

TH-~~1818~~  
GD12

UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE  
U.E.R. DE MÉCANIQUE

Formation de 3<sup>e</sup> Cycle

**MÉCANIQUE  
DES MILIEUX GÉOPHYSIQUES  
ET ENVIRONNEMENT**  
GÉOPHYSIQUE INTERNE ET GÉOCHIMIE

**MEMOIRE DE D.E.A**

Présenté par

**Adel ABOU JAOUDE**

Année  
1988

**MODELISATION NUMERIQUE DE L'INFILTRATION  
COUPLEE AVEC LE RUISSELLEMENT  
DANS LE CAS DES SOLS ENCROUTES**

Institut de Mécanique de Grenoble  
B.P. 68 - 38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES CEDEX - FRANCE  
Tél. (76) 44.82.63 - Poste 278

Les travaux qui font l'objet de ce mémoire n'auraient pas été effectués sans l'aide financière du CNOUS qui m'a attribué une bourse d'étude de troisième cycle, qu'il trouve ici toute ma reconnaissance.

Une partie de cette étude a été réalisée dans le cadre de l'AIP INRA intitulée "Ruissellement et Erosion Hydrique", à qui j'adresse mes remerciements pour avoir contribué en partie au financement du projet.

Je tiens à remercier les directeurs respectifs du laboratoire d'Hydrologie de l'Institut de Mécanique de Grenoble et du Laboratoire d'Hydraulique de France MM. G. VACHAUD et J.M. USSEGLIO-POLATERA qui m'ont accueilli.

Monsieur Ph. BOIS, Professeur à l'ENSHMG me fait l'honneur de présider le jury, qu'il trouve ici ma profonde gratitude.

Je remercie chaleureusement Monsieur M. VAUCLIN, Directeur de recherche au C.N.R.S. qui a suivi de près mes travaux.

Monsieur Ph. BELLEUDY, Ingénieur au L.H.F. a accordé à mes travaux un intérêt et une aide constants qui m'ont toujours été précieux.

Je remercie également Monsieur M. ERLICH qui m'a aidé dans les premiers pas les plus difficiles.

J'adresse enfin mes remerciements à tous les membres du groupe L.H.F. qui m'ont entouré de leur sympathie et aux membres du groupe Hydrologie de l'I.M.G. qui m'ont bien admis parmi eux.

## SOMMAIRE

<b><u>Chap. 1</u></b>	<b>GENERALITES</b>	
I-1	Introduction	1
I-2	Description qualitative de la croûte	1
I-3	Hypothèses générales et définitions	2
I-4	Théorie de l'écoulement en milieu poreux non saturé	3
I-5	Outils de résolution	5
I-6	Le ruissellement	5
I-7	Principe de résolution.	7
<b><u>CHAP. 2</u></b>	<b>DEUX METHODES DE MODELISATION DE LA CROUTE IMPEDANCE ET BICOUCHE</b>	<b>8</b>
II-1	Méthodologie	8
II-2	Modélisation	9
II-3	Discrétisation du domaine	10
II-4	Conditions aux limites	10
II-5	Résultats	11
II-6	Conclusion	15
<b><u>CHAP. 3</u></b>	<b>SENSIBILITE A LA PRESENCE D'UNE CROUTE</b>	<b>16</b>
III-1	Introduction	16
III-2	Sols testés	16
III-3	Impact de la variation de la résistance de la croûte	17
III-4	Comportement à court terme Début de la formation de la lame d'eau	17
III-5	Comportement à long terme Valeur du flux limite	18
III-6	Conclusion	19
<b><u>CHAP. 4</u></b>	<b>SENSIBILITE DU RUISSELLEMENT</b>	<b>20</b>
IV-1	Introduction	20
IV-2	Description du bassin versant	20
IV-3	Description de la méthode du couplage du ruissellement avec l'infiltration	20
IV-4	Paramètres considérés	21
IV-5	Discussion des résultats	23
IV-6	Conclusion	26
<b>CONCLUSION</b>		<b>26</b>

<u>Annexe A1</u> Système Hydrologique Européen	28
<u>Annexe A2</u> Méthode de calcul du ruissellement	31
<u>Annexe A3</u> Discrétisation de l'équation de Richards en différences finies	35
<u>Annexe A4</u> Obtention des caractéristiques hydrodynamiques d'un sol	40
Références bibliographiques	47

## LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

<u>Symbole</u>	<u>Définitions</u>	<u>Dimensions</u>
C	Capacité capillaire	L <sup>-1</sup>
C <sub>L</sub>	Coefficient intervenant dans l'équation du débit de ruissellement (I-12)	
D	Diffusivité capillaire	L <sup>2</sup> .T <sup>-1</sup>
e	Epaisseur de la croûte	L
g	Accélération de la pesanteur	L.T <sup>-2</sup>
h	Pression effective de l'eau du sol	L
h <sub>D</sub>	Pression de vidange du plus gros pore	L
h <sub>f</sub>	Pression capillaire effective au front humide définie dans le modèle de GREEN-AMPT	L
h <sub>c</sub>	Pression capillaire effective critique	L
h <sub>ex</sub>	Pression de l'eau à la surface du s	L
H	Charge hydraulique	L
K	Conductivité hydraulique	L.T <sup>-1</sup>
K <sub>s</sub>	Conductivité hydraulique du sol à saturation	L.T <sup>-1</sup>
K <sub>sat,sup</sub>	Conductivité hydraulique à saturation de la croûte	L.T <sup>-1</sup>
K <sub>sat,inf</sub>	Conductivité hydraulique à saturation de la couche inférieure du sol	L.T <sup>-1</sup>
K <sub>R</sub>	Coefficient de Strickler	
n	Coefficient de Manning	
N	Nombre de noeuds de calcul dans une colonne de sol	
P	Intensité de la pluie	L.T <sup>-1</sup>

$P_{atm}$	Pression atmosphérique	$M.L^{-1}.T^{-1}$
$P_w$	Pression absolue de l'eau du sol	$M.L^{-1}.T^{-1}$
$q$	Densité du flux volumique	$L.T^{-1}$
$Q$	Débit du ruissellement	$L^3.T^{-1}$
$r$	Capacité de rétention superficielle	$L$
$R$	Résistance hydraulique de la croûte	$T$
$Re$	Nombre de Reynolds	
$S$	Pente de la surface du sol	
$S_e$	Coefficient de saturation relative	$L.T^{-1}$
$S_r$	Terme source dans l'équation (I-11)	
$U$	Potentiel d'écoulement	$L^2.T^{-1}$
$u$	Vitesse de l'écoulement en surface dans le sens x	$L^2.T^{-1}$
$v$	Vitesse de l'écoulement en surface dans le sens y	$L^2.T^{-1}$
$V$	Volume en eau par unité de surface nécessaire pour atteindre la saturation dans une croûte.	$L$
$x,y,z$	Coordonnées cartésiennes	$L$
$Z_{FC}$	Cote de la surface du terrain dans une maille C	$L$
$\alpha$	Coefficient de proportionnalité entre les caractéristiques hydrodynamiques de différents sols dans l'équation de Miller et Miller (II-2).	
$\beta$	Coefficient intervenant dans l'équation du débit de ruissellement (I-14)	
$\delta$	Angle avec l'horizontale de la surface du terrain	

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Dimensions des mailles de calcul	L
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	Distance internodale	L
$\phi$	Porosité totale d'un sol	$L^3.L^{-3}$
$\theta$	Teneur en eau volumique	$L^3.L^{-3}$
$\theta_e$	Porosité effective	$L^3.L^{-3}$
$\theta_i$	Teneur en eau volumique initiale	$L^3.L^{-3}$
$\theta_r$	Teneur en eau volumique résiduelle	$L^3.L^{-3}$
$\theta_s$	Teneur en eau volumique à saturation	$L^3.L^{-3}$
$\theta_{1/3}, \theta_{15}$	Teneur en eau volumique à 1/3 et 15 bars respectivement	$L^3.L^{-3}$
$\nu$	Viscosité cinématique de l'eau	$M.L.T^{-1}$
$\rho_w$	Masse volumique de l'eau	$M.L^{-3}$

## INTRODUCTION

Cette étude s'insère dans le cadre du projet du Système Hydrologique Européen (S.H.E.) (c.f. annexe A1) qui est un modèle hydrologique mathématique déterministe, entrepris depuis 1976 par une association entre le Danish Hydraulic Institute, Institute of Hydrologie (Grande Bretagne) et le Laboratoire d'Hydraulique de France (ex Division Numérique de SOGREAH).

Le présent travail constitue une première étape dans la construction d'un modèle d'érosion des terrains encroûtés.

L'infiltration est un facteur prédominant dans la détermination de la quantité d'eau qui reste en surface et qui constitue l'élément moteur du charriage. Pour cette raison une étude approfondie du processus d'infiltration nous paraît nécessaire.

C'est ainsi que dans un premier chapitre on présente brièvement la théorie de l'écoulement dans les milieux poreux non saturés et quelques méthodes de résolution ainsi que la méthode de calcul du ruissellement.

Dans le deuxième chapitre, on passe à la modélisation de l'infiltration en terrain encroûté par la méthode des différences finies et on présente une comparaison entre deux modèles de la croûte: impédance et bicouche.

Dans le troisième chapitre, à l'aide du modèle de l'impédance retenu, on étudie la sensibilité du processus d'infiltration vis à vis de la résistance de la croûte, l'intensité de la pluie et l'état initial du sol.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'étude de sensibilité du ruissellement aux différents paramètres qui y interviennent notamment la résistance de la croûte, la conductivité du sol, l'intensité de la pluie, la pente du terrain, la rugosité de la surface, la capacité de rétention superficielle et le niveau de la nappe.

## CHAPITRE I

# GENERALITES

### I-1 Introduction.

La formation de croûtes à la surface de certains sols pose plusieurs problèmes en agronomie. D'une part, la présence de la croûte limite le flux d'eau entrant dans le sol (Poesen 1984), et par là-même réduit la quantité d'eau infiltrée susceptible d'être utilisée par les plantes et d'autre part la résistance mécanique conditionne la levée des semences (Valentin 1981). L'eau non infiltrée s'accumule à la surface sous forme d'une lame d'eau avant de commencer à s'écouler. La formation de cette lame augmente la capacité de détachement des agrégats du sol par les gouttes de pluie et ce phénomène passe par un maximum quand l'épaisseur du film d'eau est à peu près la même que les dimensions des gouttes (Palmer 1963 cité par Evans 1980). Quand l'épaisseur atteint trois fois le diamètre des gouttes d'eau, celles-ci ne peuvent plus céder leur énergie au sol mais à la lame d'eau en mouvement ce qui rend l'écoulement turbulent et accroît sa capacité de transport de sédiments. Bien que la formation d'une lame d'eau à la surface puisse se produire sur des sols non encroûtés, elle sera plus rapide et ses conséquences plus importantes dans le cas des sols encroûtés.

Un autre phénomène intervient, c'est la rugosité de la surface qui s'atténue considérablement suite à l'encroûtement, donc la vitesse du ruissellement est accrue d'où un accroissement de la capacité de transport solide (Valentin 1981, Boiffin et Sebilotte 1976).

On se propose ici, dans une première partie, une étude de l'influence des différents paramètres intervenant dans la formation de la lame d'eau à la surface d'un sol supposée horizontale. Dans une deuxième partie on étudiera le problème de l'infiltration couplé avec celui du ruissellement.

Avant de présenter l'aspect théorique du problème une description qualitative des croûtes nous paraît souhaitable.

### I-2 Descriptions qualitative de la croûte.

L'encroûtement des sols est un phénomène très commun surtout dans les terrains intensivement cultivés (Pagliai 1987). L'impact des gouttes d'eau, l'alternance entre dessiccation et humidification, le gel dégradent progressivement les agrégats de la surface, les particules fines ainsi obtenues reconstituent une pellicule fine dense continue ayant une conductivité hydraulique beaucoup plus faible que le sol originel. Cette dégradation est d'autant plus importante que le sol est exposé aux intempéries (faible couvert végétal (Boiffin 1984)) et qu'il est plus pauvre en matière organique qui joue le rôle d'un liant stabilisant les particules colloïdales (Kirkby 1980). Un autre facteur moins important contribuant à la stabilité est la présence de cations bivalents ( $Ca^{++}$ ) qui retiennent les colloïdes plus fortement que les ions monovalents (Evans 1980).

McIntyre (1958) constate qu'une croûte, en général, comporte deux parties différentes: une couche à la surface de 0,1 mm d'épaisseur ayant une perméabilité 2000 fois plus réduite que le sol originel, la deuxième partie dont l'épaisseur est de l'ordre de quelques millimètres a une perméabilité 200 fois moindre et une densité plus importante. La couche superficielle est constituée de grains d'argile orientés (Tacket et Pearson 1965) et celle de dessous ne comporte pratiquement pas de vides: les particules fines délavées de la surface remplissent les pores et donnent ainsi un matériau plus compact, la structure du sol sous-jaçant restant toujours poreuse.

Valentin (1981) et Boiffin (1984) mettent en évidence la succession de trois microhorizons :

- en surface, un microhorizon fragmentaire,
- un microhorizon d'épaisseur variant entre 1 et 3 mm ayant une porosité vésiculaire,
- un microhorizon stratifié d'épaisseur variable.

Farres (1978), Valentin et Ruiz Figuero (1987) présentent trois phases dans la formation d'une croûte: une première phase d'humectation et réduction des forces de liaisons dans les agrégats suivie par une phase de désagrégation rapide par les gouttes de pluie et formation d'une pellicule dure et dans la troisième phase l'extension de la zone soumise à l'érosion suite à une augmentation du ruissellement.

Des recherches entreprises par Edwards et Larson (1969), Valentin (1981) ont montré que la formation d'une croûte continue sous l'action d'une pluie expérimentale demande quelques dizaines de mm de pluie, la variation de la perméabilité au cours du temps étant exponentielle décroissante et atteignant une valeur limite après un temps suffisamment long: une fois que la lame d'eau atteint une certaine épaisseur, elle limite l'énergie fournie au sol par les gouttes de pluies.

Hillel et Gardner (1970) montrent que la variation d'épaisseur de la croûte au cours du temps est un paramètre important dans l'étude du processus d'infiltration. Quand la croûte se forme elle reste le phénomène dominant jusqu'à ce que le sol se dessèche et la croûte se fissure, c'est alors ce nouvel état de la surface qui contrôle le processus d'infiltration. Dans cette étude, on se limitera au cas d'une croûte uniforme, continue dans l'espace et dans le temps.

### I-3 Hypothèses générales et définitions.

L'écoulement en milieu poreux non saturé est caractérisé par la présence simultanée de la matrice solide, du fluide mouillant (l'eau) et du fluide non mouillant (l'air). L'étude du phénomène par une approche complète est très complexe, le type aléatoire du réseau de percolation limite les méthodes totalement déterministes à moins qu'on ne se situe à une échelle suffisamment grande devant la taille des pores pour pouvoir supposer le milieu continu, mais aussi suffisamment petite pour qu'une grandeur étudiée puisse être supposée ponctuelle. Un volume limite est ainsi défini et est appelé Volume Élémentaire Représentatif (VER).

Les simplifications qu'on admettra sont les suivantes:

- le milieu est homogène, isotrope
- la matrice solide est incompressible, chimiquement inerte
- l'air est à la pression atmosphérique
- l'eau est incompressible, chimiquement pure
- l'écoulement est isotherme

Les variables descriptives sont les suivantes :

Teneur volumique en eau:

C'est le rapport du volume d'eau contenu dans un VER au volume total de ce VER. Cette grandeur sera notée  $\theta$  et s'exprime en  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ .

Pression de l'eau du sol.

exprimée en hauteur d'eau et rapportée à la pression atmosphérique .

$$h = \frac{P_w - P_{atm}}{\rho_w g}$$

où  $P_w$  : pression absolue de l'eau du sol

$P_{atm}$  : pression atmosphérique

$\rho_w$  : masse volumique de l'eau

$g$  : accélération de la pesanteur.

Cette grandeur  $h$  est négative dans un sol partiellement saturé en eau. Elle est directement liée aux effets capillaires. La relation  $h(\theta)$  est une caractéristique du milieu poreux considéré et est appelée "courbe de succion".

On supposera que cette relation est biunivoque ce qui revient à négliger les effets d'hystérésis ainsi que les effets dynamiques.

I-4 Théorie de l'écoulement en milieu poreux non saturé.

Dans cette partie nous nous limiterons à un bref rappel de la théorie des écoulements d'eau en milieu poreux non saturé, largement développée dans les ouvrages spécialisés (e.g. Hillel 1980).

I-4-1 Equation de continuité.

L'équation de continuité exprimant la conservation de la masse d'eau dans le volume élémentaire représentatif s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \text{div } q \quad (\text{I-1})$$

où  $q$  exprime la densité de flux volumique.

Pour un écoulement unidirectionnel vertical l'équation (I-1) devient:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial z} \quad (\text{I-2})$$

$z$  désignant la cote, l'axe  $Oz$  étant orienté positivement vers le haut.

I-4-2 Loi de Darcy généralisée.

Cette loi traduit le phénomène suivant :

Le débit volumique d'eau qui traverse l'unité de surface est proportionnel au gradient de charge hydraulique. Dans le cas unidirectionnel vertical elle s'écrit:

$$q = -K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \quad (\text{I-3})$$

avec

$K(\theta)$ : conductivité hydraulique du milieu qui est une fonction de  $\theta$ .

$H$  est la charge hydraulique définie par:

$$H=h(\theta)+z \quad (I-4)$$

La relation  $K(\theta)$  est la seconde caractéristique du milieu poreux et sa détermination expérimentale est moins précise que celle de  $h(\theta)$ .

La loi de Darcy généralisée n'est valable en toute rigueur que si l'écoulement est laminaire. Elle peut tomber en défaut dans le cas d'une texture grossière (Hillel 1980). D'autres auteurs constatent sa limitation dans des milieux poreux à texture fine (Swartzendruber 1982).

#### I-4-3 Equation de l'écoulement.

En associant les équations (I-2), (I-3) et (I-4) nous obtenons:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (I-5)$$

Dans cette équation les deux variables  $h$  et  $\theta$  interviennent simultanément. Pour pouvoir la résoudre il faut éliminer l'une d'entre elles. Trois méthodes sont connues:

##### a- L'équation de Fokker-Planck

En introduisant le concept de diffusivité capillaire définie par:

$$D(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (I-6)$$

l'équation (I-5) devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (I-7)$$

Une limitation dans l'application de cette équation se pose dans le cas des milieux saturés où on aura une indétermination. Cette équation ne peut alors être utilisée lorsqu'il y a couplage entre zone saturée et non saturée ou dans le cas de formation d'une lame d'eau à la surface.

##### b- Equation de Richards.

On définit la capacité capillaire par :

$$C(h) = \frac{d\theta}{dh} \quad (I-8)$$

qui, introduite dans l'équation (I-5), devient:

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} \quad (I-9)$$

L'introduction de la variable  $h$  lève l'indétermination signalée ci-dessus car  $h$  peut prendre des valeurs positives dans le domaine saturé.

De même, cette variable permet d'appliquer l'équation qui en découle, au cas des milieux stratifiés, car la pression effective est une valeur continue contrairement à la teneur en eau qui pourra présenter des

discontinuités au niveau de l'interface entre les deux couches (Elmalouglou 1980).

### c- Equation de Kirchhoff.

L'introduction du potentiel d'écoulement U défini par

$$U(h) = \int_{-\infty}^h K(\alpha) d\alpha$$

permet d'écrire l'équation (I-5) sous la forme suivante:

$$\frac{C(h)}{K(h)} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial h} \frac{\partial U}{\partial z} \quad (I-10)$$

Cette forme a l'avantage de réduire l'importance des non linéarités surtout au début du processus d'infiltration grâce à l'utilisation de la variable intégrale U. Son désavantage est qu'elle est plus coûteuse à résoudre numériquement (Haverkamp 1983).

### I-5 Outils de résolution.

Vu le type parabolique très fortement non linéaire de l'équation (I-9), une solution analytique explicite pour les différentes conditions aux limites n'existe pas, on est donc obligé de chercher d'autres méthodes approchées: quasi-analytiques ou numériques.

La procédure classique des solutions quasi-analytiques consiste à trouver une expression de la dérivée temporelle de la teneur en eau, à intégrer cette équation par une méthode numérique du type Runge-Kutta et par suite de calculer le flux à partir de l'évolution du profil hydrique (Zayani 1987). Cette méthode reste limitée aux conditions suivantes:

- profil initial uniforme,
- milieu semi-infini.

Bien qu'une tentative de généralisation à un profil initial quelconque fut proposée par Boulier et al (1984) pour une condition de flux constant imposé, le domaine d'applicabilité de cette solution reste limité par rapport à celui des méthodes numériques. Deux approches dans ce sens existent: la méthode des différences finies très largement utilisée (Jensen 1983, Vauclin et Vachaud 1981, Zayani 1987 ...) et la méthode des éléments fins proposées dans ce domaine par Neuman et al (1975) Pickens et al (1979).

Dans cette étude nous avons opté pour la méthode des différences finies qui a prouvé sa validité et qui se caractérise par sa simplicité de mise en oeuvre comparée à celle des éléments finis.

### I-6 Le ruissellement.

L'écoulement en surface peut être modélisé par l'équation de Saint Venant exprimant la conservation de la quantité de mouvement de l'eau. L'application de cette équation suppose les hypothèses suivantes:

- La vitesse suivant une section verticale est uniforme;
- La pression est hydrostatique dans une section;
- Les effets de frottement peuvent être introduits sous forme de lois empiriques;
- La pente moyenne est faible (Cunge et al 1980).

Si en plus on néglige les termes d'inertie l'équation de Saint Venant se réduit à la seule équation de continuité.

Pour un écoulement bidimensionnel elle s'écrit :

$$\frac{\partial h_{ex}}{\partial t} + \frac{\partial(uh_{ex})}{\partial x} + \frac{\partial(vh_{ex})}{\partial y} = S_r \quad (I-11)$$

avec  $h_{ex}(x,y)$  : profondeur de la lame d'eau

$x, y$  : coordonnées cartésiennes

$u(x,y), v(x,y)$  : vitesses de l'écoulement dans le sens  $x$  et  $y$  respectivement.

$S_r(x,y,t)$  : terme source (pluie moins infiltration)

Dans cette équation on admet que l'écoulement s'effectue sous forme d'une lame d'eau uniformément répartie sur la surface du sol mais en fait c'est l'ensemble de petites rigoles suivant les irrégularités du terrain.

L'équation (I-11) doit être combinée à une équation exprimant le débit en fonction de la hauteur de la lame d'eau et cette relation dépend directement du type de l'écoulement. Ce dernier dépend de plusieurs facteurs: le débit, la pente, la viscosité de l'eau et la rugosité du sol (Chow 1959). Si la vitesse et la hauteur de la lame d'eau sont faibles, la viscosité devient le facteur dominant et l'écoulement est laminaire, le débit s'exprime alors par la formule:

$$Q = C_L \cdot h_{ex}^3 \quad (I-12)$$

où  $C_L = g \cdot S / 3\nu$  : coefficient faisant intervenir la pente  $S$  et la viscosité cinématique  $\nu$ .

L'écoulement devient turbulent si la surface est rugueuse et si la profondeur est suffisante pour produire des tourbillons persistants. Dans ce cas la formule de Manning-Strickler permet d'exprimer le débit par:

$$Q = K_R \cdot h_{ex}^{5/3} \cdot S^{1/2} \quad (I-13)$$

Le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent a été étudié par plusieurs hydrauliciens. La région de transition a été située par Jeffrey (1925) pour un nombre de Reynolds  $R_g = 310$ , Hopf (1925) fournit un intervalle  $300 < R_g < 330$ , Horton donne une valeur de  $R_g$  variant entre 548 et 773 (d'après Chow 1959). Cette étude n'est pas valable dans notre cas car physiquement l'écoulement se fait dans de petites rigoles et une hauteur moyenne ne peut pas être significative pour l'étude du type de l'écoulement.

Une étude comparative entre hydrographes expérimentaux et ceux reproduits par l'équation cinématique fut entreprise par Muzik (1974) dans laquelle il a exprimé le débit par l'équation:

$$Q = \beta \cdot h_{ex}^m \quad (I-14)$$

où  $\beta$  est une constante tenant compte de la pente .

Après un calage du modèle il obtient la valeur  $m = 1,666$  qui n'est autre que celle de la formule de Manning-Strickler. ( $Q = K_R \cdot S^{1/2} \cdot h_{ex}^{1.666}$ ).

Ewing et Mitchell (1984) ont comparé deux modèles de ruissellement avec des résultats expérimentaux, le premier modèle tient compte de la géométrie de la surface et le second simule le ruissellement par un écoulement plan. Dans les deux cas les débits d'échange sont déterminés par l'équation de Manning-Strickler. Ils ont conclu que les deux modèles reproduisent avec une bonne précision l'hydrogramme du ruissellement.

par l'équation de Manning-Strickler. Ils ont conclu que les deux modèles reproduisent avec une bonne précision l'hydrogramme du ruissellement.

D'autres auteurs comme Park (1981) Edwin et Engman (1986) à leur tour, constatent que la formule de Manning -Strickler fournit de bons résultats en dépit de sa simplicité et du fait que l'écoulement n'est pas toujours turbulent.

D'après cet aperçu bibliographique on peut admettre que la loi de débit peut être représentée par la formule de Manning-Strickler pour le ruissellement.

Dans notre modèle on adoptera la formule de Manning-Strickler qu'on a modifié pour pouvoir tenir compte de la capacité de rétention de la surface du sol. La formule adoptée est la suivante:

$$\begin{aligned} Q &= K_R \cdot (h_{ex} - r)^{5/3} \cdot S^{1/2} && \text{si } h_{ex} > r \\ Q &= 0 && \text{si } h_{ex} \leq r \end{aligned} \quad (I-15)$$

où  $r$  représente la capacité de rétention superficielle exprimée en mm d'eau.

### I-7 Principe de résolution

La détermination de la hauteur d'eau résulte de l'application de l'équation (I-11) à chacune des mailles. Cette méthode fut proposée par Preissmann et Zaoui (1979).

Supposons que l'on connaisse au temps  $t_0$  les niveaux dans toutes les mailles et qu'on veuille calculer les niveaux au temps  $t_0 + \Delta t$ . On pourra faire pour chaque maille un calcul de l'apport net en prenant en considération:

- les apports extérieurs (pluie nette - infiltration) dans l'intervalle de temps  $\Delta t$ ;
- les débits d'échange avec les mailles voisines calculés au temps  $t_0$  (schéma explicite).

Pour déterminer l'accroissement du niveau il suffira de diviser l'apport net par la surface de la maille.

Cette méthode simple implique (sous peine d'instabilité du calcul) un pas de temps limité. La limitation n'est pas gênante pour le ruissellement car les vitesses de l'écoulement sont faibles. L'algorithme de calcul est présenté dans l'annexe A4.

**DEUX METHODES  
DE MODELISATION  
DE LA CROÛTE:  
IMPEDANCE ET BICOUCHE**

Dans la plupart des travaux publiés sur le problème de l'infiltration dans les sols encroûtés, l'hypothèse de saturation instantanée de la croûte a été adoptée (Hillel et Gardner 1970, Smiles et al 1972, Ahuja 1975, Parlange et al 1984, Zayani 1987). Cette hypothèse consiste à considérer que la conductivité de la croûte est constante et égale à sa valeur à saturation. De même en raison de la saturation, il n'y a pas d'accumulation d'eau dans la croûte et tout le flux traversant la surface transite jusqu'au sol sous-jaçant. La condition à la limite supérieure se traduit dans ce cas par:

$$q = - \frac{-h_N + h_{ex} + e}{R} \quad (II-1)$$

avec

$h_{ex}$  : pression effective à la surface de la croûte.

Dans le cas où cette grandeur est positive elle désigne l'épaisseur de la lame d'eau.

$h_N$  : pression effective à l'interface sol-croûte

$e$  : épaisseur de la croûte

$R$  : résistance hydraulique de la croûte définie par  
 $R = e/K_s$

$K_{sat,sup}$  : conductivité de la croûte à saturation

$q$  : flux considéré positif vers le haut.

En fait le sol encroûté peut être considéré comme un sol stratifié, ce problème devrait être traité de la même façon que pour les sols stratifiés.

Dans ce chapitre on se propose donc d'étudier la pertinence de l'hypothèse de saturation instantanée de la croûte en la comparant au cas d'un sol stratifié ayant les mêmes caractéristiques hydrodynamiques mais en partant d'un état non saturé.

II-1 Méthodologie.

En considérant les deux schémas représentant respectivement un sol encroûté, instantanément saturé et un sol stratifié dont la couche supérieure a la même épaisseur que la croûte et une conductivité équivalente, on va appliquer les mêmes conditions de pluie. Dans les deux cas on simule l'infiltration dans une colonne verticale à parois latérales étanches. Le but sera de voir si ces deux hypothèses sont équivalentes au point de vue réponse, et le cas échéant, déterminer le temps au bout duquel ceci a lieu.

Par défaut de données disponibles, les caractéristiques hydrodynamiques de la couche supérieure seront déduites de celles de la

couche inférieure par le principe de similitude proposé par Miller et Miller(1958) qui consiste à prendre :

$$\begin{aligned} h_{sup}(\theta) &= h_{inf}(\theta)/\alpha \\ K_{sup}(\theta) &= \alpha^2 \cdot K_{inf}(\theta) \end{aligned} \quad (II-2)$$

les indices inf et sup sont respectivement relatifs aux couches inférieure et supérieure du sol.

Pour  $\theta = \theta_{sat}$  on a :

$$\begin{aligned} K_{sup}(\theta) &= K_{sat,sup} \\ K_{inf}(\theta) &= K_{sat,inf} \end{aligned}$$

l'indice sat désignant la saturation.

La résistance de la croûte étant définie par :

$$R = e/K_{sat,sup}$$

connaissant R et e on peut tirer la valeur de  $K_{sat,sup}$ . Or les caractéristiques de la couche inférieure étant connues, le rapport ( $K_{sat,sup} / K_{sat,inf}$ ) nous fournit la valeur de  $\alpha$ . Les caractéristiques  $h_{sup}(\theta)$  et  $K_{sup}(\theta)$  sont alors déduites de celles de la couche inférieure d'après les formules (II-2).

## II-2 Modélisation.

L'équation (I-9) est résolue par la méthode des différences finies. La résolution du problème a été formulée de plusieurs façons en essayant à chaque fois de réduire le temps de calcul et d'améliorer la stabilité et la convergence. Dans notre étude nous utiliserons la méthode proposée par Jensen (1983) dans le Système Hydrologique Européen (S.H.E.) (cf. annexe A1).

Le principe des différences finies consiste à discrétiser le domaine en noeuds de calcul, les dérivées temporelles et spatiales sont développées en série de Taylor, ainsi, l'équation (I-9) sera linéarisée et appliquée à chaque noeud. La linéarisation adoptée étant implicite, on aura un système de N équations à N inconnues à caractère tridiagonal, dont la résolution est effectuée selon l'algorithme de Thomas. les détails de linéarisation et résolution seront fournis à l'annexe A3.

L'avantage de cette méthode implicite est qu'elle assure le meilleur compromis entre convergence, stabilité et temps de calcul (Haverkamp et al 1979).

En fait, les paramètres K et C dépendent de la solution de l'équation. Dans le S.H.E. un algorithme itératif est adopté, la solution étant reprise avec les nouvelles valeurs jusqu'à la convergence (Le critère de convergence sera défini à l'annexe A3).

Pour estimer la conductivité hydraulique internodale, plusieurs méthodes de pondération existent, on en retient:

### a- Moyenne arithmétique

$$K_j^{i+1/2} = \frac{K_j^i + K_j^{i+1}}{2} \quad (II-3)$$

c'est la méthode la plus souvent utilisée.

### b- Moyenne géométrique

$$K_j^{i+1/2} = \sqrt{K_j^i \cdot K_j^{i+1}} \quad (II-4)$$

proposée par Haverkamp et Vauclin (1979).

Après une étude systématique Haverkamp et Vauclin préconisent la moyenne géométrique car elle fournit la moindre erreur de pondération. Un problème se pose dans le cas de la présence de la succion racinaire: la teneur en eau est considérablement réduite dans une certaine couche ainsi que la conductivité, l'application de la moyenne géométrique dans ce cas induit une sorte de barrière numérique alors que la moyenne arithmétique fournit une solution plus stable (Jensen 1983). Dans notre étude on utilisera la moyenne géométrique car on n'a pas le problème de présence des racines.

Le passage des pressions nodales aux teneurs en eau nodales se fait par l'intermédiaire de la courbe  $h(\theta)$  qui est supposée biunivoque.

Le sol étudié dans cette partie est le sable de l'Isère dont les caractéristiques sont présentées plus loin.

### II-3 Discrétisation du domaine

Selon que l'on simule la croûte par une impédance ou par une couche de sol la méthode de discrétisation en découle. Dans le cas d'un sol stratifié, on adopte le schéma proposé dans le S.H.E. qui consiste à situer les noeuds de calcul comme indiqué dans la fig. (II-1).

Dans le cas d'une impédance on utilisera le schéma adopté par Zayani (1987)(fig. II-2).

### II-4 Conditions aux limites.

L'expression mathématique de la condition à la limite supérieure sera développée en annexe, nous en présentons ici seulement le principe.

#### a-Cas d'un sol stratifié

Dans ce cas les deux conditions de charge et de flux interviennent suivant que le sol à la surface est saturé ou non. Pour une condition de flux, ce dernier est introduit dans l'équation de Richards pour pouvoir en déduire les charges aux noeuds. Pour une condition de charge on suppose que le front d'eau atteint le premier noeud de calcul et on aura alors:

$$h_N = h_{ax} + \Delta Z_N$$

où  $h_N$  représente la pression effective au noeud N,  $\Delta Z_{N+1}$  le premier pas d'espace et  $h_{ax}$  la charge à la surface .

Le choix de la condition se fait de la manière suivante: si une lame d'eau existe déjà, la condition de charge est appliquée directement, sinon on applique une condition de flux. Une vérification est ensuite effectuée à chacun des deux cas :

-Si on part avec une condition de charge, on vérifie si l'infiltration durant un pas de temps dépasse la quantité d'eau disponible alors on passe à une condition de flux .

-Si au contraire, la condition de départ est une condition de flux, on vérifie si la charge au premier noeud ne dépasse pas  $\Delta Z_{N+1}$  , le cas échéant, on passe à une condition de charge.

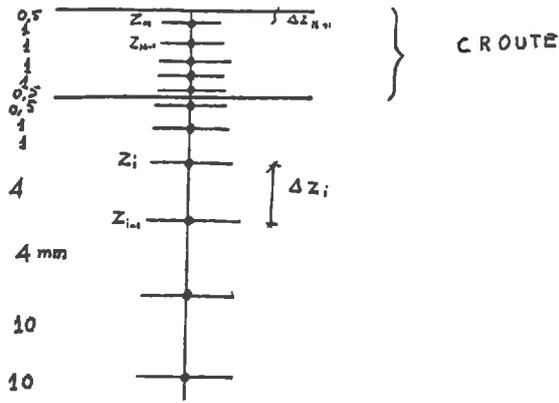


Fig. II-1 Discretisation de la colonne de sol dans le cas d'un bicouche.

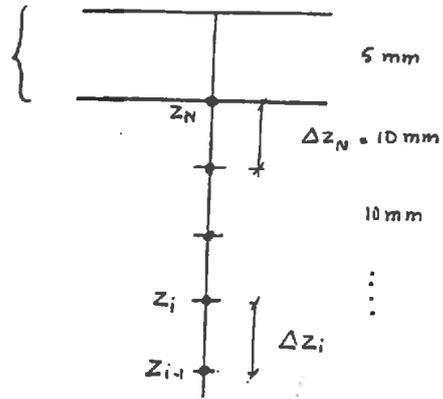


Fig. II-2 Discretisation de la colonne de sol dans le cas d'une impédance.

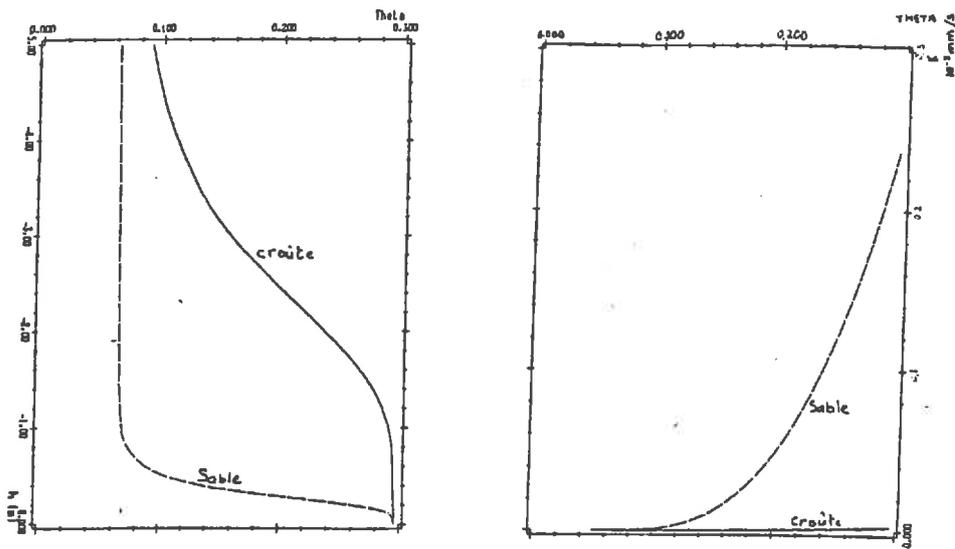


Fig. II-3 Caractéristiques hydrodynamiques du sable de l'Isère (trait pointillé) et de la croûte (trait plein).

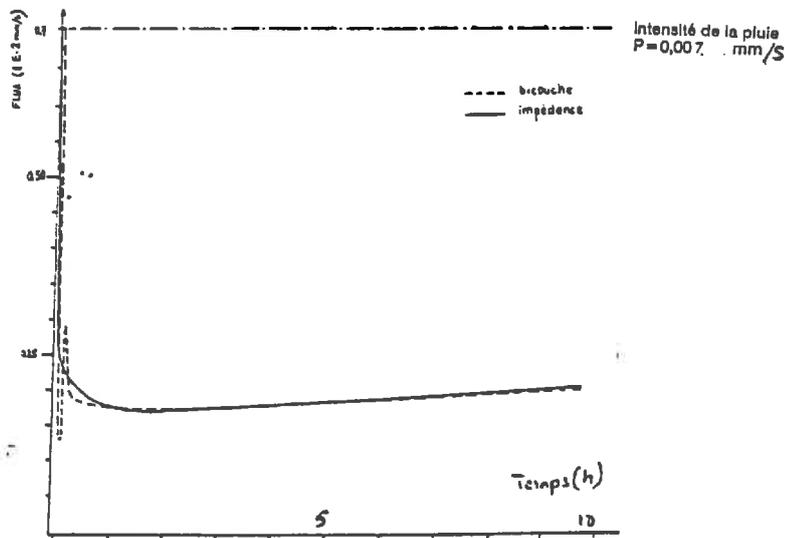


Fig. II-4 Flux d'infiltration obtenus par le modèle de bicouche (trait pointillé) et d'impédance (trait plein).

### b-Cas d'une impédance.

La condition est toujours une condition de flux au niveau de l'interface sol-croûte, Zayani la traduit par :

$$q = - \frac{h_{ex} - h_N + e}{R} = - K \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) = - P + \frac{\partial h_{ex}}{\partial t} \quad (\text{II-6})$$

où P désigne l'intensité de la pluie.

Une remarque très importante est à signaler, c'est que  $h_{ex}$  ne désigne pas la hauteur de la lame d'eau en surface mais la charge d'eau dans la croûte tout près de la surface. La différence réside dans le fait que pour une épaisseur de la lame d'eau nulle, la croûte est toujours supposée saturée mais peut être dans un état de succion, ce qui impose une valeur négative de  $h_{ex}$  plutôt qu'une valeur nulle. Dans le cas où l'on ne prend pas en compte cette considération on obtient un flux dépassant la quantité de pluie appliquée ce qui est absurde.

Pour palier cette difficulté on applique la condition suivante:

$$\begin{array}{l} h_{ex} < 0 \\ q = - \frac{h_{ex} - h_N + e}{R} = - K \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) = - P \end{array} \quad (\text{II-7})$$

$$\begin{array}{l} h_{ex} \geq 0 \\ q = - \frac{h_{ex} - h_N + e}{R} = - K \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) = - P + \frac{\partial h_{ex}}{\partial t} \end{array} \quad (\text{II-8})$$

La colonne simulée est considérée comme latéralement étanche, la lame d'eau peut alors s'accumuler à la surface sans s'écouler.

Pour la condition à la limite inférieure on applique une condition de flux nul, à une distance suffisamment grande, de façon à ce qu'elle ne soit pas atteinte par le front d'eau.

## II-5 Résultats

### II-5-1 Expérience 1

Pour un premier calcul, on adopte pour la croûte une résistance de 50 heures, une épaisseur de 5 mm, le sol sous jaçant étant le sable de l'Isère. Pour le bicouche on prend à la surface, un sol ayant une  $K_{sat, sup}$  déterminée par :

$$K_{sat, sup} = e/R = 5\text{mm} / 50\text{ h} = 0.01\text{ cm/h}$$

( $K_{scr}$  : conductivité à saturation de la croûte)

et dont les caractéristiques hydrodynamiques sont déduites de celles du sol sous-jaçant d'après le principe de Miller et Miller déjà cité. Les courbes obtenues sont représentées dans la fig. (II-3).

L'état d'équilibre initial est défini par une charge de -2,5 m, l'intensité de la pluie étant de 15 mm/h ( $0,4166 \cdot 10^{-2}$  mm/s).

La résolution de l'équation de Richards par la méthode des différences finies nous apporte la solution. Les pas d'espace adoptés sont représentés dans la fig(II-1). La fig. (II-4) représente le flux obtenu en fonction du temps.

Dans le cas d'une impédance, on observe au début un flux sur un petit palier, dont la valeur correspond à l'intensité de la pluie appliquée, ensuite ce flux diminue asymptotiquement vers une valeur limite, tandis que

dans le cas du bicouche on n'a pas exactement la même forme mais le flux tend pratiquement vers la même limite.

On a calculé le volume total infiltré de deux façons différentes:

-l'intégrale du flux instantané.

-la différence de la teneur en eau entre profil initial et profil final.

L'erreur sur le bilan de masse a été évaluée à 5% dans le cas l'impédance et à 2% dans le cas d'un bicouche.

### Interprétation

Dans le cas de l'impédance le petit palier correspond à la capacité du sol d'absorber toute la pluie, car la différence de charge est importante au départ mais dès l'arrivée d'une faible quantité d'eau, la charge du côté inférieur de la croûte augmente, d'où une diminution rapide de la différence de charge, la croûte intervenant pour limiter le flux. Une deuxième phase du phénomène est traduite par une diminution du flux suite à l'humidification du sol, donc la diminution de la différence de charge de part et d'autre de la croûte. La troisième phase correspond à une stabilisation de la valeur de la teneur en eau à l'interface sol-croûte.

Dans le cas d'un bicouche le palier est plus long que celui du cas précédent: cette phase correspond à l'imbibition de la couche superficielle caractérisée par une forte succion. Une deuxième phase est constituée par une brusque chute du flux traduisant que le front d'eau a atteint l'interface. A ce moment, le flux passe par un minimum car la couche inférieure, dans son état sec, possède une conductivité très faible. L'humidification de cette dernière couche accroît sa conductivité, ce qui permet une augmentation du flux transitant jusqu'à ce que le sol atteigne une certaine teneur en eau à l'interface ce qui fixe le gradient de charge dans la couche supérieure, et par suite fixe le flux d'où sa valeur limite.

Donc dans les deux cas le régime asymptotique est déterminé par la présence de la croûte indépendamment de la façon dont elle est modélisée. Mais la phase initiale qui correspond à la durée d'imbibition de la croûte dépend de deux conditions :

- 1 - L'état initial du sol
- 2 - L'intensité de la pluie

Pour cela on a fait deux séries d'expériences correspondant l'une à trois cas d'états d'équilibre initiaux, et l'autre à cinq intensités de pluie différente.

Avant de passer à la deuxième série d'expériences, signalons que l'estimation de la conductivité internodale nous a posé des problèmes au niveau de l'interface car, dans cette zone il faut tenir compte du pas d'espace de part et d'autre de l'interface sinon l'erreur sera amplifiée. Dans ce cadre on a testé les cas suivants:

- 1- Moyenne géométrique avec un pas d'espace de 1 mm.
- 2- Moyenne arithmétique avec un pas de 1 mm.
- 3- Moyenne arithmétique avec un pas de 0.5 mm.

Pour estimer la validité de ces schémas on a intégré la résistance de la croûte avec la formule suivante :

$$R = \int_0^{\infty} \frac{dz}{K(z)}$$

la valeur obtenue est comparée ensuite avec celle de l'impédance.

Les résultats obtenus sont portés ci-dessous:

Moyenne geom.	(1mm)	:47,8 h
Moyenne arith.	(1mm)	:45,7 h
Moyenne arith.	(0.5 mm)	:47,6 h

Aucun des cas qui précèdent ne donne une valeur satisfaisante car une moyenne de conductivité dans ce domaine n'a aucun sens physique . On a alors essayé la méthode proposée par Elmalouglou (1980) qui se fonde sur le fait que l'écoulement de l'eau à travers l'interface est limité par le sol le moins perméable; dans ce cas on peut dire que la conductivité internodale est la plus faible des deux conductivités régnant de part et d'autre de l'interface. C'est ce résultat qu'on retiendra finalement. La résistance de la croûte ainsi obtenue est de 50,2 h. Les flux obtenus à long terme coïncident très bien (fig.II-4).

#### II-5-2 Influence de l'état initial du sol.

Dans cette partie on fait la simulation sur la même colonne de sol mais avec différentes conditions initiales définies par un état d'équilibre pour une charge à la surface donnée. Trois tests ont été appliqués avec des charges de -2,5; -2 et -1,5m , ce qui correspond à une teneur en eau dans la croûte rapportée à la teneur à saturation de 0,66 ; 0,77 et 0,91 , dans le sol tout près de l'interface de 0,222 ; 0,223 et 0,224 .

On a testé les deux hypothèses d'impédance et de bicouche. Le flux en fonction du temps est porté dans la fig. II-5.

#### Discussion

L'expérience précédente nous a montré que les deux façons de modélisation de la croûte donnent des résultats équivalents à long terme. Le test appliqué ici consiste à étudier le comportement à court terme .

En augmentant la teneur en eau initiale dans le sol on s'approche de la solution obtenue avec une impédance (fig. II-5): la conductivité du sol devient supérieure à celle de la croûte, le flux ne passe plus par un minimum car le front humide n'est plus freiné par un milieu à faible conductivité, tandis que pour l'impédance l'infiltration est très peu sensible à l'état initial du sol. L'évolution de la résistance de la croûte est un facteur important dans la régulation du flux : plus la croûte est humide, moins elle est résistante. L'état initial intervient alors dans la réduction de la résistance hydraulique (fig. II-6).

La teneur en eau dans la croûte est un facteur important influençant l'infiltration à court terme ( avant la saturation ). Son évolution dépend surtout de l'intensité de la pluie comme cela est montré ci-dessous.

A long terme, l'état initial du sol n'intervient pas car, dans la partie supérieure qui régie l'infiltration, l'état initial est remplacé par un état d'infiltration gravitaire, dans lequel la succion capillaire est négligeable devant la pesanteur. Ce qui précède reste vrai tant qu'on ne s'approche de la saturation du sol.

#### II-4-3 Influence de l'intensité de la pluie.

Pour déterminer le rôle que pourrait jouer l'intensité de la pluie dans le processus de l'infiltration, on a appliqué 5 intensités différentes sur la colonne précédente en partant d'un état d'équilibre défini par une charge de -2,5 m à la surface. Les différentes intensités appliquées, évaluées par rapport à  $K_s$  du sol sont les suivantes:

$P/K_s = 1,5 ; 2,2 ; 3 ; 5 ; 10 .$

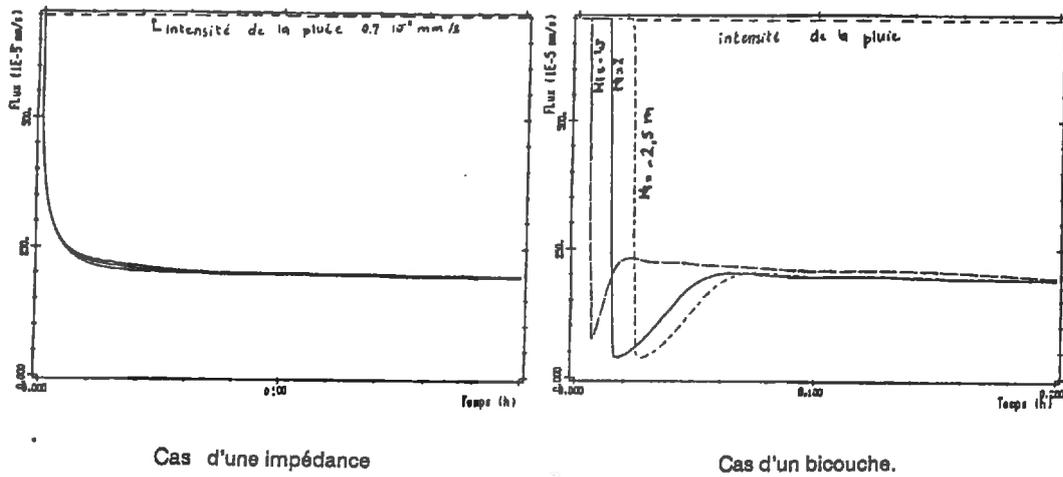


Fig. II-5 Flux d'infiltration pour différentes conditions initiales du sol.

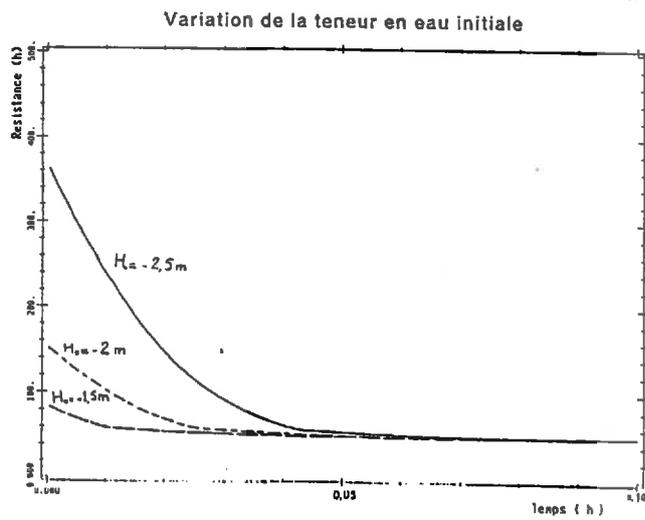


Fig. II-6 Evolution de la résistance de la croûte en fonction du temps pour différentes conditions initiales du sol.

Ces deux séries d'expériences ont été effectuées sur les deux modèles: bicouche et impédance. L'infiltration en fonction du temps est donnée dans les figures II-7 et II-8.

### Discussion

A court terme, dans le cas de l'impédance, on remarque que le flux est pratiquement indépendant de l'intensité de la pluie sauf si cette dernière est plus faible que la grandeur  $(h_{ex}-h_N+e)/R$ .

En effet, si  $Q < (h_{ex}-h+e)/R$ , toute la pluie s'infiltré jusqu'à la submersion éventuelle (ce problème sera traité dans le chapitre suivant).

Si  $Q > (h_{ex}-h_N+e)/R$ , une partie de la pluie s'infiltré, elle est déterminée par :

$$q = -(h_{ex}-h_N+e) / R$$

A court terme  $h_{ex}$  est négligeable devant  $h$  et l'intensité de la pluie n'intervient pas.

A long terme, on voit que le flux augmente avec l'intensité de la pluie. Ceci est dû à l'accumulation de la lame d'eau en surface ce qui donne une charge de plus en plus grande et par suite, un flux croissant.

En pratique, dans les conditions réelles du terrain, la lame d'eau ne peut pas augmenter indéfiniment, l'eau commence à ruisseler une fois que sa hauteur dépasse la capacité de rétention du terrain qui, en général, est définie par la rugosité du sol et la microtopographie.

Finalement, on peut dire que l'intensité de la pluie n'intervient pas à court terme mais c'est plutôt la charge au dessus de la croûte qui affecte l'infiltration.

En considérant le modèle de bicouche, on voit que plus l'intensité de la pluie est grande plus le temps pour atteindre la saturation est court, le flux à long terme étant le même.

La représentation du flux cumulé en fonction du temps dans la figure II-9 nous montre qu'à partir d'une certaine quantité d'eau, le flux devient indépendant de l'intensité. Ce volume d'eau peut être calculé par la formule suivante:

$$V = (\theta_s - \theta_i) \cdot e$$

où  $\theta_s$  et  $\theta_i$  représentent respectivement la teneur en eau à saturation et la teneur en eau initiale dans la croûte,  $e$  l'épaisseur de la croûte et  $V$  le volume d'eau par unité de surface nécessaire pour atteindre la saturation.

De là, on peut déduire que l'intensité de la pluie intervient seulement pour accélérer la saturation de la croûte, après cette première phase ce facteur n'aura plus trop d'influence.

De toutes les façons, le volume intervenant dans la saturation de la croûte est très faible car l'épaisseur de la croûte étant de l'ordre de 0,5 cm et du fait de sa compacité l'état de saturation est vite atteint. On rejoint alors la solution donnée par une impédance à la surface.

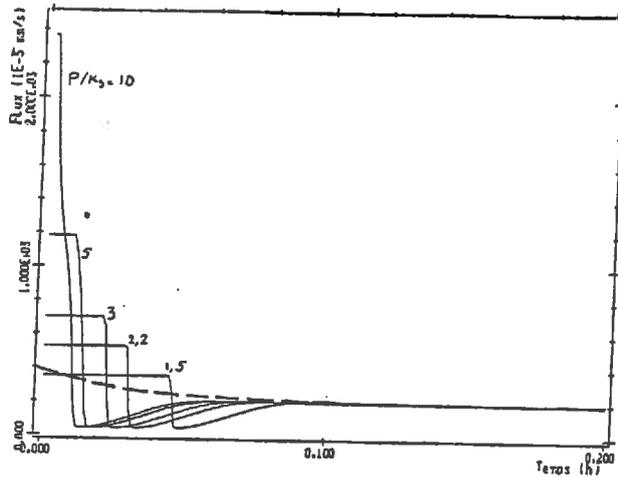


Fig. II-7 Flux d'infiltration pour différentes valeurs de l'intensité de la pluie (cas d'un bicouche : trait plein; cas d'une impédance trait pointillé). La fig. II-8 présente un agrandissement d'échelle de la figure ci-dessus pour le cas de l'impédance.

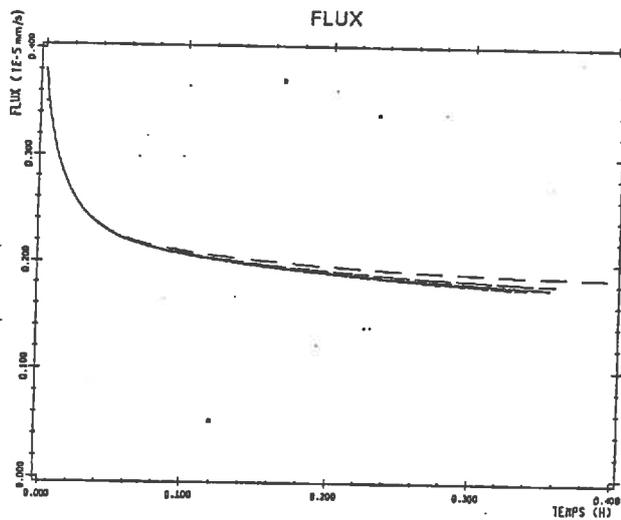


Fig. II-8 Flux d'infiltration pour différentes valeurs de l'intensité de la pluie dans le cas d'une impédance. L'intensité de la pluie est la même que dans la fig. II-7.

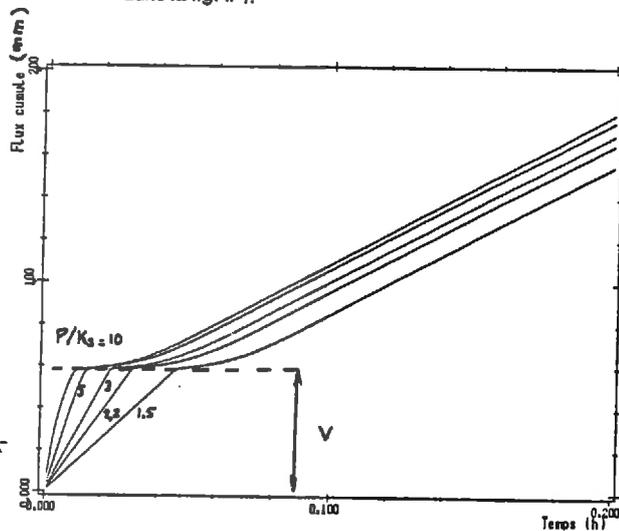


Fig. II-9 Flux d'infiltration cumulé dans le cas d'un bicouche pour différentes valeurs de l'intensité de la pluie. On remarque nettement le volume V défini par un changement brusque de la pente.

## II-6 Conclusion.

Après la série de tests appliqués sur une colonne de sol encroûté, avec deux types de modélisation, dont l'une consiste à discrétiser la croûte et l'autre à l'assimiler à une impédance, on peut tirer les conclusions suivantes:

\* A long terme, les résultats obtenus avec l'une ou l'autre des deux méthodes sont équivalents et on a le même comportement du sol à quelques faibles différences près.

\* A court terme la différence provient du temps nécessaire pour saturer la croûte. Cette différence nous donne alors un faible retard par rapport à l'hypothèse d'une croûte instantanément saturée. Ce décalage est d'autant plus négligeable que l'épaisseur de la croûte est faible, que l'intensité de la pluie est grande et que la croûte est dans un état qui est proche de la saturation. La différence dans le flux cumulé est très faible (de l'ordre du mm).

Finalement, les deux méthodes de modélisation sont équivalentes, mais celle de l'impédance offre un grand avantage du point de vue numérique, car on n'a pas à adopter un petit pas de discrétisation spatiale qui induit de faibles pas de temps pour assurer la stabilité numérique. On peut alors éviter de longs calculs en ne perdant qu'une très faible part de la précision. Ajoutons que la détermination des caractéristiques hydrodynamiques de la croûte est difficile à obtenir expérimentalement, tandis qu'une caractérisation globale de la résistance est possible. Pour ce faire, plusieurs méthodes expérimentales existent (Mc Intyre (1958), Boiffin (1984)).

Dans la suite de notre étude on adoptera seulement le modèle impédance consistant à assimiler la croûte à une résistance hydraulique.

## Chapitre III

# SENSIBILITE A LA PRESENCE D'UNE CROUTE

### III-1 Introduction.

Dans ce chapitre l'impact de la présence d'une croûte est analysé à l'aide du modèle décrit précédemment, la croûte étant simulée par une impédance.

Dans cette étude trois types de sol sont considérés.

Nous étudions l'influence de la variation de la résistance de la croûte sur le flux d'infiltration et sur le temps de submersion (ponding time).

### III-2 Soils testés.

Les trois types de sol sont choisis de manière à ce qu'on ait des compositions granulométriques différentes représentant chacune l'une des trois familles les plus importantes de sol: argile, limon et sable. Le tableau III-1 fournit les données relatives à la composition des sols retenus.

Leurs caractéristiques hydrodynamiques sont obtenues d'après l'analyse de Rawls et Brakensiek (1983) exposée dans l'annexe A3. Nous nous contentons ici de fournir graphiquement les propriétés relatives à chaque type de sol (fig. III-1).

### III-3 Impact de la variation de la résistance de la croûte.

#### III-3-1 Procédure

Une première étude dans le cadre de ce chapitre consiste à faire varier la résistance de la croûte et voir l'impact sur le flux en partant, à chaque fois, du même état d'équilibre initial défini par une charge de -3 mètres. Ce test sera appliqué sur les trois types de sols déjà présentés. L'intensité de la pluie étant constante, égale à  $15 \text{ mm/h} = 4,166 \cdot 10^{-3} \text{ mm/s}$ .

L'intervalle de variation de la résistance devrait être fixé, a priori, selon chaque type de sol, mais la divergence dans les valeurs fournies dans la littérature pour les résistances de la croûte nous a obligé à prendre un intervalle de variation assez large et qui est le même pour les trois types de sol. En effet McIntyre (1958) obtient une conductivité de la croûte 200 à 2000 fois inférieure à celle du sol originel. Hillel et Gardner (1973) trouvent une conductivité de la croûte 3 à 8 fois plus réduite seulement, Rawls et Brakensiek (1983) fournissent un rapport de réduction variant entre 2 et 30 fois selon l'épaisseur de la croûte et le type de sol.

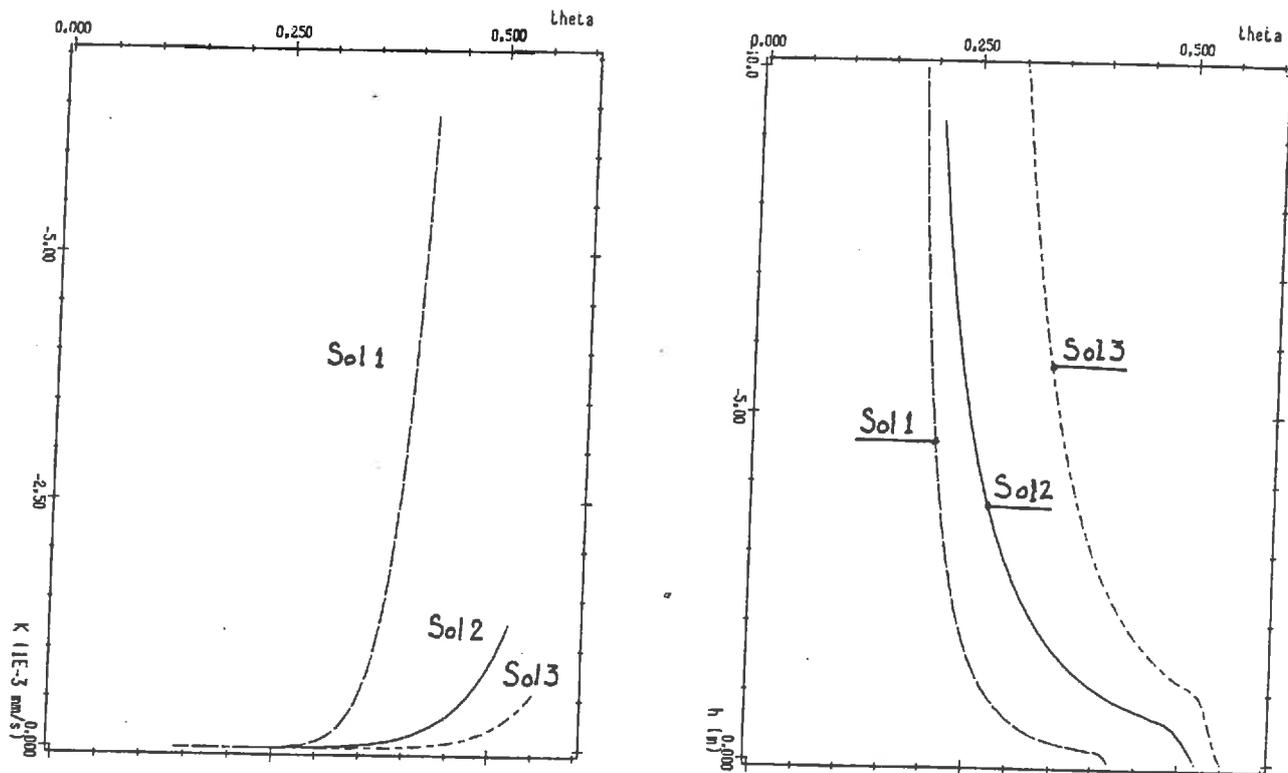


Fig. III-1 Caractéristiques hydrodynamiques des trois sols.

	% Sable	% Limon	% Argile	$K_s$ (mm/s)
Sol 1	60	10	30	$0,635 \cdot 10^{-4}$
Sol 2	15	70	15	$0,125 \cdot 10^{-4}$
Sol 3	20	20	60	$0,555 \cdot 10^{-3}$

Tableau III-1 Composition granulométriques des sols.

R	10 h	30 h	50 h	100 h	300 h
Sol 1	0,021	$7,24 \cdot 10^{-3}$	$4,35 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-3}$	$7,24 \cdot 10^{-4}$
Sol 2	0,111	0,037	0,022	0,011	$3,70 \cdot 10^{-3}$
Sol 3	0,252	0,084	0,051	0,025	$8,41 \cdot 10^{-3}$

Tableau III-2 Rapport de la conductivité hydraulique à saturation de la croûte à celle du sol sous-jacent pour les différentes valeurs de R.

Dans les tests que nous avons appliqués nous avons utilisé les résistances suivantes: 10 - 30 - 50 - 100 et 300 heures. Les rapports  $K_{sat,sup}/K_{sat,inf}$  correspondant à chaque sol sont présentés dans le tableau III-2.

### III-3-2 Résultats et discussion

Les résultats obtenus sont présentés dans la fig. III-2. Ils suscitent les remarques suivantes:

- Pour le sol 1 et pour une résistance de 10 heures, le flux reste égal à l'intensité de la pluie car d'une part, la faible résistance de la croûte n'induit pas une forte perte de charge capable de limiter le flux, et d'autre part la pluie appliquée est inférieure à  $K_s$  du sol ( $6,39 \cdot 10^{-3}$  mm/s) ce qui permet l'absorption de toute la quantité d'eau qui vient en surface.

- Quand la résistance augmente pour le sol 1, la perte de charge est alors accrue dans la croûte et le flux diminue au fur et mesure qu'on augmente la résistance. Le rôle que joue la croûte pour réduire le flux est ainsi mis en évidence .

- Le flux n'est pas affecté dans le même rapport que la résistance car plus cette dernière est grande plus faible est la charge à l'interface, ce qui accroît le gradient hydraulique dans la croûte et influe positivement sur la valeur du flux. De là, on peut tirer une première conclusion relative à la forme de "la courbe de succion": Plus la courbe  $h(\theta)$  est raide, plus faible est l'influence de la résistance de la croûte. C'est ainsi que pour le sol 3 une augmentation de la résistance de 10 à 50 heures ne se traduit que par une légère influence sur la valeur du flux au bout de trois heures (le flux passe de 0,00215 à 0,00187 mm/s). Ce phénomène a lieu car une légère variation de la teneur en eau à l'interface induit une importante variation de la charge, la conductivité du sol n'étant que légèrement affectée.

### III-4 Comportement à court terme : Début de formation de la lame d'eau

La fig. III-3 présente l'évolution du "temps de submersion" en fonction de la résistance de la croûte. Avant de passer à l'interprétation du phénomène nous essayons d'examiner de près sa cinétique.

La lame d'eau commence à se former en surface dès que le flux traversant la croûte devient inférieur à l'intensité de la pluie. Ce phénomène apparaît quand la pression effective à l'interface atteint une valeur critique  $h_c$  définie à partir de l'équation (II-1) par:

$$h_c = -P.R + e \quad (III-1)$$

$h_c$  ne dépend pas du type de sol mais seulement de la résistance de la croûte, par contre, le temps au bout duquel  $h_c$  est atteint dépend de la diffusivité du sol dans l'intervalle défini par l'état initial du sol et  $h_c$ .

En effet, si le sol a une grande diffusivité, l'eau qui s'infiltré est répartie en profondeur, localement la teneur en eau augmente lentement. Pour une faible diffusivité l'eau reste localisée au voisinage de

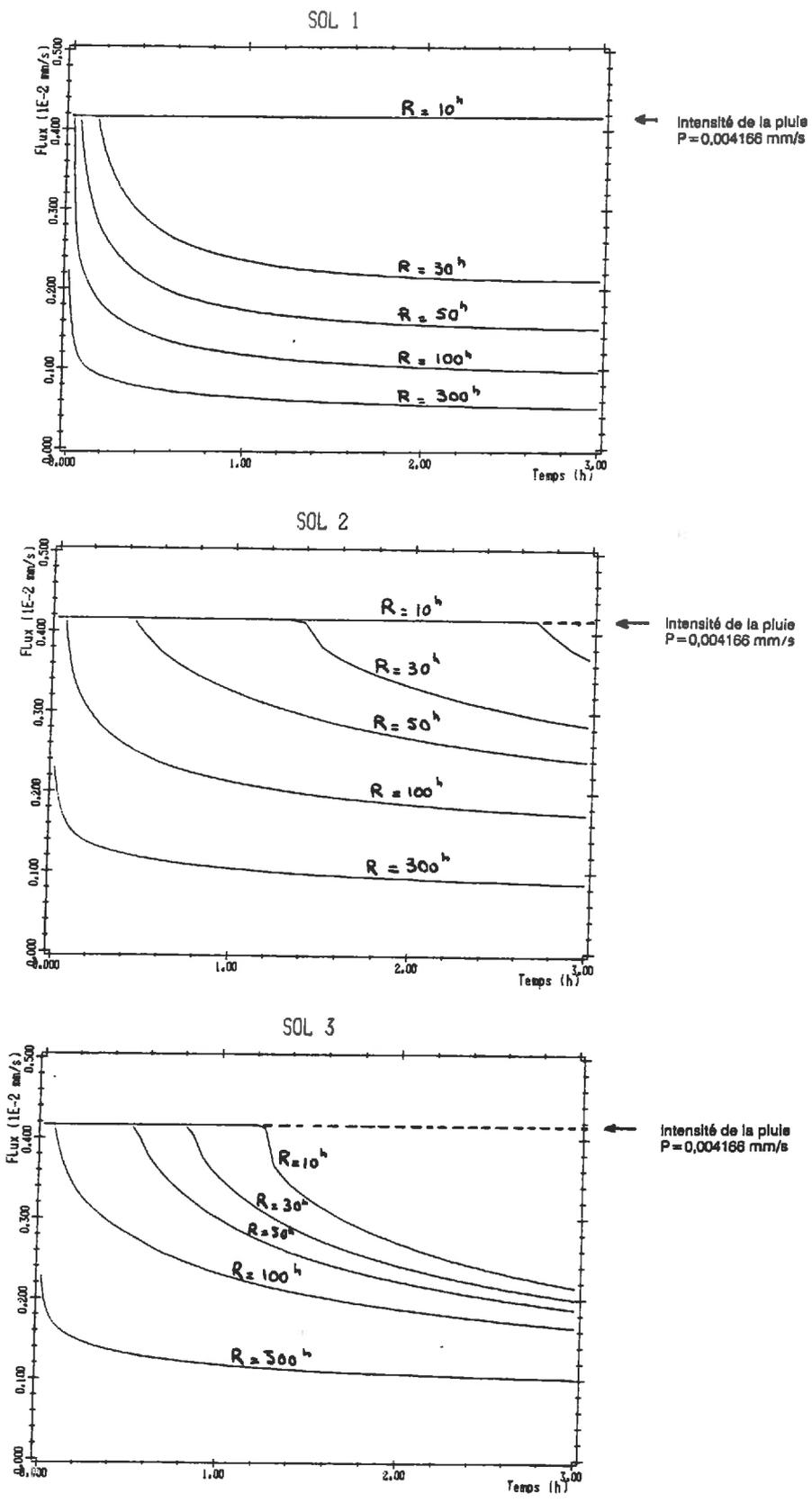


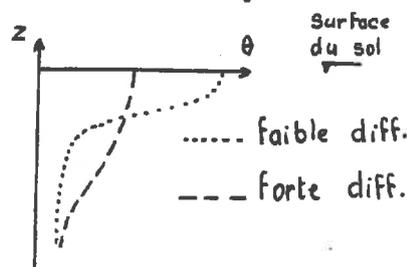
Fig. III-2 Flux d'infiltration en fonction du temps pour obtenus pour différentes valeurs de la résistance hydraulique de la croûte.

l'interface, la teneur en eau augmente rapidement,  $h_c$  est vite atteint et par suite le début de formation de la lame d'eau en surface.

On pourra alors retenir que la sensibilité du temps de submersion dépend de la diffusivité au voisinage de la charge  $h_c$  définie ci-dessus.

L'observation de la fig III-3 nous montre que le temps de submersion varie très rapidement avec la résistance: on a une décroissance très rapide au début qui s'amortit au fur et à mesure que la résistance augmente. Le temps au bout duquel la décroissance se ralentit dépend de la nature du sol.

En effet pour une faible diffusivité le front humide est raide, l'eau s'accumule près de l'interface. Pour une forte diffusivité le front humide est étalé, l'eau se répartit dans la colonne de sol, le temps pour atteindre la pression effective critique est alors plus long. La figure III-4 montre que le sol 3 se caractérise par une diffusivité plus élevée que celle des sols 1 et 2 quand on est loin de la saturation.



Un deuxième paramètre intervient dans la détermination du temps de submersion c'est l'intensité de la pluie. Pour chaque sol nous avons tracé l'évolution du temps de submersion en fonction de la résistance et ceci pour différentes valeurs de l'intensité de la pluie (fig. III-4). On présente seulement l'étude relative au sol 1, les autres présentent un aspect comparable.

On remarque qu'à résistance constante le temps de submersion décroît au début très rapidement pour une intensité de pluie croissante, la décroissance se ralentit jusqu'à ce que le temps de submersion s'annule.

Un test a été établi sur la condition initiale du sol. On a remarqué qu'en passant d'une succion à la surface de -1,5 m à -0,5 m l'infiltration est faiblement affectée.

### III-5 Comportement à long terme:

#### Valeur du flux limite.

Après la formation de la lame d'eau en surface, l'intensité de la pluie intervient de façon à augmenter la charge en surface. Pour assurer une analyse indépendante de l'intensité de la pluie on va considérer alors que la lame d'eau ne s'accumule pas mais s'écoule dès que sa hauteur dépasse la capacité de rétention du terrain. Dans notre étude nous supposons que la capacité de rétention est nulle ce qui est admis car cette charge est a priori négligeable devant la succion dans le sol.

L'équation de l'écoulement dans le sol s'écrit:

A long terme, la succion capillaire près de l'interface devient uniforme (Zayani 1987) et dans ce cas on a:

$$q = -K(\theta)$$

En remplaçant le flux par  $K(\theta)$  dans l'équation (II-1) on obtient:

$$e + h_{ca} - h(\theta) - R K(\theta) = 0 \quad (\text{III-2})$$

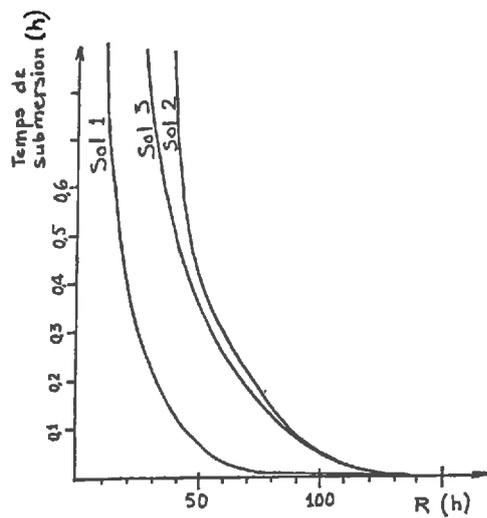


Fig. III-3 Evolution du temps de submersion avec la résistance.

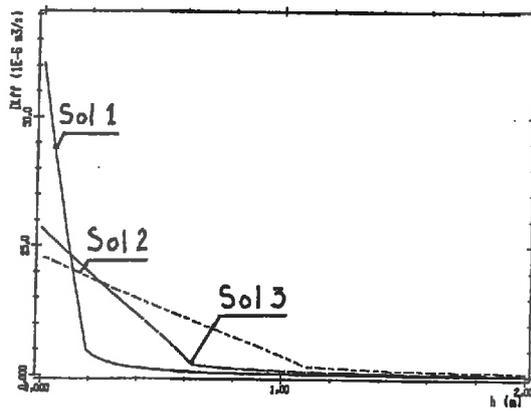


Fig. III-4 Courbes de diffusivité

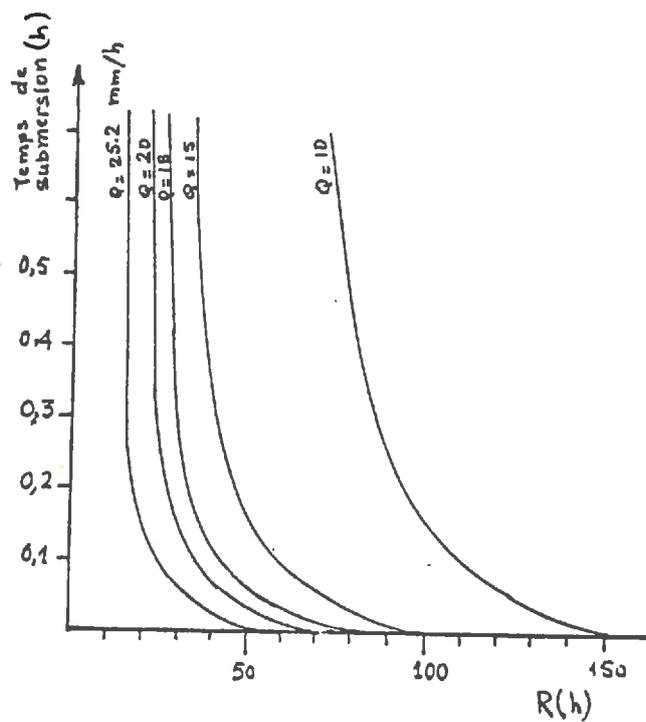


Fig. III-5 Variation de l'intensité de la pluie pour le sol 1.

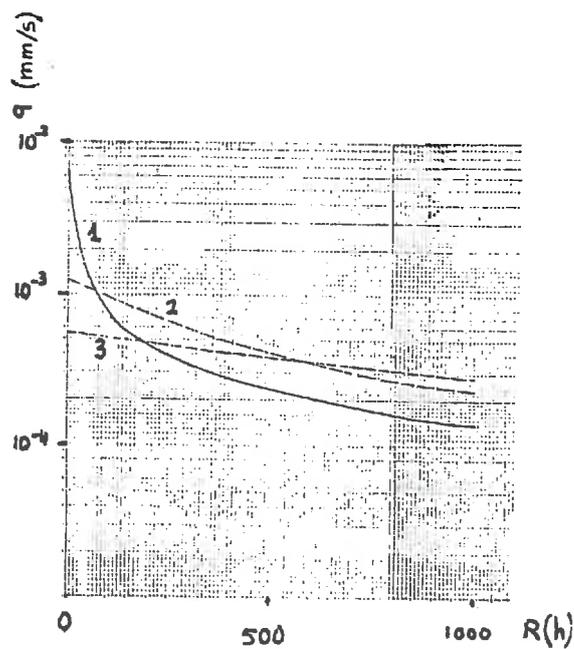


Fig. III-6 Evolution du flux limite avec la résistance de la croûte.

La solution de cette équation est directement liée aux caractéristiques  $K(0)$  et  $h(0)$ . La fig. III-6 présente la solution de cette équation pour les trois sols.

Selon les résultats obtenus on voit que, à faible résistance de la croûte, le sol 3 est beaucoup moins sensible que les sols 1 et 2. La sensibilité est atténuée à forte résistance pour les trois types de sol.

En fait, plus la résistance est forte, plus importante est la perte de charge dans la croûte, la charge à l'interface varie donc dans un sens opposé à celui de la résistance. La sensibilité du flux limite à la résistance est reliée à celle de la sensibilité de la conductivité à la succion. On en déduit que la sensibilité du flux à long terme peut être déduite de la courbe  $K(h)$  (fig. III-6). En effet, pour le sol 3, on voit que la conductivité est faiblement affectée par la succion tandis que pour les sols 1 et 2 la conductivité est très sensible pour les faibles valeurs de  $h$ .

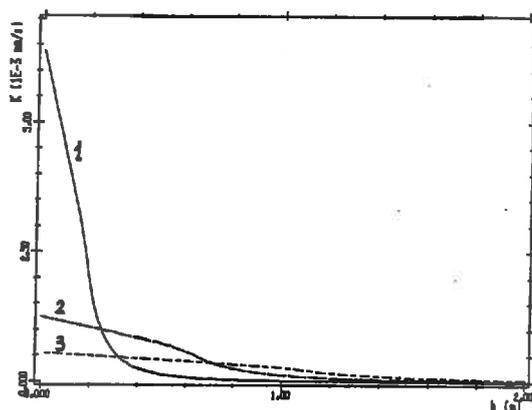


Fig. III-7 Représentation de la fonction  $K(h)$  pour les trois sols.

### III-6 Conclusion.

Dans ce chapitre une analyse sur trois types de sol a été effectuée et permis de dégager les conclusions suivantes:

- A court terme, plus la diffusivité du sol est grande plus le début de ruissellement apparaît tardivement. L'apparition ou non d'une lame d'eau en surface est un phénomène très sensible à la résistance de la croûte pour une forte intensité de pluie, la sensibilité diminuant avec cette dernière. L'état initial n'est pas un paramètre très sensible sur le temps de submersion.

- A long terme, le flux qui traverse la croûte dépend de la sensibilité de la conductivité hydraulique à la succion : plus la conductivité est sensible plus le flux est sensible à la résistance de la croûte.

## Chapitre IV

# SENSIBILITE DU RUISSELLEMENT

### IV-1 Introduction

Notre mémoire, étant une étude préliminaire à l'établissement d'un modèle d'érosion des terrains encroutés caractérisés par une faible pente, se propose de répondre aux questions suivantes:

- Quelle est la sensibilité du modèle adopté de ruissellement à ses paramètres qui l'affectent?
- Quels sont les paramètres les plus sensibles et avec quelle précision ces paramètres doivent-ils être définis?
- Quel rôle peut jouer la variabilité spatiale dans l'estimation de la résistance de la croûte sur le débit de ruissellement?

Pour essayer de répondre à ces questions on a choisi un bassin versant hypothétique mais qui pourrait représenter en quelque sorte les bassins sur lesquels on rencontre le problème de l'encroutement. Les paramètres testés sont les suivants:

- la résistance de la croûte,
- la conductivité du sol,
- la pluie,
- la pente,
- la rugosité de la surface,
- la capacité de rétention superficielle,
- le niveau de la nappe.

Pour certains de ces paramètres on fera des tests sur les conséquences de la variabilité spatiale sur le débit de ruissellement.

### IV-2 Description du bassin versant.

Le bassin versant choisi pour nos tests présente une surface plane inclinée d'un angle  $\delta$  avec l'horizontale. Il repose sur un socle imperméable situé à 1 m de la surface.

La longueur du bassin est de 1000 m (les tests ont prouvé que cette longueur est suffisante pour avoir un régime établi), la largeur est de 100 m. Le sol constituant ce terrain est limoneux, il est couvert par une croûte de résistance R.

Le bassin est discrétisé en 10 mailles de calcul orthogonales carrées de 100 m de coté. Chaque maille est discrétisée dans le sens vertical en 50 noeuds de calcul, le pas d'espace étant de 2 cm (fig. IV-1).

### IV-3 Description de la méthode de couplage du ruissellement avec l'infiltration

Comme décrit dans le chapitre 1, le ruissellement est modélisé par l'équation simplifiée de Saint Venant qui exprime la conservation de la quantité de mouvement. En négligeant les termes de l'inertie, cette équation revient à exprimer le bilan de masse dans une surface élémentaire.

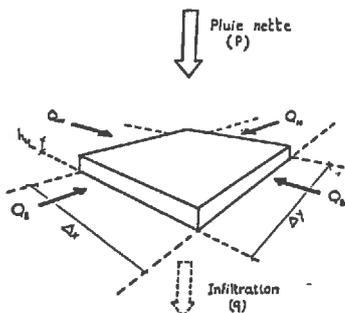


Fig. IV-2 Représentation schématique du bilan de la masse d'eau.

Considérons la surface représentée dans la figure ci-contre. Soient  $P$  l'intensité de la pluie nette,  $q$  le flux d'infiltration par unité de surface et  $Q_E$ ,  $Q_W$ ,  $Q_N$  et  $Q_S$  les débits d'échange avec l'extérieur. Le bilan de la masse d'eau s'écrit comme suit:

$$(Q_E + Q_W) \Delta y + (Q_N + Q_S) \Delta x + (P + q) \Delta t = \Delta h_{ex} \cdot \Delta x \Delta y \quad (IV.1)$$

$P$  est donnée,  $q$  calculé d'après la méthode utilisée dans les chapitres 2 et 3, et les différents débits  $Q$  calculés par l'équation (I-11) au temps  $t$ , en supposant que les débits ne subissent pas de grandes variations entre le temps  $t$  et le temps  $t + \Delta t$ , connaissant  $h_{ex}(t)$  on peut calculer  $h_{ex}(t + \Delta t)$  qui sera utilisé dans le calcul de l'infiltration au temps  $t + \Delta t$ .

#### IV-4 Paramètres considérés.

##### IV-4-1 La pente ( $\delta$ ).

Bien que la pente ne constitue pas un paramètre du modèle - c'est une donnée bien déterminée par la topographie du bassin versant - elle a été considérée afin de détecter l'influence de la pente sur le débit de ruissellement qui pourrait constituer un indicateur sur la condition de formation de la croûte.

En effet, Poesen (1984) a montré que plus la pente est raide plus faible sera l'épaisseur de la croûte ainsi que sa résistance car le débit de ruissellement ne permet plus le dépôt des particules. Le but de ce test est donc de pouvoir suivre l'évolution du débit en fonction de la pente.

D'après une étude entreprise par De Ploey (1984), les dépôts colluviaux limoneux se forment sur des pentes de moins de 2 à 3° (3,5 à 5,2 %) suivant le débit, la concentration et en présence ou non de la pluie qui accroît la turbulence.

Dans la présente étude on testera l'influence de la pente indépendamment de la résistance de la croûte dans le but de voir l'évolution de la vitesse du ruissellement pour la relier dans nos prochaines études à la capacité de transport solide de l'écoulement.

L'intervalle dans lequel on fait varier la pente est imposé par la nature de bassins versants concernés par l'encroustement. Les valeurs testées sont les suivantes: 0,5%, 1% et 2%.

##### IV-4-2 La capacité de rétention de la surface ( $r$ ).

La capacité de rétention est une caractéristique de la surface du sol. Généralement, plus la surface est rugueuse, plus grande sera la capacité de rétention (Mitchell et Jones 1976; Monteith 1974; Seginer 1971; cités par Onstad 1984). La pente est aussi un facteur affectant le paramètre en question.

La manière de travailler le sol peut aussi accroître ou réduire la capacité de rétention et même ce paramètre n'a pas de valeur fixe dans le temps mais change durant les événements pluvieux (Burwell et Larson 1969).

Plusieurs chercheurs ont essayé de quantifier ce paramètre en le reliant à la nature du sol, l'intensité de la pluie (Mitchell et Jones 1976) ou à la rugosité de la surface et à la pente (White 1983; Onstad 1984). Les valeurs obtenues varient entre 0 (forte pente (12%) avec surface peu rugueuse) à 1 cm pour une faible pente (0,2%) et surface très rugueuse.

D'après des études entreprises parallèlement à notre travail à l'INRA de Rennes par Bruneau sur un terrain présentant une pente de 2% labouré dans le sens de la plus grande pente, la capacité de rétention est de l'ordre de 0,1 mm (Cette capacité ne concerne que la microtopographie).

Ayant cet ordre de grandeur, on se propose de tester les trois valeurs suivantes:  $r = 0$  mm,  $r = 0,5$  mm et  $r = 1$  mm.

#### IV-4-3 Le coefficient de Strickler ( $K_R$ ).

Les facteurs de frottement intervenant dans le ruissellement sur des surfaces naturelles sont difficiles à mettre en évidence par la pure théorie. A l'exception du ruissellement sur des surfaces lisses (bétonnées par exemple), le ruissellement est en général un phénomène assez complexe. En dépit de ces contraintes, l'équation de Saint Venant appliquée au ruissellement a montré sa validité dans plusieurs modèles hydrologiques conceptuels, tels que le SHE (Bathurst 1986 a-b) et ANSWERS (Park 1981), dans la reproduction des hydrogrammes des événements pluvieux, à condition de choisir le bon coefficient de rugosité "effectif" qui inclut l'effet des gouttes de pluie, le cheminement de l'écoulement, les obstacles tels que les plantes, les cailloux, les sillons, la force de frottement sur la surface, l'érosion, le transport de sédiment et la viscosité de l'eau (Edwin et Engman 1986).

Dans une étude bibliographique détaillée, Edwin et Engman (1986) présentent les valeurs du coefficient de Manning ( $n$ ) (inverse du coefficient de Strickler ( $K_R$ ) en système SI) pour différents états de la surface du sol. Le domaine de variation s'étend entre  $n=0,5$  pour une surface couverte de gazon et  $n = 0,01$  pour une surface lisse bétonnée.

Dans une étude de sensibilité appliquée au SHE sur le bassin versant de la rivière Wye en Grande Bretagne, Bathurst (1986) trouve une valeur de  $K_R = 0,75$  ( $n=1,333$ ). Le bassin étudié étant une zone de prairies.

Park (1981), appliquant son étude sur de petits bassins versants à caractère agricole, trouve des valeurs du coefficient de Strickler  $K_R$  variant entre 8 et 25.

En se rappelant que l'apparition de la croûte est surtout due au fait de laisser le sol exposé aux intempéries sans couvert végétal, on s'intéresse plutôt aux surfaces caractérisées par un faible couvert végétal, ainsi on a considéré les coefficients de Strickler suivants:  $K_R = 5$ , 15 et 50.

#### IV-4-4 La pluie.

Le hyétogramme de pluie peut avoir une infinité de formes. Dans notre étude on s'est limité à trois hyétogrammes caractérisés par une intensité de pluie constante mais ayant de valeurs différentes. La durée de la pluie est choisie de façon à avoir la même quantité d'eau durant les trois épisodes pluvieux, ainsi on appliquera les intensités suivantes: 5, 10 et 15 mm/h pour les durées respectives: 6, 3 et 2 heures.

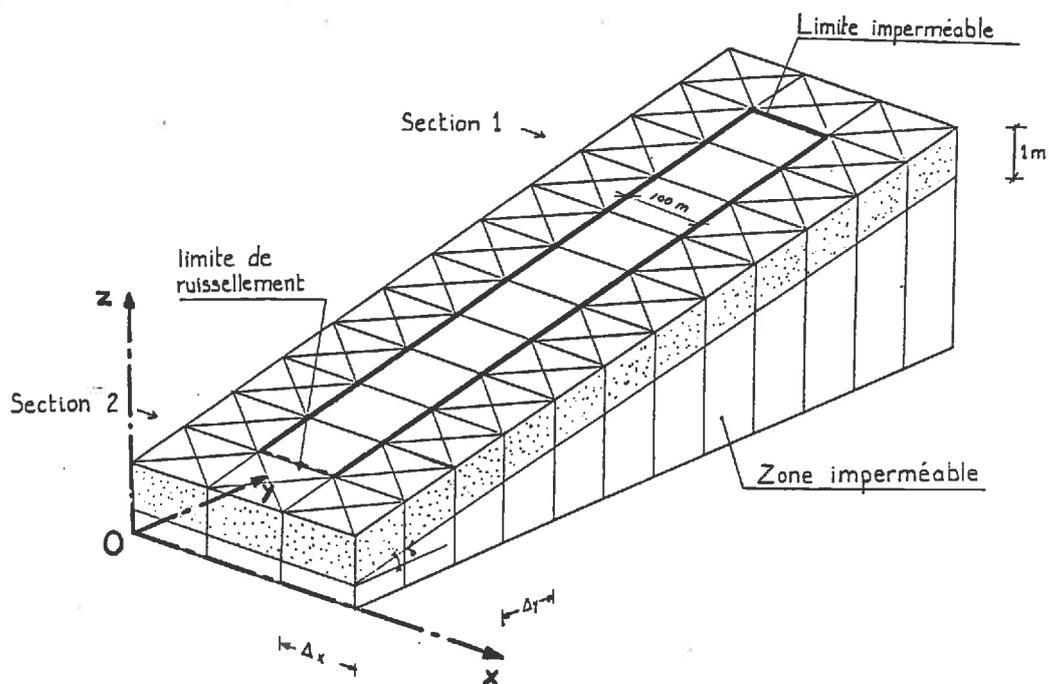


Fig. IV-1 Représentation du bassin versant.

N° du test	Paramètre variable	Valeur	Volume total ruisselé (m <sup>3</sup> )	Ruissellement total Infiltration totale
	<b>Coefficient de Strickler</b>			
F1		50	230,05	0,0824
F2		5	26,18	0,0087
	<b>Capacité de rétention</b>			
F3		1,0 mm	101,23	0,0346
F4		0,0 mm	59,55	0,0201
	<b>Pente</b>			
F5		2,0 ‰	55,54	0,0187
F6		0,5 ‰	110,66	0,0380
	<b>Intensité de la pluie</b>			
F7		5 mm/h	0,00	0,0000
F8		15 mm/h	345,21	0,1286
	<b>Resistance de la croûte</b>			
F9		20 h	1,20	0,0004
F10		100 h	578,05	0,2600
	<b>Conductivité du sol</b>			
F11		0,0625 cm/h	352,73	0,1323
F12		0,2025 cm/h	16,81	0,0055
	<b>Distribution de la résistance linéaire</b>			
F13		5h <R< 95h	247,01	0,0890
	<b>Niveau de la nappe</b>			
F14		-0,50 m	1214,36	0,6725
F15		-0,70 m	782,65	0,3498
F0	<b>Conditions de référence</b>		78,52	0,0283
	<b>Capacité de rétention superficielle</b>		<b>Volume total retenu</b>	
		0,5 mm	50	
		1,0 mm	100	
	<b>Volume total de la pluie (m<sup>3</sup>)</b>		3000	

Tableau IV-1 Dans tous les tests seulement le paramètre variable est modifié par rapport à sa valeur de référence. Les valeurs de références sont fournies dans la remarque du paragraphe IV-4-6.

#### IV-4-5 Le sol.

Les sols les plus susceptibles de présenter une croûte sont les sols limoneux (Boiffin 1984), c'est pour cela qu'on a choisi le sol 2 étudié dans le chapitre précédent.

Pour un sol, la conductivité hydraulique à saturation ( $K_s$ ) ne peut pas être déterminée avec précision et l'erreur peut être du même ordre de grandeur que la valeur du paramètre en question. Pour cela on va tester trois valeurs de la conductivité et voir l'impact d'une erreur dans l'évaluation de ce paramètre. Les valeurs de la conductivité seront:  $K_s = 0,0225$ ,  $0,045$  et  $0,0675$  cm/h (respectivement  $0,625 \cdot 10^{-3}$ ,  $1,25 \cdot 10^{-3}$  et  $1,875 \cdot 10^{-3}$  mm/s).

Dans le même but, des tests ont été effectués sur la résistance de la croûte. Dans ce cadre on a prévu aussi plusieurs distributions de la valeur de la résistance de la croûte à savoir: trois distributions uniformes de 20, 50 et 100 heures respectivement et une distribution linéaire variant entre 5 heures en amont et 95 heures en aval.

#### IV-4-6 Le niveau de la nappe.

Dans ces tests le niveau de la nappe est maintenu à -1,0 m de la surface (au substratum la charge est supposée nulle). On a considéré deux tests supplémentaires avec un niveau à -0,50 m et -0,70 m respectivement de la surface du sol. Ce paramètre intervient dans la détermination du profil de la charge hydraulique, et surtout son influence sur la valeur de la charge à l'interface sol-croûte impose la valeur du flux d'infiltration.

#### REMARQUE:

La condition de référence est définie par les valeurs suivantes:

coefficient de Strickler	K=15
pente du terrain	S= 1%
rétenition superficielle	r=0,5 mm
intensité de la pluie	P=10 mm/h
durée de la pluie	$D_r = 3$ h
niveau de la nappe	-1,0 m
résistance de la croûte	R= 50 h
conductivité du sol à saturation	$K_s = 0,125$ mm/h

Dans nos tests on a fait varier à chaque fois la valeur d'un seul paramètre en maintenant les autres valeurs comme défini ci-dessus. Le tableau IV-1 présente en résumé les différents tests appliqués.

#### IV-5 Discussion et Résultats.

##### IV-5-1 Effet de la résistance de la croûte et de la conductivité hydraulique

Ces deux paramètres déterminent la quantité d'eau qui s'infiltré et par là-même, déterminent celle qui contribue au ruissellement. D'après l'étude entreprise dans le chapitre précédent, on pouvait à priori prévoir la réponse du bassin versant. En effet, quand la résistance est faible, il n'y a pratiquement pas de ruissellement, ce dernier augmente avec la résistance: l'augmentation est d'abord rapide pour les faibles valeurs, ensuite le flux tend asymptotiquement vers une valeur limite pour une résistance infinie, la

valeur limite n'est autre que celle obtenue sur un sol parfaitement imperméable.

Les figures IV-3 et IV-4 présentent les hydrogrammes de ruissellement par unité de largeur obtenus dans les sections 1 et 2 indiquées sur la figure IV-1.

On voit que l'influence de ces deux paramètres est très importante pour déterminer la quantité d'eau qui va participer au ruissellement en réglant la quantité d'eau qui s'infiltré (fig. IV-5). Plus on réduit la conductivité du sol ou l'on augmente la la résistance de la croûte, on réduit le rapport  $R^T/q^T$  (ruissellement total / infiltration totale). Le tableau IV-1 présente le rapport  $R^T/q^T$  pour les différents tests appliqués. On voit qu'une modification de la résistance peut augmenter considérablement ce rapport.

Donc ces deux paramètres sont d'une importance primordiale et leur détermination devrait se faire avec le plus de précision possible.

Le test appliqué avec une variation linéaire de la résistance entre 5 heures en amont et 95 heures en aval montre que bien qu'on a la même moyenne spatiale de la résistance on a un comportement différent de l'infiltration à l'échelle globale.

En effet, dans la figure IV-7 on observe surtout que le temps de submersion n'est pas le même: dans le cas de la résistance variable la submersion est immédiate ceci est dû aux zones de forte résistance de croûte. A long terme le flux limite est plus grand que celui obtenu sur un bassin à résistance de croûte uniforme. Ce dernier phénomène provient de la variation de la pression capillaire qui s'établit à l'interface sol-croûte qui tend à augmenter le flux d'infiltration comme on l'a déjà vu dans le chapitre précédent.

Une comparaison des hydrogrammes obtenus dans les deux cas cités (fig. IV-6) montre aussi une différence de comportement. Dans les sections amont du bassin à résistance de croûte variable le ruissellement est faible voire même inexistant et le débit augmente plus on se déplace vers l'aval. Dans l'autre cas la zone amont participe au ruissellement et en se déplaçant vers l'aval le régime devient établi (l'hydrogramme est le même).

La comparaison des volumes ruisselés (tableau IV-1) montre que dans le cas d'une distribution variable de la résistance de la croûte on a trois fois plus de volume d'eau contribuant au ruissellement que dans le premier cas.

Ce qui précède nous montre qu'on ne peut pas remplacer une distribution présentant une tendance par une valeur moyennée sur l'espace.

#### IV-5-2 Influence de la rugosité de la surface et de la pente.

Dans la présentation des paramètres, nous avons distingué ces deux paramètres du point de vue morphologie du bassin, mais avec la formulation choisie, leur influence sur le ruissellement est liée: en revenant à l'équation de Manning-Strickler on peut remarquer que si le produit  $(K.S^{1/2})$  est constant le débit est le même.

D'après ce qui précède, on peut prédire que le modèle est plus sensible à une variation du coefficient de rugosité qu'il ne l'est à une variation de la pente.

L'observation des figures (IV-8) et (IV-9) montre une différence de comportement entre les sections 1 et 2.

En aval, le régime est établi, c'est à dire que dans deux mailles successives on a le même comportement hydraulique. Si on considère le bilan de masse d'une maille à un instant donné, le débit qui y entre est égal au débit qui en sort, la différence entre pluie et infiltration se traduit par

un épaississement de la lame d'eau. Ainsi, pour les différentes valeurs du coefficients  $K_r$  considérées, ayant la même intensité de pluie (10 mm/h) et le même flux d'infiltration, on se retrouve avec la même épaisseur de la lame d'eau. Le débit est alors proportionnel à la grandeur  $(K.S^{1/2})$ .

Ce raisonnement tombé en défaut s'il est appliqué sur une maille qui se trouve dans la zone où le régime n'est pas encore établi, on ne retrouve plus la proportionnalité, la rugosité et la pente interviennent moins dans la détermination du débit (celui-ci est limité) mais influe sur l'épaisseur de la lame d'eau. Ainsi sur les sols rugueux ou à faible pente la formation d'une lame d'eau épaisse avec une faible vitesse d'écoulement protège la surface du sol de l'impact des gouttes de pluie.

La quantité totale ruisselée  $R^T$  étant l'intégrale du débit traversant la section aval est proportionnelle à  $(K.S^{1/2})$ .

Pratiquement le coefficient  $K_r$  ne peut pas être mesuré, il est obtenu par calage sur un hydrogramme connu.

#### IV-5-3 Effet de l'intensité de la pluie.

La figure IV-10 représente les hydrogrammes de ruissellement dans les sections 1 et 2 pour les différentes intensités de pluie appliquées. On peut constater que la réponse du bassin est très sensible à cette donnée. Pour une faible intensité (5 mm/h) il n'y a pas eu de ruissellement, pour 10 mm/h le ruissellement commence 90 minutes après le début de la pluie alors que pour 15 mm/h on a début de ruissellement seulement après 20 minutes et un débit maximum 3,5 fois plus grand que dans le cas d'une intensité de 10 mm/h.

En ce qui concerne le ruissellement, le résultat d'une forte intensité de pluie  $P_1$  avec faible résistance de la croûte est comparable à celui d'une faible intensité  $P_2$  et une faible résistance de croûte. En effet, dans le premier cas la quantité ruisselée est déterminée par la surface 1 (fig IV-11) et dans le deuxième cas par la surface 2. On remarque que ces deux surfaces peuvent être égales pour des intensités de pluie différentes et ce phénomène explique le problème d'érosion à de faibles intensités de pluie quand l'infiltration est limitée.

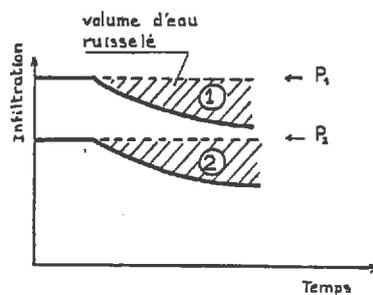


Fig. IV.11

L'hydrogramme de ruissellement dépend seulement de la différence entre pluie nette et infiltrabilité. Si cette différence est négative, il n'y a pas de ruissellement, plus cette quantité est grande, plus grand sera le débit de ruissellement et par suite plus graves seraient les conséquences de point de vue érosion.

#### IV-5-4 Effet de la capacité de rétention superficielle.

Après observation de la figure (IV-12) on peut déduire que la capacité de rétention des flaques n'est pas un phénomène négligeable. En effet, si on compare le volume d'eau total ruisselé à la capacité totale retenue par les flaques (tableau IV-1) on constate que ces quantités sont du même ordre de grandeur (dans le cas où la nappé est à une profondeur de -1,0 m par rapport à la surface). Sachant que l'eau retenue dans les flaques ne peut pas

contribuer au ruissellement on peut déduire qu'une mauvaise estimation de ce paramètre peut bien fausser la réponse du bassin.

Si par contre on applique le modèle sur un bassin imperméable (fig. IV-13), la rétention de l'eau dans les flaques se traduit par un léger retard de l'hydrogramme de ruissellement.

On peut donc déduire que la sensibilité de ce paramètre dépend surtout des quantités d'eau qui interviennent dans le ruissellement: sur un bassin saturé ce paramètre n'intervient que par un léger retard et sur les bassins où la majeure partie de l'eau s'infiltré ce paramètre peut réduire raisonnablement le débit.

#### IV-5-5 Effet de la présence d'une nappe.

Dans les tests évoqués précédemment, on a maintenu le niveau de la nappe constant à -1,0 m en dessous de la surface. Dans ce qui suit on a étudié l'effet produit par une variation du niveau de la nappe: deux niveaux ont été considérés à savoir -0,50 m et -0,70 m. La figure (IV-14) montre que l'infiltration est alors réduite à cause de la faible succion à l'interface sol-croûte et par suite l'excès d'eau contribue au ruissellement: le volume total ruisselé est augmenté dans le rapport 13 dans le premier cas et 8 dans le second cas (c.f. tableau IV-1), ces deux valeurs sont calculées par rapport à la condition de référence (niveau de la nappe à -1,0 m de la surface du sol).

D'après les tests appliqués, on constate que c'est un paramètre très important et il pourrait être responsable de l'apparition du ruissellement et par suite des problèmes de l'érosion.

#### IV-6 Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons étudié la sensibilité du modèle d'infiltration couplé avec celui du ruissellement sur un bassin versant hypothétique. Les paramètres considérés sont les suivants: la résistance hydraulique de la croûte, la conductivité à saturation du sol, la pluie, la pente du terrain, la rugosité de la surface, la capacité de rétention superficielle et le niveau de la nappe.

Tous les paramètres étudiés ont montré une sensibilité non négligeable. la sensibilité d'un paramètre peut être accrue ou réduite selon l'état du bassin, tel est le cas de la capacité de rétention superficielle.

Nous avons constaté que la distribution spatiale de la résistance de la croûte peut jouer un rôle important dans la détermination de la réponse du bassin versant.

La répartition de la valeur des paramètres considérés était supposée uniforme ou variant linéairement (dans le cas de la résistance de la croûte). Une étude sur une répartition aléatoire serait intéressante à envisager.

Dans cette étude on a considéré un seul degré de liberté (on fait varier un paramètre en fixant la valeur de tous les autres). Une étude à plusieurs degrés de liberté pourrait apporter plus d'informations sur le comportement du modèle.

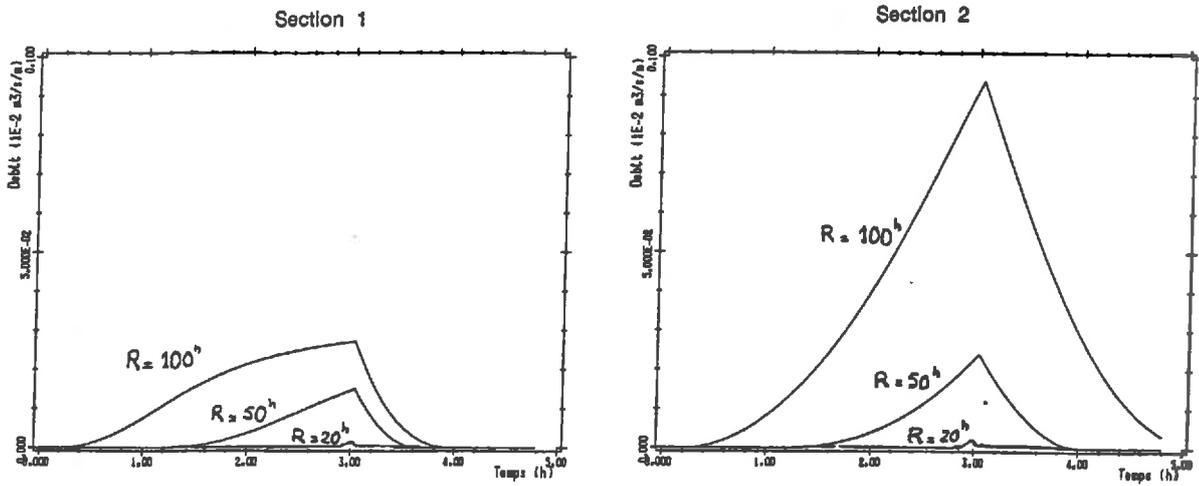


Fig. IV-3 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes valeurs de la résistance hydraulique de la croûte.

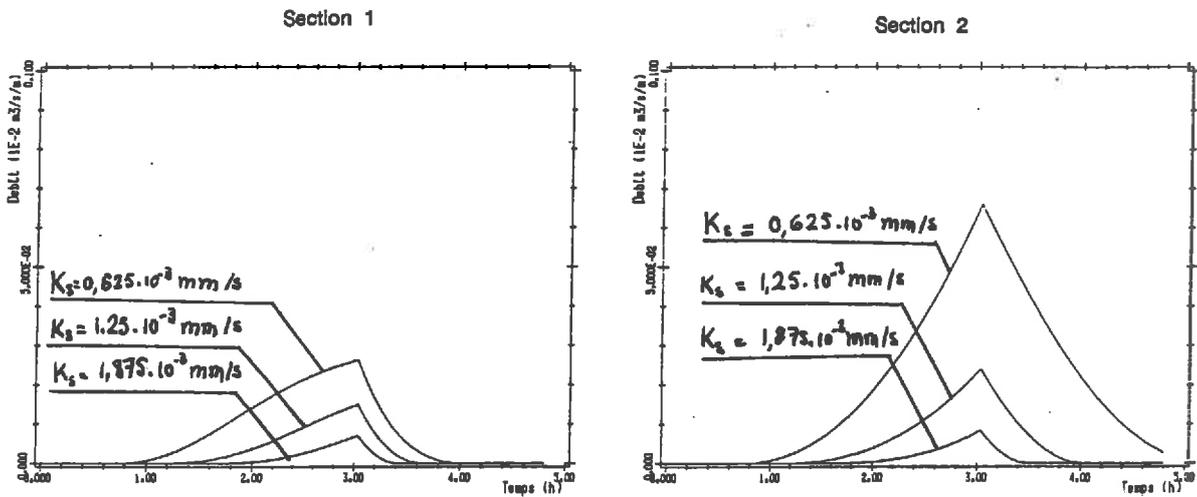


Fig. IV-4 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes valeurs de la conductivité hydraulique à saturation du sol.

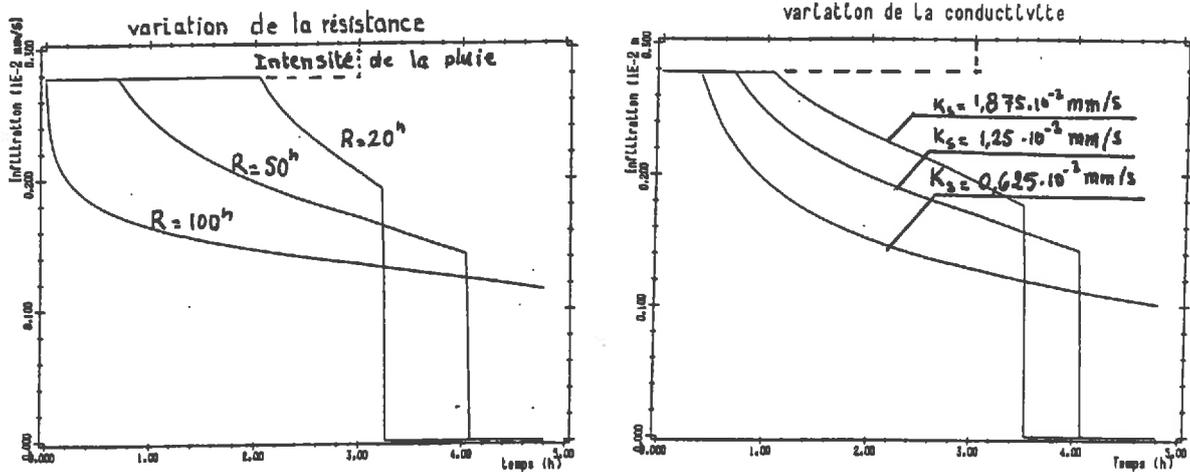


Fig. IV-5 Flux d'infiltration au cours du temps pour les différentes valeurs de la résistance de la croûte (R) et les différentes valeurs de la conductivité à saturation du sol ( $K_s$ ).

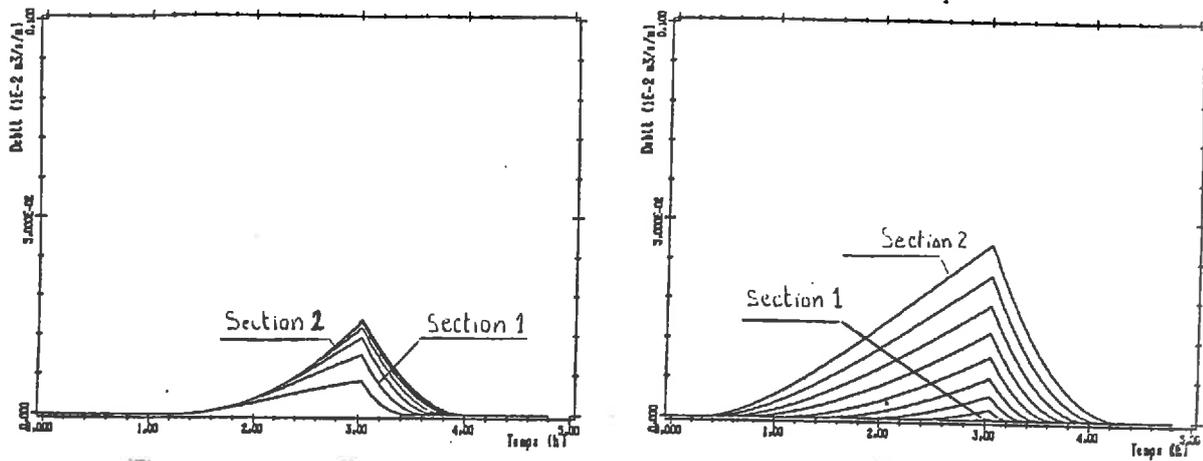


Fig. IV-6 Hydrogrammes de ruissellement dans les différentes sections du bassin versant pour une répartition uniforme de la croûte (droite) et une répartition linéaire variant entre  $R = 5h$  en amont et  $R = 95h$  en aval.

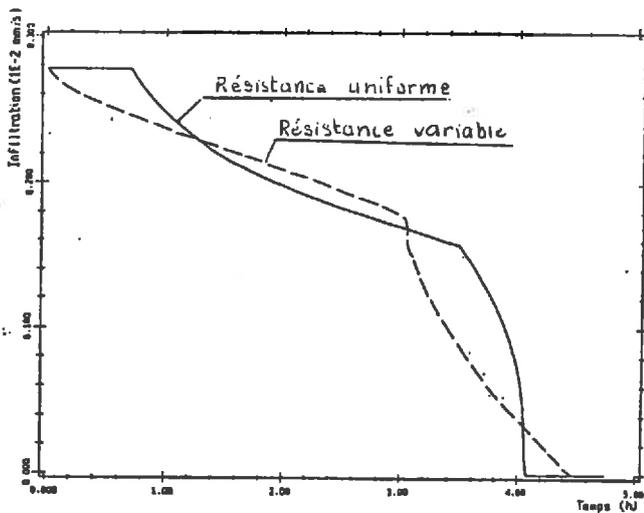


Fig. IV-7 Flux d'infiltration moyennés sur le bassin versant pour une répartition uniforme de la résistance de la croûte ( $R=50h$ ) et une répartition linéaire variant entre  $R = 5h$  en amont et  $R = 95h$  en aval.

Section 1

Section 2

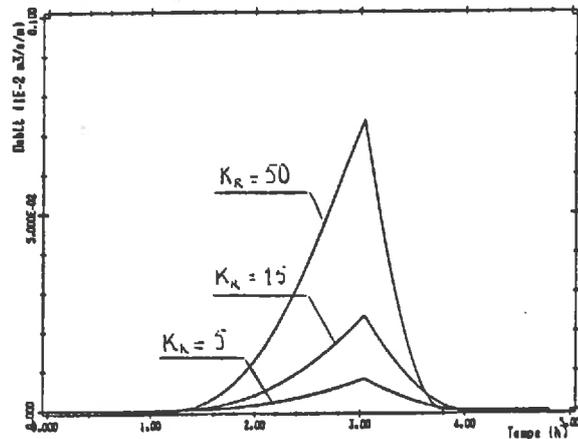
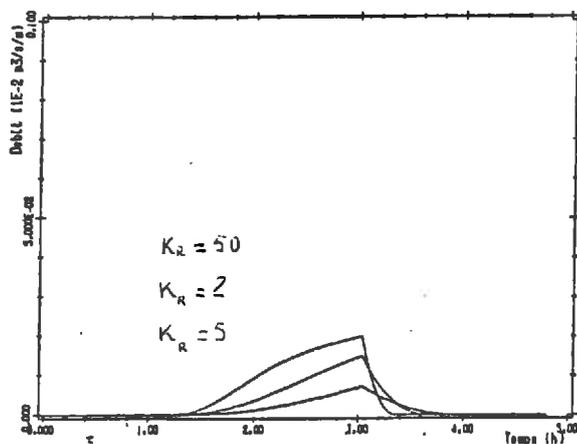


Fig. IV-8 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes valeurs du coefficient de Strickler.

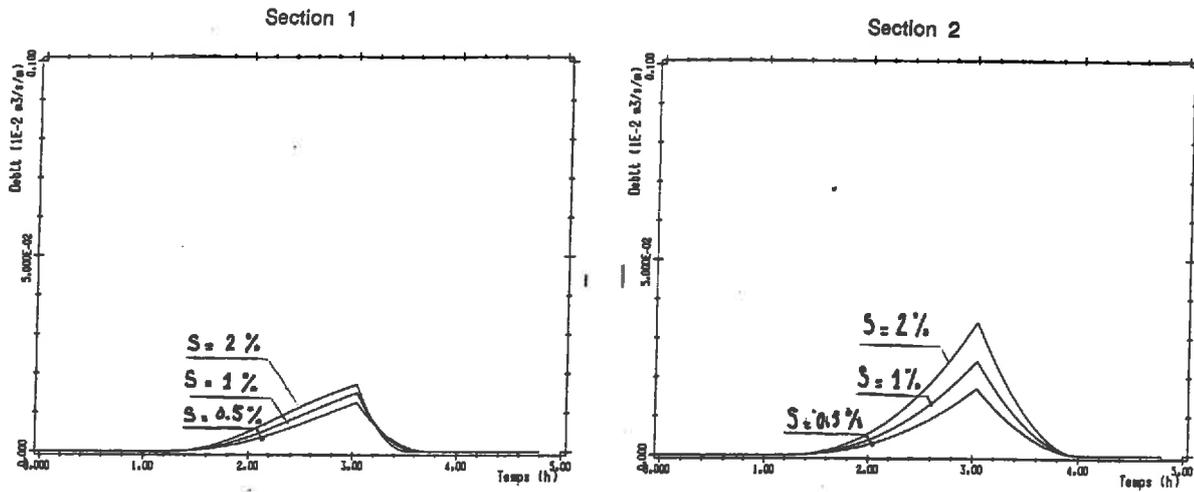


Fig. IV-9 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes pentes de la surface du sol.

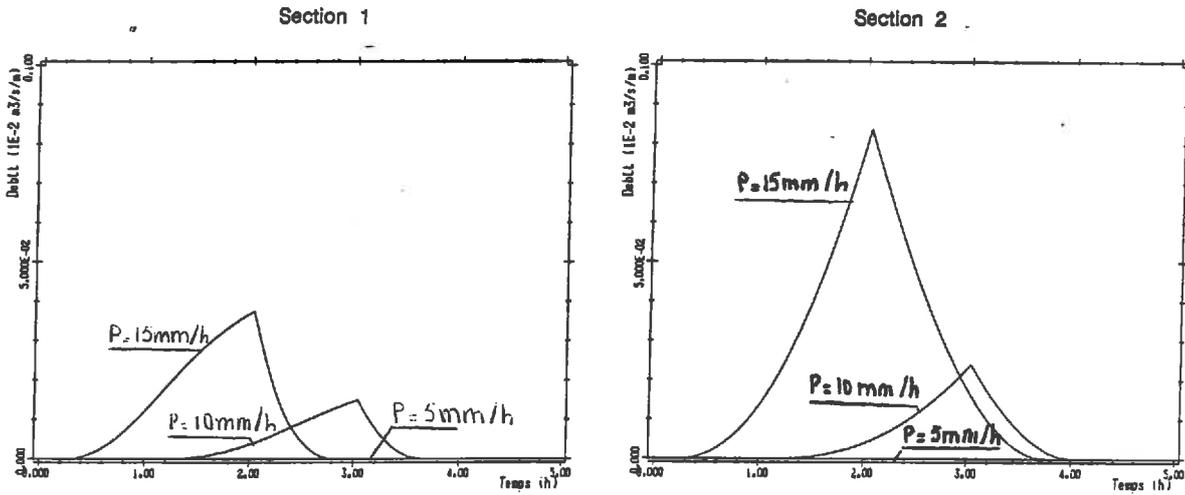


Fig. IV-10 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes valeurs de l'intensité de la pluie.

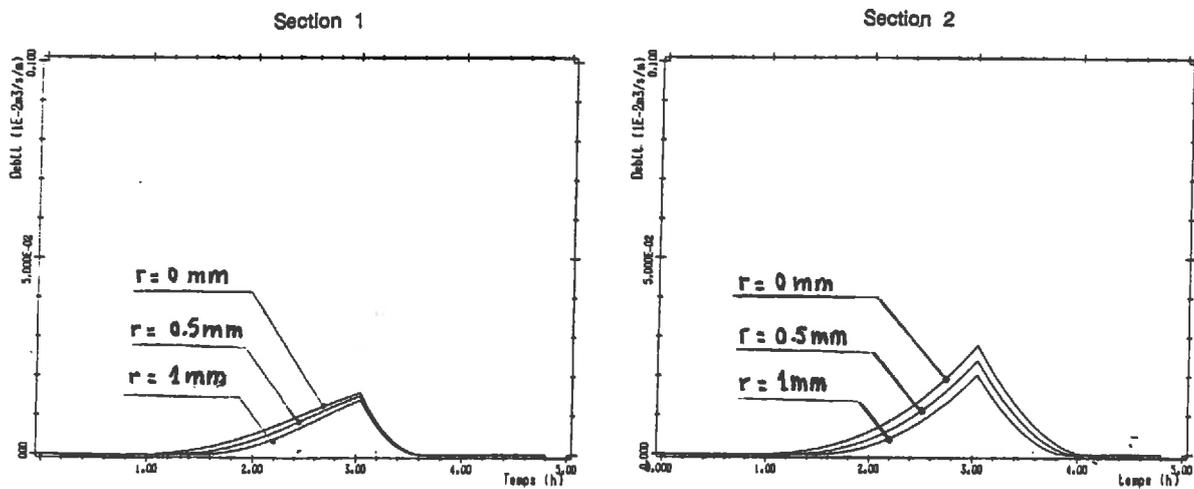


Fig. IV-12 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes valeurs de la capacité de rétention superficielle.

Fig. IV-13 Hydrogrammes de ruissellement dans les sections 1 et 2 obtenus sur un sol imperméable - a- avec capacité de rétention superficielle nulle (trait pointillé) - b- une capacité de rétention superficielle de 0,5 mm (trait plein).

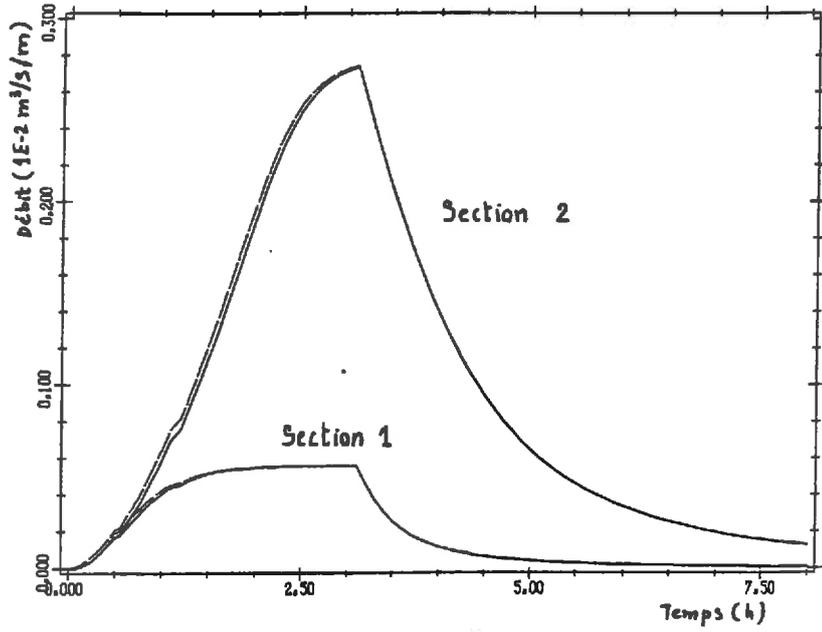


Fig. IV-14 Flux d'infiltration pour les différentes positions de la nappe phréatique.

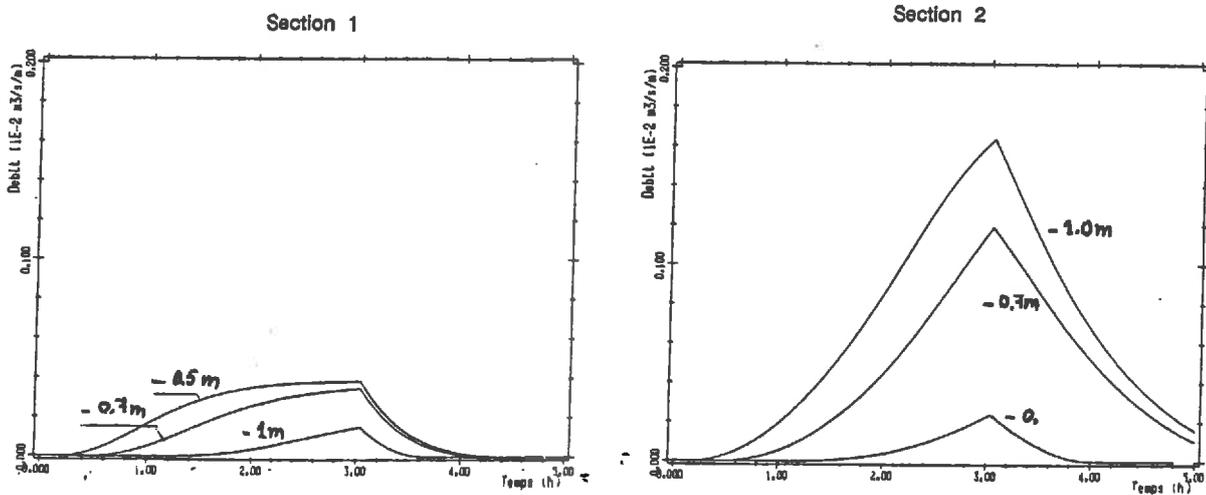
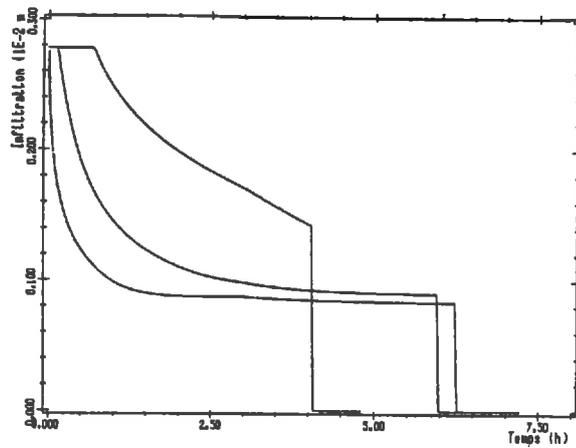


Fig. IV-15 Hydrogrammes de ruissellements dans les sections 1 et 2 pour les différentes positions de la nappe phréatique.

## CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire a permis, dans une première partie, de confirmer l'hypothèse généralement admise sur la modélisation de la croûte qui consiste à remplacer cette dernière par une impédance.

Dans une deuxième partie nous avons traité le problème de la sensibilité des paramètres liés à l'infiltration, nous avons tiré les conclusions suivantes:

- A court terme, plus la diffusivité du sol est grande plus le début de ruissellement apparaît tardivement. L'apparition ou non d'une lame d'eau en surface est un phénomène sensible à la résistance de la croûte pour une forte intensité de pluie, la sensibilité diminuant avec cette dernière. L'état initial n'est pas un paramètre très sensible sur le temps de submersion.

- A long terme, le flux qui traverse la croûte dépend de la sensibilité de la conductivité hydraulique à la succion: plus la conductivité est sensible plus le flux est sensible à la résistance de la croûte.

Dans une troisième partie nous avons couplé le modèle d'infiltration avec celui du ruissellement et nous avons étudié la sensibilité des différents paramètres intervenant dans le modèle. Tous les paramètres envisagés ont montré une sensibilité non négligeable.

La dernière partie de notre étude nous a permis de conclure que la distribution spatiale d'une grandeur peut jouer un rôle important dans la réponse d'un bassin versant.

Cette dernière partie devrait être développée dans une étude qui tient compte d'une distribution aléatoire de la valeur du paramètre considéré.

## SYSTEME HYDROLOGIQUE EUROPEEN S . H . E.

Le Système Hydrologique Européen (S.H.E.) est un modèle mathématique déterministe basé sur un concept physique du cycle hydrologique.

C'est un système modulaire qui comprend :

- La modélisation de l'écoulement en surface en deux dimensions pour le ruissellement et en monodimension pour l'écoulement fluvial .
- L'écoulement unidimensionnel vertical dans la zone non-saturée.
- Un modèle d'écoulement bidimensionnel dans la zone saturée.
- Un modèle unidimensionnel de l'interception et de l'évapotranspiration.
- Un modèle de la fonte nivale.

Le S.H.E. est fondé sur la résolution des équations de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie d'une part (écoulement en surface, zones saturée et non-saturée) et sur des équations empiriques d'autre part (interception, évapotranspiration et fonte nivale).

La résolution des différentes équations différentielles se fait en différences finies.

Le bassin versant considéré est discrétisé en deux réseaux de maillage pour l'écoulement en surface et pour la zone saturée. Ces deux réseaux sont reliés par des colonnes verticales qui sont discrétisées à leur tour suivant une seule direction et dans lesquelles est appliquée l'équation de l'infiltration en milieu non-saturé .

L'architecture du modèle peut être résumée par la fig. A1-1

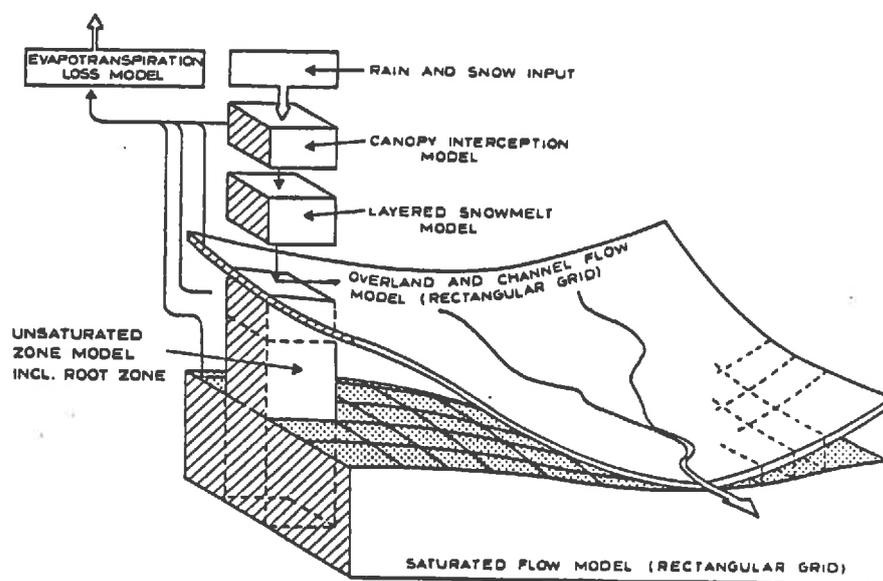


FIG A1-1 Schematic representation of the SHE.

La distribution spatiale des propriétés du bassin versant et des données météorologiques est obtenue en imposant des valeurs aux paramètres dans chacune des mailles.

Le contrôle des opérations et la gestion de tous les modules est assurée par une unité centrale appelée FRAME. Ci-dessous on décrit brièvement la tâche de chacun des modules.

#### FRAME

C'est en quelque sorte un chef d'orchestre qui détermine le pas de temps, la séquence des calculs, assure le transfert des données entre les différents modules, contrôle le bilan de masse et imprime les résultats globaux.

#### INTERCEPTION - EVAPOTRANSPIRATION

Ce module lit les données météorologiques, détermine l'interception et l'évaporation de l'eau, le prélèvement dans la zone racinaire et fournit la pluie nette .

#### ZONE NON-SATUREE

La répartition de la teneur en eau dans la zone non-saturée est calculée d'après l'équation de Richards; l'évapotranspiration est introduite sous des termes puits. Ce module fournit la quantité d'eau qui traverse jusqu'à la nappe ainsi que celle qui reste en surface pour contribuer au ruissellement.

#### ZONE SATURE

L'écoulement dans la zone saturée est modélisé par l'équation de Boussinesq. Cette partie fournit le niveau des nappes. Le couplage entre zone saturée et non-saturée est assuré par un algorithme itératif assurant la conservation de la masse.

#### ECOULEMENT A SURFACE LIBRE

Dans cette partie on distingue le ruissellement de l'écoulement dans les canaux et rivières. L'écoulement est modélisé par l'équation de Saint Venant (en négligeant les termes d'inertie). La résolution est explicite pour le ruissellement mais implicite pour les écoulements dans les canaux et les rivières pour éviter les problèmes d'instabilité numérique.

#### ECHANGE ENTRE NAPPE ET RIVIERE

Ce module assure la liaison entre nappes et rivières selon leurs positions relatives.

### FONTE NIVALE

Deux possibilités sont offertes par ce module suivant la disponibilité des données : une solution fondée sur un concept empirique et une autre sur la résolution des équations de la chaleur et de la conservation de la masse. Les résultats obtenus interviennent dans l'écoulement en surface, l'évapotranspiration et l'infiltration.

Dans le cas où un module n'est pas nécessaire il peut être remplacé par des conditions aux limites internes fixées par l'utilisateur.

## METHODE DE CALCUL DU RUISSELLEMENT

Dans ce bref exposé on se limitera à la description de la partie relative au ruissellement dans le module OC (Overland and Channel flow) du S.H.E.. Pour avoir plus de détails le lecteur pourra se référer à la notice d'emploi du programme.

### A2-1 Hypothèses de bases.

#### A2-1-1 La discrétisation spatiale.

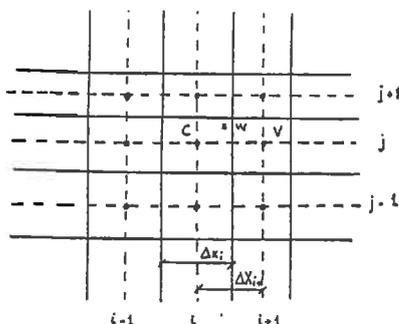
Sur la carte représentant le domaine à étudier, on choisit une origine des axes des coordonnées cartésiennes. Pour la commodité de la suite de l'exposé, on assimilera au Nord la direction croissante des Y sans se soucier de l'orientation effective du domaine.

On impose alors une grille définie par deux tables qui décomposent l'espace en éléments rectangulaires ou mailles. Il conviendra de déformer les limites réelles du domaine d'étude de façon à ce qu'il soit représenté dans le modèle par un ensemble de mailles figurant dans la grille. Chaque élément comprendra quatres faces orientées N, E, S et W.

#### A2-1-2 Echanges d'eau par les contours des mailles.

##### \* Calcul des débits d'échange

Considérons une maille centrale C d'indice  $(i,j)$  et une maille voisine V ayant pour indice un couple appartenant à l'ensemble suivant:  $\{(i-1,j);(i+1,j);(i,j-1);(i,j+1)\}$ . Pour fixer les idées soit  $(i+1,j)$  l'indice de la maille V.



$\Delta x_i, \Delta y_j$ : dimensions de la maille  $(i,j)$

$\Delta X, \Delta Y$ : distance internodale

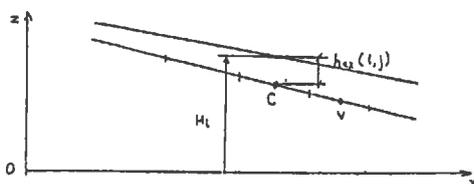


Fig. A2-1

La face E de la maille C coïncide avec la face W de la maille V. A un instant donné, on observe au centre de ces mailles des niveaux d'eau  $H(i,j)$  et  $H(i+1,j)$ .

Le fait de négliger l'inertie de l'eau conduit aux conséquences suivantes:

A. Dans le cas particulier où  $H(i,j) = H(i+1,j)$  le débit  $Q$  échangé entre les deux mailles est nul.

B. Si  $H(i,j) = H(i+1,j)$  et si la hauteur de la lame d'eau dans chacune des mailles C et V est supérieure à la capacité de rétention du sol on observe un écoulement d'une maille vers l'autre, dans le sens C vers V si  $H(i,j) > H(i+1,j)$ , et dans le sens contraire si  $H(i,j) < H(i+1,j)$ .

Il s'agit d'évaluer le débit  $Q$  qui s'écoule à cet instant à travers la face commune aux deux mailles.

\* Equation dynamique du ruissellement.

Nous examinerons le cas où  $H(i,j) > H(i+1,j)$ , c'est à dire que l'écoulement s'effectue dans le sens de la liaison de l'amont  $H(i,j)$  vers l'aval  $H(i+1,j)$ . Dans le cas contraire il suffit de remplacer l'indice  $i+1$  par l'indice  $i$  dans la formule obtenue avec changement de signe.

La convention générale adoptée dans le module OC est que le débit est positif pour une maille lorsqu'il entre dans la maille.

Le débit qui traverse la face limitant les mailles C et V est calculé par la formule ci-dessous:

$$Q_x(i+1,j) = K_R \cdot S^{1/2} \cdot (h_{ex}(i,j) - r)^{5/3} \quad (A2,1)$$

où  $K_R$  : coefficient de Strickler;

$S$  : pente de la ligne d'eau;

$h_{ex}(i,j)$ : hauteur de la lame d'eau dans la maille C

$r$  : capacité de rétention superficielle.

La pente  $S$  est déterminée de la manière suivante:

$$S = \frac{H(i,j) - H(i+1,j)}{\Delta x_{i+1}} \quad (A2,2)$$

Finalement l'expression du débit  $Q_x(i+1,j)$  devient:

$$Q_x(i+1,j) = \frac{K_R}{\sqrt{\Delta x_{i+1}}} (h_{ex}(i,j) - r)^{5/3} \sqrt{H(i,j) - H(i+1,j)} \quad (A2,3)$$

En considérant les mailles  $(i,j)$  et  $(i,j+1)$  on peut tirer l'expression du débit  $Q_y(i,j+1)$ .

$$Q_y(i,j+1) = \frac{K_R}{\sqrt{\Delta y_{j+1}}} (h_{ex}(i,j) - r)^{5/3} \sqrt{H(i,j) - H(i,j+1)} \quad (A2,3 bis)$$

A2-2 Algorithme de solution.

Si on admet que les échanges latéraux restent à peu près constants entre deux instant n et n+1 séparés par un pas de temps t, l'équation simplifiée de Saint Venant en différence finies s'écrit comme suit:

$$\frac{h_{ex}^{n+1}(i,j) - h_{ex}^n(i,j)}{\Delta t} - \frac{Q_x^n(i+1,j) - Q_x^n(i,j)}{\Delta x_i} - \frac{Q_y^n(i,j+1) - Q_y^n(i,j)}{\Delta y_j} = S_r \quad (A2-4)$$

$S_r$  représente le terme source qui n'est autre que:

$$S_r = x_i \cdot y_j \cdot (P^n + q^n) \quad (A2-5)$$

où  $P^n$  : pluie nette au temps n,

$q^n$  : flux d'infiltration au temps n supposé positif vers le haut.

Dans l'équation (A2-4) si on connaît les niveaux d'eau dans chaque maille au temps n, on peut, d'après l'équation (A2-2) déterminer les débits  $Q_x$  et  $Q_y$ ,  $P^n$  étant fourni par les données et  $q^n$  calculé dans le module UZ (Unsaturated Zone), on peut donc tirer la valeur de  $h_{ex}(i,j)$ .

En balayant toutes les mailles on détermine les hauteurs de la lame d'eau et par suite les niveaux H mais à condition de connaître les conditions aux limites.

A2-3 Conditions aux limites.

Dans le cadre de cette étude nous avons envisagé deux types de conditions aux limites:

\* Condition de flux nul :

Dans ce cas il suffit d'annuler dans l'équation (A2-4) le terme du débit correspondant à la limite imperméable.

\* Condition de limite de ruissellement:

Cette condition signifie que le ruissellement continue à l'extérieur du modèle. La pente de la ligne d'eau est supposée identique à celle qui existe entre les deux mailles juste en amont.

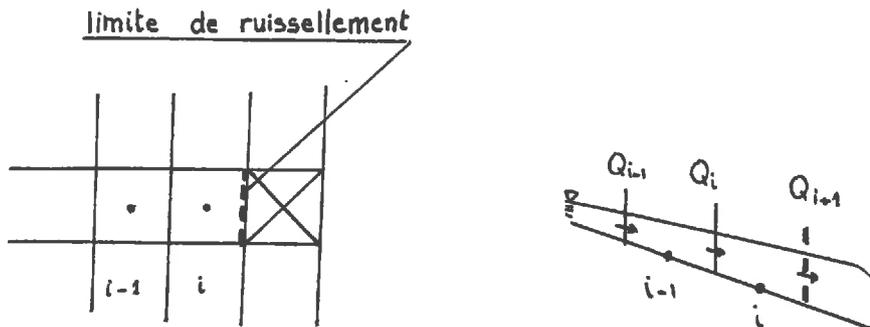


Fig. A2-2

Dans le cas de la figure ci-dessus l'équation (A2-4) devient:

$$Q_x(i+1, j) = \frac{K_R}{\sqrt{\Delta X_i}} (h_{ax}(i, j) - r)^{5/3} \cdot \sqrt{H(i-1, j) - H(i, j)} \quad (A2-6)$$

A2-4 Condition de stabilité.

Le schéma explicite caractérisé par sa simplicité présente comme inconvénient la nécessité de garder le pas de temps suffisamment petit pour ne pas introduire des instabilités numériques.

On peut montrer que la condition de stabilité s'écrit de la façon suivante:

$$t < \text{Min}( X_i / ( .V_i ) ) \quad (A2-7)$$

où  $X_i$  : pas de maillage

$V_i$  : vitesse d'écoulement dans la direction de la liaison

$i$  : indice de maille.

## DISCRETISATION DE L'EQUATION DE RICHARDS EN DIFFERENCES FINIES

Pour des conditions de programmation, et pour faciliter le transfert des variables dans le S.H.E., l'orientation de l'axe des cotes est considérée positive vers le haut.

L'équation de Darcy généralisée s'exprime en différences finies par:

$$q_{j+1/2}^{n+1} = -K_{j+1/2}^{n+1/2} \left( \frac{h_{j+1}^{n+1} - h_j^{n+1}}{\Delta z_{j+1}} + 1 \right) \quad (A3-1)$$

où j est l'indice d'espace et n indice du temps.  $\Delta z$  représente le pas d'espace et  $\Delta t$  le pas de temps.

La fig. A3-1 représente la discrétisation dans l'espace et dans le temps.

L'équation de conservation de la masse, avec l'hypothèse de la masse volumique de l'eau constante, s'écrit :

$$C_j^{n+1/2} \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t} = - \frac{q_{j+1/2}^{n+1} - q_{j-1/2}^{n+1}}{\frac{1}{2}(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j)} \quad (A3-2)$$

En remplaçant le flux par son expression on obtient:

$$C_j^{n+1/2} \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t} = \left[ K_{j+1/2}^{n+1/2} \left( \frac{h_{j+1}^{n+1} - h_j^{n+1}}{\Delta z_{j+1}} + 1 \right) - K_{j-1/2}^{n+1/2} \left( \frac{h_j^{n+1} - h_{j-1}^{n+1}}{\Delta z_j} + 1 \right) \right] \frac{1}{\frac{1}{2}(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j)} \quad (A3-3)$$

La conductivité internodale est estimée par la moyenne géométrique :

$$K_{j+1/2}^{n+1/2} = \sqrt{K_{j+1}^{n+1/2} \cdot K_j^{n+1/2}}$$

$$K_{j-1/2}^{n+1/2} = \sqrt{K_{j-1}^{n+1/2} \cdot K_j^{n+1/2}} \quad (A3-4)$$

L'équation (A3-3) introduit trois inconnues à la fois au temps n+1 pour chacun des noeuds. En écrivant cette équation pour tous les nœuds on obtient un système de N équations à N inconnues. La forme du système est tridiagonale:

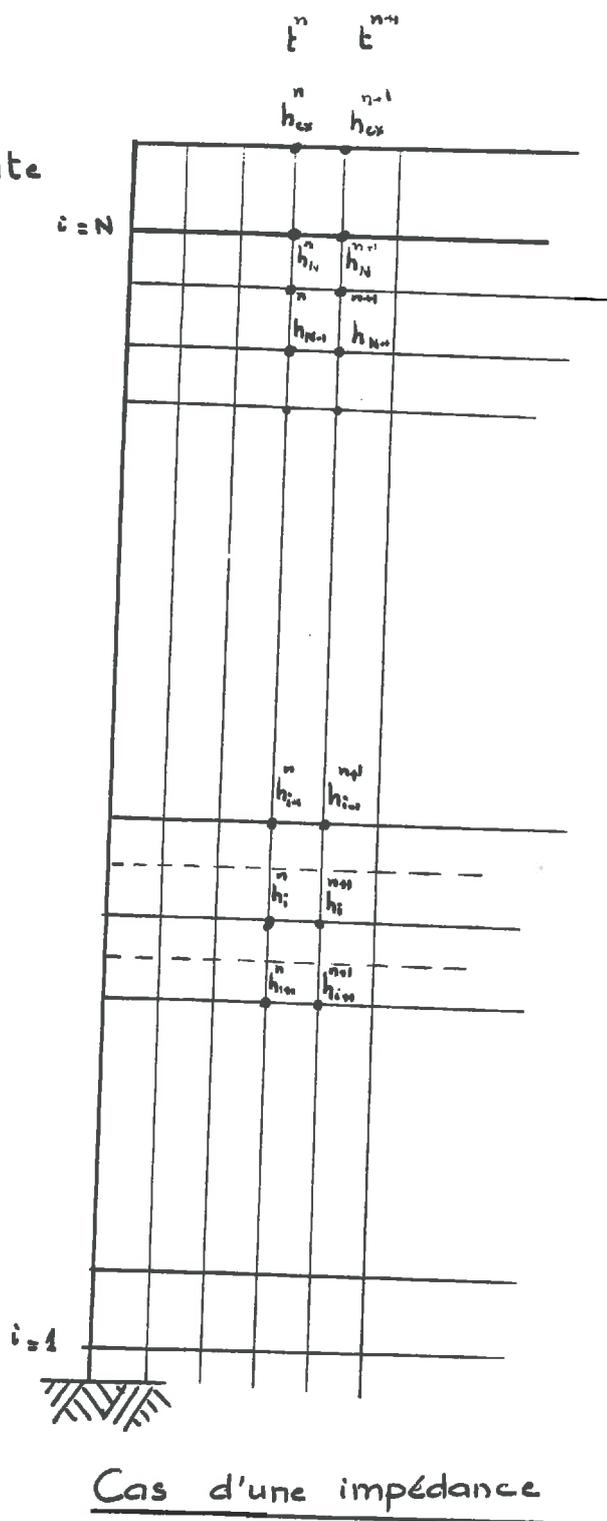
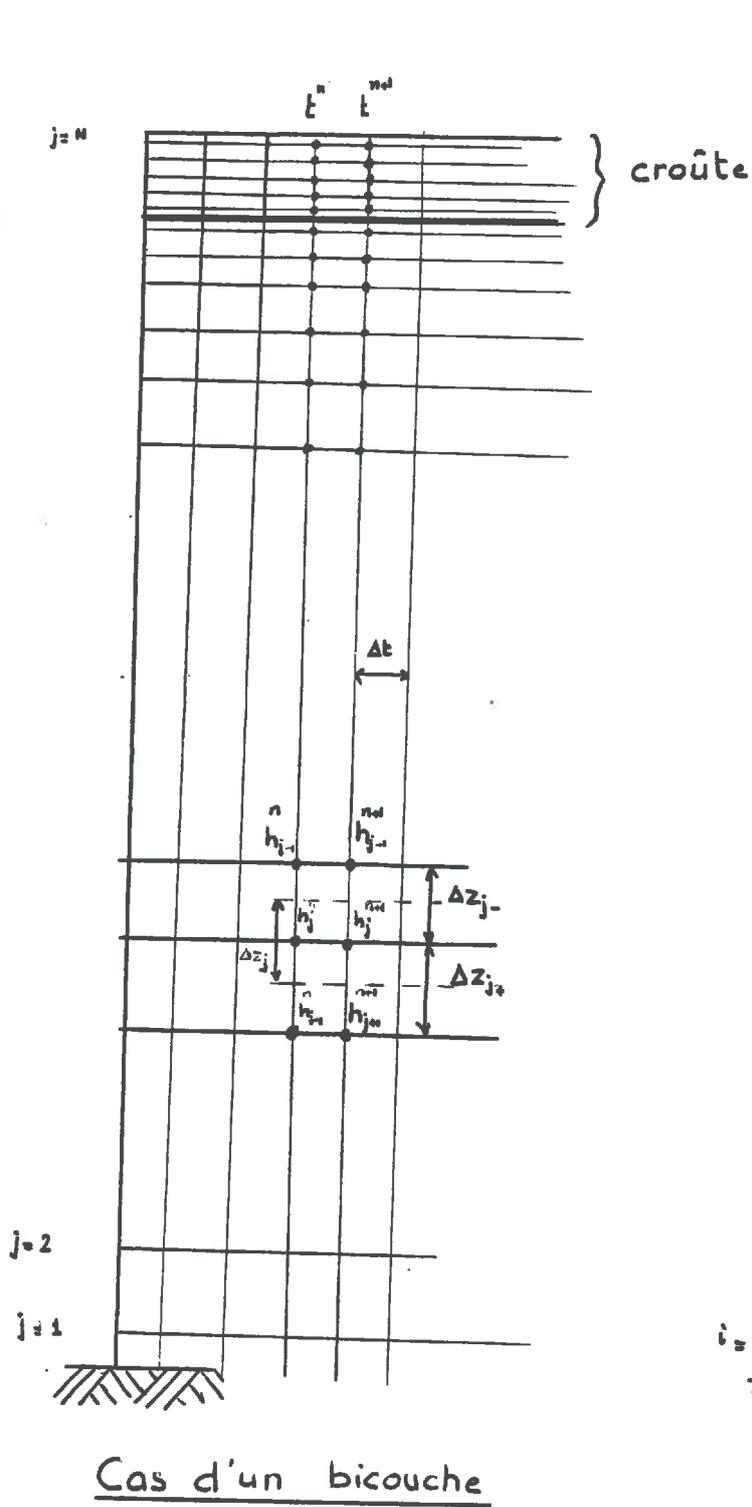


Fig. A3-1



\* Si la solution, après l'itération  $i$ , pour tous les noeuds, donne

$$\left| \frac{h^i - h^{i-1}}{h^i} \right| < \text{seuil de tolérance} \quad (\text{A3-10})$$

la solution au temps  $n+1$  est alors obtenue, sinon  $C$  et  $K$  sont corrigées par la relation suivante:

$$C_j^{i+1} = \frac{1}{2} \left( \sum_{m=1}^i C_j^m / i + C_j^i \right) \quad (\text{A3-11a})$$

$$K_j^{i+1} = \frac{1}{2} \left( \sum_{m=1}^i K_j^m / i + K_j^i \right) \quad (\text{A3-11b})$$

Le seuil de tolérance dans notre étude est fixé à 0,001.

### A3-2 Conditions aux limites.

#### A3-2-1 Condition à la surface.

##### a-Cas d'un bicouche.

Deux types de conditions existent :

- \* condition de flux constant
- \* condition de charge constante

Les deux conditions correspondent respectivement à des conditions de Neuman et de Dirichlet.

Si l'infiltration est égale à la pluie avant la saturation de la surface, L'équation (A3-3) peut s'écrire pour le noeud  $N$ :

$$C_N^{n+1/2} \frac{h_N^{n+1/2} - h_N^n}{\Delta t} = \left( -P - K_{N-1/2}^{n+1/2} \left( \frac{h_N^{n+1} - h_{N-1}^{n+1}}{\Delta z_N} + 1 \right) \right) \frac{1}{\frac{1}{2} (\Delta z_{N+1} - \Delta z_N)} \quad (\text{A3-12})$$

où  $Q$  est l'intensité de la pluie, elle est considérée négative vers le bas. En exprimant cette condition sous la forme de l'équation (A3-6) l'équation (A3-12) devient:

$$A'_N h_{N-1}^{n+1} + B'_N h_N^{n+1} = D'_N \quad (\text{A3-13})$$

où

$$\begin{aligned} A'_N &= -K_{N-1/2}^{n+1/2} / \Delta z_- \\ B'_N &= C_N^{n+1/2} / \Delta t + K_{N-1/2}^{n+1/2} / \Delta z_- \\ D'_N &= C_N^{n+1/2} \frac{h_N^n}{\Delta t} + \frac{-P - K_{N-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z_{N+1} + \frac{1}{2} \Delta z_N} \end{aligned} \quad (\text{A3-14})$$

S'il y a accumulation de la lame d'eau en surface, le premier noeud est supposé saturé et la condition à la surface est simplement:

$$h_N^{n+1} = \Delta z_{N+1} + EPSS \quad (A3-15)$$

où EPSS désigne la hauteur de la lame d'eau.

b- Cas d'une impédance.

Pour cette condition on adopte un noeud fictif en surface comme représenté sur la fig. A3-2.

\* S'il n'y a pas de lame d'eau en surface, la condition à la limite (II-7) s'exprime par:

$$q = -P = -\frac{h_{ex}^{n+1} + e - h_N^{n+1}}{R} = -K_N^{n+1/2} \left( \frac{h_{N+1}^{n+1} - h_{N-1}^{n+1}}{2\Delta z_N} + 1 \right) \quad (A3-16)$$

L'égalisation du 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> terme donne

$$h_{N+1}^{n+1} = h_{N-1}^{n+1} - 2\Delta z_N + 2P \frac{\Delta z_N}{K_N^{n+1/2}} \quad (A3-17)$$

En égalisant les deux premiers termes dans l'équation (A3-16), on obtient:

$$h_{ex}^{n+1} = PR - e + h_N^{n+1} \quad (A3-18)$$

En écrivant l'équation (A3-6) pour le noeud N et en remplaçant  $h_{N+1}$  par son expression tirée de (A3-18) on aura:

$$B_N h_N^{n+1} + (A_N + G_N) h_{N-1}^{n+1} = D_N + 2G_N \Delta z_N - 2G_N \frac{P \Delta z_N}{K_N^{n+1/2}} \quad (A3-19)$$

\* Si la lame en surface existe déjà, la condition en surface (II-8) se traduit en différences finies par:

$$q = -\frac{h_{ex}^{n+1} + e - h_N^{n+1}}{R} = -P + \frac{h_{ex}^{n+1} - h_{ex}^n}{\Delta t} = -K_N^{n+1/2} \left( \frac{h_{N+1}^{n+1} - h_{N-1}^{n+1}}{2\Delta z_N} + 1 \right) \quad (A3-20)$$

L'égalité entre le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>e</sup> terme permet d'écrire :

$$h_{ex}^{n+1} = h_N^{n+1} \left( 1 / \left( 1 + \frac{R}{\Delta t} \right) \right) + (PR - e + R h_{ex}^n / \Delta t) / \left( 1 + R / \Delta t \right) \quad (A3-21)$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$h_{cx}^{n+1} = a h_N^{n+1} + b^n \quad (A3-22)$$

En introduisant cette expression dans le second terme de l'équation (A3-20) on obtient :

$$h_{N+1}^{n+1} = \frac{2\Delta z}{R K_N} (a-1) h_N^{n+1} + h_{N-1}^{n+1} + 2\Delta z_N \left( -1 + \frac{b^n + c}{K_N^{n+1/2} R} \right) \quad (A3-23)$$

L'écriture de l'équation (A3-6) pour le noeud N devient finalement:

$$(A_N + G_N) h_{N-1}^{n+1} + (B_N + G_N \frac{2\Delta z_N}{K_N^{n+1/2} R} (a-1)) h_N^{n+1} = D_N - 2\Delta z_N G_N \left( -1 + \frac{b+c}{K_N^{n+1/2} R} \right) \quad (A3-24)$$

#### A3-2-2 Condition à la limite inférieure.

Le fond est considéré assez bas pour qu'on puisse supposer qu'il n'y a pas de flux qui le traverse. Dans ce cas en remplaçant le flux par zéro dans l'équation (A3-2) on obtient:

$$C_1^{n+1/2} \frac{h_1^{n+1} - h_1^n}{\Delta t} = \frac{q_{3/2}^{n+1}}{\frac{1}{2} \Delta z_2 + \Delta z_1} \quad (A3-25)$$

L'équation (A3-6) devient alors:

$$B'_1 h_1^{n+1} + G'_1 h_2^{n+1} = D'_1 \quad (A3-26)$$

où

$$\begin{aligned} B'_1 &= \frac{C_1^{n+1/2}}{\Delta t} + \frac{K_{3/2}^{n+1/2}}{\Delta z_2 \left( \frac{1}{2} \Delta z_2 + \Delta z_1 \right)} \\ G'_1 &= \frac{-K_{3/2}^{n+1/2}}{\Delta z_2 \left( \frac{1}{2} \Delta z_2 + \Delta z_1 \right)} \\ D'_1 &= \frac{C_1^{n+1/2} h_1^n}{\Delta t} + \frac{K_{3/2}^{n+1/2}}{\frac{1}{2} \Delta z_2 + \Delta z_1} \end{aligned} \quad (A3-27)$$

**OBTENTION DES  
CARACTERISTIQUES  
HYDRODYNAMIQUES  
D'UN SOL**

A4-1 Introduction.

Les caractéristiques des trois types de sol retenus dans notre analyse n'étant pas disponibles explicitement dans la littérature, on a eu recours aux données fournies par Rawls et Brakensiek (1983). Nous présentons ci-dessous la procédure adoptée dans l'exploitation de ces données pour tirer les courbes caractéristiques des sols.

A4- 1 Courbe  $h(0)$ .

Dans leur étude, Rawls et Brakensiek publient les valeurs des paramètres  $0_e$ ,  $h_f$ ,  $K_s$ ,  $o$ ,  $0$  et  $0_{15}$  sous la forme présentée dans la fig. A4-1, où :

$o$  : porosité totale

$0_r$  : teneur en eau résiduelle

$0_e$  : la porosité effective définie par  $o-0_r$

$K_s$  : conductivité à saturation

$h_f$  : pression capillaire définie au frond humide dans le modèle de Green et Ampt.

$0$  et  $0_{15}$  : teneur en eau à 1/3 et 15 bars respectivement.

La saturation effective  $S_e$  peut être déduite de la relation de Brooks et Corey (1964):

$$\begin{aligned} S_e &= \left( \frac{h_b}{h} \right)^\lambda & \text{si } h \leq h_b \\ S_e &= 1 & \text{si } h > h_b \end{aligned} \quad (A4-1)$$

avec

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} \quad (A4-2)$$

$h_b$  représente la pression de vidange du plus gros pore et  $\lambda$  est un paramètre empirique.

Brakensiek (1973) relie  $h_b$  à  $h_f$  par la relation:

$$h_f = \frac{2 + 3\lambda}{1 + 3\lambda} \cdot \frac{h_b}{2} \quad (\text{A4-3})$$

On peut alors, à partir des valeurs de  $h_f$  déterminer  $h_b$  à condition de connaître .

La relation (A4-1) nous donne:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (\text{A4-4})$$

avec  $\theta_r = \phi - \theta_e$

d'où 
$$\frac{\theta - \phi + \theta_e}{\theta_e} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (\text{A4-5})$$

En remplaçant dans (A4-5)  $h_b$  par sa valeur tirée de (A4-3) on obtient:

$$\frac{\theta - \phi + \theta_e}{\theta_e} = \left(\frac{(2 + 6\lambda) \cdot h_f}{(2 + 3\lambda) \cdot h}\right)^\lambda \quad (\text{A4-6})$$

Dans l'équation (A4-6), si on remplace  $\theta$  et  $h$  par des valeurs connues, par exemple pour  $\theta = 1/3$  bar, on peut alors tirer la valeur de .

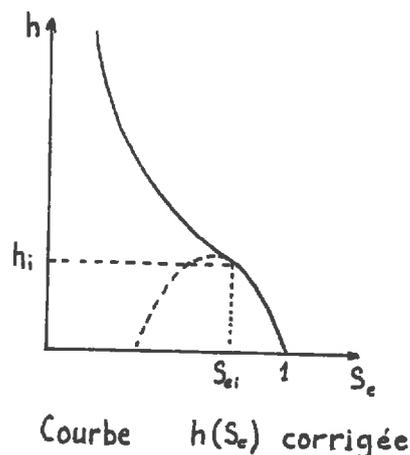
La formule de Brooks et Corey donne une forte discontinuité dans la succion au voisinage de la saturation ce qui induit des instabilités numériques. Les sols à texture fine peuvent avoir une forte succion pour  $S_e = 1$  alors que la plupart des autres sols présentent une entrée d'air progressive. Clapp et Hornberger (1978) proposent alors de prolonger la courbe  $h(0)$  par une parabole de la forme :

$$h = -m(S_e - n)(S_e - 1) \quad (\text{A4-7})$$

Les paramètres  $m$  et  $n$  sont calculés de façon à ce que la parabole passe par le point d'inflexion ( $S_{ei}$ ) et le point (1,0) et que les pentes  $d/dS_e$  des deux fonctions (A4-1) et (A4-7) soient égales,  $m$  et  $n$  s'expriment alors:

$$m = \frac{h_i}{(1 - S_{ei})^2} - \frac{h_i}{S_{ei} \lambda (1 - S_{ei})}$$

$$n = 2 S_{ei} - \frac{h_i}{\lambda m S_{ei}} - 1$$



Dans la littérature on ne trouve pas pas de données concernant le point d'inflexion. D'après Rogowski (1971)  $0,8 < S_{e1} < 1$  et propose d'adopter  $S_{e1} = 0,9$ . Dans notre étude on a fixé  $S_{e1}$  aussi proche de la valeur de 1 que possible à condition de ne pas avoir une instabilité numérique.

#### A4-2 Courbe $K(\theta)$ .

La courbe  $K(\theta)$  peut être déterminée d'après la formule d'Averjanov

$$K = K_s \left( \frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} \right)^b \quad (A4-9)$$

avec  $K_s$  perméabilité à saturation du sol,  $b$  est un paramètre dépendant de la nature du sol, Clapp et Hornberger adoptent pour  $b$  la valeur:

$$b = 3 - \frac{2}{\lambda} \quad (A4-10)$$

En suivant la procédure décrite ci-dessus on obtient les caractéristiques des sols présentées dans la fig. III-1.

	Sol 1	Sol 2	Sol 3
$\theta_e \text{ cm}^3/\text{cm}^3$	0.32	0.47	0.44
$h_f \text{ cm}$	0.10	0.35	0.60
$K_s \text{ cm/h}$	2.30	0.45	0.20
$\phi \text{ cm}^3/\text{cm}^3$	0.42	0.52	0.55
$\theta_{15} \text{ cm}^3/\text{cm}^3$	0.15	0.13	0.25
$\theta_{V3} \text{ cm}^3/\text{cm}^3$	0.22	0.28	0.40
$m$	11.760	44.037	75.022
$n$	0.742	0.756	0.749
$\lambda$	0.303	0.367	0.333

Valeurs retenues



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1) Abbott, M.B.; Bathurst, J.C.; Cunge, J.A.; O'Connell, P.C. and Rasmussen, J. (1986). An introduction to the European Hydrologic System - Système Hydrologique Européen (SHE),1. History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system. J. Hydrol., 87: 45-59.
- 2) Abbott, M.B.; Bathurst, J.C.; Cunge, J.A.; O'Connell, P.C. and Rasmussen, J. (1986). An introduction to the European Hydrologic System - Système Hydrologique Européen (SHE),2. Structure of a physically-based, distributed modelling system. J. Hydrol., 87: 61-77.
- 3) Ahuja, L.R. (1975). A one step wetting procedure for determining both water characteristic and hydraulic conductivity of a soil core. Soil Sci. Soc. Am. J. 39:pp 418-423.
- 4) Bathurst, J.C. (1986). Physically-based distributed modelling of an upland catchment using the Système Hydrologique Européen. J. Hydrol. 87: 79-102.
- 5) Bathurst, J.C. (1986). Sensitivity analysis of the Système Hydrologique Européen for an upland catchment. J. Hydrol. 87: 103-123.
- 6) Boiffin, J. (1984) La dégradation structurale des couches superficielles du sol sous l'action des pluies. Thèse de Docteur Ingénieur, Paris, INA P-G.
- 7) Boiffin, J.; Sebilotte, M. (1976) Climat, stabilité structurale et battance. Essai d'analyse d'un comportement du sol au champ. Ann. Agron. 27(3):295-325.
- 8) Boulier, J.F. ; Touma, J. et Vauclin M. (1984): Flux concentration based quasi-analytical solution for constant flux infiltration : I-non-pre and post ponding infiltration into non uniforme initial profile. Soil Sci. Am. J., 48: pp245-251.
- 9) Brakensiek, D.L. (1977). Estimating the effective capillary pressure in the Green and Ampt infiltration equation. Wat. Res. Res. 13(3): 680-682.
- 10) Bruch, J.C. and Zyvoloski, G., (1974) Solution of equation for vertical unsaturated flow of soil water. Soil Sci., 119:417-422.

- 11) Bruneau, P. (1988) Analyse de l'infiltration sur sols limoneux battants dans une optique d'étude de la genèse du ruissellement. D.E.A. de Pédologie. INA P-G.
- 12) Burwell, R.E. and Larson, W.E. (1969). Infiltration as influenced by tillage-induced random roughness and pore space. Soil. Sci. Soc. Am. Proc. 33(3): 449-452.
- 13) Chow, V.T. (1959) Open-channel hydraulics. Mc Graw Hill. Koga Kusha, Tokyo. 680 pp.
- 14) Clapp, R.B. and Hornberger, G.M. (1978) Empirical equations for some soil hydraulic properties. Wat. Res. Res. 14(4): 601-604.
- 15) Cunge, J.A.; Holly, F.M.; Verwey A. (1975) Practical aspects of computational river hydraulics. Pitman advanced publishing program.
- 16) Danish Hydraulic Institute (1985) Introduction to the SHE. DHI. Horsholm. Denmark.
- 17) De Ploey, J. (1984) Hydraulics of runoff and loess loam deposition. Earth surface processes and landforms. 9:533-539.
- 18) Edwards W.M. and Larson W.E. (1969) Infiltration of water into soils as influenced by surface seal development. Trans. ASAE pp 463-465, 470.
- 19) Edwin, T. and Egman, M. (1986). Roughness coefficient for routing surface runoff. Journal of irrigation and drainage Engineering 112 (1):39-53.
- 20) Elmalouglou, S. (1980) Effets des stratifications sur les transferts de matière dans le sol. Thèse de Docteur Ingénieur. Université de Grenoble.
- 21) Evans, R. (1980) Mechanics of water erosion and their spatial and temporal controls: an empirical viewpoint. Publication of the British Geomorphological Research Group. Soil Erosion . Ed. by Kirkby and Morgan. John Wiley & sons. New York.
- 22) Farres, P. (1978) The role of time and aggregate size in the crusting process. Earth Surf. Proc. 3: 243-254.

- 23) Govers, G. and Poesen, J. (1985) A field scale study of surface sealing and compaction on loam and sandy loam soils. Part I. Spatial variability of surface sealing and crusting. International Symposium on the assessment of soil surface sealing and crusting. Ghent. Belgium.
- 24) Greenland, D.J., Rimmer, D. and Payne, D. (1975) Determination of the structural class of English and Welsh soils using a water coherence test. J. Soil Sci., 26: 294-303.
- 25) Haverkamp, R.; Vauclin, M. et Vachaud, G. (1979) Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés. Presses Universitaires de Grenoble.
- 26) Hillel, D. and Gardner, W.R. (1970) Infiltration into crust-topped profiles. Soil Sci. 109: 149-153.
- 27) Hillel, D. (1980) Fundamentals of soil physics Acad. press. New York.
- 28) Jensen, K.H. (1983) Simulation of water flow in the unsaturated zone including the root zone. Series paper n° 33 Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering. Technical university of Denmark.
- 29) Kirkby, M.J. (1980) Modelling water erosion processes. Soil Erosion. Publication of the British Geomorphological (129-182).
- 30) McIntyre, D.S. (1958) Permeability measurements of soil crusts formed by raindrop impact. Soil Sci. 85: 250-259.
- 31) Miller, E.E. and Miller, R.D. (1956) Physical theory for capillary flow phenomena. J. Appl. Phys. 27:324-332.
- 32) Mitchell, J.K. and Jones, B.A. (1978) Micro-relief surface depression storage: changes during rainfall events and their application to rainfall runoff models. Wat. Res. Bull. 14(4): 777-802.
- 33) Muzik, I. (1974) Laboratory experiments with surface runoff. J. Hydraulics Div., Am. Soc. Civil Engrs 100 (HY4):501-513.
- 34) Neuman, S.P., Reinder, A.F. and Bresler, E. (1975) Finite element analysis of two dimensional flow in soils considering water uptake by roots. I. Theory. Soil Sci. Am. Proc. 39: 224-230.

- 35) Onstad, C.A. (1984) Depressional storage on tilled surfaces. Trans. ASAE 27(3): 729-732.
- 36) Pagliari, M. (1987) Effects of different management practices on soil structure and surface crusting. Soil Micromorphology AFES: 415-421.
- 37) Parlange, J.Y. ; Hogarth, W.L. and Parlange, M.B. (1984) Optimal analysis of the effect of a surface crust. Soil Sci. Soc. Am. J. 48: 494-497.
- 38) Park, S.W. (1981) Modelling soil erosion and sedimentation on small agricultural watersheds. Ph.D. Thesis. University of Illinois at Urbana. Champaign.
- 39) Pickens, J.F., Gilham, R.W. and Cameron, D.R. (1979) Finite element analysis of the transport of water and solutes in tile-drained soils. J.Hydrol. 40:243-264.
- 40) Poesen J. (1985). The influence of slope angle on infiltration rate and Hortonian overland flow volume. 2. Geom. Supp. Bd. 49: 117-131.
- 41) Preissmann, A. and Zaoui, J. (1979) Le module "Ecoulement en surface" du Système Hydrologique Européen (SHE). Proc. 18° Congrès AIRH. Cagliari.
- 42) Rawls, W.J. Brakensiek, D.L. (1983) A procedure to predict Green and Ampt infiltration parameters. Advances in Infiltration. Proceedings of the National Conference on Advances in Infiltration. Publ. Am. Soc. Agr. Eng.
- 43) Rokowski A.S. (1971) Watershed physics: Model of the soil moisture characteristic. Wat. Res. Res. 7(6) 1575-1582.
- 44) Smiles, D.E. ;Knight, J.H. and Perroux, K.M. (1982) Absorption of water by soil: The effect of a surface crust. Soil Sci.Soc.Am.J. 46:476-481.
- 45) Swartzendruber, D. et Ubler, R.L. (1982) Flow of Kaolinite and sewage suspension in sand and sand-silt:II. Hydraulic conductivity reduction. Soil Sci.Soc.Am.J.; 46:912-916.
- 46) Thornes, J.B. (1980) Erosional processes of running water and their spatial and temporal controls: a theoretical viewpoint. Soil Erosion. Publication of the British Geomorphological (129-182).

47) Valentin, C. (1981) Organisations pelliculaires de quelques sols de région subdésertique (Agadez, Rép. du Niger° Dynamique de formation et conséquences sur l'économie en eau. Thèse Paris, 213p + Annexes.

48) Valentin, C. and Ruiz Figueroa, J.F. (1987) Effects of kinetic energie and water application rate on the development of crusts in a fine sandy loam soil using sprinkling irrigation and rainfall simulation. Soil micromorphology. AFES: 401-408.

49) Vauclin, M. et Vachaud, G. (1981) Bilan hydrique dans le sud tunisien, II Modélisation numérique et prédiction des transferts hydriques en sols stratifiés. J. of Hydrologie, 49:53-73.

50) White, E.M. (1983) Simple measurments of soil surface microrelief characteristics. Wat.Res.Bull. 19(2):231-233.

51) Zayani, K. (1987) L'infiltration des sols avec croûte. Etude expérimentale, numérique et quasi-analytique. Thèse de Docteur. INPG.