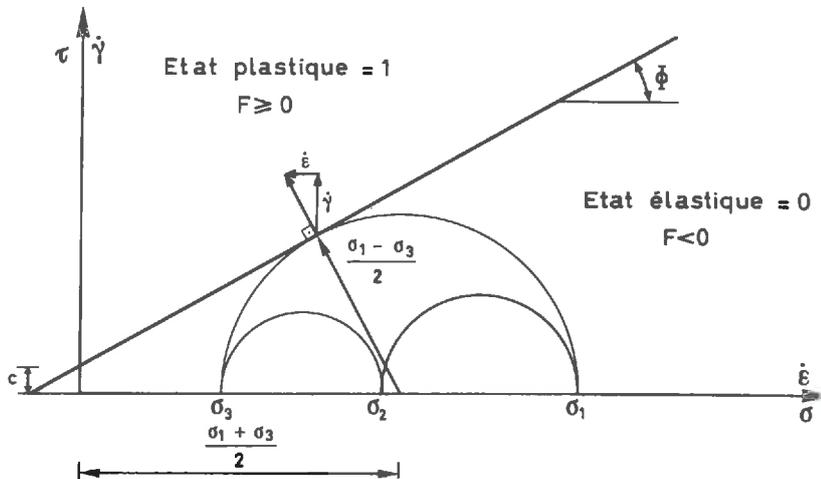


Fig. 4.6 : Loi de Mohr - Coulomb

La loi de Mohr-Coulomb est un critère bidimensionnel, c'est-à-dire que la contrainte intermédiaire σ_2 ne joue aucun rôle.

Cette loi s'écrit, en fonction des contraintes effectives :

$$F = \sqrt{(\sigma'_y - \sigma'_x)^2 + 4 \tau_{xy}^2} - (\sigma'_x + \sigma'_y) \sin \phi - 2c \cos \phi = 0 \quad 4-15a$$

ou
$$F = (\sigma'_1 - \sigma'_3) - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \phi - 2c \cos \phi = 0 \quad 4-15b$$

où c est la cohésion et ϕ l'angle de frottement interne. Dans le cas d'un sol surconsolidé, les deux paramètres c et ϕ changent en fonction de l'indice de vide e . HVORSLEV (1973) a montré pour la première fois que la résistance au cisaillement d'une argile saturée dépend de sa teneur en eau. Comme l'argile est saturée, la teneur en eau est une fonction de

l'indice de vide. Autrement dit, la résistance au cisaillement dépend de l'indice de vide, ainsi que des paramètres c et ϕ . Les travaux de ROSCOE et al. (1958) ont confirmé l'analyse de HVORSLEV [HENKEL, 1959].

Calculons ces paramètres c et ϕ en fonction de la succion matricielle en admettant que la cohésion d'un sol sec et désagrégé est nulle.

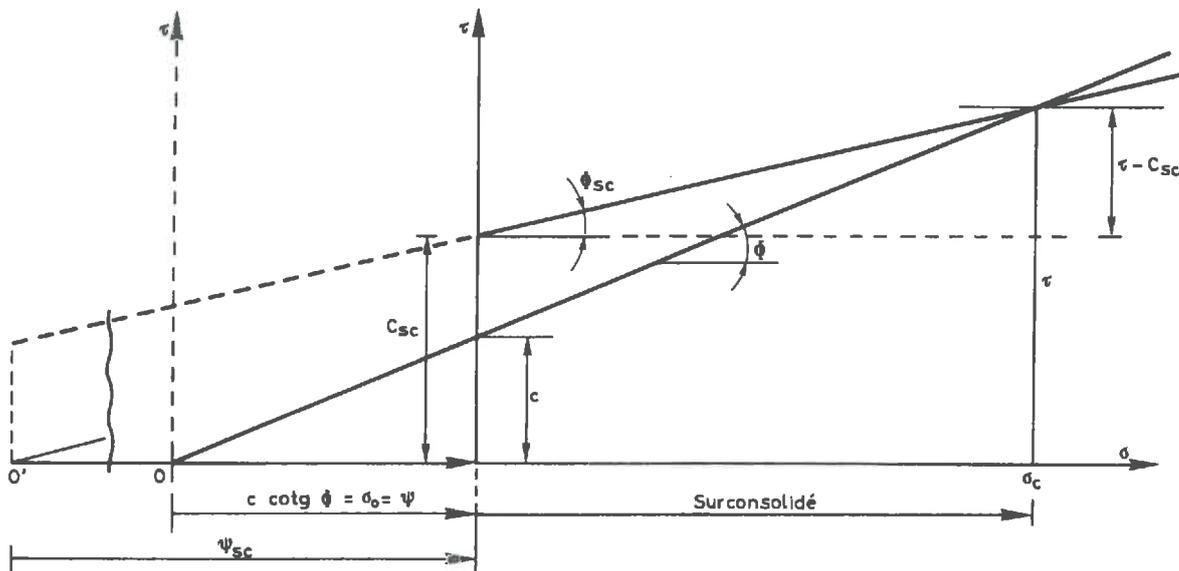


Fig. 4.7 : Définition de c_{sc} et de ϕ_{sc}

Si c n'est pas nul, il existe une contrainte sphérique de compression qui serre les grains entre eux, ce qui signifie que l'origine de l'axe τ est déplacée (Fig. 4.7) jusqu'à une valeur de précontrainte (σ_0) qui existe déjà dans le sol. L'équation des contraintes (2-67) donne, pour une contrainte extérieure nulle :

$$\sigma = \sigma' + u_a - \chi\psi = 0 \quad 4-16$$

Comme le sol est saturé :

$$u_a = 0, \quad \chi = 1$$

et la succion matricielle est (3-12) :

$$\psi = \gamma_w H_c = \gamma_w 10^{pF} c \quad 4-17$$

d'où :

$$\sigma'_0 = \psi \quad 3-18$$

D'une part, la contrainte initiale σ_0 est (Fig. 4.7) :

$$\sigma_0' = c \cdot \cotg \phi \quad 4-19$$

En égalant les deuxièmes membres des équations (4-18) et (4-19), on obtient :

$$\psi = c \cdot \cotg \phi \quad 4-20$$

Par analogie (4-20) :

$$\psi_{sc} = c_{sc} \cotg \phi_{sc} \quad 4-21a$$

ou encore :

$$c_{sc} = \psi_{sc} \operatorname{tg} \phi_{sc} \quad 4-21b$$

D'autre part, d'après la figure 4.7, on a :

$$\operatorname{tg} \phi_{sc} = \frac{\tau - c_{sc}}{\sigma_c} = \frac{c - c_{sc} + \sigma_c \operatorname{tg} \phi}{\sigma_c} \quad 4-22$$

où l'indice sc désigne : surconsolidé

σ_c : pression de consolidation

τ : contrainte de cisaillement

On tire des équations (4-21b) et (4-22) :

$$\phi_{sc} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{c_{sc}}{\psi_{sc}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{c + \sigma_c \operatorname{tg} \phi}{\sigma_c + \psi_{sc}} \right) \quad 4-23$$

$$c_{sc} = \frac{\psi_{sc}}{\sigma_c + \psi_{sc}} (c + \sigma_c \operatorname{tg} \phi) \quad 4-24$$

(Fig. 4.8)

Le modèle de Mohr-Coulomb permet de tenir compte des deux cas suivants : normalement consolidés et surconsolidés. Nous testons par le calcul chaque élément et mémorisons l'état de l'élément à chaque pas.

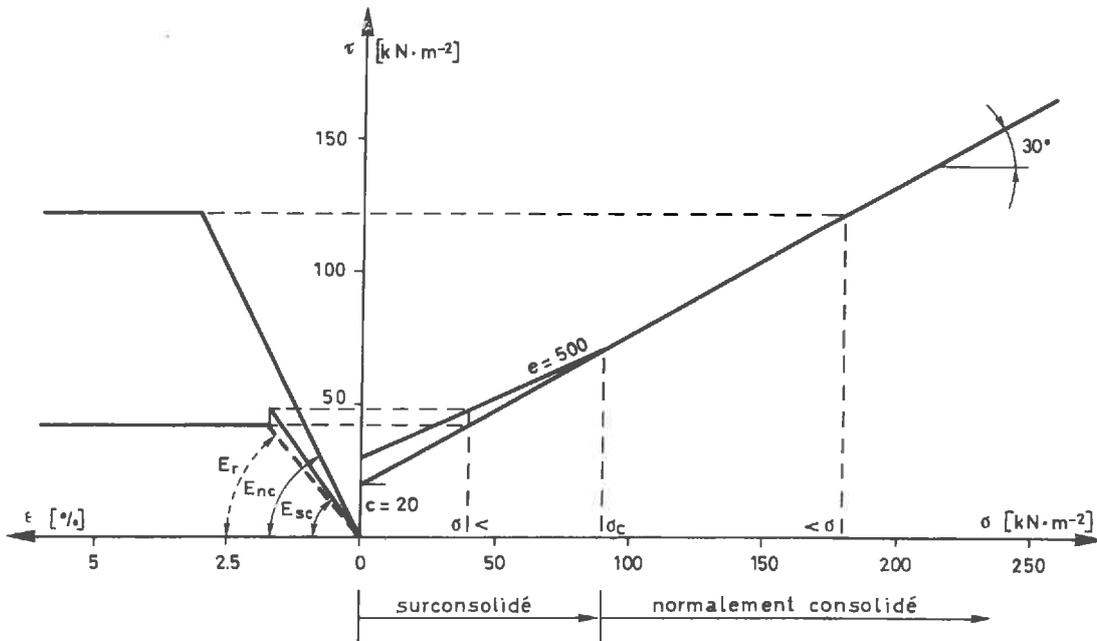


Fig. 4.8 : Modèle de plasticité

4.2.5. Calcul des caractéristiques non linéaires

Le sous-programme NOLIN calcule les caractéristiques mécaniques et hydrauliques du milieu à chaque pas. Les caractéristiques sont non linéaires et varient en fonction des contraintes et du degré de saturation. Elles sont calculées après chaque pas, pour être utilisées au pas suivant. A chaque incrément, elles restent constantes.

Le calcul se fait comme suit (Fig. 4.9) :

Connaissant les valeurs actuelles et précédentes, aux pas n et $n-1$, ainsi que les incréments de contraintes effectives et de degré de saturation soit $\Delta\sigma'$ et ΔS_r . On calcule les valeurs au pas $n+1$ en ajoutant α pourcent d'incrément à la valeur du pas n , ce qui donne une valeur moyenne entre deux pas n et $n+1$, puisque la loi F des caractéristiques est connue.

On a donc :

$$F(x_{n+1}) = F(x_n + \alpha \Delta x)$$

4-25

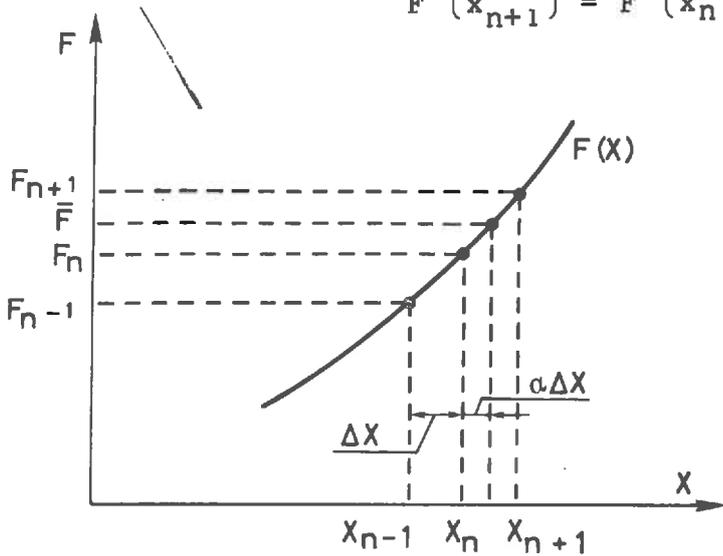


Fig. 4.9 :
Schéma de l'extrapolation

α est admis égal à 0.5.

4.2.6. Test du programme TASINI

Le programme TASINI a été testé par comparaison avec le programme ADINA pour un cas monophasique élastique, en considérant que le milieu est tout à fait sec ($S_r \approx 0.0 \%$). La figure 4.10 montre les résultats des calculs faits à l'aide des deux programmes. Il y a bonne concordance entre les résultats des deux calculs.

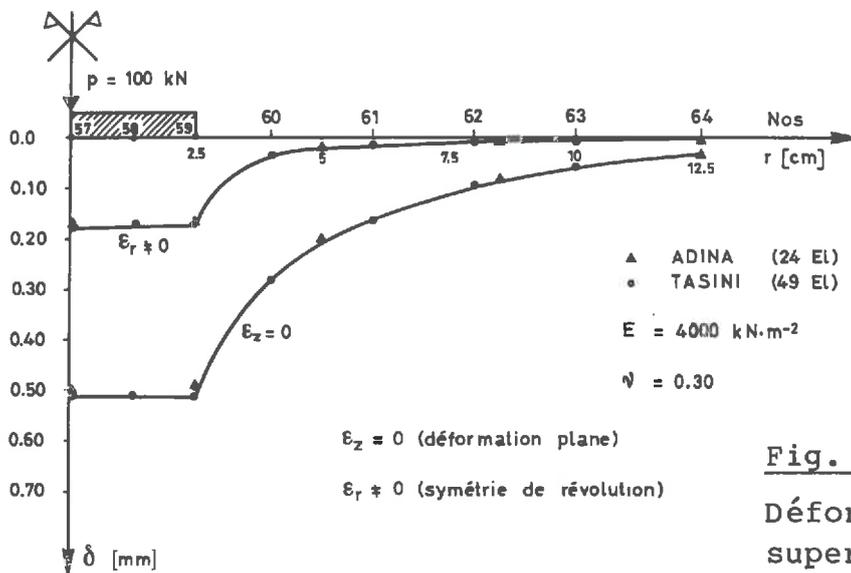


Fig. 4.10 :
Déformations superficielles

4.3. DEFORMATIONS DIFFERÉES

Le calcul des déformations instantanées donne les conditions initiales. Les équations qui décrivent le phénomène des déformations différées(2-143) peuvent donc être résolues:

$$\begin{bmatrix} [K] & [H] \\ 0 & [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad 2.143$$

Les inconnues sont les déplacements $\delta(u,v)$ et les pressions interstitielles $p(u_a, u_w)$. Les deux groupes d'équations permettent la résolution numérique par la méthode des éléments finis. Nous allons décrire les matrices qui figurent ci-dessus dans les équations (2-143).

4.3.1. Détermination des matrices

La pression p est exprimée sous forme d'une fonction du deuxième degré, telle que sa deuxième dérivée par rapport au temps soit nulle :

$$p = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 \left(\frac{x^2}{2} + c_{vx} t \right) + \alpha_4 y + \alpha_5 \left(\frac{y^2}{2} + c_{vy} t \right) \quad 4-25$$

L'écoulement étant dérivé d'un potentiel, le terme xy est nul, car $\text{rot } \vec{v} = 0$.

La fonction de pression contenant cinq inconnues $\{\alpha_i\}$, il faut un élément à cinq noeuds pour pouvoir calculer ces inconnues. L'élément choisi est un quadrilatère à cinq noeuds (Fig. 4.11) qui est composé de quatre éléments triangulaires de déplacement (N_1, N_2, N_3 et N_4).

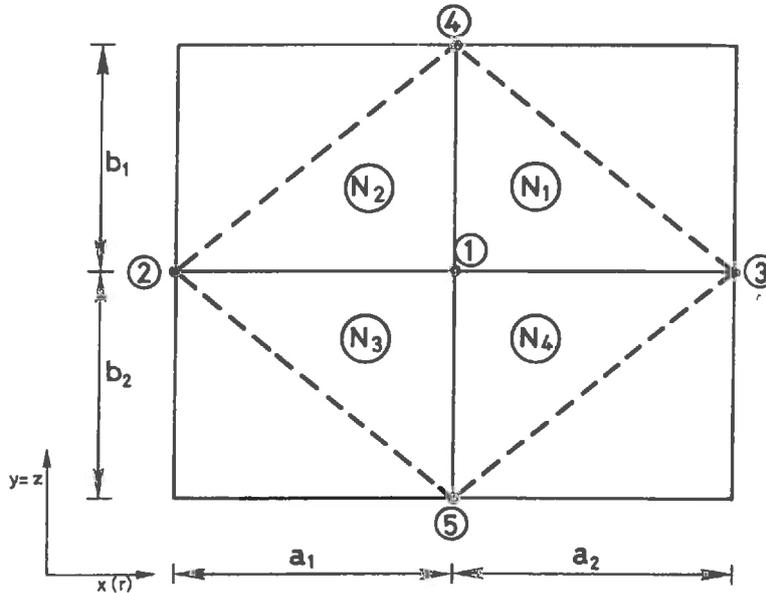


Fig. 4.11 : Élément de consolidation

La fonction de p satisfait l'équation (2-131). On obtient donc :

$$c_{vx} \alpha_3 + c_{vy} \alpha_5 = \frac{\partial p}{\partial t} \quad 4-26$$

Calculons les coefficients α_i en fonction des pressions nodales. Nous avons alors, sous forme matricielle :

$$\{p\} = [N]\{\alpha\} \quad 4-27$$

où :

$$\{p\}^T = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5] \quad 4-28a$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \frac{1}{2} x_1^2 & Y_1 & \frac{1}{2} Y_1^2 \\ 1 & x_2 & \frac{1}{2} x_2^2 & Y_2 & \frac{1}{2} Y_2^2 \\ 1 & x_3 & \frac{1}{2} x_3^2 & Y_3 & \frac{1}{2} Y_3^2 \\ 1 & x_4 & \frac{1}{2} x_4^2 & Y_4 & \frac{1}{2} Y_4^2 \\ 1 & x_5 & \frac{1}{2} x_5^2 & Y_5 & \frac{1}{2} Y_5^2 \end{bmatrix} \quad 4-28b$$

d'où :

$$\{\alpha\}^T = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5] \quad 4-28c$$

$$\{\alpha\} = [N]^{-1} \{p\} \quad 4-29$$

(pour $[N]^{-1}$, voir annexe)

Le premier membre de l'équation (4-26) devient alors :

$$\begin{Bmatrix} c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \\ c_{vy} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{vx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{vy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} = [M] \{\alpha\}$$

4-30

En introduisant la valeur de α dans l'équation (4-30), on obtient :

$$\begin{Bmatrix} c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \\ c_{vy} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = [M][N]^{-1} \{p_i\} = [L] \{p_i\} \quad 4-31$$

où :

$$[L] = [M][N]^{-1} \quad 4-32$$

La matrice [L] devient (2-133) :

$$[L] = 2 \begin{bmatrix} -\left(\frac{c_{vx}}{a_1 a_2}\right) \left(\frac{c_{vx}}{a_1 (a_1 + a_2)}\right) \left(\frac{c_{vx}}{a_2 (a_1 + a_2)}\right) & 0 & 0 \\ -\left(\frac{c_{vy}}{b_1 b_2}\right) & 0 & 0 & \left(\frac{c_{vy}}{b_1 (b_1 + b_2)}\right) \left(\frac{c_{vy}}{b_2 (b_1 + b_2)}\right) \end{bmatrix}$$

4-33

Quant au deuxième membre de (4-26) [discrétisation du temps] : l'expression (4-25) donne l'évolution de la pression pendant Δt . Cette évolution peut être calculée au centre de chaque élément $[N(\bar{x}, \bar{y})]$, dans n'importe quel intervalle de temps. En utilisant la relation de récurrence, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} = \frac{\bar{p}_{t_1} - \bar{p}_{t_2}}{\Delta t} \quad 4-34$$

où :

$$\bar{p} = [\bar{N}] \{p\} \quad 4-35$$

$[\bar{N}]$ est une matrice qui dépend du type d'élément choisi. Comme pour chaque élément, la vitesse de dissipation de la pression interstitielle est constante, il s'ensuit que la dérivée de p (4-25) par rapport au temps ne dépend pas des coordonnées. Si l'on prend la dérivée au centre de l'élément, la matrice de $[\bar{N}]$ devient :

$$[\bar{N}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 4-36$$

L'équation (4-34) devient :

$$\frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}] \{p\}_{t_1} - [\bar{N}] \{p\}_{t_2} \right] \quad 4-37$$

On a donc, en égalant les derniers membres des équations (4-31) et (4-37) :

$$[L]\{p\} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}]\{p\}_{t_1} - [\bar{N}]\{p\}_{t_2} \right] \quad 4-38$$

En prenant :

$$p = \frac{1}{2} (p_{t_1} + p_{t_2}) \quad 4-39$$

l'équation (4-38) devient :

$$[L] \left\{ \frac{p_{t_1} + p_{t_2}}{2} \right\} = \frac{1}{\Delta t} \left[[\bar{N}]\{p\}_{t_1} - [\bar{N}]\{p\}_{t_2} \right] \quad 4-40$$

ou encore :

$$\left[\frac{\Delta t}{2} [L] + [\bar{N}] \right] \{p\}_{t_2} = \left[[\bar{N}] - \frac{\Delta t}{2} [L] \right] \{p\}_{t_1} \quad 4-41$$

Posons :

$$\left[\frac{\Delta t}{2} [L] + [\bar{N}] \right] = [C] \quad 4-42$$

$$\left[[\bar{N}] - \frac{\Delta t}{2} [L] \right] \{p\}_{t_1} = \{F_1\} \quad 4-43$$

où la matrice [C] est :

$$[C] = 2\Delta t \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2\Delta t} + \frac{c_{vx}}{2\Delta t} \right) \left(\frac{c_{vx}}{a_1(a_1+a_2)} \right) \left(\frac{c_{vx}}{a_2(a_1+a_2)} \right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{2\Delta t} + \frac{c_{vy}}{2\Delta t} \right) & 0 & 0 & \left(\frac{c_{vy}}{b_1(b_1+b_2)} \right) \left(\frac{c_{vy}}{b_2(b_1+b_2)} \right) \end{bmatrix}$$

Finalement, l'équation de consolidation (4-26) devient :

$$[C]\{p\} = \{F_2\} \quad 4-45$$

Le schéma qui suit résume le cheminement du calcul par la méthode des éléments finis, au moyen du programme CONOSA (CONsolidation NON SATurée) [Fig. 4.12].

Dans le cas de la symétrie de révolution, on a en coordonnées cylindriques :

$$\text{div grad } p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \quad 4-46$$

Dans le cas de la déformation plane, il faut ajouter le terme $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \cdot \frac{\partial p}{\partial r}$. On peut écrire ce terme, d'après MURAY (1978) :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \quad 4-47$$

ce qui nous donne :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(r \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \quad 4-48$$

En conséquence, on multiplie par deux le coefficient du terme $\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$.

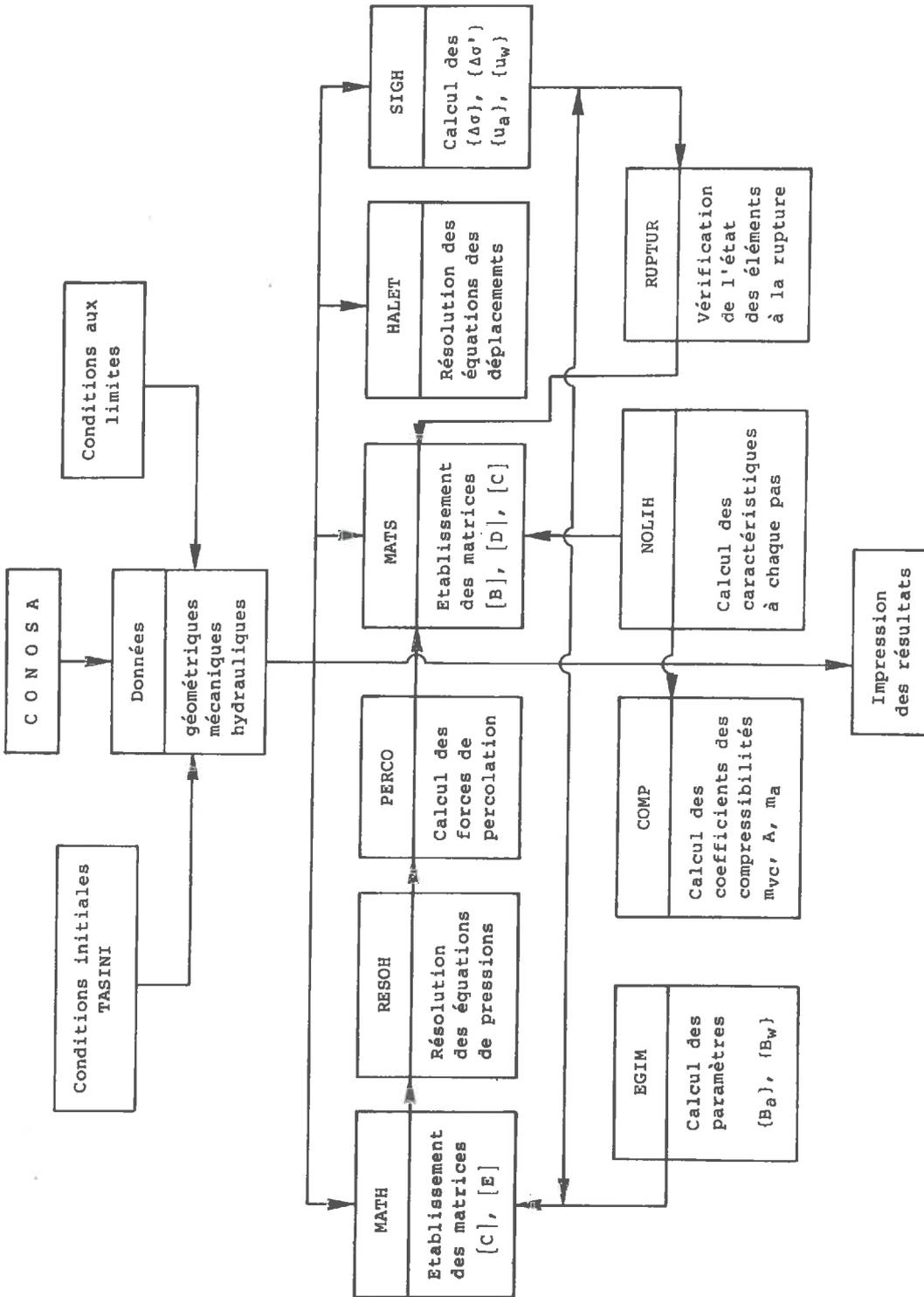


Fig. 4.12 : Schéma de CONOSA

4.3.2. Choix de l'incrément de temps

Ce choix doit assurer la convergence des résultats, de telle sorte que les équations discrétisées remplacent les équations aux dérivées partielles. Pour obtenir cette stabilité, il faut que tous les termes de l'équation (4-33) soient positifs :

$$\frac{1}{2\Delta t} - \frac{c_{vx}}{a_1 a_2} > 0 \quad 4-49a$$

ou

$$\frac{1}{2\Delta t} - \frac{c_{vy}}{b_1 b_2} > 0 \quad 4-49b$$

Nous avons donc :

$$\frac{c_{vx} \Delta t}{a_1 a_2} \quad \text{ou} \quad \frac{c_{vy} \Delta t}{b_1 b_2} < 1/2 \quad 4-50$$

Lorsque $a_1 = a_2 = a$ ou $b_1 = b_2 = b$:

$$\Delta t < \frac{a^2}{2 c_{vx}} \quad \text{ou} \quad \frac{b^2}{2 c_{vy}} \quad 4-51$$

où a et b sont les plus petites dimensions des éléments du réseau.

4.3.3. Programme CONOSA

Pour résoudre les équations, nous utilisons le schéma de calcul d'EISENSTEIN et al. (1976) [Fig. 4.13] :

- Conditions aux limites (Fig. 4.14) concernant les pressions :

$$p_i = p_{i_0} \quad \text{sur une frontière } \Gamma_1 \quad \text{ICH} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{(Condition} \\ \text{de} \\ \text{DIRICHLET)} \end{array}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \text{sur une frontière } \Gamma_2 \quad \text{ICH} = 2 \quad \begin{array}{l} \text{(Condition} \\ \text{de} \\ \text{NEUMAN)} \end{array}$$

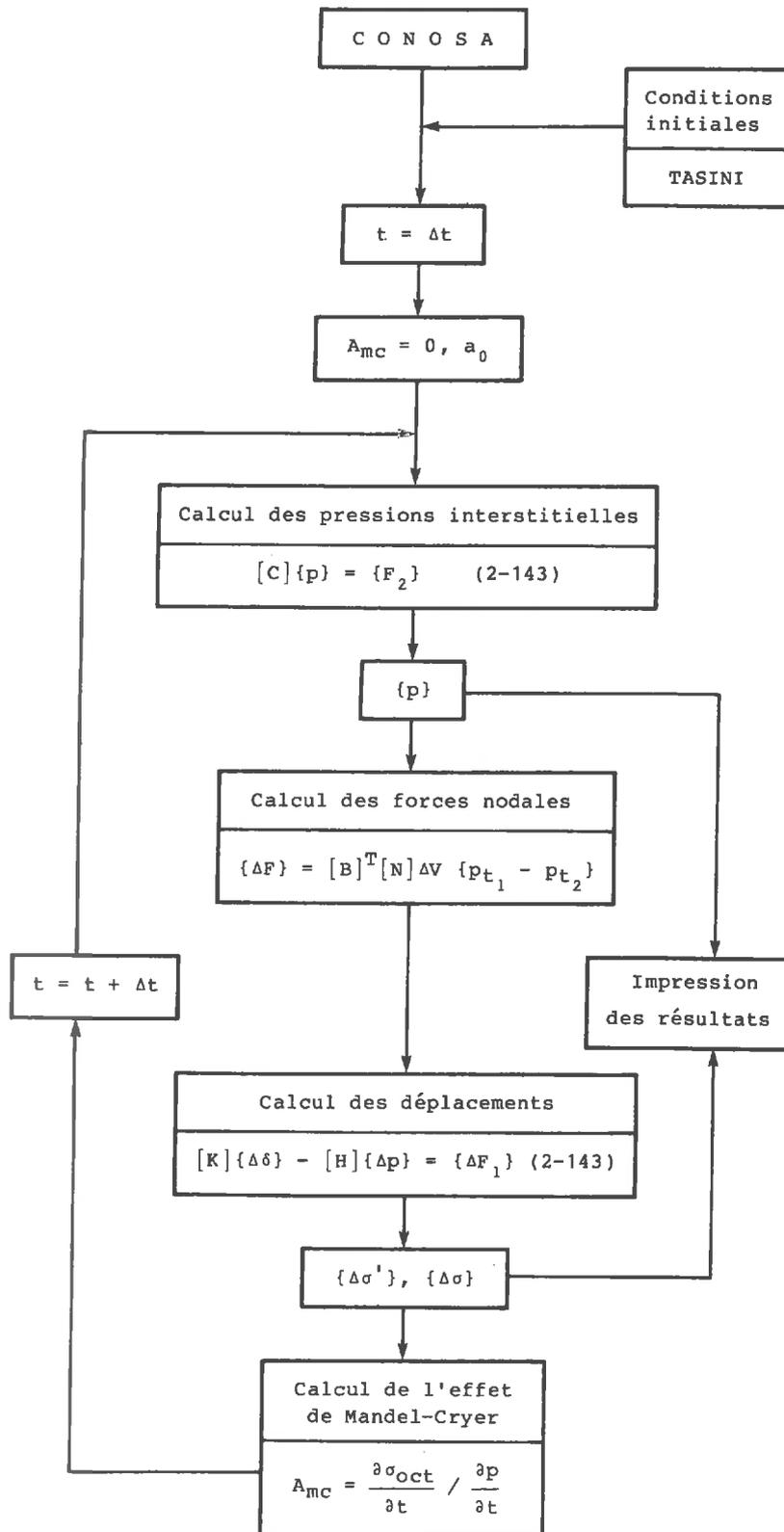


Fig. 4.13 : Schéma de calcul du programme CONOSA

- Conditions aux limites concernant les déplacements

($\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$) :

- Direction : $x - x$ $u_i = 0$ lié sur Γ ICX = 1
- Direction : $y - y$ $v_i = 0$ lié sur Γ ICY = 1

CONOSA est composé des sous-programmes indiqués par le schéma 4-12.

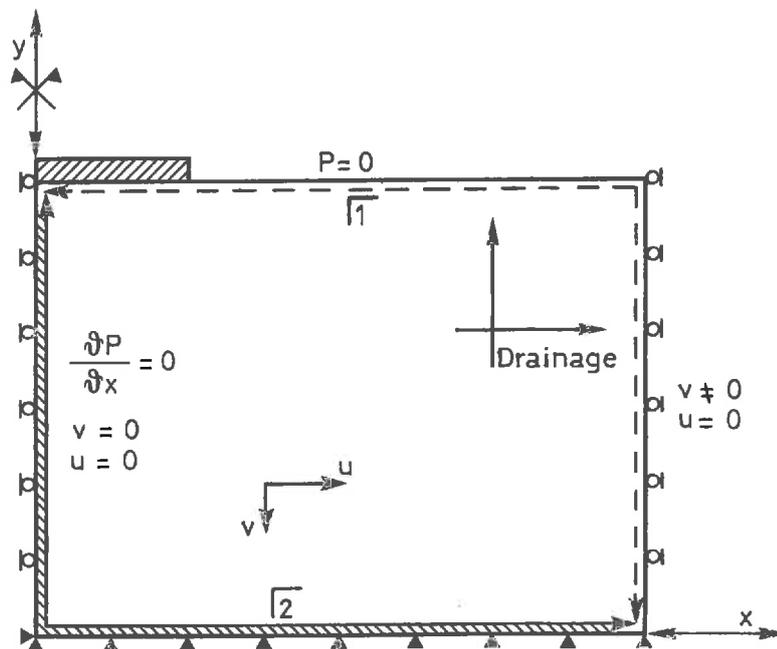


Fig. 4.14 : Conditions aux limites

4.3.4 Détermination des pressions interstitielles u_a et u_w

La capacité spécifique de saturation définie par l'équation (2-81b) est :

$$s = \frac{\partial S_r}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} \quad 4-52$$

D'autre part, l'équation de la succion matricielle est (3-12):

$$\psi = \gamma_w 10^{pF} \quad 4-53$$

avec :

$$pF = \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} + \left(\frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} \right)^{\psi_2} \left[\frac{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - 1} \right] \quad 4-54$$

où ψ_0 , ψ_1 et ψ_2 sont les constantes de la succion (3-25)

La capacité spécifique de saturation s peut être alors calculée, en dérivant l'expression de ψ par rapport à S_r et à e . Mais ce calcul peut se faire numériquement très facilement. La capacité spécifique devient alors :

$$s = \left[\frac{\Delta S_r}{\Delta \psi} \right]_n \cdot \left[\frac{\Delta \psi}{\Delta n} \right]_\psi \quad 4-55$$

en prenant un incrément de S_r suffisamment petit ($S_r = S_r \pm 0.01$), l'équation (4-52) donne la valeur de s .

Une fois la capacité spécifique connue, l'équation (2-81a) donne le degré de saturation au temps $t = t + \Delta t$:

$$\frac{\partial S_r}{\partial t} = s \cdot \frac{\partial n}{\partial t} \quad 4-56$$

ou $\Delta S_r = s \cdot \Delta n \quad 4-57$

Le degré de saturation au temps t_2 devient :

$$S_{rt_2} = S_{rt_1} + \Delta S_r \quad 4-58$$

Connaissant S_r , d'après les équations (2-105a) et (2-105b), les pressions interstitielles u_a et u_w peuvent être calculées.

Sous une forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} u_a \\ u_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & + \chi \\ 1 & -(1 - \chi) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ \psi \end{Bmatrix} \quad 4-59$$

où χ est le paramètre de BISHOP (3-113).

Ces valeurs sont calculées par le sous-programme SIGH (voir annexe).

4.3.5. Calcul des paramètres B_a et B_w

Les équations (2-106) et (2-107), dont les paramètres B_a et B_w ont été définis, deviennent :

$$\begin{array}{l} - \text{ air :} \\ B_{ax} \\ B_{ay} \end{array} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_a}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial u_a}{\partial y} / \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad 4-60$$

$$\begin{array}{l} - \text{ eau :} \\ B_{wx} \\ B_{wy} \end{array} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_w}{\partial x} / \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial u_w}{\partial y} / \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad 4-61$$

Les expressions des pressions u_a et u_w étant du même type que celles de p (4-25), seules les valeurs nodales sont différentes. En dérivant l'expression de p (4-25) par rapport à x et à y , nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} \quad 4-62$$

ou $\nabla\{p\} = [A]\{\alpha\}$ 4-63

En introduisant la valeur de $\{\alpha\}$, qui a été calculée dans l'équation (4-33), dans l'expression (4-63), nous trouvons :

$$\nabla\{p\} = [A][N]^{-1}\{p\} \quad 4-64$$

En posant $[A][N]^{-1} = [P]$, il vient :

$$\nabla\{p\} = [P]\{p\} \quad 4-65$$

Les valeurs de u_a et u_w sont respectivement :

$$\nabla\{u_a\} = [P]\{u_a\} \quad 4-66a$$

$$\nabla\{u_w\} = [P]\{u_w\} \quad 4-66b$$

En introduisant ces deux équations (4-66a) et (4-66b) dans les expressions de B_a et de B_w (4-60) et (4-61) :

$$\{B_a\} = [P]\{u_a\} / [P]\{p\} \quad 4-67$$

$$\{B_w\} = [P]\{u_w\} / [P]\{p\} \quad 4-68$$

où :

$$[P] = \begin{bmatrix} \left(\frac{a_2 - a_1 - 2x}{a_1 a_2} \right) \left(\frac{-a_2 + 2x}{a_1(a_1 + a_2)} \right) \left(\frac{a_1 + 2x}{a_2(a_1 + a_2)} \right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{b_2 - b_1 - 2y}{b_1 b_2} \right) & 0 & 0 & \left(\frac{-b_2 + 2y}{b_1(b_1 + b_2)} \right) \left(\frac{b_1 + 2y}{b_2(b_1 + b_2)} \right) \end{bmatrix}$$

4-69

Le sous-programme EGIM calcule ces paramètres B_a et B_w .

4.3.6. Calcul des forces dues à la variation de la pression interstitielle

La variation de la pression interstitielle, pendant la consolidation, crée des forces internes qui s'exercent sur les éléments. On peut déterminer ces forces nodales équivalentes par l'équation (2-104).

L'équation (2-104) devient :

$$\{F\}_{tot} = [H]\{p\} + \{F\}_{ext} \quad 4-70a$$

où :

$$[H] = \int_V [B]^T [N] dV \quad 4-70b$$

$$\{F\}_{ext} = \int_V \{\gamma\} DV + \int_S \{T\} dS \quad 4-70c$$

Dans cette équation (4-70c), le terme $[H]\{p\}$ représente les forces dues à la variation de la pression interstitielle, l'autre terme $\{F\}_{ext}$ les forces appliquées directement aux noeuds.

Calculons les matrices [B] et [N] :

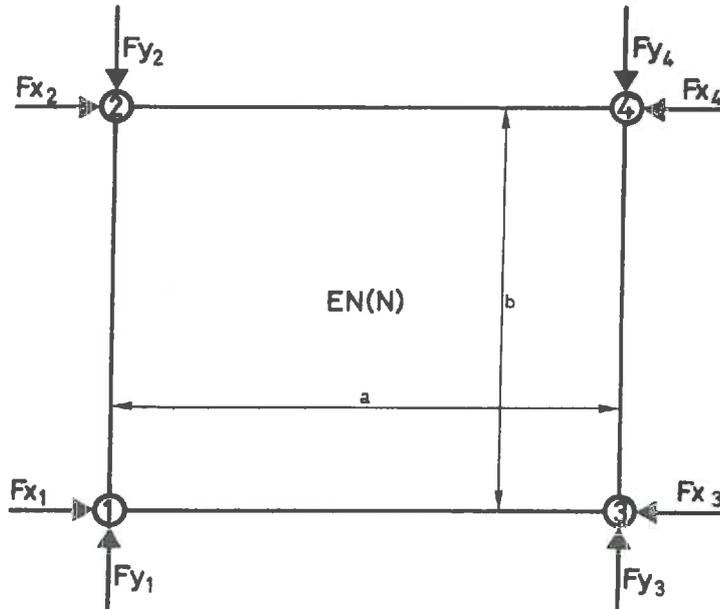


Fig. 4.15 : Les forces nodales

La distribution des forces doit être égale pour chaque noeud. Les forces F_x et F_y peuvent être calculées pour le noeud 3 seul (Fig. 4.15).

D'une part (Annexe) :

$$[B]_3^T = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} y_3 - y_1 & 0 & x_1 - x_3 \\ 0 & x_1 - x_3 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \quad 4-71$$

où S est la surface de l'élément.

En posant dans cette matrice la valeurs des $y_3 - y_1 = b$ et $x_1 - x_3 = a$, nous obtenons :

$$[B]_3^T = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} b & 0 & -a \\ 0 & -a & b \end{bmatrix} \quad 4-72$$

D'autre part, la discrétisation de p peut s'écrire :

$$\{\bar{p}\} = [\bar{N}]\{p\} \quad 4-73$$

pour chaque élément. Comme la distribution de p est linéaire dans un élément, cela donne :

$$[\bar{N}] = \frac{1}{4} [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \quad 4-74$$

La variation de la pression Δp au cours de Δt est :

$$\Delta p = \frac{1}{4} \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \right\}_{t_1} - \left\{ \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{array} \right\}_{t_1 + \Delta t} \end{array} \right] \quad 4-75$$

Les forces deviennent alors, pour le noeud 3 :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} b & 0 & -a \\ 0 & -a & b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p \\ \Delta p \\ \Delta p \end{Bmatrix} S \cdot c \quad 4-76$$

c = épaisseur de l'élément; s'il y a symétrie de révolution, c vaut $2\pi r$,

ou :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}_3 = \begin{Bmatrix} \frac{\Delta p \cdot b \cdot c}{2} \\ -\frac{\Delta p \cdot a \cdot c}{2} \end{Bmatrix} \quad 4-78$$

Les forces nodales qui agissent suivant les directions x et y deviennent :

$$\{F_x\} = \frac{1}{2} \Delta p \ bc \ [L_x] \quad 4-79a$$

$$\{F_y\} = \frac{1}{2} \Delta p \ ac \ [L_y] \quad 4-79b$$

où :

$$[L_x]^T = [1 \ -1 \ 1 \ -1] \quad 4-80a$$

$$[L_y]^T = [1 \ 1 \ -1 \ -1] \quad 4-80b$$

$$\{F_x\}^T = [F_{x_1}, F_{x_2}, F_{x_3}, F_{x_4}] \quad 4-81a$$

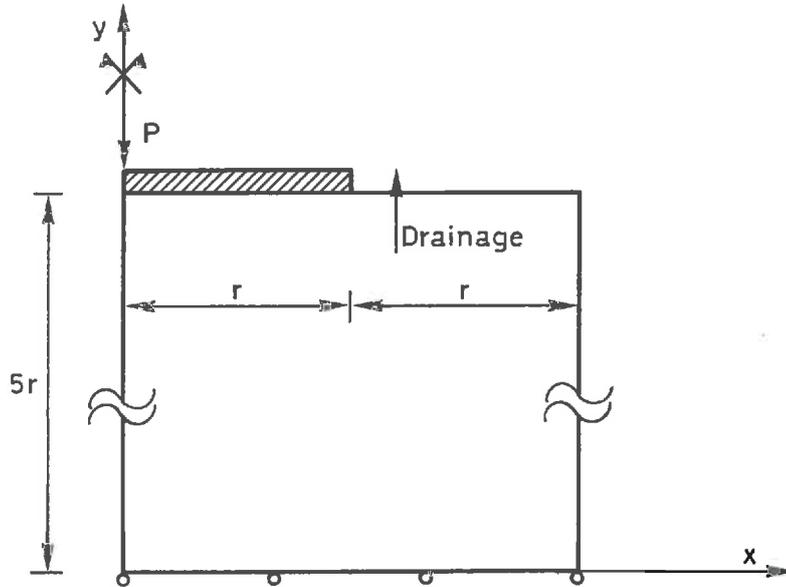
$$\{F_y\}^T = [F_{y_1}, F_{y_2}, F_{y_3}, F_{y_4}] \quad 4-82b$$

Les forces nodales sont appliquées aux noeuds, comme le montre la figure 4.15.

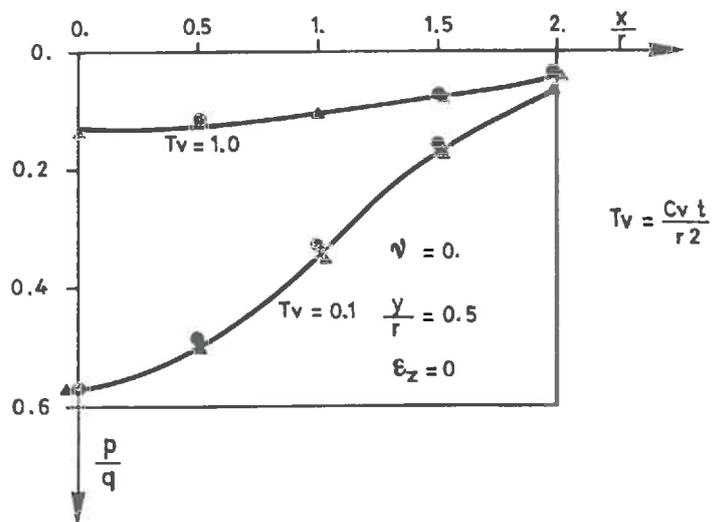
4.3.7. Test du programme CONOSA

Pour tester le programme CONOSA, nous avons tout d'abord traité trois cas particuliers qui correspondent aux conditions de charge et de drainage dans les courbes classiques de consolidation [E. RECORDON, 1978]. Après avoir constaté que le programme donne des résultats analogues à ceux fournis par la méthode de Terzaghi, nous avons traité un exemple tiré de la littérature: cas d'un milieu saturé en déformation plane. Les conditions aux limites sont définies sur la figure 4.16a. Les figures 4.16b et 4.16c montrent qu'il y a une bonne concordance entre les valeurs calculées par CONOSA et celles données par la littérature. Cet exemple a permis de tester la fiabilité du programme CONOSA et la stabilité du calcul dans ce problème.

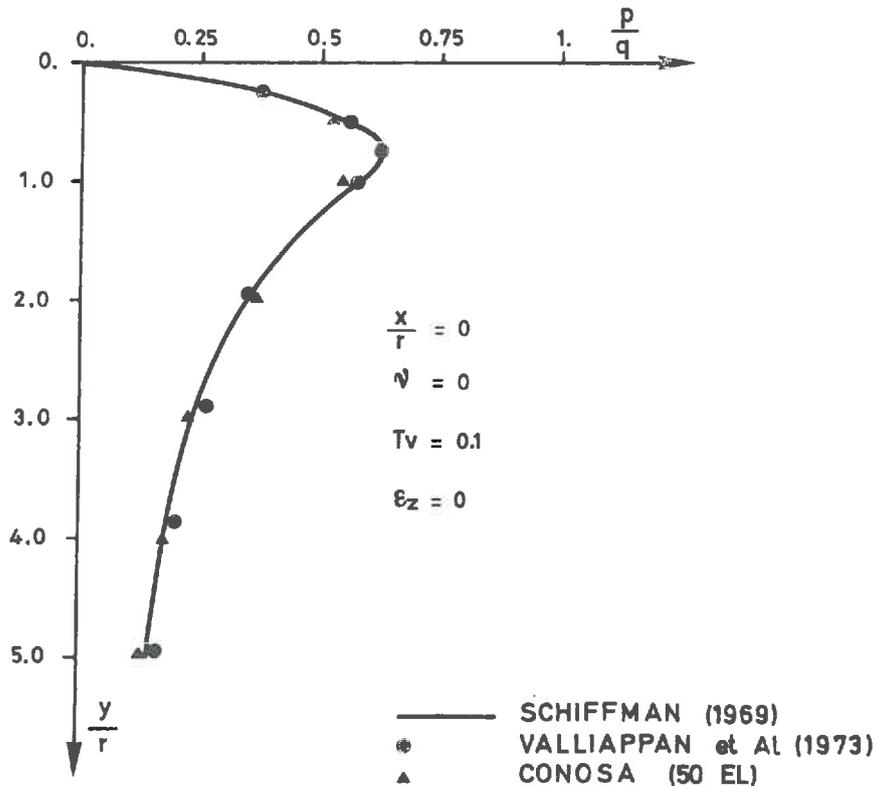
Pour vérifier le modèle mathématique, nous traiterons au chapitre 5 quelques cas de sols non saturés tirés de la littérature, ainsi que les résultats d'essais que nous avons effectués au laboratoire.



(a) Consolidation d'un milieu homogène sous une plaque circulaire chargée



(b) Distribution horizontale de la pression interstitielle pour $y/r = 0.5$



(c) Distribution verticale de la pression interstitielle le long de l'axe de la plaque

Fig. 4.16 : Comparaison des résultats de CONOSA avec la solution de SCHIFFMAN

4.4. CONCLUSION

Nous avons développé deux programmes distincts (TASINI, CONOSA). Si l'on désire calculer le tassement instantané seul, et la distribution des contraintes, dans le cas d'un sol mou non drainé, saturé ou non saturé, on peut utiliser uniquement le programme TASINI.

Le programme TASINI donne l'état initial du massif de sol non drainé. A partir de cet état initial, le programme CONOSA permet de calculer d'abord les pressions interstitielles, les forces nodales appliquées aux noeuds et la nouvelle distribution des déplacements pour un incrément de temps Δt (Fig. 4.17).

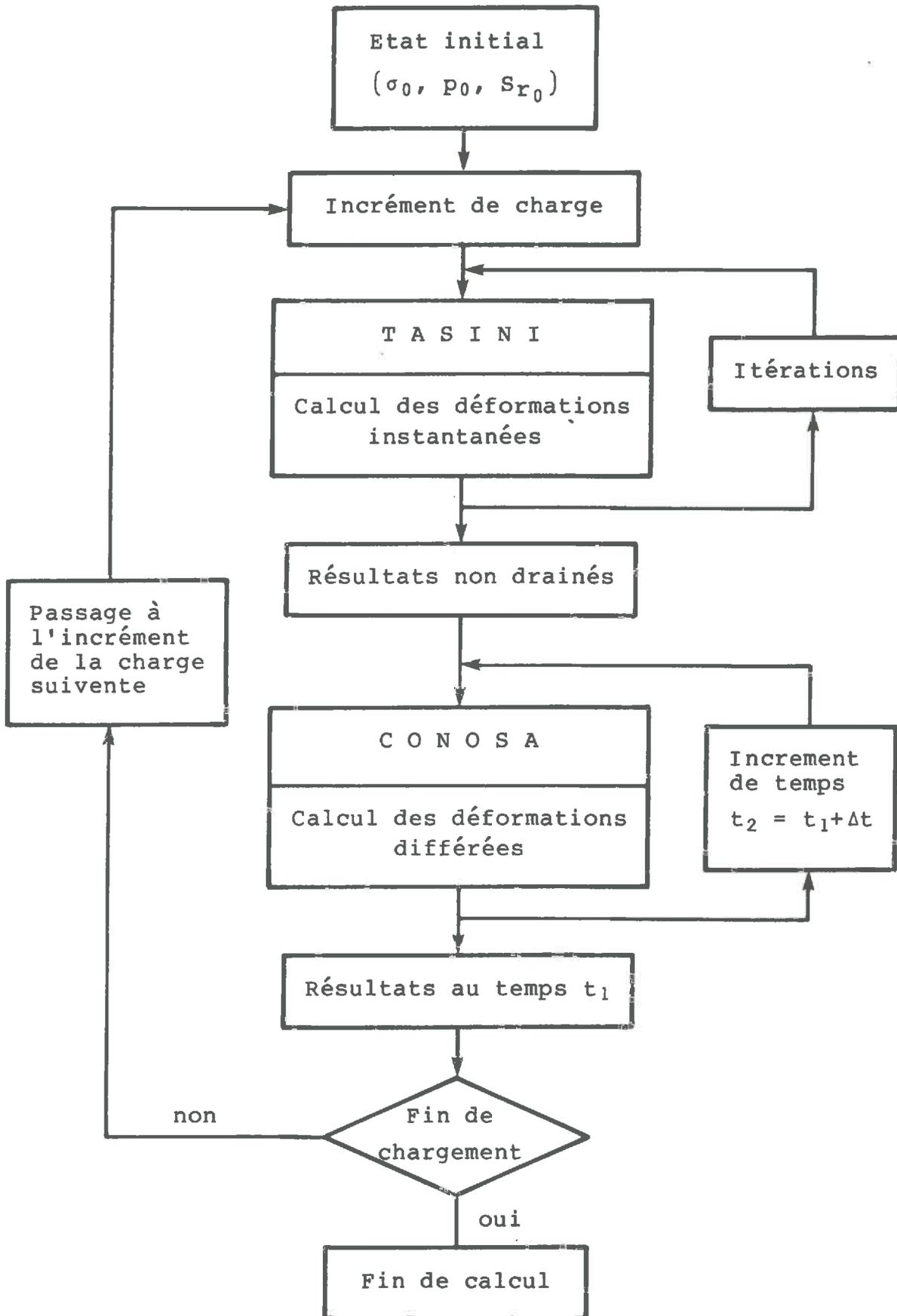


Fig. 4.17 : Schéma de calcul

Lorsque l'on utilise la méthode des éléments finis, le problème de la convergence est le plus important, spécialement dans notre cas où les coefficients des équations ne sont pas linéaires et varient d'un élément à l'autre. La résolution numérique présentée ici, par la méthode des éléments finis, est applicable à n'importe quelle loi rhéologique décrite de manière incrémentale.

Le modèle de comportement des sols adopté, élastique - parfaitement plastique, tient compte de l'état surconsolidé ou normalement consolidé des éléments. Les paramètres de rupture utilisés sont ceux du critère de Mohr-Coulomb (ϕ , c).

5. CALCULS NUMERIQUES ET ETUDE EXPERIMENTALE

5.1. INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à l'utilisation du modèle mathématique décrit aux chapitres 2 et 4, pour la résolution numérique de quelques problèmes de déformation d'un milieu saturé et non saturé. Les cas traités sont relatifs à des essais effectués en laboratoire et à des applications pratiques. Nous traiterons tout d'abord quelques exemples tirés de la littérature :

- Consolidation unidimensionnelle des sols saturés
 - charge constante
 - charge variable

- Consolidation des sols non saturés
 - consolidation triaxiale
 - consolidation unidimensionnelle

Ces exemples montreront quelle est l'influence de la variation des caractéristiques du milieu sur son comportement.

Nous traiterons ensuite des essais de rupture et des essais que nous avons effectués pour cette thèse au Laboratoire de mécanique des sols de l'EPFL, en montrant l'évolution du tassement et de la pression interstitielle, ainsi que la relation entre les résultats calculés par le modèle mathématique et ceux donnés par les essais.

Une méthode de calcul simplifiée sera finalement donnée pour le cas unidimensionnel. Elle permet, en utilisant la méthode de Terzaghi, de tenir compte du degré de saturation et de la succion.

Ce chapitre permet de faire la critique des résultats des calculs en les comparant à ceux des mesures et des essais.

5.2. CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE DES SOLS SATURES

5.2.1. Charge constante

Décrivons tout d'abord la simulation d'un essai oedométrique. En pratique, depuis TERZAGHI (1923), on utilise la théorie de la consolidation uniaxiale pour déterminer le tassement et l'évolution des pressions interstitielles. Mais cette théorie classique est basée sur les hypothèses suivantes : le sol est formé d'une couche homogène qui a des caractéristiques constantes au cours de la consolidation. L'exemple que nous avons choisi, tiré de l'article de TAVENAS et al. (1979), montre que le coefficient de consolidation c_v n'est pas constant pendant la consolidation.

Les caractéristiques du sol sont indiquées sur la figure 5.1. L'incrément de charge $\Delta\sigma$ vaut $65 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ et le sol est normalement consolidé. On constate que les résultats des calculs exécutés avec les deux programmes (CONOSA, MDF [Méthode de différences finis - TAVENAS et al., 1979]), sont analogues. Le temps de consolidation, pour un degré de consolidation (tassement) donné, est différent si le calcul est effectué à l'aide du coefficient de consolidation initial c_{v0} ou final c_{vf} . Le développement du tassement est beaucoup plus lent que celui prédit à partir de la valeur initiale de c_{v0} . En effet, le coefficient de consolidation c_v n'est pas une propriété réelle du sol, il est la combinaison des paramètres σ' , e et k qui sont tous variables en cours de consolidation. Par conséquent, en connaissant la loi de variation de ces paramètres, on peut suivre l'état de la consolidation. Dans le cas général, en cours de consolidation, le sol passe d'un état surconsolidé à un état normalement consolidé. Le comportement du sol est totalement différent de celui de la théorie de Terzaghi. Ces deux cas sont prévus dans le programme CONOSA, en introduisant la loi des paramètres (chapitre 3).

5.2.2. Charge variable

La construction de remblais dure plusieurs mois, de même fois plusieurs années.

La contrainte totale due à la surcharge dans le sol n'est pas constante. Elle évolue en fonction du temps, ainsi que la pression interstitielle. Pour pouvoir connaître cette évolution de la pression interstitielle et du tassement pendant la période de construction, il faut donc tenir compte de la vitesse de chargement. Autrement dit, la dérivée des contraintes totales par rapport au temps n'est pas nulle, contrairement à l'équation de Terzaghi (2-88).

Afin de tester le programme CONOSA, nous avons pris un exemple tiré de l'article de PEIGNAUD (1972). Les caractéristiques du sol et la géométrie du problème sont données sur la figure 5.2.

Les hypothèses adoptées ici sont :

- La charge croît linéairement; dès le temps t_0 , la surcharge reste constante et égale à p_0 .
- Les caractéristiques du sol restent constantes en cours de consolidation [TERZAGHI, 1951].
- On a admis que la vitesse d'application de la surcharge est égale à la vitesse d'accroissement de la pression interstitielle.

La pression interstitielle augmente jusqu'à t_0 , puis diminue très rapidement. Elle ne dépasse pas 30 % de la pression maximale appliquée à la surface (Fig. 5.2). Le tassement augmente brutalement vers la fin du chargement (Fig. 5.3), ce qui peut mettre en danger l'ouvrage.

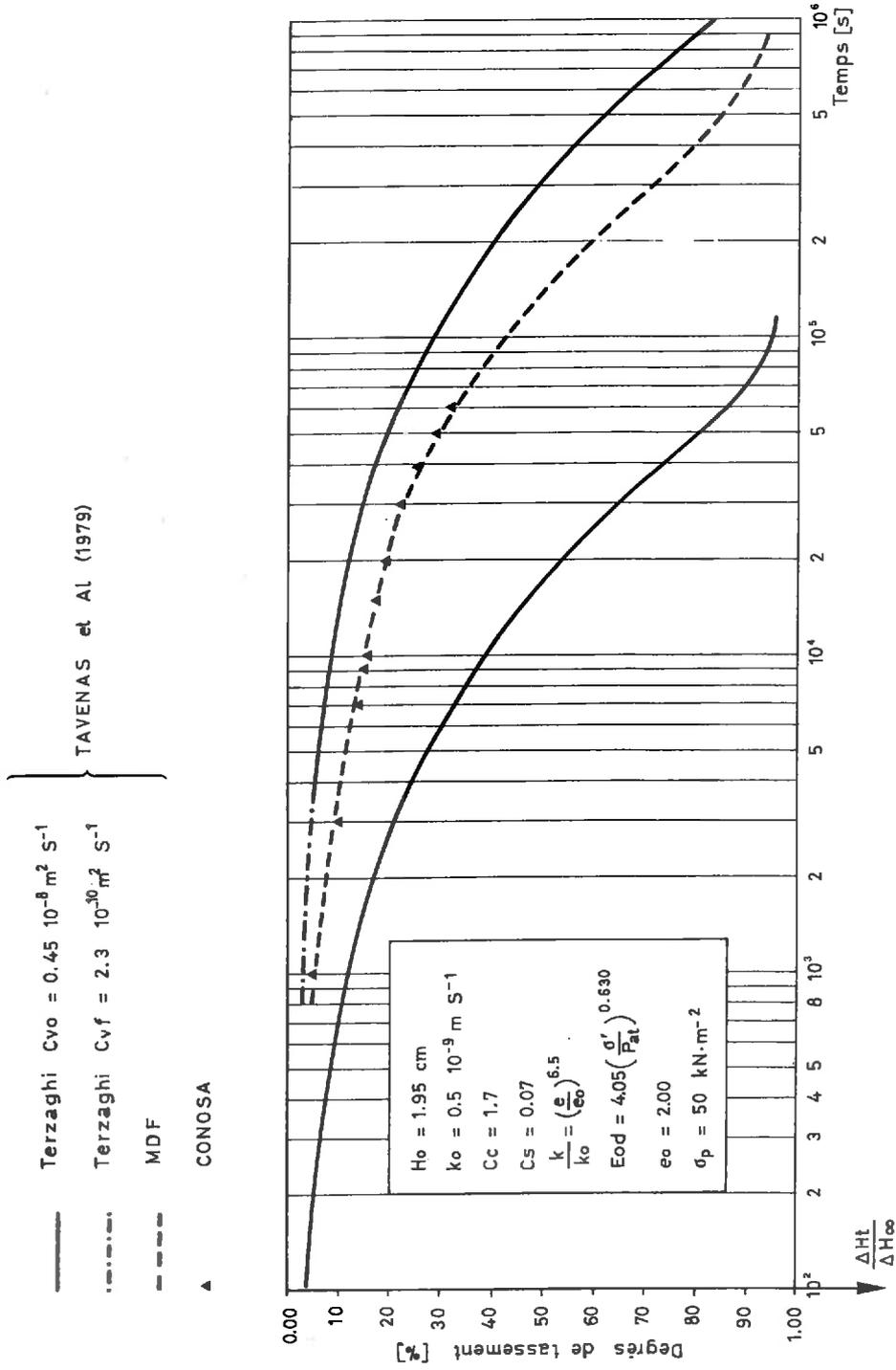


Fig. 5.1 : Variation du degré de consolidation en fonction du temps dans le cas d'un sol saturé

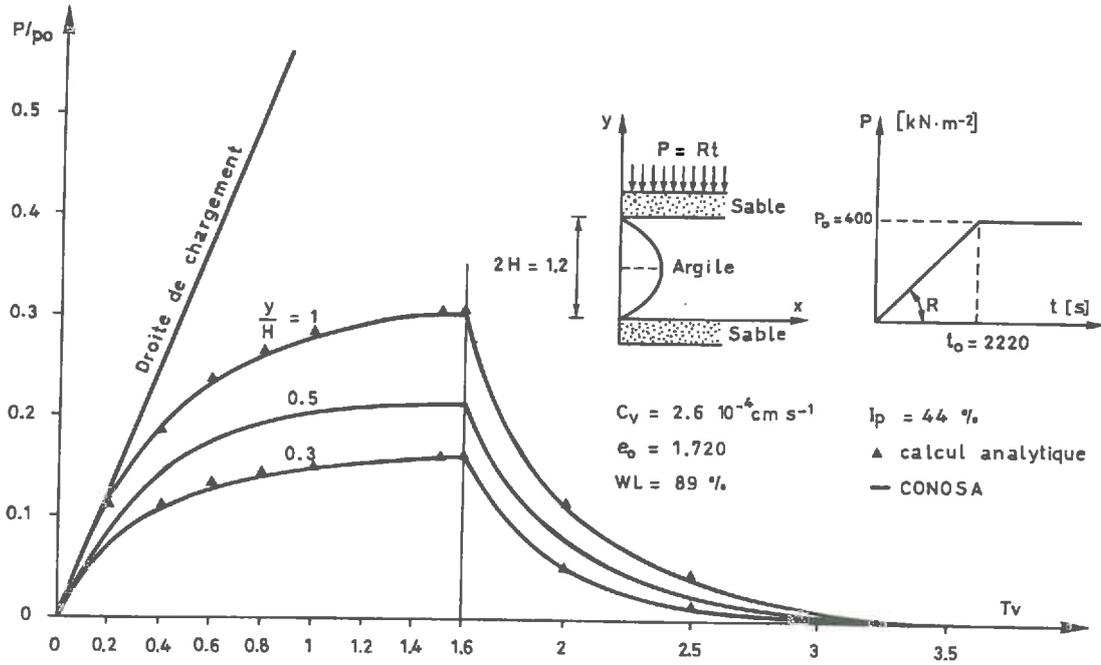


Fig. 5.2 : Valeurs de p/p_0 en fonction de T_v pour y/H constant

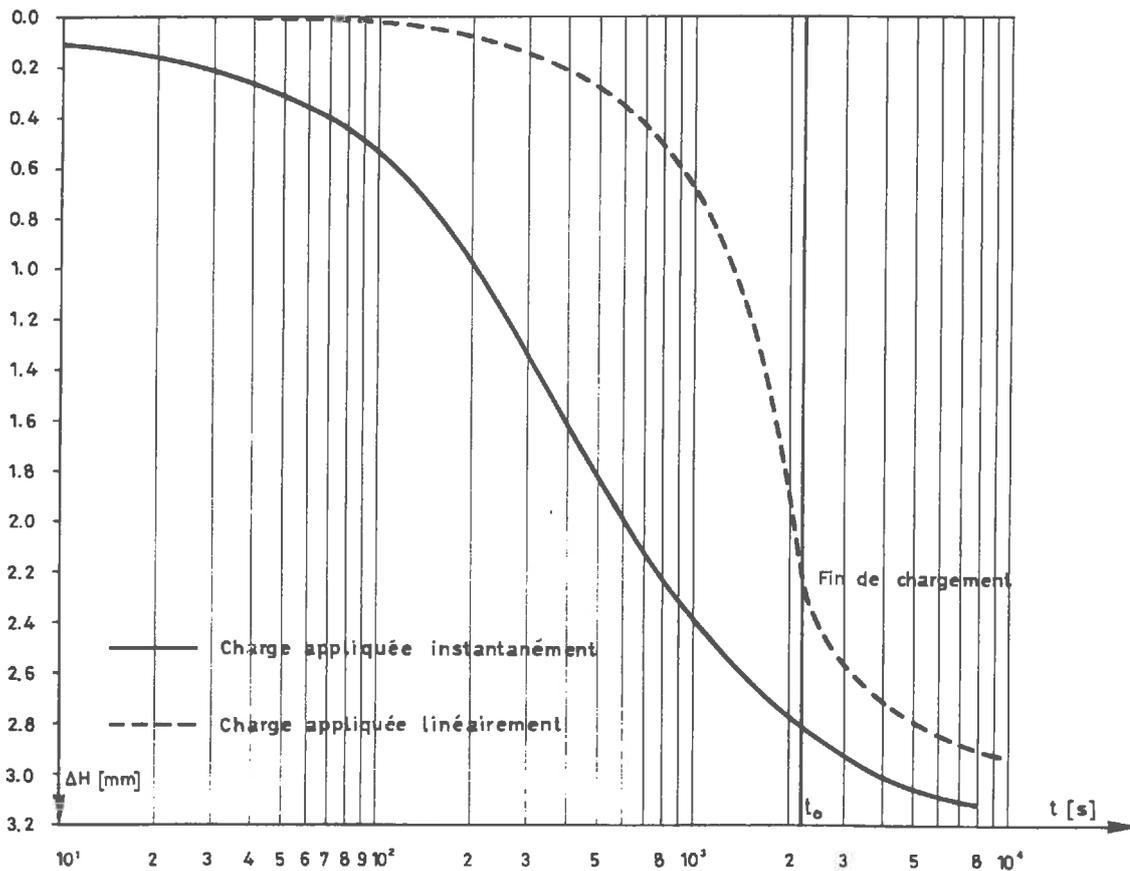


Fig. 5.3 : Tassement en fonction du temps

5.3. CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE DES SOLS NON SATURES

5.3.1. Consolidation triaxiale

Le comportement des sols non saturés a été étudié, pour un cas non drainé, par de nombreux auteurs [BISHOP, 1960, et al., 1963, BIGHT, 1960; GIBBS, 1963; HASAN et al., 1980]. Nous avons choisi comme exemple un essai non saturé non drainé effectué par BISHOP et al. (1961). Les paramètres du sol sont les suivantes:

$$pF = 3.776 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{0.412} \quad (\text{Fig. 5.4})$$

$$x = \left(\frac{S_r - 0.40}{1 - 0.40} \right)^{0.325} \quad (\text{Fig. 3.36})$$

$$w_0 = 8.6 \%$$

$$S_{r0} = 67 \%$$

$$w_{Op} = 9.6 \%$$

$$-2\mu = 4 \%$$

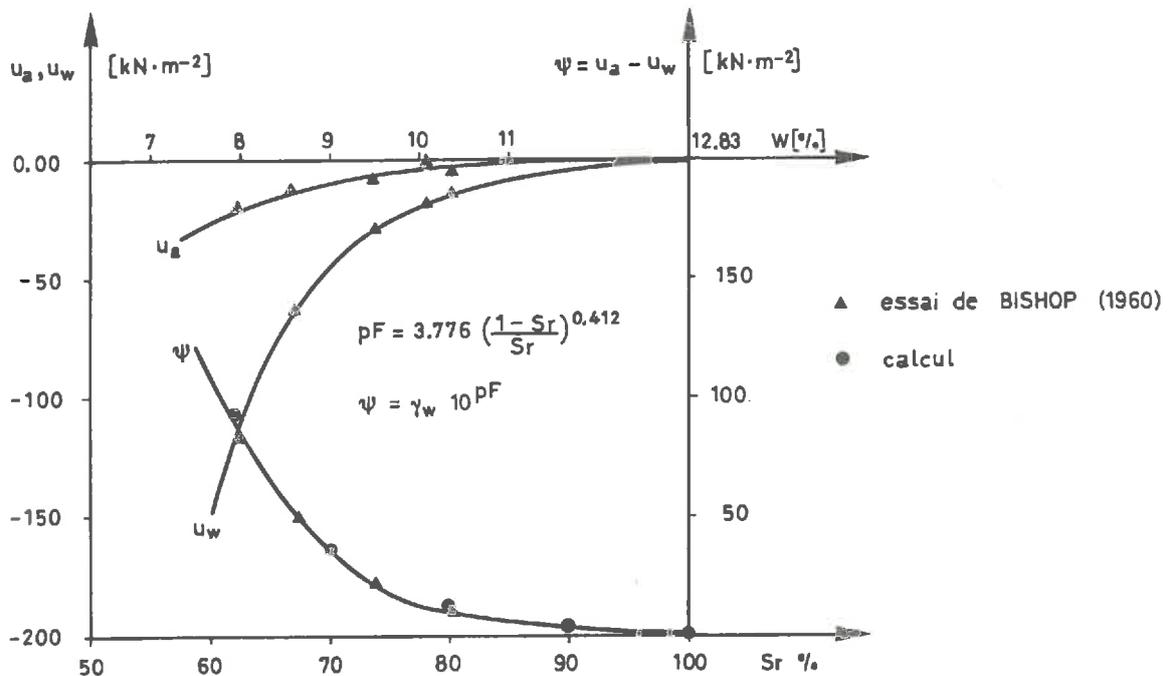


Fig. 5.4 : Succion en fonction du degré de saturation

Cet essai a été effectué pour démontrer la loi de contrainte effective qui tient compte de la succion matricielle.

La figure 5.5 donne les valeurs des pressions de l'air et de l'eau interstitielle, mesurées par BISHOP et al. (1961) dans un essai triaxial et calculées par le programme TASINI. Connaissant la loi de variation du paramètre de Bishop χ et de la succion matricielle ψ , on peut déterminer le comportement d'un sol non saturé, non drainé, en calculant indirectement les coefficients A et B de Skempton pour obtenir E_u et ν_u . La succion intervenant dans le comportement d'un sol non saturé est donc une caractéristique importante.

Dans le cas d'un sol non saturé, la contrainte effective ne se calcule plus selon la loi de Terzaghi. Le degré de saturation du sol intervient dans deux paramètres : χ et ψ . Le développement des pressions interstitielles, dans un sol non saturé et chargé rapidement, dépend non seulement des propriétés des trois phases, mais aussi du degré de saturation (voir équation 3-80).

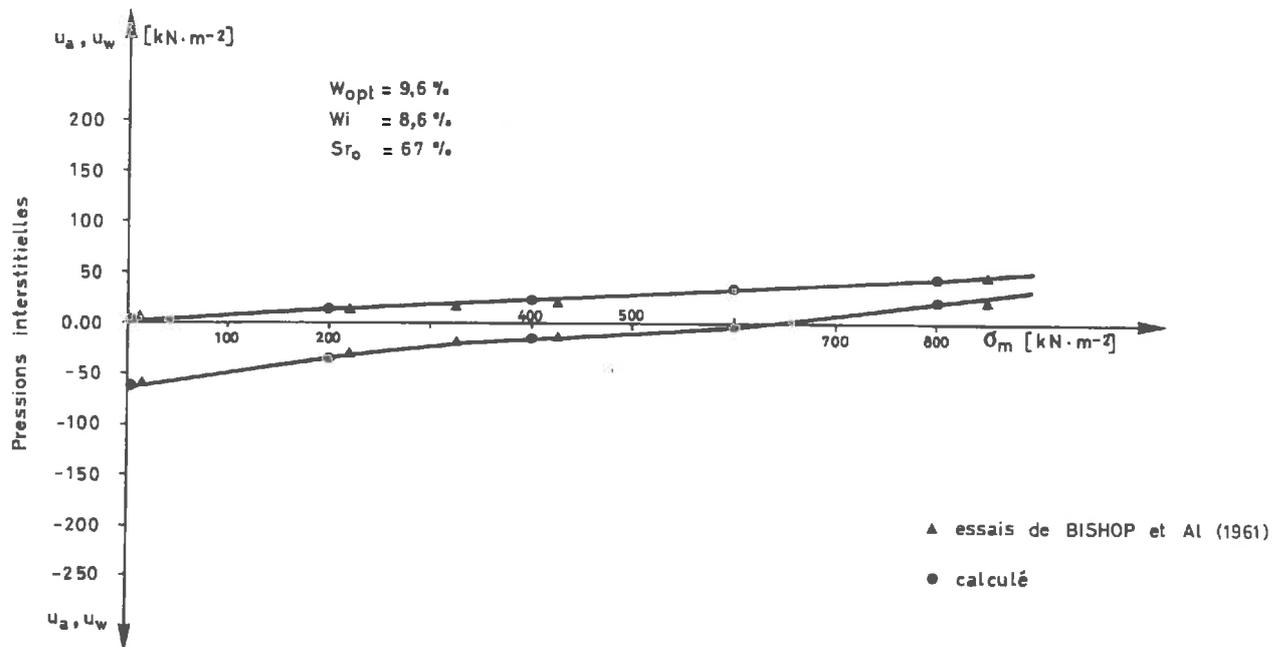


Fig. 5.5 : Evolution des pressions interstitielles pendant le chargement non drainé

5.3.2. Consolidation unidimensionnelle

L'article de JENNINGS et al. (1962) donne les résultats détaillés d'un essai oedométrique. Cet article a été écrit pour démontrer la validité de la loi des contraintes effectives. Nous l'utilisons ici pour démontrer la validité du modèle mathématique du programme CONOSA.

Les caractéristiques du sol utilisé sont :

$$w_L = 56.4 \%$$

$$I_P = 35.2 \%$$

$$\gamma_s = 27.5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$-2\mu = 23 \% \text{ (argile limoneuse)}$$

$$pF = 4.00 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{0.081} \quad (\text{Equat. 3-9})$$

$$\chi = \left(\frac{S_r - 0.10}{1 - 0.10} \right)^{3.5} \quad (\text{Fig. 3.36})$$

$$w_{\text{sat}} = 32 \%$$

- Les autres caractéristiques, calculées d'après la courbe oedométrique (Fig. 5.6) et les valeurs ci-dessus :

$$C_c = 0.055$$

$$m_0 = 2.3 \left(\frac{1 + 0.880}{0.055} \right) = 80 \quad (\text{Equat. 3-75a})$$

$$m_1 = 1 + \log \left(1 - \frac{2.3}{80} \right) = 1.0 \quad (\text{Equat. 3-75b})$$

$$k_{w_0} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}] \quad (\text{Fig. 3.22})$$

$$\frac{k_w}{k_{w_0}} = \left(\frac{e}{0.960} \right)^3 \quad (\text{Equat. 3-40b})$$

$$kr_w = \left(\frac{S_r - 0.25}{1 - 0.25} \right)^9 \quad (\text{Equat. 3-49})$$

$$\psi_2 = 0.110 \quad (\text{Equat. 3-25c})$$

$$S_{r_{OC}} = 82 \%$$

Les résultats présentés dans la figure (5.6) montrent que l'échantillon ($S_{r_0} = 88 \%$), qui est plus humide, est plus déformable que l'échantillon sec ($S_{r_0} = 54.4 \%$). Cela veut dire que la succion joue un rôle, vu qu'il existe une contrainte initiale sphérique dans l'échantillon, analogue à la contrainte de préconsolidation. D'après la loi du module oedométrique (équation 3-70), ces deux modules seront différents pour un sol identique. Les valeurs de e calculées, dans la courbe $S_{r_0} = 88\%$, pour de faibles valeurs de σ , sont un peu plus petits. Cela signifie que si l'échantillon est surconsolidé, les caractéristiques calculées ne sont pas correctes. On remarque aussi que la teneur en eau reste presque constante au cours de la consolidation. C'est-à-dire que la quantité d'eau évacuée pendant l'essai est négligeable.

Les propriétés du sol changent au cours de la consolidation. Il n'est pas possible de calculer le tassement d'après la théorie de Terzaghi. Autrement dit, le tassement est fonction du degré de saturation du sol. Il est donc nécessaire de connaître la relation entre les différentes caractéristiques du sol et le degré de saturation.

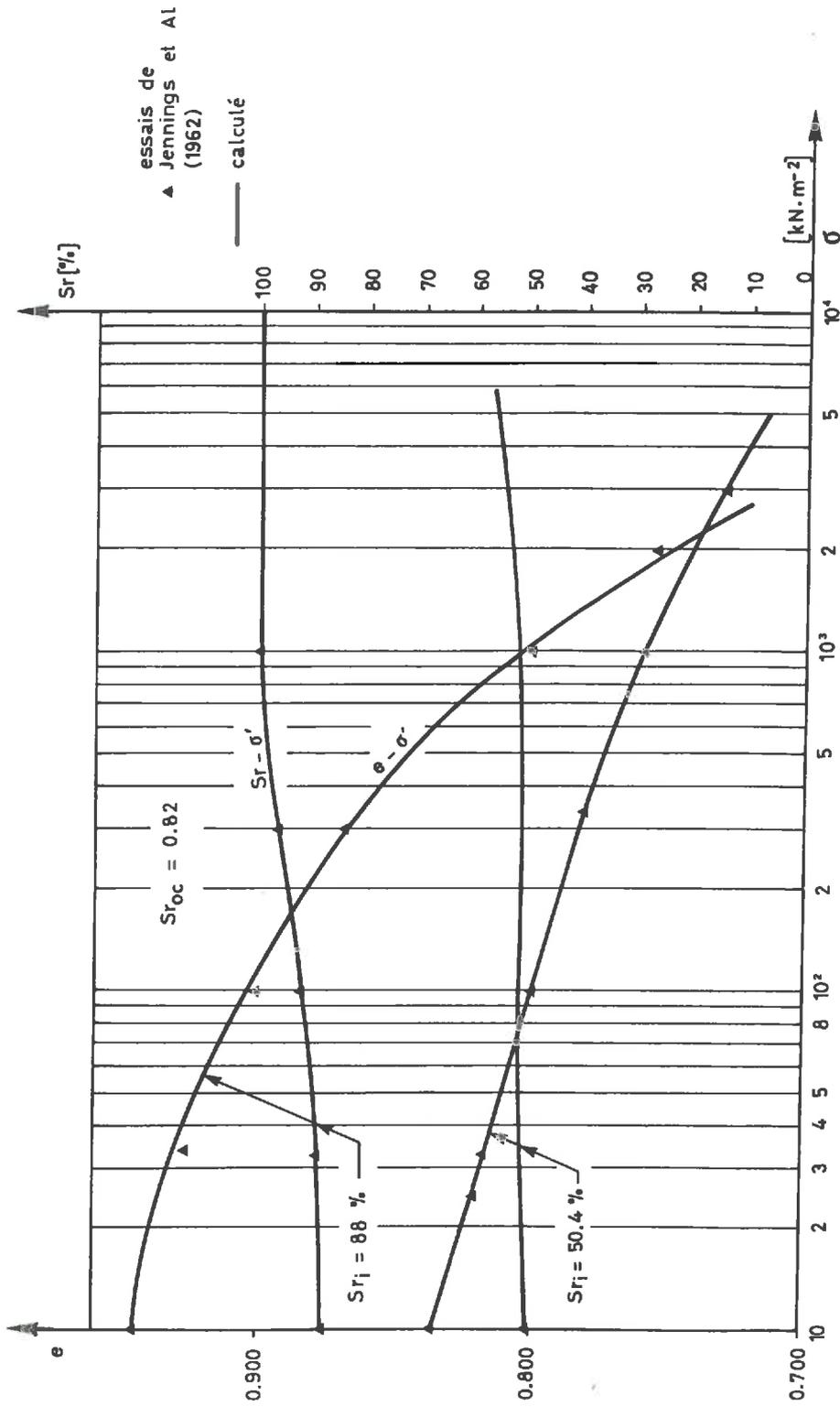


Fig. 5.6 : Variation de l'indice de vide e en fonction du degré de saturation et de la contrainte appliquée

5.4. ESSAIS DE RUPTURE

5.4.1. Cisaillement direct

L'essai de cisaillement direct est un essai assez fréquemment effectué en laboratoire, à cause de sa simplicité et son économie. Les conditions de drainage de l'échantillon sur son pourtour sont mal définies. On l'utilise cependant souvent dans des applications pratiques telles que stabilité de talus, force portante [FAGNOUL, 1963]. Dans cet essai, la surface de rupture est imposée, alors que la pression interstitielle varie au cours de l'essai. Cette variation dépend, entre autre, du degré de saturation du sol.

La figure 5.7 montre la variation de la pression interstitielle en fonction de la contrainte de cisaillement τ , et du degré de saturation. Cela signifie que le développement de la contrainte effective varie d'un point à l'autre dans l'échantillon, et que la zone plastique dépend du degré de saturation du sol. Les figures 5.8a, b et c montrent cette zone de plastification pour différents degrés de saturation.

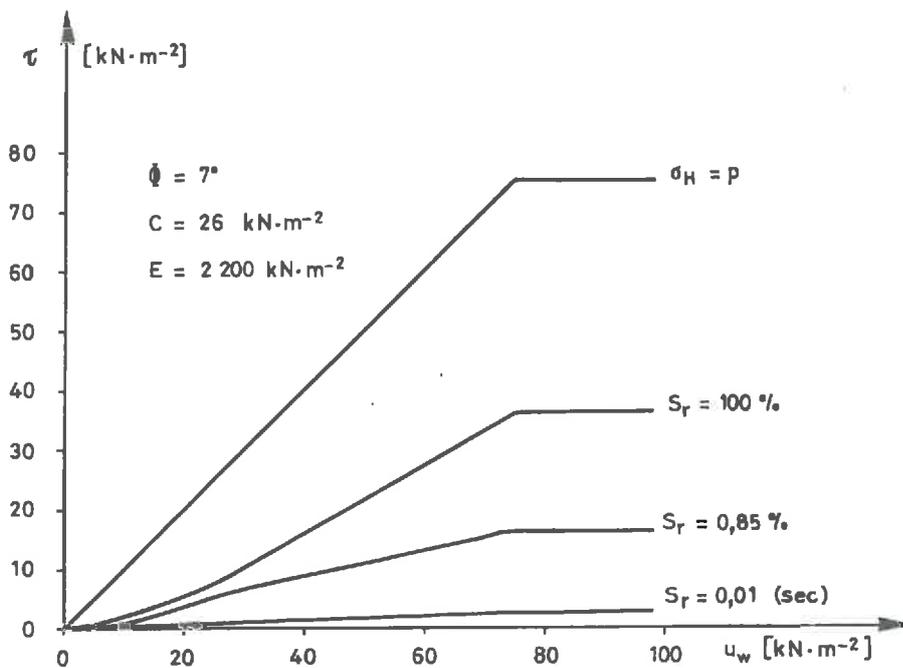
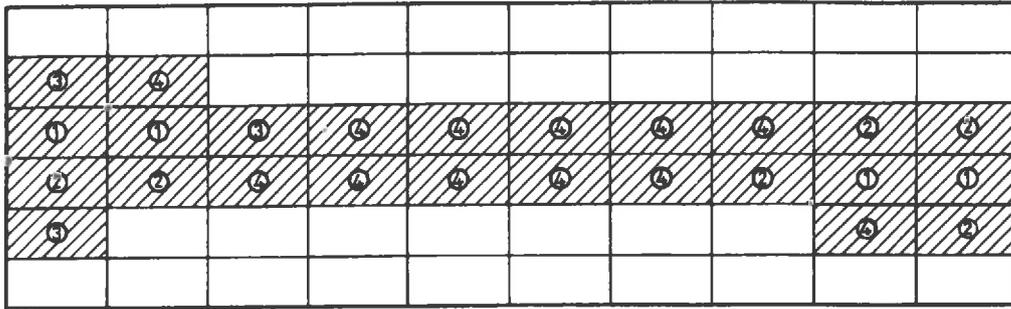


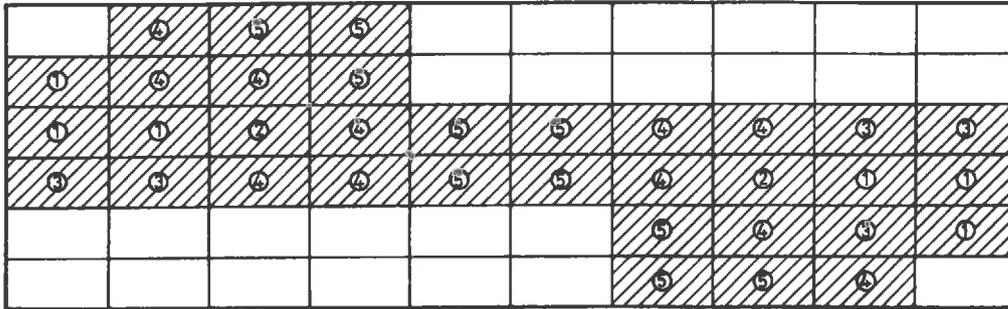
Fig. 5.7 : Variation de la contrainte de cisaillement τ en fonction de la pression de l'eau u_w pour divers degrés de saturation

$Sr_0 = 100$



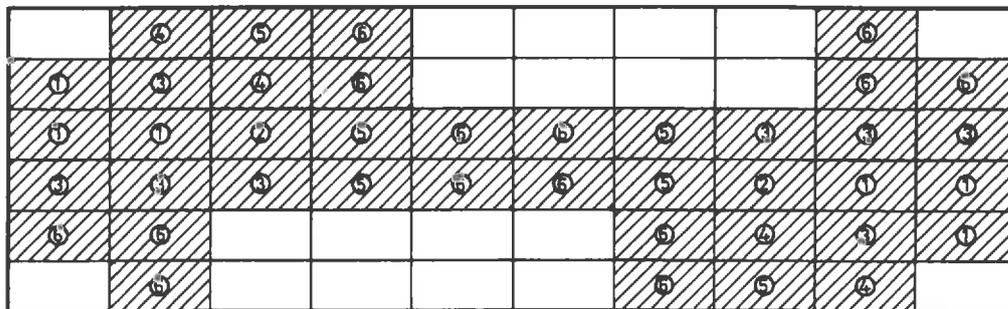
a

$Sr_0 = 85$



b

$Sr_0 = 0.01$



c

Fig. 5.8 : Evolution des zones plastiques pendant un essai de cisaillement direct pour divers degrés de saturation du sol

Dans un échantillon saturé, la rupture a lieu selon la surface de rupture imposée (Fig. 5.8a). Par contre, dans le cas non saturé, la plastification commence du côté où l'on applique la force horizontale. Cette plastification provoque une rupture progressive le long de la surface de cisaillement, de telle manière que la contrainte τ n'est pas mobilisée simultanément sur l'ensemble de cette surface de rupture. Le calcul utilisant les valeurs de c et de ϕ peut donner, dans un cas où le degré de saturation varie, des résultats assez faux, par exemple dans le calcul des coefficients de capacité portante (N_γ , N_q , N_c) [BROMS, 1965]. On constate que la résistance au cisaillement d'un sol ne dépend pas seulement des conditions de drainage et de mise en charge, mais aussi de son degré de saturation. Comme il n'est pas possible de mesurer la pression interstitielle dans l'essai de cisaillement direct, on ne peut pas déterminer les caractéristiques effectives [BOLTON, 1979].

5.4.2. Essai triaxial

Pour déterminer les caractéristiques de déformation E et ν , ainsi que celles de rupture c et ϕ , l'essai triaxial est nécessaire. L'essai triaxial consolidé non drainé (CU) peut être effectué en laboratoire très rapidement, et permet de mesurer la pression interstitielle au cours de l'essai. On en déduit les contraintes effectives et le coefficient de la pression A . On peut donc calculer les résultats d'un essai consolidé drainé (CD), puisque la courbe de déviateur - déformation est la même [HENKEL, 1959; JOSSEAUME, 1970].

Première simulation à l'aide du programme TASINI

Essai triaxial CU, la contrainte latérale est constante; la contrainte verticale varie incrémentalement par pas. Les caractéristiques géotechniques du sol étudié sont :

$$\phi' = 34.3^\circ$$

$$c' = 1.0 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$E = 24'200 \left(\frac{\sigma}{100} \right)^{0.78} \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$w_L = 32 \%$$

$$I_P = 12.5 \%$$

$$A_f = 0.5$$

Limon de Biolley

Les résultats du calcul sont présentés dans les figures 5.9a, 5.9b et 5.10. On constate que dans les figures 5.9b et 5.10, il y a une légère différence entre le calcul et la mesure de la pression interstitielle. Ceci vient du fait que la valeur initiale du coefficient A n'est pas égale à 1/3 (sol isotrope). Elle est plus petite, ce qui signifie donc que l'échantillon n'est pas isotrope initialement. De même, dans la figure 5.9a, on voit que les déformations données par le calcul d'un modèle élastique - parfaitement plastique ne suivent pas la courbe contrainte - déformation si le sol est plastifié. Cela signifie qu'il y a écrouissage et que le modèle de calcul n'en tient pas compte.

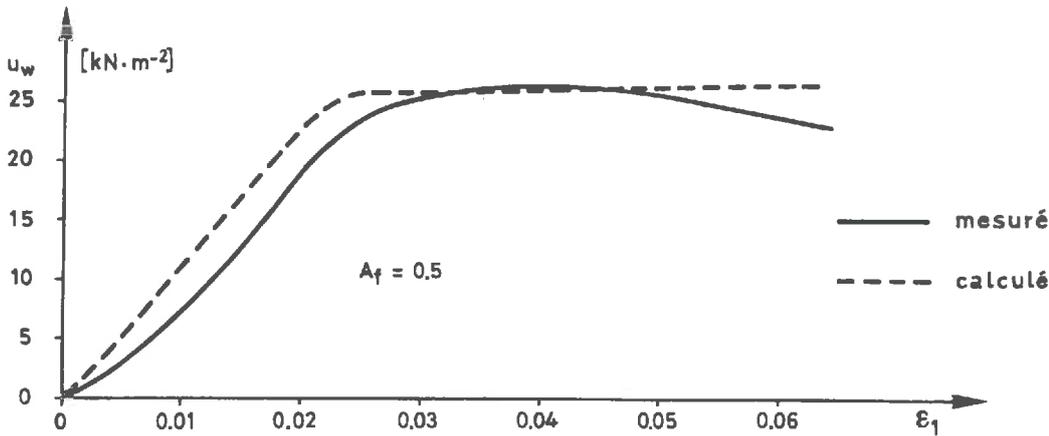
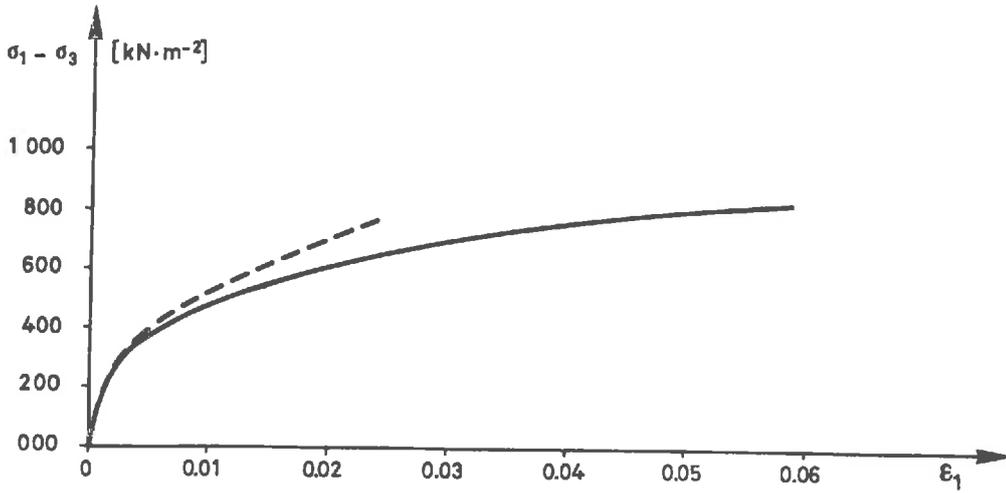


Fig. 5.9 : Déviateur ($\sigma_1 - \sigma_3$) et pression interstitielle u_w en fonction de la déformation verticale

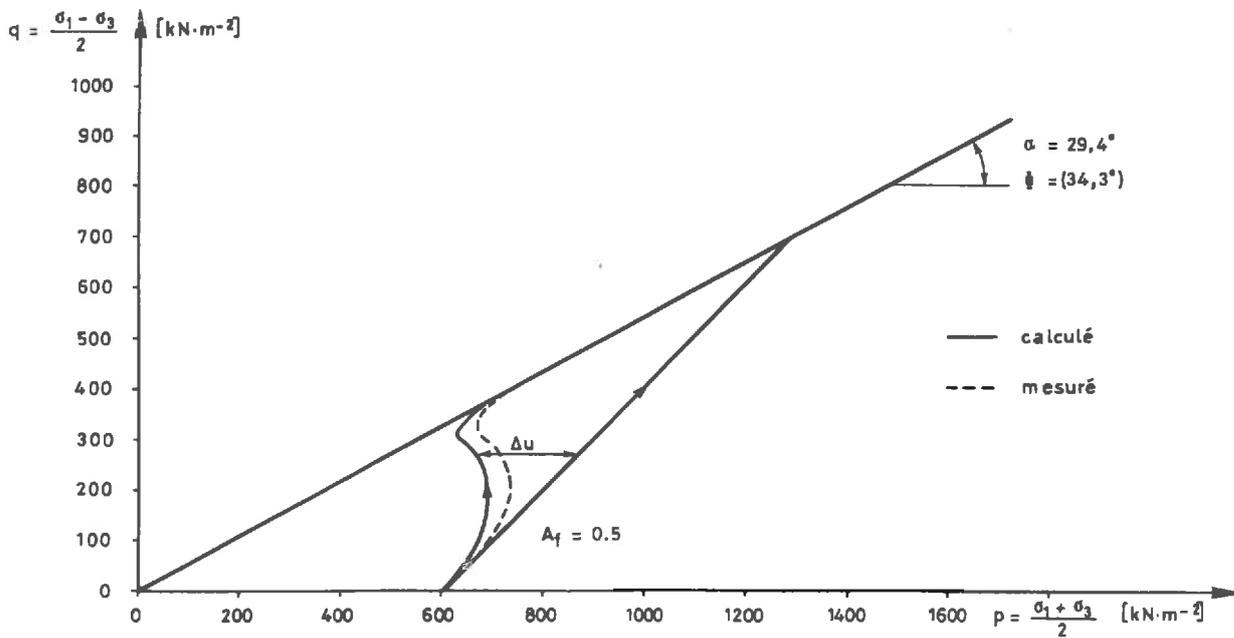


Fig. 5.10 : Evolution de la pression interstitielle en fonction du déviateur

Deuxième simulation à l'aide du programme TASINI

Essai triaxial, échantillon initialement surconsolidé, saturé, ce qui permet de faire apparaître la surface de rupture sur l'échantillon.

Ses caractéristiques géotechniques sont :

$$\phi' = 25^\circ$$

$$c' = 10 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$E_0 = 15'000 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$E = 3500 \left(\frac{\sigma}{100} \right)^{0.90} \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$\sigma_c = 500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$

$$n = 0.370$$

Type de sol : CL

La surface de glissement calculée par le programme TASINI correspond assez bien avec celle de l'essai, dans les figures 5.11 et 5.12. L'angle entre la surface de glissement et l'horizontale ($45 + \phi/2$) est égal à 58° . Par simulation, on trouve 60° . La figure 5.12 montre également de quelle manière les grains se déplacent. Notons ici que dans le calcul, nous avons fixé des charges nodales verticales très légèrement dissymétriques, pour que la rupture soit aussi dissymétrique.

La simulation d'un troisième essai triaxial non saturé a été donnée dans le paragraphe 3.6.2 pour calculer le coefficient de la pression interstitielle B.



Fig. 5.11 : Rupture de l'échantillon

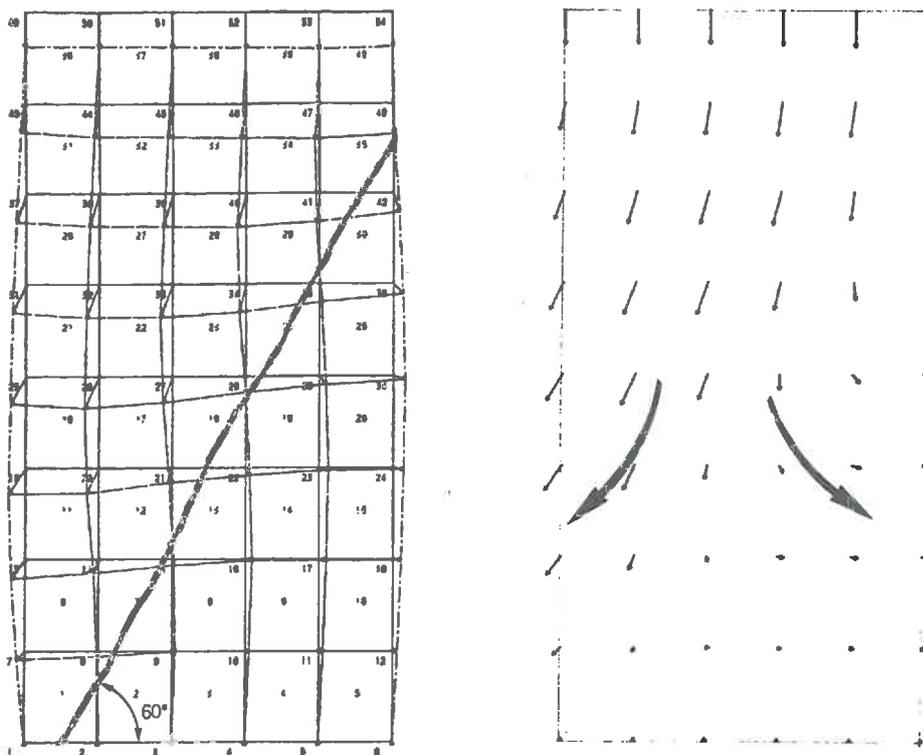


Fig. 5.12 : Déformations et déplacements calculés par le programme TASINI

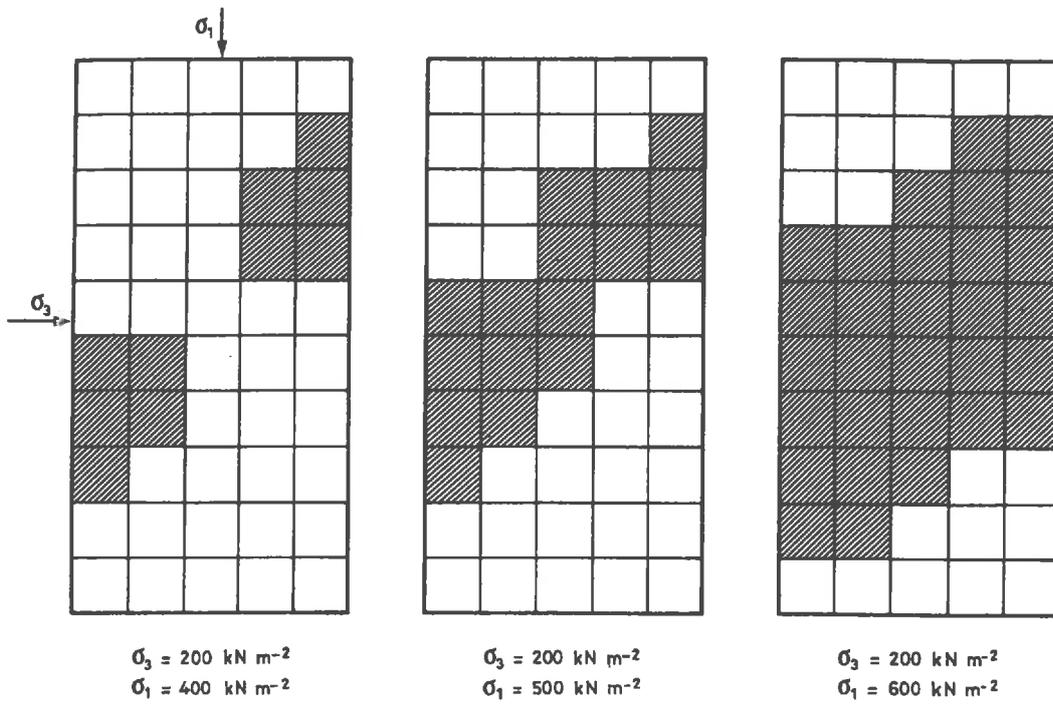


Fig. 5.13 : Evolution des zones plastiques

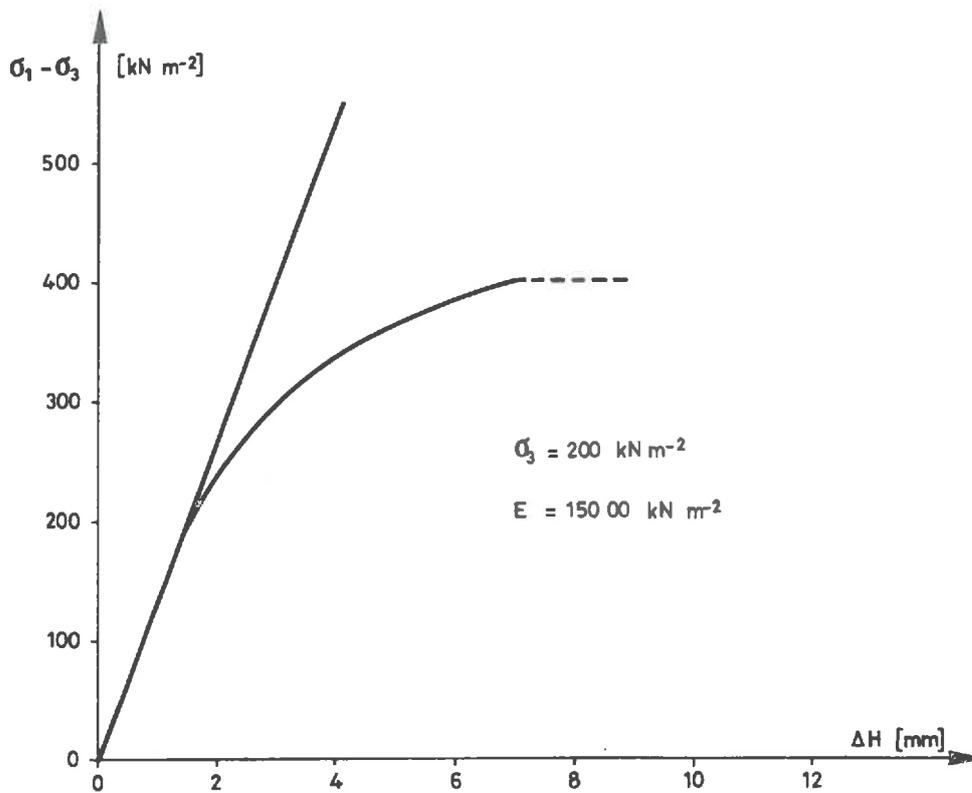


Fig. 5.14 : Tassement de l'échantillon en fonction du déviateur

5.5. ESSAIS EFFECTUES POUR LA THESE

5.5.1. But des essais

Divers essais oedométriques et quelques essais de charge avec plaque circulaire ont été exécutés dans le but de tester le modèle mathématique pour un sol non saturé. Les caractéristiques de ce sol ont été décrites dans le chapitre 3. La simulation de ces essais à l'aide des programmes de calcul permet de comparer l'évolution des tassements mesurés et calculés. L'influence du degré de saturation sur la déformation et sur le comportement a été mise en évidence.

5.2.2. Les caractéristiques géotechniques du sol étudié

Le sol est un limon argileux (CL). Les caractéristiques géotechniques et hydrauliques qui ont été données dans le chapitre 3 sont résumées dans le tableau 5.1 ci-après.

5.5.3. Essais oedométriques

Deux séries d'essais ont été effectuées :

Cas 1 : Echantillon dont le degré de saturation S_r se trouve au-dessus de degré de saturation d'occlusion S_{rOc}

Cas 2 : Echantillon dont S_r est plus petit que S_{rOc}

Définition des caractéristiques	Dési- gnation	Valeurs	Numéro des équations contenant cette caractéristique ou coefficient
- physiques : Limite de liquidité Limite de plasticité Teneur en eau optimum Degré de saturation d'occlusion Pourcentage des grains < 2 μ Cohésion Angle de frottement	w_L w_P w_{opt} S_{rOC} - 2 μ c' ϕ'	28.8 % 15.3 % 12.1 % 82 % 20 % 20 kN·m ⁻² 30°	3-27, 3-28, 3-75 3-56b 4-20
- Succion : Coefficient de succion 1 ^{er} exposant de succion 2 ^e exposant de succion	ψ_0 ψ_1 ψ_2	4.449 0.240 0.440	3-9 3-9 3-25c
- Perméabilités : Exposant Constantes de perméabilité relative • kr_w • kr_a	α n_1 n_2	7.00 5.200 1.560	3-40b 3-49 3-56b
Coefficient de solubilité de l'air	H	0.02	3-65
- Déformabilité : Préconsolidation Coefficient de E Exposant de E Indice de compressibilité Indice de gonflement Coefficient de Poisson	σ_c m_0 m_1 C_c C_s ν	35 kN·m ⁻² 3600 kN·m ⁻² 0.85 0.116 0.015 0.330	3-67 3-70 3-70 3-71b 3-71b 3-73
Coefficient de l'anisotropie	E_x/E_y	1 - 1.13	3-92
- Coefficient de Bishop : constant exposant	χ_1 χ_2	0.25 1.95	3-13 3-13

Tableau 5.1 : Récapitulation des caractéristiques du sol

a) **Préparation des éprouvettes**

Les échantillons remaniés ont été préparés en laboratoire à l'aide de l'appareil de Proctor, en ajoutant la quantité d'eau nécessaire pour obtenir une pâte dont la teneur en eau est connue. Ces échantillons ont été paraffinés et placés pendant une semaine en chambre humide pour obtenir un degré de saturation parfaitement homogène. On obtient ainsi des éprouvettes dont les caractéristiques similaires et reproductibles. En découpant chaque éprouvette en trois parties de dimensions voulues (\varnothing 80 mm, H = 32 mm), on obtient trois éprouvettes identiques pour l'essai oedométrique.

b) **Description de l'appareillage**

Les essais ont été effectués dans un oedomètre d'un diamètre de 80 mm et d'une hauteur H = 32 mm; la pierre poreuse supérieure est rendue imperméable par une rondelle de plastique pour empêcher l'évaporation vers le haut; en bas, le tuyau du piézomètre reste fermé. L'écoulement d'eau est dû uniquement à la dissipation de la pression interstitielle.

c) **Exécution des essais**

Nous avons fait simultanément six essais avec six oedomètres contenant des échantillons de caractéristiques identiques. A chaque palier de charge, un essai a été arrêté, et sa teneur en eau déterminée. Connaissant l'indice de vide à la fin de l'essai, on peut calculer le degré de saturation qui correspond à cet indice de vide et à la contrainte appliquée.

d) Résultats des essais et application des programmes

1ère série d'essais : $S_r > S_{rOC}$

Cette première série d'essais a été effectuée pour un degré de saturation initiale de 84 %. Nous sommes dans le cas 1 ($S_r > S_{rOC} = 82 \%$). Dans ce cas, le tassement différé est dominant. La valeur du coefficient B vaut environ 0.80, ce qui donne une pression interstitielle assez élevée. Le tassement initial a été calculé à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta H_{t=0} = m_{VC} \Delta \sigma' H = \frac{(1 - B) \Delta \sigma H}{E_{oed}} \quad 5-1$$

La pression interstitielle se calcule pour chaque élément par le coefficient B, ce qui donne :

$$\Delta p = B \Delta \sigma \quad 5-2$$

Cette pression interstitielle a été introduite dans le programme CONOSA comme valeur initiale de la pression interstitielle. Les résultats du programme donnant les tassements totaux (initiaux et différés) sont représentés dans la figure 5.15.

Ces résultats sont en bonne concordance avec ceux de l'essai. Ils confirment la validité du modèle dans un cas unidimensionnel (cas oedométrique), pendant le chargement. Par contre, on remarque que ce modèle ne permet pas de suivre l'évolution du déchargement. En effet, le gonflement instantané est assez grand et crée une dépression telle que les coefficients de pression interstitielle A et B ne s'appliquent pas dans ce cas [RICHARDS, 1974] (Fig. 5.16).

Dans les figures, la partie pointillée des courbes n'a pas été calculée, compte tenu du temps de calcul élevé pour l'ordinateur.

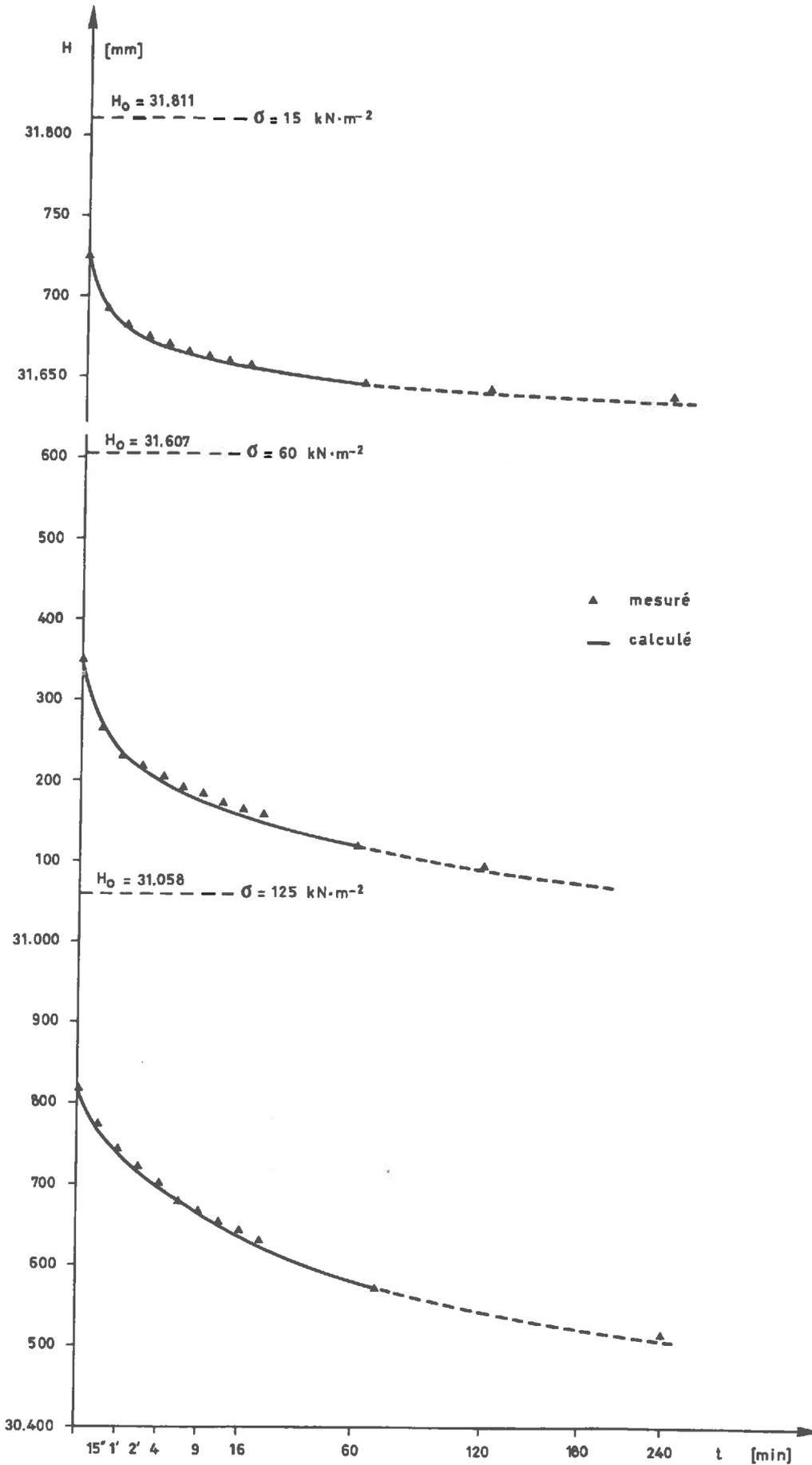


Fig. 5.15 : Tassement total en fonction du temps pour différentes contraintes appliquées

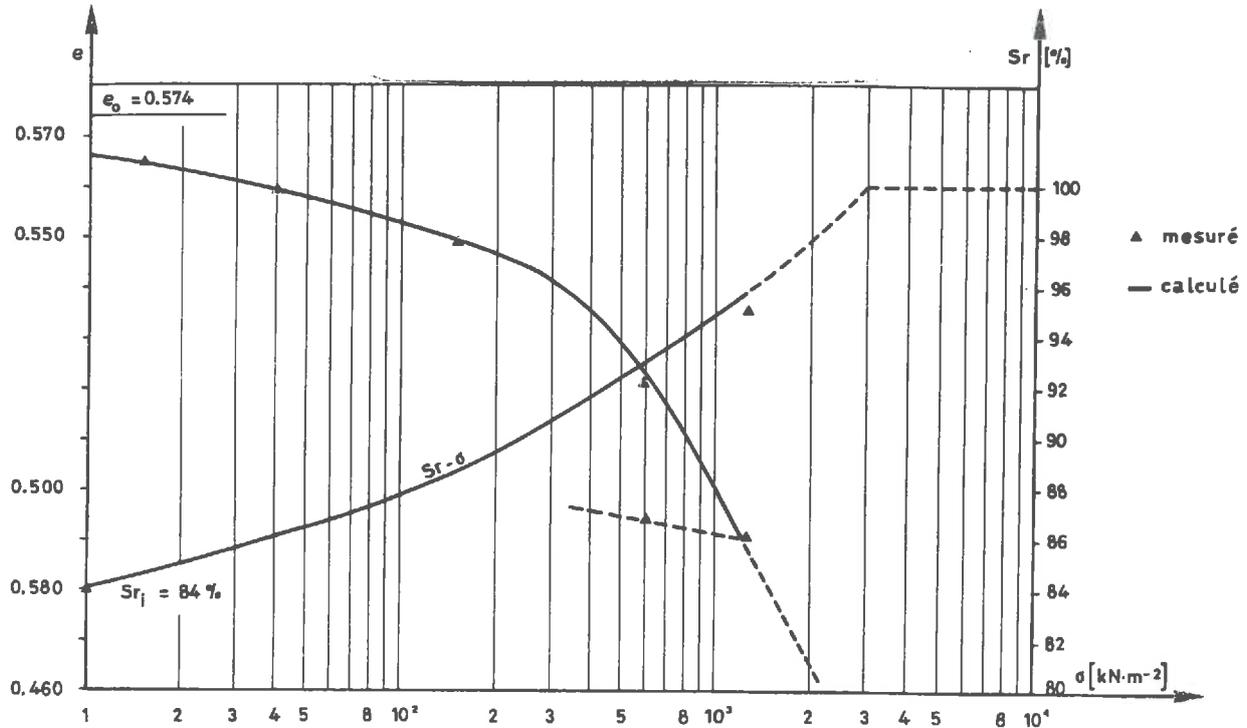


Fig. 5.16 : Courbe oedométrique et degré de saturation en fonction de la contrainte

Deuxième série d'essais : $S_r < S_{rOC}$

Les échantillons des essais oedométriques avaient une teneur en eau initiale de 8.6 % et un indice de vide de 0.413, ce qui correspond à un degré de saturation de 55 %. Les résultats sont présentés dans la figure 5.17. On a constaté qu'en cours d'essai, le tassement initial (instantané) est d'environ 95 %. De plus, la teneur en eau finale, après l'essai, ne change presque pas. Ceci signifie que le tassement différé est presque négligeable. Par conséquent, le tassement total se calcule comme suit :

$$\frac{\Delta H}{H} \Big|_{t=0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} = m_{VC} \Delta \sigma' = \frac{(1 - B) \Delta \sigma}{E_{oed}} \quad 5-3$$

d'où : $e = e_0 - m_{VC} (1 - B) (1 + e_0) \Delta \sigma \quad 5-4$

Le degré de consolidation qui correspond à ce tassement devient :

$$U [\%] = \frac{m_{VC} (1 - B) \Delta \sigma H}{m_{VC} \Delta \sigma H} = (1 - B) [\%] \quad 5-5$$

d'où le tassement total :

$$\Delta H_{\infty} = \frac{\Delta H_{t=0}}{1 - B} \quad 5-6$$

Le degré de saturation est :

$$S_r = \frac{w \gamma_s}{e \gamma_w} \quad 5-7$$

Le coefficient de la pression interstitielle B peut être déterminé par les abaques (3-31) et (3-32).

Les valeurs calculées à l'aide des formules (5-4) et (5-7) concordent avec les valeurs expérimentales. On voit encore une fois qu'un échantillon d'un sol non saturé est moins déformable qu'un échantillon saturé. Ceci est dû à la succion qui agit comme une contrainte de préconsolidation. On peut facilement calculer son module oedométrique.

D'une part, la loi de contrainte (2-68) nous donne pour une contrainte extérieure nulle :

$$\sigma^i = \chi \psi \quad 5-8$$

où u_a est nul puisque l'air est à la pression atmosphérique.

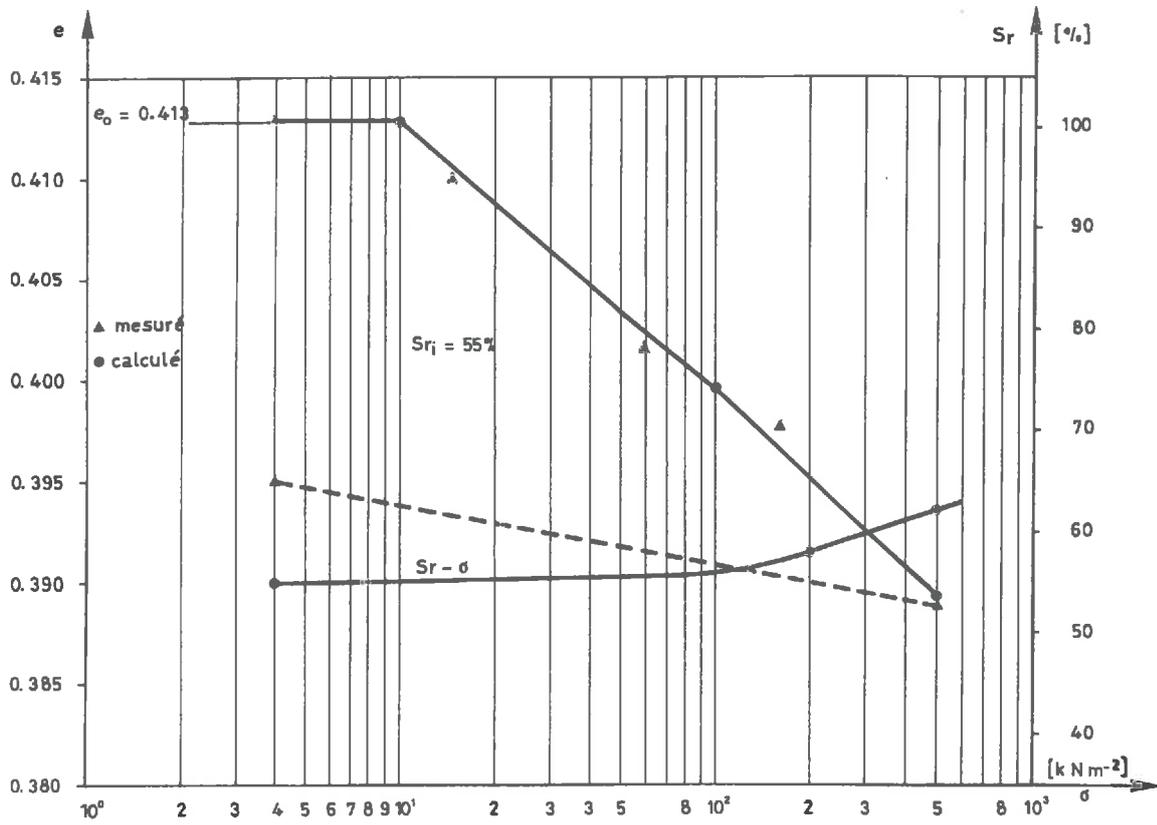


Fig. 5.17 : Courbe oedométrique et degré de saturation en fonction de la contrainte

Le calcul se résume de la façon suivante :

$$S_{r_0} = 55 \%$$

$$e_0 = 0.413$$

σ [kN·m ⁻²]	m_{vc} 10 ⁻³	S_r [%]	B	Δe	e	
					calculé	essai
10 - 50	0.165	55	0.02	0.010	0.413	0.413
50 - 100	0.040	60	0.06	0.003	0.403	0.402
100 - 500	0.020	62	0.05	0.011	0.399	0.398
					0.388	0.388

d'où :

$$\chi = \left(\frac{0.55 - 0.25}{1 - 0.25} \right)^{1.95} = 0.167 \quad (\text{Equat. 3-113})$$

$$\psi = \gamma_w \cdot 10^{PF} = 5890 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2} \quad (\text{Equat. 3-25a})$$

On obtient ainsi :

$$\sigma' = 0.167 \cdot 5890 = 983 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2} \quad 5-9$$

D'autre part, le module oedométrique devient alors (3-70) :

$$E_{oed} = 3600 \left(\frac{983}{100} \right)^{0.85} = 25'100 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2} \quad 5-10$$

La figure 5.17 donne pour $e = 0.400$ et $\Delta\sigma = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$:

$$E_{oed} = 2.3 \cdot 90 \frac{1 + 0.400}{0.0120} = 24'150 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2} \quad (\text{Equat. 3-68})$$

Ces deux valeurs sont très proches l'une de l'autre, à 3.7 % près. Ces exemples montrent bien qu'un sol non saturé est moins déformable qu'un sol saturé.

5.5.4. Essais de charge avec plaque circulaire rigide de petite dimension

Nous avons procédé à deux essais de charge avec plaque circulaire rigide, sur un massif de sol non saturé. Le premier essai correspond au cas 1 lorsque le degré de saturation est plus grand que le degré de saturation d'occlusion. L'autre correspond au cas 2. Ces deux essais à symétrie de révolution permettent de démontrer la validité du modèle mathématique et d'en tirer des conclusions.

a) **Préparation des essais**

Les essais ont été préparés de la façon suivante :

- Le sol a été préalablement séché au four afin d'avoir une teneur en eau homogène dans l'échantillon.
- Après le séchage, le sol a été concassé et broyé.
- Les quantités d'eau et de sol nécessaires ont été calculées pour obtenir l'indice de vide et le degré de saturation désirés.
- Après malaxage, la pâte obtenue a été mise dans une cuve; le tout a été conservé pendant une semaine en chambre humide.
- Afin d'obtenir une bonne homogénéité, le sol a été mis en place par couche de 2 cm d'épaisseur. Il a été compacté de manière à obtenir le degré de saturation et l'indice de vide voulus.
- La teneur en eau a été contrôlée par prélèvement d'échantillons en divers endroits de la cuve.
- La cuve, hermétiquement fermée, a été conservée durant une semaine en chambre humide, pour obtenir l'équilibre hydrique.
- La plaque de charge a ensuite été mise en place et chargée palier par palier.

b) Description de l'appareillage

Les essais en laboratoire ont été effectués au moyen de l'appareillage représenté dans la figure 5.18. Les dimensions de l'appareillage et les dispositifs principaux sont également indiqués sur cette figure. Pour diminuer l'effet du retrait par l'évaporation, une couche drainante entoure l'échantillon et permet d'accélérer la dissipation de la pression interstitielle. La charge est transmise à la plaque rigide par un vérin.

c) Mesures

Les pressions appliquées ont varié de 20 à 100 $\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$. Elles ont été mesurées par un manomètre. Les comparateurs fixés à des supports rigides permettent de mesurer les déformations superficielles du sol, d'une part sur la plaque et d'autre part en dehors de celle-ci. On mesure ainsi les déformations initiales (instantanées) et différées. Malheureusement, nous n'avons pas pu mesurer la variation de la pression interstitielle.

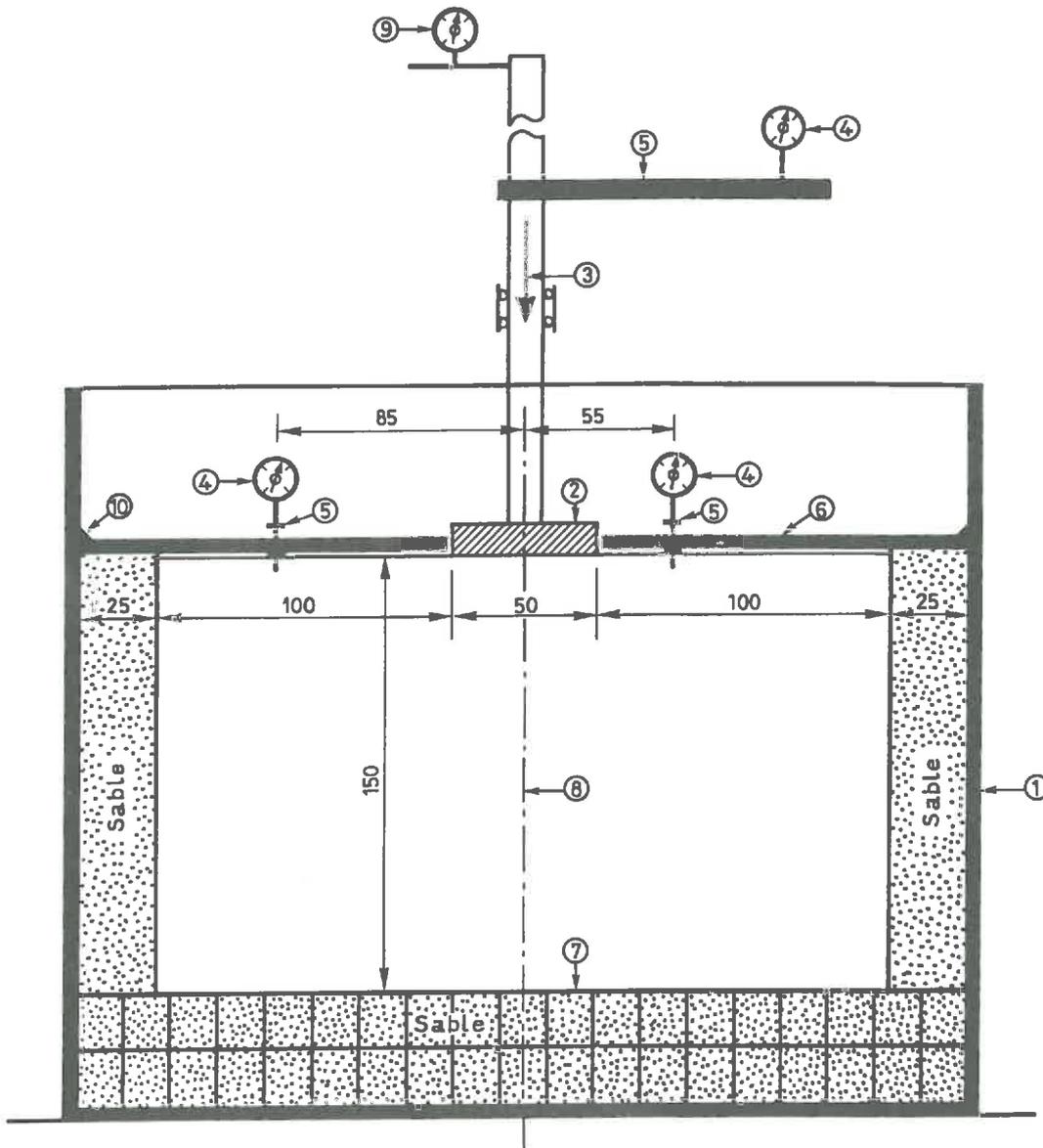
Les déplacements mesurés varient du centième de millimètre à quelques millimètres, avec une précision de dix microns pour un centimètre.

d) Résultats et simulation des essais

Deux essais correspondant aux deux cas possibles ($S_r <$ ou $> S_{r_{OC}}$) ont été exécutés. Les caractéristiques initiales des essais sont données dans le tableau 5.2.

La charge a été appliquée instantanément par paliers pour une contrainte sous la plaque de 20 à 100 $\text{kN}\cdot\text{m}^{-2}$. La charge de poinçonnement calculée par la formule de Terzaghi est :

$$q_{\max} = 1.3 \cdot 6.2 \cdot 20 = 160 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$$



- ① Cuve métallique
- ② Plaque de charge
- ③ Vêrin
- ④ Compérateurs de déformation
- ⑤ Support de compérateur
- ⑥ Membrane caoutchouc
- ⑦ Plaque poreuse
- ⑧ Massif de sol
- ⑨ Manomètre
- ⑩ Mastic

Fig. 5.18 : Coupe schématique du dispositif d'essai

	Premier essai	Deuxième essai
Cas Sol	1 Tableau 5.1	2 Tableau 5.1
e_0	0.570	0.570
S_{r_0}	85 %	70 %
w_0	17.5 %	14.47 %
γ	20.64 kN·m ⁻³	20.10 kN·m ⁻³

Tableau 5.2 : Caractéristiques initiales des essais

Après les essais, la teneur en eau a été déterminée en différents endroits. Ces résultats sont données dans le tableau 5.3 ci-dessous :

[r, y]	[0, 2]	[8.5, 2]	[0, 8.5]	[8.5, 7.5]	[0, 13]
Essai 1	17.70	17.95	17.18	17.35	17.30
Essai 2	16.70	16.43	17.02	16.42	16.54

Tableau 5.3 : Teneur en eau finale des essais

Nous avons tout d'abord calculé les tassements finaux d'après la théorie de l'élasticité [RECORDON, 1978]. Les résultats du calcul sont donnés dans le tableau 5.4. Le module d'élasticité a été déterminé d'après la figure 3.28 pour un degré de saturation et un indice de vide donnés :

$$e_0 = 0.570$$

$$E_1 = 2500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2} \quad (\text{premier essai})$$

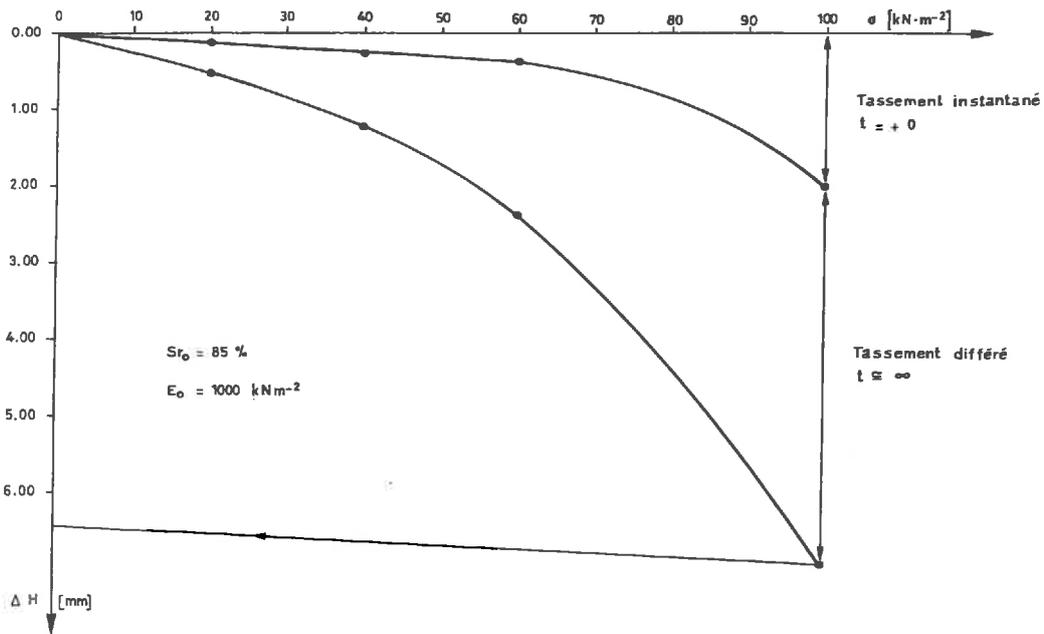
$$E_2 = 7500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2} \quad (\text{deuxième essai})$$

$$\nu = 0.330$$

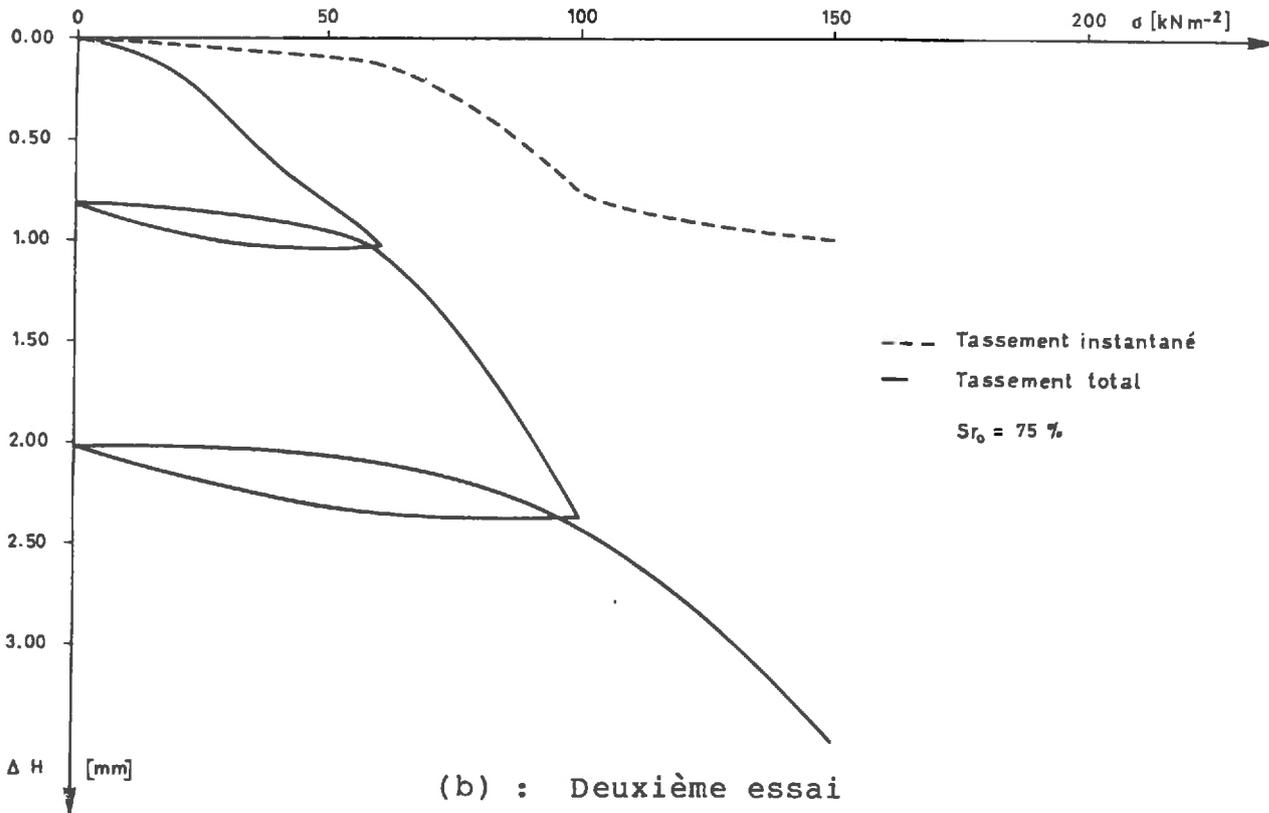
Contraintes appliquées [kN·m ⁻²]	Premier essai (S _{r0} = 85 %)				Deuxième essai (S _{r0} = 70 %)			
	δ (r=0) calculé	[mm] mesuré	δ(r=0)/δ(r=5.5)		δ (r=0) calculé	[mm] mesuré	δ(r=0)/δ(r=5.5)	
			calculé	mesuré			calculé	mesuré
	20	0.56	0.52	3.333	5.0	0.18	0.17	3.333
40	1.12	1.20	3.333	10.4	0.36	0.64	3.333	17.80
60	1.68	2.34	3.333	16.0	0.54	1.02	3.333	18.19
100	2.80	6.90	3.333	28.75	0.90	2.34	3.333	12.05

Tableau 5.4 : Tassements mesurés et calculés

L'anisotropie du sol due au compactage peut avoir une grande influence sur la relation entre le tassement initial et le tassement final [GIROUD et al., 1976]. Pour contrôler ce phénomène, nous avons effectué deux essais oedométriques sur des échantillons pris l'un horizontalement et l'autre verticalement, ce qui nous a permis de constater que le rapport du module de compressibilité varie de 1.13 à 1.0, alors que la perméabilité reste constante. Cette anisotropie a été introduite dans les programmes. Les résultats mesurés sont représentés dans les figures 5.19 a et 5.19b.

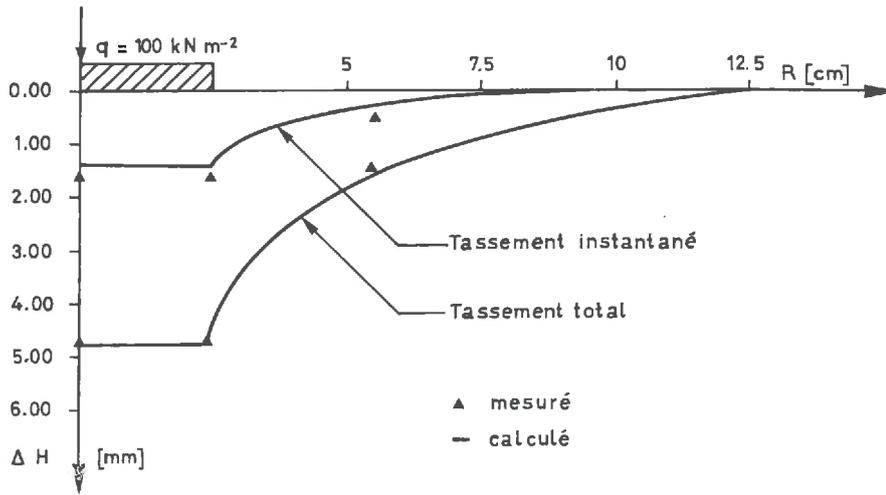


(a) : Premier essai

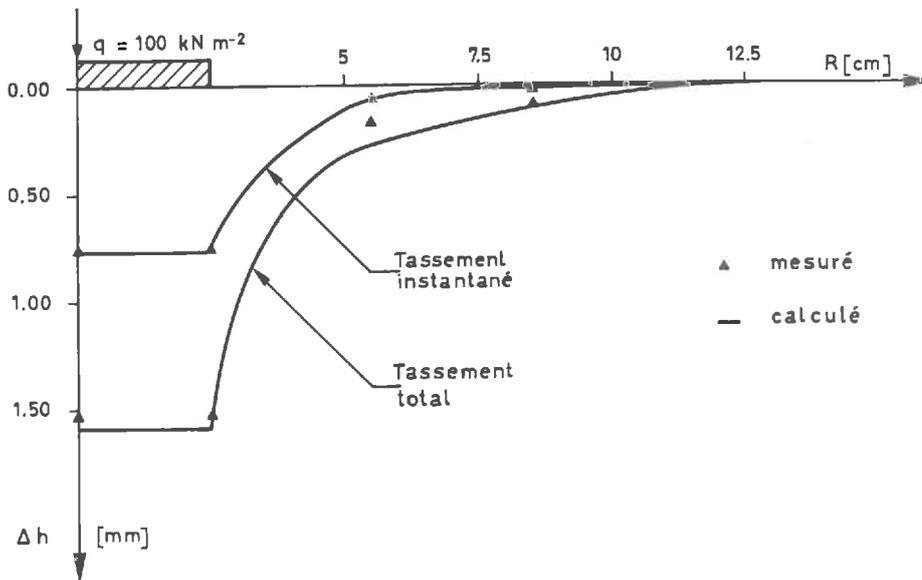


(b) : Deuxième essai

Fig. 5.19 : Tassement mesuré en fonction des contraintes appliquées



(a) : Premier essai



(b) : Deuxième essai

Fig. 5.20 : Déformations superficielles du sol pour une contrainte de $100 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$ sous la plaque

e) **Discussion des résultats obtenus**

La théorie élastique de Boussinesq ne donne pas des résultats corrects pour les grandes contraintes (Tableau 5.4). Ceci est dû au fait qu'un sol non saturé est très souvent anisotrope et hétérogène du fait de la distribution du degré de saturation. Le degré de saturation joue un grand rôle, puisqu'il intervient dans le calcul de toutes les caractéristiques.

L'introduction des valeurs des caractéristiques déterminées en laboratoire dans le modèle mathématique donne des résultats assez satisfaisants. Les figures 5.20, 5.21 et 5.22 donnent les valeurs mesurées et calculées par les programmes TASINI et CONOSA. Ces résultats montrent aussi que la résolution numérique par éléments finis est adaptable aux conditions initiales et aux limites de notre modèle.

La vitesse de déformation influence également le tassement à cause du chemin des contraintes effectives qui dépend de l'évolution de la pression interstitielle [GANGOPADHYAY et al., 1980]. Ceci confirme bien qu'un échantillon d'argile ou de limon non saturé ne peut jamais être ramené à son état initial (Fig. 5.19b et 5.21b) en raison du phénomène d'hystérèse de la succion. Après la décharge, la courbe calculée ne coïncide pas avec les points mesurés (Fig. 5.22), ce qui peut provenir des caractéristiques du sol que nous avons introduites dans le programme, ou encore de l'hystérèse de la succion. Pendant le déchargement, c'est la courbe de drainage qui est valable. La décharge crée une sorte d'aspiration de l'eau vers les zones où les contraintes sont élevées. C'est pourquoi nous avons trouvé une teneur en eau finale plus élevée que l'initiale dans la partie supérieure de l'échantillon, dans le cas 1 (Tableau 5.3).

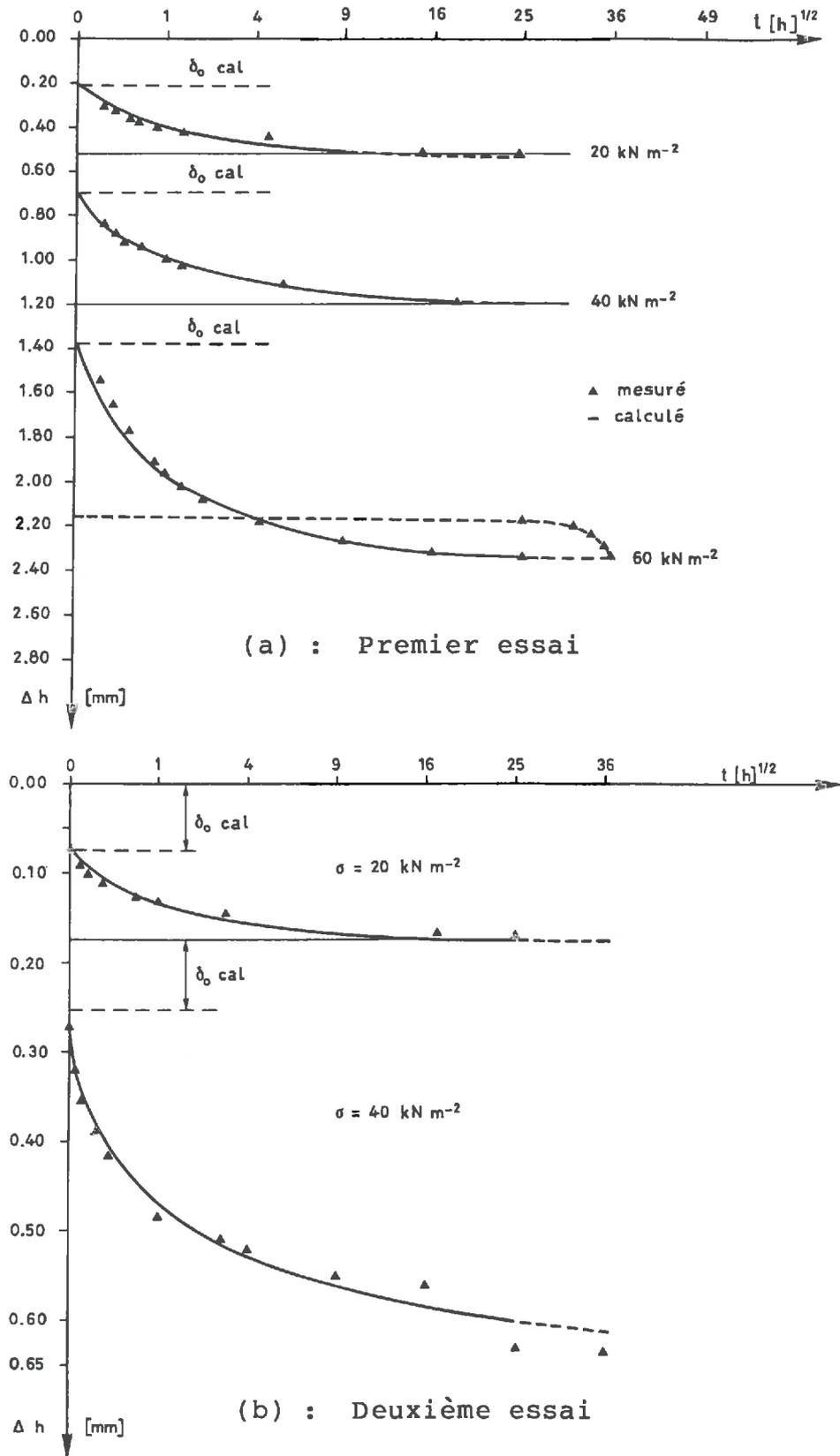
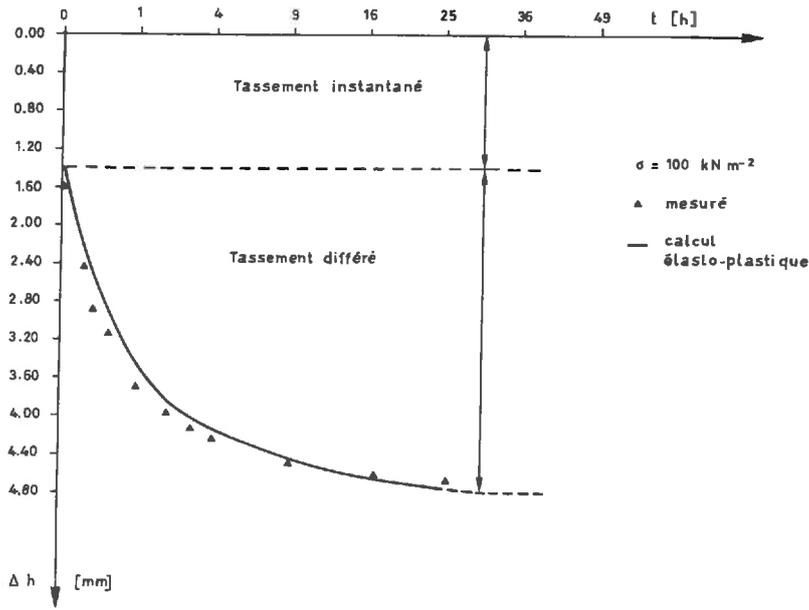
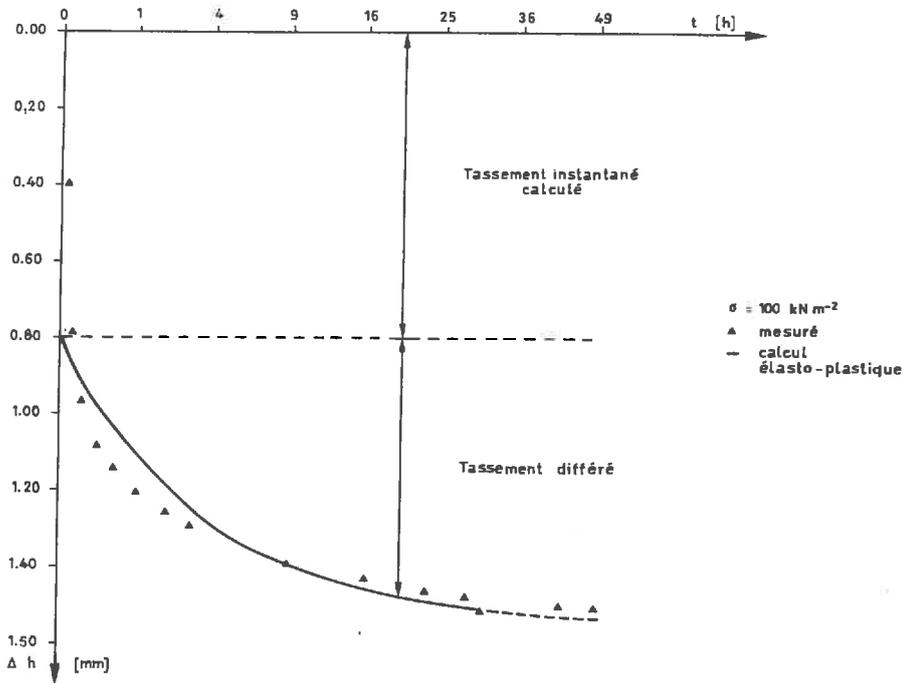


Fig. 5.21 : Tassement en fonction du temps pour différentes contraintes sous la plaque



(a) : Premier essai



(b) : Deuxième essai

Fig. 5.22 : Tassement en fonction du temps pour une contrainte de $100 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}$ sous la plaque

Dans ces deux essais, il apparaît clairement que la déformation superficielle dépend dans une large mesure du degré de saturation. Par exemple, pour une contrainte appliquée de $60 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$, le rapport des tassements sous plaque mesurés dans les deux essais est égal à 2.30, alors que celui du degré de saturation est égal à 1.214, au voisinage de la plaque.

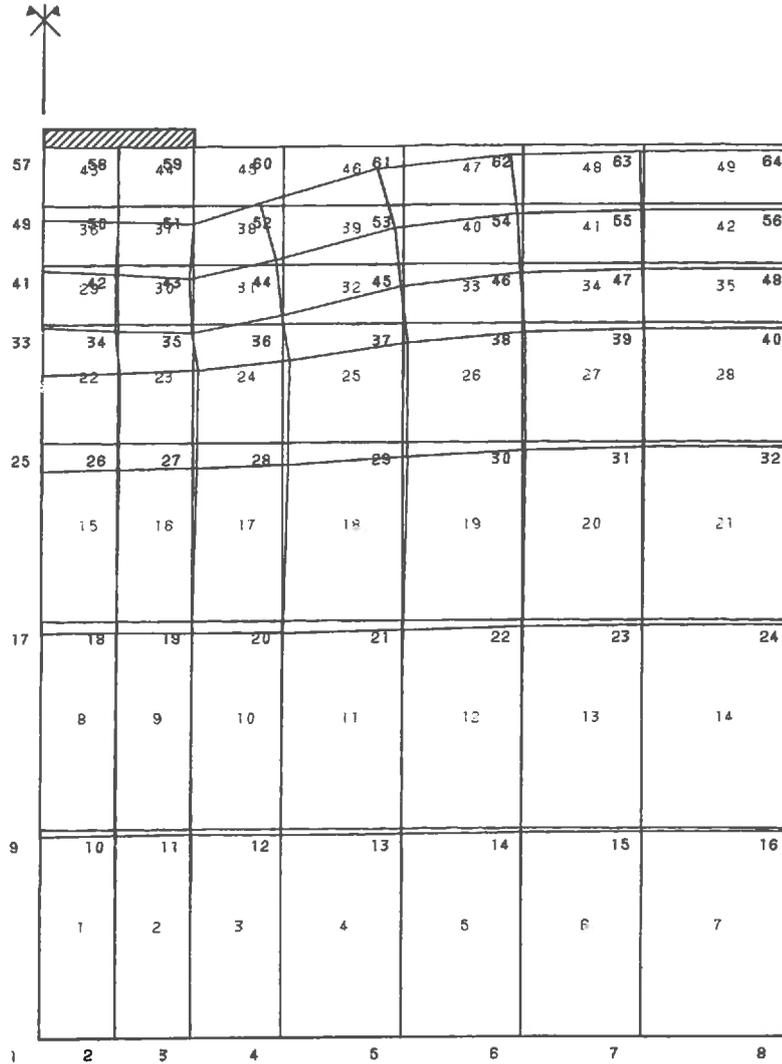


Fig. 5.23 : Déformation du sol dans le cas 1

5.6. CALCUL SIMPLIFIE DANS UN CAS UNIDIMENSIONNEL

Ce chapitre donne un exemple de tassement unidimensionnel calculé à l'aide du le programme CONOSA et par une méthode simplifié basée sur l'équation de la consolidation pour un sol non saturé. Nous montrerons aussi comment ce calcul peut être fait par la méthode de Terzaghi, en multipliant les résultats par un coefficient de correction qui tient compte de l'influence du degré de saturation et de la succion. En pratique, cette méthode simplifiée permet aux géotechniciens de calculer une fondation rapidement en utilisant l'équation de Terzaghi et de tenir compte du degré de saturation du sol en y introduisant un coefficient de correction.

5.6.1. Calcul pratique du tassement instantané

Pour calculer le tassement instantané, il est nécessaire de connaître la distribution des contraintes effectives en profondeur. Celle-ci peut être déterminée si l'on connaît la distribution des contraintes totales.

Si l'on admet que les contraintes verticales et horizontales sont les contraintes principales, on peut écrire, dans le cas unidimensionnel :

$$\Delta \sigma'_v = (1 - \bar{B}) \Delta \sigma_v \quad 5-11$$

où :

σ_v, σ'_v = contrainte verticale

$$\bar{B} = B \left[1 + A \left(\frac{1 - 2 \nu_u}{1 - \nu_u} \right) \right] \quad 5-12$$

où \bar{B} est un coefficient de pression interstitielle qui peut être calculé en fonction des coefficients A et B (paragraphe 3.6.1.).

Dans le cas où le degré de saturation est plus grand que 80 %, on peut admettre que dans l'équation (3-102) exprimant le coefficient de compressibilité du fluide (air + eau), l'influence du terme $\chi\psi$ est négligeable, ce qui permet d'écrire :

$$B = \frac{m_{VC}}{m_{VC} + \frac{n}{p_0} (1 - 0.98 S_{r_0})} \quad 5-13$$

Pour un sol isotrope, A vaut 1/3, donc \bar{B} devient :

$$\bar{B} = \frac{m_{VC}}{m_{VC} + \frac{n}{p_0} (1 - 0.98 S_{r_0})} \left[\frac{4 - 5 v_u}{3 (1 - v_u)} \right] \quad 5-14$$

Par définition, le degré de consolidation est :

$$U [\%] = \frac{\text{tassement au temps } t}{\text{tassement au temps infini}} = \frac{\Delta H_t}{\Delta H_\infty} \quad 5-15$$

d'où l'on obtient le degré de consolidation pour le tassement instantané :

$$U_i = \frac{m_{VC} (1 - \bar{B}) \Delta \sigma H}{m_{VC} \Delta \sigma H} = (1 - \bar{B}) \quad 5-16$$

H = épaisseur de la couche

et le degré de saturation final :

$$S_r = \frac{S_{r_0} n_0}{n} = \frac{S_{r_0} n_0}{n_0 - (1 - n_0) m_{VC} \bar{B} \Delta \sigma_V} \quad 5-17$$

puisque le volume de l'eau (n_w) est constant.

Après l'application de la surcharge, le sol peut se saturer ou rester non saturé. Si le sol est saturé, le coefficient de Poisson v_u vaut 0.5, donc \bar{B} vaut 1.

5.6.2. Détermination rapide du tassement différé

Nous ne traitons ici que le premier cas où le degré de saturation du sol est plus élevé que le degré de saturation d'occlusion. L'équation du phénomène (2-120) dans le cas unidimensionnel devient :

$$c_{vx} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad 5-18$$

où :

$$c_{vx} = \frac{k_{wx} B_{wx}}{\gamma_w m_a m_{vc} m_G (1 - A_{mc})} \quad 5-19$$

De plus, si nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- dans le cas unidimensionnel, si le degré de saturation est plus grand que 80 %, la variation de la pression d'air u_a est très faible, on peut admettre que B_{wx} vaut 1 (équation 2-106);
- dans le cas isotrope, m_G (équation 2-64) vaut aussi 1;
- la surcharge ne varie pas avec le temps, donc A_{mc} (équation 2-119) devient nul;
- les caractéristiques restent constantes pendant un pas de calcul, comme dans la théorie de Terzaghi;

L'expression (5-19) devient alors :

$$c_{vx} = \frac{k_{wx}}{\gamma_w m_a m_{vc}} \quad 5-20$$

où :

$$k_w = k_w k_{wr} \quad (3-45a)$$

$$m_a = s n (1 - n) + S_r \quad (2-85)$$

avec une capacité spécifique de saturation (2-81b) :

$$s = \frac{\partial S_r}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial n}$$

et une perméabilité relative (3-49) :

$$k_{wr} = \left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{n_1}$$

La capacité spécifique de saturation s peut être déterminée analytiquement. Puisque nous connaissons l'expression analytique de la succion en fonction du degré de saturation et de l'indice de vide.

En dérivant l'équation de la succion (3-25) par rapport à S_r et à la porosité, on obtient la capacité spécifique de saturation :

$$s = \frac{S_r^2 \psi_2 \left(\frac{e_0 - e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2 - 1}}{\psi_1 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1 - 1}} \left[\frac{\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}}{\psi_0 \left[\left(\frac{1 - S_{rmin}}{S_{rmin}} \right)^{\psi_1} - 1 \right] - \left(\frac{e_0 - e}{1 + e_0} \right)^{\psi_2}} \right]$$

5-21

Une fois que l'on connaît s , on peut calculer le coefficient m_a . Le coefficient de consolidation (5-20) devient :

$$c_{vx} = \frac{k_w k_{rw}}{\gamma_w m_{vc} [s n (1 - n) + S_r]} \quad 5-22$$

Posons :

$$\frac{k_w}{\gamma_w m_{vc}} = c_{v_0} \quad 5-23$$

$$\frac{k_{wr}}{s n (1 - n) + S_r} = c \quad 5-24$$

Nous avons donc :

$$c_{v_x} = c c_{v_0} \quad 5-25$$

où c_{v_0} : coefficient de consolidation dans un cas saturé

c : un coefficient de correction dépendant du degré de saturation, de la succion et de la porosité

Cela signifie que selon les hypothèses simplificatrices mentionnées plus haut et en multipliant le coefficient de consolidation d'un sol saturé par un coefficient de correction c , on obtient le coefficient de consolidation de ce sol non saturé.

Calculons ce coefficient de correction c :

$$c = \frac{k_{wr}}{s n (1 - n) + S_r} = \frac{\left(\frac{S_r - S_{rmin}}{1 - S_{rmin}} \right)^{n_1}}{s n (1 - n) + S_r} \quad 5-26$$

Il faut donc connaître la loi de la perméabilité relative et de la succion. Autrement dit, il faut connaître les coefficients de ψ_0 , ψ_1 , ψ_2 et n_1 afin de pouvoir calculer ce coefficient de correction c (Fig. 5.24).

Nous donnerons plus loin, sous forme de tableau (5-6a et b), les valeurs de ψ_0 , ψ_1 , ψ_2 , n_1 et s en fonction des limites d'Atterberg (w_L , I_p). Nous avons donné les corrélations entre ces coefficients et les limites d'Atterberg dans le paragraphe 3.2.5.

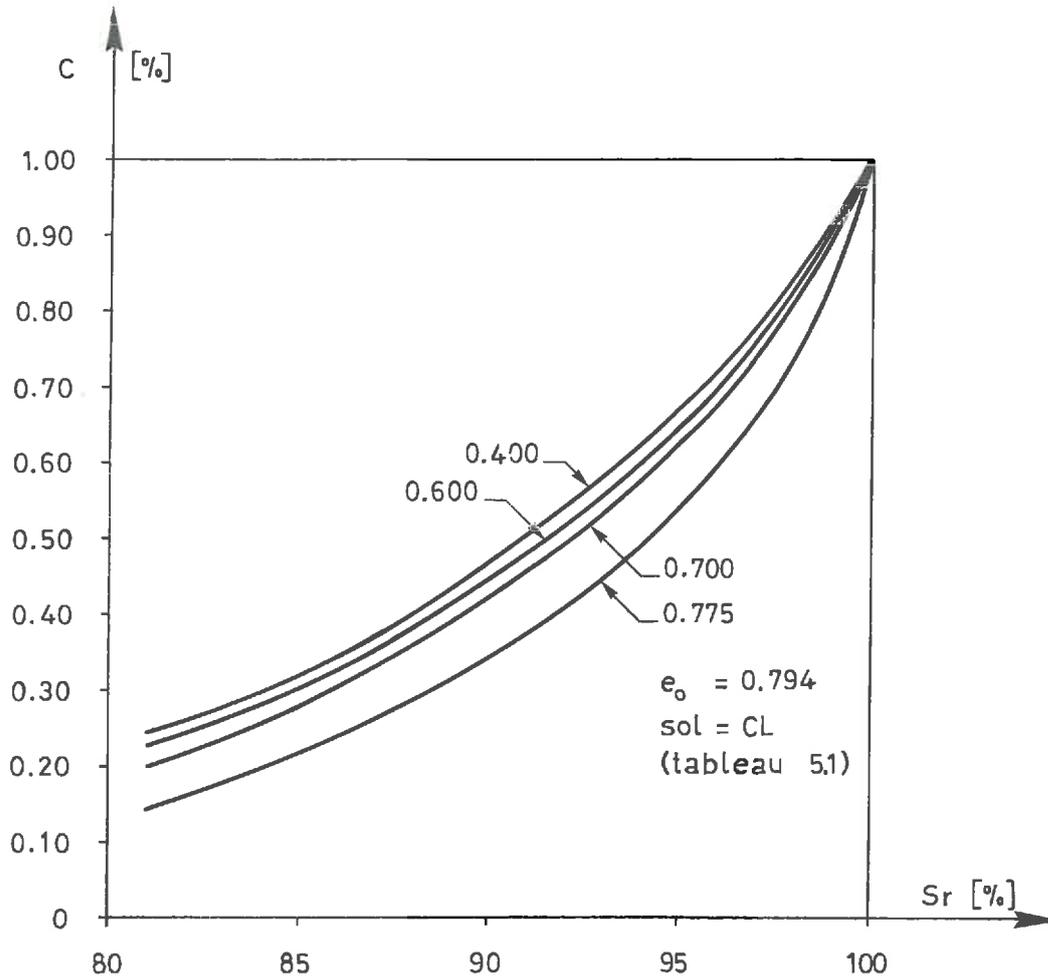


Fig. 5.24 : Coefficient de correction c en fonction de S_r et ε_v

Pour un degré de saturation et une contrainte appliquée donnés, on calcule d'abord les paramètres k_{wR} et s , puis on détermine le coefficient de correction c ainsi que le degré de consolidation.

La solution de Terzaghi donne, pour un degré de consolidation non saturé :

$$U_{ns} = f(T_v) \quad 5-27$$

où le facteur de temps T_v est :

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} = c \frac{c_{v0} t}{H^2} \quad 5-28$$

Les figures 5.25 et 5.26 donnent les résultats des calculs par éléments finis effectués à l'aide de l'équation de la consolidation unidimensionnelle dans le cas 1 ($S_{r0} > S_{rOC}$) pour différents degrés de saturation initiale, en admettant une pression interstitielle initiale unitaire.

La méthode simplifiée donne :

$$\begin{aligned}
 n &= 0.334 \\
 w_L &= 28.8 \% \\
 I_p &= 13.5 \% \\
 E_{oed} &= 3600 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2} \\
 \Delta\sigma &= 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}
 \end{aligned}$$

S_r [%]	s	n_1	c	Degré de consolidation U_{ns}			
				$T_{v_{sat}} = 0.50$		$T_{v_{sat}} = 1.0$	
				Calcul	EF	Calcul	EF
85	1.70	5.80	0.220	36	39	52	54
95	1.40	5.80	0.530	56	48	75	73

Tableau 5.5 : Calcul rapide du degré de consolidation différée

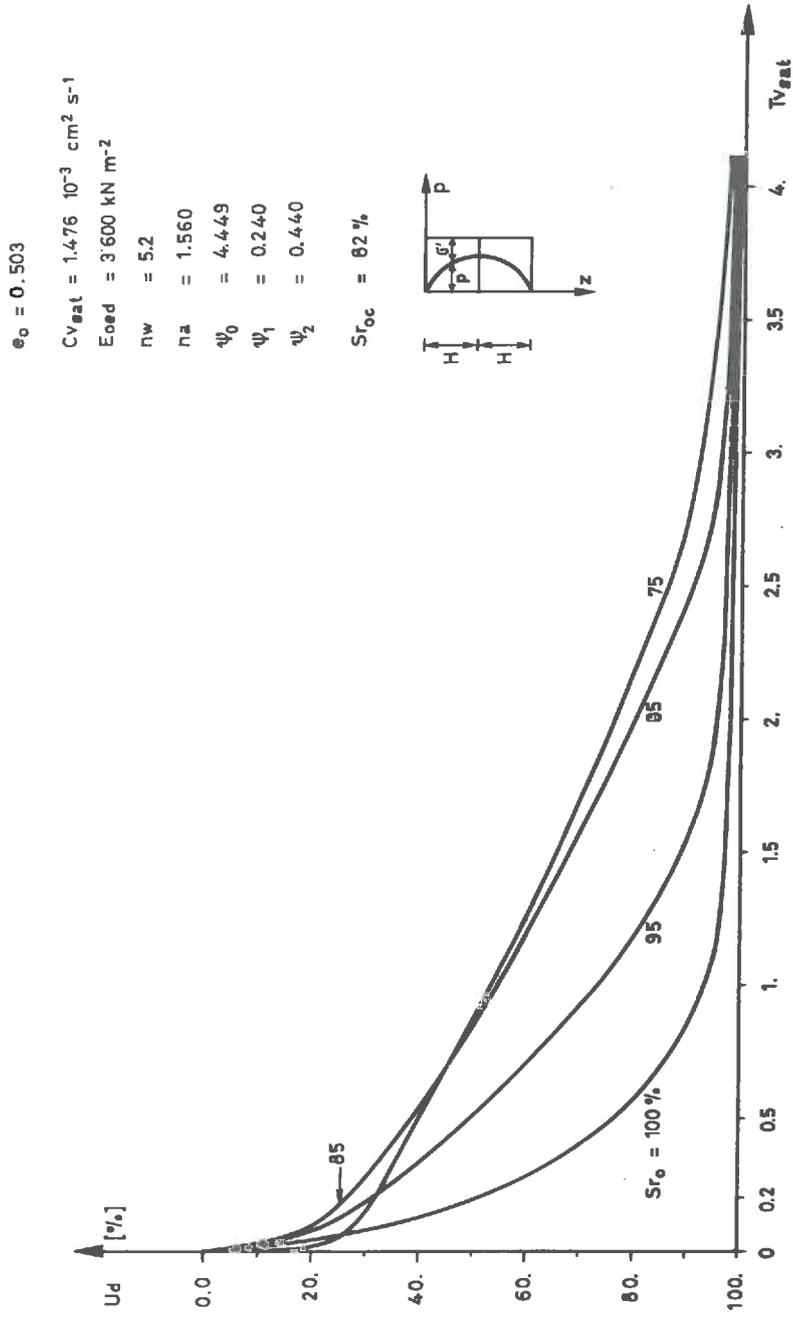


Fig. 5.25 : Durée de la consolidation d'une couche non saturée

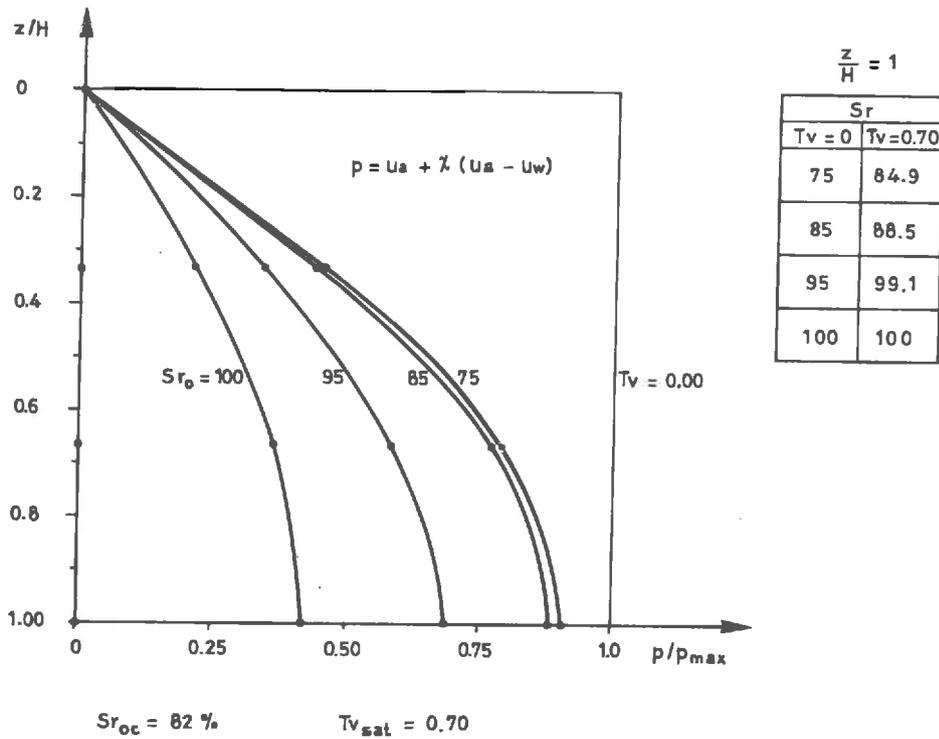


Fig. 5.26 : Isochrones de la pression interstitielle

L'égalité suivante :

Tassement total au temps t
 = Tassement instantané + tassement différé au temps t

s'écrit :

$$\Delta H_t = U_i m_{VC} \Delta \sigma H + U_{NS} \bar{B} m_{VC} \Delta \sigma H = (1 - \bar{B} + U_{NS}) m_{VC} \Delta \sigma H \quad 5-29$$

d'où le degré de consolidation total :

$$U = \frac{H_t}{H_\infty} = \frac{(1 - \bar{B}) m_{VC} \Delta \sigma H}{m_{VC} \Delta \sigma H} + \frac{U_{NS} \bar{B} m_{VC} \Delta \sigma H}{m_{VC} \Delta \sigma H} \quad 5-30$$

ou encore :

$$U = U_i + U_{NS} \bar{B} = 1 + \bar{B} (U_{NS} - 1) \quad 5-31$$

Le tassement au temps t et la durée de consolidation peuvent être calculés à l'aide de la formule (5-31).

La différence entre les valeurs calculées par le programme des éléments finis CONOSA et à l'aide de l'abaque est de l'ordre de 7 %. En pratique, il est possible de déterminer le tassement et la durée de la consolidation d'un sol non saturé à l'aide des abaques et des tableaux 5.8 et annexe.

5.8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons donné des applications des programmes TASINI et CONOSA. Les résultats des calculs effectués à l'aide des programmes concordent avec les résultats concordants avec les résultats expérimentaux lors du chargement, mais différent dans le cas du déchargement; nous avons aussi expliqué la différence entre la théorie classique de Terzaghi et le calcul non linéaire.

Le comportement d'un sol non saturé dépend non seulement de la surcharge imposée, mais aussi de la succion qui est elle-même fonction du degré de saturation.

Nous avons finalement attribué à chaque sol une valeur caractéristique en fonction des limites de consistance et de la déformation volumétrique, afin de pouvoir déterminer assez rapidement le tassement à 7 % près dans un cas unidimensionnel et non saturé, sans passer par l'application du programme CONOSA. Ces valeurs sont données sous forme de tableaux.

EPS= 0.025
SR = 0.850

IP	5.0			10.0			15.0			20.0		
	FIO	FII	NI	S	FIO	FII	NI	S	FIO	FII	NI	S
WL												
10.000	5.415	0.112	5.455	20.000	5.248	0.143	6.316	3.270	6.716	0.158	6.809	1.866
20.000	2.637	0.144	4.939	16.314	4.150	0.181	5.846	2.781	5.371	0.198	6.362	1.665
30.000	2.293	0.166	4.659	10.880	3.664	0.205	5.597	2.523	4.775	0.222	6.127	1.540
40.000	2.088	0.182	4.472	8.852	3.374	0.222	5.432	2.352	4.419	0.240	5.972	1.451
50.000	1.948	0.196	4.333	7.741	3.176	0.236	5.311	2.227	4.177	0.254	5.859	1.384
60.000									3.998	0.266	5.772	1.330
70.000									4.713	0.270	6.101	1.070
80.000									4.552	0.280	6.031	1.035
90.000												
100.000												

EPS= 0.025
SR = 0.850

IP	30.0			40.0			50.0			60.0		
	FIO	FII	NI	S	FIO	FII	NI	S	FIO	FII	NI	S
WL												
10.000												
20.000	6.190	0.197	6.646	1.411	5.960	0.185	6.570	1.644	5.603	0.183	6.374	1.899
30.000	5.688	0.215	6.477	1.342	5.564	0.199	6.433	1.581	5.149	0.192	6.278	1.845
40.000	5.345	0.228	6.352	1.287	5.272	0.210	6.325	1.529	4.945	0.200	6.197	1.799
50.000	5.092	0.240	6.255	1.242	5.045	0.219	6.237	1.485	4.775	0.207	6.127	1.758
60.000	4.895	0.249	6.176	1.204	4.862	0.227	6.163	1.446	4.632	0.214	6.066	1.721
70.000	4.730	0.258	6.111	1.171	4.710	0.235	6.099	1.412				
80.000									5.222	0.168	6.306	2.353
90.000									4.998	0.175	6.218	2.293
100.000									4.812	0.182	6.142	2.239
									4.655	0.188	6.076	2.192

Tableau 5.6a

EPS = 0.025
SR = 0.950

IP	5.0					10.0					15.0					20.0				
	FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S	
10.000	3.413	0.112	5.455	20.000		5.243	0.143	6.316	1.909		6.716	0.158	6.809	1.101		6.298	0.202	6.680	0.805	
20.000	2.637	0.144	4.939	9.533		4.150	0.181	5.846	1.668		5.371	0.198	6.362	1.011		5.610	0.227	6.449	0.763	
30.000	2.293	0.166	4.659	6.457		3.664	0.205	5.597	1.540		4.775	0.222	6.127	0.953		5.200	0.245	6.297	0.732	
40.000	2.048	0.182	4.472	5.315		3.374	0.222	5.432	1.455		4.419	0.240	5.972	0.910		4.920	0.259	6.186	0.707	
50.000	1.948	0.196	4.533	4.694		3.176	0.236	5.311	1.392		4.177	0.254	5.859	0.877		4.713	0.270	6.101	0.687	
60.000											3.998	0.266	5.772	0.851		4.552	0.280	6.031	0.670	
70.000																				
80.000																				
90.000																				
100.000																				

EPS = 0.025
SR = 0.950

IP	30.0					40.0					50.0					60.0				
	FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S		FI0	FT1	N1	S	
10.000																				
20.000	6.190	0.197	6.640	0.857		5.960	0.185	6.570	0.989		5.403	0.183	6.374	1.141		5.222	0.168	6.306	1.398	
30.000	5.688	0.215	6.477	0.825		5.564	0.199	6.433	0.961		5.149	0.192	6.278	1.116		4.998	0.175	6.218	1.369	
40.000	5.345	0.228	6.352	0.800		5.272	0.210	6.325	0.937		5.403	0.183	6.374	1.141		4.945	0.175	6.218	1.369	
50.000	5.092	0.240	6.255	0.778		5.045	0.219	6.237	0.916		4.945	0.200	6.197	1.094		4.812	0.182	6.142	1.344	
60.000	4.895	0.249	6.176	0.760		4.862	0.227	6.163	0.898		4.775	0.207	6.127	1.075		4.655	0.188	6.076	1.321	
70.000	4.736	0.258	6.111	0.744		4.710	0.235	6.099	0.882		4.632	0.214	6.066	1.058		4.632	0.214	6.066	1.058	
80.000																				
90.000																				
100.000																				

Tableau 5.6b

6. CONCLUSIONS GENERALES

L'objectif de cette thèse est d'étudier les déformations d'un massif de sol non saturé. Cette étude théorique a permis d'établir les équations aux dérivées partielles représentant les différents phénomènes dans le milieu poreux non saturé, et d'exprimer analytiquement les coefficients de ces équations. Ces coefficients, qui traduisent des propriétés physiques du milieu triphasique, sont déterminés à partir des essais en laboratoire. Pour le cas où l'on ne dispose pas de mesures, nous avons donné des formules simples en fonction des limites d'Atterberg permettant l'estimation de leur valeur.

L'analyse de l'influence des caractéristiques mécaniques du sol sur différents paramètres utilisés dans la formulation du modèle a mis en évidence le rôle important joué par la succion, en milieu poreux non saturé. Il est donc nécessaire de pouvoir la déterminer. Dans le paragraphe 3.2., des formules originales ont été établies (équations 3-9 et 3-25c). Elles définissent la succion en fonction du degré de saturation et de l'indice de vide. Les paramètres de la succion, ψ_0 , ψ_1 et ψ_2 , peuvent être déterminés expérimentalement par diverses méthodes, ou évalués, en ordre de grandeur, à partir des limites d'Atterberg (voir équations 3-26 à 3-28). Cette dernière méthode d'évaluation fait intervenir une corrélation statistique entre les paramètres de la succion et les limites d'Atterberg. Nous la proposons, après l'avoir établie, à partir de résultats nombreux tirés de la littérature et de nos essais.

Le modèle mathématique très affiné fait intervenir de nombreux paramètres. Dans notre thèse, nous avons montré qu'il est nécessaire de faire au minimum trois types d'essais :

- L'essai oedométrique ou triaxial qui permet de déterminer le module oedométrique et le coefficient de perméabilité à l'eau dans le cas saturé, en fonction de l'indice de vide;

- L'essai de succion qui donne le p_F en fonction du degré de saturation et de l'indice de vide;
- L'essai triaxial ou de cisaillement direct qui fournit l'angle de frottement et la cohésion.

Nous avons ainsi les caractéristiques des trois phénomènes élémentaires (écoulement, déformabilité, résistance) que nous avons présentés dans l'introduction de ce travail.

Grâce au modèle mathématique proposé (chapitres 2 et 4), il est possible d'expliquer clairement le phénomène de l'écoulement, de la déformation et de la résistance dans un milieu non saturé, sous l'effet de la surcharge. Il permet aussi de mieux comprendre l'influence des diverses caractéristiques du milieu sur les déformations et sur leur évolution dans le temps, ainsi que d'évaluer l'état de contrainte et de déformation avec une bonne précision lors du chargement. Pour la résolution numérique, la méthode des éléments finis est assez souple pour que l'on puisse introduire les conditions initiales et aux limites d'une manière simple et précise, dans le temps et dans l'espace.

A l'aide de ce modèle mathématique, nous avons traité quelques-uns des principaux problèmes qui se posent en mécanique des sols (chapitre 5) :

- Consolidation unidimensionnelle des sols saturés et non saturés;
- Consolidation triaxiale des sols non saturés;
- Essais de rupture par cisaillement direct et triaxial;
- Essais de charge avec plaques;

Ces études nous conduisent à faire les remarques suivantes :

- Le comportement des sols fins non saturés dépend du degré de saturation qui intervient dans la loi de succion, dans la loi de Darcy généralisée et dans la loi des contraintes effectives.
- Les déformations et les pressions interstitielles sont fortement dépendantes de la structure du sol, de la nature du milieu poreux et des conditions d'écoulement.
- Le modèle mathématique a mis en évidence l'influence prépondérante de la succion et a permis de trouver les raisons pour lesquelles, à égale contrainte, un sol humide se déforme plus qu'un sol sec.
- Les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux concordent bien pour le chargement, et moins bien dans le cas du déchargement.
- Il faut choisir un incrément de temps assez petit pour obtenir une bonne convergence des calculs, à cause des coefficients non linéaires.

Dans le cas unidimensionnel, nous avons proposé une méthode simplifiée (voir paragraphes 3.6. et 5.6.) pour résoudre le problème des tassements dans deux cas :

- Si le degré de saturation est plus petit que 70 %, le tassement instantané est prédominant. Le coefficient B de pression interstitielle peut être déterminé à l'aide des abaques que nous avons établis (Fig. 3.30 à 3.33), en fonction du degré de saturation, de l'indice de vide et du module de compressibilité.
- Dans le cas où l'air est occlus ($S_r > S_{rOC}$), notre procédé de calcul consiste à introduire dans la méthode traditionnelle de Terzaghi un coefficient de correction du coefficient de consolidation c_{v0} (équation 5-25). On peut ainsi, dans le cas non saturé, calculer rapidement le tassement d'une fondation.

Certains problèmes n'ont pas été traités ou n'ont pas pu être assez approfondis dans le cadre de cette thèse. Ils peuvent être recommandés pour de futures recherches, afin qu'une explication plus complète soit donnée du comportement des milieux poreux non saturés, et plus particulièrement de leur déformation :

- Déchargement (gonflement) d'un milieu non saturé;
- Influence d'une charge répétée et dynamique sur un milieu non saturé;
- Fluage (consolidation secondaire) des milieux non saturés;
- Comportement plastique des sols saturés ou non.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1 ABELEV M.Y. (1973)
Construction d'ouvrages sur sols argileux mous saturés
Technique et Documentation, Paris
- 2 ADINA (1975)
A finite element program for automatic dynamic incremental non linear analysis, by K.-J. BATHE
M.I.T., Cambridge, Massachusetts
- 3 AHMET S.; LOVELL C.W. (1974)
Pore sizes and strength of compacted clay
Journal of the Geotech. Eng. Div. ASCE GT4, p. 407-425
- 4 AKAI K.; OHNISAI Y.; MURAKAMI T.; HORITA M. (1979)
Coupled stress flow analysis in saturated - unsaturated medium
3rd Int. Conf. Num. Meth. in Geomechanics, Aachen
- 5 ALPAN I. (1961)
The dissipation function for unsaturated soils
Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Paris, Vol. 1, p. 1-5
- 6 ANDREI S. (1966)
Drainage de l'eau dans les sols à granulation fine
Cahiers de la recherche No 22, Eyrolles, Paris
- 7 D'APPOLONIA J.J.; LAMBE W. (1970)
Method for predicting initial settlement
Journal of the Soil Mech. and Found Div. ASCE 96, p. 523-544
- 8 ARQUIE G. (1973)
Théorie générale de l'influence de la teneur en eau sur les résultats du compactage
Routes et Aérodrômes No 484, p. 92-99
- 9 AURIAULT J.L. (1973)
Contribution à l'étude de la consolidation des sols
Thèse, Grenoble
- 10 BARDEN L. (1965)
Consolidation of compacted and unsaturated clays
Géotechnique 15, p. 267-286
- 11 BARDEN L.; MADEOR A.O.; SIDES G.R. (1972)
The flow of air and water in partly saturated clay soil
IAHR 1, p. 299-311
- 12 BARDEN L. (1979)
Consolidation of clays compacted 'dry' and 'wet' of optimum water content
Géotechnique 24, p. 605-625

- 13 BEAR J. (1972)
Dynamics of fluids in porous media
American Elsevier Pub., New York
- 14 BIRDER O.; POSKITT J.J. (1975)
Permeability test on compression soils
Proc. Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Istanbul,
Vol. 1, p. 34-41
- 15 BISHOP A.W.; ELDIN A.K. (1950)
Undrained triaxial tests of unsaturated sand and their
significance in the general theory of shear strength
Géotechnique 2, p. 12-32
- 16 BISHOP A.W.; HENKEL D.J. (1957)
The measurement of soil properties in the triaxial test
Edward Arnold Ltd, London, p. 1-9
- 17 BISHOP A.W. (1960)
The measurement of pore pressure in the triaxial test
Proc. Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils
Butterworth, London, p. 38-46
- 18 BISHOP A.W.; DONALD I.B. (1961)
The experimental study of partly saturated soil in the
triaxial apparatus
Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Paris,
Vol. 1, p. 13-21
- 19 BISHOP A.W.; BLIGHT G.E. (1963)
Some aspects of effective stress in saturated and partly
saturated soils
Géotechnique 13, p. 177-197
- 20 BISHOP A.W.; HIGHT D.W. (1977)
The value of Poisson's ratio in saturated soils and
rocks stressed under undrained conditions
Géotechnique 27, p. 369-384
- 21 BLIGHT G.E. (1960)
Discussion
Proc. Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils
Butterworth, London
- 22 BLIVET J.C. (1966)
Contribution à l'étude des lois rhéologiques des sols et
de leurs applications à la détermination du tassement
Université de Grenoble, Thèse
- 23 BLACK D.K.; LEE K.L. (1973)
Saturating laboratory samples by back pressure
Journal of the Soil Mec. Div. ASCE 99, p. 75-93
- 24 BOLTON M. (1979)
A guide to soil mechanics
The Macmillan Press, Dublin

- 25 BOVET D.; COTTON L.; MANJOZ A.; RECORDON E. (1976)
Recherche expérimentale sur les propriétés thermiques et hydrauliques des sols
Bull. Soc. Vaud. Sciences nat. No 350, p. 209-242
- 26 BOVET D. (1982)
Thermodynamique des phénomènes capillaires en milieu poreux
Colloque sur les Transferts de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé, EPF - Lausanne, 4-5 février
- 27 BOUGHTOR N.O. (1970)
Elastic analysis for behavior of rockfill
Journal of the Geotechn. Eng. Div. ASCE, SM5, p. 1715-1733
- 28 BRADY N.C. (1974)
The nature and properties of soils
McMillan Pub., New York
- 29 BROMS B.B. (1965)
Effect of degree of saturation on bearing capacity of flexible pavements
H.R.B. No 71, p. 1-13
- 30 BRUELL A. (1980)
Caractéristiques mécaniques des sols de fondation de chaussées en fonction de leur état d'humidité et compacité
Colloque int. sur le Compactage, Paris, 22-24 avril, p. 1-6
- 31 BOOTH A.R. (1977)
Collapse settlement in compacted soils
CSR Research Rep. 324, South Africa
- 32 BOULON M.; DARVE F.; FLAVIGNY E.; FORGUE M. (1979)
Méthode de prévision des pressions interstitielles
Revue française de Géotechnique No 9, p. 27-40
- 33 BUGROV A.K. (1975)
Solution of the mixed problem of the theory of elasticity and the theory of plasticity of soils
Soil Mechanics - URSS, p. 392-398
- 34 BURDIN N.T. (1953)
Relative permeability calculations from pore size distribution data
Trans. AIME, Vol. 198, p. 171
- 35 BURLAND J.D. (1971)
A method of estimating the pore pressures and displacements beneath embankments on soft, natural clay deposits
Roscoe Memorial Symp., Cambridge, Mass., 29-31 March
- 36 CAMBEFORT H. (1976)
Eléments de rhéologie en mécanique des sols
Annales de l'ITBTP, No 337, p. 154-176

- 37 CHRISTIAN J.T.; BOEHMER J.W. (1970)
Plane strain consolidation by finite elements
Journal of the Soil Mech. and Found. Div. ASCE 96,
p. 1435 -1457
- 38 CHRISTIAN J.T. (1971)
Undrained stress distribution by numerical methods
Journal of the Soil Mech. and Found Div. ASCE, SM6,
p. 1333-1345
- 39 CHRISTIAN J.T. (1977)
Two- and three dimensional consolidation
Numerical Methods in Geotechn. Eng., McGraw-Hill, New
York, p. 399-426
- 40 CHRISTIAN J.T.; DESAI C.S. (1977)
Constitutive laws for geologic media
Numerical Methods in Geotechn. Eng., McGraw-Hill, New
York, p. 65-147
- 41 CRONEY D.; COLEMAN J.D.; BRIDGE P.M. (1952)
The suction of moisture held in soil and other porous
materials
Road Research Tech. No 24, London
- 42 DAVIES E.H.; POULOS H.G. (1968)
The use of elastic theory for settlement prediction
under three-dimensional conditions
Géotechnique 18, p. 67-91
- 43 DEMIDOVITCH G.; MARON F. (1979)
Eléments de calcul numérique
Edition MIR - Moscou, p. 290-294
- 44 DONAGHE R.T.; TOWNSEND F.C. (1978)
Effects of anisotropic versus isotropic consolidation in
consolidated - undrained triaxial compression tests of
cohesive soils
Géotechnique Testing Journal 1-4, p. 173-189
- 45 DULLIEN F.A.L. (1979)
Porous media, fluid transport and pore structure
Academic Press, Toronto
- 46 DYSLI M. (1977)
Rhéologie appliquée à la géotechnique
Cours 3ème cycle d'étude, EPF - Lausanne
- 47 DYSLI M. (1981)
Fluage au cisaillement des sols argileux
Rapport interne ISRF, EPF - Lausanne
- 48 DYSLI M.; RECORDON E. (1981)
Fluage des formations argileuses préalpines et
glaciaires
X. ICSMFE, Stockholm, Vol. 3, p. 395-401

- 49 EINSTEIN Z.; KRISHNAYYA A.V.G.; LAW S.T.C. (1978)
Analysis of consolidation in cores and earth dams
Numerical Methods in Geomechanics., Ed. Desai, New York,
Vol. II, p. 1089-1105
- 50 FAHRI M.; DORE M.; COLIN P. (1972)
Corrélation entre le module de déformation tiré de l'es-
sai triaxial et l'indice de plasticité
Bulletin Liaison LCPC, No spécial, Paris, juin, p. 75-79
- 51 FAGNOUL A. (1963)
Etude de la résistance au cisaillement des argiles satu-
rées non remaniées
CERES, Liège
- 52 FEDA J. (1978)
Stress in subsoil and methods of final settlement calcu-
lation
p. 20-34, Elsevier, Amsterdam
- 53 FELIX B. (1980)
Le fluage des sols argileux - Etude bibliographique
Rapport de recherche LPC No 93, Paris
- 54 FOLQUE J. (1962)
Rheological properties of compacted unsaturated soils
Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech., Vol. 1, p. 113
- 55 FREDLUND D.G. (1979)
Density and compressibility charactersitics of air -
water mixtures
Can. Geotech. Journal 13, p. 386-396
- 56 FREDLUND D.G. (1979)
Second Canadian Geotechnical Colloquium : Appropriate
concepts and technology for unsaturated soils
Can. Geotech. Journal 16, p. 121-139
- 57 FREDLUND D.G.; HASAN J.U. (1979)
One-dimensional consolidation theory : Unsaturated soils
Can. Geotech. Journal 16, p. 521-531
- 58 GANGOPADHYAY C.R.; DAS S.C.; SOM N.N. (1980)
Stress-path influence on drained deformations on clay
J. of the Geotech. Eng. Div. ASCE 106, p. 1243-1260
- 59 GIBBS H.J. (1963)
Pore pressure control and evaluation for triaxial
compression
Lab. Shear Testing of Soils, ASTM Sp. Tech. Pub. No 361,
p. 212-221
- 60 GIROUD J.P. (1975)
Tassement et stabilité des fondations superficielles,
Tome 1
Presses Universitaires de Grenoble

- 61 GIROUD J.P.; CORDARY D. (1976)
Prévision du tassement initial et du tassement différé
des fondations superficielles
Annales de l'ITBTP 135, Paris, p. 105-135
- 62 HANDBOOK of chemistry and physics (1973)
CRC 5e, p. F97
- 63 HANSBO S. (1960)
Consolidation of clay, with special reference to in-
fluence of vertical sand drains
J. of the Swed. Geotech. Inst., No 18, p. 41-61
- 64 HARR, M.E. (1962)
Groundwater and seepage
McGraw-Hill, New York
- 65 HASAN J.U.; FREDLUND D.G. (1980)
Pore pressure parameters for unsaturated soils
Can. Geotech. Journal 17, p. 395-404
- 66 HENKEL D.J. (1956)
The effect of overconsolidation in the behaviour of
clays during shear
Géotechnique 4, p. 139-150
- 67 HENKEL D.J. (1959)
The relationships between the strength, pore-water pres-
sure and volume-change characteristics of saturated
clays
Géotechnique 9, p. 119-135
- 68 HILF J.W. (1948)
Estimating construction pore pressures in rolled earth
dams
Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. and Found Eng.,
Rotterdam, Vol. III, p. 234-240
- 69 HOLTZ R.P.; KOVACS W.D. (1981)
An introduction to geotechnical engineering
Prentice-Hall Inc., p. 559-610
- 70 HOSHINA K. (1961)
An analysis of the volume change, distortional deforma-
tion induced pores pressure of soil under triaxial load-
ing
Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 1,
Paris, p. 155-157
- 71 HOUPEURT A. (1972)
Mécanique des fluides dans les milieux poreux
Ed. Technic, Paris
- 72 HUERGO P.J. (1976)
Derniers développements en matière de consolidation des
sols
Annales des Travaux Publ. de Belgique 1, p. 302-318

- 73 JAEGER J.C.; COOK N.G. (1971)
Fundamentals of rock mechanics
Science Paperbacks, London
- 74 JANBU N. (1963)
Soil compressibility as determined by oedometer and tri-
axial tests
Com. Europééen Méc. des Sols et Trav. de Fond.,
Vol. III, p. 1-17
- 75 JENNINGS J.E.; KNIGHT K. (1957)
The additional settlement of foundations due to a
collapse of structure of sandy subsoil on wetting
Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. and Found Eng., London,
Vol. I, p. 316-319
- 76 JENNINGS J.E.B.; BURLAND J.B. (1962)
Limitations to the use of effective stresses in partly
saturated soils
Géotechnique 12, p. 125-144
- 77 JOSSEAUME H. (1970)
Les recherches sur l'essai triaxial au Laboratoire Cen-
tral des Ponts et Chaussées
Annales LCPC No 267-268, Paris, p. 118-132
- 78 JUMIKIS A.R. (1969)
Theoretical soil mechanics
Van Nostrand, London
- 79 KAMINSKI R.; KOWALSKA E.; WOLSKI W. (1978)
Tentative verification of soil model used in earth dam
C.-R. Colloque franco-polonais sur la mécanique des sols
appliquée, Gdansk, 19-21 septembre, p. 152-160
- 80 KAELIN M. (1977)
The predictability of the Darcy coefficient of permeabi-
lity of quaternary soils
Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Tokyo,
Special session No 6, p. 1-11
- 81 KERISEL J.; CAQUOT A. (1966)
Traité de mécanique des sols
Gauthier-Villars, Paris
- 82 KEZDI A. (1979)
Soil physics
Elsevier Scienitif Pub., New York
- 83 KONING H.L. (1968)
Some observations on the modulus of compressibility of
water
Conf. on Settlement on Compressibility of Soil,
Wiesbaden, p. 33-36
- 84 KULHAWY F.H.; DUNCAN M. (1972)
Stresses and movements in Oroville dam
Journal of the Soil Mech. Div. ASCE 98, p. 653-665

- 85 LAMBE T.W.; WHITMAN R.V. (1979)
Soil mechanics
John Wiley & Sons, New York, p. 406-417
- 86 LANGFELDER L.J.; CHEN C.F.; JUSTICE J.A. (1968)
Air permeability of compacted cohesive soils
Journal of the Soil Mech. Div. ASCE, p. 981-1001
- 87 LEONARDS G.A. (1968)
Les fondations
Dunod, Paris, p. 113-116
- 88 LEWIS R.W.; ROBERTS G.K.; ZIENKIEWICZ O.C. (1976)
A non-linear flow and deformation analysis of consolidated problems
Numerical Methods in Geomechanics, Vol II, p. 1106-1118
- 89 LLORET A.; ALONSO E.E. (1980)
Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour
Géotechnique 30, p. 449-477
- 90 LOUDON A.G. (1952)
The computation of permeability from simple soil tests
Géotechnique III, p. 265-185
- 91 MAGNAN J.-P.; BAGHERY S.; BRUCY M.; TAVENAS F. (1979)
Etude numérique de la consolidation unidimensionnelle en tenant compte des variations de la perméabilité et de la compressibilité du sol, du fluage et de la non-saturation
Bull. Liaison LCPC 103, Paris, p. 83-94
- 92 MAGNAN J.-P.; FELIX B.; MIEUSSENS C.; COSTAZ J.; FLORENTIN P. (1979)
Comparaison de quelques méthodes d'étude des tassements des ouvrages sur sols compressibles
Design Parameters in Geotechnical Eng., BGS London, Vol. 1, p. 31-44
- 93 MANDEL J. (1957)
Consolidation des couches d'argiles
Proc. 4th Int. Conf Soil Mech. and Found Eng., London, Vol. 1, p. 360-367
- 94 MASSARCH K.R. (1979)
Lateral earth pressure in normally consolidated clay
Proc. 7th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Brighton, Vol. 2, p. 245-250
- 95 MAYNE P.W. (1980)
Cam-clay predictions of undrained strength
Journal of the Geotechn. Eng. Div. ASCE 106, p.1219-1242
- 96 DE MELLO V.F.B. (1977)
Reflections on design decisions of practical significance to embankment dams
Géotechnique 27, No 3, p. 279-355

- 97 MUALEM Y. (1976)
Hysteretical model for prediction of the hydraulic conductivity of unsaturated porous media
Water Resources Research, Vol. 12, p. 1248-1254
- 98 MUALEM Y. (1977)
Extension of the similarity hypothesis used for modelling the soil water characteristics
Water Resources Research, Vol. 18, p. 773-780
- 99 MUALEM Y. (1978)
Hydraulic conductivity on unsaturated porous media; Generalized macroscopic approach
Water Resources Research, Vol. 14, p. 325-334
- 100 MUALEM Y.; MOREL-SEYTOUX H.J. (1979)
Permeability
The Encyclopedia of Soil Science, Part 1, Vol. XII, p. 359-369
- 101 MUALEM Y.; MOREL-SEYTOUX H.J. (1980)
Capillary pressure
The Encyclopedia of Soil Science, Part 1, Vol. 1, p. 49-61
- 102 MURAY R.T. (1978)
Development in two- and three dimensional consolidation theory
Development in Soil Mechanics 1, AP. Science Pub., London
- 103 Al MOUSTAKBAL (1981)
Etude des matériaux du corps de la digue d'Al Moustakbal,
Rapport EPFL-ISRF, Lab. méc. sols, No 5298, avril 1981
- 104 MUSKAT M. (1946)
The flow of homogeneous fluids through porous media
2nd Printing by J.W. Edwards, Ann Arbor, Michigan
- 105 NARASIMHAN T.N.; WITHERSPOON P.A. (1977)
Numerical model for saturated - unsaturated flow in deformable porous media - 1.
Water Resources Research 13, p. 657-664
- 106 NARASIMHAN T.N.; WITHERSPOON P.A. (1978)
Numerical model for saturated - unsaturated flow in deformable porous media - 2.
Water Resources Research 14, p. 1017-1034
- 107 NAYAK G.C.; ZIENKIEWICZ O.C. (1972)
Elasto-plastic stress analysis - A generalization for various constitutive relations including strain softening
Int. Journal of Num. Methods in Eng. No 5, p. 113-133
- 108 NUYENS M.J. (1961)
La détermination des pressions interstitielles et la sécurité des barrages en terre
Rapport Université libre de Bruxelles, p. 4-28

- 109 PARLANGE J.Y. (1976)
Capillary hysteresis and the relationship between drying
and wetting curves
Water Resources Research, Vol. 12, p. 224-228
- 110 PAVLAKIS G.; BARDEN L. (1972)
Hysteresis in the moisture characteristics of clay soil
Journal of Soil Science 23, p. 351-361
- 111 PEIGNAUD M. (1972)
Consolidation sous charge variable, tassements et pres-
sion interstitielle - étude théorique et expérimentale
Annales de l'ITBTP, No 289, p. 117-136
- 112 POST G.; LONDE P. (1953)
Les barrages en terre compactée, pratique américaine
Gauthier-Villars, Paris
- 113 POULOVASSILIS A.; CHILDS E.C. (1971)
The hysteresis of pore water : the non-independence of
domains
Soil Science, Vol. 112, p. 301-312
- 114 Recommandations C.R.R. - R42/78
Code de bonne pratique pour la reconnaissance géotechni-
que des tracés de routes
Centre de Rech. Routières, Bruxelles, Fas. IV (1978),
p. 110-125
- 115 RECORDON E.; DESCOEUDRES F. (1969)
Déformation de surface des sols chargés par plaque
Proc. 8th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng.,
Mexique, Vol. 1, p. 335-340
- 116 RECORDON E.; DESPOND J.-M. (1971)
Remblais sur sols tourbeux
Ass. Int. Perm. des Congrès de la Route 14, Prague,
1/22, p. 38-44
- 117 RECORDON E. (1973)
Mécanique des sols I
Cours de géotechnique, EPF - Lausanne
- 118 RECORDON E. (1974)
Ecoulements souterrains
Cours 3ème cycle, EPF - Lausanne
- 119 RECORDON E. (1978)
Comportement réel et théorique de quelques ouvrages
Revue Franc. de Géotech. 4, p. 25-46
- 120 REGAMEY P.; MUSY A.; JATON J.-V.; MERMOUD A. (1978)
Traité d'agrohydrologie et hydraulique agricole -
Première partie
IGR, EPF - Lausanne

- 121 RICHARDS B.G. (1974)
Behaviour of unsaturated soils
Soil mech. New Horizons, Ed. I.K. Lee, Newnes - Butterworth, London
- 122 RIEKE H.H.; CHILINGARIN G.V. (1974)
Pore-size distribution in clays, compaction of argillaceous sediments
Elsevier, New York, p. 124-150
- 123 ROSCOE K.H.; SCHOFIELD A.N.; WROTH C.P. (1958)
On the yielding of soils
Géotechnique 81, p. 22-53 et 71-83
- 124 RUIZ C. (1967)
Measurement and interpretation of the elastic compressibility of subgrades and its relation to the behaviour of asphalt pavements
2nd Int. Conf. on the Struct. Design of Asphalt Pavements, Michigan, Vol. 1, p. 413-426
- 125 RUSSAM K. (1958)
An investigation into the soil moisture conditions under roads in Trinidad B.W.I.
Géotechnique VIII, p. 57-71
- 126 RUSSEL E.R.; MICKLE J. (1970)
Liquid limit values by soil moisture tension
Journal of the Soil Mech. and Found Div. ASCE SM3 96, p. 967-989
- 127 SCHEIDEGGER A.E. (1963)
The physics of flow through porous media
University of Toronto Press
- 128 SCHIFFMAN R.L.; CHEN A.T.; JORDAN J.C. (1969)
An analysis of consolidation theory
Journal of the Soil Mech. and Found Div. proc. ASCE, SM1, p. 285-312
- 129 SCHLOSSER F. (1973)
Hypothèses et théories pour la prévision des tassements des remblais sur sols compressibles
Bulletin de liaison LCPC spécial T, Paris, p. 26-57
- 130 SCHNEEBELI G. (1966)
Hydraulique souterraine
Eyrolles, Paris
- 131 SCHUURMAN E. (1966)
The compressibility of an air/water mixture and a theoretical relation between the air and water pressures
Géotechnique XVI, p. 269-281
- 132 SCOTT R.F. (1963)
Principles of soil mechanics
Addison-Wesley Pub., London

- 133 SKEMPTON A.W. (1954)
The pore-pressure coefficients A and B
Géotechnique 4, p. 143-147
- 134 SKEMPTON A.W.; BJERRUM L. (1957)
A contribution to the settlement analysis of foundation
on clay
Géotechnique 7, No 4, p. 168-178
- 135 SKEMPTON A.W. (1961)
Effective stress in soils, concrete and rocks pore pres-
sure and suction in soils
Butterworth, London, p. 4-16
- 136 SOEIRO F. (1964)
Contribution à l'étude du mouvement de l'humidité dans
les milieux poreux isothermes
Cahiers de la Recherche - Eyrolles, Paris, No 18
- 137 SRIDHARAN A.; ALTSCHAEFFL A.G.; DIAMAND S. (1971)
Pore size distribution studies
Journal Soil Found. Div. ASCE SM5 97, p. 771-787
- 148 SUKLJE L. (1964)
Etude sur la consolidation sphérique des sols partiellement saturés soumis à la filtration linéaire
IUTAM Symposium, Grenoble, p. 305-315
- 139 SUKLJE L. (1969)
Rheological aspects of soil mechanics
Wiley - Interscience, London
- 140 SUKLJE L.; KOZAK J. (1974)
Consolidation of partly saturated viscous soils
Acta Geotechnica, Lubljana, p. 1-19
- 141 TAVENASN F.; BRUCY M.; MAGNAN J.-P.; LA ROCHELLE P.;
ROY M. (1979)
Analyse critique de la théorie de consolidation
unidimensionnelle de Terzaghi
Revue Franc. de Géotech. 7, p. 29-43
- 142 TAYLOR D.W. (1942)
Research on consolidation of clays
Pub. M.I.T. Serial 82, Cambridge, Massachusetts
- 143 TERZAGHI K. (1951)
Mécanique théorique des sols
Dunod, Paris
- 144 TERZAGHI K.; PECK R.B. (1969)
Mécanique des sols appliquée
Dunod, Paris

- 145 THIRRIOT G. (1969)
Considérations générales sur les écoulements en milieux non saturés
La Houille Blanche No 8, p. 85-810
- 156 TORIYAMA K.; SAWADA T. (1968)
On the consolidation of partly saturated soils compacted wet of optimum moisture content
Soils and Foundations 8, p. 62-86
- 147 VACHAUD G. (1969)
Analyse des profils hydriques et détermination de $K(\theta)$
Bulletin du B.R.G.M. No 4, p. 101-105
- 148 VACHAUD G.; GAUDET J.P.; KURAZ V. (1974)
Air and water flow during ponded infiltration in a vertical bounded column of soil
Journal of Hydrology 22, p. 89-108
- 149 VALLIAPPAN S.; LEE I.K.; BOONLUALOHR P. (1973)
Finite element analysis of consolidation problem
Report No 5-18, University of New South Wales, Australia, p. 1-17
- 150 VAUCLIN M.; VACHAUD G.; KHANJI J. (1974)
Two dimensional numerical analysis of transient water - Transferred in saturated - unsaturated soils
LFIP, Holland, p. 299-320
- 151 VERBRUGGE J.C. (1974)
Contribution à la mesure de la succion et de la pression interstitielle dans les sols non saturés
Thèse, Université libre de Bruxelles
- 152 VERBRUGGE J.C. (1978)
Emploi d'une méthode psychrométrique dans des essais triaxiaux sur un limon remanié non saturé
Can. Geotechn. Journal 15, p. 501-509
- 153 VERDEYEN J.; ROISIN V.; NUYENS J. (1968)
La mécanique des sols
Dunod, Paris
- 154 VERRUJT A. (1969)
Elastic storage of aquifers : De Wiest; Flow through porous media
AP Science Pub., London, p. 333-350
- 155 WASHIZU K. (1975)
Variational methods in elasticity and plasticity
Pergamon Press, New York, p. 8-15
- 156 WIND G.P. (1969)
Capillary conductivity date estimated by a simple method
IASH - UNESCO, Vol. 1, p. 181-191

- 157 YONG R.N.; WARKENTIN B.P. (1975)
Soil properties on behaviour
Elsevier Science, New York, p. 143-154
- 158 ZIENKIEWICZ O.C.; HUMPHESON C.; LEWIS R.W. (1977)
A unified approach to soil mechanics problems (including
plasticity and visco-plasticity)
Finite-Elements in Geomechanics, Karlsruhe, p. 151-177
- 159 ZIENKIEWICZ O.C. (1979)
La méthode des éléments finis
Ediscience, Paris

CURRICULUM VITAE

Nom : ŞEKER
Prénom : Erol
Date de naissance : 1.05 1941
Lieu de naissance : Maçka, Turquie
Nationalité : Turquie

FORMATION GENERALE

1947 - 1952	Ecole primaire	Maçka, Turquie
1952 - 1955	Ecole secondaire	Maçka, Turquie
1955 - 1958	Lycée	Trabzon, Turquie

FORMATION PROFESSIONNELLE

1959 - 1963	Ecole Polytechnique d'Istanbul Diplôme d'ingénieur en génie civil
1969 - 1973	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne Diplôme d'ingénieur en génie civil
1976 - 1978	Cours 3 ^e cycle "Fondations", Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne Certificat

ACTIVITES PROFESSIONNELLES

1965 - 1968	Administration de l'aménagement des ressources hydroélectriques (E.I.E.), Ankara Travaux hydrauliques
1973 - 1976	Institut d'Economie et d'Aménagements Ener- gétiques (IENER), EPF - Lausanne, Calcul des structures par la méthode des éléments finis
1976 - 1983	Institut des Sols, Roches et Fondations (ISRF), Laboratoire de mécanique des sols, EPF - Lausanne Assistant et doctorant

A N N E X E S

- A1 - Résolution numérique
- A2 - Coefficient de pression
interstitielle B
- A3 - Facteur de correction c
- A4 - Programme TASINI
- A5 - Programme CONOSA

A1 - RESOLUTION NUMERIQUE

A1 - RESOLUTION NUMERIQUE

1. Calcul des coefficients du changement de volume

Les déformations sont :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_h}{E_h} & -\frac{\nu_v}{E_v} \\ -\frac{\nu_h}{E_h} & \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_v}{E_v} \\ \frac{\nu_v}{E_v} & -\frac{\nu_v}{E_v} & \frac{1}{E_v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad \text{A-1}$$

où l'axe z - z est vertical

Le changement du volume est :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = m_{VC} \sigma'_{oct} + m_{VG} \tau'_{oct} \quad \text{A-2}$$

Pour un cas $\sigma_x = \sigma_y$ (symétrie de révolution), on a :

$$\sigma'_{oct} = \frac{2 \sigma_x + \sigma_z}{3} \quad \text{A-3}$$

$$\tau'_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3 \cos 2 \theta} (\sigma_z - \sigma_x) \quad \text{A-4}$$

En remplaçant les équations (A-3) et (A-4) dans l'équation (A-2), et en égalisant les coefficients de σ_x et σ_z , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{2 \sigma_x}{E_h} &= \left(1 - \nu_n - \nu_v \frac{E_h}{E_v} \right) + \frac{\sigma_z}{E_v} (1 - 2 \nu_v) \\ &= m_{VC} \left(\frac{2 \sigma_x + \sigma_z}{3} \right) + m_{VG} \frac{\sqrt{2}}{3 \cos 2 \theta} (\sigma_z - \sigma_x) \quad \text{A-5} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{E_h} \left(1 - v_n - v_n \frac{E_h}{E_v} \right) = \frac{2}{3} m_{VC} - \frac{2}{3 \cos 2\theta} m_{VG} \quad A-6$$

$$\frac{1}{E_v} (1 - 2 v_v) = \frac{m_{VC}}{3} + \frac{2}{3 \cos 2\theta} m_{VG} \quad A-7$$

d'où :

$$m_{VC} = \frac{1}{E_v} \left[1 - 4 v_v + 2 \eta (1 - v_h) \right] \quad A-8$$

$$m_{VG} = \frac{3 \cos 2\theta}{\sqrt{2} E_v} \left[1 - v_v - \eta (1 - v_h) \right] \quad A-9$$

où :

$$\eta = \frac{E_v}{E_h}$$

θ = l'angle entre la direction principale
la direction $x - x$

2. La matrice [B]

a) Déformations plane :

$$[B]_{\Delta} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} Y_2 - Y_3 & 0 & Y_3 - Y_1 & 0 & Y_1 - Y_2 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 & 0 & x_2 - x_1 \\ x_3 - x_2 & Y_2 - Y_3 & x_1 - x_3 & Y_3 - Y_1 & x_2 - x_1 & Y_1 - Y_2 \end{bmatrix}$$

b) Symétrie de révolution :

$$[B]_r = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} Y_2 - Y_3 & 0 & Y_3 - Y_1 & 0 & Y_1 - Y_2 & 0 \\ 0 & r_3 - r_2 & 0 & r_1 - r_3 & 0 & r_2 - r_1 \\ \frac{r_2 Y_3 - r_3 Y_2}{r} & \frac{-r_1 Y_3 + r_3 Y_1}{r} & \frac{r_1 Y_2 - r_2 Y_1}{r} & & & \\ + (Y_2 - Y_3) & 0 & + (Y_3 - Y_1) & 0 & + (Y_1 - Y_2) & 0 \\ + \frac{Y}{r} (r_3 - r_2) & + \frac{Y}{r} (r_1 - r_3) & + \frac{Y}{r} (r_2 - r_1) & & & \\ r_3 - r_2 & Y_2 - Y_3 & r_1 - r_3 & Y_3 - Y_1 & r_2 - r_1 & Y_1 - Y_2 \end{bmatrix}$$

où :

$$2\Delta = \det \begin{bmatrix} 1 & r_1 & Y_1 \\ 1 & r_2 & Y_2 \\ 1 & r_3 & Y_3 \end{bmatrix}$$

3. Matrice d'élasticité [D]

a) Déformation plane :

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & 0 \\ \text{sym.} & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

b) Symétrie de révolution :

$$[D] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \text{sym.} & & 1 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

où :

$$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} = E_{\text{oed}} ; \quad \frac{\nu}{1-\nu} = k_0$$

c) Anisotropie :

$$[D] = \frac{E_Y}{(1+\nu_X)(1-\nu_X-2n\nu_Y^2)} \begin{bmatrix} 1-\nu_X^2 & n\nu_Y(1+\nu_X) & n\nu_Y(1-\nu_X) \\ & n(1-n\nu_Y^2) & n(n_X+n\nu_Y^2) \\ \text{sym.} & & n(1-n\nu_Y^2) \\ & & & m(1+\nu_X)(1-\nu_X-2n\nu_Y^2) \end{bmatrix}$$

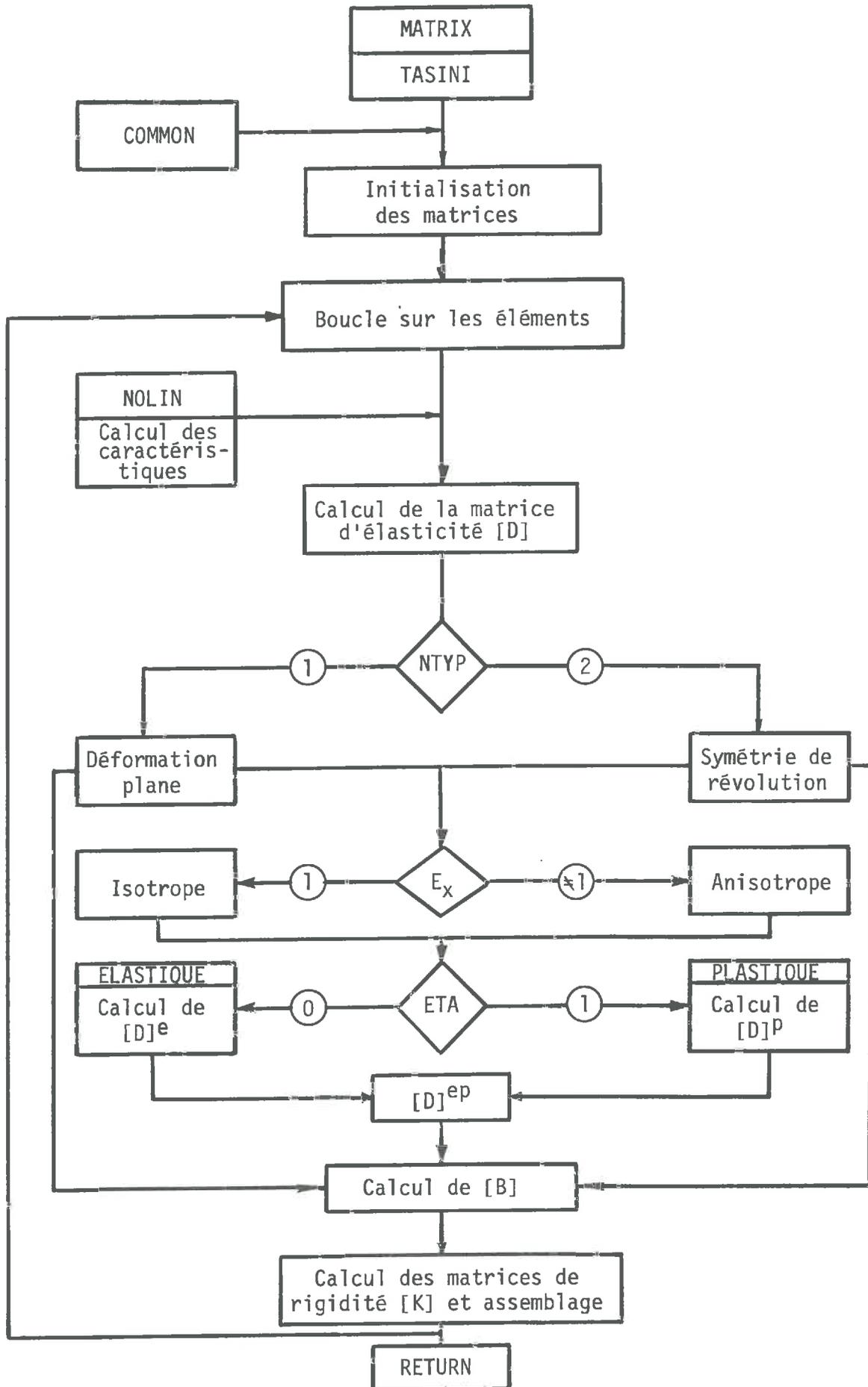
où :

$$n = \frac{E_X}{E_Y} ; \quad m = \frac{G_Y}{E_Y}$$

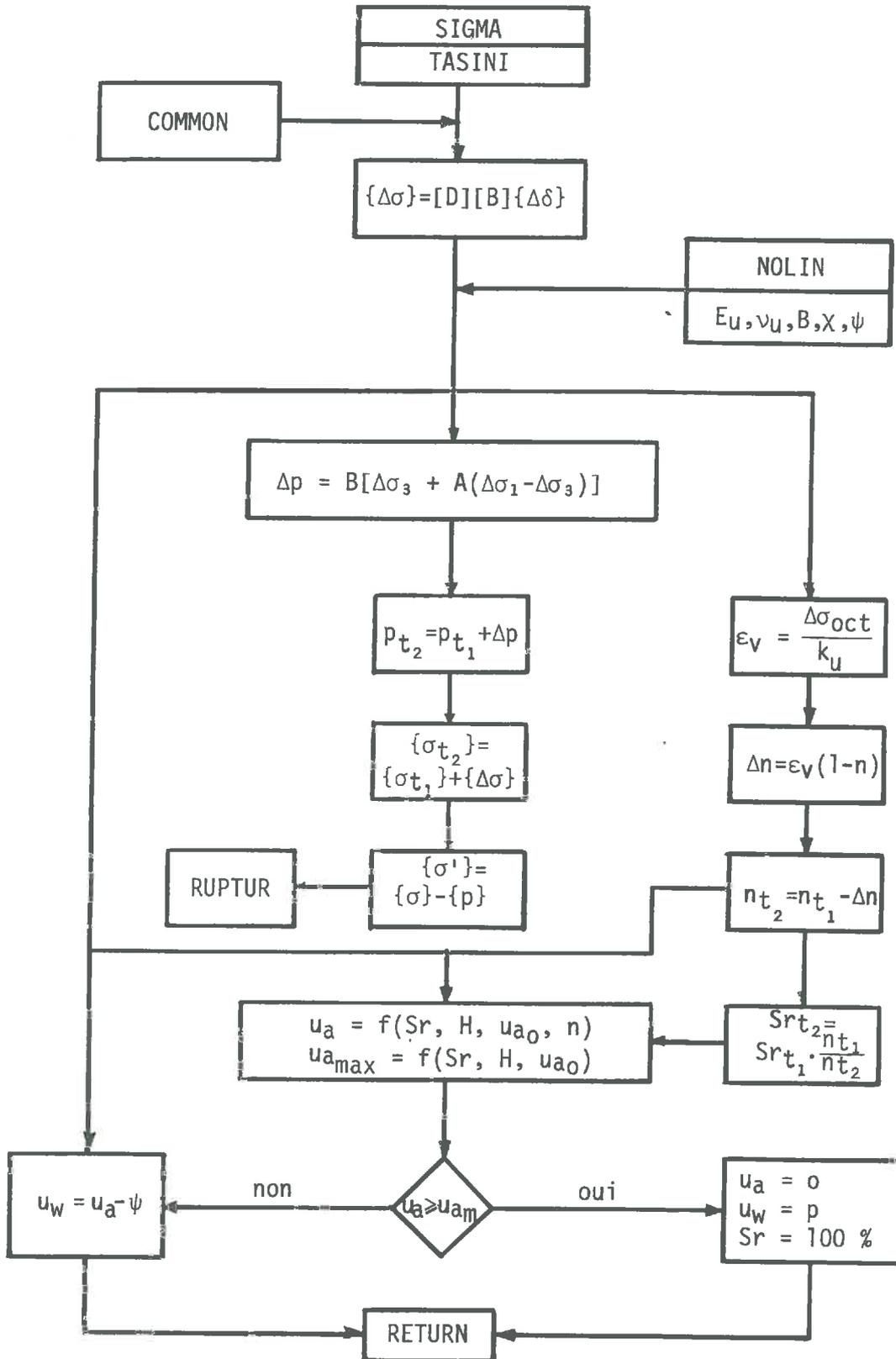
4. La matrice $[N]^{-1}$

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right)\left(\frac{1}{a_1+a_2} - \frac{1}{a_1}\right) \frac{a_1}{a_1(a_1+a_2)} & 0 & 0 \\ \frac{-2}{a_1 a_2} & \frac{2}{a_1(a_1+a_2)} & \frac{2}{a_2(a_1+a_2)} & 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2}\right) & 0 & 0 & \left(\frac{1}{b_1+b_2} - \frac{1}{b_1}\right) \frac{b_1}{b_1(b_1+b_2)} \\ \frac{-2}{b_1 b_2} & 0 & 0 & \frac{2}{b_1(b_1+b_2)} & \frac{2}{b_2(b_1+b_2)} \end{bmatrix}$$

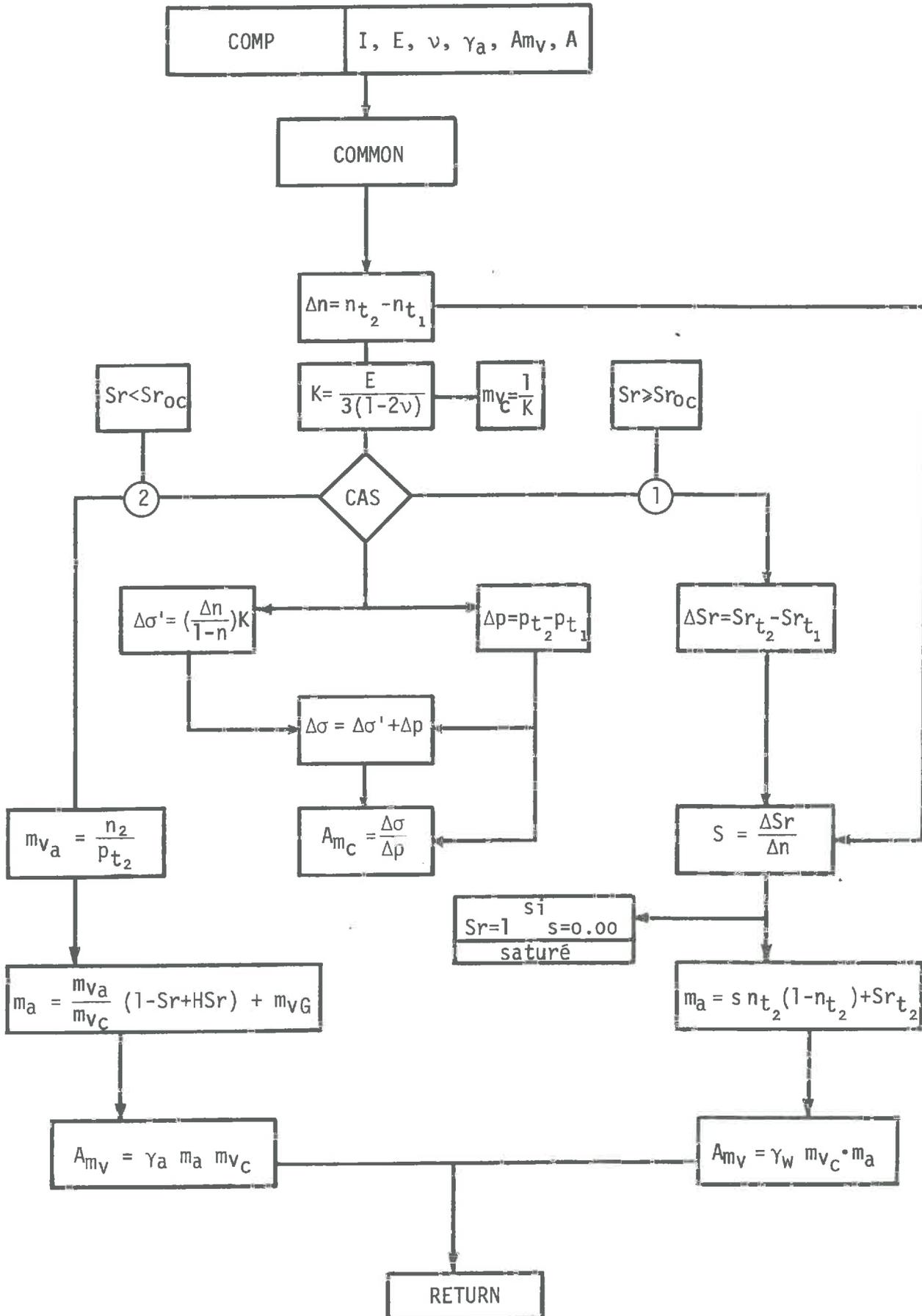
5 - LE SOUS-PROGRAMME DE MATRICE



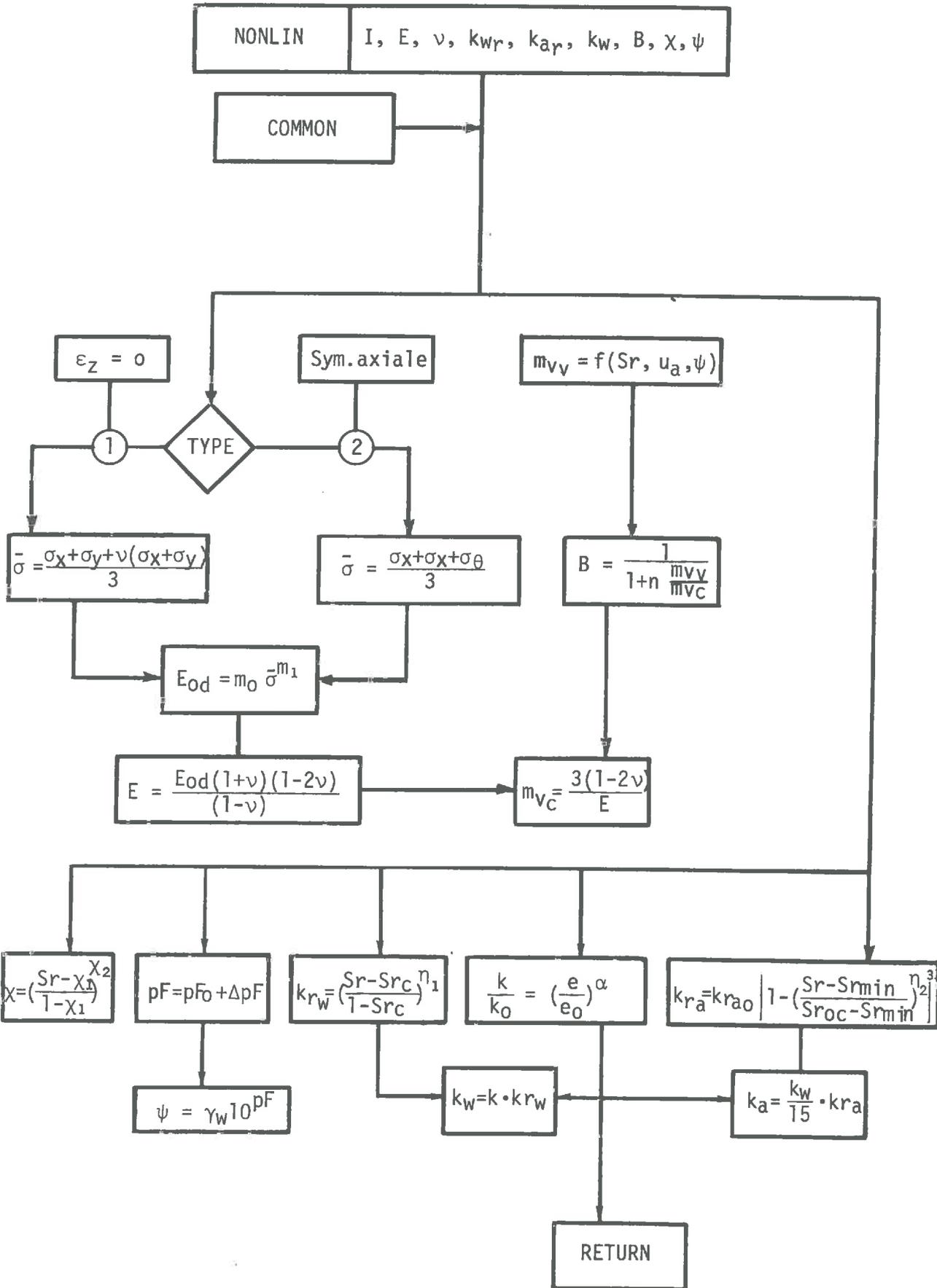
6 - LE SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DES CONTRAINTES



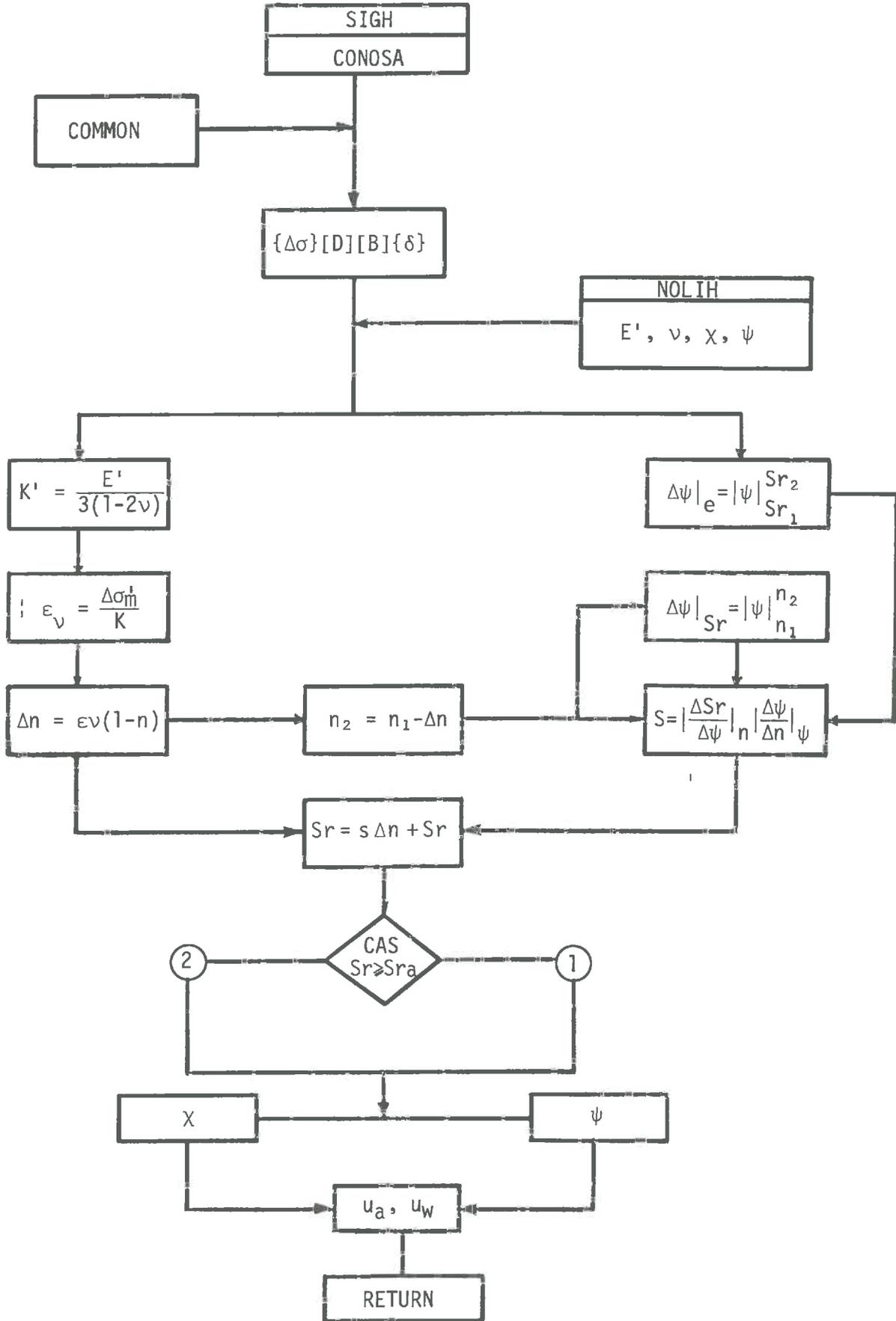
7-LE SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DE LA COMPRESSIBILITE-CONOSA



8 - LE SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DES CARACTERISTIQUES-CONOSA



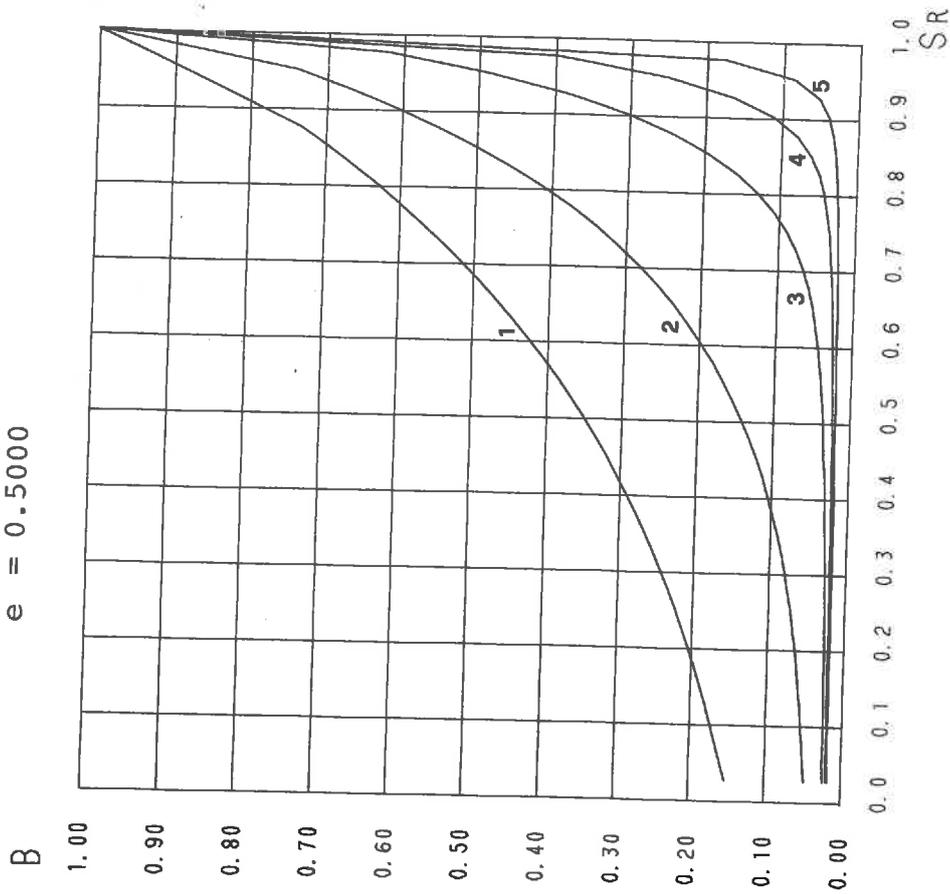
9 - LE SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DES CONTRAINTES



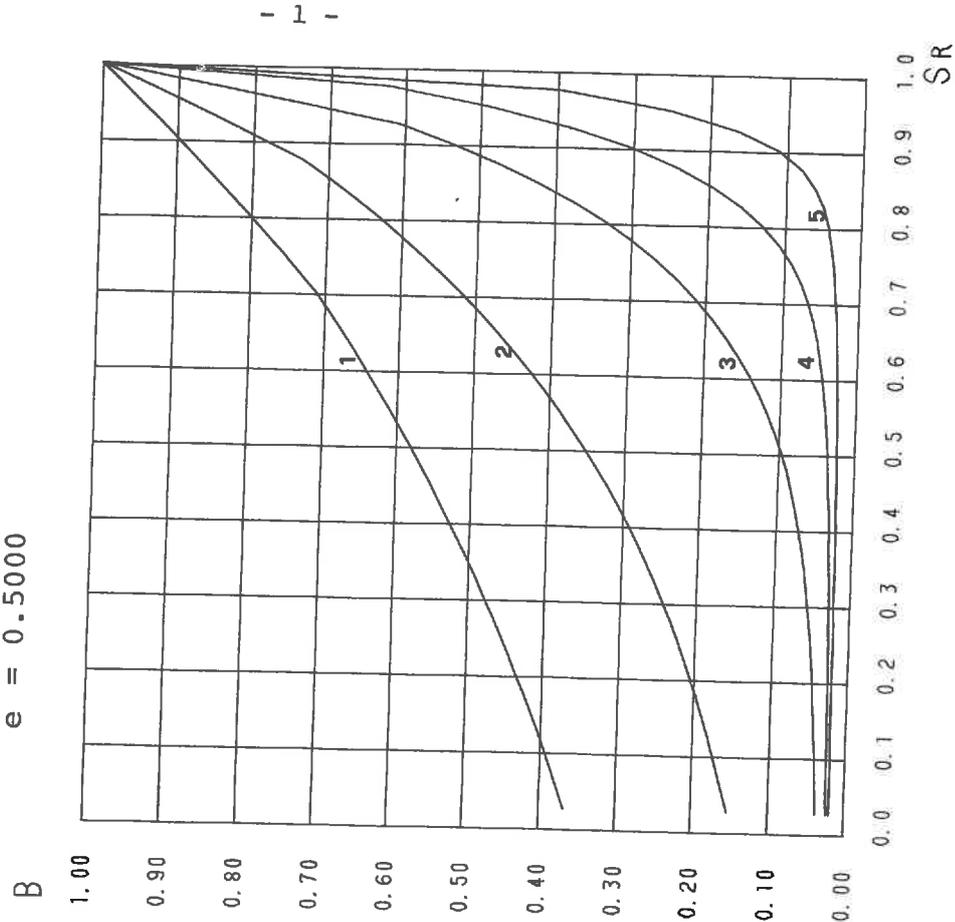
A2 - COEFFICIENT DE PRESSION INTERSTITIELLE B

DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 50 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$



$\Delta\sigma = 50 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$



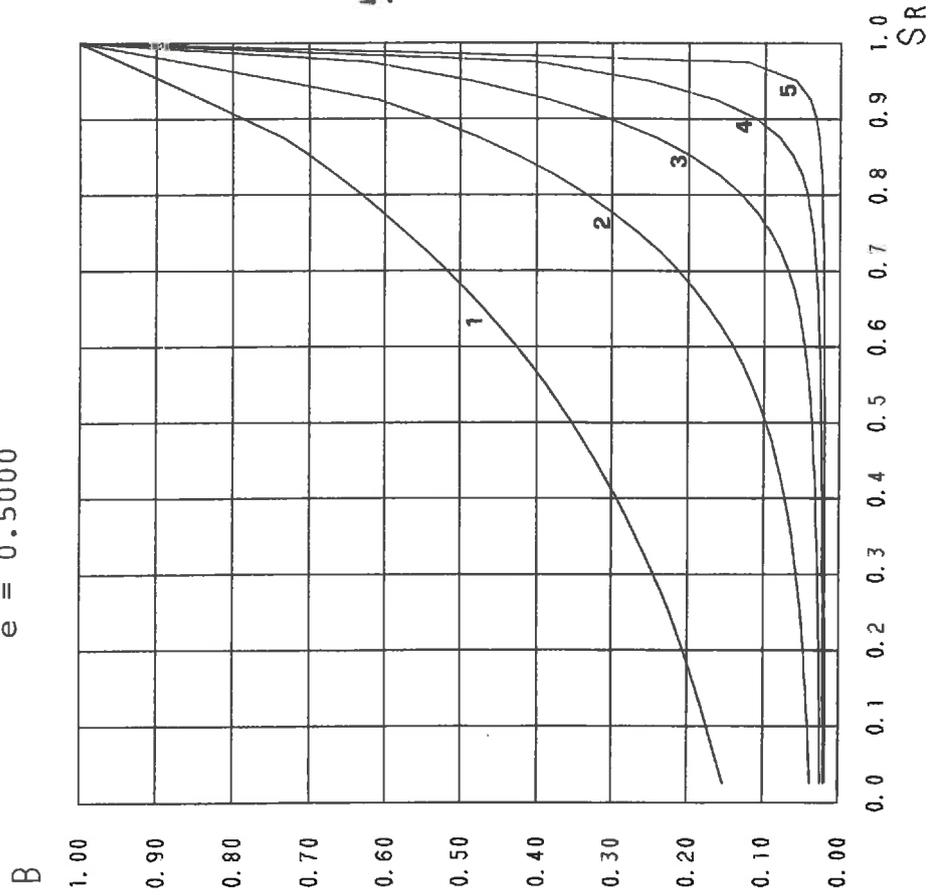
Nos
 1
 2
 3
 4
 5

K [kN·m⁻²]

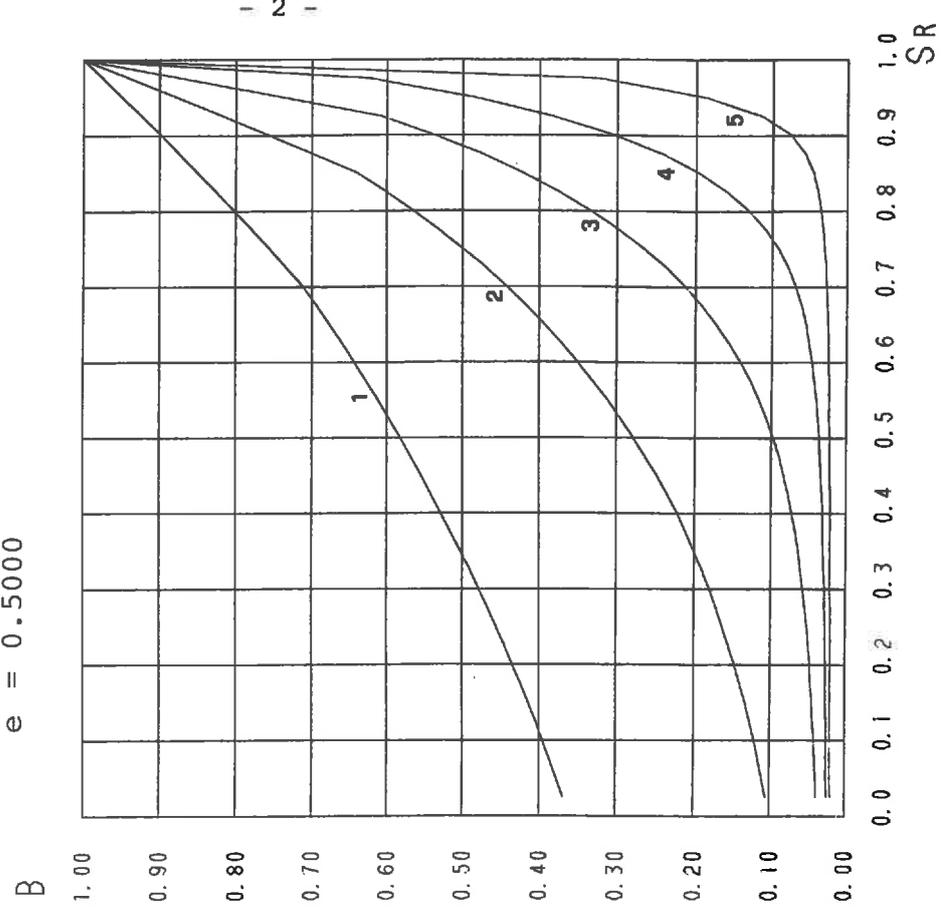
 500.
 1000.
 2500.
 5000.
 10000.

DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$

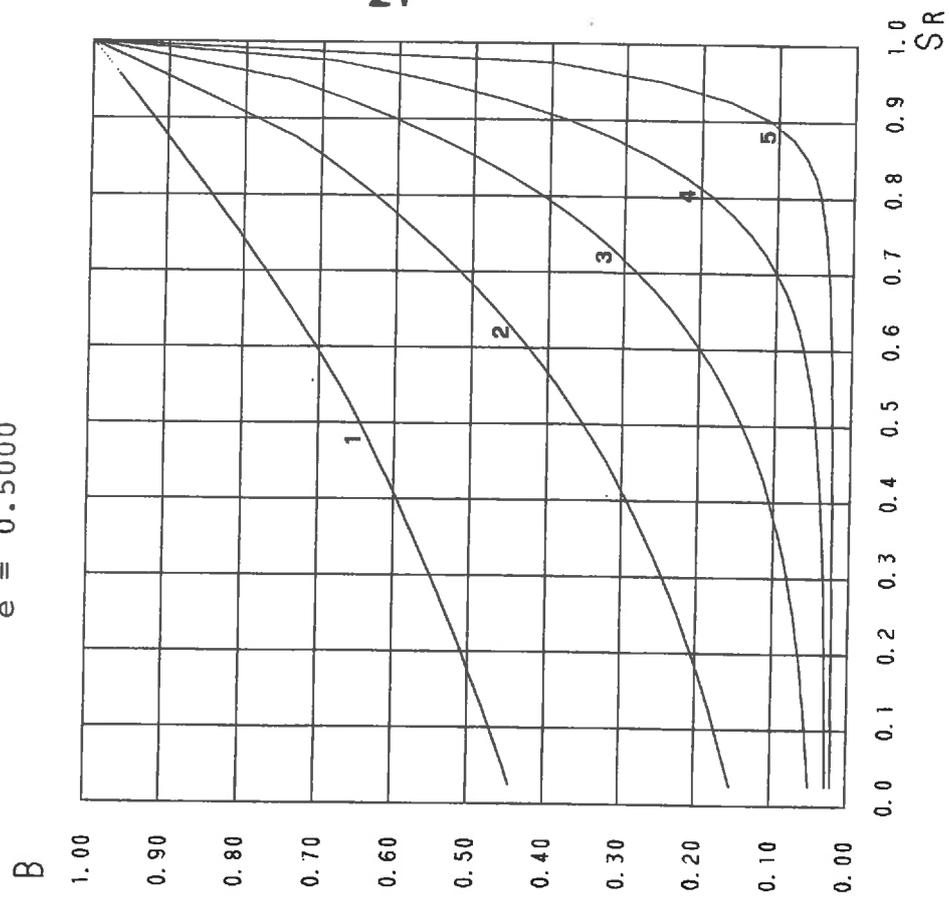


$\Delta\sigma = 100 - 200 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$



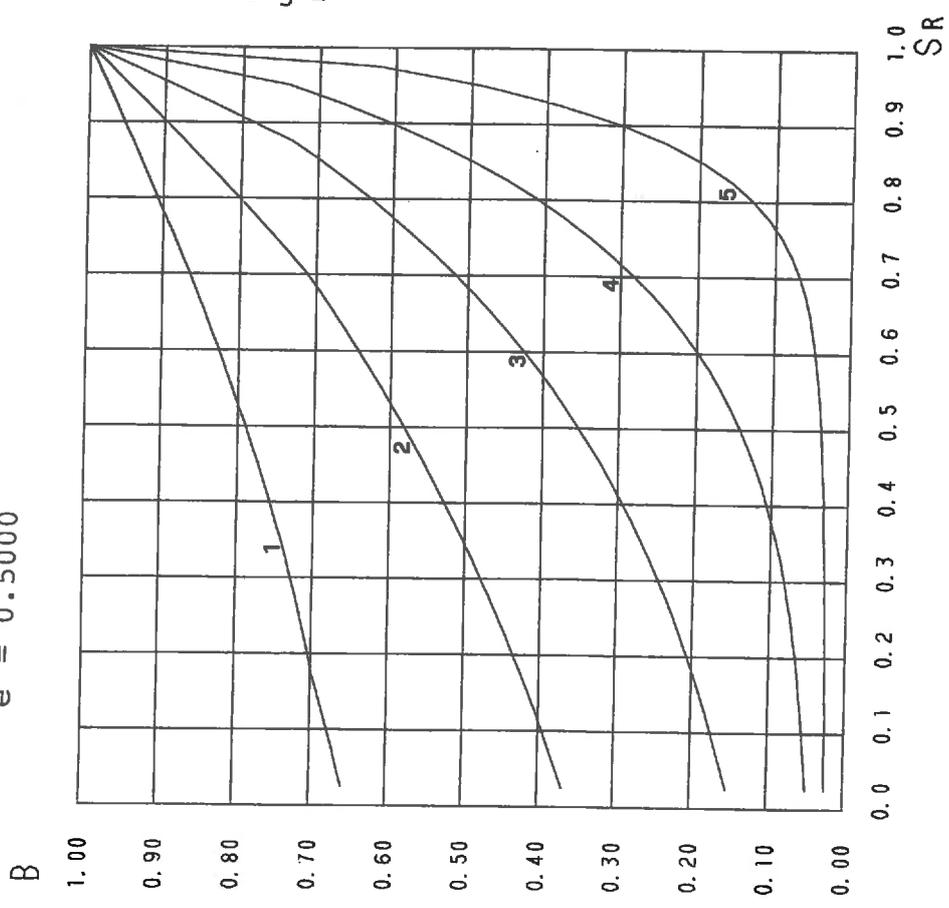
DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 250 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$



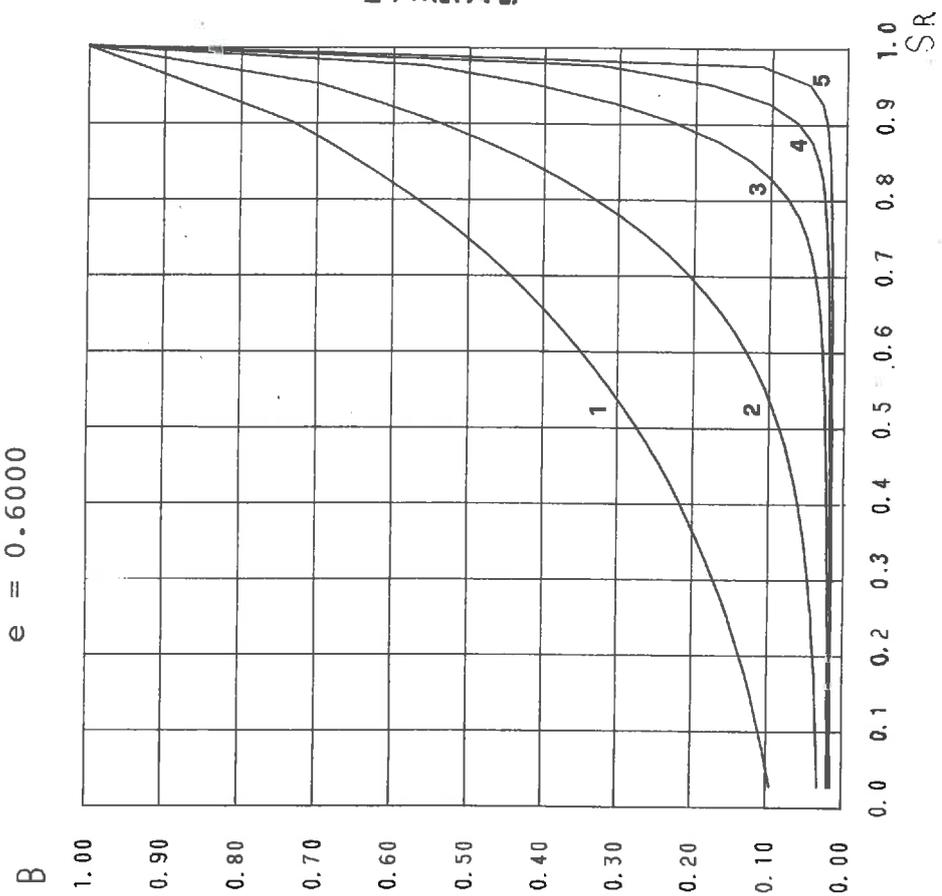
Nos ---
 1 2 3 4 5
 --- K kN·m⁻²
 1000.
 2500.
 5000.
 10000.
 25000.

$\Delta\sigma = 250 - 500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.5000$

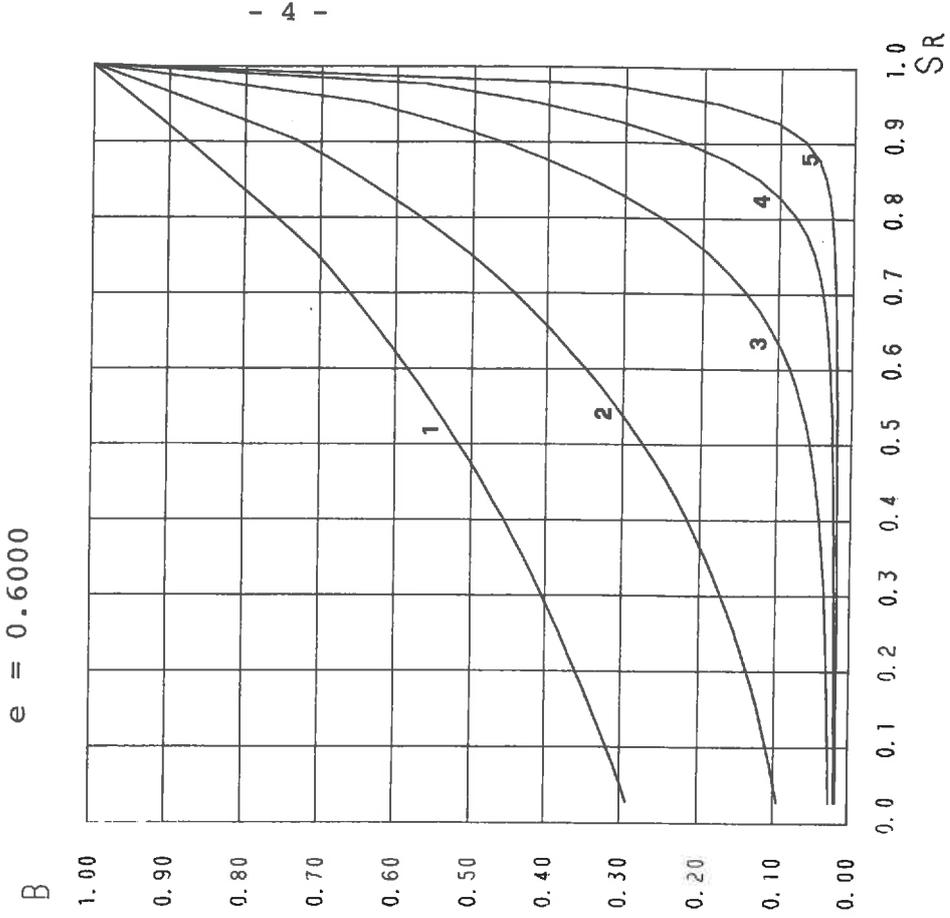


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 50 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.6000$

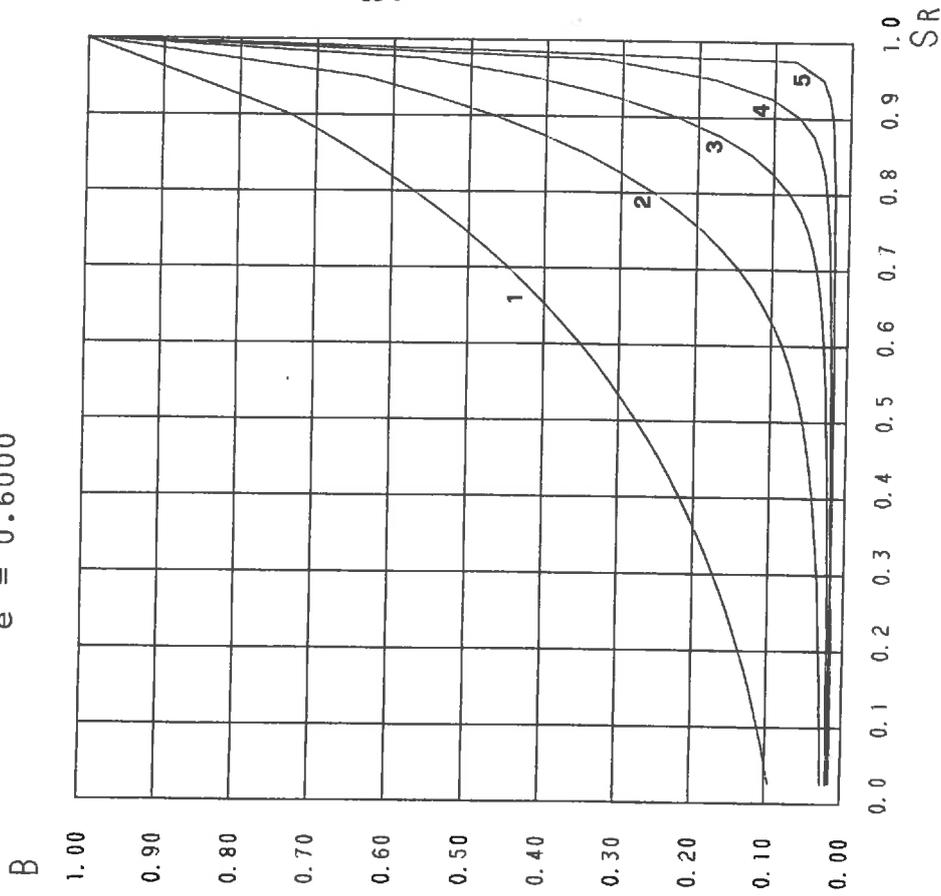


$\Delta\sigma = 50 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.6000$

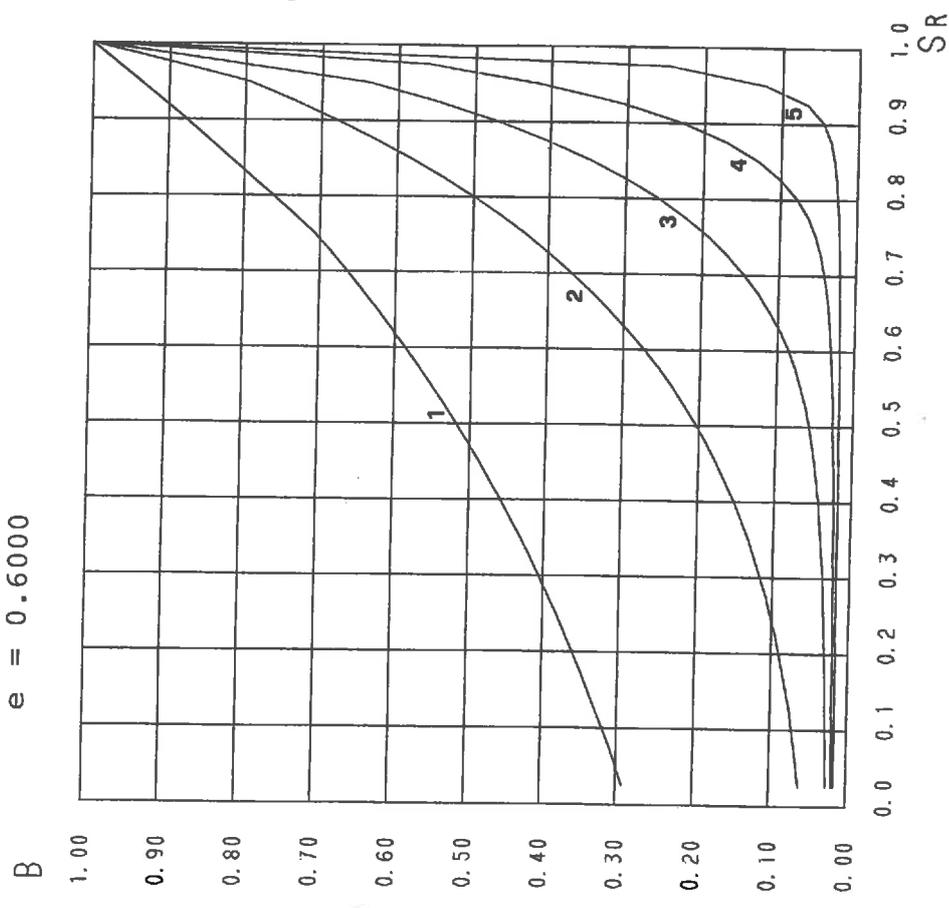


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.6000$



$\Delta\sigma = 100 - 200 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.6000$

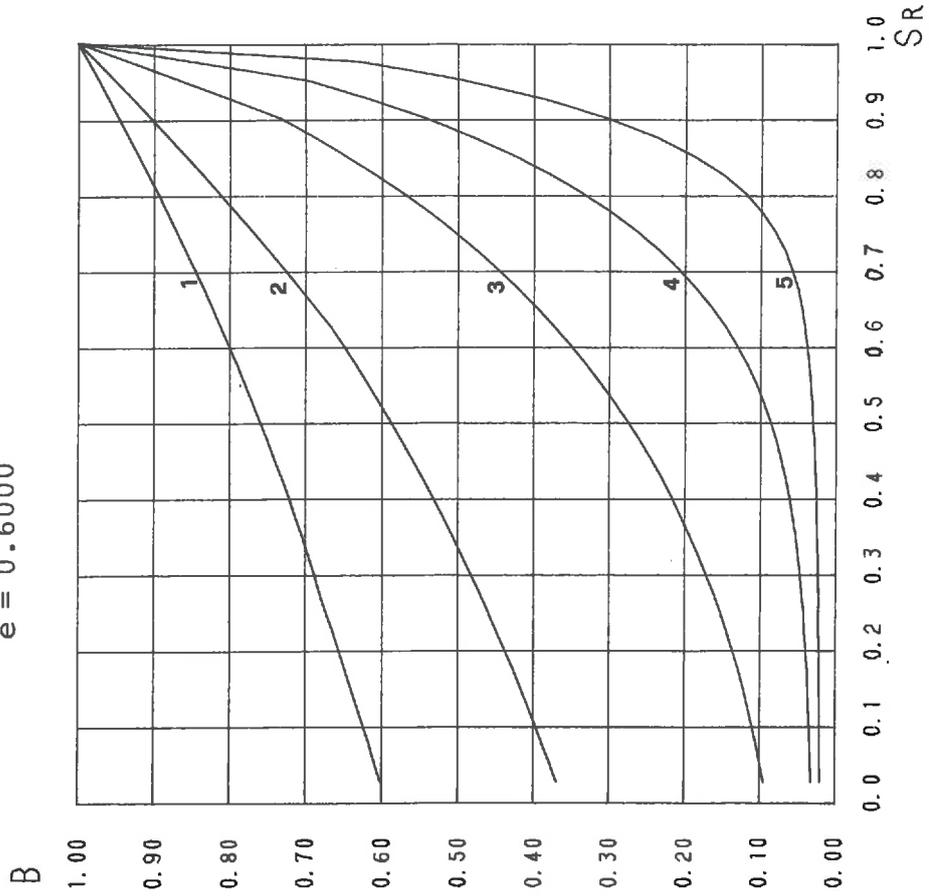


Nos
 --- 1 2 3 4 5
 K (kN·m⁻²)
 --- 1000.
 2500.
 5000.
 10000.
 25000.

DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

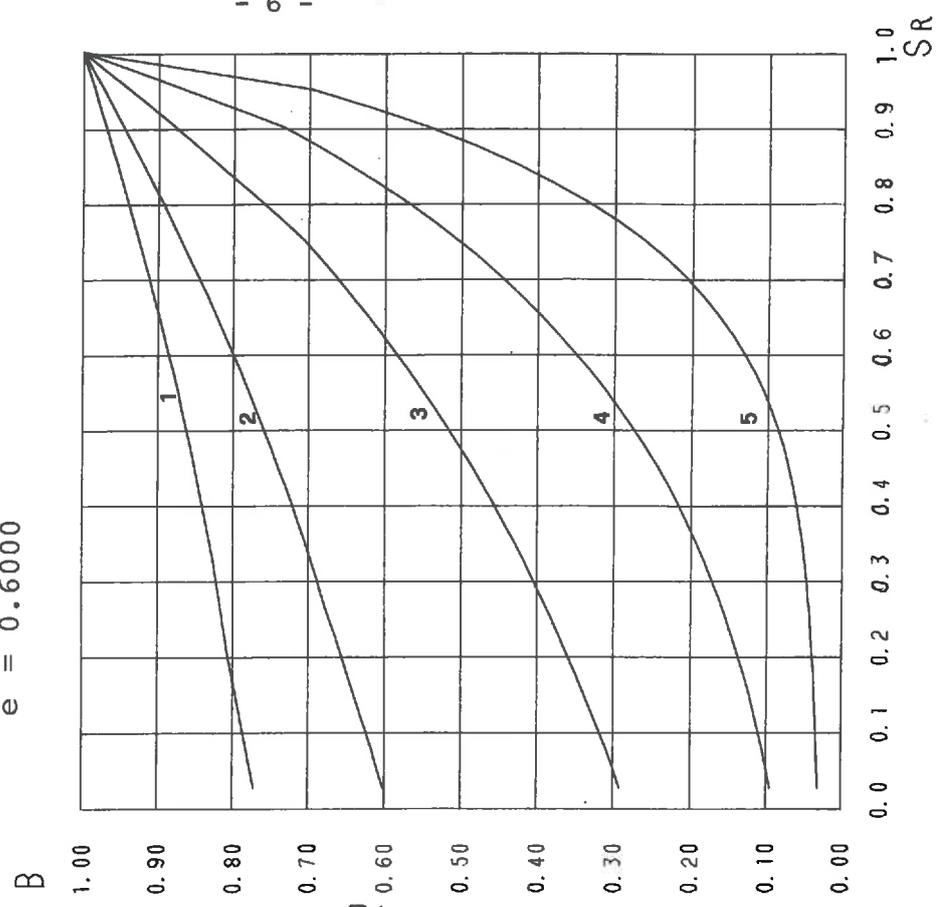
$\Delta\sigma = 0 - 250 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$

$e = 0.6000$



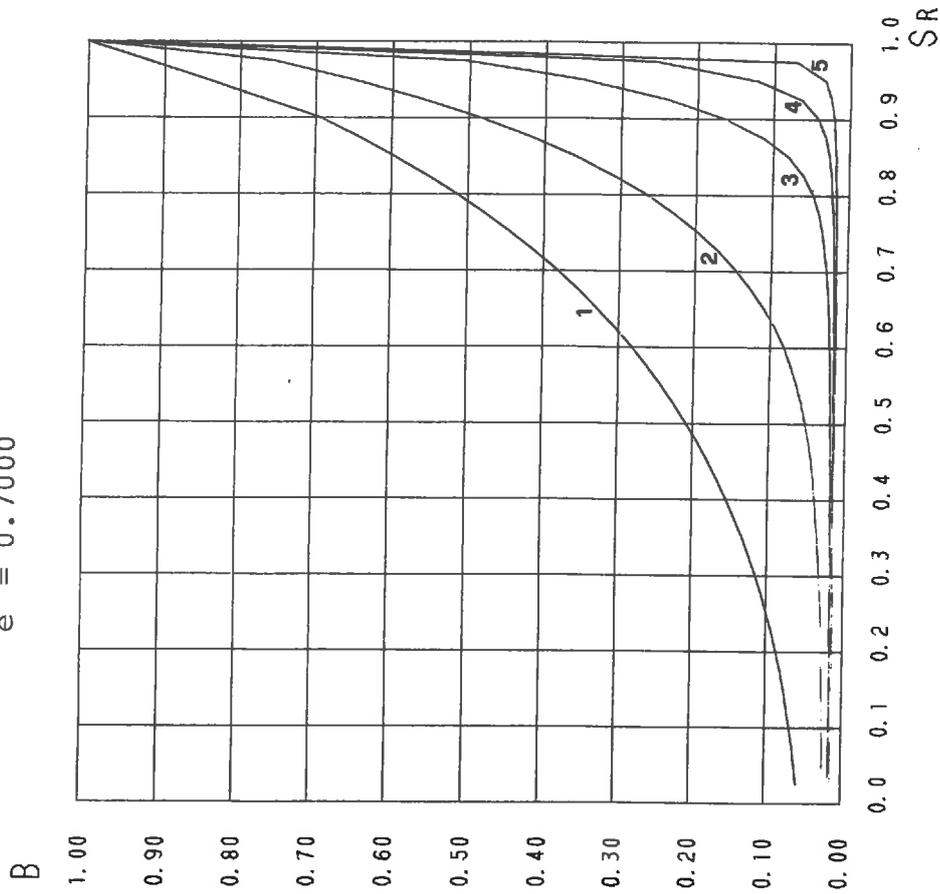
$\Delta\sigma = 250 - 500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$

$e = 0.6000$

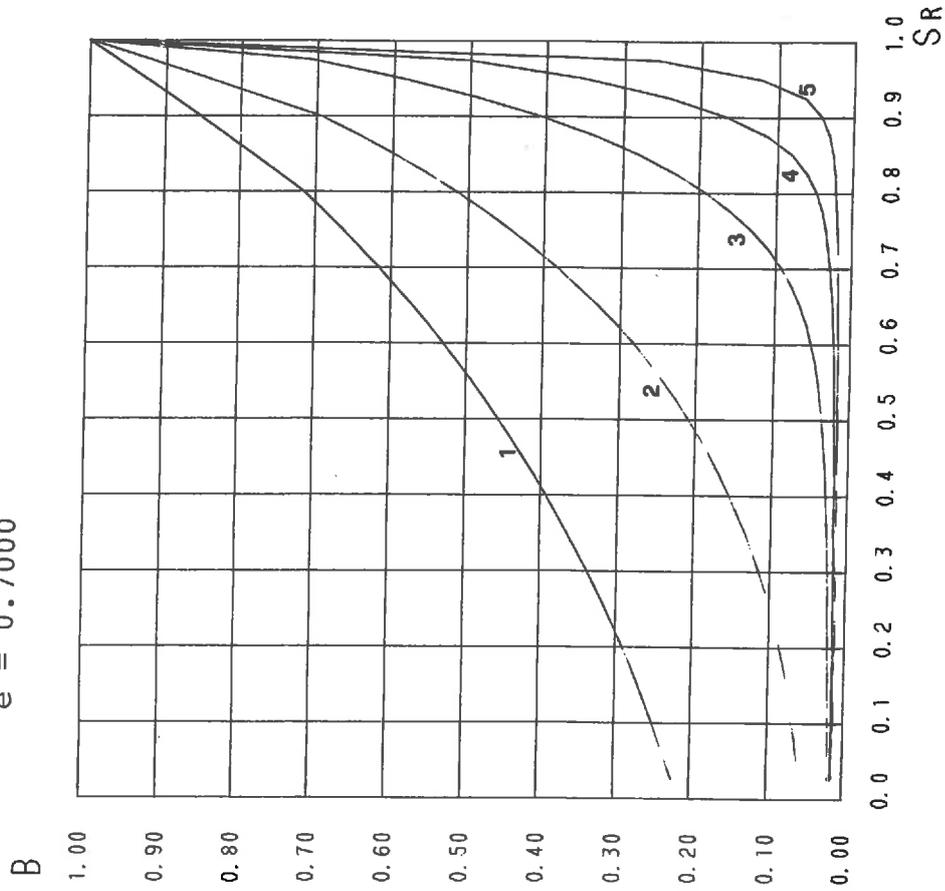


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 50 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.7000$



$\Delta\sigma = 50 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.7000$



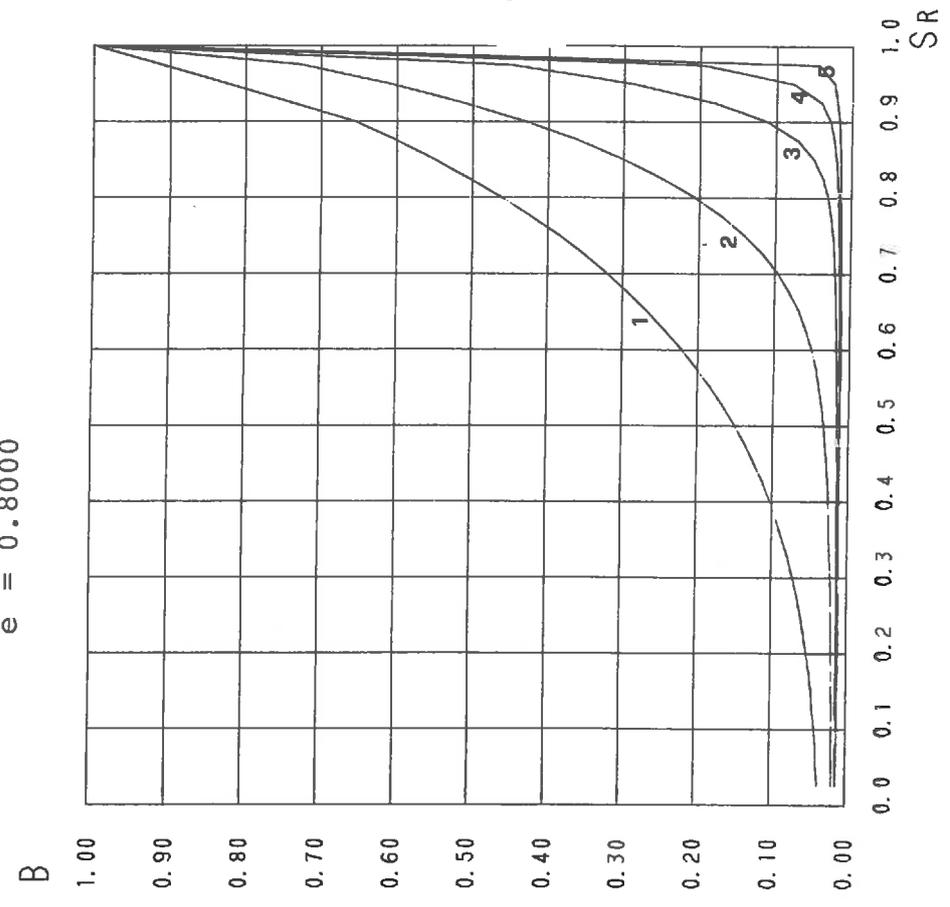
Nos
 1
 2
 3
 4
 5

K (kN·m⁻²)

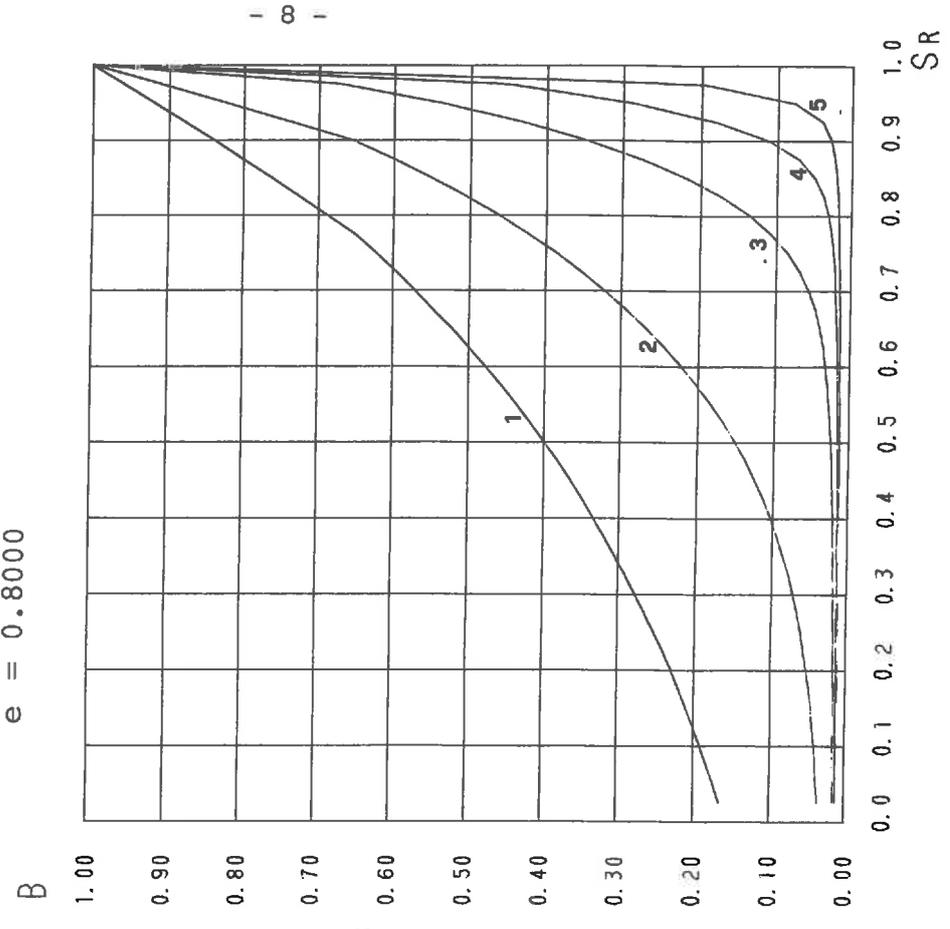
 500.
 1000.
 2500.
 5000.
 10000.

DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 50 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$



$\Delta\sigma = 50 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$

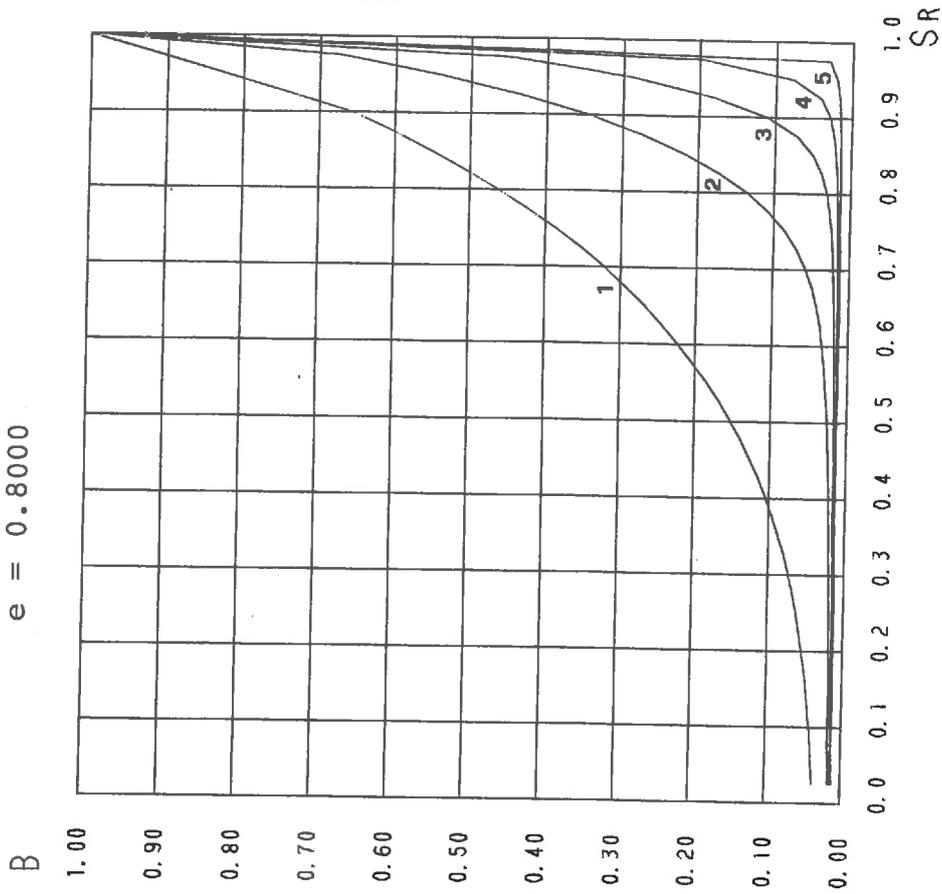


Nos	---
1	---
2	---
3	---
4	---
5	---

K (kN·m ⁻²)	---
500	---
1000	---
2500	---
5000	---
10000	---

DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

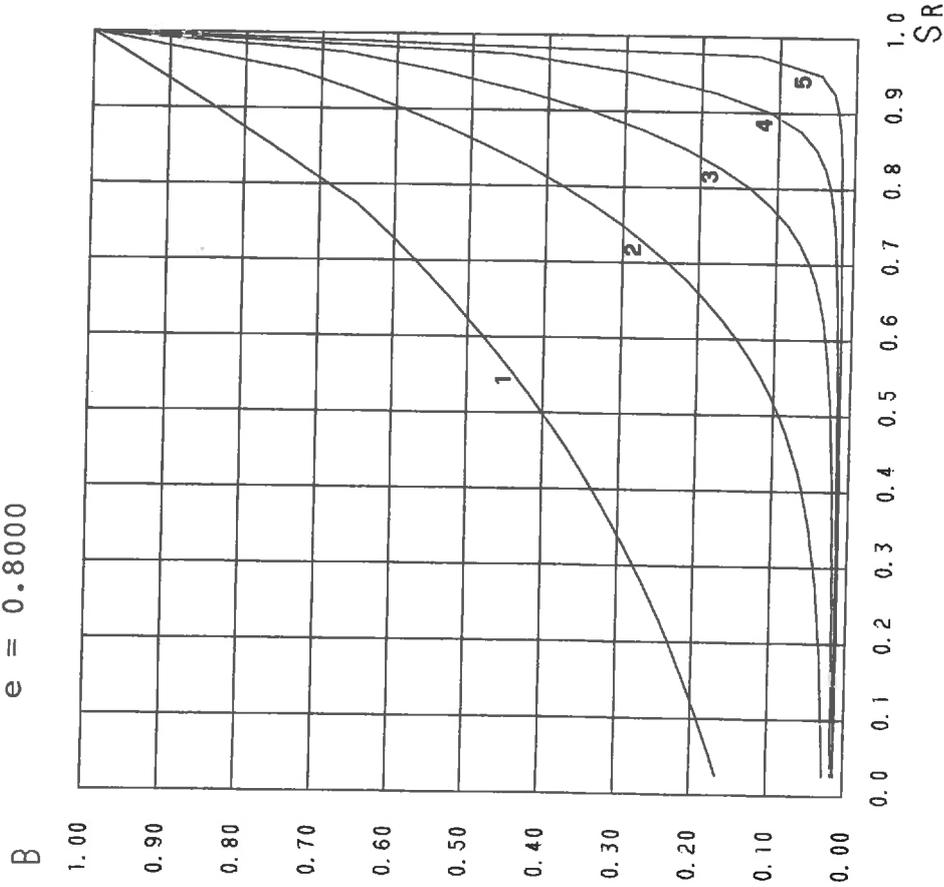
$\Delta\sigma = 0 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$



Nos
 1 2 3 4 5

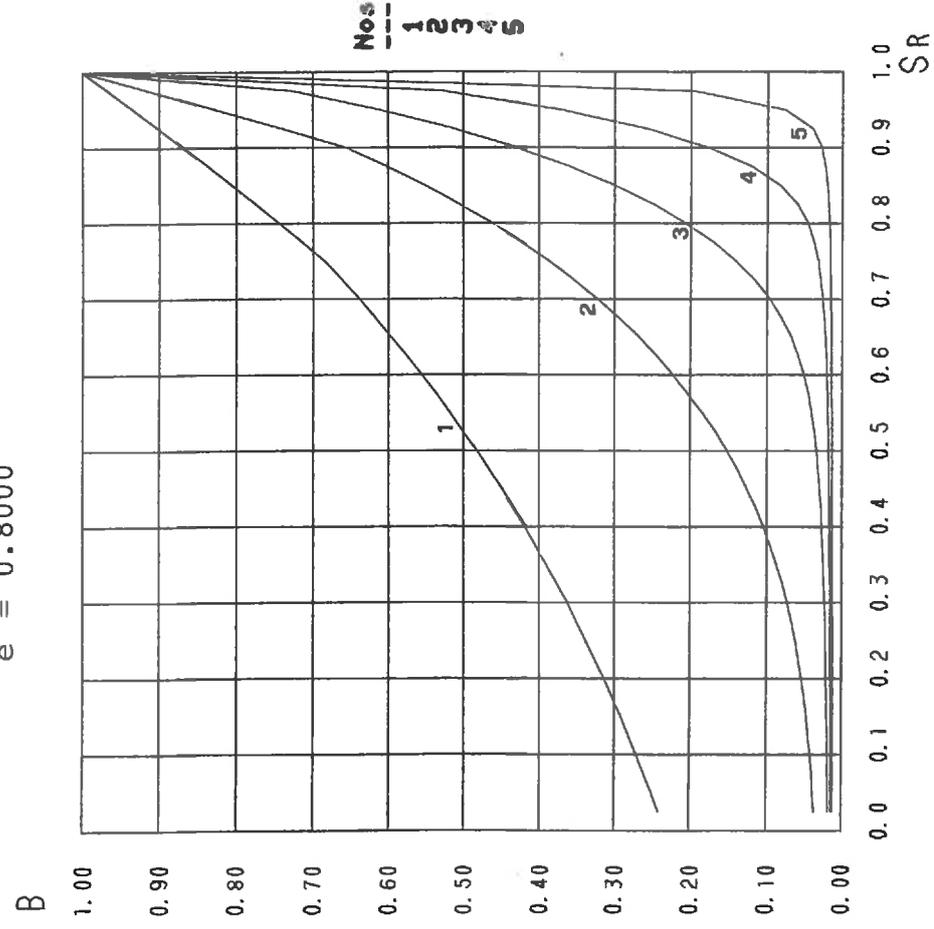
 K(kN. m⁻²)
 1000.
 2500.
 5000.
 10000.
 25000.

$\Delta\sigma = 100 - 200 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$

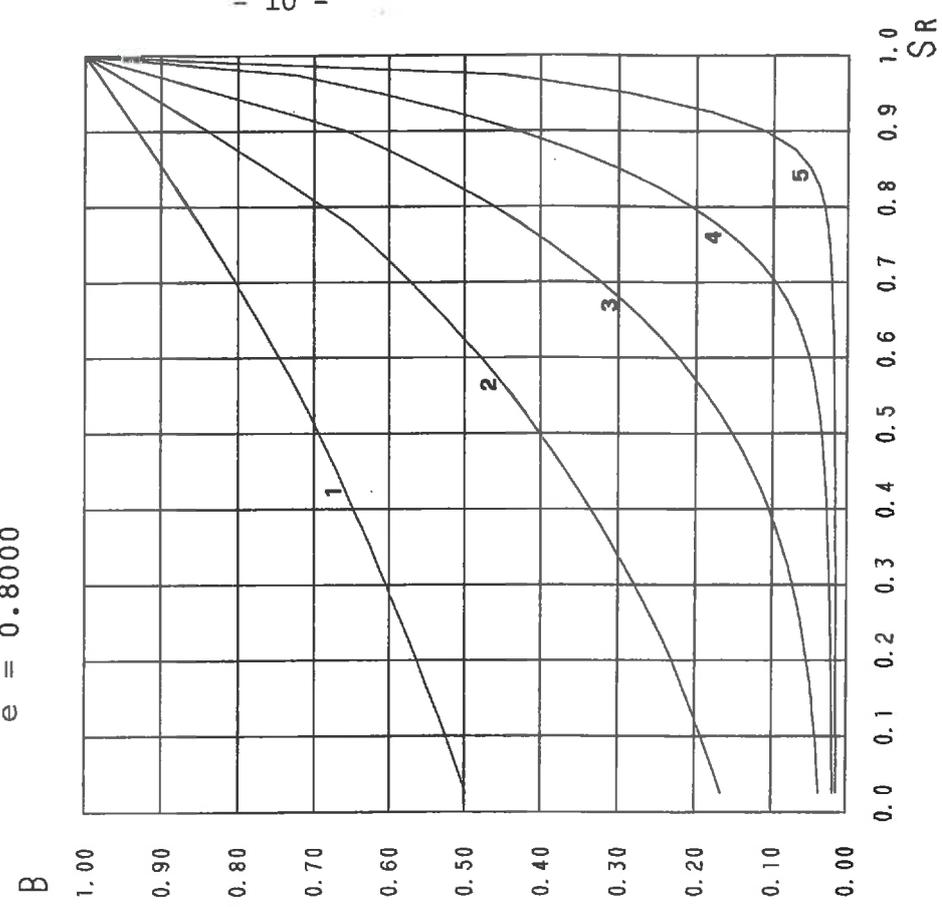


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 250 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$

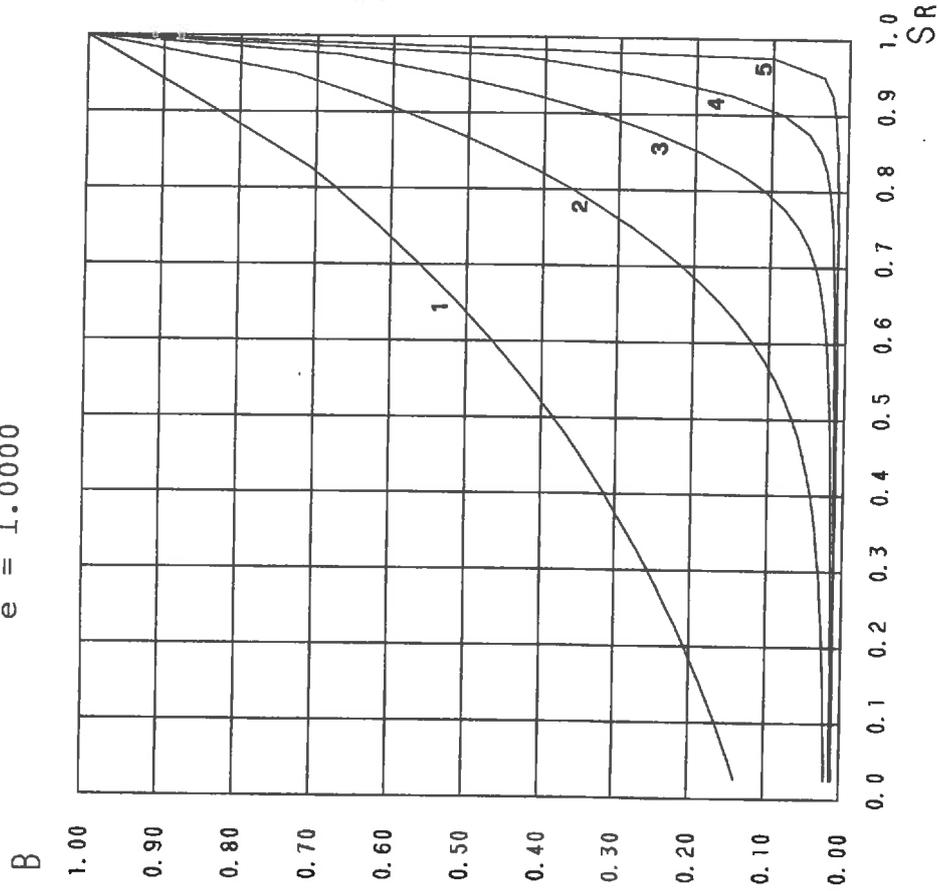


$\Delta\sigma = 250 - 500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 0.8000$

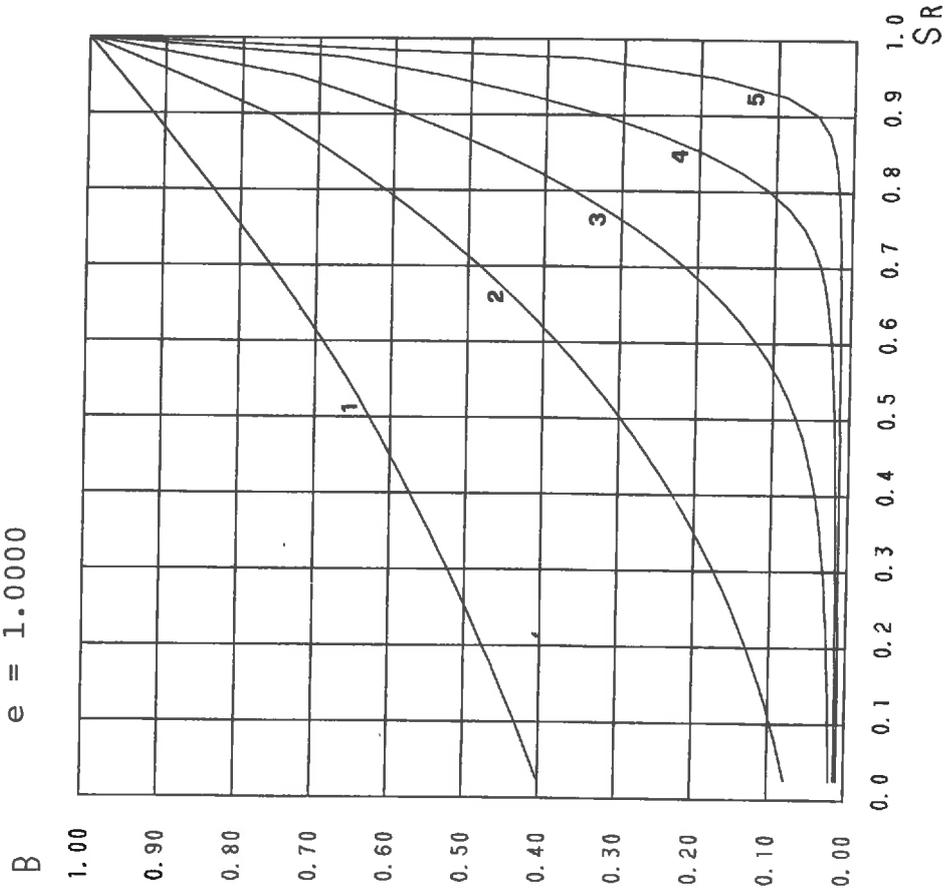


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 250 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 1.0000$

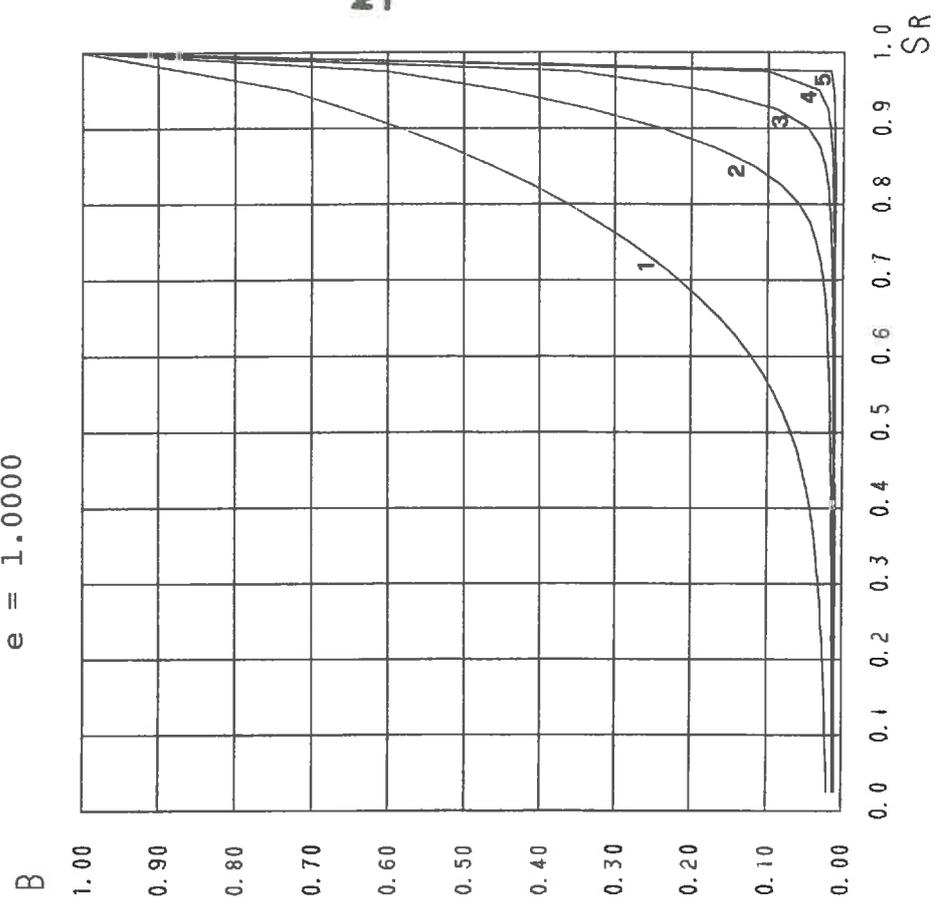


$\Delta\sigma = 250 - 500 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 1.0000$

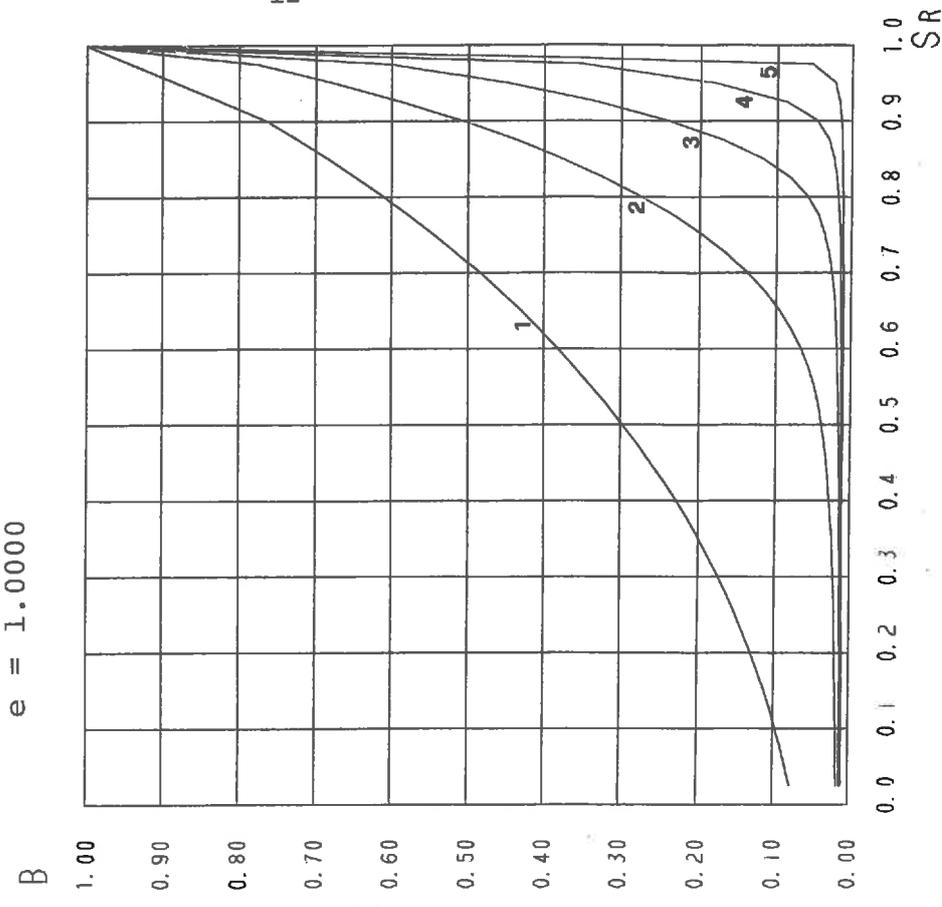


DETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRESSION INTERSTITIELLE : B

$\Delta\sigma = 0 - 100 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 1.0000$



$\Delta\sigma = 100 - 200 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$
 $e = 1.0000$



Mois	K [kN·m ⁻²]
1	1000.
2	2500.
3	5000.
4	10000.
5	25000.

```
C      PROGRAM B(INPUT,OUTPUT)
C
C *****
C *
C *  CALCUL DU COEFFICIENT DE PRESSION INTESTITIE
C *
C *    DSIG=.....CONTRAINTTE MOYENNE
C *
C *    ED= .....INDICE DE VIDE
C *
C *    AIDA=.....MODULE DE COPRESSIBILITE
C *
C *    SR= .....DEGRE DE SATURATION
C *
C *****
C
C      DIMENSION IWA(4000),X(6,50),Y(6,50)
C      IW=6
C      IP=3
C
C      DONNEES
C
C      DSIG=1.00
C      ED=1.0000
C
C
C      CALL PLOTS
C      IDES=1
C      5  CONTINUE
C      CALL PLOT(0.,0.,-3)
C      AIDA=10.00
C      DO 3 J=1,5
C      ITE=2
C      DS=DSIG/AIDA
C      SR=0.975
C      40 CONTINUE
C      C=1.00-0.98*SR
C      B=0.98
C      30 CONTINUE
C      A=(1.-B)*DS/ED
C      DU=1.-(C/(C-A))
C      AMV1=(C*DU)/(B*DSIG)
C      AMVV=AMV1/((1.+DU)*(1.+DU))
C      AN=ED/(1.+ED)
C      BCAL=1./(1.+AN*AMVV*AIDA)
C      FARK=ABS(B)-ABS(BCAL)
C      FARK=ABS(FARK)
C      IF(FARK.LE.0.01)          GOTO 10
C      B=B-0.001
C      IF(B.LE.0.01)            GOTO 10
C      GOTO 30
C      10 CONTINUE
C      X(J,ITE)=SR
C      Y(J,ITE)=B
C      SR=SR-0.025
C      ITE=ITE+1
C      IF(SR.LE.0.00)           GOTO 20
C      GOTO 40
C      20 CONTINUE
C      IF(J.EQ.1)                AIDA=25.00
C      IF(J.EQ.2)                AIDA=50.
C      IF(J.EQ.3)                AIDA=100.
C      IF(J.EQ.4)                AIDA=250.0
C      IF(J.EQ.5)                AIDA=500.0
C      3  CONTINUE
C      DO 4 L=1,5
C      X(L,1)=1.00
C      Y(L,1)=1.00
C      X(L,41)=0.00
C      Y(L,41)=0.00
C      4  CONTINUE
C      IF(IDES.NE.1)              GOTO 6
C *****
C      PREMIERE DESSIN
C *****
C      CALL CHPEN(1)
C      CALL PLOT(6.,1.,3)
C      CALL PLOT(6.,22.,2)
C      CALL PLOT(6.,22.,3)
C      CALL PLOT(35.7,22.,2)
C      CALL PLOT(35.7,22.,3)
C      CALL PLOT(35.7,1.,2)
C      CALL PLOT(6.,1.,3)
C      CALL PLOT(35.7,1.,2)
```

```
B=-0.1
YB=2.90
YY=3.00
DO 100 I=1,11
YY=YY+1.
CALL PLOT(9.,YY,3)
CALL PLOT(19.,YY,2)
B=B+0.1
YB=YB+1.
CALL NUMBER(7.9,YB,0.2,B,0.,2)
100 CONTINUE
CALL SYMBOL(8.,14.5,0.35,1HB,0.,1)
XSR=7.9
SR=-0.1
XX=8.
DO 200 I=1,11
XX=XX+1.
XSR=XSR+1.
SR=SR+0.10
CALL PLOT(XX,4.0,3)
CALL PLOT(XX,14.,2)
CALL NUMBER(XSR,3.4,0.2,SR,0.,1)
200 CONTINUE
CALL SYMBOL(19.,2.9,0.35,1HS,0.,1)
CALL SYMBOL(19.35,2.9,0.25,1HR,0.,1)
DO 103 IM=1,5
DO 101 IL=5,39
IL1=41-IL
COX=X(IM,IL1)
COY=Y(IM,IL1)
IF(Y(IM,IL1-1).LT.Y(IM,IL1)) GOTO 102
101 CONTINUE
GOTO 103
102 CONTINUE
BCO=(1.-COY)/(1.-COX**1.50)
ACO=1.-BCO
DO 104 IL=1,IL1
Y(IM,IL)=ACO+BCO*X(IM,IL)**1.50
104 CONTINUE
103 CONTINUE
DO 500 ID=1,5
DO 501 IE=1,41
X(ID,IE)=X(ID,IE)*10.+9.
Y(ID,IE)=Y(ID,IE)*10.+4.
501 CONTINUE
500 CONTINUE
CALL CHPEN(2)
DO 700 IK=1,5
CALL PLOT(X(IK,1),Y(IK,1),3)
DO 600 K=1,39
CALL PLOT(X(IK,K),Y(IK,K),2)
CALL PLOT(X(IK,K+1),Y(IK,K+1),2)
600 CONTINUE
700 CONTINUE
DSI=100.*DSIG
CALL NUMBER(12.2,15.5,0.2,DSI,0.,1)
6 CONTINUE
DSI=100.*DSIG
C *****
C 2. DESSIN
C *****
CALL CHPEN(1)
IDES=IDES+1
DSIG=DSIG+1.000
IF(IDES.EQ.2) GOTO 5
B=-0.1
YB=2.9
YY=3.00
DO 300 I=1,11
YY=YY+1.
CALL PLOT(24.,YY,3)
CALL PLOT(34.,YY,2)
B=B+0.10
YB=YB+1.0
CALL NUMBER(22.9,YB,0.2,B,0.,2)
300 CONTINUE
CALL SYMBOL(23.0,14.5,0.35,1HB,0.,1)
XSR=22.9
SR=-0.1
XX=23.0
DO 400 I=1,11
XX=XX+1.
XSR=XSR+1.
SR=SR+0.10
```

```
CALL PLOT(XX,4.0,3)
CALL PLOT(XX,14.,2)
CALL NUMBER(XSR,3.4,0.2,SR,0.,1)
400 CONTINUE
CALL SYMBOL(34.,2.9,0.35,1HS,0.,1)
CALL SYMBOL(34.35,2.9,0.25,1HR,0.,1)
DO 203 IM=1,5
DO 201 IL=5,39
IL1=41-IL
COX=X(IM,IL1)
COY=Y(IM,IL1)
IF(Y(IM,IL1-1).LT.Y(IM,IL1)) GOTO 202
201 CONTINUE
GOTO 203
202 CONTINUE
BCO=(1.-COY)/(1.-COX**1.50)
ACO=1.-BCO
DO 204 IL=1,IL1
Y(IM,IL)=ACO+BCO*X(IM,IL)**1.50
204 CONTINUE
203 CONTINUE
DO 502 ID=1,5
DO 503 IE=1,41
X(ID,IE)=X(ID,IE)*10.+24.00
Y(ID,IE)=Y(ID,IE)*10.+4.00
503 CONTINUE
502 CONTINUE
CALL CHPEN(2)
DO 701 IK=1,5
CALL PLOT(X(IK,1),Y(IK,1),3)
DO 601 K=1,39
CALL PLOT(X(IK,K),Y(IK,K),2)
CALL PLOT(X(IK,K+1),Y(IK,K+1),2)
601 CONTINUE
701 CONTINUE
CALL SYMBOL(8.5,
A 18.,0.50,62HDETERMINATION DU COEFFICIENT DE LA PRES
SION INTERSTITIELLE ; B,0.,62)
CALL SYMBOL(11.,15.5,0.25,16HDSIG= KN.M-2,0.,16)
CALL SYMBOL(25.,15.5,0.25,16HDSIG= KN.M-2,0.,16)
CALL NUMBER(26.2,15.5,0.2,DSI,0.,1)
CALL SYMBOL(11.,14.8,0.20,2HC=,0.,2)
CALL PLOT(11.0,14.9,3)
CALL PLOT(11.1,14.94,2)
CALL SYMBOL(25.,14.8,0.20,2HC=,0.,2)
CALL PLOT(25.0,14.9,3)
CALL PLOT(25.1,14.94,2)
CALL NUMBER(11.4,14.8,0.20,ED,0.,4)
CALL NUMBER(25.4,14.8,0.20,ED,0.,4)
CALL PLOT(0.,0.,999)
STOP
END
```

A3 - Facteur de correction c

Définition des paramètres :

- I_p : Indice de plasticité
- w_L : Limite de liquidité
- FI_0 : Constante de succion ψ_0
- FI_1 : Exposant de succion ψ_1
- N_1 : Exposant de la perméabilité relative
à l'eau
- s : Coefficient de désaturation
- EPS : Déformation volumétrique ε_v
- S_r : Degré de saturation

EPS = 0.050
SR = 0.850

IP	5.0				10.0				15.0				20.0			
	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S
10.000	3.413	0.712	5.455	14.427	5.268	0.143	6.316	2.319	6.716	0.158	6.809	1.262	6.298	0.202	6.680	0.925
20.000	2.637	0.144	6.939	20.000	4.150	0.181	5.846	2.021	5.371	0.198	6.362	1.175	5.610	0.227	6.449	0.886
30.000	2.293	0.166	6.659	12.674	3.664	0.205	5.597	1.868	4.775	0.222	6.127	1.117	5.200	0.265	6.297	0.856
40.000	2.088	0.182	6.472	9.032	3.374	0.222	5.432	1.768	4.419	0.240	5.972	1.074	4.920	0.259	6.186	0.832
50.000	1.948	0.196	6.333	7.437	3.176	0.236	5.311	1.695	4.177	0.254	5.859	1.041	4.713	0.270	6.101	0.812
60.000									3.998	0.266	5.772	1.013	4.552	0.280	6.031	0.795
70.000																
80.000																
90.000																
100.000																

EPS = 0.050
SR = 0.850

IP	30.0				40.0				50.0				60.0			
	FIO	FII	M1	S												
10.000																
20.000	6.190	0.197	6.646	0.984	5.960	0.185	6.570	1.141	5.403	0.153	6.374	1.329	5.222	0.169	6.306	1.648
30.000	5.688	0.215	6.477	0.955	5.564	0.199	6.433	1.114	5.149	0.192	6.278	1.304	4.998	0.175	6.218	1.617
40.000	5.345	0.228	6.352	0.931	5.272	0.210	6.325	1.091	4.945	0.200	6.197	1.282	4.812	0.182	6.142	1.589
50.000	5.092	0.240	6.255	0.910	5.015	0.219	6.237	1.070	4.775	0.207	6.127	1.262	4.655	0.188	6.076	1.564
60.000	4.895	0.249	6.176	0.893	4.862	0.227	6.163	1.052	4.632	0.214	6.066	1.244				
70.000	4.736	0.258	6.111	0.877	4.710	0.235	6.099	1.036								
80.000																
90.000																
100.000																

EPS= 0.100
SR = 0.850

IP	5.0			10.0			15.0			20.0		
	FIO	FII	N1	S	FIO	FII	N1	S	FIO	FII	N1	S
WL												
10.000	3.413	0.112	5.455	3.705	5.268	0.163	6.316	1.766	6.716	0.158	6.809	0.880
20.000	2.637	0.144	4.939	10.912	4.150	0.191	5.846	1.561	5.371	0.198	6.362	0.856
30.000	2.293	0.166	4.659	20.000	3.664	0.205	5.597	1.644	4.775	0.222	6.127	0.836
40.000	2.085	0.182	4.472	20.000	3.374	0.222	5.432	1.403	4.619	0.240	5.972	0.819
50.000	1.948	0.196	4.333	12.701	3.176	0.236	5.311	1.359	4.177	0.254	5.859	0.806
60.000									3.998	0.266	5.772	0.795
70.000												
80.000												
90.000												
100.000									4.713	0.270	6.101	0.630
									4.552	0.280	6.031	0.624

EPS= 0.100
SR = 0.850

IP	50.0			40.0			50.0			60.0		
	FIO	FII	N1	S	FIO	FII	N1	S	FIO	FII	N1	S
WL												
10.000												
20.000												
30.000	6.190	0.197	6.646	0.704	5.960	0.185	6.570	0.815				
40.000	5.688	0.215	6.477	0.697	5.564	0.199	6.433	0.807				
50.000	5.345	0.228	6.352	0.690	5.272	0.210	6.325	0.800				
60.000	5.092	0.240	6.255	0.684	5.045	0.219	6.237	0.794	5.403	0.183	6.374	0.963
70.000	4.895	0.249	6.176	0.678	4.862	0.227	6.163	0.787	5.149	0.192	6.278	0.954
80.000	4.736	0.258	6.111	0.673	4.710	0.235	6.099	0.782	4.945	0.200	6.197	0.946
90.000									4.775	0.207	6.127	0.938
100.000									4.632	0.214	6.066	0.931

EPS = 0.050
SR = 0.900

IP	5.0				10.0				15.0				20.0			
	FI0	FI1	M1	S	FI0	FI1	M1	S	FI0	FI1	M1	S	FI0	FI1	M1	S
10.000	3.613	0.112	5.455	12.174	5.248	0.143	6.316	1.973	6.716	0.158	6.809	1.078	6.298	0.202	6.680	0.800
20.000	2.637	0.146	4.939	20.000	4.150	0.181	5.846	1.737	5.371	0.198	6.362	1.015	5.610	0.227	6.449	0.771
30.000	2.293	0.166	4.659	10.450	3.664	0.205	5.597	1.616	4.775	0.222	6.127	0.972	5.200	0.245	6.297	0.749
40.000	2.088	0.182	4.472	7.767	3.374	0.222	5.332	1.537	4.419	0.240	5.972	0.939	4.920	0.259	6.186	0.731
50.000	1.948	0.196	4.333	6.435	3.176	0.236	5.311	1.479	4.177	0.254	5.859	0.913	4.713	0.270	6.101	0.716
60.000									3.998	0.266	5.772	0.892	4.552	0.280	6.031	0.703
80.000																
90.000																
100.000																

EPS = 0.050
SR = 0.900

IP	30.0				40.0				50.0				60.0			
	FI0	FI1	M1	S												
10.000																
20.000																
30.000	6.190	0.197	6.646	0.850												
40.000	5.688	0.215	6.477	0.829	5.950	0.155	6.570	0.982								
50.000	5.345	0.228	6.352	0.911	5.564	0.199	6.433	0.962								
60.000	5.092	0.240	6.255	0.795	5.272	0.210	6.325	0.945								
70.000	4.895	0.249	6.176	0.752	5.045	0.219	6.237	0.930	5.403	0.183	6.374	1.143				
80.000	4.736	0.258	6.111	0.770	4.862	0.227	6.163	0.916	5.169	0.192	6.273	1.124	5.222	0.168	6.306	1.411
90.000					4.710	0.235	6.099	0.904	4.945	0.200	6.197	1.108	4.998	0.175	6.218	1.387
100.000									4.775	0.207	6.127	1.093	4.812	0.182	6.142	1.366
									4.632	0.214	6.066	1.079	4.655	0.188	6.076	1.367

EPS = 0.075
 SR = 0.900

IP	5.0				10.0				15.0				20.0			
	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S	FIO	FII	M1	S
WL	3.413	0.112	5.455	5.164	5.248	0.143	6.316	1.663	6.716	0.158	6.809	0.869	6.298	0.202	6.680	0.656
20.000	2.637	0.144	4.939	20.000	4.150	0.181	5.846	1.479	5.371	0.198	6.362	0.839	5.610	0.227	6.449	0.643
30.000	2.293	0.166	4.659	20.000	3.664	0.205	5.597	1.389	4.775	0.222	6.127	0.816	5.200	0.245	6.297	0.632
40.000	2.088	0.182	4.472	10.301	3.374	0.222	5.432	1.331	4.419	0.240	5.972	0.798	5.200	0.259	6.186	0.623
50.000	1.948	0.196	4.333	7.610	3.176	0.236	5.311	1.289	4.177	0.254	5.859	0.783	4.920	0.270	6.101	0.615
60.000					3.176	0.236	5.311	1.289	3.998	0.266	5.772	0.770	4.713	0.280	6.031	0.608
70.000																
80.000																
90.000																
100.000																

EPS = 0.075
 SR = 0.900

IP	30.0				40.0				50.0				60.0			
	FIO	FII	M1	S												
WL	6.190	0.197	6.646	0.696	5.960	0.185	6.570	0.803	5.403	0.183	6.374	0.942	5.222	0.168	6.306	1.168
20.000	5.688	0.215	6.477	0.687	5.564	0.190	6.433	0.794	5.149	0.192	6.278	0.932	4.998	0.175	6.218	1.153
30.000	5.345	0.228	6.352	0.678	5.272	0.210	6.325	0.785	5.403	0.192	6.278	0.932	4.812	0.182	6.142	1.139
40.000	5.092	0.240	6.255	0.670	5.045	0.219	6.237	0.777	4.945	0.200	6.197	0.922	4.655	0.188	6.076	1.127
50.000	4.895	0.249	6.176	0.663	4.862	0.227	6.163	0.770	4.775	0.207	6.127	0.914	4.655	0.188	6.076	1.127
60.000	4.736	0.258	6.111	0.657	4.710	0.235	6.099	0.763	4.632	0.214	6.066	0.906	4.655	0.188	6.076	1.127
70.000																
80.000																
90.000																
100.000																

A4 - Programme TASINI

```

C *****
C *
C *          PROGRAMME    TASNINI
C *
C * *****
C * PROGRAMME DE CALCUL DES DEFORMATIONS DANS UN
C * MILIEU POREUX NON SATURE PAR LA METHODE DES ELEMENTS
C *
C *          FINIS
C *
C * AUTEUR :EROL SEKER
C *
C * VERSION :MARS 1982
C *
C * *****
C * NELEM=NBR D'ELEMENTS
C *
C * NPOINT=NBR DE NOEUDS
C *
C * ITMAX=NBR D'INCREMENTS DE CHARGE
C *
C * < 0 DECHARGE MEME ITMAX
C *
C * ICHAR=NBR DE NOEUDS OU APPLIQUE LA CHARGE
C *
C * NTP=TYPE DE PROBLEME
C *
C *     =1 DEFORMATION PLANE
C *     =2 SYMETRIE DE REVOLUTION
C *
C * ICLX,Y=CONDITION AUX LIMITES
C *
C *     =1 LIE
C *     =0 LIBRE
C *
C * MODULE OEDOMETRIQUE: ED=AED(SIG)*BBD
C *
C * BNU=COEFFICIENT DE POISSON
C *
C * AN=POROSITE
C *
C * ASK=COEFFICIENT DE SKEMTON A
C *
C * BSK=      "      "      B
C *
C * EXEY=EX/EY ANISOTROPIE
C *
C * FI=ANGLE DE FROTTEMENT INTERNE
C *
C * CO=COHESION
C *
C * SR=DEGRE DE SATURATIN
C *
C * SUCCION: PH=PHO[ J*PH1+[ I*PH2
C *
C * PARAMETRE DE BISHOP:[AKP1]**AKP2
C *
C * OCR=DEGRE DE SURCONSOLIDATION
C *
C * SIGC=CONTRAINTTE DE PRECONSOLIDATION
C *
C * *****
C * PARAMETER(IE=35,IPO=55,JPO=110)
C *
C * DIMENSION DE COMMON
C *
C * IE=NELEM+2
C * IPO=NPOINT+4
C * JPO=2*IPO
C

```

```

C *****
C
COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHAR,NTYP
COMMON/LIST2/X(IP0),Y(IP0),NE(IP0,4),NP(IE,4),ASK(IE)
COMMON/LIST4/PH0(IE),PH1(IE),PH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
1 AKP2(IE),OCR(IE),SIGC(IE),DEM0D
COMMON/LIST3/ED(IE),BNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
1 SIGTX(IE),UA0(IE),UA1(IE),UW(IE),P(IE),P1(IE)
COMMON/LIST6/FOR(JPO),ICLX(IP0),ICLY(IP0),DEPX(IP0),DEPY(IP0)
1 BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPO,JPO)
COMMON/LIST7/EXEY(IE),EPSV(IE),FU(IE),FORT(IE),ETA(IE),FI(IE),
ICO(IE)
C
C
C DIMENSION FX(IP0),FY(IP0),DEPTX(IP0),DEPTY(IP0)
C
C
C =====
C DONNEES GENERALES
C
C =====
C I-DONNEES GEOMETRIQUES
C
IP=5
IW=6
WRITE(IW,260)
READ(IP,101)NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHAR,NTYP
WRITE(IW,257)
257 FORMAT(/,10X,18('*'),/,10X,'DONNEES GENERALES',/,10X,18('*'))
WRITE(IW,250)
250 FORMAT(/,8X,'NELEM NPOINT ITMAX ICHAR NTYP',/)
WRITE(IW,201)NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHAR,NTYP
101 FORMAT(10I5)
201 FORMAT(5X,10I5)
DEM0D=0.000
IF(ITMAX.LT.0) DEM0D=1.000
ITMAX=ABS(ITMAX)
WRITE(IW,251)
251 FORMAT(/,13X,'NO X Y ICLX ICLY',/)
DO 1 I=1,NPOINT
C READ(IP,102)N,X(N),Y(N),NE(N,1),NE(N,2),NE(N,3),NE(N,4),
C 1 ICLX(N),ICLY(N)
READ(IP,102)N,X(N),Y(N),ICLX(N),ICLY(N)
C WRITE(IW,202)N,X(N),Y(N),NE(N,1),NE(N,2),NE(N,3),
C 1 NE(N,4),ICLX(N),ICLY(N)
WRITE(IW,202)N,X(N),Y(N),ICLX(N),ICLY(N)
102 FORMAT(I10,2F10.3,8I5)
202 FORMAT(5X,I10,2F10.3,8I5)
1 CONTINUE
WRITE(IW,252)
WRITE(IW,253)
WRITE(IW,254)
252 FORMAT(/,8X,'NO-EL I1 I2 I3 I4')
253 FORMAT(8X,'E-OED NU N AED BED A EX:EY PHI C')
254 FORMAT(8X,'PH0 PH1 PH2 SRO AKP1 AKP2',/)
DO 2 I=1,NELEM
READ(IP,101)N,NP(N,1),NP(N,2),NP(N,3),NP(N,4)
WRITE(IW,201)N,NP(N,1),NP(N,2),NP(N,3),NP(N,4)
C
C
C DONNEES MECANIKUES
C
C
C READ(IP,103)ED(N),BNU(N),AN(N),AED(N),BED(N),ASK(N),EXEY(N),
C 1 FI(N),CO(N)
WRITE(IW,203)ED(N),BNU(N),AN(N),AED(N),BED(N),ASK(N),EXEY(N),
C 1 FI(N),CO(N)
103 FORMAT(7F10.3,2F5.2)
203 FORMAT(5X,10F10.3)
ANO(N)=AN(N)
C
C
C =====
C CALCUL DE LA CONTRAINTE DE PRECONSOLIDATION
C
C =====
C SIGC1=ED(N)/AED(N)
C SIGC(N)=SIGC1*(1./BED(N))
C DONNEES HYDRAULIQUES
C
C READ(IP,103)PH0(N),PH1(N),PH2(N),SRO(N),AKP1(N),AKP2(N)
WRITE(IW,203)PH0(N),PH1(N),PH2(N),SRO(N),AKP1(N),AKP2(N)
2 CONTINUE
C
C
C MEMORISER DES ELEMENTS VOISINS
C
C =====

```

```

C      DO 6 I=1,NPOINT
        N1=0
        N2=0
        N3=0
        N4=0
        DO 7 J=1,NELEM
          I1=NP(J,1)
          I2=NP(J,2)
          I3=NP(J,3)
          I4=NP(J,4)
          IF(I.EQ.I1) N1=J
          IF(I.EQ.I3) N2=J
          IF(I.EQ.I4) N3=J
          IF(I.EQ.I2) N4=J
          NE(I,1)=N1
          NE(I,2)=N2
          NE(I,3)=N3
          NE(I,4)=N4
        7 CONTINUE
C      WRITE(IW,201)I,NE(I,1),NE(I,2),NE(I,3),NE(I,4)
        6 CONTINUE
C
C      FORCES
C
C      IF(ICHAR.EQ.0) GOTO 700
        WRITE(IW,255)
255  FORMAT(/,9X,'NO-POINT  FORCE-X  FORCE-Y',/)
        DO 3 I=1,ICHAR
          READ(IP,102)N,FX(N),FY(N)
          WRITE(IW,202)N,FX(N),FY(N)
          3 CONTINUE
          WRITE(IW,256)
256  FORMAT(/,9X,'FACTEUR DE MULTIPLICATION DE CHARGE',/)
          IBAS=0
          DO 5 INCR=1,2
            IF(INCR.EQ.2) IBAS=10
            READ(IP,103)(FORT(IBAS+ITM),ITM=1,ITMAX)
            WRITE(IW,203)(FORT(IBAS+ITM),ITM=1,ITMAX)
          5 CONTINUE
          WRITE(IW,258)
258  FORMAT(/,10X,8('8'),/,10X,'RESULTATS',/,10X,8('8'),/)
700  CONTINUE
600  CONTINUE
        IT=1
100  CONTINUE
C
C      *****
C      CALCUL DES DIGUES EN TERRE
C
C      PAR ETAPES
C
C      *****
C
C      CALL DIGUE(IT,NPOINT,NELEM,GAMA)
C
C      *****
C
C      DO 4 I=1,NPOINT
        DFX=FX(I)*FORT(IT)
        DFY=FY(I)*FORT(10+IT)
C      ATTENTION 10+ITMAX =, < IE
C      =====
        K=2*I-1
        K1=K+1
        FOR(K)=DFX
        FOR(K1)=DFY
        4 CONTINUE
C
C      =====
C      CALCUL PAR INCREMENTAL
C
C      CALL MATRIX(IT)
C
C      CALL RESO
C
C      CALL SIGMA
C      =====

```

```

C
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C
      WRITE(IW,204)IT
204      FORMAT(5X,/,/, '      ITER NO :=',I5)
      WRITE(IW,205)
205      FORMAT(5X,/,/, '      NO      X-DEP      Y-DEP
1 PRESSION      FORCE-X      FORCE-Y',/)
      DO 90 I=1,NPOINT
      N1=NE(I,1)
      N2=NE(I,2)
      N3=NE(I,3)
      N4=NE(I,4)
      C1=1.00
      IF(N1.EQ.0) C1=0.00
      C2=1.00
      IF(N2.EQ.0) C2=0.00
      C3=1.00
      IF(N3.EQ.0) C3=0.00
      C4=1.00
      IF(N4.EQ.0) C4=0.00
      CP=C1+C2+C3+C4
      CP=1.00/CP
      NL1=NELEM+1
      IF(N1.EQ.0) N1=NL1
      IF(N2.EQ.0) N2=NL1
      IF(N3.EQ.0) N3=NL1
      IF(N4.EQ.0) N4=NL1

N=CP*(F1(N1)+F1(N2)+F1(N3)+F1(N4))
      DEPTX(I)=DEPTX(I)+DEPX(I)
      DEPTY(I)=DEPTY(I)+DEPY(I)
      WRITE(IW,206)I,DEPTX(I),DEPTY(I),PN,FOR(2*I-1),FOR(2*I)
206      FORMAT(5X,I5,5X,E10.4,5X,E10.4,5X,E10.4,5X,E10.3,5X,E10.3)
90      CONTINUE
      WRITE(IW,207)
207      FORMAT(//,5X, '      NO-EL      SIGTX      SIGTY      SIGTXY      SIGT
1TXZ      UA      UW      P      SR      E      ETA'
2 ,/)
      DO 51 I=1,NELEM
      EN=AN(I)/(1.-AN(I))
      IF(ETA(I).EQ.1.00) GOTO 301
      WRITE(IW,208)I,SIGTX(I),SIGTY(I),SIGTXY(I),SIGXY(I),
1      UA1(I),UW(I),P1(I),SRO(I),EN
208      FORMAT(5X,I10,9F10.3,5X,'ELASTIQUE')
      GOTO 302
301      CONTINUE
      WRITE(IW,209)I,SIGTX(I),SIGTY(I),SIGTXY(I),SIGXY(I),
1      UA1(I),UW(I),P1(I),SRO(I),EN
209      FORMAT(5X,I10,9F10.3,15X,'PLASTIQUE')
302      CONTINUE
51      CONTINUE
      IT=IT+1
      IF(IT.LE.ITMAX) GOTO 100
C      DESSINER DEFORMATIONS
      DO 900 I=1,NPOINT
      WRITE(IW,105)I,X(I),Y(I),DEPTX(I),DEPTY(I)
105      FORMAT(I10,4F10.4)
900      CONTINUE
      DO 901 I=1,NELEM
      WRITE(IW,101)I,NF(I,1),NF(I,2),NF(I,3),NF(I,4)
901      CONTINUE
260      FORMAT(10X,'*****')
1      //10X,'*'
2      //10X,'*' T A S I N I
3      //10X,'*'
4      //10X,'*' CALCUL DE DEFORMATIONS INSTANTANNEES
5      //10X,'*' DANS UN MILIEU NON SATURE
6      //10X,'*' PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS
7      //10X,'*'
8      //10X,'*****')
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE MATRIX(IT)
C *
C *****
C *
C *
C * SOUS-PROGRAMME *MATRIX* DU PROGRAMME TASINI
C *
C *   ETABLISSEMENT DES MATRICES DES ELEMENTS
C *
C *
C *****
C
C   PARAMETER(IE=35,IPO=55,JPO=110)
C
C   COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICAR,NTYP
C   COMMON/LIST2/X(IPO),Y(IPO),NE(IPO,4),NP(IE,4),ASK(IE)
C   COMMON/LIST4/FHO(IE),FH1(IE),FH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
C   1 ,AKP2(IE),OCR(IE),SIGC(IE),DENOD
C   COMMON/LIST3/ED(IE),BNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
C   COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
C   1 SIGTXY(IE),UA0(IE),UA1(IE),UW(IE),P(IE),P1(IE)
C   COMMON/LIST6/FOR(JPO),ICLX(IPO),ICLY(IPO),DEPX(IPO),DEPY(IPO)
C   1 ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPO,JPO)
C   COMMON/LIST7/EXEY(IE),EPSV(IE),FU(IE),FORT(IE),ETA(IE),FI(IE),
C   1 CO(IE)
C
C   DIMENSION A(4,6),A1(4,6),A2(4,6),C1(IE,6,6),C2(IE,6,6),XE(3,2)
C   1 ,DA(4,4),D(4,4),ALAN1(IE),ALAN2(IE),U(6),U1(6),PROP(JPO)
C
C   *****
C   MATRICE DE L'ELEMENT
C   *****
C
C   NEL=NELEM+1
C   DO 301 I=1,NEL
C   DO 301 J=1,6
C   DO 301 K=1,6
C   C1(I,J,K)=0.000
C   C2(I,J,K)=0.000
C 301 CONTINUE
C   NN=2*NPOINT+1
C   DO 302 I=1,NN
C   DO 302 J=1,NN
C   EK(I,J)=0.000
C   PROP(I)=0.000
C 302 CONTINUE
C
C   DEFORMATION PLANE OU AXISYMETRIE
C
C   DO 310 I=1,NELEM
C   I1=NP(I,1)
C   I2=NP(I,2)
C   I3=NP(I,3)
C   I4=NP(I,4)
C
C   *****
C
C   CALCUL DE LA MATRICE D
C
C   CALL NONLIN(I,ENS,BNS,BSK,VKAPA,SUC)
C
C   *****
C   E=ENS
C   C=E/(1.+BNS)
C   B=(C*BNS)/(1.-2.*BNS)
C   AA=C+B
C   D(1,1)=AA
C   D(1,2)=B
C   D(1,3)=0.00
C   D(2,1)=B
C   D(2,2)=AA
C   D(2,3)=0.00
C   D(3,1)=0.00
C   D(3,2)=0.00
C   D(3,3)=C/2.
C   D(1,4)=0.00
C   D(2,4)=0.00
C   D(3,4)=0.00
C   D(4,1)=0.00
C   D(4,2)=0.00
C   D(4,3)=0.00
C   D(4,4)=0.00
C   IF(NTYP.EQ.1)
C   GOTO 10

```

```

C -----
C      SYMETRIE AXIALE
C      ANISOTROPE MATERIAUX
C -----
      E12=EXEY(I)
      IF(E12.EQ.0.00) E12=1.000
      BNS2=(BNS**2)*E12
      DEY=C/(1.-BNS-2.*BNS2)
      AA=DEY*(1.-BNS2/E12)
      B=DEY*(BNS*E12+BNS2)
      AA1=DEY*E12*(1.-BNS2)
      B11=DEY*E12*BNS*(1.+E12*BNS)
      CC=DEY*(1.-BNS-2.*BNS2)
      D(1,1)=AA
      D(1,2)=B
      D(1,3)=B
      D(1,4)=0.00
      D(2,1)=B
      D(2,2)=AA1
      D(2,3)=B11
      D(2,4)=0.00
      D(3,1)=B
      D(3,2)=B11
      D(3,3)=AA1
      D(3,4)=0.00
      D(4,1)=0.00
      D(4,2)=0.00
      D(4,3)=0.00
      D(4,4)=CC/2.
10      CONTINUE
      IF(ETA(I).EQ.0.00) GOTO 20
C -----
C      CALCUL DE LA MATRICE DE PLASTICITE
C -----
      IF(SIGX(I).EQ.0.000.AND.SIGY(I).EQ.0.000) GOTO 223
      GE=C/2.00
      PLB=BNS/(1.-2.*BNS)
      COMP=PLB/3.00
      PLD=(SIGX(I)-SIGY(I))*(SIGX(I)-SIGY(I))+4.*SIGXY(I)*SIGXY(I)
      PLD=SQRT(PLD)
      ARAD=(FI(I))*3.1416/180.

      ALT=(SIGX(I)-SIGY(I))/PLD
      ALT=ABS(ALT)
      ALT=GE*ALT
      HH=(COMP+GE/3.00)*SIN(ARAD)
      H1=HH+ALT
      H2=HH-ALT
      H3=2.00*GE*SIGXY(I)/PLD
      H3=ABS(H3)
      H4=1.00/(GE+HH*SIN(ARAD))
      DA(1,1)=H4*H1*H1
      DA(1,2)=H4*H1*H2
      DA(1,3)=H4*H1*H3
      DA(1,4)=0.000
      DA(2,1)=DA(1,2)
      DA(2,2)=H4*H2*H2
      DA(2,3)=H4*H2*H3
      DA(2,4)=0.000
      DA(3,1)=DA(1,3)
      DA(3,2)=DA(2,3)
      DA(3,3)=H4*H3*H3
      DA(3,4)=0.000
      DA(4,1)=0.00
      DA(4,2)=0.000
      DA(4,3)=0.000
      DA(4,4)=0.000
      IF(NTYP.EQ.1) GOTO 222
      DA(1,3)=DA(1,2)
      DA(1,4)=DA(1,3)
      DA(2,3)=DA(2,1)
      DA(2,4)=H4*H2*H3
      DA(3,1)=DA(2,1)
      DA(3,2)=DA(2,1)
      DA(3,3)=DA(2,2)
      DA(3,4)=DA(2,4)
      DA(4,1)=DA(1,4)
      DA(4,2)=DA(2,4)
      DA(4,3)=DA(3,4)
      DA(4,4)=H4*H3*H3
223      CONTINUE

```

```

222  CONTINUE
      DO 220 IDA=1,4
      DO 220 JDA=1,4
      D(IDA,JDA)=D(IDA,JDA)-DA(IDA,JDA)
      IF(D(IDA,JDA).LE.0.000) D(IDA,JDA)=0.000
220  CONTINUE
20   CONTINUE
C    WRITE(6,1000)((D(IP,JP),JP=1,4),IP=1,4)
C 1000  FORMAT(6(5X,E10.3,2X))
C
C =====
C    INCOMPRESSIBLE MATERIAU C-A-D BNU=0.5 SR=100Z ET T=0.00
C =====
C
C    MATRICE DE RIGIDITE
C =====
      DO 311 IL=1,2
      XE(1,1)=X(I1)
      XE(2,1)=X(I3)
      XE(3,1)=X(I4)
      IF(IL.EQ.2) XE(2,1)=X(I4)
      IF(IL.EQ.2) XE(3,1)=X(I2)
      XE(1,2)=Y(I1)
      XE(2,2)=Y(I3)
      XE(3,2)=Y(I4)
      IF(IL.EQ.2) XE(2,2)=Y(I4)
      IF(IL.EQ.2) XE(3,2)=Y(I2)
      RZ1=(XE(2,1)*XE(3,2))-(XE(3,1)*XE(2,2))
      RZ2=(XE(3,1)*XE(1,2))-(XE(1,1)*XE(3,2))
      RZ3=(XE(1,1)*XE(2,2))-(XE(2,1)*XE(1,2))
      ORX=(XE(1,1)+XE(2,1)+XE(3,1))/3.000
      ORY=(XE(1,2)+XE(2,2)+XE(3,2))/3.000
      ORX2=ORX
      IF(IL.EQ.1) ORX1=ORX
      DO 312 IN=1,3
      XE(IN,1)=XE(IN,1)-ORX
      XE(IN,2)=XE(IN,2)-ORY
312  CONTINUE
      SUR=(XE(2,1)*XE(3,2)-XE(3,1)*XE(2,2))*1.500
      GAMA=-0.000
C
C    CALL DIGUE(IT,NPDIPT,NELEN,GAMA)
C
      PROP(2*I1)=PROP(2*I1)+0.250*SUR*GAMA
      PROP(2*I2)=PROP(2*I2)+0.250*SUR*GAMA
      PROP(2*I3)=PROP(2*I3)+0.250*SUR*GAMA
      PROP(2*I4)=PROP(2*I4)+0.250*SUR*GAMA
      IF(SUR.LE.0.000) WRITE(6,1100)I
1100  FORMAT(5X,/,,' SURFACE NUL NO:',I5,/)
      ALAN2(I)=SUR
      IF(IL.EQ.1) ALAN1(I)=SUR
      IF(NTYP.EQ.2) ALAN1(I)=1.00*ORX1*ALAN1(I)
      IF(NTYP.EQ.2) ALAN2(I)=1.00*ORX2*ALAN2(I)
      DO 313 IN=1,4
      DO 313 JN=1,6
      A(IN,JN)=0.000
313  CONTINUE
      A(1,1)=(XE(2,2)-XE(3,2))/(SUR*2.00)
      A(1,3)=(XE(3,2)-XE(1,2))/(SUR*2.00)
      A(1,5)=(XE(1,2)-XE(2,2))/(SUR*2.00)
      A(2,2)=(XE(3,1)-XE(2,1))/(SUR*2.00)
      A(2,4)=(XE(1,1)-XE(3,1))/(SUR*2.00)
      A(2,6)=(XE(2,1)-XE(1,1))/(SUR*2.00)
      A(3,1)=A(2,2)
      A(3,3)=A(2,4)
      A(3,5)=A(2,6)
      A(3,2)=A(1,1)
      A(3,4)=A(1,3)
      A(3,6)=A(1,5)
C
      IF(NTYP.EQ.1) GOTO 11
      A(3,1)=RZ1/(ORX*2.*SUR)+A(1,1)+A(2,2)*(ORY/ORX)
      A(3,2)=0.00
      A(3,3)=RZ2/(ORX*2.*SUR)+A(1,3)+A(2,4)*(ORY/ORX)
      A(3,4)=0.00
      A(3,5)=RZ3/(ORX*2.*SUR)+A(1,5)+A(2,6)*(ORY/ORX)
      A(3,6)=0.00
      A(4,1)=A(2,2)
      A(4,2)=A(1,1)
      A(4,3)=A(2,4)
      A(4,4)=A(1,3)
      A(4,5)=A(2,6)
      A(4,6)=A(1,5)

```

```

C      WRITE(6,1000)((A(IP,JP),JP=1,6),IP=1,4)
11      CONTINUE
      DO 314 IA=1,4
      DO 314 IB=1,4
      A2(IA,IB)=A(IA,IB)
      IF(IL.EQ.1) A1(IA,IB)=A(IA,IB)
314      CONTINUE
311      CONTINUE
C
C -----
C      CALCUL DE [B]#[D]
C
C -----
C
      DO 315 JA=1,6
      DO 316 IA=1,6
      C1(I,JA,IA)=0.000
      C2(I,JA,IA)=0.000
316      CONTINUE
      DO 315 IB=1,4
      BD1(I,IB,JA)=0.000
      BD2(I,IB,JA)=0.000
315      CONTINUE
      DO 317 K=1,6
      DO 317 M=1,4
      DO 317 N=1,4
      BD1(I,M,K)=BD1(I,M,K)+D(M,N)*A1(N,K)
      BD2(I,M,K)=BD2(I,M,K)+D(M,N)*A2(N,K)
317      CONTINUE
C      WRITE(6,1000)((BD1(I,IP,JP),JP=1,6),IP=1,4)
C      WRITE(6,1000)((BD2(I,IP,JP),JP=1,6),IP=1,4)
C
C -----
C      MATRICE DE RIGIDITE [B]T#[D]#[B]
C
C -----
C
      DO 318 K=1,6
      DO 318 M=1,6
      DO 318 N=1,4
      C1(I,M,K)=C1(I,M,K)+A1(N,M)*BD1(I,N,K)*ALAN1(I)
      C2(I,M,K)=C2(I,M,K)+A2(N,M)*BD2(I,N,K)*ALAN2(I)
318      CONTINUE
C      WRITE(6,1000)((C1(I,IP,JP),JP=1,6),IP=1,6)
C      WRITE(6,1000)((C2(I,IP,JP),JP=1,6),IP=1,6)
310      CONTINUE
C
C -----
C      ASSEMBLAGE DES MATRICES DE L'ELEMENT
C
C -----
      NN=NPOINT+2
      DO 320 I=1,NPOINT
      N1=NE(I,1)
      N2=NE(I,2)
      N3=NE(I,3)
      N4=NE(I,4)
      J1=NN
      IF(N1.NE.0) J1=NP(N1,2)
      IF(N2.NE.0) J1=NP(N2,4)
      J2=NN
      IF(N1.NE.0) J2=NP(N1,3)
      IF(N4.NE.0) J2=NP(N4,4)
      J3=NN
      IF(N1.NE.0) J3=NP(N1,4)
      IF(N1.EQ.0) N1=NEL
      J4=NN
      IF(N2.NE.0) J4=NP(N2,1)
      IF(N3.NE.0) J4=NP(N3,2)
      J5=NN
      IF(N2.NE.0) J5=NP(N2,2)
      IF(N2.EQ.0) N2=NEL

```

```

J6=NN
IF(N3.NE.0)      J6=NP(N3,1)
J7=NN
IF(N3.NE.0)      J7=NP(N3,3)
IF(N4.NE.0)      J7=NP(N4,1)
IF(N3.EQ.0)      N3=NEL
J8=NN
IF(N4.NE.0)      J8=NP(N4,3)
IF(N4.EQ.0)      N4=NEL
K=2*I-1
K1=K+1
C
FOR(K)=FOR(K)+PROP(K)
FOR(K1)=FOR(K1)+PROP(K1)
C
EK(K,K)=C1(N1,1,1)+C2(N1,1,1)+C1(N2,3,3)+C2(N3,3,3)+C1(N3,5,5)
1      +C2(N4,5,5)
EK(K,K1)=C1(N1,1,2)+C2(N1,1,2)+C1(N2,3,4)+C2(N3,3,4)+C1(N3,5,6)
1      +C2(N4,5,6)
EK(K,2*J1-1)=C2(N1,1,5)+C1(N2,3,5)
EK(K,2*J1)=C2(N1,1,6)+C1(N2,3,6)
EK(K,2*J2-1)=C1(N1,1,3)+C2(N4,5,3)
EK(K,2*J2)=C1(N1,1,4)+C2(N4,5,4)
EK(K,2*J3-1)=C1(N1,1,5)+C2(N1,1,3)
EK(K,2*J3)=C1(N1,1,6)+C2(N1,1,4)
EK(K,2*J4-1)=C1(N2,3,1)+C2(N3,3,5)
EK(K,2*J4)=C1(N2,3,2)+C2(N3,3,6)
EK(K,2*J6-1)=C1(N3,5,1)+C2(N3,3,1)
EK(K,2*J6)=C1(N3,5,2)+C2(N3,3,2)
EK(K,2*J7-1)=C1(N3,5,3)+C2(N4,5,1)
EK(K,2*J7)=C1(N3,5,4)+C2(N4,5,2)
C
C
EK(K1,K)=C1(N1,2,1)+C2(N1,2,1)+C1(N2,4,3)+C2(N3,4,3)+C1(N3,6,5)
1      +C2(N4,6,5)
EK(K1,K1)=C1(N1,2,2)+C2(N1,2,2)+C1(N2,4,4)+C2(N3,4,4)+C1(N3,6,6)
1      +C2(N4,6,6)
EK(K1,2*J1-1)=C2(N1,2,5)+C1(N2,4,5)
EK(K1,2*J1)=C2(N1,2,6)+C1(N2,4,6)
EK(K1,2*J2-1)=C1(N1,2,3)+C2(N4,6,3)
EK(K1,2*J2)=C1(N1,2,4)+C2(N4,6,4)
EK(K1,2*J3-1)=C1(N1,2,5)+C2(N1,2,3)
EK(K1,2*J3)=C1(N1,2,6)+C2(N1,2,4)
EK(K1,2*J4-1)=C1(N2,4,1)+C2(N3,4,5)
EK(K1,2*J4)=C1(N2,4,2)+C2(N3,4,6)
EK(K1,2*J6-1)=C1(N3,6,1)+C2(N3,4,1)
EK(K1,2*J6)=C1(N3,6,2)+C2(N3,4,2)
EK(K1,2*J7-1)=C1(N3,6,3)+C2(N4,6,1)
EK(K1,2*J7)=C1(N3,6,4)+C2(N4,6,2)
320      CONTINUE
C      WRITE(6,1001)((EK(IP,JP),JP=1,8),IP=1,8)
C 1001      FORMAT(8(4X,E10.3,2X))
C
RETURN
END
6
8

```

```

SUBROUTINE NONLIN (I,ENS,BNS,BSK,VKAPA,SUC)
C *****
C *
C *      SOUS-PROGRAMME *NONLIN* DU PROGRAMME TASINI
C *
C *      CALCUL DES CARACTERISTIQUES PHYSIQUES A CHAQUE PAS
C *
C *      ENS=MODULE D'ELASTICITE
C *
C *      BNS=COEFF DE POISSON
C *
C *      BSK=COEFF B DE PRESSION INTERSTITIELLE
C *
C *      VKAPA=PARAMETRE DE BISHOP
C *
C *      SUC= SUCCION MATRICIELLE
C *
C *****
C
C      PARAMETER(IE=35,IPO=55,JPO=110)
C
C      =====C
COMMON/LIST2/X(IPO),Y(IPO),NE(IPO,4),NP(IE,4),ASK(IE)
COMMON/LIST3/ED(IE),BNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
COMMON/LIST4/PH0(IE),PH1(IE),PH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
1      ,AKP2(IE),OCR(IE),SIGC(IE),DEMOD
COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
1      SIGTXY(IE),UA0(IE),UA1(IE),UM(IE),P(IE),P1(IE)
COMMON/LIST7/EXEY(IE),EPSV(IE),FU(IE),FORT(IE),ETA(IE),FI(IE)
1,CO(IE)
C
C      A LA RUPTUR COMPRESSIBILITE NE CHANGE PAS
C
C      IF(ETA(I).EQ.1.00) GOTO 1
C
C      =====
C      CALCUL DE OCR
C
C      =====
OCR(I)=20.00
SIGV=ABS(SIGY(I)-F(I))
IF(SIGV.NE.0.000) OCR(I)=ABS(SIGC(I)/SIGV)
IF(OCR(I).LE.1.00) OCR(I)=1.00
C
C      EDO=ED(I)
SIG3=SIGX(I)
IF(MTYP.EQ.1) SIG3=0.5*(SIGX(I)+BNU(I)*(SIGX(I)+SIGY(I)))
IF(SIG3.EQ.0.00) GOTO 1
SIG3=ABS(SIG3)
IF(OCR(I).GT.1.00) SIG3=SIGC(I)
E1=SIG3**BED(IE)
ED(I)=AED(IE)*E1
IF(DEMOD.EQ.1.00) ED(I)=2.0*AED(IE)*E1
IF(ED(I).LE.EDO) ED(I)=EDO
IF(ED(I).LE.EDO.AND.DEMOD.EQ.1.00) ED(I)=5.00*AED(IE)
1      CONTINUE
C
C      =====
C      CALCUL DE KAPA
C
C      =====
VKAPA=1.00
IF(SRO(I).GE.0.99) OR (SRO(I).LE.AKP1(I)) GOTO 2
AKA=(SRO(I)-AKP1(I))/(1.-AKP1(I))
VKAPA=AKA**AKP2(I)
IF(VKAPA.LE.0.00) VKAPA=0.001
2      CONTINUE
C
C      =====
C      CALCUL DE SUCCION
C
C      =====
SUC=0.00
IF(SRO(I).GE.0.999) GOTO 3
ASR=1./SRO(I)-1.00
ASK1=ASR**3PH1(I)
EE2=AN(I)/(1.-AN(I))
EE1=ANO(I)/(1.-ANO(I))
IF(EE2.EQ.0.00) EE2=EE1
DEE=ABS(EE1-EE2)
EE=(DEE/EE1)**PH2(I)

```

```

SRC=0.250
ASRO=1.0/SRC-1.00
ASRM=ASRO**PH1(I)
DPF=(ASRM-ASR1)/(ASRM-1.00)
DPF=DPF**EE
PHT=PH0(I)**ASR1+DPF
IF(PHT.GE.8.00) PHT=8.000
SUC=10.**PHT
SUC=SUC/1000.00
3 CONTINUE
C
C -----
C CALCUL DE ALFA
C -----
BSK=1.00
IF(SRO(I).GE.0.999) GOTO 4
DUA=ABS(UA0(I)-UA1(I))
DP=ABS(P1(I)-P(I))
ALFA=1.000
IF(DP.NE.0.000.AND.DUA.NE.0.000) ALFA=DUA/DP
IF(ALFA.GE.1.000) ALFA=1.000
IF(ALFA.LE.0.500) ALFA=0.850
ALFA=ABS(ALFA)
IF(UA1(I).EQ.0.000) UA1(I)=1.000
UA2=1.00
IF(UA1(I).NE.0.00.AND.UA0(I).NE.0.00) UA2=UA0(I)/(UA1(I)**2)
AMVV=(1.-0.98*SRO(I))*UA2*ALFA
BSK1=1.+(AN(I)*AMVV**ED(I))
BSK=1./BSK1
IF(BSK.GE.1.00) BSK=1.00
IF(BSK.LE.0.00) BSK=0.01
IF(SRO(I).GE.0.99) BSK=0.999
IF(SRO(I).LE.0.25) BSK=0.001
4 CONTINUE
C
C -----
C CALCUL NOUVELLES CARACTERISTIQUES
C -----
AL1=(1.+BNU(I))*(1.-2.*BNU(I))
AL=AL1/(1.-BNU(I))
C NON LINEAIRITE DE COURBE CONTRAITE-DEFORMATION
C PAR UNE LOI DONNEE
EE=ED(I)*AL
IF(ETA(I).EQ.1.00.AND.OCR(I).GT.1.00) EE=(1.00-FU(I))*ED(I)*AL
ALT=1.-ASK(I)*BSK*(1.-2.*BNU(I))
ENS=EE/ALT
CAR1=(1.-BSK)*(1.-2.*BNU(I))
CAR2=1.-ASK(I)*BSK*(1.-2.*BNU(I))
CAR=CAR1/CAR2
BNS=0.5*(1.-CAR)
RNS=ABS(BNS)
IF(BNS.GE.0.500) BNS=0.499
IF(SRO(I).GE.0.990) BNS=0.499
IF(SRO(I).EQ.0.00) ENS=EE
IF(BNS.GE.0.5) BNS=0.499
C WRITE(6,1000)I,ENS,BNS,BSK,UKAPA,SUC
C 1000 FORMAT(5X,I5,3X,5E10.3)
RETURN
END

```

```

      SUBROUTINE RESO
C *****
C $
C * SOUS-PROGRAMME #RESO# DU PROGRAMME TASINI
C *
C * RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS PAR LA
C *
C * METHODE DE KHALETSKY
C *
C *****
C
C
C      PARAMETER(IE=35,IP0=55,JPO=110)
C -----
C      COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHR,NTYP
C      COMMON/LIST6/FOR(JPO),ICLX(IP0),ICLY(IP0),DEPX(IP0),DEPY(IP0)
C      1      ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPO,JPO)
C
C
C      DIMENSION A(JPO,JPO),B(JPO,JPO),X(JPO),X1(JPO),C(JPO,JPO)
C
C      INITIALISATION
C      DO 50 I=1,JPO
C      DO 50 J=1,JPO
C      A(I,J)=0.000
C      B(I,J)=0.000
C      X(I)=0.0000
C      X1(I)=0.000
C      C(I,J)=0.000
C      50      CONTINUE
C
C      INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMITES
C
C      NEQ=2*NPOINT
C      DO 40 I=1,NEQ
C      DO 41 J=1,NEQ
C      A(I,J)=EK(I,J)
C      A(I,NEQ+1)=FOR(I)
C      NN=NEQ+2
C      41      CONTINUE
C      40      CONTINUE
C      WRITE(6,1000)(B(J),J=1,56)
C 1000      FORMAT(9(2X,E10.3,2X))
C      DO 16 I=1,NEQ
C      SOM=0.000
C      DO 15 J=1,NEQ+1
C      SOM=SOM+A(I,J)
C      15      CONTINUE
C      A(I,NN)=SOM
C      16      CONTINUE
C      CALCUL DES MATRICES B ET C
C      DO 1 I=1,NEQ
C      DO 1 J=1,NN
C      R(I,1)=A(I,1)
C      C(1,J)=A(1,J)/B(1,1)
C      1      CONTINUE
C      DO 8 I=2,NEQ
C      DO 2 J=2,NN
C      J1=J-1
C      SOM=0.00
C      DO 12 K=1,J1
C      SOM=SOM+B(I,K)*C(K,J)

```

```

12      CONTINUE
      B(I,J)=A(I,J)-SOM
      IF(J.GT.I) B(I,J)=0.00
      IN=(I+1)/2
      IM=2*I*N
      IF(ICLX(1).EQ.1) B(1,1)=1.00E+20
      IF(IM.EQ.I) GOTO 100
      IF(ICLX(IN).EQ.1) B(I,I)=1.00E+20
100     CONTINUE
      IF(IM.GT.I) GOTO 101
      IF(ICLY(IN).EQ.1) B(I,I)=1.00E+20
101     CONTINUE
      2      CONTINUE
      II=I+1
      DO 7 J=II,NM
      SOM1=0.000
      DO 13 K=1,J-1
      SOM1=SOM1+B(I,K)*C(K,J)
13      CONTINUE
      C(I,J)=(A(I,J)-SOM1)/B(I,I)
      C(I,I)=1.000
      IF(I.GT.J) C(I,J)=0.000
      7      CONTINUE
      8      CONTINUE
C      =====
C      BILINMIYENLER
C      =====
      X1(1)=A(1,NEQ+1)/B(1,1)
      DO 3 I=2,NEQ
      I1=I-1
      SOM=0.00
      DO 4 K=1,I1
      SOM=SOM+B(I,K)*X1(K)
4      CONTINUE
      X1(I)=(A(I,NEQ+1)-SOM)/B(I,I)
3      CONTINUE
      X(NEQ)=X1(NEQ)
      DO 5 I=1,NEQ-1
      I1=NEQ-I
      I2=I1+1
      SOM=0.00
      DO 6 K=I2,NEQ
      SOM=SOM+C(I1,K)*X(K)
6      CONTINUE
      X(I1)=X1(I1)-SOM
      IF(ICLX(1).EQ.1) X(1)=0.000
5      CONTINUE
      FFF=0.00
      DO 30 I=1,NPOINT
      K=2*I
      K1=K-1
      DEPY(I)=X(K)
      DEPX(I)=X(K1)
30     CONTINUE
C      WRITE(6,300)FFF
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE SIGMA
C
C *****
C *
C * SOUS-PROGRAMME *SIGMA* DU PROGRAMME TASINI *
C *
C * CALCUL DES CONTRAINTES TOTALES ET EFFECTIVES *
C *
C * PRESSIONS INTERSTITIELLES UA,UM *
C *
C *****
C
C
C PARAMETER(IE=35,IPD=55,JPD=110)
C
C *****
COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHA,NTYP
COMMON/LIST2/X(IPD),Y(IPD),NE(IPD,4),NP(IE,4),ASK(IE)
COMMON/LIST4/PH0(IE),PH1(IE),PH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
1 ,AKP2(IE),OCR(IE),SIGC(IE),DEMOD
COMMON/LIST3/ED(IE),RNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
1 SIGTXY(IE),UAO(IE),UA1(IE),UM(IE),P(IE),P1(IE)
COMMON/LIST6/FOR(JPD),ICLX(IPD),ICLY(IPD),DEPX(IPD),DEPY(IPD)
1 ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPD,JPD)
COMMON/LIST7/EXEY(IE),EPSV(IE),FU(IE),FORT(IE),ETA(IE),FI(IE),
IC0(IE)
C *****
C DIMENSION SK1(4),SK2(4),UA(IE)
C
C CALCUL DES CONTRAINTES TOTALES
C
DO 300 I=1,NELEM
I1=NP(I,1)
I2=NP(I,2)
I3=NP(I,3)
I4=NP(I,4)
DO 301 L=1,4
SK1(L)=0.00
SK2(L)=0.00
301 CONTINUE
DO 302 J=1,3
DO 302 K=1,4
J1=2*J-1
J2=2*J
IF(J.EQ.1) M=I1
IF(J.EQ.2) M=I3
IF(J.EQ.3) M=I4
SK1(K)=SK1(K)+BD1(I,K,J1)*DEPX(M)+BD1(I,K,J2)*DEPY(M)
302 CONTINUE
C
DO 303 J=1,3
DO 303 K=1,4
J1=2*J-1
J2=2*J
IF(J.EQ.1) M=I1
IF(J.EQ.2) M=I4
IF(J.EQ.3) M=I2
SK2(K)=SK2(K)+BD2(I,K,J1)*DEPX(M)+BD2(I,K,J2)*DEPY(M)
303 CONTINUE
SK1(1)=0.5*(SK1(1)+SK2(1))
SK1(2)=0.5*(SK1(2)+SK2(2))
SK1(3)=0.5*(SK1(3)+SK2(3))
SK1(4)=0.5*(SK1(4)+SK2(4))
C
C *****
C CALCUL UA UM SIGT
C *****
CALL NONLIN(I,ENS,BNS,BSK,UKAPA,SUC)
WRITE(6,1000) I,ENS,BNS,BSK,UKAPA
C 1000 FORMAT(5X,/,I10,5F10.3,/)
ANO(I)=AN(I)
DS2=ABS(SK1(1))+ABS(SK1(1))
DS2=0.5*DS2
DS1=ABS(SK1(2))
COMP=ENS/(1.-2.*BNS)
DSIG=SK1(1)+SK1(2)+SK1(3)
EPSV(I)=DSIG/COMP
DN=(1.-ANO(I))*EPSV(I)
DN=ABS(DN)
AN(I)=ANO(I)-DN
SRUA=SRO(I)
SRO(I)=SRO(I)*ANO(I)/AN(I)

```

```

C      =====
C      CALCUL SIG TOTALES
C      =====
C      SIGTX(I)=SIGTX(I)+SK1(1)
C      SIGTY(I)=SIGTY(I)+SK1(2)
C      SIGTXY(I)=SIGTXY(I)+SK1(3)
C      SIGXY(I)=SIGXY(I)+SK1(4)
C      CALCUL A EN FONCTION DE DEVIATEUR
C      ACI=FI(I)*3.1416/180.00
C      CC=COS(ACI)
C      SS=SIN(ACI)
C      SHM=0.50*(SIGTX(I)+SIGTY(I))
C      SHM=ABS(SHM)
C      RR=CO(I)*CC+SHM*SS
C      PRR=ABS(SIGTX(I)-SIGTY(I))
C      ACAL=ASK(I)
C      IF(RR.NE.0.00) ACAL=ASK(I)*PRR/RR
C      DP=BSK*(DS2+ACAL*(DS1-DS2))
C      IF(ETA(I).EQ.1.00) DP=0.000
C      P(I)=P1(I)
C      P1(I)=P(I)+DP
C      IF(SR0(I).LE.0.250) P1(I)=0.000
C      SIGX(I)=SIGTX(I)-P(I)
C      SIGY(I)=SIGTY(I)-P(I)
C      IF(SIGTX(I).LT.0.000) SIGX(I)=SIGTX(I)+P(I)
C      IF(SIGTY(I).LT.0.000) SIGY(I)=SIGTY(I)+P(I)
C      =====
C      VERIFICATION A LA RUPTURE
C      =====
C      SX=SIGX(I)
C      SY=SIGY(I)
C      SXY=SIGXY(I)
C      IF(NTYP.EQ.1) SXY=SIGTXY(I)
C      =====
C      SI LE SOL EST SURCONSOLIDE
C      =====
C      CALL NONLIN(I,ENS,3MS,BSK,VKAPA,SUC)
C      GER=SIGC(I)
C      OC=OCR(I)
C      =====
C      CALL RUPTUR(I,SX,SY,SXY,SUC,GER,OC)
C      =====
C      CALCUL DE UA
C      =====
C      UA0(I)=UA1(I)
C      IF(UA1(I).EQ.0.000) UA1(I)=1.00
C      SRH=(1.-0.98*SRUA)
C      SRHN=SRH-DN/ANO(I)
C      UA1(I)=(SRH*UA0(I))/SRHN
C      UAMAX=(SRH*UA0(I))/(0.02*SR0(I))
C      IF(UA1(I).GE.UAMAX) UA1(I)=0.00
C      IF(UA1(I).GE.UAMAX) SR0(I)=1.000
C      CALCUL DE UW
C      =====
C      UW(I)=(UA1(I)-1.00)-SUC
C      UWC=P(I)-(1.-VKAPA)*UA1(I)
C      UWC=UWC/VKAPA
C      UW(I)=0.5*(UW(I)+UWC)
C      IF(SR0(I).GE.0.999) UW(I)=P(I)
C      IF(SR0(I).LE.0.250) UW(I)=0.00
C      IF(SR0(I).LE.0.250) UA1(I)=1.00
C      IF(SR0(I).LE.0.250) P(I)=UA1(I)
300  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE RUPTUR(I,SX,SY,SXY,SUC,GER,OC)
C *****
C *
C * SOUS-PROGRAMME *RUPTUR* DU PROGRAMME TASINI *
C *
C * VERIFICATION DE L'ETAT DES CONTRAINTES A LA RUPTURE *
C *
C * SX=CONTRAINTTE EFFECTIVE X *
C *
C * SY=CONTRAINTTE EFFECTIVE Y *
C *
C * SXY= " " " " XY *
C *
C * SUC=SUCCION MATRICIELLE *
C *
C * GER=CONTRAINTTE DE PRECONSOLIDATION *
C *
C * OC=DEGRE DE SURCONSOLIDATION *
C *****
C
C PARAMETER(IE=35,IP0=55,JF0=110)
C
C COMMON/LIST7/EXEY(IE),EPSV(IE),FU(IE),FORT(IE),ETA(IE),FI(IE),
C 1CO(IE)
C
C LOI DE RUPTURE : LA LOI DE COULOMB
C
C FU(I)=0.00
C IF(ETA(I).EQ.1.000) GOTO 1
C SXY=ABS(SXY)
C A=(SX-SY)*(SX-SY)+4.*SXY*SXY
C A=ABS(A)
C A=SQRT(A)
C ARAD=(FI(I))*3.1416/180.00
C IF(OC.GT.1.00) ARAD=ATAN((CO(I)+GER*TAN(ARAD))/(GER+SUC))
C B=(SX+SY)*SIN(ARAD)
C B=ABS(B)
C COH=CO(I)
C IF(OC.GT.1.00) COH=SUC*(CO(I)+GER*TAN(ARAD))/(GER+SUC)
C C=2.*COH*COS(ARAD)
C F=A-B-C
C IF(SX.GE.0.00.AND.SY.GE.0.00) F=A+B-C
C ETA(I)=0.000
C IF(F.GE.0.00) ETA(I)=1.000
C
C CALCUL DSIG DUE A L'ANOLISSEMENT
C
C DSM=(COH-CO(I))/GER
C IF(OC.GT.1.00) FU(I)=DSM
C
C 1 CONTINUE
C RETURN
C END

```

A5 - Programme CONOSA

```

C *****
C *
C *          PROGRAMME      CONOSA
C *
C *
C *****
C *
C * PROGRAMME DE CALCUL DES DEFORMATIONS DIFFEREES DANS
C *
C * UN MILIEU POREUX NON SATURE PAR LA METHODE DES
C *
C *          ELEMENTS      FINIS
C *
C *   AUTEUR : EROL SEKER
C *
C *   VERSION :MAI 1982
C *
C *****
C *
C *   NELEM=NBR D'ELEMENTS
C *
C *   MPOINT=NBR DE NOEUDS
C *
C *   ITMAX=NBR D'INCREMENT DU TEMPS
C *
C *   ICHAR=PAS DE CALCUL DANS CHAQUE DT CONSTANT
C *
C *   NTYP=TYPE DE PROBLEME
C *
C *       =1 DEFORMATION PLANE
C *
C *       =2 SYMETRIE DE REVOLUTION
C *
C *   DT=INCREMENT DE TEMPS
C *
C *   ICLX,Y=CONDITION AUX LIMITES MECANIQUES
C *
C *       =1 LIE
C *
C *       =0 LIBRE
C *
C *   ICH=CONDITION AUX LIMITES HYDRAULIQUES
C *
C *       =1 PCAL=0.000
C *
C *       =2 SYMETRIQUE [VX=0.00,VY=0.00]
C *
C *       =3 PCAL=P INITIALE
C *
C *   MODULE OEDOMETRIQUE: ED=AED[SIG]**BED
C *
C *   BNU=COEFFICIENT DE POISSON
C *
C *   AN=POROSITE
C *
C *   ASK=COEFFICIENT DE SKENTON A
C *
C *   BSK=      "      "      B
C *
C *   EXEY=EX/EY ANISOTROPIE
C *
C *   FI=ANGLE DE FROTTEMENT INTERNE
C *
C *
C *   CO=COHESION
C *
C *   SR=DEGRE DE SATURATION DU MILIEU POREUX
C *
C *   SROC= "      "      D'OCCCLUSION
C *
C *   SUCCION:PH=PH0[ J**PH1 + [ J**PH2
C *
C *   PARAMETRE DE BISHOP: [ AKP1 J**AKP2
C *
C *   PERMEABILITE SATUREE
C *
C *
C *           AKX=DANS X-X
C *
C *
C *           AKY=KX/KY
C *
C *
C *           RELATIVE:
C *           [ J**AKRW A L'EAU
C *

```



```

C =====
C
C MEMORISATION DES ELEMENTS VOISINS
C
C =====

```

```

      DO 4 I=1,IPPOINT
      N1=0
      N2=0
      N3=0
      N4=0
      DO 7 J=1,NELEM
      I1=NP(J,1)
      I2=NP(J,2)
      I3=NP(J,3)
      I4=NP(J,4)
      IF(I.EQ.I1) N1=J
      IF(I.EQ.I3) N2=J
      IF(I.EQ.I4) N3=J
      IF(I.EQ.I2) N4=J
      NE(I,1)=N1
      NE(I,2)=N2
      NE(I,3)=N3
      NE(I,4)=N4
7     CONTINUE
4     CONTINUE

```

```

C INTRODUCTION DES PRESSIONS
C

```

```

      DO 3 I=1,NPOINT
      READ(IP,210)N,ICH(N),P1(N),UA1(N),UU(N)
      WRITE(IU,211)N,ICH(N),P1(N),UA1(N),UU(N)
      P(I)=P1(I)
      UAO(I)=UA1(I)
210  FORMAT(2I5,3F10.4)
211  FORMAT(5X,2I5,3F10.4)
3     CONTINUE

```

```

C =====
C
C CALCUL PAR PAS A PAS
C
C =====

```

```

      DTO=DT
      ITF=0
      TEMP=0.000
      DO 100 IT=1,ITMAX
      UT=FLOAT(IT)*10.*DTO
      IDEFA=0
1001  CONTINUE
      IFOIS=0
1000  CONTINUE

```

```

C =====
C
C CALL MATRIH
C
C CALL MATRIX
C CALL PERCON
C
C CALL RESD
C CALL SIGMAM
C
C =====
C
      IFOIS=IFOIS+1
      ITF=ITF+1
      TEMP=TEMP+DT
      IF(IFOIS.LT.1) GOTO 1000
      IDEFA=IDEFA+1

```

```

C

```

```

C -----
C
C      IMPRESSION DES RESULTATS
C -----
C
C      WRITE(IW,204)ITF,TEMP
C
204  FORMAT(5X,/,/, '      ITER NO :=',15,5X, ' TEMPS(SEC) = ',E10.3)
      WRITE(IW,205)
205  FORMAT(5X,/,/, '      NO      X-DEP      Y-DEP
1      P      UA      UM',/)
      DO 50 I=1,NPOINT
      DEPTX(I)=DEPTX(I)+DEPX(I)
      DEPTY(I)=DEPTY(I)+DEPY(I)
      WRITE(IW,206)I,DEPTX(I),DEPTY(I),P(I),UA1(I),UM(I)
206  FORMAT(5X,15,5X,E10.4,5X,E10.4,3(5X,F10.3))
      50  CONTINUE
      WRITE(IW,207)
207  FORMAT(/,5X, '      NO-EL      SIGX      SIGY      SIGXY '
1'SIGTX      SIGTX      SIGTY      P      SR      E '
2'      ETA',/)
      DO 51 I=1,NELEM
      EN=AN(I)/(1.-AN(I))
      I1=NP(I,1)
      I2=NP(I,2)
      I3=NP(I,3)
      I4=NP(I,4)
      PH=0.250*(P(I1)+P(I2)+P(I3)+P(I4))
      WRITE(IW,208)I,SIGX(I),SIGY(I),SIGXY(I),SIGTX(I),
1  SIGTY(I),SIGTY(I),PH,SR1(I),EN,ETA(I)
208  FORMAT(5X,110,10F10.3)
C
C -----
C      CHARGEMENT LINEAIRE DONC A NON = 0.000
C -----
C
      TEMO=2220.00
      DIP=0.000
C      IF(TEMP.LE.TEMO)  DIP=0.036
      P1(I1)=P(I1)+DIP
      P1(I2)=P(I2)+DIP
      P1(I3)=P(I3)+DIP
      P1(I4)=P(I4)+DIP
      51  CONTINUE
      IF(IDEFA.LT.ICHAR)  GOTO 1001
      100  CONTINUE
C      DESSINER DEFORMATIONS
      DO 500 I=1,NPOINT
      WRITE(IW,105)I,X(I),Y(I),DEPTX(I),DEPTY(I)
105  FORMAT(I10,4F10.5)
      500  CONTINUE
      DO 501 I=1,NELEM
      WRITE(IW,101)I,NP(I,1),NP(I,2),NP(I,3),NP(I,4)
      501  CONTINUE
      STOP
      END

```



```

C(I,5)=AMU-A*AM
310 CONTINUE
C ASSEMBLAGE DES MATRICES DE L'ELEMENT
C
NN=NPOINT+2
DO 325 I=1,NPOINT
N1=NE(I,1)
N2=NE(I,2)
N3=NE(I,3)
N4=NE(I,4)
J1=NN
IF(N1.NE.0) J1=NP(N1,2)
IF(N2.NE.0) J1=NP(N2,4)
J2=NN
IF(N1.NE.0) J2=NP(N1,3)
IF(N4.NE.0) J2=NP(N4,4)
J3=NN
IF(N1.NE.0) J3=NP(N1,4)
IF(N1.EQ.0) N1=NEL
J4=NN
IF(N2.NE.0) J4=NP(N2,1)
IF(N3.NE.0) J4=NP(N3,2)
J5=NN
IF(N2.NE.0) J5=NP(N2,2)
IF(N2.EQ.0) N2=NEL
J6=NN
IF(N3.NE.0) J6=NP(N3,1)
J7=NN
IF(N3.NE.0) J7=NP(N3,3)
IF(N4.NE.0) J7=NP(N4,1)
IF(N3.EQ.0) N3=NEL
JB=NN
IF(N4.NE.0) JB=NP(N4,3)
IF(N4.EQ.0) N4=NEL
C
C =====
C CALCUL DES COEFF DES CVX,CVY
C =====
IF(ICH(I).EQ.2.AND.N1.EQ.NEL) N1=N2
IF(ICH(I).EQ.2.AND.N2.EQ.NEL) N2=N1
IF(ICH(I).EQ.2.AND.N3.EQ.NEL) N3=N4
IF(ICH(I).EQ.2.AND.N3.EQ.NEL) N3=N1
IF(ICH(I).EQ.2.AND.N4.EQ.NEL) N4=N3
IF(ICH(I).EQ.2.AND.J7.EQ.NN) J7=J1
C
C =====
C CALCUL DE LA MATRICE H
C DO 321 J=1,5
C DO 321 L=1,5
C H(J,L)=0.000
321 CONTINUE
C CALCUL A1,A2 B1,B2
A1=0.50*(C(N2,1)+C(N3,1))
A2=0.50*(C(N1,1)+C(N4,1))
IF(A1.EQ.0.00) A1=A2
IF(A2.EQ.0.00) A2=A1
B1=0.50*(C(N1,2)+C(N2,2))
B2=0.50*(C(N3,2)+C(N4,2))
IF(B1.EQ.0.00) B1=B2
IF(B2.EQ.0.00) B2=B1
AA=A1+A2
BB=B1+B2
BETA=0.250*(C(N1,5)+C(N2,5)+C(N3,5)+C(N4,5))
BETA=BETA/DT
AKH1=1.00E+20
BET=1./BETA
IF(ICH(I).EQ.0) AKH1=2.*A1/(C(N2,3)+C(N3,3))+2.*A2/(C(N1,3)+C(N4,3))
AKH=AA/AKH1
AKV1=1.00E+20
IF(ICH(I).NE.1) AKV1=2.*B1/(C(N1,4)+C(N2,4))+2.*B2/(C(N3,4)+C(N4,4))
AKV=BB/AKV1
C
C =====
C CALCUL DE LA MATRICE [H]
C =====
H(3,1)=-2./(A2*AA)
H(3,2)=2./(A1*AA)
H(3,3)=2./(A2*AA)
H(5,1)=-2./(B1*BB)
H(5,4)=2./(B1*BB)
H(5,5)=2./(B2*BB)
ALFA3=H(3,1)*F1(I)+H(3,2)*F1(J4)+H(3,3)*F1(J2)
IF(NTYF.EQ.2) ALFA3=2.*ALFA3
ALFA5=H(5,1)*F1(I)+H(5,4)*F1(J1)+H(5,5)*F1(J7)

```

```
C *****
C CALCUL DES MATRICES E C
C CCJ=C1 0 0 0 01
C CALL RESOH
C INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMTES
C *****
PCAL=P1(I)+BET*(AKH*ALFA3+AKU*ALFA5)
IF(ICH(I).EQ.1) PCAL=0.000
IF(ICH(I).EQ.3) PCAL=P1(I)
C 100 WRITE(6,100)BETA,ALFA3,ALFA5,AKH,AKU,PCAL
C      FORMAT(5X,8E10.3)
      S(I)=PCAL
      325 CONTINUE
      RETURN
      END
*
```

```

      SUBROUTINE PERCOH(I,DP)
C *****
C *
C *      SOUS-PROGRAMME *PERCOH* DU PROGRAMME CONOSA      *
C *
C *      CALCUL DES FORCES DE PERCOLATION                *
C *
C *****
C
C      PARAMETER(IE=10,IPO=22,JPO=44)
C
C      COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICAR,NTYP
C      COMMON/LIST2/X(IPO),Y(IPO),NE(IPO,4),NP(IE,4),ASK(IE)
C      COMMON/LIST6/FOR(JPO),ICLX(IPO),ICLY(IPO),DEPX(IPO),DEPY(IPO)
1  ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPO,JPO)
C
C      =====
C
C      CALCUL DES FORCES DE PERCOLATION AUX NOEUDS
C      I1=NP(I,1)
C      I2=NP(I,2)
C      I3=NP(I,3)
C      I4=NP(I,4)
C      CAR=0.500
C
C      AA1=ABS(X(I1)-X(I3))
C      AA2=ABS(X(I2)-X(I4))
C      AA=0.500*(AA1+AA2)
C      BB1=ABS(Y(I1)-Y(I2))
C      BB2=ABS(Y(I3)-Y(I4))
C      BB=0.500*(BB1+BB2)
C      TE1=1.000
C      TE2=1.000
C      RM=0.250*(X(I1)+X(I2)+X(I3)+X(I4))
C      IF(NTYP.EQ.2) TE2=RM+0.250*AA
C      DFX=CAR*BB*DP
C      DFY=CAR*AA*DP
C      DFX1=DFX*TE1
C      DFY2=DFY*TE1
C      DFX3=DFX*TE1
C      DFY4=DFY*TE1
C      DFX5=DFX*TE2
C      DFY6=DFY*TE2
C      DFX7=DFX*TE2
C      DFY8=DFY*TE2
C      FOR(2*I1-1)=FOR(2*I1-1)+DFX1
C      FOR(2*I1)=FOR(2*I1)+DFY2
C      FOR(2*I2-1)=FOR(2*I2-1)+DFX3
C      FOR(2*I2)=FOR(2*I2)-DFY4
C      FOR(2*I3-1)=FOR(2*I3-1)-DFX5
C      FOR(2*I3)=FOR(2*I3)+DFY6
C      FOR(2*I4-1)=FOR(2*I4-1)-DFX7
C      FOR(2*I4)=FOR(2*I4)-DFY8
C      RETURN
C      END

```

SUBROUTINE MATRIX

```

C
C *****
C *
C * SOUS-PROGRAMME #MATRIX# DU PROGRAMME CONOSA *
C *
C * ETABLISSEMENT DES MATRICES DES ELEMENTS *
C *
C *****
C
  PARAMETER(IE=10,IPD=22,JPD=44)
  COMMON/LIST1/NELEM,NPOINT,ITMAX,ICHR,NTYP
  COMMON/LIST2/X(IPD),Y(IPD),NE(IPD,4),NP(IE,4),ASK(IE)
  COMMON/LIST4/PH0(IE),PH1(IE),PH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
1  ,AKP2(IE)
  COMMON/LIST3/ED(IE),BNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
  COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
1  SIGTXY(IE),UA0(IPD),UA1(IPD),UW(IPD),F(IPD),F1(IPD)
  COMMON/LIST6/FOR(JPD),ICLX(IPD),ICLY(IPD),DEPX(IPD),DEPY(IPD)
1  ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPD,JPD)
  COMMON/LIST7/ICH(IPD),AKX(IE),AKY(IE),EH(IPD,IPD),DT,FU(JPD),SROC(IE),
1  AKRW(IE),AKRA(IE),AKXN(IE),EXEY(IE),SR1(IE),FI(IE),CO(IE),ETA(IE)
C
  DIMENSION A(4,6),A1(4,6),A2(4,6),C1(IE,6,6),C2(IE,6,6),XE(3,2)
1  ,D(4,4),ALAN1(IE),ALAN2(IE),AKAT1(6),AKAT2(6),EPS(4),DEP(4)
C
C =====
C MATRICE DE L'ELEMENT
C =====
C
  NEL=NELEM+1
  DO 301 I=1,NEL
  DO 301 J=1,6
  DO 301 K=1,6
  C1(I,J,K)=0.000
  C2(I,J,K)=0.000
301 CONTINUE
  NN=2*NPOINT+1
  DO 302 I=1,NN
  DO 302 J=1,NN
  F(I,J)=0.000
  FOR(I)=0.000
302 CONTINUE
C
C DEFORMATION PLANE OU AXISYMETRIE
C
  DO 310 I=1,NELEM
  I1=NP(I,1)
  I2=NP(I,2)
  I3=NP(I,3)
  I4=NP(I,4)
C
  FM1=0.25*(F1(I1)+F1(I2)+F1(I3)+F1(I4))
  FM2=0.25*(P(I1)+P(I2)+P(I3)+P(I4))
  DF=(FM1-FM2)
C
  CALCUL DE LA MATRICE D
C
  CALL NONLIH(I,ENS,BNS,BSK,DARW,DARA,UKAPA,SUC)
C
  WRITE(6,1000)ENS,BNS,DARW,BSK,UKAPA,SUC
C
  E=ENS
  C=E/(1.+BNS)
  B=(C*BNS)/(1.-2.*BNS)
  AA=C+B
  COME=E/(3.*(1.-2.*BNS))
  D(1,1)=AA
  D(1,2)=B
  D(1,3)=0.00
  D(2,1)=B
  D(2,2)=AA
  D(2,3)=0.00
  D(3,1)=0.00
  D(3,2)=0.00
  D(3,3)=C/2.
  D(1,4)=0.00
  D(2,4)=0.00
  D(3,4)=0.00
  D(4,1)=0.00
  D(4,2)=0.00
  D(4,3)=0.00
  D(4,4)=0.00
  IF(NTYP.EQ.1) GO TO 10
  SYMETRIE AXIALE

```

```

=====
ANISOTROPE MATERIAUX
=====
E12=EXEY(I)
IF(E12.EQ.0.00) E12=1.000
BNS2=(BNS**2)*E12
D(1,1)=(1.-BNS-2.*BNS2)
AA=DEY*(1.-BNS2/E12)
B=DEY*(BNS*E12+BNS2)
AA1=DEY*E12*(1.-BNS2)
B11=DEY*E12*BNS*(1.+E12*BNS)
CC=DEY*(1.-BNS-2.*BNS2)
D(1,1)=AA
D(1,2)=B
D(1,3)=B
D(1,4)=0.00
D(2,1)=B
D(2,2)=AA1
D(2,3)=B11
D(2,4)=0.00
D(3,1)=B
D(3,2)=B11
D(3,3)=AA1
D(3,4)=0.00
D(4,1)=0.00
D(4,2)=0.00
D(4,3)=0.00
D(4,4)=CC/2.
CONTINUE
10 WRITE(6,1000)((D(IP,JP),JP=1,4),IP=1,4)
1000 FORMAT(6(5X,E10.3,2X))

INCOMPRESSIBLE MATERIAU C-A-D BNU=0.5 GR=100% ET T=0.00
=====
MATRICE DE RIGIDITE

DO 311 IL=1,2
XE(1,1)=X(I1)
XF(2,1)=X(I3)
XE(3,1)=X(I4)
IF(IL.EQ.2) XE(2,1)=X(I4)
IF(IL.EQ.2) XE(3,1)=X(I2)
XE(1,2)=Y(I1)
XE(2,2)=Y(I3)
XE(3,2)=Y(I4)
IF(IL.EQ.2) XE(2,2)=Y(I4)
IF(IL.EQ.2) XE(3,2)=Y(I2)
RZ1=(XE(2,1)*XE(3,2)-(XE(3,1)*XE(2,2))
RZ2=(XE(3,1)*XE(1,2)-(XE(1,1)*XE(3,2))
RZ3=(XE(1,1)*XE(2,2)-(XE(2,1)*XE(1,2))
ORX=(XE(1,1)+XE(2,1)+XE(3,1))/3.000
ORY=(XE(1,2)+XE(2,2)+XE(3,2))/3.000
ORX2=ORX
IF(IL.EQ.1) ORX1=ORX
DO 312 IN=1,3
XE(IN,1)=XE(IN,1)-ORX
XE(IN,2)=XE(IN,2)-ORY
CONTINUE
312 SUR=(XE(2,1)*XE(3,2)-XE(3,1)*XE(2,2))*1.500
1100 IF(SUR.LE.0.000) WRITE(6,1100)I
FORMAT(5X,/,,' SURFACE NUL NO:',I5,/)
ALAN2(I)=SUR
IF(IL.EQ.1) ALAN1(I)=SUR
IF(NTYP.EQ.2) ALAN1(I)=1.00*ORX1*ALAN1(I)
IF(NTYP.EQ.2) ALAN2(I)=1.00*ORX2*ALAN2(I)
DO 313 IN=1,4
DO 313 JN=1,6
A(IN,JN)=0.000
CONTINUE
313 A(1,1)=(XE(2,2)-XE(3,2))/(SUR*2.00)
A(1,3)=(XE(3,2)-XE(1,2))/(SUR*2.00)
A(1,5)=(XE(1,2)-XE(2,2))/(SUR*2.00)
A(2,2)=(XE(3,1)-XE(2,1))/(SUR*2.00)
A(2,4)=(XE(1,1)-XE(3,1))/(SUR*2.00)
A(2,6)=(XE(2,1)-XE(1,1))/(SUR*2.00)
A(3,1)=A(2,2)
A(3,3)=A(2,4)
A(3,5)=A(2,6)
A(4,2)=A(1,1)
A(4,4)=A(1,3)
A(4,6)=A(1,5)

IF(NTYP.EQ.1) GOTO 11
A(3,1)=RZ1/(ORX*2.*SUR)+A(1,1)+A(2,2)*(ORY/ORX)
A(3,2)=0.00
A(3,3)=RZ2/(ORX*2.*SUR)+A(1,3)+A(2,4)*(ORY/ORX)
A(3,4)=0.00
A(3,5)=RZ3/(ORX*2.*SUR)+A(1,5)+A(2,6)*(ORY/ORX)

```

```

A(3,6)=0.00
A(4,1)=A(2,2)
A(4,2)=A(1,1)
A(4,3)=A(2,4)
A(4,4)=A(1,3)
A(4,5)=A(2,6)
A(4,6)=A(1,5)
C 11 WRITE(6,1000)((A(IP,JF),JF=1,6),IP=1,4)
CONTINUE
DO 314 IA=1,4
DO 314 IB=1,6
A2(IA,IB)=A(IA,IB)
IF(IL.EQ.1) A1(IA,IB)=A(IA,IB)
314 CONTINUE
311 CONTINUE
C CALCUL DE [B]*[D]
DO 315 JA=1,6
DO 316 IA=1,6
C1(I,JA,IA)=0.000
C2(I,JA,IA)=0.000
316 CONTINUE
DO 315 IB=1,4
BD1(I,IB,JA)=0.000
BD2(I,IB,JA)=0.000
315 CONTINUE
DO 317 K=1,6
DO 317 M=1,4
DO 317 N=1,4
BD1(I,M,K)=BD1(I,M,K)+D(M,N)*A1(N,K)
BD2(I,M,K)=BD2(I,M,K)+D(M,N)*A2(N,K)
317 CONTINUE
C WRITE(6,1000)((BD1(I,IP,JF),JF=1,6),IP=1,4)
C WRITE(6,1000)((BD2(I,IP,JF),JF=1,6),IP=1,4)
C
C MATRICE DE RIGIDITE [B]*[D]*[B]
C
DO 318 K=1,6
DO 318 M=1,6
DO 318 N=1,4
C1(I,M,K)=C1(I,M,K)+A1(N,M)*BD1(I,N,K)*ALAN1(I)
C2(I,M,K)=C2(I,M,K)+A2(N,M)*BD2(I,N,K)*ALAN2(I)
318 CONTINUE
C WRITE(6,1000)((C1(I,IP,JF),JF=1,6),IP=1,6)
C WRITE(6,1000)((C2(I,IP,JF),JF=1,6),IP=1,6)
C =====
C
CALL PERCOH(I,DP)
C
310 CONTINUE
C ASSEMBLAGE DES MATRICES DE L'ELEMENT
C
NN=NPOINT+2
DO 320 I=1,NPOINT
N1=NE(I,1)
N2=NE(I,2)
N3=NE(I,3)
N4=NE(I,4)
J1=NN
IF(N1.NE.0) J1=NP(N1,2)
IF(N2.NE.0) J1=NP(N2,4)
J2=NN
IF(N1.NE.0) J2=NP(N1,3)
IF(N4.NE.0) J2=NP(N4,4)
J3=NN
IF(N1.NE.0) J3=NP(N1,4)
IF(N1.EQ.0) N1=NEL
J4=NN
IF(N2.NE.0) J4=NP(N2,1)
IF(N3.NE.0) J4=NP(N3,2)
J5=NN
IF(N2.NE.0) J5=NP(N2,2)
IF(N2.EQ.0) N2=NEL
J6=NN
IF(N3.NE.0) J6=NP(N3,1)
J7=NN
IF(N3.NE.0) J7=NP(N3,3)
IF(N4.NE.0) J7=NP(N4,1)
IF(N3.EQ.0) N3=NEL
J8=NN
IF(N4.NE.0) J8=NP(N4,3)
IF(N4.EQ.0) N4=NEL
K=2*I-1
K1=K+1
C
EK(K,K)=C1(N1,1,1)+C2(N1,1,1)+C1(N2,3,3)+C2(N3,3,3)+C1(N3,5,5)
+ C2(N4,5,5)
EK(K,K1)=C1(N1,1,2)+C2(N1,1,2)+C1(N2,3,4)+C2(N3,3,4)+C1(N3,5,6)

```



```

SUBROUTINE NONLIH (I,ENS,BNS,BSK,DARW,DARA,VKAPA,SUC)
C *****
C *
C * SOUS-PROGRAMME *NONLIH* DU PROGRAMME CONOSA *
C *
C * CACUL DES CARACTERISTIQUES NON LINEAIRES A CHAQUE PAS *
C *
C *     ENS=MODULE D'ELASTICITE *
C *
C *     BNS=COEFFICIENT DE POISSON *
C *
C *     BSK=COEF DE B DE PRESSION INTERSTITIELL *
C *
C *     DARW=PERMEABILITE A L'EAU *
C *
C *     DARA=      ''      AL'AIR *
C *
C *     VKAPA=PARAMETRE DE BISHOP *
C *
C *     SUC=SUCCION MATRICIELLE *
C *****
C
C     PARAMETER(IE=10,IPO=22,JPO=44)
C
C     =====
COMMON/LIST2/X(IPO),Y(IPO),NE(IPO,4),NP(IE,4),ASK(IE)
COMMON/LIST3/ED(IE),BNU(IE),ANO(IE),AN(IE),AED(IE),BED(IE)
COMMON/LIST4/PHO(IE),PH1(IE),PH2(IE),SRO(IE),AKP1(IE)
1 ,AKP2(IE)
COMMON/LIST5/SIGX(IE),SIGY(IE),SIGXY(IE),SIGTX(IE),SIGTY(IE),
1 SIGTXY(IE),UA0(IPO),UA1(IPO),UW(IPO),P(IPO),P1(IPO)
COMMON/LIST7/ICH(IPO),AKX(IE),AKY(IE),EH(IPO,IPO),DT,FU(JPO),SROC(IE),
1 AKRW(IE),AKRA(IE),AKXN(IE),EXEY(IE),SR1(IE),FI(IE),CO(IE),ETA(IE)
C
C     CALCUL DU MODULE D'ELASTICITE
C
C     EDO=ED(I)
C     SIGCO=CONTRAINTTE DE PRECONSOLIDATION ED/AED**1/BED
C     SIGCO=ED(I)/AED(I)
C     SIGCO=SIGCO**(1./BED(I))
C     SIG3=SIGX(I)
C     IF(NTYP.EQ.1) SIG3=0.5*(SIGX(I)+BNU(I)*(SIGX(I)+8IGY(I)))
C     IF(SIG3.EQ.0.00) GOTO 1
C     SIG3=ABS(SIG3)
C     IF(SIG3.LE.SIGCO) GOTO 1
C     E1=SIG3**BED(I)
C     ED(I)=AED(I)*E1
C     IF(ED(I).LE.EDO) ED(I)=EDO
1 CONTINUE
C     ALT=(1.+BNU(I))*(1.-2.*BNU(I))
C     UST=1.-BNU(I)
C     ENS=ED(I)*ALT/UST
C     BNS=BNU(I)
C     CALCUL DE KAPA
C     =====
C     VKAPA=1.00
C     IF(SR1(I).GE.0.9999) GOTO 2
C     AKA=(SR1(I)-AKP1(I))/(1.-AKP1(I))
C     VKAPA=AKA**AKP2(I)
2 CONTINUE
C     =====
C     SUC=0.00
C     IF(SR1(I).GE.0.999) GOTO 3
C     ASR=1./SR1(I)-1.00
C     ASR1=ASR**PH1(I)
C     EE1=ANO(I)/(1.-ANO(I))
C     EE2=AN(I)/(1.-AN(I))
C     IF(EE2.EQ.0.00) EE2=EE1
C     DEE=ABS(EE2-EE1)
C     EE=(DEE/EE1)**PH2(I)
C     SRC=0.25
C     ASRO=1./SRC-1.00
C     ASRM=ASRO**PH1(I)
C     DPF=(ASRM-ASR1)/(ASRM-1.00)
C     DPF=DPF**EE
C     FHT=PHO(I)*ASR1+DPF
C     SUC=10.**PHT
C     SUC=SUC/1000.00
3 CONTINUE

```

```

C      CALCUL DE ALFA
C      =====
      BSK=1.00
      IF(SR1(I).GE.0.999) GOTO 4
      DUA=ABS(UAO(I)-UA1(I))
      DF=ABS(P1(I)-P(I))
      ALFA=1.000
      IF(DP.NE.0.000.AND.DUA.NE.0.000) ALFA=DUA/DF
      IF(ALFA.GE.1.000) ALFA=1.000
      ALFA=ABS(ALFA)
      IF(UA1(I).EQ.0.000) UA1(I)=1.000
      UA2=1.00
      IF(UA1(I).NE.0.00) UA2=UA0(I)/(UA1(I)**2)
      AMVV=(1.-0.98*SR1(I))*UA2*ALFA
      BSK1=1.+(AN(I)*AMVV*ED(I))
      BSK=1./BSK1
      IF(BSK.GE.1.00) BSK=1.00
      IF(BSK.LE.0.00) BSK=0.01
      IF(SR1(I).GE.0.99) BSK=0.999
4     CONTINUE

C      =====
C      CALCUL DE COEF DE DARCY NON SATURE
C      =====
      SRC=0.25
      AW=(SR1(I)-SRC)/(1.-SRC)
      AW=ABS(AW)
      AWA=(SR1(I)-SRC)/(SRDC(I)-SRC)
      AWA=ABS(AWA)
      ARW=AW**AKRW(I)
      AA=AWA**AKRA(I)
      ARA=0.850*((1.00-AA)**3.00)
      EO=ANO(I)/(1.-ANO(I))
      E1=AN(I)/(1.-AN(I))
      IF(EO.EQ.0.00) EO=E1
      DAR=(E1/EO)**AKXN(I)
      DAF=1.000
C     POUR CALCULER LINEAIREMENT
      AKX(I)=AKX(I)*DAR
      DARW=AKX(I)*ARW
      DARA=AKX(I)*ARA/14.956
C     VW/UA=14.956 POUR T=20C0
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE RESO
C *****
C * SOUS-PROGRAMME *RESO* DU PROGRAMME CONOSA *
C * RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS PAR LA *
C * METHODE DE KHALETSKY *
C *****
C
C
C      PARAMETER(IE=10,IPO=22,JPO=44)
C
C      -----
COMMON/LIST1/NELEN,NPOINT,ITMAX,ICHAR,NTYP
COMMON/LIST6/FOR(JPO),ICLX(IPO),ICLY(IPO),DEPX(IPO),DEPY(IPO)
1  ,BD1(IE,4,6),BD2(IE,4,6),EK(JPO,JPO)
C
C
C      DIMENSION A(JPO,JPO),B(JPO,JPO),X(JPO),X1(JPO),C(JPO,JPO)
C
C      INITIALISATION
      DO 50 I=1,JPO
      DO 50 J=1,JPO
      A(I,J)=0.000
      B(I,J)=0.000
      X(I)=0.0000
      X1(I)=0.000
      C(I,J)=0.000
50  CONTINUE
C
C      INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMITES
C
      NEQ=2*NPOINT
      DO 40 I=1,NEQ
      DO 41 J=1,NEQ
      A(I,J)=EK(I,J)
      A(I,NEQ+1)=FOR(I)
      MN=NEQ+2
41  CONTINUE
40  CONTINUE
C      WRITE(6,1000)(B(J),J=1,56)
C 1000  FORMAT(9(2X,E10.3,2X))
      DO 16 I=1,NEQ
      SOM=0.000
      DO 15 J=1,NEQ+1
      SOM=SOM+A(I,J)
15  CONTINUE
      A(I,MN)=SOM
16  CONTINUE
C      CALCUL DES MATRICES B ET C
      DO 1 I=1,NEQ
      DO 1 J=1,MN
      B(I,1)=A(I,1)
      C(1,J)=A(1,J)/B(1,1)
1  CONTINUE
      DO 8 I=2,NEQ
      DO 2 J=2,MN
      J1=J-1
      SOM=0.00
      DO 12 K=1,J1
      SOM=SOM+B(I,K)*C(K,J)
12  CONTINUE
      B(I,J)=A(I,J)-SOM
      IF(J.GT.I) B(I,J)=0.00
      IN=(I+1)/2
      IH=2*IN
      IF(ICLX(1).EQ.1) B(1,1)=1.00E+20
      IF(IM.EQ.1) GOTO 100
      IF(ICLX(IN).EQ.1) B(I,I)=1.00E+20
100  CONTINUE
      IF(IM.GT.I) GOTO 101
      IF(ICLY(IN).EQ.1) B(I,I)=1.00E+20
101  CONTINUE
      II=I+1
      DO 7 J=II,MN
      SOM1=0.000
      DO 13 K=1,J-1

```

```

      SOM1=SOM1+B(I,K)*C(K,J)
13  CONTINUE
      C(I,J)=(A(I,J)-SOM1)/B(I,I)
      C(I,I)=1.000
      IF(I.GT.J) C(I,J)=0.000
      7  CONTINUE
      8  CONTINUE
C     =====
C     BILINMIYENLER
C     =====
      X1(1)=A(1,NEQ+1)/B(1,1)
      DO 3 I=2,NEQ
        I1=I-1
        SOM=0.00
        DO 4 K=1,I1
          SOM=SOM+B(I,K)*X1(K)
        4  CONTINUE
        X1(I)=(A(I,NEQ+1)-SOM)/B(I,I)
      3  CONTINUE
        X(NEQ)=X1(NEQ)
        DO 5 I=1,NEQ-1
          I1=NEQ-I
          I2=I1+1
          SOM=0.00
          DO 6 K=I2,NEQ
            SOM=SOM+C(I1,K)*X(K)
          6  CONTINUE
          X(I1)=X1(I1)-SOM
          IF(ICLX(1).EQ.1) X(1)=0.000
      5  CONTINUE
        FFF=0.00
        DO 30 I=1,NPOINT
          K=2*I
          K1=K-1
          DEPY(I)=X(K)
          DEPX(I)=X(K1)
      30 CONTINUE
C     WRITE(6,300)FFF
      RETURN
      END

```



```

SUBROUTINE EGIM(I,SRM,SRC,BAX,BAY,BWX,BWY)
C
C *****
C *
C * SOUS-PROGRAMME *EGIM* DU PROGRAMME CONOSA *
C *
C * POUR CALCULER DES PARAMETRES DE DISRIBUTION DES *
C *
C * PRISSIONS INTERSTITIELLES [UA,UW] *
C *
C * SRM=DEGRE DE SATURATION *
C *
C * SRC= '' '' D'OCCLUSION *
C *
C * BAX=PARAMETRE DE UA DANS X-X *
C *
C * BAY= '' '' Y-Y *
C *
C * BWX=PARAMETRE DE UW DANS X-X *
C *
C * BWY= '' '' Y-Y *
C *****
C
C
C PARAMETER(IE=10,IPO=22,JPO=44)
C
C =====
C
C COMMON/LIST2/X(IPO),Y(IPO),NE(IPO,4),NF(IE,4),ASK(IE)
C 1 SIGTXY(IE),UA0(IPO),UA1(IPO),UW(IPO),P(IPO),P1(IPO)
C =====
C
C BAX=1.00
C BAY=1.00
C BWX=1.00
C BWY=1.00
C IF(SRM.GE.SRC) BAX=0.00
C IF(SRM.GE.SRC) BAY=0.00
C IF(SRM.GE.SRC) GOTO 1
C
C =====
C
C CACUL SE FAIT DANS CHAQUE ELEM. DE STRUCTURE
C =====
C
C I1=NF(I,1)
C I2=NF(I,2)
C I3=NF(I,3)
C I4=NF(I,4)
C BAXT=UA1(I1)+UA1(I2)-UA1(I3)-UA1(I4)
C BAYT=UA1(I1)-UA1(I2)+UA1(I3)-UA1(I4)
C PXT=P(I1)+P(I2)-P(I3)-P(I4)
C PYT=P(I1)-P(I2)+P(I3)-P(I4)
C BWXT=UW(I1)+UW(I2)-UW(I3)-UW(I4)
C BWYT=UW(I1)-UW(I2)+UW(I3)-UW(I4)
C IF(PXT.NE.0.000) BAX=ABS(BAXT/PXT)
C IF(PYT.NE.0.000) BAY=ABS(BAYT/PYT)
C IF(PXT.NE.0.000) BWX=ABS(BWXT/PXT)
C IF(PYT.NE.0.000) BWY=ABS(BWYT/PYT)
C 1 CONTINUE
C
C CAR LES PRESSIONS SONT PARALELLES LA DERIVEE EST NULLE
C IF(BAX.EQ.0.000) BAX=1.000
C IF(BAY.EQ.0.000) BAY=1.000
C IF(BWX.EQ.0.000) BWX=1.000
C IF(BWY.EQ.0.000) BWY=1.000
C
C RETURN
C END

```



```

C      CALL RUPTUR(I,SX,SY,SXY)
C
C      =====
C      CALCUL UA UW SR
C      =====
C      CALL NONLIH(I,ENG,BNS,BSK,DARW,DARA,UKAPA,SUC)
C      COMP=0.3333334*ENS/(1.-2.*BNS)
C      PH1=0.250*(P(I1)+P(I2)+P(I3)+P(I4))
C      PH2=0.25*(P(I1)+P(I2)+P(I3)+P(I4))
C      DP=PH1-PH2
C
C      CALCUL DES CONTRAINTES TOTALES
C
C      DSIG=ABS(DSIG)
C      SIGTX(I)=SIGX(I)+PM2
C      SIGTY(I)=SIGY(I)+PM2
C
C      EPSV=DSIG/COMP
C      GONFLEMENT EDECH=3.*ECH
C      IF(PH2.GE.PH1) EPSV=-EPSV/1.000
C      DN=(1.-AN(I))*EPSV
C      ANO(I)=AN(I)
C      AN(I)=AN(I)-DN
C      IF(SR1(I).GE.0.999) GOTO 103
C      PH1=ABS(PH1)
C      DP=ABS(DP)
C      CALCUL DES PRESSION UA ET UW
C      TF=3.**PH1(I)
C      F2=PH2(I)-1.
C      F1=PH1(I)-1.
C      SUO=(1.-SR1(I))/SR1(I)
C      SU=SUO**PH1(I)
C      SU1=SUO**F1
C      AMC=EPSV**F2
C      AMC1=EPSV**PH2(I)
C      S1=(PH2(I)*AMC)*(TF/(TF-1.))-SU/(TF-1.)
C      S2=((PH1(I)*PHO(I)*SU1)/(SR1(I)*SR1(I)))*(AMC1/(TF-1.))-1.
C      S=ABS(S1/S2)
C      IF(S.GE.20.00) S=20.00
C      SRO(I)=SR1(I)
C      SR1(I)=SRO(I)+S*DN
C      =====
C      CALCUL DE X
C      =====
C      SRC=SR1(I)
C      E1=ANO(I)/(1.-ANO(I))
C      E2=AN(I)/(1.-AN(I))
C      VK=(SRC-AKP1(I))/(1.-AKP1(I))
C      VK=VK**AKP2(I)
C      DEE=ABS(E1-E2)
C      ASRM=3.**PH1(I)
C      ASR1=(1./SRC-1.）**PH1(I)
C      DPF1=(ASRM-ASR1)/(ASR1-1.)
C      EE=(DEE/E1)**PH2(I)
C      DPF=DPF1*EE
C      APF=PHO(I)*ASR1+DPF
C      AFI=(10.0**APF)*0.001
C      VAC=VK*AFI
C      UA1M=PH2-VAC
C      UWM=UA1M-AFI
103  CONTINUE
C      IF(SR1(I).GE.0.999) UWM=PH2
C      IF(SR1(I).GE.0.999) UA1M=0.000
C      CUAC(I)=UA1M
C      CUWC(I)=UWM
300  CONTINUE
C
C      =====
C      CALCUL DES PRESSION NODALES
C
C      DO 310 I=1,NPOINT
C      N1=NE(I,1)
C      N2=NE(I,2)
C      N3=NE(I,3)
C      N4=NE(I,4)
C      C1=1.00
C      IF(N1.EQ.0) C1=0.00
C      C2=1.00
C      IF(N2.EQ.0) C2=0.00
C      C3=1.00
C      IF(N3.EQ.0) C3=0.00
C      C4=1.00
C      IF(N4.EQ.0) C4=0.00
C      CP=C1+C2+C3+C4
C      CP=1.00/CP

```

```
      NL1=NELEM+1
      IF(N1.EQ.0) N1=NL1
      IF(N2.EQ.0) N2=NL1
      IF(N3.EQ.0) N3=NL1
      IF(N4.EQ.0) N4=NL1
      UA0(I)=UA1(I)
      UA1(I)=CP*(CUAC(N1)+CUAC(N2)+CUAC(N3)+CUAC(N4))
      IF(ICH(I).EQ.1) UA1(I)=0.000
      UW(I)=CP*(CUWC(N1)+CUWC(N2)+CUWC(N3)+CUWC(N4))
      IF(ICH(I).EQ.1) UW(I)=0.0000
310  CONTINUE
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE RUPTUR(I,SX,SY,SXY)
C *****
C *
C *   SOUS-PROGRAMME *RUPTUR* DU PROGRAMME CONOSA
C *
C *   VERIFICATION DE L'ETAT DES CONTRAINTE A LA RUPTURE
C *
C *   SX=CONTRAINTE EFFECTIVE X
C *
C *   SY=CONTRAINTE EFFECTIVE Y
C *
C *   SXY= '' '' XY
C *
C *****
C
C   PARAMETER(IE=10,IPD=22,JPD=44)
C   COMMON/LIST7/ICH(IPD),AKX(IE),AKY(IE),EH(IPD,IPD),DT,FU(JPD),SROC(IE),
1  AKRV(IE),AKRA(IE),AKXN(IE),EXEY(IE),SR1(IE),FI(IE),CO(IE),ETA(IE)
C
C   LOI DE RUPTURE : LA LOI DE COULOMB
C
C   IF(ETA(I).EQ.1.000) GOTO 1
C   SXY=ABS(SXY)
C   A=(SX-SY)*(SX-SY)+4.*SXY*SXY
C   A=ABS(A)
C   A=SQRT(A)
C   ARAD=(FI(I))*3.1416/180.00
C   B=(SX+SY)*SIN(ARAD)
C   B=ABS(B)
C   C=2.*CO(I)*COS(ARAD)
C   F=A-B-C
C   IF(SX.GE.0.00.AND.SY.GE.0.00) F=A+B-C
C   ETA(I)=0.000
C   IF(F.GE.0.00) ETA(I)=1.000
1  CONTINUE
C   RETURN
C   END

```