

TH - HB 17

THESE

présentée par

Adel ABOUJAODÉ

Ingénieur de l'Ecole Supérieure des Ingénieurs de Beyrouth
Ingénieur E.N.S.H.M.G.

pour obtenir le titre de

DOCTEUR
de L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

(Arrêté ministériel du 5 Juillet 1984)

Spécialité : MECANIQUE

SUJET

**MODELISATION HYDROLOGIQUE DE L'INFILTRATION
DANS LES SOLS ENCROUTES
A DIFFERENTES ECHELLES SPATIALES**

Date de soutenance : 22 mai 1991

Composition du jury:

M. A. MUSY	Président
M. Ph. BOIS	Rapporteurs
M. M. KUTILEK	
M. M. ERLICH	
M. G. MONNIER	Examineurs
M. M. VAUCLIN	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Hydraulique de France
en collaboration avec l'Institut de Mécanique de Grenoble

A mes parents

AVANT PROPOS

Les travaux qui font l'objet de ce mémoire ont été effectués au sein du Laboratoire d'Hydraulique de France en collaboration avec le Groupe Hydrologie de l'Institut de Mécanique de Grenoble. Ils n'auraient pas pu prendre corps, d'une part, sans l'appui financier du CNOUS qui m'a attribué une bourse du Gouvernement Français, ni d'autre part, sans la collaboration de l'Institut National de la Recherche Agronomique qui a participé au financement de ces travaux. De même je ne peux oublier l'Association pour le Système Hydrologique Européen (ASHE) qui m'a permis d'utiliser le logiciel SHE de le cadre de mes études.

Monsieur A. MUSY, professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse) m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Je remercie Monsieur M. KUTILEK, Professeur à l'Université Technique de Prague (Tchécoslovaquie), pour sa participation au jury en tant que rapporteur.

Ma gratitude va également à Monsieur G. MONNIER, Directeur de Recherche à l'I.N.R.A., qui s'est intéressé à cette étude et qui a accepté de faire partie du jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur Ph. BOIS, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, qui m'a accordé son soutien moral dès mon arrivée à Grenoble et qui a bien voulu être rapporteur.

Monsieur Michel VAUCLIN, Directeur du Groupe Hydrologie de l'Institut de Mécanique de Grenoble et Directeur de Recherche au C.N.R.S., m'a suivi tout au long de ce travail et m'a aidé avec son esprit critique et son "œil de Lynx". Qu'il trouve ici l'expression de mes sincères remerciements.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Messieurs Marc ERLICH et Philippe BELLEUDY, Ingénieurs au Laboratoire d'Hydraulique de France qui m'ont accordé un soutien moral dans les périodes les plus dures et un intérêt constant à mes travaux.

Je veux encore remercier tous les membres de la famille du Laboratoire d'Hydraulique de France qui m'ont entouré par leur sympathie pendant trois ans, et qui finalement m'ont adopté dans leur famille.

Je ne peux sûrement pas oublier les membres du Groupe Hydrologie avec qui j'ai passé un an, et qui m'ont toujours bien accueilli lors de mes passages chez eux.

Et finalement, ma profonde gratitude à Monsieur S. CATAFAGO, Doyen de l'Ecole Supérieure des Ingénieurs de Beyrouth, qui m'a initié à la recherche et m'a aiguillé dans ma carrière.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	1
--------------------------	----------

CHAPITRE I

DEFINITIONS, HYPOTHESES GENERALES ET RAPPELS THEORIQUES.....	7
---	----------

I-A) VARIABILITE SPATIALE DES CARACTERISTIQUES DES SOLS.....	7
--	---

I-A-1) Définition des différentes échelles spatiales.....	7
---	---

I-A-2) Nonuniformité, Hétérogénéité et anisotropie.....	9
---	---

I-B) LOIS DECRIVANT LES ECOULEMENTS SOUTERRAINS.....	10
--	----

I-B-1) Définitions.....	10
-------------------------	----

I-B-2) Loi de Darcy.....	11
--------------------------	----

I-B-3) Equation de Richards.....	12
----------------------------------	----

I-B-4) Equation de Boussinesq.....	13
------------------------------------	----

I-C) LOIS DECRIVANT LES ECOULEMENTS DE SURFACE.....	14
---	----

I-D) CLASSIFICATION DES MODELES HYDROLOGIQUES.....	18
--	----

CHAPITRE II

MODELISATION DE L'INFILTRATION DANS UNE COLONNE DE SOL

ENCROUTE.....	21
----------------------	-----------

II-A) APERCU BIBLIOGRAPHIQUE.....	21
-----------------------------------	----

II-B) PRINCIPE DE MODELISATION DE L'INFILTRATION.....	23
---	----

II-B-1) Cas d'un sol à bicouches.....	23
---------------------------------------	----

II-B-2) Cas de l'impédance.....	25
---------------------------------	----

II-C) COMPARAISON DES DEUX MODELES	27
II-C-1) Méthodologie.....	27
II-C-2) Caractéristiques des sols utilisés.....	28
II-C-3) Applications des modèles et discussion.....	29
II-C-4) Conclusion.....	36
II-D) VALIDATION DU MODELE DE L'IMPEDANCE SUR DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	37
II-D-1) Géométrie du domaine et caractéristiques du sol.....	37
II-D-2) Conditions initiales et aux limites.....	39
II-D-3) Résultats et discussion.....	39
II-E) ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'INFILTRATION EN FONCTION DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DES SOLS	41
II-E-1) Méthodologie.....	41
II-E-2) Analyse générale du comportement.....	42
II-E-2.1) Condition d'application du modèle.....	42
II-E-2.2) Résultats et discussion.....	43
II-E-3) Comportement à court terme : Temps de submersion.....	45
II-E-4) Comportement à long terme : Flux limite d'infiltration.....	50
II-E-5) Conclusion.....	52
II-F) CONCLUSION	53

CHAPITRE III

MODELISATION DE L'INFILTRATION DANS UN SILLON ENCROUTE.....	55
III-A) INTRODUCTION.....	55
III-B) ELABORATION DU MODELE NUMERIQUE DE L'INFITRATION DANS UN SOL ENCROUTE A L'ECHELLE METRIQUE	57
III-B-1) Limites spatiales du domaine de modélisation.....	57
III-B-2) Aspects physiques et formulation du problème.....	58
III-B-3) Conditions aux limites.....	59
III-B-3.1) Conditions aux limites verticales.....	59
III-B-3.2) Condition de fond.....	59
III-B-3.3) Conditions en surface.....	59
III-B-4) Discrétisation des équations et méthode de résolution.....	62

III-C) MODELISATION DE L'INFILTRATION DANS UN SILLON ENCROUTE.....	67
III-C-1) Géométrie du domaine et caractéristiques du sol.....	67
III-C-2) Conditions initiales et aux limites.....	69
III-C-3) Résultats et discussion.....	69
III-D) CONCLUSION.....	83

CHAPITRE IV

PRISE EN COMPTE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES DU SOL A L'ECHELLE D'UN VERSANT.....85

IV-A) INTRODUCTION.....	85
IV-A-1) Position du problème.....	85
IV-A-2) Variabilité spatiale des caractéristiques des sols.....	86
IV-A-3) Concept de similitude en milieux poreux.....	90
IV-A-4) Classification des modèles traitant la variabilité spatiale.....	92
IV-A-5) Classification des méthodes traitant la variabilité spatiale.....	93
IV-B) INTRODUCTION AU SYSTEME HYDROLOGIQUE EUROPEEN (SHE).....	94
IV-B-1) Ecoulement dans la zone non saturée.....	97
IV-B-2) Ecoulement dans la zone saturée.....	98
IV-B-3) Ecoulement de surface.....	99
IV-C) ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DU SOL ET SES EFFETS SUR L'INFILTRATION ET LE RUISSELLEMENT - CAS DES SOLS NON ENCROUTES.....	101
IV-C-1) Définition du protocole de l'étude.....	101
IV-C-2) Brève présentation de la Méthode des Bandes Tournantes.....	104
IV-C-3) Présentation des cas examinés.....	109
IV-C-4) Résultats et discussion.....	112
IV-C-4.1) Sol à forte conductivité hydraulique sans production de ruissellement.....	112
IV-C-4.2) Sol à forte conductivité hydraulique: ruissellement selon le mécanisme de Dunne.....	119
IV-C-4.3) Sol à faible conductivité hydraulique: ruissellement selon le mécanisme de Horton.....	128
IV-C-5) Conclusion.....	133

IV-D) ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DU SOL ET SES EFFETS SUR L'INFILTRATION ET LE RUISSELLEMENT - CAS DES SOLS ENCROUTES.....	135
IV-D-1) Introduction.....	135
IV-D-2) Hypothèses concernant la variabilité spatiale de la croûte.....	135
IV-D-3) Présentation des cas examinés.....	136
IV-D-4) Résultats et discussions.....	138
IV-D-4.1) Cas où la structure spatiale de la croûte est identique à celle du sol sous-jacent.....	138
IV-D-4.2) Structure spatiale de la croûte indépendante de celle du sol sous-jacent - Loi de variation log-normale.....	141
IV-D-4.3) Structure spatiale de la croûte indépendante de celle du sol sous-jacent - Loi de variation normale.....	144
IV-D-5) Conclusion.....	146
IV-E) CONCLUSION.....	147
CONCLUSION GENERALE.....	151
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	157
ANNEXE A1: DISCRETISATION DE L'EQUATION DE RICHARDS EN DIFFERENCES FINIES (CAS MONODIMENSIONNEL).....	173
ANNEXE A2: OBTENTION DES CARACTERISTIQUES HYDRODYNAMIQUES D'UN SOL	181
ANNEXE A3: DISCRETISATION DE L'EQUATION DE RICHARDS EN DIFFERENCES FINIES (CAS BIDIMENSIONNEL).....	185
ANNEXE A4: MODELISATION DES ECOULEMENTS DE SURFACE.....	189
ANNEXE A5: VALIDATION DE LA METHODE DES BANDES TOURNANTES ET DISCUSSION.....	211
ANNEXE A6: CALCUL DE LA MOYENNE GEOMETRIQUE.....	215
ANNEXE A7: QUELQUES DEFINITIONS EN STATISTIQUES	217

LISTE DES SYMBOLES

a	: Portée du variogramme sphérique équivalent au variogramme exponentiel de portée a_e	[L]
a_e	: Portée du variogramme exponentiel	[L]
a_s	: Différence entre le niveau du point le plus élevé et le niveau du point le plus bas de la surface du sol dans une section transversale d'un sillon	[L]
B	: Coefficient empirique dans la formule de Brooks et Corey (éq. III.12)	
C	: Capacité capillaire	[L ⁻¹]
CV	: Coefficient de variation ($CV = \sigma/\mu$)	
Cov	: Fonction covariance	
d	: Epaisseur de la nappe phréatique	[L]
D	: Diffusivité capillaire	[L ² T ⁻¹]
D_{et}	: Capacité de détention superficielle	[L]
e	: Epaisseur de la croûte	[L]
F_0	: Nombre de Froude	
g	: Accélération de la pesanteur	[LT ⁻²]
h	: Pression effective de l'eau dans le sol	[L]
h_c	: Pression effective critique (éq. III.14)	[L]
h_{ex}	: Pression effective de l'eau à la surface du sol	[L]
h_N	: Pression effective de l'eau à l'interface sol / croûte	[L]
h_o	: Epaisseur normale de la lame d'eau	[L]
H	: Charge hydraulique	[L]
H_{ex}	: Charge hydraulique à la surface du sol	[L]
H_N	: Charge hydraulique à l'interface sol / croûte	[L]
K	: Conductivité hydraulique	[LT ⁻¹]
K_g	: Nombre d'onde cinématique	
K_s	: Conductivité hydraulique à saturation du sol	[LT ⁻¹]
K_{sc}	: Conductivité hydraulique de la croûte	[LT ⁻¹]
$K_{s,eq}$: Conductivité hydraulique du sol équivalent	[LT ⁻¹]
K_r	: Coefficient de Strickler	[L ^{-0.5} T ⁻¹]

L_v	: Longueur du versant	[L]
L_c	: Longueur du canal	[L]
m	: Coefficient empirique dans la formule de Van Genuchten (éq. III.11)	
n	: Coefficient empirique dans la formule de Van Genuchten (éq. III.11)	
P	: Intensité de la pluie	[LT ⁻¹]
P_c	: Pression capillaire	[ML ⁻¹ T ⁻²]
P_{atm}	: Pression atmosphérique	[ML ⁻¹ T ⁻²]
P_w	: Pression de l'eau dans le sol	[ML ⁻¹ T ⁻²]
q_L	: Flux limite d'infiltration de l'eau dans le sol	[MT ⁻¹]
q_r	: Débit de ruissellement par unité de largeur	[L ² T ⁻¹]
q_s	: Flux d'eau dans le sol	[LT ⁻¹]
Q_s	: Débit du bassin versant en régime permanent	[L ³ T ⁻¹]
Q_v	: Débit du versant à un instant donné	[L ³ T ⁻¹]
r	: Rayon de pore	[L]
R	: Résistance hydraulique de la croûte	[T]
S	: Coefficient d'emmagasinement	[L ⁻¹]
S_p	: Terme source/puits	
S_l	: Fonction de densité spectrale	
t	: Temps	[T]
t_c	: Temps d'équilibre du canal	[T]
t_v	: Temps d'équilibre des versants	[T]
T_{eq}	: Temps d'équilibre de la totalité du bassin versant	[T]
u	: Vitesse du ruissellement dans la direction x	[LT ⁻¹]
$\frac{u}{u_j}$: Vecteur unitaire de la droite j	
v	: Vitesse du ruissellement dans la direction y	[LT ⁻¹]
U	: Potentiel d'écoulement	[L ² T ⁻¹]
W_c	: Largeur du canal	[L]
x, y, z	: Coordonnées d'un point	[L]
z_G	: Cote de l'interface sol / croûte	[L]
α	: Facteur d'échelle	
β	: Coefficient empirique dans la formule de Musik (éq. I.17)	
Γ	: Coefficient empirique dans la formule de Van Genuchten (éq. III.11)	[L ⁻¹]
γ	: Variogramme	

Δx	: Incrément d'espace dans la direction x	[L]
$\Delta \omega_i$: Fréquence de discrétisation de la fonction de densité spectrale	
ϕ	: Niveau de la surface de la nappe phréatique	[L]
λ_i	: Longueur caractéristique du sol i	[L]
λ_{ref}	: Longueur caractéristique du sol de référence	[L]
μ_Z	: moyenne de la variable aléatoire Z	
ρ_w	: Masse volumique de l'eau	[ML ⁻³]
θ	: Teneur en eau volumique	
θ_i	: Teneur en eau initiale	
θ_r	: Teneur en eau résiduelle	
θ_s	: Teneur en eau à saturation	
σ_Z	: Ecart-type de la variable aléatoire Z	
σ_{fx}	: Pente de la ligne d'énergie dans la direction x	
σ_{fy}	: Pente de la ligne d'énergie dans la direction y	
σ_{ox}	: Pente de la surface du sol dans la direction x	
σ_{oy}	: Pente de la surface du sol dans la direction y	
σ_{ws}	: Coefficient de tension superficielle	[ML ⁻¹ T ⁻²]
τ_p	: Temps de submersion	[T]
τ_x	: Transmissivité de la nappe dans la direction x	[L ² T ⁻¹]
τ_y	: Transmissivité de la nappe dans la direction y	[L ² T ⁻¹]
ν	: Viscosité cinématique de l'eau	[L ² T ⁻¹]
ζ_{xj}	: Abscisse du point X le long de la droite j	[L]
ω'	: Fréquence aléatoire	

LISTE DES FIGURES

Fig. I.1	Définition de la porosité et du volume élémentaire représentatif (Bear [1972]).....	9
Fig. I.2	Fréquence de distribution de la conductivité hydraulique K, illustrant les définitions de l'uniformité et de l'hétérogénéité (Greenkom et Kessler [1969])	10
Fig I.3	Evolution du profil de la teneur en eau dans le sol pour (a) le mécanisme Hortonien et (b) le mécanisme de Dunne. Illustration de l'apparition du ruissellement avec (c) le mécanisme de Horton et (d) le mécanisme de Dunne.....	15
Fig. II.1	Evolution des profils de la pression effective et de la teneur en eau dans un sol encroûté. Les profils en trait plein décrivent l'état initial.....	26
Fig. II.2	Caractéristiques hydrodynamiques du Sol 1 et du Sol 2 avec les croûtes correspondantes.....	28
Fig. II.3	Profils de la teneur en eau dans le Sol 1 aux différents instants indiqués en minutes à partir du début de la pluie. En trait plein les profils prédits par le modèle de l'impédance et en pointillé le modèle de bicouches.....	30
Fig. II.4	Flux d'infiltration dans le Sol 1 prédits par les modèles de l'impédance et du bicouche pour une pluie ayant une intensité de $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s.....	30
Fig. II.5	Evolution de la résistance hydraulique de la croûte avec le temps suite à la saturation.....	31
Fig. II.6	Profils de la teneur en eau dans le Sol 2 aux différents instants indiqués en minutes à partir du début de la pluie. En trait plein les profils prédits par le modèle de l'impédance et en pointillé le modèle de bicouches.....	33
Fig. II.7	Flux d'infiltration dans le Sol 2 prédits par les modèles de l'impédance et du bicouche pour une pluie ayant une intensité de $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s.....	33
Fig. II.8.a	Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -10 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h).....	34
Fig. II.8.b	Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -20 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h).....	34
Fig. II.9	Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -1,5 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $2,77 \cdot 10^{-6}$ m/s (10 mm/h) et $5,55 \cdot 10^{-6}$ m/s (20 mm/h).....	34
Fig. II.10	Flux d'infiltration calculé par les modèles de l'impédance et le modèle de bicouches avec un pas de temps de 180 s.	35
Fig. II.11	Courbes de rétention du Sable de l'Isère [Zayani, 1987].....	38

Fig. II.12	Comparaison des profils hydriques calculés par la méthode de différences finies (traits continus) et mesurés sur une colonne de sable surmontée d'une plaque poreuse simulant une croûte [Zayani, 1987].	40
Fig. II.13	Comparaison entre l'infiltration cumulée calculée par le modèle mathématique (trait continu) et expérimentale (points) obtenue par Zayani [1987].	41
Fig. II.14	Caractéristiques hydrodynamiques des sols utilisés dans l'étude du processus de l'infiltration.	42
Fig. II.15	Flux d'infiltration calculés dans les Sol 1 (en haut) , Sol 2 (au milieu) et Sol 3 (en bas) pour différentes valeurs de la résistance hydraulique de la croûte.	44
Fig. II.16	Comparaison entre les temps de submersion calculés par méthode numérique et par méthode analytique.	48
Fig. II.17	Schématisation du profil en eau tel qu'il est calculé par la méthode des différences finies. A gauche un maillage fin et à droite un maillage grossier. Le profil en pointillé représente la solution théorique.	49
Fig. II.18	Influence de la résistance hydraulique sur le flux limite d'infiltration.	51
Fig. II.19	Calcul de la valeur du flux limite d'infiltration à l'aide d'une méthode graphique. On considère le cas d'une résistance hydraulique de 50 h.	51
Fig. III.1	Coupe type dans un sol cultivé en maïs montrant la forme de la surface et la répartition de la croûte [Bruneau 1988].	56
Fig. III.2	Illustration d'un gâteau de sol présentant les différents types de croûtes dans un terrain agricoles d'après Casenave et Valentin [1988].	56
Fig. III.3	Schématisation du domaine de l'étude avec le maillage utilisé.	58
Fig. III.4	Différentes zones de la surface avec les conditions hydrodynamiques correspondantes.	60
Fig. III.5	Schématisation des différents flux intervenant dans le bilan de masse local d'un volume élémentaire dans la croûte.	64
Fig. III.6	Représentation schématique des différentes élévations à la surface du sol encroûté.	65
Fig. III.7	Représentation schématique de la géométrie de la surface du sillon et de la croûte.	68
Fig. III.8	Illustration de la géométrie de la surface et de la croûte pour les trois configurations considérées. Les dimensions sont données en millimètres.	69
Fig. III.9.a	Evolution de la répartition de la teneur en eau dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).	86
Fig. III.9.b	Evolution de la répartition de la teneur en eau (suite) dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).	87
Fig. III.10.a	Evolution de la répartition de la charge hydraulique dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).	88
Fig. III.10.b	Evolution de la répartition de la charge hydraulique (suite) dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).	89

Fig. III.11.a	Représentation des champs de vitesse de Darcy calculés à différents instants dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).....	90
Fig. III.11.b	Représentation des champs de vitesse de Darcy calculés à différents instants dans le cas de la configuration 1 (gauche) et celui de la configuration 2 (droite).....	91
Fig. III.12	Allure approximative des lignes de courant à l'instant $t = 3000$ s dans le sol pour la configuration 2.....	77
Fig. III.13	Infiltration instantanée intégrée sur la demi-largeur du sillon (par mètre de longueur) en fonction du temps obtenu à partir des simulations dans chacune des configurations présentées plus haut. La courbe en trait continu est relative à la configuration 1, celle en pointillé pour la configuration 2, et en tireté la configuration 3.....	77
Fig. III.14	Infiltration cumulée en fonction du temps obtenue à partir de simulations numériques appliquées aux configurations 1 (en trait plein) et 3 (en pointillé) avec les épaisseurs de croûtes suivantes: a) 2,55 mm, b) 2,75 mm, c) 3,3 mm et d) 4,00 mm.....	79
Fig. III.15	Infiltration instantanée par mètre de longueur du sillon (haut) et infiltration cumulée (bas) en fonction du temps obtenus par simulation numérique sur les configurations 1 et 3.....	81
Fig. IV.1	Structure du Système Hydrologique Européen.....	95
Fig. IV.2	SHE, transfert des informations entre les modules	96
Fig. IV.3	Schématisme du module de l'écoulement dans la zone non saturée.....	97
Fig. IV.4	Schématisme du versant simulé dans l'étude et montrant le découpage en colonnes élémentaires de sol pour le calcul.....	102
Fig. IV.5	Représentation schématique du domaine d'étude et des lignes des bandes tournantes (D'après Mantoglou et Wilson [1982]).....	105
Fig. IV.6	(a) Exemple d'histogramme des valeurs générées par la Méthode des Bandes Tournantes. (b) Histogramme des facteurs d'échelle (après la transformation exponentielle). (c) Variogramme des valeurs brutes (générées par la Méthode des Bandes Tournantes), les tirets représentent le variogramme théorique.....	108
Fig. IV.7	Caractéristiques hydrodynamiques du sol utilisées dans les simulations A_0 , B_0 , A_1 , B_1 et C_1	111
Fig. IV.8	Caractéristiques hydrodynamiques du sol utilisées dans les simulations A_2 , B_2 et C_2	111
Fig. IV.9	Profil moyen de la teneur en eau dans le sol calculé à deux instants différents ($t = 0$ h et $t = 4$ h) pour une simulation stochastique (a cas A_0 et b cas B_0) comparé au profil obtenu pour le sol de référence ($\alpha = 1$).....	113
Fig. IV.10	Schématisme de la détermination de la courbe de rétention du "sol équivalent" (courbe tracée avec les tirets).....	114
Fig. IV.11	Comparaison du profil moyen de la teneur en eau dans le sol hétérogène (a cas A_0 et b cas B_0) à différents instants au profil obtenu avec un sol homogène dit "sol équivalent"	117

Fig. IV.12	Evolution de l'écart-type de la teneur en eau à la surface du sol en fonction du temps pour les deux cas de figures A_0 et B_0 définis par une écart-type du facteur d'échelle de 0,5 et 1 respectivement.....	118
Fig. IV.13	Evolution de l'écart-type de la teneur en eau à la surface du sol en fonction du temps pour les deux cas de figures A_0 et B_0 définis par une écart-type du facteur d'échelle de 0,5 et 1 respectivement.....	119
Fig. IV.14	Comparaison des profils de la teneur en eau calculé pour le cas A_1 et le cas R_1 aux instants $t = 0h$, $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 4h$ et $t = 6h$	121
Fig. IV.15	Evolution de la répartition de la teneur à la surface du sol calculée à partir des familles de simulations A_1 , B_1 et C_1 aux instants $t = 0h$, $t = 1h$ et $t = 6h$	121
Fig. IV.16	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_1 , B_1 et C_1 stochastiques et celle du versant avec le "sol équivalent".....	123
Fig. IV.17	Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_1 (trait continu), B_1 (pointillé) et C_1 (tirets).....	123
Fig. IV.18.a	Evolution en fonction du temps de la répartition de la lame d'eau à la surface du sol. (cas A_1).....	124
Fig. IV.18.b	Evolution en fonction du temps de la répartition de la lame d'eau à la surface du sol. (cas C_1).....	125
Fig. IV.19	Hydrogrammes de ruissellement à l'aval du versant (en haut) et infiltration sur la totalité du versant (en bas) calculés pour les cas de simulations A_1 (fig. a et d), B_1 (fig. b et e) et C_1 (fig. c et f). Les lignes continues représentent les valeurs moyennes et les lignes en pointillé, la valeur moyenne \pm un écart-type.....	127
Fig. IV.20	Hydrogramme de drainage de la nappe dans le canal situé à l'aval du versant. Ces résultats correspondent à la série de simulations A_1 . Le trait continu représente le débit moyen, en pointillé, le débit moyen \pm un écart-type, et en tirets, le débit généré par le versant avec le sol de référence ($a = 1$).	128
Fig. IV.21	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_2 , B_2 et C_2 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$).....	129
Fig. IV.22	Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_2 , B_2 et C_2 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$).....	129
Fig. IV.23	Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_2 (trait continu), B_2 (pointillé) et C_2 (tirets).....	130
Fig. IV.24	Hydrogrammes de ruissellement à l'aval du versant (en haut) et infiltration sur la totalité du versant (en bas) calculés pour les cas de simulations A_2 (fig. a et d), B_2 (fig. b et e) et C_2 (fig. c et f). Les lignes continues représentent les valeurs moyennes et les lignes en pointillé, la valeur moyenne \pm un écart-type.....	132
Fig. IV.25	Hydrogramme de drainage de la nappe dans le canal situé à l'aval du versant. Ces résultats correspondent à la série de simulations B_2 . Le trait continu	

	représente le débit moyen, en pointillé, le débit moyen \pm un écart-type, et en tirets, le débit généré par le versant avec le sol de référence ($a = 1$).	133
Fig. IV.26	Variation de la résistance hydraulique de la croûte le long de trois transects sur le versant perpendiculairement au canal. En haut la fluctuation autour de la tendance suit une loi de distribution log-normale, et en bas une loi normale.....	137
Fig. IV.27	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$, et $R = 100h$).	139
Fig. IV.28	Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$, $R = 100h$).....	139
Fig. IV.29	Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_4 (trait continu), B_4 (pointillé) et C_4 (tirets).	140
Fig. IV.30	Comparaison entre les profils de la teneur en eau prédits par le modèle déterministe ($a = 1$ et $R = 100h$) et le modèle stochastique à différents intervalles de temps espacés de 30 minutes.....	140
Fig. IV.31	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4	141
Fig. IV.32	Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$, $R = 100h$).....	142
Fig. IV.33	Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_4 (trait continu), B_4 (pointillé) et C_4 (tirets).	142
Fig. IV.34	Illustration de la répartition spatiale de la lame d'eau à la surface du sol dans le cas d'une croûte présentant une tendance à s'épaissir de l'amont vers l'aval.ale de la lame d'eau à la surface du sol dans le cas d'une croûte présentant une tendance à s'épaissir de l'amont vers l'aval.....	143
Fig. IV.35	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$, et $R = 100h$).....	144
Fig. IV.36	Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($a = 1$, $R = 100h$).....	144
Fig. IV.37	Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des deux séries de simulations A_5 et A_6	146
Fig. IV.38	Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des deux séries de simulations A_5 et A_6	146
Fig. A1.1	Illustration de la discrétisation spatio-temporelle de l'équation de Richards pour un écoulement unidirectionnel vertical.....	174
Fig. A2-2	Courbe $h(S_e)$ corrigée	183

Fig. A4-1	Discrétisation d'un bassin versant selon les conventions du SHE. (a) La configuration réelle du bassin versant, (b) la discrétisation et (c) schématisation de la terminologie.....	190
Fig. A4-2	Schématisme de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où cette dernière est plus basse que la maille de ruissellement et le niveau de l'eau est plus bas que le niveau des berges.	192
Fig. A4-3	Schématisme de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où cette dernière est plus basse que la maille de ruissellement et le niveau de l'eau est plus haut que le niveau des berges.....	192
Fig. A4-4	Schématisme de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où le niveau des berges est plus haut que celui des mailles de ruissellement voisines.....	192
Fig. A4-5	Schématisme de différent types de liaisons.....	193
Fig. A4-6	Vue en plan (en haut) et profil du terrain avec la ligne d'eau (en bas) dans le cas du ruissellement.....	194
Fig. A4-7	Approximation du calcul du débit d'échange entre deux mailles de ruissellement dans le cas où les niveaux d'eau sont très proches dans deux mailles voisines.....	196
Fig. A4-8	Schématisme d'un tronçon fluvial.....	196
Fig. A4-9	Régimes d'écoulement au dessus d'un seuil à crête large.....	197
Fig. A4-10	Coupe verticale dans l'axe de l'orifice	198
Fig. A4.11	Comparaison de l'hydrogramme normalisé calculé à partir des équations de Saint Venant [Vieira, 1983], l'équation de l'onde cinématique et l'équation de l'onde diffusive (SHE-F-89) pour $F_0 = 0,5$ et $K_g = 20$	205
Fig. A4.12	Représentation schématique du bassin versant en V.....	206
Fig. A4.13	Hydrogrammes du débit d'eau déversant dans le canal à partir des deux versants (en haut) et hydrogramme à l'exutoire du canal (en bas).....	208
Fig. A4.14	Hydrogrammes à l'exutoire du canal calculés à l'aide des versions SHE-83 (en haut) et SHE-F-89 (en bas) pour différents pas de temps. rammes à l'exutoire du canal calculés à l'aide des versions SHE-83 (en haut) et SHE-F-89 (en bas) pour différents pas de temps.	209
Fig A5.1	Comparaison des variogrammes théoriques (pointillé) et calculés (ligne joignant les cercles) pour trois réalisations d'un processus aléatoire générées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes sur un champ de 450m x 450m avec un pas d'espace de 5 m et une portée d'un variogramme exponentiel de 50m	212
Fig. A5.2	Histogramme des valeurs moyennes des 100 réalisations de champs aléatoires par la Méthode des Bandes Tournantes.....	214
Fig. A5.3	Résultat statistique des 100 variogrammes calculés à partir des 100 réalisations du champ de variables aléatoires.	214

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II.1	Rapport de la conductivité hydraulique à saturation du sol à celle de la croûte pour différentes valeurs de R.....	43
Tableau II.2	Temps de submersion en secondes pour différentes valeurs de la résistance de la croûte (exprimées en heures).	47
Tableau II.3	Evolution du temps de submersion avec le pas d'espace utilisé dans la discrétisation de la colonne de sol.....	49
Tableau III.1	Valeurs numériques des paramètres décrivant la géométrie des différentes configurations étudiées.....	68
Tableau III.2	Temps de submersion et de flaquage locaux (en secondes) pour chacun des nœuds de calcul en surface dans le cas de la configuration 1. (La durée de la simulation de la pluie est limitée à 10800 s)	78
Tableau III.3	Volumes d'eau infiltré et ruisselé calculés dans les configurations 1 et 3 pour une intensité de pluie de 5 mm/h pendant 3 heures. umes d'eau infiltré et ruisselé calculés dans les configurations 1 et 3 pour une intensité de pluie de 5 mm/h pendant 3 heures.....	82
Tableau IV.1	Résumé des données relatives à la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique à saturation reportée dans la littérature.....	88
Tableau IV.2	Quelques valeurs des écart-types et des moyennes de la transformée logarithmique du facteur d'échelle publiées dans la littérature.....	91
Tableau IV.3	Différents cas considérés dans l'étude de la variabilité spatiale des propriétés du sol.	112
Tableau IV.4	Synthèse des résultats des études concernant la détermination de la conductivité hydraulique à saturation d'un milieu équivalent. (D'après Binley et al [1989], complété et remis à jour).....	115
Tableau IV.5	Test du c_2 appliqué à la distribution de la teneur en eau en surface pour les cas A ₁ , B ₁ et C1 croisés deux à deux.	122
Tableau IV.6	Effets de la variabilité spatiale des caractéristiques du sol sur les volumes d'eau participant au ruissellement et à l'infiltration dans le cas du mécanisme de Dunne.	126
Tableau IV.7	Effets de la variabilité spatiale sur les volumes d'eau participant au ruissellement et à l'infiltration dans le cas du mécanisme Hortonien.....	131
Tableau IV.8	Différents cas étudiés pour un versant avec un sol encroûté.....	137
Tableau IV.9	Synthèse des résultats des simulations relatives à la présence de la croûte.....	145
Tableau A2.1	Valeur des coefficients caractéristiques des sols utilisés dans l'étude.....	184

Tableau A5.1	Comparaison des valeurs du variogramme exponentiel théorique à trois réalisations effectuées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes.....	211
Tableau A5.2	Statistiques d'ensemble sur les trois réalisations du processus aléatoire générées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes. Les paramètres var, asym et aplt désignent respectivement la variance, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement.	212

INTRODUCTION

La formation de croûtes à la surface des sols à faible couvert végétal est un problème très important dans les différentes régions du monde et surtout dans les régions agricoles. Ce phénomène résultant de la dégradation du sol sous l'impact des gouttes de pluie réduit significativement le flux d'infiltration [Duley, 1939, Elison et Salter 1945, McIntyre 1958, Mannering et Wiserma 1970, Morin et Benyamini 1977, Valentin 1981, Boiffin 1984, Gascuel-Odoux et al. 1991]. L'excès d'eau, avant de commencer à s'écouler s'accumule en surface en formant des flaques [Bruneau 1988]. La formation de la lame d'eau en surface réduit la cohésion entre les agrégats et augmente la capacité de détachement des particules de sol par les gouttes de pluie. Ce processus passe par un maximum quand l'épaisseur du film d'eau est à peu près égale à trois fois le diamètre des gouttes d'eau [Palmer 1963, Evans 1980]. Quand l'épaisseur de la lame d'eau dépasse ce seuil les gouttes d'eau ne peuvent plus céder leur énergie au sol mais à la lame d'eau en mouvement, ce qui rend l'écoulement turbulent et accroît sa capacité de transport de sédiments [Young et Wiserma, 1973] .

Bien que la formation de la lame d'eau en surface puisse se produire sur des sols non encroûtés, elle sera plus rapide et ses conséquences plus importantes dans le cas des sols encroûtés.

Le phénomène d'encroûtement agit aussi sur la rugosité de la surface du sol en atténuant considérablement les microreliefs, ce qui se traduit par un accroissement de la vitesse d'écoulement et par suite, une augmentation de la capacité de transport en matières solides [Boiffin et Sébilotte 1976, Valentin 1981] causant ainsi de sérieux problèmes d'érosion du sol.

Devant ce problème une Action Incitative Programmée intitulée "Ruissellement et Erosion Hydrique" a été lancée par l'Institut National de la

Recherche Agronomique pour en étudier les différents aspects. Notre étude constitue un maillon parmi d'autres du programme relatif à l'encroûtement des sols dans les zones agricoles. En effet il s'agit d'étudier le processus d'infiltration qui constitue le facteur qui détermine l'excès d'eau participant au ruissellement. *L'objectif étant de bien comprendre le mécanisme de l'infiltration dans ce type de sol et de dégager les paramètres physiques pertinents de ce processus à différentes échelles spatiales.*

Avant de présenter le plan de la démarche suivie dans cette étude, une description du phénomène de l'encroûtement des sols nous paraît nécessaire afin d'en mieux situer la problématique.

* * * * *

L'encroûtement des sols est un phénomène très commun surtout dans les terrains cultivés et à faible couvert végétal [Greenland, 1981; Kooistra, 1987; Norton et Schroeder, 1987; Boiffin et al, 1988]. Le degré d'encroûtement d'un sol durant un événement pluvieux dépend de plusieurs facteurs, dont l'intensité et l'énergie de la pluie [Agassi et al, 1985; Valentin, 1985], la pente du terrain [Poesen 1984], la stabilité des agrégats [McIntyre, 1958], la texture du sol [Onofiok et Singer, 1984], la teneur en matière organique [Kirkby, 1980] et la concentration en électrolyte de la solution du sol [Agassi et al, 1981; Evans 1980].

Romkens [1979], Remley et Bradford [1989] distinguent deux phases dans la formation des croûtes:

- l'obstruction de la surface comme la phase initiale ou la phase d'imbibition,
- l'encroûtement comme la phase ultérieure ou la phase de dessiccation.

Farres [1978], Valentin et Ruiz Figuero [1987] présentent trois phases dans la formation d'une croûte: une première phase d'humectation et de réduction des forces de liaisons dans les agrégats, suivie par une phase de désagrégation rapide par les gouttes de pluie et formation d'une pellicule dure et dans la troisième phase l'extension de la zone soumise à l'érosion suite à une augmentation du ruissellement.

Les croûtes qui se forment en premier sous l'impact des gouttes de pluie sont considérées comme croûtes structurales. Celles qui résultent du transport par

dépôt(les eaux de surface et de la déposition de particules fines sont appelées croûtes de déposition. Chen et al, [1980]. Gal et al [1984] distinguent un troisième type de croûtes, celles qui apparaissent quand le pourcentage de sodium échangeable atteint une valeur critique.

Le processus de formation de croûtes commence quand les agrégats de surface se disloquent sous l'impact de la pluie suite au relâchement des liaisons entre les particules. L'impact des gouttes de pluie creuse la surface du sol, détache et disperse les particules qui se redéposent selon un arrangement plus dense. Durant ce processus, un tri des particules se produit et conduit à la formation d'une fine pellicule en surface [McIntyre, 1958]. Tackett et Pearson [1965] mettent en évidence une fine couche d'argile à particules orientées à la surface de la croûte formée sur un limon sableux fin. Onofriok et Singer [1984] ont trouvé eux-aussi dans un limon sableux fin une couche compacte en surface avec des particules plates ayant une orientation prédominante.

La texture de la couche de surface dépend du stade de développement de la croûte. Chen et al [1980] ont observé, immédiatement après le début du ruissellement, la présence de grosses particules de sable dénudées de presque tout matériau fin dans la couche de surface de la croûte qui s'est développée dans un sol limoneux sableux lœssique. Pour une durée de pluie plus longue, les grains de sable ont été arrachés laissant une couche de 0,1 mm d'épaisseur de très fine granulométrie. Juste en dessous de cette "peau" se trouve une couche à structure alternée, dense et souvent composée de particules plus fines que celles des couches sous-jacentes. Le processus de mouvement descendant des particules fines ou le délavage vers les couches inférieures observé par McIntyre [1958] n'apparaît pas dans tous les sols. En effet Chen et al [1980] n'ont pas trouvé de matériau fin dans la zone s'étalant entre 0,1 et 2,8 mm d'un sol limoneux sablonneux lœssique ni Epstein et Grant [1973] pour un silt limoneux. Ces derniers ont envisagé le rôle du compactage dû à l'impact des gouttes de pluie dans la formation de la couche inférieure de la croûte. Effectivement une augmentation du diamètre des gouttes atteignant le sol de 3,2 mm à 5,1 mm a réduit significativement la porosité de la couche dans la zone s'étalant entre 1 à 6 mm en dessous de la surface.

Farres [1978] donne une explication plus détaillée au processus de développement des croûtes: le processus initial est le cisaillement des microagrégats à la surface du sol par l'impact des gouttes de pluie. Selon Farres [1978], les particules détachées se déplacent verticalement dans les pores jusqu'à

ce qu'elles soient coincées entre les grains de sol empêchant ainsi les autres particules d'avancer. Ce processus continue jusqu'à ce que les vides soient remplis jusqu'à la surface. Dans l'étude de Farres [1978], l'épaisseur de la croûte varie entre 1,4 mm pour des agrégats de 1,7 mm de diamètre moyen jusqu'à 3,1 mm pour des agrégats de 6,7 mm de diamètre moyen.

Le processus de déposition du matériau fin en suspension dans les eaux de surface après arrêt de la pluie est considéré comme relativement négligeable par McIntyre [1958]. Dans des études plus récentes, Onofiok et Singer [1984] insistent sur l'importance de la déposition sur la surface des particules en suspension. Morin et al [1981] remarquent que la fine peau de surface est le résultat des forces de succion dans la croûte agissant sur les particules d'argiles en suspension dans l'eau de ruissellement. Puisque la concentration en sédiments dans l'eau de ruissellement évolue avec le stade de développement de la croûte, la capacité de transport ou de déposition des eaux de ruissellement vis-à-vis des grains de diamètres particuliers change elle aussi avec le temps [Tarchitzky et al, 1984].

McIntyre [1958] constate qu'une croûte, en général, comporte deux parties différentes: une première couche à la surface de 0,1 mm d'épaisseur et ayant une perméabilité 2000 fois plus réduite que le sol originel surmontant une deuxième couche dont l'épaisseur est de l'ordre de quelques millimètres et qui a une perméabilité 200 fois plus faible que la première et une densité plus importante.

Valentin [1981] et Boiffin [1984] mettent en évidence la succession de trois microhorizons:

- en surface, un microhorizon fragmentaire,
- un microhorizon d'épaisseur variant entre 1 et 3 mm ayant une porosité vésiculaire,
- un microhorizon stratifié d'épaisseur variable.

Une étude récente entreprise par Levy et al. [1988] portant sur l'homogénéité d'une croûte formée sous l'action d'une pluie simulée révèle la présence de petites saillies d'un diamètre typique de 8 à 10 mm alternées avec des zones plates. L'existence de ces saillies est attribuée par les auteurs à la présence d'agrégats plus stables et moins affectés par l'impact des gouttes de pluie. La mesure de la conductivité hydraulique apparente dans ces saillies s'avère plus élevée (250 % plus élevé que le flux d'infiltration limite moyenné sur une zone

représentative). Ce phénomène serait relié à la différence de structure du matériau observée en surface.

L'étude de l'impact de l'encroûtement du sol est indissociable de celle des paramètres attachés à l'érosion comme l'infiltration, le ruissellement, le détachement par l'effet "*splash*" et la résistance mécanique de la croûte durant les différentes phases de l'encroûtement. L'influence de la formation de croûte sur le flux d'infiltration [Hillel et Gardner 1969] et sur l'effet splash [McInctyre 1958, Bradford et al, 1986] a pu être évaluée.

Des recherches entreprises par Edwards et Larson [1969], Valentin [1981] ont montré que la formation d'une croûte continue dans l'espace sous l'action d'une pluie simulée demande quelques dizaines de millimètres de pluie, la variation de la perméabilité en fonction du temps étant exponentiellement décroissante et atteignant une valeur limite après un temps suffisamment long.

Hillel et Gardner [1970] montrent que la variation de l'épaisseur de la croûte au cours du temps est un paramètre important dans l'étude du processus d'infiltration. Quand la croûte se forme elle reste le phénomène dominant jusqu'à ce que le sol se dessèche et que la croûte se fissure. C'est alors ce nouvel état de la surface qui contrôle le processus d'infiltration. Cependant nous avons limité notre étude aux croûtes ayant des propriétés hydrodynamiques constantes dans le temps.

* * * * *

Les études qui ont été entreprises jusqu'à présent dans ce domaine se sont, à notre connaissance, limitées à l'échelle locale c'est-à-dire à l'échelle métrique. Sachant que la formation des croûtes présente une très forte hétérogénéité spatiale même à cette échelle [Gascuel-Odoux et al. 1991], il paraît indispensable d'étudier comment cette variabilité peut affecter l'infiltration à l'échelle d'un versant. C'est ainsi que dans ce mémoire nous avons essayé de passer progressivement de l'échelle décimétrique à celle d'un versant.

Le premier chapitre constitue un rappel des concepts théoriques utilisés tout au long de l'étude et pose les hypothèses de travail.

Après cette entrée en matière, le deuxième chapitre constitue la première phase proprement dite dans le cheminement de l'étude, à savoir la modélisation de l'infiltration dans une colonne de sol encroûté et la détermination des paramètres physiques qui affectent le processus de l'infiltration à cette échelle.

La deuxième phase de l'étude, exposée dans le troisième chapitre, n'est rien d'autre qu'une transition entre l'échelle décimétrique que présente une colonne de laboratoire et celle d'un versant de quelques hectares. On examine l'hydrodynamique de l'infiltration et l'apparition du ruissellement à l'échelle de la section transversale d'un sillon encroûté.

L'échelle du versant est abordée au quatrième chapitre. A cette échelle on se heurte aux variations spatiales (aléatoires ou structurées) des propriétés hydrodynamiques du sol et de la croûte. L'influence de cette variabilité sur l'infiltration et le ruissellement est étudiée en relation notamment avec le concept de "milieu homogène équivalent" au sol hétérogène.

Enfin le mémoire se termine par un chapitre de synthèse et de conclusions générales sur les études qu'il conviendrait de poursuivre sur ce thème.

Chapitre I

**DEFINITIONS, HYPOTHESES GENERALES
ET RAPPELS THEORIQUES.**

I-A) VARIABILITE SPATIALE DES CARACTERISTIQUES DES SOLS

I-A-1) Définition des différentes échelles spatiales

Bear [1972] définit un milieu poreux comme étant une région de l'espace occupée par un matériau hétérogène, multiphasés, une des phases au moins étant la phase solide, persistante dans le temps et éventuellement déformable. La phase solide est appelée la *matrice solide*. Les vides non occupés par la phase solide constituent l'*espace poral* ou *pores*.

Dans les milieux poreux, l'écoulement se fait dans un réseau très complexe de pores interconnectés. Pourtant quand on s'intéresse à l'étude des écoulements dans les sols, on assimile le domaine à un milieu continu en faisant abstraction des micropores en introduisant la notion d'écoulement moyen. La raison la plus plausible pour laquelle on emploie la notion d'un milieu continu est qu'il est pratiquement impossible de décrire la forme géométrique des pores pour traiter le problème en intégrant les équations de Navier-Stokes utilisées en mécanique des fluides. Le passage de l'échelle *microscopique*, où l'on décrit le comportement de l'écoulement à l'échelle d'un point, à l'échelle *macroscopique*, où le milieu poreux est considéré comme un milieu continu, passe par la définition du concept du *volume élémentaire représentatif (VER)*.

D'après Bear [1972], si on considère un volume $V(\bar{x})$ inclus dans un domaine D et centré au point ayant le vecteur \bar{x} pour coordonnées, si Z représente une grandeur physique extensive relative au volume $V(\bar{x})$ considéré, la densité (moyenne) $\rho(Z)$ de Z sur le volume $V(\bar{x})$ au temps t est définie par:

$$\rho_{(Z)}[\bar{x}, t, V] = \frac{1}{V} \int_{V(\bar{x})} Z \, dv \quad (I.1)$$

En général, $\rho(Z)$ est fonction de la taille, de la forme et de l'orientation de $V(x)$ au temps t . Dans le but de rendre $\rho(Z)$ ne dépendant que de x , on doit choisir un volume $V = V_0$ délimité par deux sphères de volume respectifs V_{\min} et V_{\max} tels que:

$$V_{\min} = (\pi/6)L_{\min}^3 \quad \text{et} \quad V_{\max} = (\pi/6)L_{\max}^3$$

de façon à ce que pour V_0 on ait:

$$\frac{\partial \rho(Z)[x,t,V(x)]}{\partial V} = 0; \quad \text{avec} \quad V_{\min} < V_0 < V_{\max} \quad (I.2)$$

Si on peut trouver pour V_0 un intervalle commun à *tous* les points du domaine D , la grandeur $\rho(Z)(x,t)$ peut alors être définie sur ce domaine qui peut être traité comme un milieu continu. La longueur $L(Z)$ appartient alors à l'intervalle $[L_{\min}, L_{\max}]$ et elle est appelée *échelle de continuité* de Z dans le domaine D . Si D est un système à multiphases, il pourra alors être assimilé à un milieu continu dans lequel sont décrits plusieurs processus faisant intervenir les grandeurs Z , à condition qu'une même échelle de continuité existe pour toutes les grandeurs Z . Le volume V_0 est alors le volume élémentaire représentatif (VER). Bien entendu, la dimension L_{\max} doit être inférieure aux dimensions du domaine D .

Selon le schéma représenté dans la figure (I.1) fourni par Bear [1972], on peut définir le terme macroscopique. Ce schéma est une représentation graphique théorique de la porosité d'un milieu poreux telle qu'elle pourrait être mesurée sur des échantillons de volumes V_1, V_2, \dots pris en différents points P quelconques dans un milieu poreux D . Bear [1972] définit le volume V_3 comme étant le *volume élémentaire représentatif*. En fait ce volume devrait comprendre un nombre suffisant de pores pour permettre une prise de moyenne statistique, significative. En dessous de ce volume il n'y a pas de valeur unique qui puisse représenter la porosité. Dans notre mémoire, les termes *porosité*, *teneur en eau* et *conductivité hydraulique* sont définis à cette échelle. Dans les chapitres II et III on se limitera à travailler à une échelle où le sol peut être considéré homogène (volume V_4), mais dans le chapitre IV on essaiera d'étendre nos résultats à l'échelle du volume V_6 .

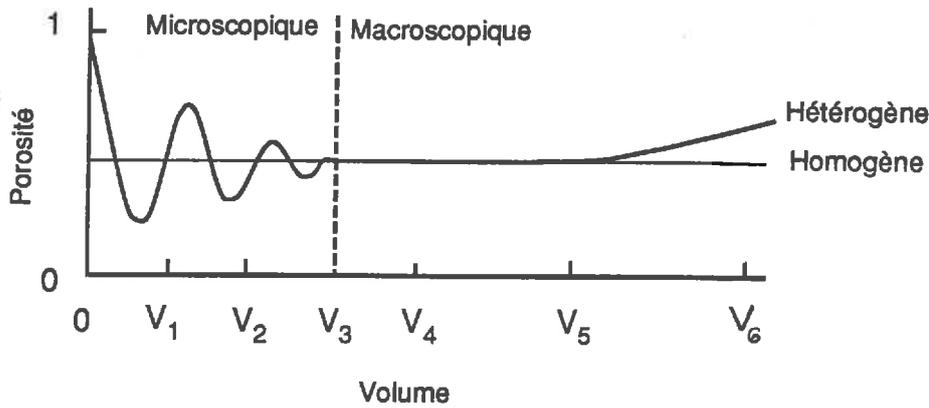


Fig. I.1 Définition de la porosité et du volume élémentaire représentatif (Bear [1972]).

On notera que Alpay [1972] propose de classer l'hétérogénéité en trois catégories. Il définit l'hétérogénéité *microscopique* comme celle qui apparaît à l'échelle des pores, l'hétérogénéité *macroscopique* intraformationnelle (à l'intérieur d'une même formation géologique) et l'hétérogénéité *mégascopique* qui est interformationnelle régionale. Dans le terme macroscopique il inclut les stratifications intraformationnelles et la variabilité de la perméabilité; et dans le terme mégascopique, la structure générale et la formation stratigraphique. Pour notre part, nous adopterons la définition macroscopique au sens de Bear [1972].

I-A-2) Nonuniformité, Hétérogénéité et anisotropie

Greenkorn et Kessler [1969] donnent un ensemble de définitions de la nonuniformité, de l'hétérogénéité et de l'anisotropie consistantes avec la définition des milieux poreux. Ils remarquent par exemple que la fonction de densité de probabilité de la conductivité hydraulique est fonction du point considéré et de l'orientation. Si la fonction de densité de probabilité est *indépendante de l'orientation*, le milieu est *isotrope*, sinon le milieu est *anisotrope*. Si la distribution correspond à une *combinaison linéaire de fonctions de Dirac*, le milieu est *uniforme*, sinon, *nonuniforme*. Si la distribution est *monomodale* le milieu est *homogène*, et si elle est *multimodale* le milieu est *hétérogène*. La figure (I.2) illustre pour la conductivité hydraulique, les fonctions de distribution correspondantes. Dans les chapitres II et III on utilisera des sols du type (a) de la

figure (I.2) parce qu'on se limitera à une petite échelle spatiale, et dans le chapitre IV on utilisera des sols du type (b).

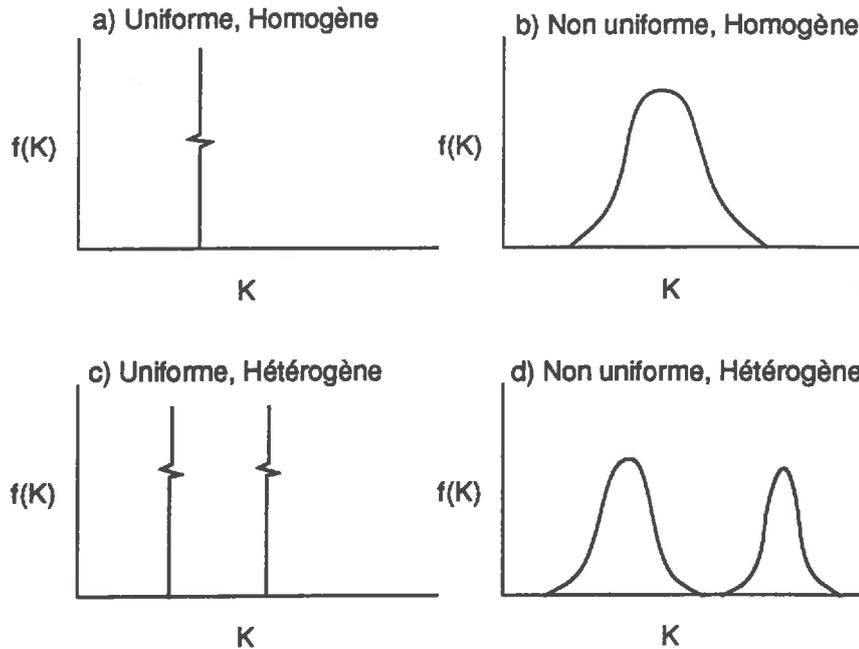


Fig. I.2 Fréquence de distribution de la conductivité hydraulique K , illustrant les définitions de l'uniformité et de l'hétérogénéité (Greenkorn et Kessler [1969]).

I-B) LOIS DECRIVANT LES ECOULEMENTS SOUTERRAINS

I-B-1) Définitions

I-B-1.1) TENEUR EN EAU VOLUMIQUE

C'est le rapport du volume d'eau dans un VER au volume de ce VER. Dans notre mémoire cette grandeur sera notée θ et exprimée en m^3/m^3 .

I-B-1.2) PRESSION EFFECTIVE DE L'EAU DANS LE SOL

La présence d'une phase gazeuse dans un milieu poreux engendre une différence de pression à l'interface liquide-gaz due d'une part à la tension superficielle de la phase liquide, et à l'angle de contact entre la phase liquide et la

phase solide d'autre part. On appelle alors *pression capillaire* la différence entre la pression de la phase gazeuse (fluide non mouillant) et celle de la phase liquide (fluide mouillant la phase solide). Dans notre étude on suppose que la pression de l'air constituant la phase gazeuse est toujours égale à la pression atmosphérique.

La pression capillaire P_c est définie par:

$$P_c = P_{atm} - P_w \quad (I.3)$$

avec P_w , la pression de l'eau, P_{atm} la pression atmosphérique. Généralement elle est exprimée en terme de hauteur d'eau h :

$$h = - P_c / (\rho_w \cdot g) \quad (I.4)$$

où ρ_w est la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur.

La grandeur h est négative dans le cas des sols non saturés. Elle est directement liée aux effets capillaires et donc dépend de la teneur en eau [Muskat, 1946]. La relation $h(\theta)$ appelée la *courbe de rétention* est une caractéristique du milieu poreux considéré. Elle présente un caractère hystérétique [Thony, 1970] et peut être affectée par des effets dynamiques [Vauclin, 1971]. Dans notre étude cette relation sera supposée biunivoque ce qui revient à négliger ces deux effets.

I-B-2) Loi de Darcy

Si on se situe à l'échelle macroscopique définie au § I-A-1) on peut définir un écoulement par unité de surface. Cette approche est proposée par Darcy [1856] pour un écoulement unidirectionnel dans un sol saturé, puis généralisée par Slichter [1899] au cas tridimensionnel sous la forme :

$$\overline{q} = -K \overline{grad H} \quad (I.5)$$

où \overline{q} est le débit unitaire (flux) ou vitesse de Darcy (qui est une vitesse fictive), $\overline{grad H}$ exprime le gradient de charge hydraulique et K est le tenseur de conductivité hydraulique. Dans le cas d'un sol homogène isotrope le tenseur K se réduit à un simple scalaire. La conductivité hydraulique dépend à la fois des

propriétés de la matrice poreuse et du fluide mouillant (l'eau). C'est une fonction croissante avec la teneur en eau.

La charge hydraulique H exprimée en hauteur d'eau représente une énergie par unité de poids [Vauclin 1971]. Les seuls termes d'énergie dont il sera tenu compte sont la pression capillaire et la gravitation :

$$H = h + z \quad (I.6)$$

z représente la cote du point où la charge hydraulique est exprimée (l'axe Oz est orienté positivement vers le haut). On supposera que l'écoulement est isotherme pour pouvoir négliger les effets thermiques sur l'écoulement.

I-B-3) Equation de Richards

En supposant le sol indéformable et l'eau incompressible, l'équation de conservation de la masse d'eau dans le sol conduit à:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \operatorname{div} \overline{q} + S_p \quad (I.7)$$

où S_p représente les termes sources-puits (e.g. l'extraction racinaire). En remplaçant dans cette équation le flux q par son expression selon la loi de Darcy généralisée on obtient:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} (K \overline{\operatorname{grad} H}) + S_p \quad (I.8)$$

en décomposant maintenant la charge hydraulique en terme de pression et en terme gravitaire, puis en développant l'expression (1.8) on obtient la forme suivante:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) + S_p \quad (I.9)$$

Dans cette équation aux dérivées partielles on voit apparaître deux variables simultanément qui sont la teneur en eau (θ) et la pression effective (h).

Pour éliminer l'une de ces deux variables nous avons choisi d'utiliser la formulation de Richards [1931] qui consiste à remplacer le terme de gauche par :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = C(\theta) \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{avec} \quad C = \frac{d\theta}{dh} \quad (\text{I.10})$$

le terme $C(\theta)$ est alors appelé la *capacité capillaire* et qui est une caractéristique du sol considéré.

En fait d'autres transformations existent dans la littérature et qui sont celle de Fokker-Planck qui transforme l'équation (I.8) de manière à ne conserver que la variable θ en introduisant la *diffusivité capillaire* $D = K \frac{\partial h}{\partial \theta}$, et celle de Kirchhoff qui introduit une nouvelle variable appelée le *potentiel d'écoulement* U défini par:

$$U = \int_{-\infty}^h K(\alpha) d\alpha \quad (\text{I.11})$$

Dans notre présentation nous n'allons pas nous attarder sur ces deux dernières formes, le lecteur intéressé par plus de détails pourra se référer aux ouvrages plus spécialisés (e.g. Vauclin et al, [1979]; Haverkamp, [1983]).

Notre choix pour la solution de Richards se justifie d'une part, par le fait qu'elle peut prendre en compte la continuité de la pression dans le domaine de calcul surtout dans le cas des milieux stratifiés [Vauclin et Vachaud; 1981], et d'autre part parce qu'elle permet de considérer des pressions effectives positives, ce qui se produit quand le sol est saturé, ce dernier cas ne pouvant être modélisé par l'équation de Fokker-Planck.

I-B-4) Equation de Boussinesq

L'équation de Richards est valable pour modéliser les écoulements aussi bien dans la zone saturée que dans la zone non saturée du sol, mais son application pour la modélisation tridimensionnelle des écoulements dans les nappes demande des gros systèmes de calcul conduisant à des coûts importants.

En introduisant les hypothèses simplificatrices suivantes [Carlier 1968]:

- la charge est constante sur une verticale,

- la pente de la surface libre est faible, c'est-à-dire que la composante verticale de la vitesse est négligeable,
- l'amplitude des mouvements de la surface libre est faible par rapport à l'épaisseur de la nappe,

et en écrivant l'équation de continuité combinée avec l'équation de Darcy, on obtient l'équation de Boussinesq:

$$S \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\tau_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tau_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_p \quad (I.12)$$

où x et y désignent les coordonnées horizontales, ϕ le niveau de la nappe phréatique, τ_x et τ_y la *transmissivité* dans les directions x et y respectivement, avec $\tau_x = K_{s,x} \cdot d$, d l'épaisseur de la nappe, $K_{s,x}$ la conductivité hydraulique à saturation dans la direction x , S_p terme source/puits exprimant les échanges (e.g. pompage, recharge artificielle, drainage) et S le *coefficient d'emmagasinement* qui, dans le cas d'une nappe libre, est égal à la porosité effective du sol. Pour plus de détails le lecteur pourra se référer aux ouvrages spécialisés (e.g. Carlier, [1968], Bear, [1972]).

L'avantage offert par l'équation de Boussinesq par rapport à celle de Richards pour modéliser les écoulements dans les nappes, c'est qu'elle ramène la résolution du problème tridimensionnel à un problème bidimensionnel horizontal avec tout ce qui s'accompagne de réduction du coût de résolution avec les méthodes numériques. Bien entendu, ceci aux dépens d'une perte de précision des résultats mais qui est jugée acceptable dans la mesure où les hypothèses énoncées précédemment sont applicables.

I-C) LOIS DECRIVANT LES ECOULEMENTS DE SURFACE

Par écoulements de surface, on entend les types de processus, tels que le ruissellement et l'écoulement concentré, qui ont lieu dans les canaux et rivières.

Le premier processus est le mouvement de l'eau sous l'action de la pesanteur sous forme d'une lame d'eau de faible épaisseur (de l'ordre du centimètre) répartie sur la surface. Ce processus est amorcé une fois que le sol en surface est saturé en eau, les aspérités sont remplies d'eau et que les forces gravitaires sont capables de vaincre les tensions superficielles. On définit alors *la*

capacité de rétention superficielle, notée par la suite D_{et} , le volume d'eau maximal qui peut s'accumuler par unité de surface du sol avant l'amorce du ruissellement.

Deux mécanismes totalement différents peuvent mener à la saturation de la surface du sol.

Le premier, présenté pour la première fois par Horton [1933], se produit quand l'intensité de la pluie excède la conductivité à saturation du sol K_s . Comme le montre la figure I.3.a, le profil de la teneur en eau au voisinage de la surface du sol se déplace plus rapidement qu'en profondeur. A un moment donné τ_p (Fig. I.3.c), la teneur en eau à saturation est atteinte en surface, le flux d'infiltration diminue en dessous de l'intensité de la pluie et le ruissellement est généré. Cet instant τ_p est appelé *le temps de submersion*.

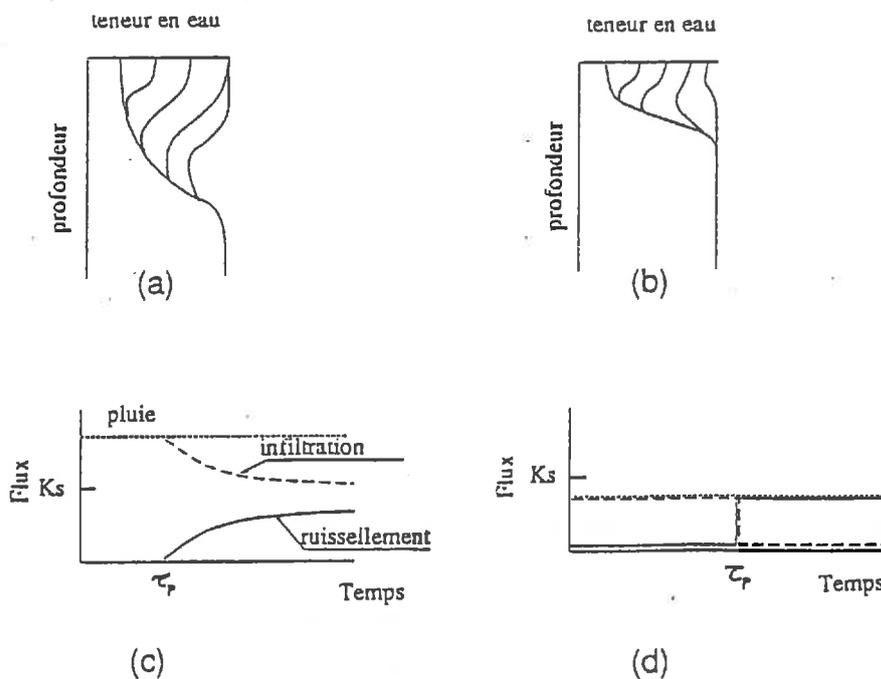


Fig I.3 Evolution du profil de la teneur en eau dans le sol pour (a) le mécanisme Hortonien et (b) le mécanisme de Dunne. Illustration de l'apparition du ruissellement avec (c) le mécanisme de Horton et (d) le mécanisme de Dunne. (figure d'après Freeze [1975]).

Le second mécanisme, décrit par Dunne [1978], est illustré également dans les figures I.3.b et I.3.d. Dans ce cas, l'intensité de la pluie est inférieure à la conductivité hydraulique à saturation du sol et le niveau initial de la nappe est peu profond. La saturation de la surface a lieu à cause de l'exhaussement de la nappe. Ce mécanisme est appelé par Smith et Hebbert [1983] *le mécanisme de ruissellement par saturation (saturation runoff mechanism)*

L'écoulement concentré, dans notre étude, est défini comme étant l'écoulement qui a lieu dans les canaux et les rivières.

Les équations générales décrivant le mouvement de l'eau à surface libre sont connues sous le nom de Saint Venant [1871]. Elles expriment la conservation de la masse de l'eau et de sa quantité de mouvement ou de son énergie. Si on s'intéresse au cas du ruissellement, l'inertie de l'eau peut être négligée et dans l'équation de la conservation de l'énergie on peut éliminer les termes de l'énergie cinétique pour ne conserver que les termes gravitaires et les termes de perte de charge. Ainsi, pour un écoulement bidimensionnel horizontal on peut alors écrire:

$$\frac{\partial h_{ex}}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot h_{ex})}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot h_{ex})}{\partial y} = S_r \quad (I.13.a)$$

$$\frac{\partial h_{ex}}{\partial x} = \sigma_{ox} - \sigma_{fx} \quad (I.13.b)$$

$$\frac{\partial h_{ex}}{\partial y} = \sigma_{oy} - \sigma_{fy} \quad (I.13.c)$$

avec x, y les coordonnées cartésiennes, $h_{ex}(x,y)$ la profondeur de la lame d'eau, $u(x,y), v(x,y)$ les vitesses de l'écoulement dans le sens x et y respectivement, S_r le terme source-puits (pluie, évaporation, infiltration), σ_{ox}, σ_{oy} les pentes de la surface du sol dans les sens x et y , σ_{fx}, σ_{fy} les pentes de la ligne d'énergie de l'écoulement uniforme dû à la résistance de frottement dans les directions x et y .

Dans cette équation on admet que l'écoulement s'effectue sous forme d'une lame d'eau uniformément répartie à la surface du sol. Or, à grande échelle, l'écoulement se fait dans des petites rigoles liées aux irrégularités du terrain [Preissmann et Zaoui; 1979]. Compte-tenu de cette remarque et du fait que l'expression des termes relatifs à la perte d'énergie dépendent du type de

l'écoulement, la question qu'on se pose est: comment déterminer le terme de perte d'énergie?

Le type de l'écoulement, en fait, dépend de plusieurs facteurs: le débit, la pente, la viscosité de l'eau et la rugosité du sol [Chow 1959]. Si la vitesse et la hauteur de la lame d'eau sont faibles, la viscosité devient le facteur dominant et l'écoulement est laminaire, le débit s'exprime alors par la formule:

$$q_r = C_L \cdot h_{ex}^3 \quad (I.14)$$

? $\rho \lambda \approx g \cdot h_{ex} > 3 \phi \text{ gouttes} \Rightarrow \text{sub. turb.}$

où $q_r = u \cdot h_{ex}$ est le débit de ruissellement par unité de largeur, $C_L = g \cdot \sigma / 3 \nu$ est un coefficient faisant intervenir la pente de la ligne d'énergie σ , la viscosité cinématique ν et l'accélération de la pesanteur g .

L'écoulement devient turbulent si la surface est rugueuse et si la profondeur est suffisante pour produire des tourbillons persistants. Dans ce cas la formule de Manning-Strickler permet d'exprimer le débit par:

$$q_r = K_r \cdot h_{ex}^{5/3} \cdot \sigma^{1/2} \quad (I.15)$$

$L \rightarrow$ si écoult. ds. la surface beq. + large que la p. d'eau

où σ est la pente de la ligne d'énergie et K_r est un coefficient empirique appelé le coefficient de Strickler.

Dans le cas où l'on néglige l'inertie de l'eau, la pente de la ligne d'énergie se confond avec celle de la ligne d'eau.

Le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent a été étudié par plusieurs hydrauliciens. Selon Jeffreys [1925] la région de transition correspond à un nombre de Reynolds $Re = 310$, Hopf [1925] fournit un intervalle [300, 330], Horton [1951] donne une valeur variant entre 548 et 773. Or, le fait de supposer que l'écoulement s'effectue sous forme d'une lame d'eau uniformément répartie ne permet pas l'utilisation de la hauteur moyenne comme critère pour déterminer le type de l'écoulement et on a recours à des formules empiriques dédiées au ruissellement.

Une étude comparative entre hydrographes expérimentaux et ceux reproduits par l'équation cinématique a été entreprise par Musik [1974] dans laquelle il exprime le débit par l'équation suivante:

$$q_r = \beta \cdot h_{ex}^m \quad (I.16)$$

où β est une constante qui tient compte de la pente du terrain. Après un calage du modèle il obtient la valeur $m = 1,666$ qui est en bonne concordance avec le facteur $5/3$ dans la formule de Manning-Strickler (formule I.15).

Ewing et Mitchell [1984] ont comparé deux modèles numériques de ruissellement avec des résultats expérimentaux. Le premier modèle tient compte de la géométrie de la surface et le second simule le ruissellement par un écoulement plan. Dans les deux cas les débits d'échange entre mailles de calcul sont déterminés par l'équation de Manning-Strickler. Ils ont conclu que les deux modèles reproduisent avec une bonne précision l'hydrogramme de ruissellement expérimental.

D'autres auteurs tels que Park [1981], Edwin et Engman [1986] à leur tour, constatent que la formule de Manning-Strickler fournit de bons résultats comparés aux mesures, en dépit de sa simplicité et du fait que l'écoulement ne soit pas toujours turbulent.

En nous appuyant sur cette étude bibliographique nous optons pour la modélisation du ruissellement par une équation du type Manning-Strickler sachant que le coefficient associé à cette équation ne sera pas le même que celui adopté généralement pour les écoulements dans les canaux.

I-D) CLASSIFICATION DES MODELES HYDROLOGIQUES

L'approche utilisée dans tout ce mémoire étant la modélisation numérique, il est intéressant de situer le type de modèle utilisé dans un cadre plus général pour en dégager les avantages et les inconvénients. Parmi les nombreuses tentatives de classification des modèles hydrologiques pris au sens large, on retient celles de Clarke [1973] et de Marchand [1988].

Clarke [1973] fait une analyse très lucide de la terminologie de la modélisation hydrologique. Il définit un modèle hydrologique comme un système qui transforme une ou plusieurs variables d'entrée en une ou plusieurs variables

de sortie. Dans son vocabulaire, une variable est une caractéristique du système qui peut être mesurable et qui admet des valeurs numériques différentes dans le temps. Une variable est distinguée d'un paramètre qui est une caractéristique du système qui ne change pas au cours du temps. Un modèle hydrologique est un ensemble de relations entre les variables qui décrivent les aspects du comportement du système qui nous intéresse. Il peut être présenté sous la forme générale:

$$y_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, a_1, a_2, \dots) + \varepsilon_t \quad (I.17)$$

où la variable vectorielle $\{x_t\}$ ($t = \dots -1, 0, 1, 2, \dots$) est la variable entrée, le vecteur $\{y_t\}$ ($t = \dots -1, 0, 1, 2, \dots$) est la variable sortie, a_1, a_2, \dots sont les paramètres du modèle. La fonction f définit la nature du modèle, et l'erreur ε_t exprime l'inadéquation avec la réalité.

Un modèle est classé *stochastique* ou *déterministe* selon qu'il contienne des variables aléatoires ou non. Si l'une des variables $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ ou ε_t est considérée comme admettant une distribution de probabilité, le modèle est alors *stochastique*. Par exemple, si un ou plusieurs paramètres a_i ou des variables d'entrée $\{x_t\}$ ont une distribution probabiliste, les variables de sortie y_t auront, elles aussi, une structure probabiliste.

Clarke [1973] définit les termes *conceptuel* et *empirique* selon que la fonction f est fondée sur des considérations mécanistes ou non. Par suite les termes *conceptuel* et *empirique* sont relatifs à la fonction f , tandis que les termes *stochastique* et *déterministe* sont relatifs à la présence ou non d'une structure probabiliste d'une variable ou d'un paramètre quelconque du modèle.

Marchand [1988] extrapole la classification de Clarke [1973] et présente quatre familles de modèles:

- * déterministe - conceptuel (e.g. loi de Darcy)
- * déterministe - empirique, (e.g. formule de l'évapotranspiration de Turc)
- * stochastique - conceptuel, (e.g. modèle fondé sur l'analyse spectrale de Gutjahr et al. [1978]),
- * stochastique - empirique (e.g. les modèles de corrélation pluie-débit)

Dans les deux analyses précédentes il n'apparaît pas de différence entre les modèles globaux (*lumped models*) qui traitent le bassin versant en tant qu'une

entité et les *modèles distribués* dans lesquels les paramètres et les variables varient dans l'espace. Dans cette dernière catégorie, Storm [1989] distingue les modèles distribués probabilistes où la variabilité spatiale n'est pas liée à la configuration géométrique du domaine, et les modèles géométriquement distribués où un paramètre est relatif à une zone bien localisée géométriquement sur le bassin à modéliser.

De même Storm [1989] distingue les modèles de type *boîte noire*, les modèles conceptuels et les modèles fondés sur des bases physiques. Dans un modèle "boîte noire" les sorties du modèles sont reliées aux variables d'entrée à l'aide de fonctions de transfert sans tenir compte de la physique du phénomène qu'elles représentent. Comme exemple, ce dernier auteur cite les méthodes fondées sur le principe de l'hydrogramme unitaire. Dans un modèle conceptuel, certaines considérations physiques des processus sont prises en compte avec des formulations semi-empiriques. La signification physique des variables du modèle n'est pas toujours claire et les paramètres ne peuvent pas être estimés d'une manière directe. De ce fait un calage est nécessaire. Comme exemple de modèle conceptuel on peut citer tous les modèles à réservoirs comme le modèle NAM développé par Nielsen et Hansen [1973] et le modèle GARDENIA développé par le BRGM (Roche et Thiery [1984]). Le troisième type que Storm [1989] cite dans sa classification est relatif aux modèles physiques, fondés sur les équations de conservation de la masse et de l'énergie. Dans ce genre de modèle, les paramètres ont une signification physique et peuvent être en principe directement mesurables. Ces modèles sont des modèles distribués. Comme exemple on peut citer le Système Hydrologique Européen SHE présenté dans le chapitre IV (§ IV-A-6) et le IHDM développé par *Institute of Hydrology* [Beven et al.; 1987].

Chapitre II

**MODELISATION DE L'INFILTRATION
DANS UNE COLONNE DE SOL ENCROUTE****II-A) APERCU BIBLIOGRAPHIQUE**

L'étude expérimentale et la modélisation de l'infiltration dans les sols encroûtés ont fait l'objet de nombreuses études depuis plusieurs décennies. Jusqu'à présent, deux courants majeurs existent pour la modélisation de la croûte. La première façon est de considérer qu'un sol encroûté n'est rien d'autre qu'un sol stratifié où la croûte formant la couche de surface est caractérisée par une faible conductivité hydraulique. La deuxième approche proposée dans la littérature suppose que la croûte est instantanément saturée dès l'application du flux d'eau en surface. Dans ce cas, la croûte est caractérisée d'une manière plus globale par sa *résistance hydraulique* (ou *impédance*) définie par le rapport de son épaisseur à sa conductivité hydraulique à saturation.

Essayons alors de situer les différents travaux par rapport à ces deux approches.

Takagi [1960] analyse l'infiltration en régime permanent à travers un profil de sol constitué de deux couches: la couche supérieure étant moins perméable que la couche sous-jacente. Il constate qu'une forte succion existe dans le sol, et que la zone de forte succion s'étend normalement jusqu'à l'interface des deux couches.

Hillel [1964] examine l'infiltration sous régime permanent dans un sol couvert d'une croûte de faible conductivité hydraulique. Il introduit alors le concept de la *résistance hydraulique* R de la croûte et déduit une relation empirique entre le flux d'infiltration en régime permanent, la résistance de la croûte et la succion capillaire dans le sol à l'interface sol-croûte.

Une première tentative pour modéliser l'infiltration en régime transitoire fut entreprise par Edwards et Larson [1969]. Ils considèrent que le sol est constitué de deux couches de caractéristiques hydrodynamiques différentes et résolvent l'équation de l'écoulement de l'eau en milieu non saturé (éq. I.8) dans le cas unidirectionnel vertical.

Hillel et Gardner [1970] utilisent l'approche de Green-Ampt [1911] qui considère que l'écoulement de l'eau dans le sol se fait sous forme d'un piston humide sous l'action d'un gradient de charge déduit de la différence de pression entre la surface du sol et le front humide. Dans leur étude ces auteurs considèrent une teneur en eau (et par conséquent une succion) constante à l'interface sol-croûte.

Ahuja [1974] utilise la même approche que Hillel et Gardner [1970] mais introduit la variation de la teneur en eau à l'interface. Il obtient alors des résultats en bonne concordance avec la solution de l'équation de Richards résolue avec la technique des différences finies. De cette étude, Ahuja conclut que l'hypothèse d'une teneur en eau constante à l'interface peut mener à des erreurs non négligeables dans le cas d'une forte résistance hydraulique de la croûte.

Ahuja [1983] développe une solution analytique du type Green-Ampt pour l'infiltration à travers une croûte de résistance constante dans le temps. La méthode qu'il propose tient compte de la variation de la teneur en eau et de la variation de la conductivité hydraulique du sol à l'interface sol-croûte. Dans une autre étude, Ahuja et Ross [1983] reprennent le même type de solution mais pour des caractéristiques de la croûte variant avec l'énergie cinétique cumulée de la pluie.

Parlange et al [1984] développent une solution analytique de l'équation de l'infiltration en considérant d'abord un passage brutal de la teneur en eau initiale à celle du régime permanent puis introduisent un facteur qui tient compte de la continuité de l'évolution de la teneur en eau et essaient d'optimiser la solution. Dans leur modèle, Parlange et al [1984] considèrent, eux aussi, que la croûte est caractérisée par sa résistance hydraulique.

Zayani [1987] entreprend une étude détaillée du problème et compare une solution quasi-analytique et une solution numérique de l'équation de Richards à des mesures faites sur une colonne de sol couverte par une plaque poreuse saturée

en eau simulant la croûte. Dans les deux solutions il impose une condition en surface du type radiatif (par analogie avec les transferts thermiques), et traite la croûte en tant qu'impédance. Les solutions qu'il présente reproduisent bien les résultats expérimentaux de l'infiltration dans la colonne de sol.

Dernièrement, une nouvelle approche a été proposée par Mualem et Assouline [1989] où la croûte est considérée comme une couche non uniforme, la porosité ainsi que les caractéristiques hydrodynamiques varient continûment avec la profondeur. Pour l'instant, cette approche reste encore théorique du fait qu'il semble difficile de pouvoir mesurer l'évolution des propriétés physiques de la croûte en fonction de la profondeur. Néanmoins cette méthode est intéressante à utiliser pour le problème inverse, c'est à dire pour la déduction de l'évolution des caractéristiques hydrodynamiques du sol avec la profondeur à partir de la mesure de l'infiltration.

Avant de faire un choix entre les approches citées ci-dessus, une comparaison entre les deux modèles, sol stratifié et impédance, nous paraît souhaitable dans le but d'en dégager les avantages et les inconvénients. Ce chapitre est consacré dans sa première partie à la comparaison de ces deux approches afin de choisir le modèle qui sera utilisé dans la suite de notre étude. La deuxième partie comporte une étude de sensibilité du modèle choisi aux différents paramètres pertinents.

II-B) PRINCIPE DE MODELISATION DE L'INFILTRATION

II-B-1) Cas d'un sol à bicouches

Dans ce modèle on suppose que la croûte est constituée d'un sol homogène de caractéristiques hydrodynamiques connues variant avec la teneur en eau. Dans ce cas, on se ramène au problème d'infiltration dans les sols stratifiés. L'équation de Richards, qui exprime l'équation de l'écoulement, avec la pression effective comme variable descriptive, est bien adaptée à ce problème puisque de part et d'autre de l'interface de deux sols successifs, la pression effective est identique tandis que la teneur en eau ne l'est pas [Vauclin et Vachaud, 1981].

En surface, deux types de conditions peuvent se présenter: une condition de type Neumann où le flux d'eau est connu (e.g. l'intensité de la pluie ou le débit d'arrosage par aspersion) ou une condition de type Dirichlet correspondant à l'épaisseur connue d'une lame d'eau en surface. En profondeur le plus souvent la condition est imposée par le niveau de la nappe d'eau et c'est une condition de type charge connue ou bien une condition de flux nul à cause de la présence d'un substratum imperméable.

D'un point de vue mathématique la condition de Neumann s'écrit:

$$q_s = -K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \quad (\text{II.1})$$

avec q_s , le flux d'eau connu en surface, h la pression effective, et K la conductivité hydraulique du sol (K étant fonction de la teneur en eau θ).

La condition de Dirichlet s'écrit:

$$h = h_0 \quad (\text{II.2})$$

où h_0 est une constante imposée.

La résolution du problème d'infiltration ainsi formulé par la technique des différences finies (c.f. Annexe A1) demande un maillage très fin dans la croûte (de l'ordre du mm) afin de permettre une bonne représentation du phénomène. De même le choix de la pondération internodale de la conductivité hydraulique est un point crucial auquel il faut porter une attention spéciale.

En effet, du fait que le nombre de points de calcul est faible, si on estime mal la conductivité internodale, on peut avoir une erreur sur la résistance globale de la croûte qui peut atteindre jusqu'à 10% de la résistance hydraulique totale [Aboujaoudé 1988]. Ce problème est typique quand on modélise les sols stratifiés. Elmalouglou [1980] dans son étude des écoulements en milieu stratifié fait remarquer que le sol le moins perméable impose le régime d'écoulement et par suite il faudrait considérer à l'interface la conductivité la plus faible. Or, théoriquement on devrait choisir une conductivité hydraulique internodale définie de la manière suivante:

$$\frac{\Delta x_{i-1/2}}{K_{i-1/2}} = \frac{\Delta x_i}{K_i} + \frac{\Delta x_{i-1}}{K_{i-1}} \quad (\text{II-3})$$

où $\Delta x_{i-1/2} = (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i) / 2$ avec Δx_i la dimension de la maille de calcul dans la direction normale à l'interface, K_i et K_{i-1} désignent les conductivités aux noeuds situés de part et d'autre de l'interface, et $K_{i-1/2}$ la conductivité internodale. Si $\Delta x_i = \Delta x_{i-1}$, $K_{i-1/2}$ n'est rien d'autre que la moyenne harmonique de K_i et K_{i-1} .

L'approximation proposée par Elmalouglou en fait donne des résultats très proches de la solution de l'équation (II-3) dans le cas où l'on prend la même taille de mailles de part et d'autre de l'interface car dans ce cas le rapport faisant intervenir la conductivité la plus faible est prédominant. Dans notre étude nous utiliserons la formulation de l'équation (II-3) car elle induit l'erreur la plus faible.

II-B-2) Cas de l'impédance

Dans le modèle de l'impédance, on suppose que la croûte est instantanément saturée [Ahuja, 1975; Smiles et al, 1982; Parlange et al, 1984; Zayani, 1987], ce qui revient à admettre que la pression effective dans la croûte est, en valeur absolue, inférieure au seuil d'entrée d'air dans la croûte [Hillel et Gardner, 1970]. Dans ces conditions, l'application de l'équation de Darcy conduit à:

$$q = -K_{sc} \frac{H_{ex} - H_N}{e} \quad (\text{II.4})$$

où H_{ex} et H_N désignent la charge en surface de la croûte et à l'interface sol-croûte respectivement, K_{sc} la conductivité à saturation de la croûte et e son épaisseur. En remplaçant la charge hydraulique en fonction de la pression effective et de la cote, l'équation (II.4) devient:

$$q = -K_{sc} \frac{h_{ex} - h_N + e}{e} = -\frac{h_{ex} - h_N + e}{R} \quad (\text{II.5})$$

avec h_N et h_{ex} la pression effective à l'interface et à la surface de la croûte respectivement, et R sa résistance hydrodynamique.

A notre connaissance, dans toutes les études publiées jusqu'à présent le terme h_{ex} est interprété comme étant l'épaisseur de la lame d'eau en surface, par conséquent il est considéré positif ou nul. Or en considérant ce terme comme un terme de pression effective, on voit qu'il peut admettre des valeurs négatives. Nous allons alors expliquer le comportement du profil de pression en admettant l'hypothèse que la croûte est instantanément saturée.

Partant d'un état d'équilibre hydrostatique défini par une charge constante dans tout le profil, donc un gradient vertical de la pression effective égal à l'unité, et en appliquant un flux d'eau constant en surface, les profils de pression évoluent selon le schéma présenté dans la figure (II.1).

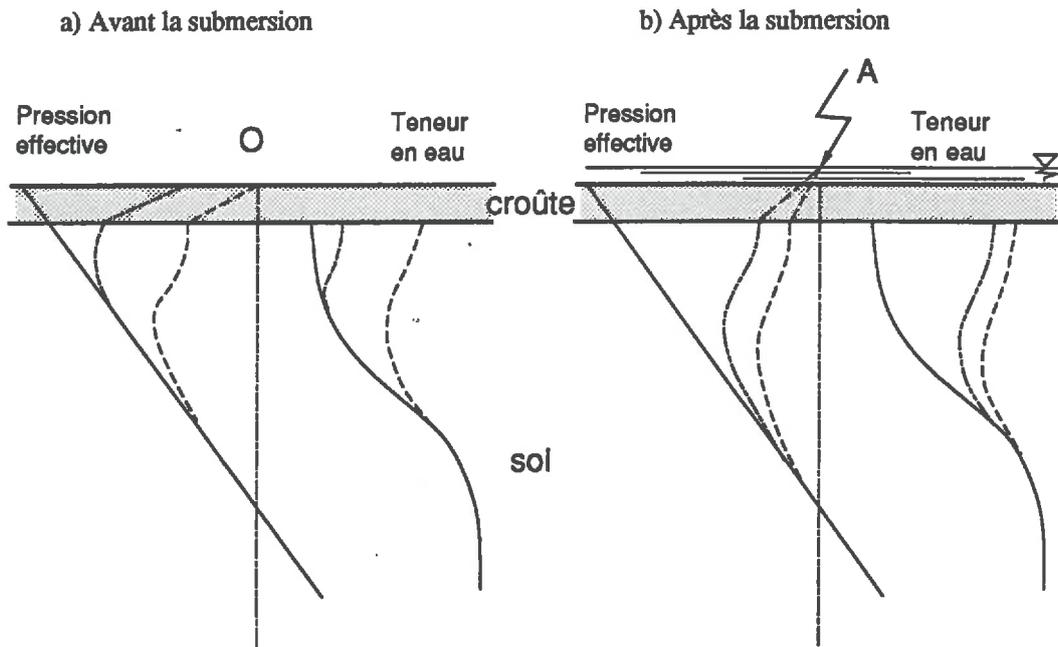


Fig. II.1 Evolution des profils de la pression effective et de la teneur en eau dans un sol encroûté. Les profils en trait plein décrivent l'état initial.

En effet, tant que la pression effective à la surface de la croûte est négative, le gradient de pression dans la croûte est imposé par la valeur du flux et le profil de pression effective dans la croûte se déplace parallèlement à lui-même.

Une fois que la pression effective en surface devient nulle, sa valeur exprimée en hauteur d'eau ne peut dépasser celle de l'épaisseur de la lame d'eau qui commence à se former en surface. Le profil de pression dans la croûte commence alors à basculer autour du point défini par le niveau d'eau en surface

(Point A sur la figure II.1.b), le gradient de pression dans la croûte diminue, limitant ainsi le flux d'infiltration.

La traduction sous forme d'équations mathématiques de ce phénomène se fait de la manière suivante:

$$\text{pour } h_{ex} \leq 0 \quad q = -P = -\frac{h_{ex} - h_N + e}{R} = -K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \quad (\text{II.6.a})$$

$$\text{pour } h_{ex} > 0 \quad q = -P + \frac{\partial h_{ex}}{\partial t} = -\frac{h_{ex} - h_N + e}{R} = -K \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \quad (\text{II.6.b})$$

où P désigne l'intensité de la pluie. La première égalité exprime la conservation de la masse d'eau provenant de la pluie, la deuxième, la loi de Darcy dans la croûte et la troisième la continuité du flux à l'interface sol croûte.

L'adaptation de ces équations sous forme de différences finies est présentée dans l'Annexe A1.

II-C) COMPARAISON DES DEUX MODELES

II-C-1) Méthodologie

Dans cette partie de l'étude, il s'agit de comparer les solutions fournies par les deux modèles présentés plus haut sur des colonnes de sols. En effet, ces deux modèles traitent différemment la croûte et par suite se distinguent par la méthode de traiter la condition à la limite supérieure du domaine. Comme dans toute équation parabolique aux dérivées partielles, la solution dépend des paramètres de l'équation (dans notre cas des caractéristiques hydrodynamiques du sol), des conditions initiales et aux limites. Les deux modèles sont alors équivalents s'ils reproduisent le même résultat pour des sols de propriétés différentes avec des conditions initiales et/ou des conditions aux limites différentes.

C'est ainsi que les deux modèles sont mis en concurrence sur deux sols ne présentant pas les mêmes caractéristiques hydrodynamiques et pour lesquels on modifiera la condition initiale et à la condition à la limite supérieure.

En ce qui concerne les conditions aux limites, on fera varier l'intensité de la pluie. La condition à la limite inférieure de la colonne de sol ne sera pas modifiée du fait qu'elle est traitée exactement de la même manière par les deux modèles. La hauteur de la colonne de sol est choisie suffisamment grande pour que, durant la période de simulation, le front humide provenant de la surface n'atteigne pas le fond considéré comme une limite à flux nul.

II-C-2) Caractéristiques des sols utilisés

Les deux sols utilisés pour la comparaison ont été choisis parmi ceux qui présentent le plus d'aptitude à l'encroûtement. Ils sont désignés par *Sol 1* et *Sol 2*, le premier appartient à la catégorie des sables limono-argileux (*sandy-clay loam*) et le second aux limons (*silt*). Les caractéristiques hydrodynamiques de ces sols sont présentées dans la figure (II.2). Leur composition granulométrique ainsi que les expressions analytiques relatives aux fonctions $h(\theta)$ et $K(\theta)$ et les valeurs des paramètres correspondant sont données dans l'Annexe A2.

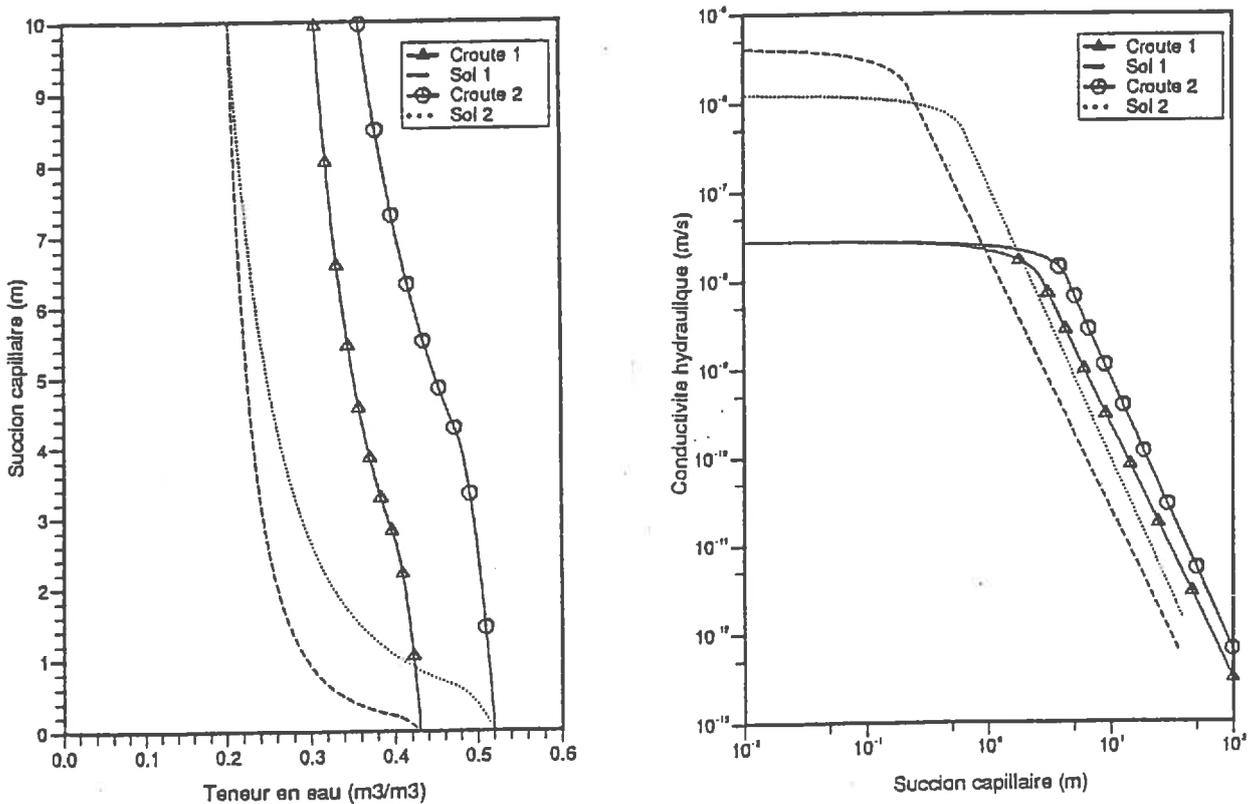


Fig. II.2 Caractéristiques hydrodynamiques du Sol 1 et du Sol 2 avec les croûtes correspondantes.

La résistance hydraulique à saturation de la croûte est fixée à 50 h, son épaisseur à 5 mm. Faute de moyens de détermination des courbes $h(\theta)$ et $K(\theta)$ dans la croûte le principe de similitude géométrique dans les milieux poreux [Miller et Miller, 1956] a été appliqué dans le but d'obtenir les relations $h(\theta)$ et $K(\theta)$ de la croûte à partir de celles du sol sous-jacent.

Dans le chapitre IV nous reviendrons sur les détails de ce principe de similitude. On se contente ici d'en rappeler les formules.

Si on suppose que le milieu formant la croûte et le sol sous-jacent sont semblables, on peut écrire:

$$\begin{cases} h_{cr}(\theta) = h_{us}(\theta) / \alpha \\ K_{cr}(\theta) = K_{us}(\theta) \cdot \alpha^2 \end{cases} \quad (II.7)$$

où les indices cr et us sont relatifs à la croûte et au sol sous-jacent respectivement et α le *facteur d'échelle* qui peut être déduit du rapport des conductivités à saturation:

$$\frac{K_{cr,s}}{K_{us,s}} = \alpha^2 \quad (II.8)$$

L'application de la formule (II.8) conduit aux valeurs $\alpha = 0,081$, et $\alpha = 0,148$ respectivement pour le *Sol 1* et le *Sol 2*.

Les courbes caractérisant les croûtes associées aux *Sol 1* et *Sol 2* sont également tracées sur la figure (II-2).

II-C-3) Applications des modèles et discussion

Dans une première application des deux modèles sur une colonne du *Sol 1* on considère un état d'équilibre hydrostatique initial défini par une charge hydraulique constante de -3 m (relativement à la surface) et une pluie appliquée au temps $t=0$ avec une intensité de $4,166 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h). L'épaisseur de

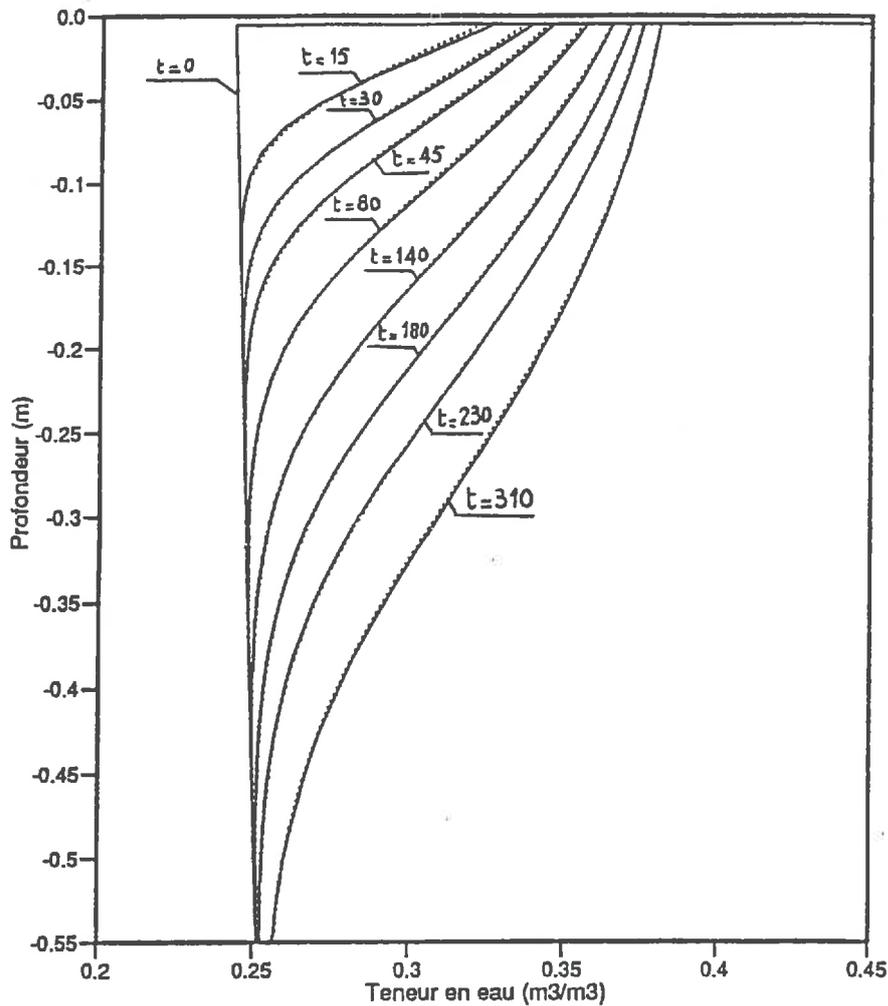


Fig. II.3 Profils de la teneur en eau dans le Sol 1 aux différents instants indiqués en minutes à partir du début de la pluie. En trait plein les profils prédits par le modèle de l'impédance et en pointillé le modèle du bicouche

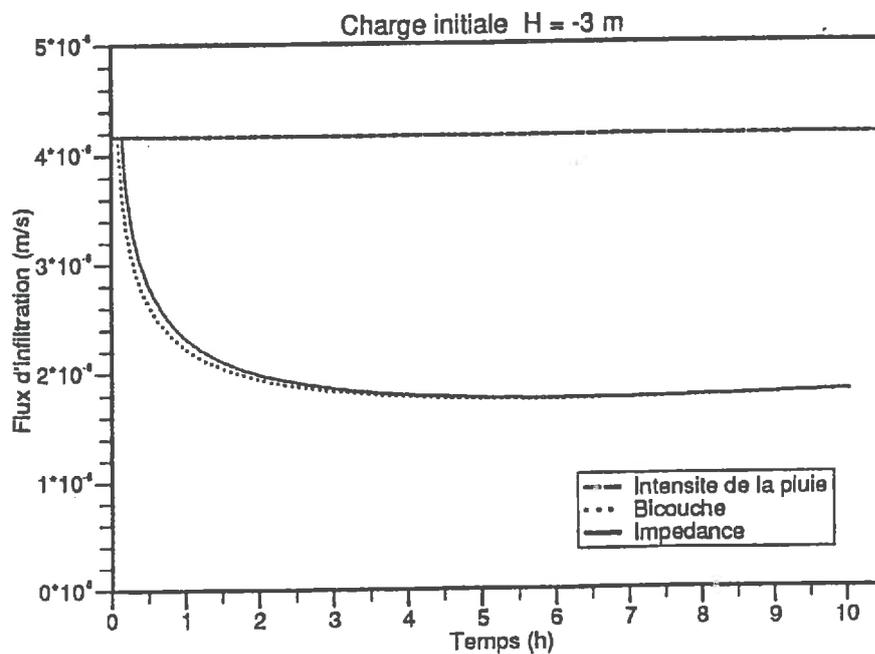


Fig. II.4 Flux d'infiltration dans le Sol 1 prédits par les modèles de l'impédance et du bicouche pour une pluie ayant une intensité de $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s.

la croûte est fixée à 5 mm, sa résistance à 50 h dans le modèle de l'impédance ce qui correspond à une conductivité à saturation dans la croûte utilisée dans le modèle de sol stratifié de $2,77 \cdot 10^{-8}$ m/s. Le pas d'espace utilisé est de 0,015 m dans sol et de 0,001 m dans la croûte, le pas de temps est fixé à 9 s en début de simulation puis augmenté régulièrement avec le temps jusqu'à atteindre 180 s en fin de simulation, 10 h après le début de la pluie.

La figure (II.3) montre la comparaison de l'évolution de la teneur en eau avec la profondeur. Une très faible différence dans les teneurs en eau à l'interface sol-croûte apparaît au début du processus d'infiltration puis cette différence s'estompe avec le temps.

Les flux d'infiltration en fonction du temps prédits par les deux modèles sont présentés sur le même graphique de la figure (II.4). Une excellente concordance des résultats peut être observée à long terme. A court terme un léger décalage entre les deux courbes apparaît. Pour expliquer la cause de ce décalage nous avons reporté dans la figure (II.5) l'évolution de la résistance de la croûte calculée avec les résultats du modèle de sol stratifié par la formule:

$$R = \int_0^e \frac{dz}{K(z)} \quad (\text{II.9})$$

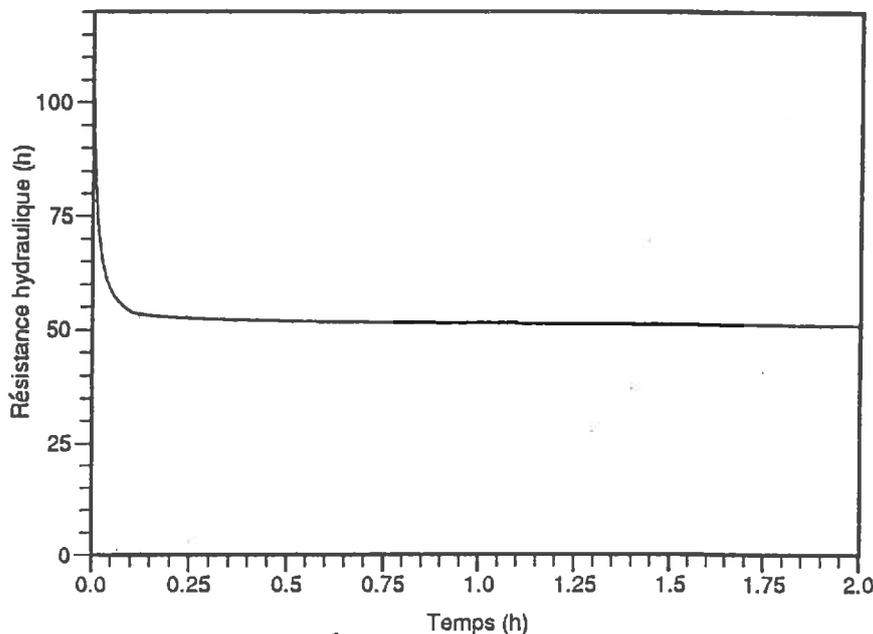


Fig. II.5 Evolution de la résistance hydraulique de la croûte avec le temps suite à la saturation.

Une décroissance de la résistance en fonction du temps peut être observée. En effet en partant d'un état sec, la conductivité hydraulique dans la croûte est faible ce qui se traduit par une réduction du flux d'infiltration. Au fur et à mesure qu'on s'approche de la saturation dans la croûte, la conductivité tend asymptotiquement vers sa valeur à saturation, ce qui explique la concordance des résultats des modèles à moyen et long termes. Rappelons que nous avons supposé que la structure de la croûte ne varie pas pendant l'événement pluvieux étudié et donc la variation de la résistance hydraulique mentionnée plus haut n'est pas corrélée à celle proposée par certains auteurs comme Edwards et Larson [1969] ou Farrell et Larson [1972] qui expriment l'évolution de la résistance de la croûte en fonction du temps sous la forme:

$$R(t) = R_f + (R_0 - R_f) e^{-At} \quad (\text{II.10})$$

où R_0 désigne la résistance hydraulique initiale de la croûte, R_f sa résistance finale, et A une constante qui dépend de l'intensité et de l'énergie cinétique de la pluie [Van Doren et Allmaras, 1978]. Dans cette étude ce phénomène n'a pas été pris en compte pour ne pas augmenter le nombre de paramètres intervenant dans le processus de l'infiltration rendant par là-même difficile l'interprétation des résultats en raison d'interférences de plusieurs phénomènes.

En reprenant la même expérience numérique sur le *Sol 2*, des résultats de qualité comparable aux précédents ont été obtenus. Dans cette deuxième expérience, la charge initiale est de -1,5 m et l'intensité de la pluie est de $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s. Les résultats relatifs à la distribution de la teneur en eau et au flux d'infiltration sont représentés dans les figures (II.6) et (II.7) respectivement.

Dans la deuxième phase de comparaison des deux modèles, on fait varier l'état initial du sol en modifiant la valeur de la charge initiale. La figure (II.8) montre les flux d'infiltration obtenus avec les deux modèles dans la colonne du *Sol 1* avec une charge initiale de -10 et -20 m. Dans ces deux simulations, on remarque que plus l'état initial du sol est sec, plus importante est la différence entre les flux d'infiltration prédits par les deux modèles. Ceci confirme l'explication présentée ci-dessus: un état initial sec correspond à une faible conductivité hydraulique dans la croûte et donc une forte résistance, par contre dans le modèle de l'impédance, la résistance de la croûte est considérée constante dans le temps.

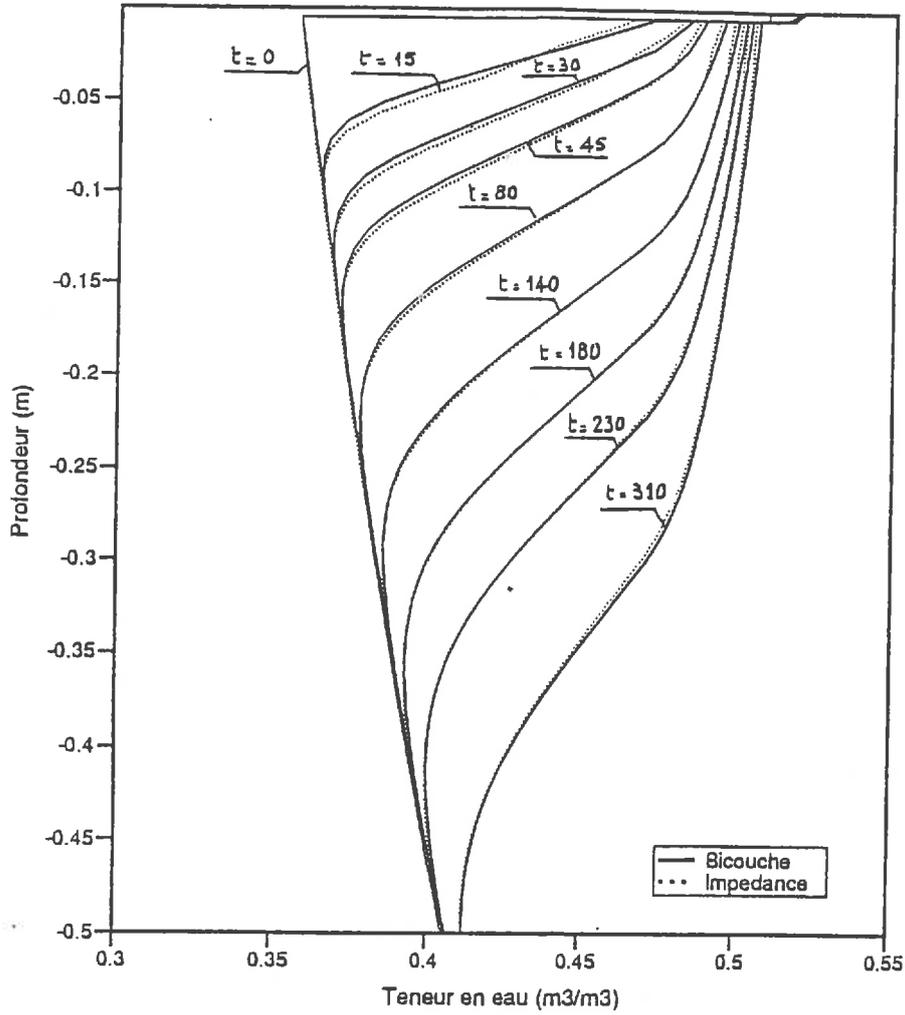


Fig. II.6 Profils de la teneur en eau dans le Sol 2 aux différents instants indiqués en minutes à partir du début de la pluie. En trait plein les profils prédits par le modèle de l'impédance et en pointillé le modèle du bicouche

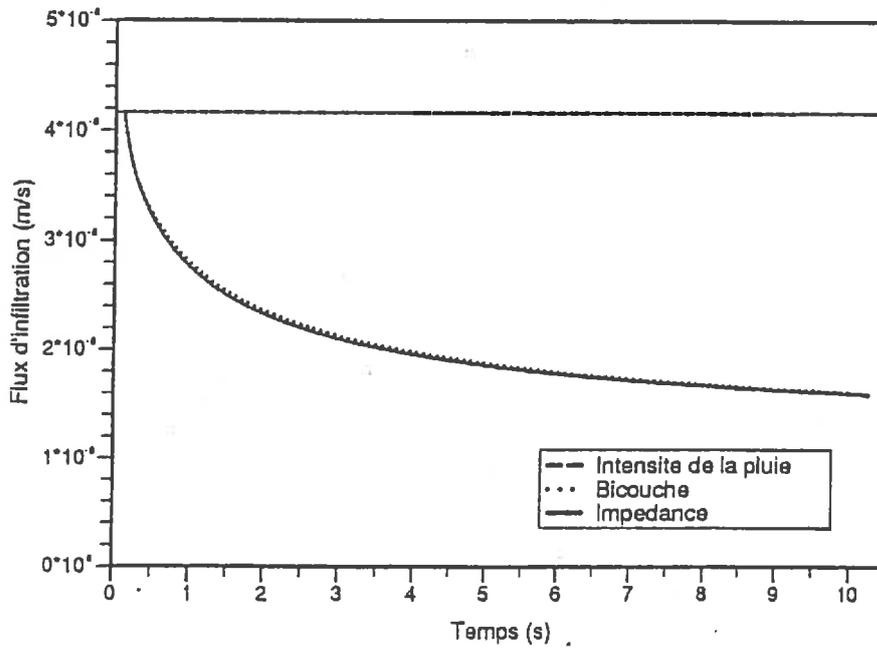


Fig. II.7 Flux d'infiltration dans le Sol 2 prédits par les modèles de l'impédance et du bicouche pour une pluie ayant une intensité de $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s

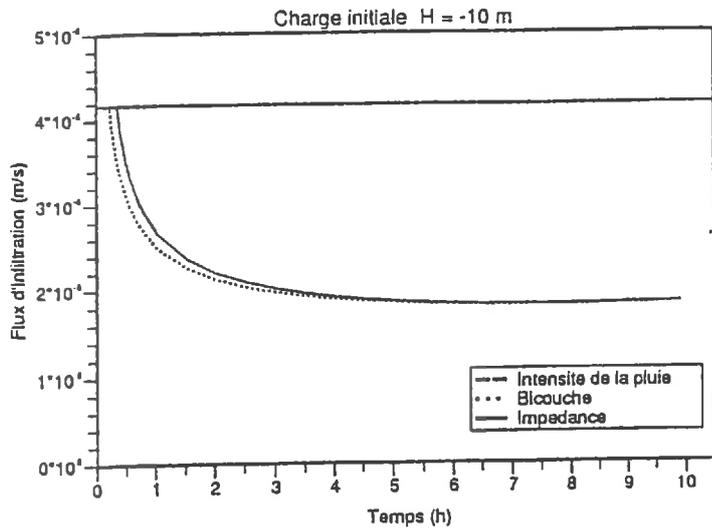


Fig. II.8.a Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -10 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h).

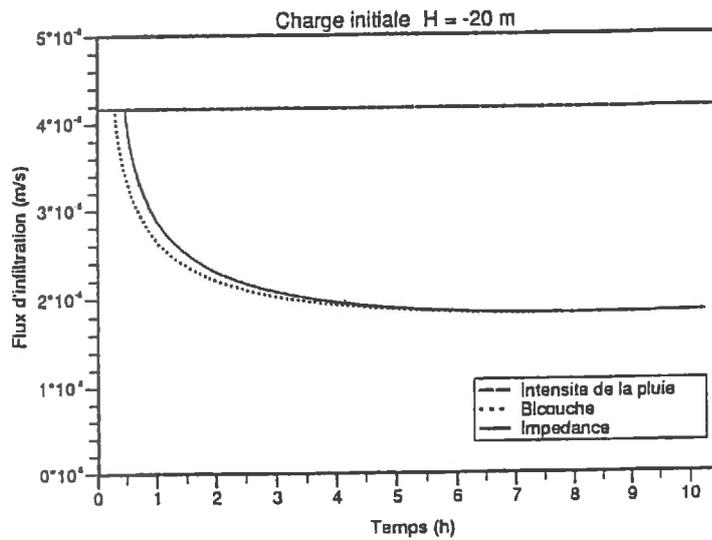


Fig. II.8.b Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -20 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $4,16 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h).

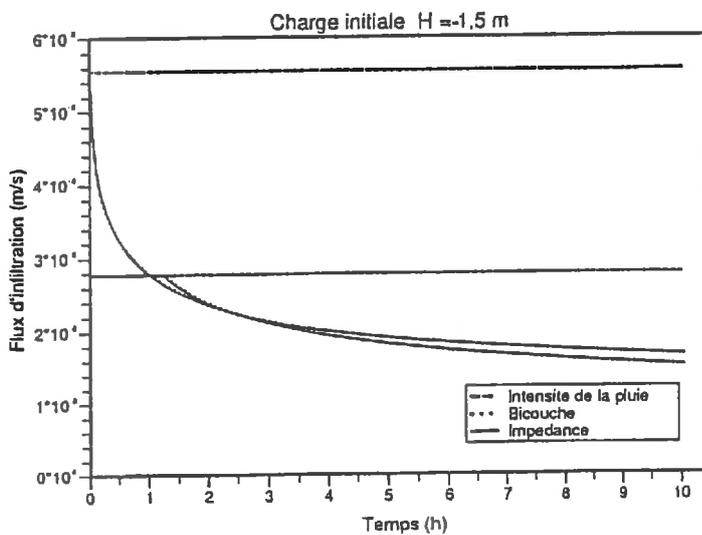


Fig. II.9 Flux d'infiltration dans le Sol 1 en fonction du temps. L'état initial correspond à une charge hydraulique de -1,5 m constante dans toute la colonne du sol et l'intensité de la pluie est fixée à $2,77 \cdot 10^{-6}$ m/s (10 mm/h) et $5,55 \cdot 10^{-6}$ m/s (20 mm/h).

En modifiant maintenant l'intensité de la pluie: $2,77 \cdot 10^{-6}$ et $5,55 \cdot 10^{-6}$ m/s (respectivement 10 et 20 mm/h) et partant d'un état initial défini par une charge de -1,5 m dans le cas du *Sol 1* on obtient encore une fois des résultats très semblables (c.f. figure II.9). En effet, l'influence de l'intensité de la pluie se limite à la phase avant la submersion du sol. Une fois que cet état critique est atteint, la condition en surface n'est plus influencée par l'intensité de la pluie mais par la hauteur de la lame d'eau qui se forme en surface. A ce moment l'intensité de la pluie agit seulement sur la vitesse d'accroissement de l'épaisseur de la lame d'eau en surface. Dans les conditions de terrain, cette épaisseur est réglée par le régime du ruissellement et on voit donc que l'influence de l'intensité de la pluie se limite à la phase initiale du processus de l'infiltration tant que l'intensité de la pluie reste supérieure à l'infiltrabilité du sol.

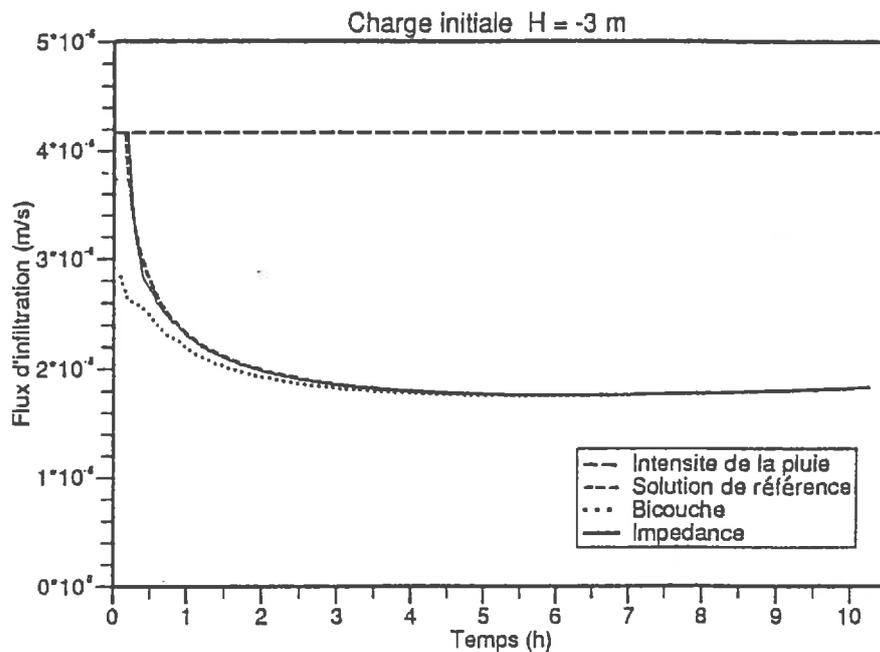


Fig. II.10 Flux d'infiltration calculé par les modèles de l'impédance et le modèle de bicouche avec un pas de temps de 180 s.

Un dernier point reste à soulever dans la comparaison des deux modèles, mais qui ne rentre pas dans l'aspect de la physique du phénomène et c'est le côté économique. En effet, du point de vue coût de calcul, le modèle du sol stratifié demande une discrétisation très fine de la croûte (des pas d'espace de l'ordre du millimètre) ce qui contraint à utiliser des pas de temps réduits afin de conserver la précision du calcul. Un exemple est montré dans la figure (II.10) où un pas de temps constant de 180 s a été utilisé pour les deux modèles. Le modèle du bicouche donne des résultats qui manquent de précision surtout au début du processus

d'infiltration, alors que le modèle d'impédance continue à fournir des résultats qui correspondent bien à ceux fournis avec un pas de temps plus petit (9 s).

II-C-4) Conclusion

La comparaison des deux modèles d'un point de vue physique révèle que le modèle d'impédance est capable de reproduire raisonnablement bien pour le moyen et long terme les résultats du modèle du bicouche. Seule une faible différence apparaît entre les résultats des deux modèles à court terme. Cette différence est due à l'influence de la résistance hydraulique de la croûte par sa teneur en eau. En fait, dans le modèle du bicouche, les caractéristiques hydrodynamiques de la croûte dans notre application ont été déduites de celles du sol sous-jacent en utilisant le principe de similitude des sols. Or cette hypothèse n'est pas tout à fait valable, la croûte se caractérise d'une part, par une faible porosité et donc de faibles variations de la teneur en eau, et d'autre part, par une fine granulométrie donc une sensibilité de la fonction $K(\theta)$ à la teneur en eau moins importante que dans le cas des sols grossiers. Ceci signifie qu'en réalité la variation de la résistance de la croûte est moins importante que ce qui a été montré par le modèle du bicouche et par suite la concordance des résultats à court terme serait meilleure si on prenait en compte ces considérations.

D'autre part, si on considère l'aspect pratique du problème, les moyens de mesure des caractéristiques hydrodynamiques de la croûte n'existent pas à notre connaissance vue sa faible épaisseur. En revanche, des méthodes globales de caractérisation de la résistance hydraulique de la croûte existent: on peut citer celle de McIntyre [1958] qui utilise un perméamètre et celle de Boiffin [1984] fondée sur la mesure du rayon d'imbibition en surface.

Et si on considère l'aspect économique de la résolution numérique du problème, le modèle de l'impédance paraît plus avantageux, puisqu'on peut se contenter d'une discrétisation spatiale grossière comparée à celle du modèle de bicouche, ce dernier demande une discrétisation de l'ordre du millimètre et par suite une discrétisation dans le temps plus fine qui varie suivant l'inverse du carré du pas d'espace [Vauclin et al, 1979].

Vus les différents avantages que le modèle de l'impédance peut offrir par rapport à celui d'un modèle de sol stratifié, et ceci sans pour autant pénaliser la précision des résultats, dans la suite de cette étude le modèle de l'impédance sera utilisé.

II-D) VALIDATION DU MODELE DE L'IMPEDANCE SUR DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

II-D-1) Géométrie du domaine et caractéristiques du sol

Dans cette partie, on se propose de comparer les résultats prédits par le modèle de l'impédance, à des mesures expérimentales effectuées au laboratoire par Zayani [1987] sur une colonne de sol couverte par une plaque poreuse simulant une croûte.

Le sol utilisé par Zayani [1987] est le Sable de l'Isère. Sa courbe de rétention en phase d'infiltration présentée dans la figure (II-11) est approximée par la formule de Van Genuchten [1980]:

$$\theta(h) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\Gamma h)^n]^m} \quad (\text{II.11})$$

avec les valeurs numériques suivantes :

$$\theta_s = 0,296 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$\theta_r = 0,060 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$m = 0,74$$

$$n = 3,8$$

$$\Gamma = -3,5 \text{ m}^{-1}$$

ces paramètres ont été déterminés par calage de la fonction de Van Genuchten sur les mesures expérimentales en utilisant la méthode des moindres carrés.

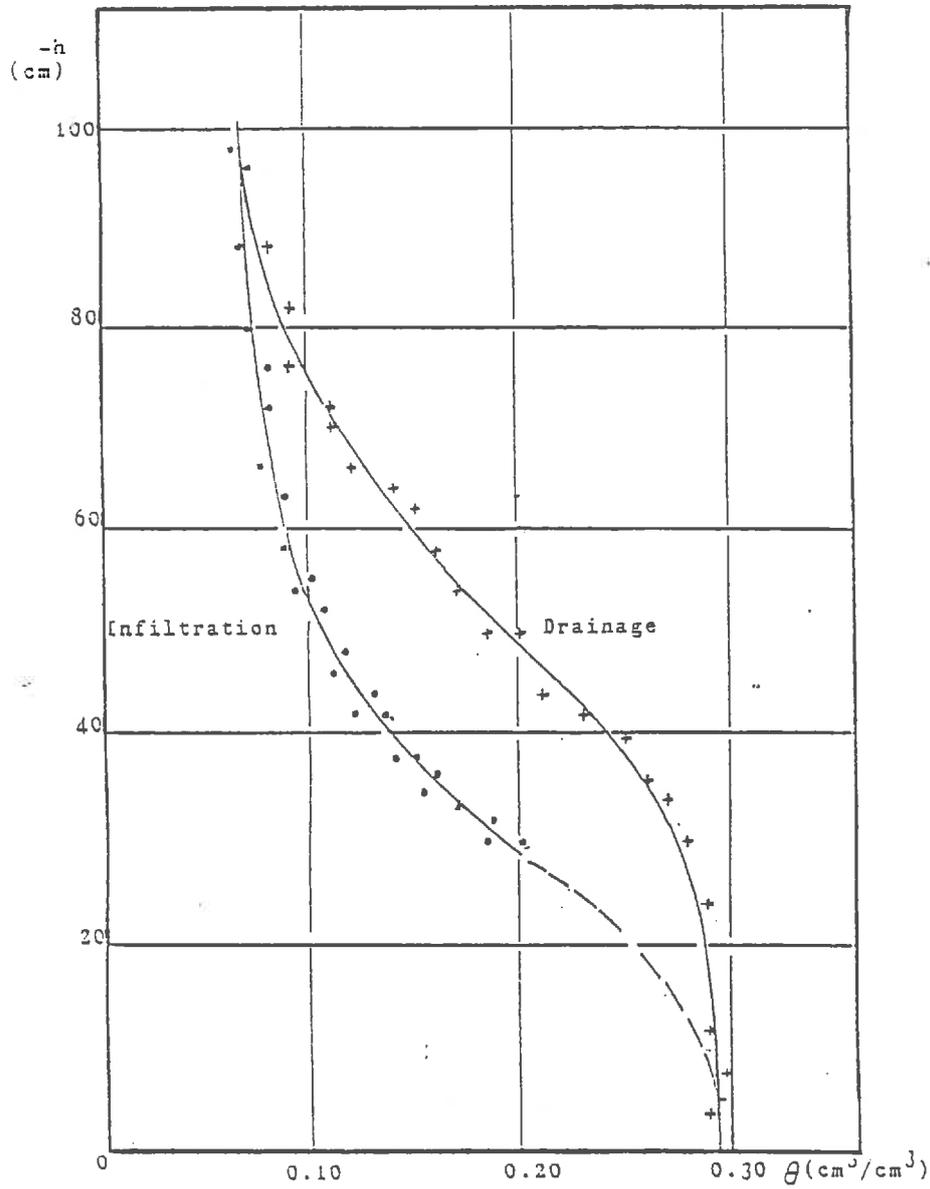


Fig. II.11 Courbes de rétention du Sable de l'Isère en phases d'infiltration et de drainage [Zayani 1987].

La conductivité hydraulique varie avec la teneur en eau suivant la loi de Brooks et Corey [1964] :

$$K = K_s \cdot \theta^B \quad (\text{IV.12})$$

avec $K_s = 2,36 \cdot 10^{-6}$ m/s et $B = 4,3$.

La résistance hydraulique de la plaque poreuse mesurée par Zayani [1987] au début et à la fin de l'expérience est 584 h et 610 h respectivement. Dans notre test une valeur moyenne égale à 597 h a été utilisée.

II-D-2) Conditions initiales et aux limites

Au début de l'expérience, la colonne de sable est dans un état d'équilibre hydrostatique défini par une charge hydraulique de -0,98 m. Le niveau de référence est pris à l'interface sol-croûte.

Un flux d'eau constant d'intensité $2,33 \cdot 10^{-6}$ m/s est appliqué à la surface de la plaque.

II-D-3) Résultats et discussion

La figure (II.12) montre les profils de la teneur en eau dans la colonne de sable mesurés et calculés aux temps $t = 50$ min, $t = 100$ min, $t = 200$ min, $t = 300$ min et $t = 450$ min. Un très bon accord peut être observé entre les résultats expérimentaux et numériques et ce, tout au long du processus d'infiltration. De même, la comparaison entre l'infiltration cumulée expérimentale et calculée apparaît tout à fait satisfaisante (figure II.13).

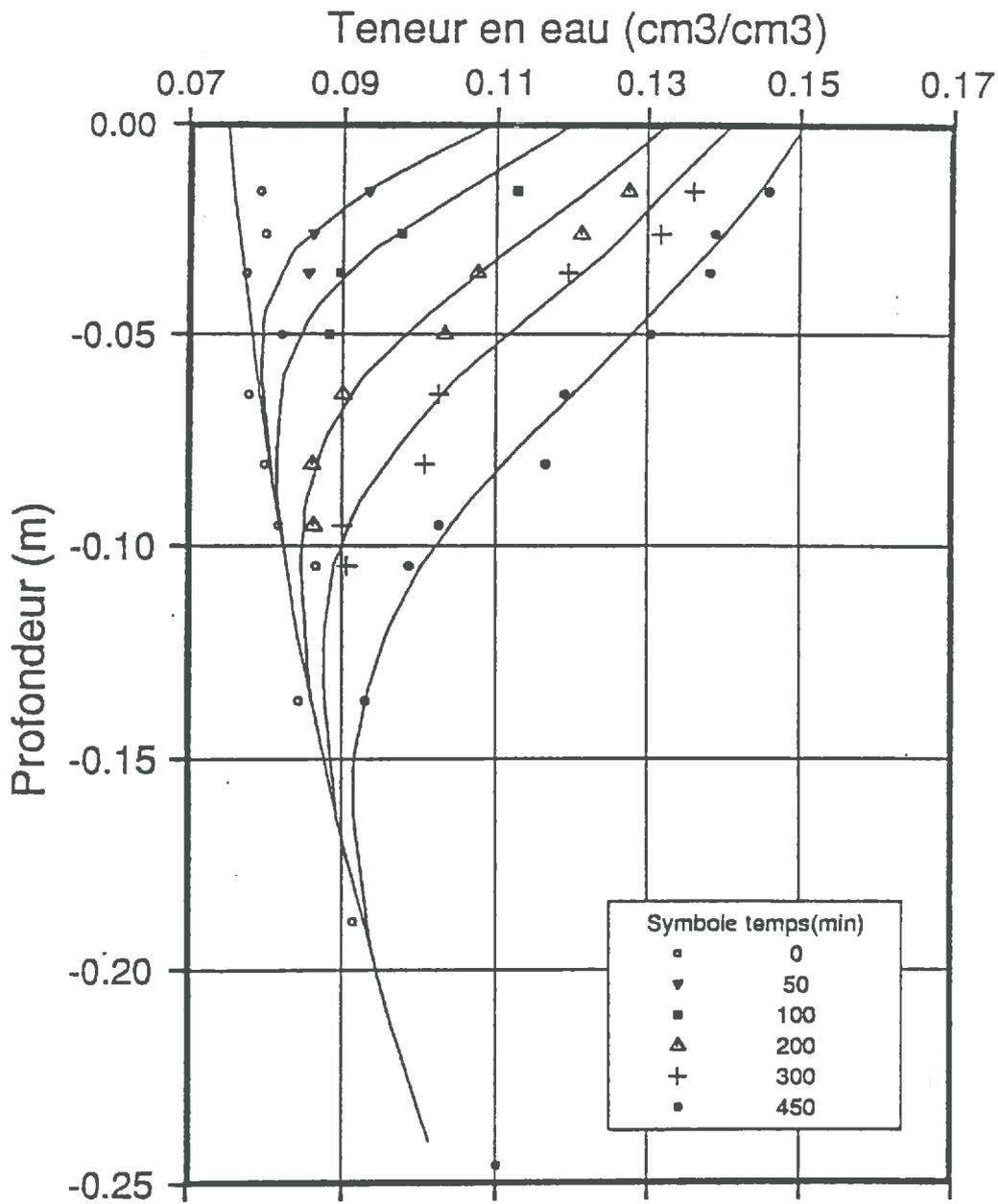


Fig. II.12 Comparaison des profils hydriques calculés par la méthode de différences finies (traits continus) et mesurés sur une colonne de sable surmontée d'une plaque poreuse simulant une croûte [Zayani, 1987].

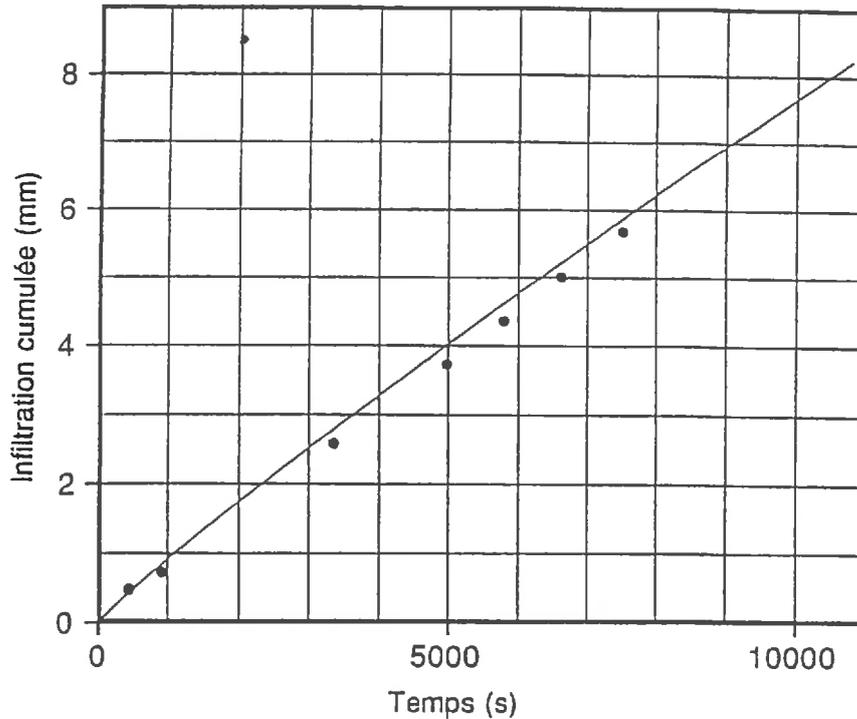


Fig. II.13 Comparaison entre l'infiltration cumulée calculée par le modèle mathématique (trait continu) et expérimentale (points) obtenue par Zayani [1987].

II-E) ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'INFILTRATION EN FONCTION DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DES SOLS

II-E-1) Méthodologie

A l'aide du modèle d'impédance, on se propose maintenant d'étudier le processus d'infiltration dans les sols encroûtés en fonction des propriétés hydrodynamiques du sol. Pour ce faire, ce modèle sera appliqué à trois sols de propriétés hydrodynamiques différentes. Les *Sol 1* et *Sol 2* présentés précédemment seront utilisés, ainsi que le *Sol 3* qui appartient à la famille des argiles.

D'un point de vue pédologique, le *Sol 3* n'est pas potentiellement trop sujet à l'encroûtement du fait de sa forte teneur en argile qui donne une forte cohésion entre les particules du sol empêchant ainsi la ségrégation. Bien que conscient de ce fait, nous l'avons quand même introduit dans notre étude afin de disposer d'une gamme de sols assez étendue permettant une interprétation plus générale des

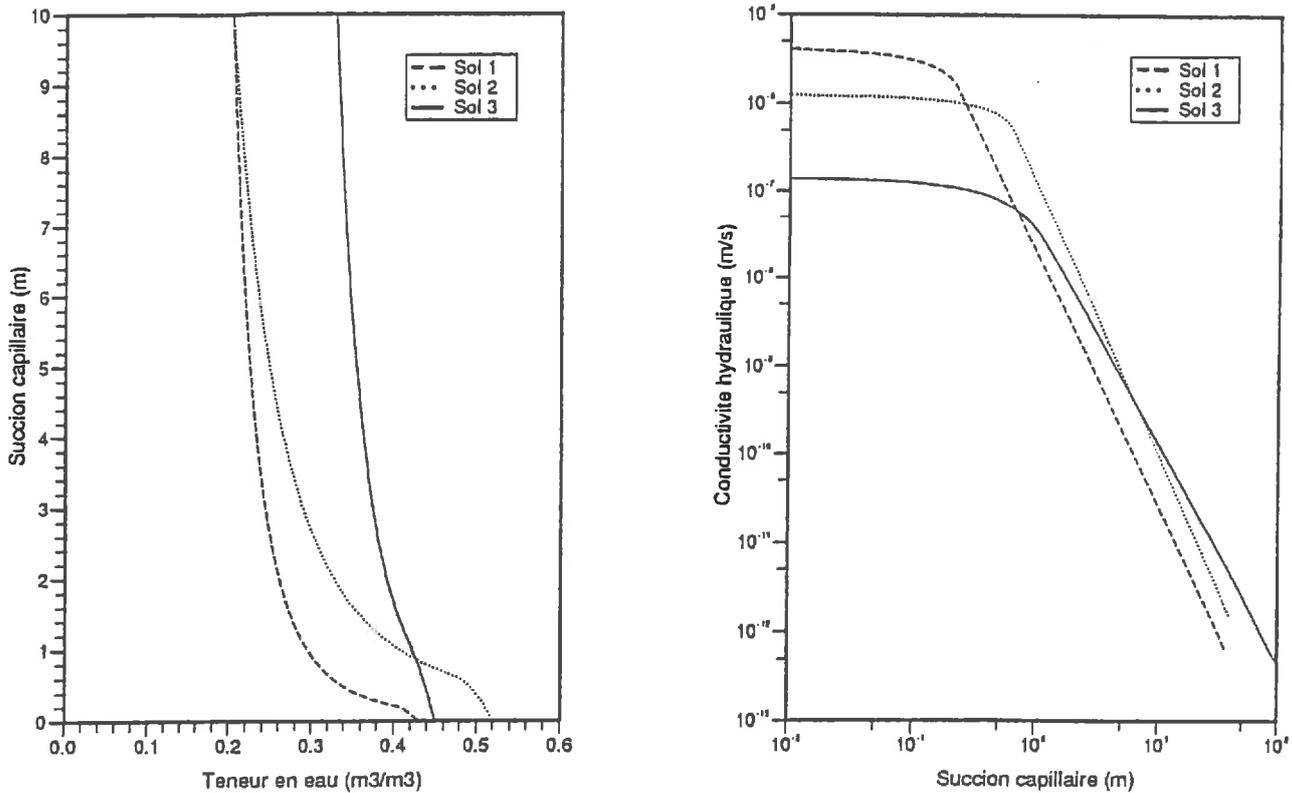


Fig. II.14 Caractéristiques hydrodynamiques des sols utilisés dans l'étude du processus de l'infiltration.

résultats. Les caractéristiques hydrodynamiques de ces trois sols sont reportées dans la figure (II.14).

Dans une première étape, nous commençons par une analyse générale de l'influence de la variation de la résistance de la croûte sur l'infiltration, puis des comportements à court et à long termes en essayant de les relier aux caractéristiques des sols.

II-E-2) Analyse générale du comportement

II-E-2.1) CONDITION D'APPLICATION DU MODELE

Comme décrit précédemment, nous commençons par l'étude de l'influence de la variation de la résistance de la croûte sur les flux d'infiltration et ceci pour chacun des sols présentés ci-dessus. Pour ce faire le modèle est appliqué en faisant

varier à chaque fois la résistance de la croûte mais en partant toujours de l'état d'équilibre hydrostatique correspondant à une charge hydraulique initiale égale à -3 m. L'intensité de la pluie est maintenue constante dans les différentes simulations et a pour valeur $4,166 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h).

L'intervalle de variation de la résistance de la croûte devrait être choisi *a priori* selon le sol considéré, mais la divergence des valeurs fournies dans la littérature nous a contraint à considérer un intervalle de variation assez large et qui est le même pour les trois sols. En effet McIntyre [1958] obtient une conductivité de la croûte 200 à 2000 fois inférieure à celle du sol sous-jacent, Hillel et Gardner [1970] trouvent une conductivité de la croûte 3 à 8 fois plus réduite seulement. Rawls et Brakensiek [1983] fournissent un rapport variant entre 2 et 30 fois selon l'épaisseur de la croûte et le type du sol. C'est ainsi que pour les simulations qui ont été réalisées les résistances suivantes ont été utilisées: 10 - 30 - 50 - 100 et 300 heures. Les rapports (conductivité à saturation du sol sous-jacent / conductivité à saturation de la croûte) sont présentées dans le tableau II.1.

R (heures)	10	30	50	100	300
Sol 1	30	90	150	300	900
Sol 2	9	27	45	90	270
Sol 3	1	3	5	10	30

Table II.1 Rapport de la conductivité hydraulique à saturation du sol à celle de la croûte pour différentes valeurs de R.

II-E-2.1) RESULTATS ET DISCUSSION

Les résultats obtenus sont présentés dans la figure (II.15). Ils suscitent les remarques suivantes:

- Le temps d'apparition d'une lame d'eau en surface ou temps de submersion noté τ_p (*ponding time*) dans le cas du *Sol 1* paraît plus sensible à une augmentation de la résistance de la croûte de 10 à 30 heures que ne l'est le *Sol 2*.
- Le flux d'infiltration après submersion décroît rapidement dans le cas du *Sol 1* et tend rapidement vers une valeur limite. Par contre, pour

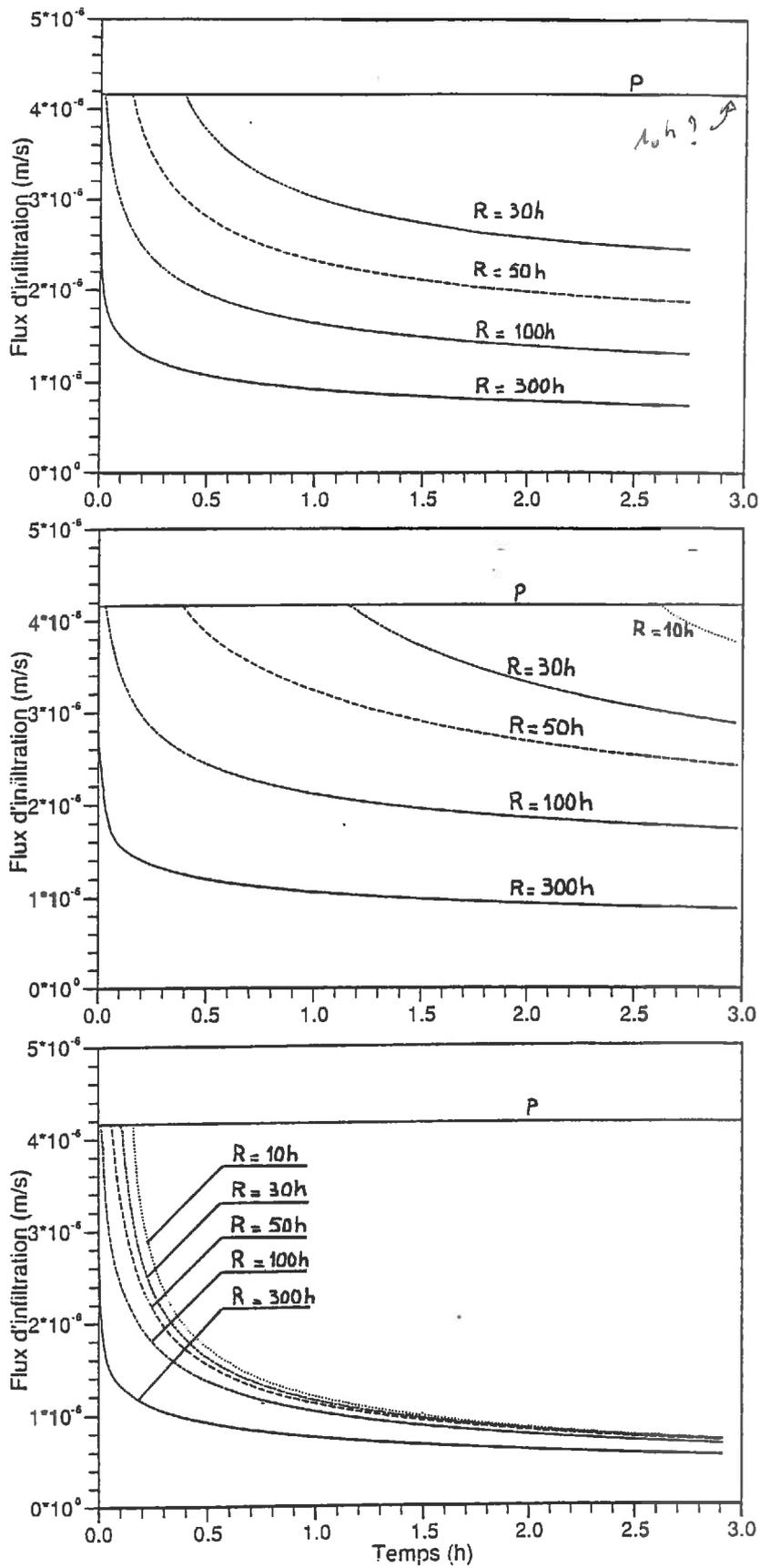


Fig. II.15 Flux d'infiltration calculés dans les Sol 1 (en haut) , Sol 2 (au milieu) et Sol 3 (en bas) pour différentes valeurs de la résistance hydraulique de la croûte.

le *Sol 2* cette décroissance est plus lente dans le cas de faible résistance de la croûte.

- En augmentant la résistance de la croûte le flux d'infiltration à long terme n'est pas affecté dans le même rapport et cela apparaît nettement dans le cas du *Sol 3*.

Pour essayer d'interpréter ces remarques, il nous paraît souhaitable de séparer l'analyse des différentes phases du processus d'infiltration pour pouvoir dégager les paramètres influents. C'est ainsi que notre analyse portera séparément sur le court terme d'une part, et par là on entend la période qui s'étend du début de la pluie jusqu'au temps de submersion, et d'autre part sur le long terme qui est caractérisé par un comportement asymptotique du flux d'infiltration vers une valeur limite.

II-E-3) Comportement à court terme: Temps de submersion

Le temps de submersion est un facteur primordial dans les processus hydrologiques, il marque l'instant d'amorçage du ruissellement et par suite de l'érosion éventuelle. A cause de son importance il a fait l'objet de nombreuses études [e.g. Mein et Larson, 1973; Swartzendruber, 1974; Kutilek, 1980, Boulier et al, 1987; Broadbridge et White, 1987, 1988]. Toutes ces études portent sur le cas classique d'un sol non-encroûté. On se propose ici de déterminer le temps de submersion relatif au cas d'un sol couvert d'une croûte assimilée à une impédance.

La lame d'eau en surface apparaît dès que la pluie atteignant la surface du sol cesse de s'infiltrer intégralement. Juste à ce moment, la pression effective de l'eau en surface de la croûte possède une valeur nulle et le flux d'infiltration est égal à celui de l'intensité de la pluie. En écrivant l'équation (II.6.a) avec $h_{ex} = 0$ et $q = -P$ on obtient:

$$P = \frac{-h_N + e}{R} \quad (\text{II.13})$$

En réarrangeant les termes de l'équation précédente on remarque que la pression effective de l'eau à l'interface sol-croûte au moment de l'apparition de la lame d'eau en surface admet une valeur critique h_c définie par:

$$h_c = -P \cdot R + e \quad (\text{II.14})$$

cette valeur ne dépend pas des caractéristiques du sol mais seulement de la résistance de la croûte, de son épaisseur et de l'intensité de la pluie. A cette pression critique on peut associer une teneur en eau $\theta(h_c)$ à l'interface sol-croûte qui, une fois atteinte, conduit instantanément à la submersion.

Pour calculer le temps de submersion dans le cas d'une distribution en eau initiale constante dans toute la colonne du sol, on considère l'équation de l'écoulement en zone non-saturée exprimée en fonction de la variable θ sous la forme:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z} \quad (\text{II.15})$$

où D désigne la diffusivité hydraulique ($D = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta}$). L'intégration de cette équation [Boulier et al, 1987] conduit à:

$$z(\theta, t) = \int_{\theta_i}^{\theta_1} \frac{D(\theta) d\theta}{(P - K(\theta_i))F - (K(\theta) - K(\theta_i))} \quad (\text{II.16})$$

avec:

$$(P - K(\theta_i))F = -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} + K(\theta) - K(\theta_i) \quad (\text{II.17})$$

$F(\theta, t)$ étant le rapport du flux en n'importe quel point au flux à la surface, θ_i la teneur en eau initiale, θ_N la teneur en eau à l'interface, P l'intensité de la pluie (P constitue le flux imposé en surface du sol avant la submersion).

L'infiltration d'eau cumulée se calcule alors de la manière suivante:

$$I = \int_{\theta_i}^{\theta_N} z(\theta, t) d\theta = \int_0^t [q_1(t) - K(\theta_i)] dt \quad (\text{II.18})$$

où q_1 représente le flux d'eau à la surface du sol. Si on désigne par τ_p le temps de submersion, on a:

$$\text{pour } 0 \leq t < \tau_p \quad q_1(t) = P \quad (\text{II.19})$$

et l'équation (II.18) devient:

$$I = \int_{\theta_i}^{\theta(h_c)} z(\theta, t) d\theta = (P - K(\theta_i)) \tau_p \quad (\text{II.20})$$

ce qui conduit à exprimer le temps de submersion par:

$$\tau_p = \frac{1}{P - K(\theta_i)} \int_{\theta_i}^{\theta(h_c)} \frac{(\theta - \theta_i) \cdot D(\theta)}{(P - K(\theta_i)) F - (K(\theta) - K(\theta_i))} d\theta \quad (\text{II.21})$$

Parlange et al [1985] proposent une approximation de $F(\theta, t)$ sous la forme:

$$F(\theta, t) = (\theta - \theta_i) / (\theta_N - \theta_i) \quad (\text{II.22})$$

Les résultats obtenus à partir de l'équation (II.21) ont été comparés à ceux de la méthode numérique. Pour les trois sols définis précédemment, pour une intensité de pluie de $4,166 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h) et pour une condition initiale donnée par la teneur en eau constante dans la colonne de sol correspondant à une pression capillaire de -3 m, nous avons fait varier la résistance de la croûte ce qui modifie la valeur de h_c . La comparaison des résultats est fournie dans le tableau (II.2) et sous forme graphique dans la figure (II.16). Une bonne concordance peut être remarquée entre le temps de submersion prédit par une solution analytique et celui obtenu à partir de la résolution de l'équation de Richards par un schéma aux différences finies.

R (h)	Sol 1		Sol 2		Sol3	
	Anal	Num	Anal	Num	Anal	Num
20	882,7	851,6	6052,3	5947,2	259,2	265,2
30	270,0	280,5	3783,6	3671,5	191,5	197,9
50	45,4	66,5	784,8	984,9	98,6	104,3
70	22,3	23,2	302,4	313,9	49,7	50,6
100	10,1	6,2	75,6	77,4	16,6	15,6

Tableau II.2 Temps de submersion en secondes pour différentes valeurs de la résistance de la croûte (exprimées en heures).

Le calcul du temps de submersion présenté ci-dessus correspond au cas d'un profil de teneur en eau initial constant dans toute la colonne du sol. Boulier et al [1984] étendent la solution de l'équation de l'infiltration à un cas plus général qui correspond à un profil initial de la teneur en eau non-uniforme. Leur solution conduit à une expression du temps de submersion similaire à celle de l'équation (II.21) et qui à son tour peut être appliquée au cas des sols encroûtés.

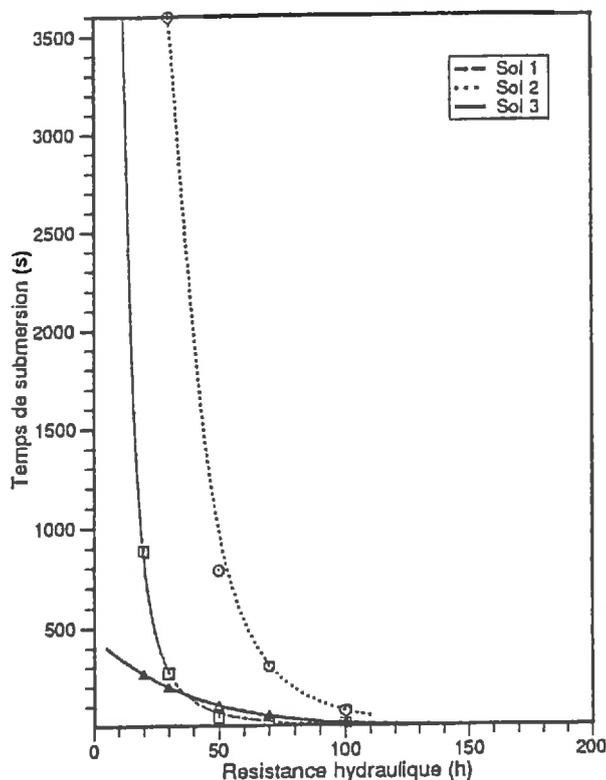


Fig. II.16 Comparaison entre les temps de submersion calculés par méthode numérique (o Sol 1, □ Sol 2 et Δ Sol 3) et par méthode analytique (c.f. la correspondance des lignes dans la légende).

Il convient de noter que le calcul du temps de submersion à partir de la résolution de l'équation de Richards en utilisant la technique des différences finies est très sensible au pas d'espace utilisé. En effet le temps de submersion peut même doubler si on augmente le pas d'espace. A titre d'exemple, le tableau (II.3) montre les temps de submersion obtenus pour le Sol 3 pour différentes valeurs du pas d'espace. Nous expliquons ce phénomène en nous référant au schéma de la figure (II.17). La submersion a lieu quand le profil hydrique atteint la valeur $\theta(h_c)$ à l'interface sol-croûte. Vu la forme très pointue du profil au voisinage de l'interface, l'effet d'un grand pas d'espace se manifeste en écrétant la pointe. Par conséquent à volume d'eau égal infiltré dans le sol, pour un large pas d'espace on a un profil hydrique diffus et donc une valeur de la teneur en eau à l'interface plus faible ce qui retarde la submersion. Notons aussi que ce phénomène est d'autant plus important que la diffusivité du sol est plus faible conduisant à un front humide plus "raide".

Par ailleurs l'erreur maximale due au pas de discrétisation commise sur le flux cumulé ne peut pas dépasser le déficit en eau dans la première maille de calcul au voisinage de l'interface et pour cela on a intérêt à réduire le pas d'espace dans cette partie du domaine à modéliser.

Pas d'espace (m)	Temps de submersion (s)
0,00005	98,640
0,00010	99,072
0,00020	101,088
0,00040	104,292
0,00100	113,724
0,00200	128,988
0,00500	173,988
0,01000	228,060

Tableau II.3 Evolution du temps de submersion avec le pas d'espace utilisé dans la discrétisation de la colonne de sol.

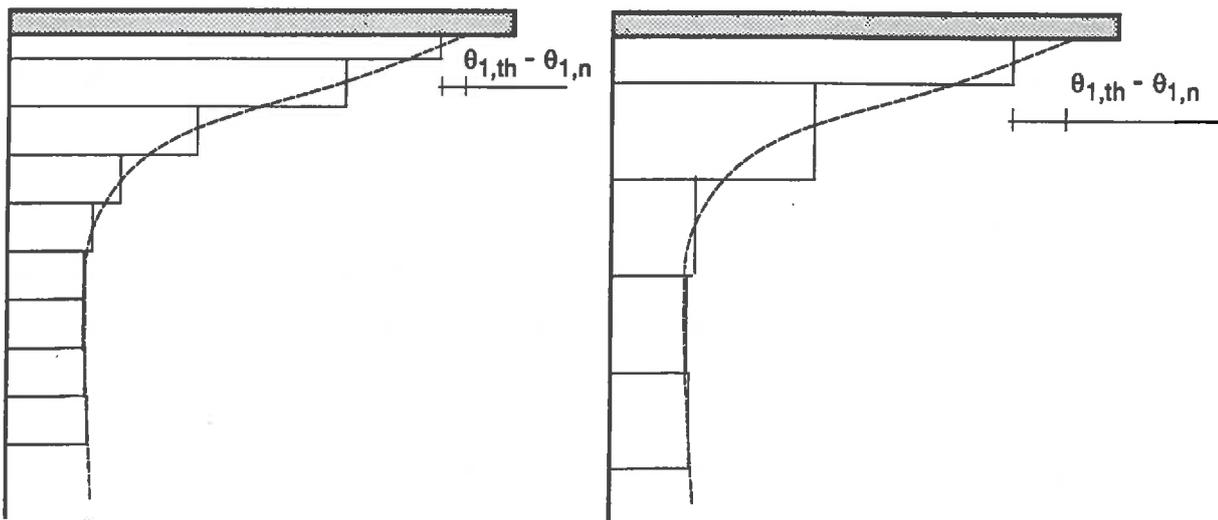


Fig. II.17 Schématisation du profil en eau tel qu'il est calculé par la méthode des différences finies. A gauche un maillage fin et à droite un maillage grossier. Le profil en pointillé représente la solution théorique.

II-E-4) Comportement à long terme: Flux limite d'infiltration

Après l'apparition de la lame d'eau en surface, l'intensité de la pluie intervient de façon à augmenter la charge en surface. Pour assurer une analyse indépendante de l'intensité de la pluie on va considérer alors que la lame d'eau ne s'accumule pas en surface mais s'écoule dès que sa hauteur dépasse la *capacité de détention superficielle*, cette dernière grandeur étant l'épaisseur maximale de la lame d'eau retenue à la surface du sol sans qu'il y ait ruissellement. Dans la présente étude la capacité de détention est supposée nulle. Cette hypothèse est tout à fait acceptable car la pression en surface est négligeable comparée à la succion capillaire à l'interface sol-croûte.

En reprenant l'équation (II.1) dans laquelle on néglige cette fois le terme $K(\theta) \frac{\partial h}{\partial z}$, du fait qu'à long terme le profil de la teneur en eau devient uniforme près de la surface ainsi que celui de la pression effective [Zayani, 1987], on remarque que le flux peut être exprimé simplement sous la forme:

$$q = - K(\theta) \quad (II.23)$$

en introduisant cette expression du flux dans l'équation (II.5) on obtient:

$$e + h_{ex} - h_N(\theta) - R.K(\theta) = 0 \quad (II.24)$$

La solution de cette équation a été obtenue par la méthode des segments emboîtés. La valeur de $K(\theta)$ vérifiant cette équation n'est autre que celle du flux limite noté q_L . La figure (II.18) présente la solution de cette équation pour les trois sols étudiés, où les flux limites sont fournis en fonction de la résistance de la croûte.

Une autre méthode très simple peut être utilisée pour résoudre cette équation. En effet, en exprimant K en fonction de h dans l'équation (II.24) et en réarrangeant les termes on obtient :

$$\frac{e + h_{ex} - h_N}{R} = K(h) \quad (II.25)$$

le terme de gauche n'est autre que l'équation d'une droite dans le plan cartésien (K, h) , et par suite la solution est fournie tout simplement par le point d'intersection de cette droite avec la courbe $K(h)$.

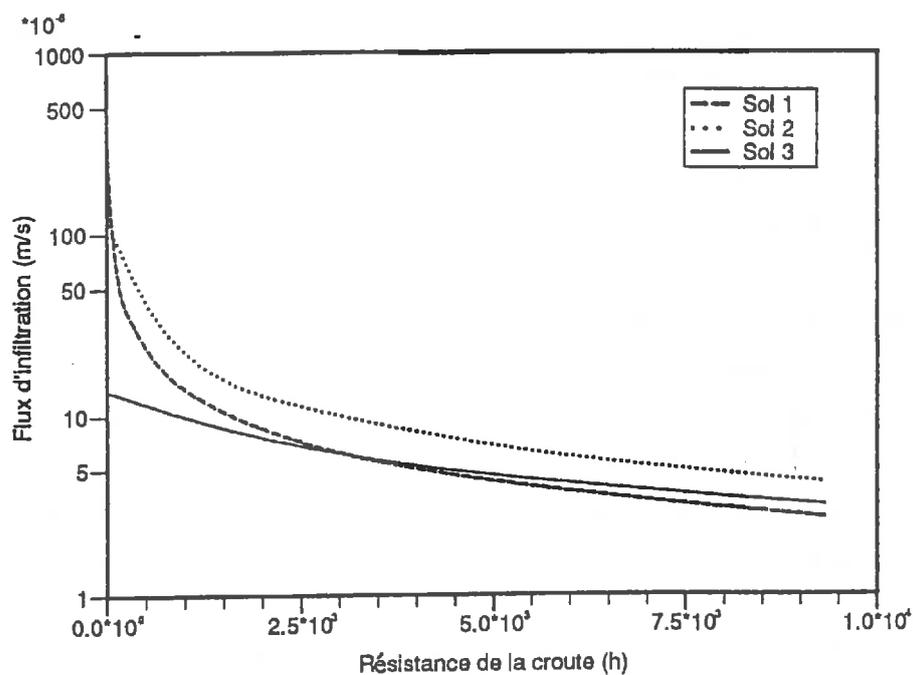


Fig. II.18 Influence de la résistance hydraulique sur le flux limite d'infiltration.

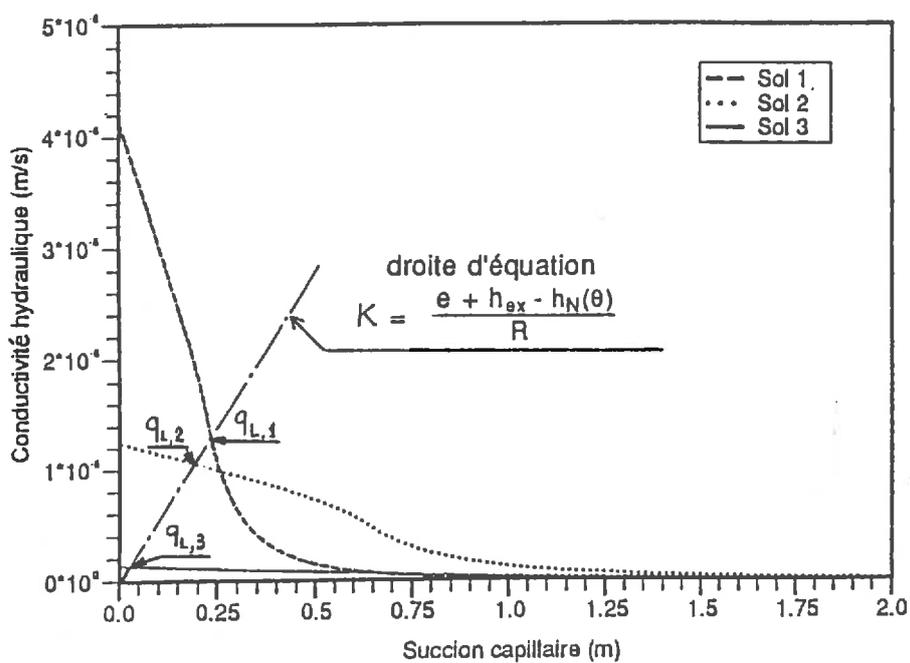


Fig II.19 Calcul de la valeur du flux limite d'infiltration à l'aide d'une méthode graphique. On considère le cas d'une résistance hydraulique de 50 h.

Dans la figure (II.19) nous présentons un exemple de la résolution de cette équation par la méthode géométrique dans le cas où $h_{ex} = 0$, $R = 50 h$ et $e = 5 \text{ mm}$.

L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet de déduire le flux limite à travers la croûte simplement à partir de la courbe $K(h)$.

La définition de la valeur limite du flux d'infiltration trouve son intrêrêt dans la prédiction rapide d'une submersion éventuelle et donc du début de ruissellement. En effet, en faisant une similitude avec le cas des sols sans croûte où la valeur limite du flux d'infiltration correspond à la conductivité hydraulique à saturation du sol (dans le cas où la charge hydraulique en surface reste négligeable), on peut définir deux cas:

- a) $P \leq q_L$ quelle que soit la durée de la pluie il n'y a pas de submersion à condition que l'infiltration ne soit pas limitée par la saturation du sol;
- b) $P > q_L$ la submersion apparaît après une durée appelée le temps de submersion définie précédemment.

II-E-5) Conclusion

Dans cette partie du chapitre une analyse portant sur trois sols de propriétés hydrodynamiques différentes a été effectuée et a permis de dégager les conclusions suivantes:

- la submersion apparaît dès que la pression effective critique h_c définie par l'équation (II.14) est atteinte, la valeur de cette pression ne dépend que de l'intensité de la pluie, de la résistance de la croûte et de son épaisseur. Cette pression effective critique définit une teneur en eau qui sert à calculer le temps de submersion à l'aide d'une solution analytique.

- à long terme, et pour une résistance hydraulique de la croûte donnée, le flux limite dans un sol encroûté peut être déduit très facilement à partir de la courbe $K(h)$ du sol sous-jacent; une méthode géométrique a été présentée. Elle permet de calculer ce flux limite d'une manière très simple. La comparaison de

cette valeur avec l'intensité de la pluie permet de prédire s'il y a submersion ou non.

II-F) CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressé à la modélisation de l'infiltration dans les sols encroûtés à l'échelle de la colonne de laboratoire. C'est ainsi que deux modèles ont été utilisés pour représenter la croûte. Le premier considère le sol encroûté comme un milieu stratifié et donc utilise le modèle classique de sol stratifié en décrivant la croûte par ses courbes caractéristiques $h(\theta)$ et $K(\theta)$. Le second modèle suppose que la croûte est instantanément saturée dès l'application d'une pluie. En assimilant la croûte à une impédance la condition de surface est traitée comme une condition radiative.

Ces deux modèles appliqués avec différentes conditions initiales et aux limites donnent des résultats très semblables, mais du point de vue pratique le modèle de l'impédance s'impose, car la détermination expérimentale de la résistance hydraulique de la croûte est relativement simple par rapport aux relations (suction capillaire-teneur en eau) et (conductivité hydraulique-teneur en eau) qui pour le moment reste d'un accès difficile vue la faible épaisseur de la croûte.

Après avoir opté pour le choix du modèle de l'impédance pour la modélisation de l'infiltration dans une colonne de sol présentant une croûte en surface, une analyse du comportement du processus d'infiltration vis-à-vis des caractéristiques hydrodynamiques du sol a été entreprise.

En particulier, nous nous sommes intéressé au comportement à court terme, donc au temps de submersion, et nous avons dégagé une analogie avec le cas de l'infiltration dans les sols sans croûtes. Cette analogie a conduit à une expression analytique du temps de submersion en fonction des caractéristiques hydrodynamiques du sol.

Par ailleurs, nous avons étudié le comportement à long terme et notamment la valeur du flux limite et nous avons présenté une méthode géométrique simple pour le calcul du flux limite d'infiltration à partir de la courbe $K(h)$. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet une prédiction rapide du

comportement à long terme à partir de la courbe $K(h)$. La valeur du flux limite est nécessaire pour prédire à l'avance l'occurrence de la formation d'une lame d'eau en surface du sol et par suite le ruissellement.

Le chapitre suivant constitue un passage de l'échelle d'une colonne de laboratoire à l'échelle d'une parcelle de terrain et c'est pour cela qu'on se situe à une échelle métrique où l'on va chercher à savoir qu'elles sont les modifications introduites par ce changement d'échelle surtout en ce qui concerne la microtopographie et la variabilité spatiale de la croûte.

Chapitre III

**MODELISATION DE L'INFILTRATION
DANS UN SILLON ENCROUTE****III-A) INTRODUCTION**

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que l'infiltration dans une colonne de sol encroûté peut être modélisée correctement en utilisant l'équation de Richards avec une condition en surface du type radiatif. Le but de la présente étude étant d'étendre la modélisation de l'infiltration dans les sols encroûtés à l'échelle du bassin versant, un passage obligé avant d'atteindre cette échelle est de voir ce qui se passe à l'échelle métrique intermédiaire.

En effet, la formation des croûtes en surface, surtout dans les terrains agricoles présente une très forte variabilité spatiale reliée directement au type de la culture et à la méthode de travail du sol. C'est ainsi que dans les zones labourées, les traces de sillons forment un endroit privilégié où les particules fines s'accumulent suite à la dégradation du sol en surface.

Récemment, ce problème a été notamment étudié par Bruneau [1988] et Gascuel-Odoux et al [1990] sur un terrain agricole en Bretagne (l'ouest de la France). D'après ces auteurs, un sillon de labour présente, à la suite d'une saison de pluie, un profil type où on remarque la formation d'une croûte d'épaisseur variable ayant la plus grande épaisseur dans les dépressions (c.f. figure III.1).

Casenave et Valentin [1989] s'intéressent eux aussi aux états de surface et présentent un profil d'un terrain cultivé en zone sahélienne (c.f. figure III.2) qui ressemble à celui montré par Gascuel-Odoux et al [1990].

Dans ces profils, on voit que l'épaisseur de la croûte est très fortement variable à l'échelle métrique. Une des questions qui se pose alors est: quelle résistance de croûte faudrait-il considérer pour pouvoir modéliser à l'échelle régionale l'infiltration de l'eau dans un sol encroûté?

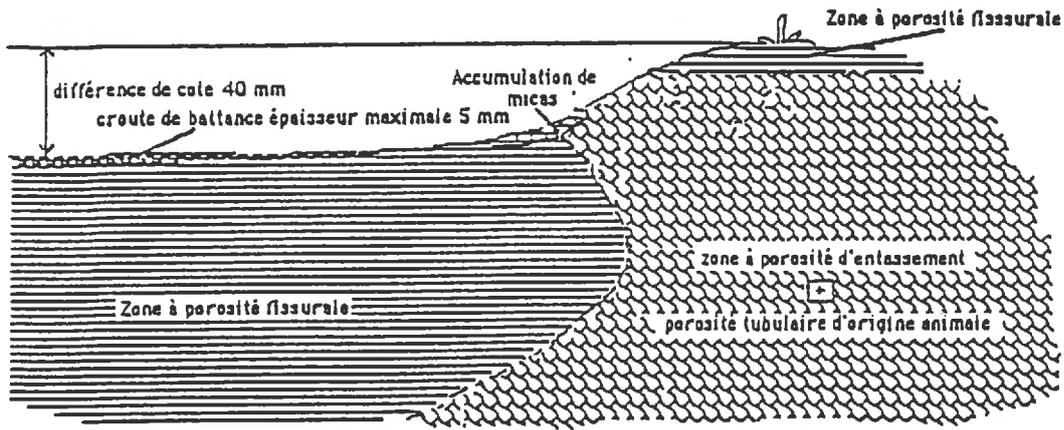


Fig. III.1 Coupe type dans un sol cultivé en maïs montrant la forme de la surface et la répartition de la croûte [Bruneau 1988].



Types de croûtes superficielles sur un champ de sorgho :

- 1 - Croûte structurale
- 2 - Croûte d'érosion
- 3 - Croûte de ruissellement
- 4 - Croûte de décantation

Fig. III.2 Illustration d'un gâteau de sol présentant les différents types de croûtes dans un terrain agricoles d'après Casenave et Valentin [1988].

Pour répondre à cette question, nous avons élaboré un modèle mathématique susceptible de reproduire le processus d'infiltration dans un terrain présentant un microrelief constitué par une succession de sillons de labour, puis nous avons comparé ces résultats à ceux qui seraient fournis par une simple simulation unidirectionnelle dans laquelle la surface du sol est homogène et plate.

Ce chapitre constitue alors la transition de la modélisation à l'échelle de la colonne de laboratoire à celle de l'échelle métrique.

III-B) ELABORATION DU MODELE NUMERIQUE DE L'INFILTRATION DANS UN SOL ENCROUTE A L'ECHELLE METRIQUE

III-B-1) Limites spatiales du domaine de modélisation

Si l'on néglige, pour le moment la variabilité spatiale des propriétés du sol à l'échelle de la parcelle et l'on s'intéresse seulement à ce qui se passe à l'échelle métrique, on peut supposer qu'un terrain cultivé selon une série de rangs de culture présente des sections en travers identiques, c'est à dire qu'il y a homogénéité du sol et du processus d'infiltration dans la direction de l'axe du sillon. Nous pouvons alors nous contenter d'étudier le processus de l'infiltration dans un plan perpendiculaire aux rangs de culture.

D'autre part, si on considère l'aspect périodique des rangs de culture, on peut supposer que le résultat de l'étude d'un rang peut être translaté au rang voisin, réduisant ainsi le domaine d'étude à la section relative à un rang de culture.

De même, si on tient compte aussi de la symétrie du problème par rapport aux plans verticaux parallèles à l'axes du sillon et passant par les crêtes et les dépressions, le domaine d'étude peut se réduire à celui représenté dans la figure (III.3).

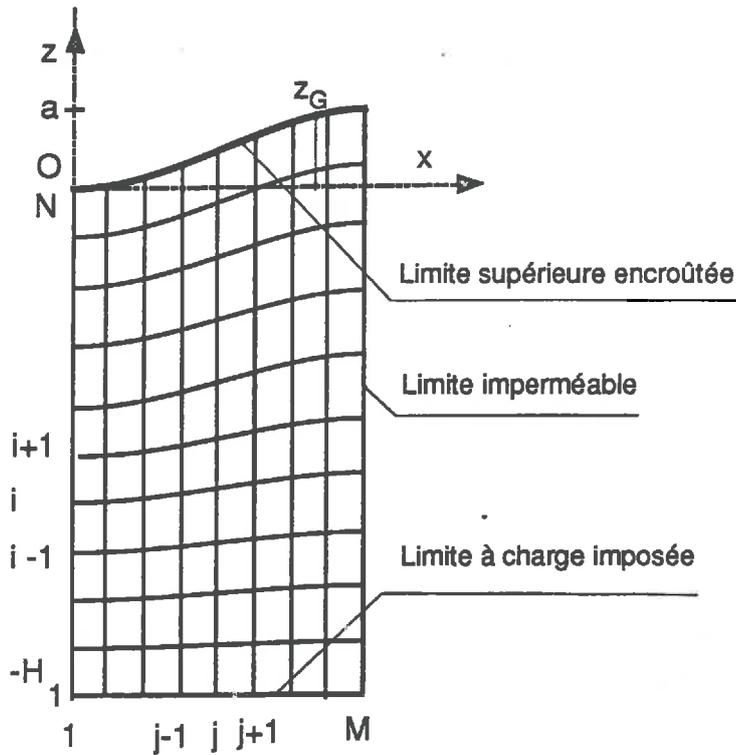


Fig. III.3 Schématisation du domaine de l'étude avec le maillage utilisé.

III-B-2) Aspects physiques et formulation du problème

Comme nous l'avons précisé précédemment, nous avons choisi la formulation proposée par Richards pour décrire le mouvement de l'eau dans le sol. Dans le cas bidirectionnel vertical cette équation prend la forme:

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (\text{III.1})$$

avec C la capacité capillaire, K la conductivité hydraulique, h la pression effective, x et z les coordonnées horizontale et verticale respectivement et t le temps.

Cette équation décrivant l'écoulement à l'intérieur du domaine de calcul, doit être couplée aux conditions aux limites adéquates.

III-B-3) Conditions aux limites

Le domaine de calcul représenté dans la figure (III.3) est limité par trois types de frontières, à savoir :

- les frontières verticales,
- la frontière inférieure ou le fond,
- la frontière supérieure : surface couverte d'une croûte.

III-B-3.1) CONDITIONS AUX LIMITES VERTICALES

Le domaine de calcul est supposé périodique dans l'espace et admet des axes de symétrie. Le domaine est donc limité verticalement par deux frontières imperméables (flux horizontaux nuls).

III-B-3.2) CONDITION DE FOND

Le problème considéré consiste à étudier la propagation du front humide provenant de la surface du sol. A tout instant, on peut considérer que la condition de fond est une condition de charge connue (condition de Dirichlet) tant que le front humide n'a pas encore atteint la limite inférieure du domaine.

III-B-3.3) CONDITIONS EN SURFACE

Lors d'une pluie ou d'un arrosage par aspersion, et en partant d'un état sec de la surface du sol, différentes phases se succèdent avant le ruissellement. Ces phases sont les suivantes:

- a) infiltration de tout l'apport de la pluie,
- b) submersion localisée du sol en surface avant début de l'écoulement superficiel,
- c) écoulement en travers du sillon,
- d) formation de flaques d'eau.

Une fois que la capacité de stockage de l'eau dans les flaques est dépassée, l'eau en excès s'écoule d'une flaque à l'autre, les flaques se connectent entre elles et constituent le ruissellement concentré [Boiffin, 1984]. La phase de formation de

ce ruissellement concerne seulement l'écoulement de surface et pas l'infiltration. On supposera de plus que la croûte est bien développée et ses caractéristiques ne changent pas avec le temps.

Ces phases peuvent apparaître simultanément sur différentes zones du sillon mais toujours dans l'ordre suivant lequel elles sont énumérées plus-haut. La condition la plus générale comporte les quatres phases (c.f. figure III.4).

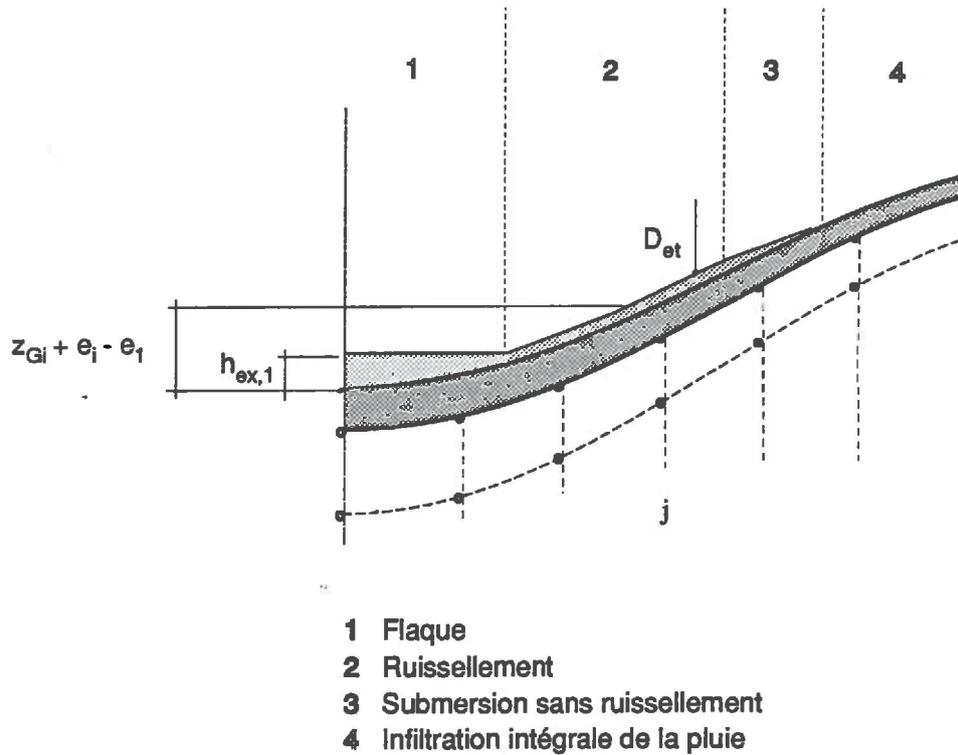


Fig. III.4 Différentes zones de la surface avec les conditions hydrodynamiques correspondantes.

Ci-dessous les conditions hydrodynamiques de surface sont traduites sous forme mathématique.

a) *Infiltration de tout l'apport de la pluie:*

La pression effective en surface $h_{ex,j}$ en un point j est négative, le flux q_j est limité à l'intensité de la pluie P :

$$\begin{cases} h_{ex,j} < 0 \\ q_j = -P \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

b) *Saturation localisée de la surface avant début d'écoulement :*

La pression effective en surface est devenue positive ou nulle. Elle exprime alors l'épaisseur de la lame d'eau en surface. Cette dernière n'ayant pas dépassé la capacité de détention superficielle D_{et} définie au chapitre I (§I.C), l'eau en excès s'accumule dans les aspérités avant de s'écouler. La condition en surface est du type radiatif:

$$\begin{cases} 0 \leq h_{ex,j} < D_{et} \\ q_j = - \frac{h_{ex,j} - h_{N,j} + e_j}{R_j} \end{cases} \quad (III.3)$$

avec h_{Nj} la pression effective à l'interface sol-croûte au dessous du point j , e_j et R_j l'épaisseur et la résistance hydraulique de la croûte en ce point respectivement.

c) *Écoulement en travers du sillon:*

Dans ce cas la pression effective en surface est devenue supérieure à la capacité de détention superficielle, l'eau a déjà rempli les microreliefs, la charge en surface est supposée limitée à la seule valeur de la capacité de détention exprimée en hauteur d'eau.

Vue la largeur limitée des flancs du sillon, le débit de ruissellement sera très faible ainsi que la hauteur de la lame d'eau justifiant ainsi l'hypothèse énoncée ci-dessus concernant la charge en surface. Il faut noter que la pression effective induite en surface par une lame d'eau est de l'ordre du millimètre donc négligeable devant la pression effective dans le sol non saturé à l'interface sol-croûte qui est de l'ordre de quelques décimètres voire quelques mètres (ceci est bien confirmé par les résultats numériques présentés plus loin dans le chapitre).

La condition de surface pour un nœud de la colonne j est aussi du type radiatif. Elle s'écrit :

$$\begin{cases} h_{ex,j} = D_{et} \\ q_j = - \frac{h_{ex,j} - h_{N,j} + e_j}{R_j} \end{cases} \quad (III.4)$$

d) *Formation de flaque*

Une flaque d'eau se forme dans la partie basse du sillon. Mathématiquement cela se traduit par une valeur connue de la pression effective égale à la hauteur de la lame d'eau au point considéré h_0 .

$$\begin{cases} h_{ex,j} = h_0 \\ q_j = - \frac{h_{ex,j} - h_{N,j} + e_j}{R_j} \end{cases} \quad (III.5)$$

L'ensemble de toutes ces équations constitue la condition en surface. Notons que ces conditions se présentent dans l'ordre suivant lequel elles ont été citées en commençant par le niveau microtopographique le plus élevé.

III-B-4) Discrétisation des équations et méthode de résolution

Pour résoudre le problème, la méthode des différences finies a été choisie. La surface du domaine n'étant pas plate, nous avons opté pour un maillage qui suit la surface du sol. Une transformation de coordonnées est utilisée pour passer d'un repère à maillage curviligne à un repère à maillage cartésien se prêtant bien à une discrétisation en différences finies.

La transformation des coordonnées utilisée par Mahrer [1982] pour la modélisation des profils de température dans le sol s'adapte bien à notre problème. Elle se présente sous la forme:

$$\begin{cases} z^* = H_t \frac{z - z_G(x)}{H_t - z_G(x)} \\ x^* = x \end{cases} \quad (III.6)$$

avec (x^*, z^*) et (x, z) les coordonnées dans le repère transformé et le repère d'origine respectivement, H_t la profondeur totale du domaine sur l'axe du sillon, $z_G(x)$ la cote de la surface qui est une fonction décrivant la géométrie de la surface (c.f. figure III.3).

L'introduction des équations (III.6) dans (III.1) conduit à :

$$\begin{aligned}
 C \frac{\partial h}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x^*} \left(K \frac{\partial h}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x^*} \left(K \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial z^*}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial z^*} \left(K \frac{\partial h}{\partial x^*} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial z^*}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial z^*} \left(K \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*} \right) \right] + \left(\frac{\partial z^*}{\partial z} \right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial z^*} \left(K \frac{\partial h}{\partial z^*} \right) \right] + \frac{\partial z^*}{\partial z} \frac{\partial K}{\partial z^*}
 \end{aligned}
 \tag{III.7}$$

La discrétisation de cette équation suivant la technique des différences finies est présentée en Annexe A3. Le domaine de calcul est découpé en $(N \times M)$ mailles de calcul où M est le nombre de colonnes et N le nombre de lignes. Le schéma de discrétisation dans le temps est totalement implicite et conduit à un système linéaire de la forme :

$$\begin{aligned}
 A h_{i-1,j-1}^{n+1} + B h_{i-1,j}^{n+1} + C h_{i-1,j+1}^{n+1} + D h_{i,j-1}^{n+1} + E h_{i,j}^{n+1} + F h_{i,j+1}^{n+1} + G h_{i+1,j-1}^{n+1} + H h_{i+1,j}^{n+1} + I h_{i+1,j+1}^{n+1} = J \\
 (\forall i \in [1,N]; \forall j \in [1,M])
 \end{aligned}
 \tag{III.8}$$

où $h_{i,j}^{n+1}$ est la pression effective au point de calcul (i,j) au pas de temps $n+1$. Les coefficients A, B, \dots, J dépendent des caractéristiques hydrodynamiques du milieu au point considéré et leurs expressions sont fournies dans l'Annexe A3.

Cette équation est appliquée à chaque nœud interne au domaine modélisé. Sur les frontières verticales elle est légèrement modifiée pour tenir compte de la condition du flux nul. En surface, d'autres équations interviennent et qui sont précisées ci-dessous :

Continuité de la phase liquide dans la croûte

Compte-tenu de l'hypothèse de la saturation instantanée de la croûte, l'application du bilan de masse de l'eau dans chaque volume élémentaire de la croûte mène au bilan de masse suivant:

$$q_{cr,j}^{n+1} - q_{N,j}^{n+1} + q_{cr,j-1/2}^{n+1} - q_{cr,j+1/2}^{n+1} = 0
 \tag{III.9}$$

avec $q_{cr,j-1/2}^{n+1}$, $q_{cr,j+1/2}^{n+1}$ les flux horizontaux dans la croûte, $q_{cr,zj}^{n+1}$ le flux vertical à la surface du sol, $q_{N,j}^{n+1}$ le flux vertical à l'interface sol-croûte.

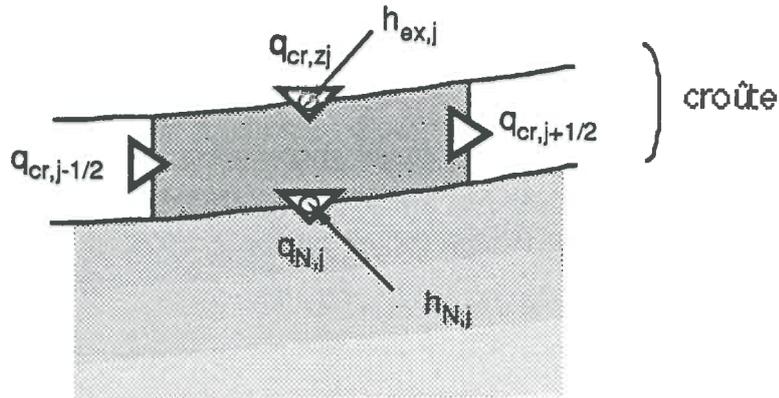


Fig. III. 5 Schématisation des différents flux intervenant dans le bilan de masse local d'un volume élémentaire dans la croûte.

En appliquant la loi de Darcy telle que décrite dans l'Annexe A3, puis en discrétisant chacun des termes et en les réarrangeant on obtient:

$$A' h_{ex,j-1}^{n+1} + B' h_{ex,j}^{n+1} + C' h_{ex,j+1}^{n+1} + D' h_{N,j}^{n+1} + E' h_{N+1,j}^{n+1} + F' h_{N-1,j}^{n+1} = G' \quad (\text{III.10})$$

Cette équation est valable dans la croûte. Les coefficients A', B', ... , F' sont donnés en Annexe A3. Notons que dans l'équation précédente nous avons introduit M points fictifs ((N+1,j), j=1,M) pour pouvoir exprimer le flux $q_{N,j}^{n+1}$ à l'interface sol-croûte.

Conservation de la masse totale de l'eau

En exprimant la variation du stock d'eau dans la flaque entre l'instant n et l'instant n+1 comme étant la somme de l'apport d'eau de la pluie et de l'infiltration, tous les deux exprimés en valeur algébrique, on obtient l'équation suivante :

$$v^{n+1} - v^n = \sum_{j=2}^{M-1} (P - q_{cr,zj}^{n+1}) \Delta x \cdot \Delta t + \frac{1}{2} (2P - q_{cr,z1}^{n+1} - q_{cr,zM}^{n+1}) \Delta x \cdot \Delta t \quad (\text{III.11})$$

où V^n est le volume d'eau accumulé dans la flaque à l'instant n . En supposant que le plan d'eau dans la flaque est horizontal, V^n devient une fonction de la hauteur de la lame d'eau mesurée sur l'axe du sillon. Cette fonction dépend de la forme de la section en travers du sillon.

Suivant que le niveau d'eau dans la flaque donné par $h_{ex,1}^{n+1}$ est supérieur au niveau du point de calcul j considéré en surface de la croûte on applique la condition correspondante. C'est ainsi que pour :

- 1) $h_{ex,1}^{n+1} > z_{G,j} + e_j - e_1$, le noeud j sera considéré dans la flaque et on applique la condition:

$$\begin{cases} q_{cr,z_j}^{n+1} = -K_{cr} \left(\frac{h_{ex,j}^{n+1} - h_{N,j}^{n+1}}{e_j} + 1 \right) \\ h_{ex,j}^{n+1} = h_{ex,1}^{n+1} - z_{G,j} + e_1 - e_j \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

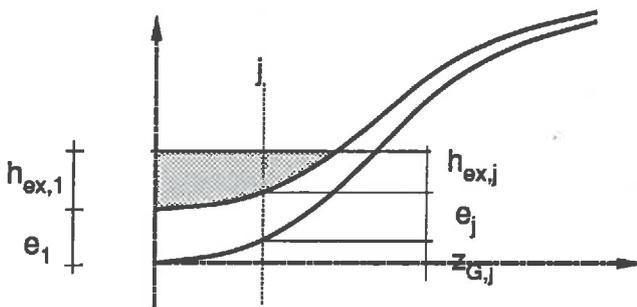


Fig. III.6 Représentation schématique des différentes élévations à la surface du sol encroûté.

- 2) Si $h_{ex,j}^{n+1} \geq D_{et}$ et $h_{ex,j}^{n+1} > h_{ex,1}^{n+1} + e_1 - z_{G,j} - e_j$, la maille j contribue au ruissellement. Dans ce cas la profondeur de l'eau dans la maille j est limitée à D_{et} et on aura:

$$h_{ex,j}^{n+1} = D_{et} \quad (\text{III.13})$$

- 3) Si $h_{ex,j}^{n+1} < D$ et $h_{ex,j}^{n+1} \geq 0$, l'eau en surface n'a pas encore rempli toutes les aspérités. La maille j ne contribue pas au ruissellement malgré la formation d'une lame d'eau en surface. Une équation de continuité locale est alors appliquée :

$$h_{ex,j}^{n+1} - h_{ex,j}^n = \left(P - q_{cr,zj}^{n+1} \right) \Delta t \quad (III.14)$$

- 4) Quand $h_{ex,j}^{n+1} < 0$ la maille j en surface est encore sèche. Toute l'eau de la pluie s'infiltré localement et on a une condition de flux imposé de la forme:

$$q_{cr,j}^{n+1} = -K_{cr} \frac{h_{ex,j}^{n+1} - h_{N,j}^{n+1}}{e_j} = -P \quad (III.15)$$

Les équations (III.9) jusqu'à (III.15) constituent les conditions en surface. Les conditions sur les limites verticales et horizontales ne seront pas explicitées vue leur simplicité.

Ainsi en rassemblant les équations (III.8) jusqu'à (III.15) avec les conditions sur les limites verticales et sur le fond, nous obtenons un système de $(M \times (N+2))$ équations à $(M \times (N+2))$ inconnues qui sont les pressions effectives sur les N lignes et M colonnes, les M valeurs de la pression effective sur les noeuds de surface et M valeurs de la pression effective sur les noeuds fictifs introduits dans l'équation (III.10).

La solution du système linéaire est obtenue grâce à l'algorithme de Thomas généralisé présenté par Cunge et al [1975] sous le nom de l'algorithme de double balayage (*double-sweep algorithm*).

Une fois le système résolu, le champ de pression $h_{i,j}^{n+1}$ est connu, et on vérifie la validité des conditions appliquées en surface. Si elles sont remplies, on passe au pas de temps suivant, sinon on procède par itérations successives: on change le type de la condition de surface selon les résultats de la dernière itération. Cette procédure est répétée jusqu'à la convergence.

Dans le cas où l'on considère une surface plate avec une croûte uniforme, l'écoulement devient unidirectionnel et on se ramène à la formulation du problème présenté dans le chapitre II. La validation du code SILLON correspondant à la modélisation de l'infiltration dans un plan vertical avec présence d'une croûte en surface, du point de vue numérique, a été effectuée sur certains des cas présentés au chapitre II dont la modélisation a été faite à l'aide du code SHE-F-89. La comparaison de ces résultats n'est pas reportée ici car ils sont identiques. Malheureusement, comme nous ne disposons pas de résultats expérimentaux relatifs au problème étudié (infiltration dans un sillon encroûté) nous allons nous contenter de la validation sur le cas d'écoulement unidirectionnel.

III-C) MODELISATION DE L'INFILTRATION DANS UN SILLON ENCROUTE

III-C-1) Géométrie du domaine et caractéristiques du sol

Rappelons que le but de ce chapitre est l'étude de l'effet de deux facteurs sur le processus de l'infiltration de l'eau de la pluie ou de l'arrosage par aspersion dans un sol encroûté. Ces deux facteurs sont la géométrie particulière de la surface dans les terrains agricoles d'une part, et la variabilité spatiale à l'échelle métrique de la résistance de la croûte d'autre part.

Pour ce faire, nous avons comparé trois configurations différentes de la surface. La première correspond à un sillon dont la géométrie de la surface est décrite par la fonction:

$$z_G(x) = \frac{a_s}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{x}{l} \pi \right) \right) \quad (\text{III.16})$$

qui n'est rien d'autre qu'une forme sinusoïdale qui reproduit approximativement les schémas des figures (III.1) et (III.2), avec a_s la différence de niveau entre le point le plus bas et le point le plus haut de la surface du sol dans la section considérée, l la demi-largeur du sillon, et x l'abscisse dans le plan de la section (c.f. figure III.7)

Dans cette configuration, la croûte est supposée d'épaisseur variable, décrite également par une fonction sinusoïdale :

$$e(x) = e_1 \cos\left(\frac{x}{2l} \pi\right) + e_0 \quad (\text{III.17})$$

$(e_1 + e_0)$ et e_0 sont les épaisseurs de la croûte au fond du sillon à l'inter-rang de culture respectivement.

La deuxième configuration est définie par une géométrie de la surface sinusoïdale identique à la précédente mais avec une épaisseur de la croûte e_0 constante.

La troisième configuration correspond à une surface plane avec une croûte d'épaisseur constante e_0 . Il faudra noter que cette configuration représente le cas de la modélisation unidimensionnelle puisque l'hydrodynamique sera identique sur chacune des verticales du domaine. De même, pour les configurations 2 et 3 l'épaisseur e_0 est choisie égale à l'épaisseur moyenne de la croûte de la configuration 1.

Le tableau (III.1) fournit les valeurs numériques des différents paramètres décrivant la géométrie et la variation de l'épaisseur de la croûte et la figure (III.8) présente schématiquement les différentes configurations. La détention superficielle est fixée à 0,1mm.

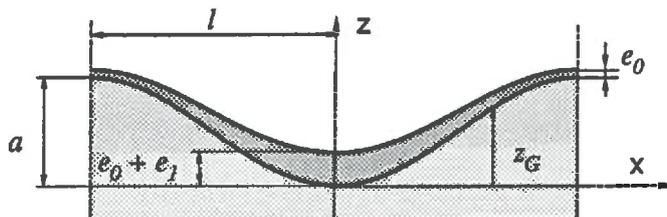


Fig. III.7 Représentation schématique de la géométrie de la surface du sillon et de la croûte

CONFIGURATION	1	2	3
a_s (m)	0,1000	0,1000	0,0000
l (m)	0,3500	0,3500	0,3500
e_0 (m)	0,0005	0,00275	0,00275
e_1 (m)	0,0045	0,0000	0,0000

Tableau III.1 valeurs numériques des paramètres décrivant la géométrie des différentes configurations étudiées.

Le sol utilisé dans la modélisation est le *Sol 2* dont les caractéristiques sont présentées dans le chapitre précédent et à l'Annexe A2.

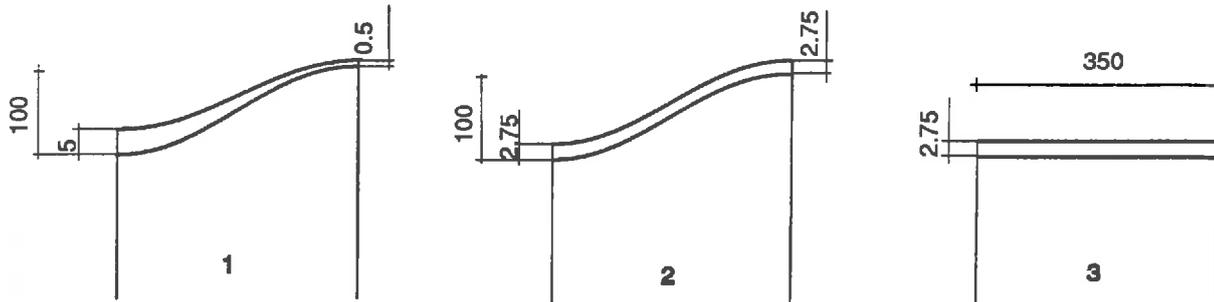


Fig. III.8 Illustration de la géométrie de la surface et de la croûte pour les trois configurations considérées. Les dimensions sont données en millimètres.

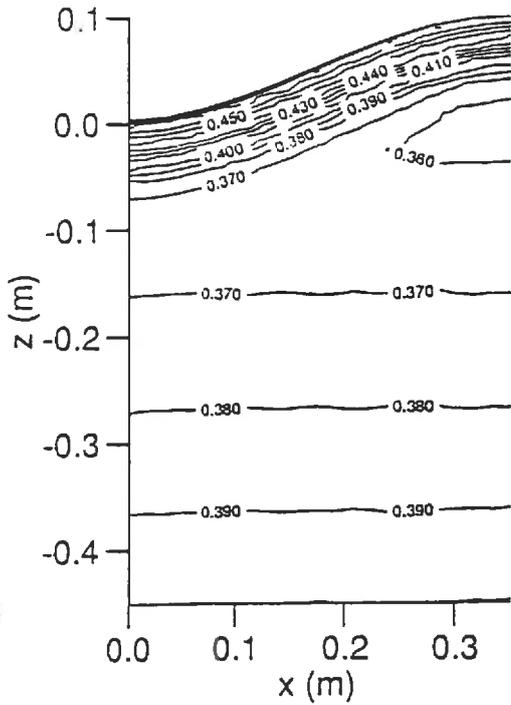
III-C-2) Conditions initiales et aux limites

L'état initial est donné par une charge hydraulique de -1.5 m constante dans tout le domaine, ce qui correspond à un équilibre hydrostatique. Une pluie d'une intensité $4,166 \cdot 10^{-6}$ m/s (15 mm/h) est appliquée en surface à l'instant $t = 0$ et ce pendant trois heures.

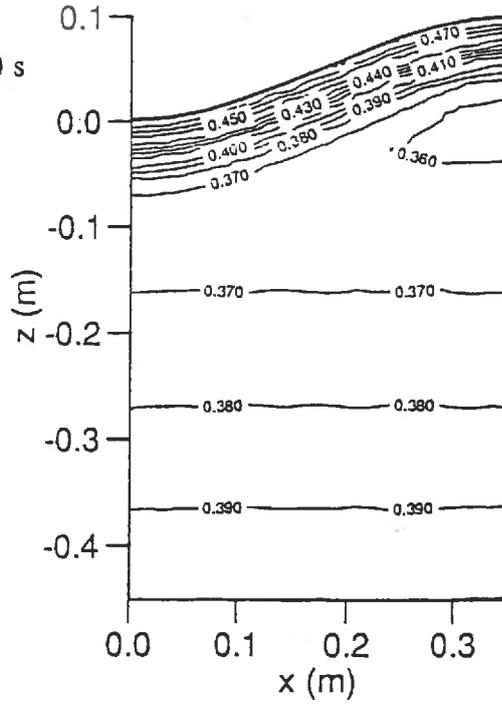
III-C-3) Résultats et discussion

Les figures (III.9), (III.10) et (III.11) montrent la répartition de la teneur en eau, de la charge hydraulique et le champ des vitesses de Darcy aux instants $t = 1000$ s, $t = 3000$ s, $t = 5000$ s et $t = 9000$ s pour les configurations 1 et 2.

A court terme ($t = 1000$ s), on remarque que le comportement est pratiquement identique dans les deux configurations. En effet tant que la pluie s'infiltré intégralement, la croûte ne joue aucun rôle dans le contrôle de l'écoulement, ce dernier étant orthogonal à la surface.

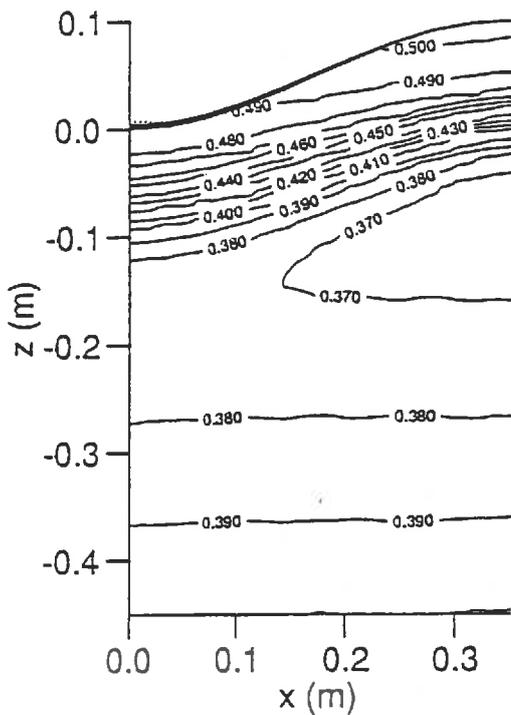


$t = 1000 \text{ s}$



$e = \text{cte}$
Config. 2.

$e(x)$
Config. 1.



$t = 3000 \text{ s}$

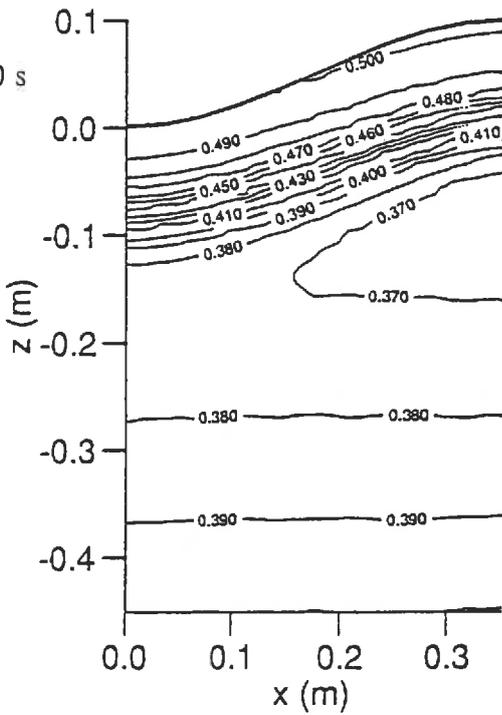
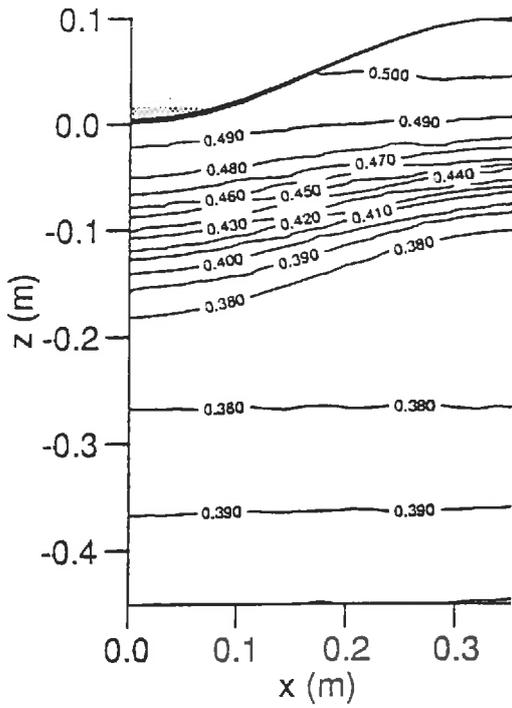


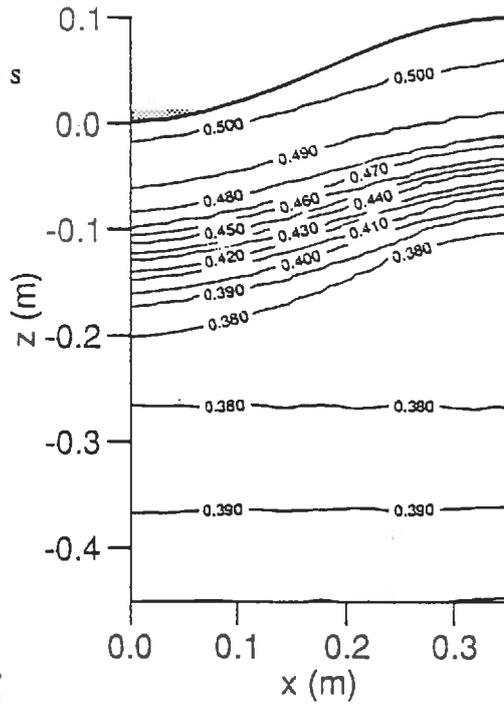
Fig. III.9.a Evolution de la répartition de la teneur en eau dans le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite)

ou bien de
contraintes?

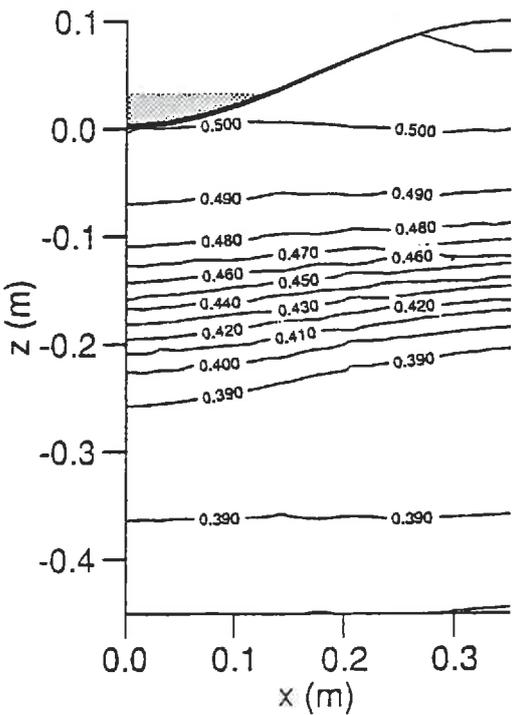


$e = cte$

$t = 5000$ s



$e(x)$



$t = 9000$ s

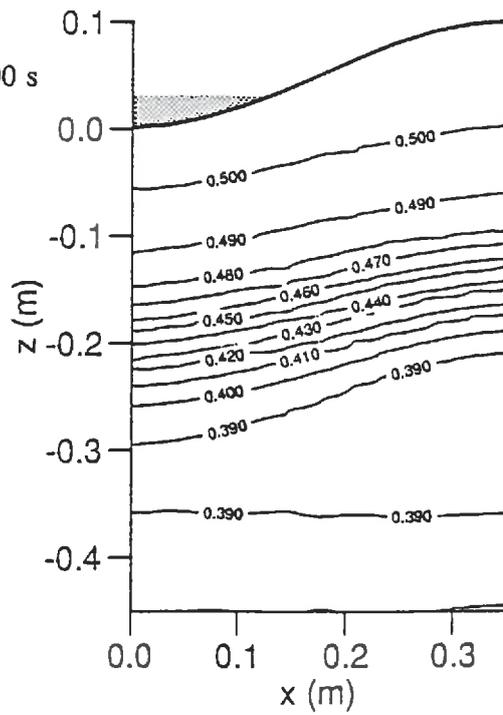
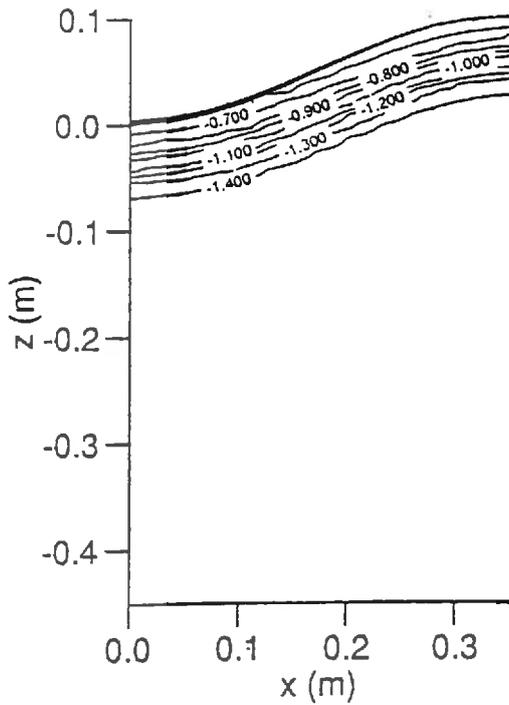
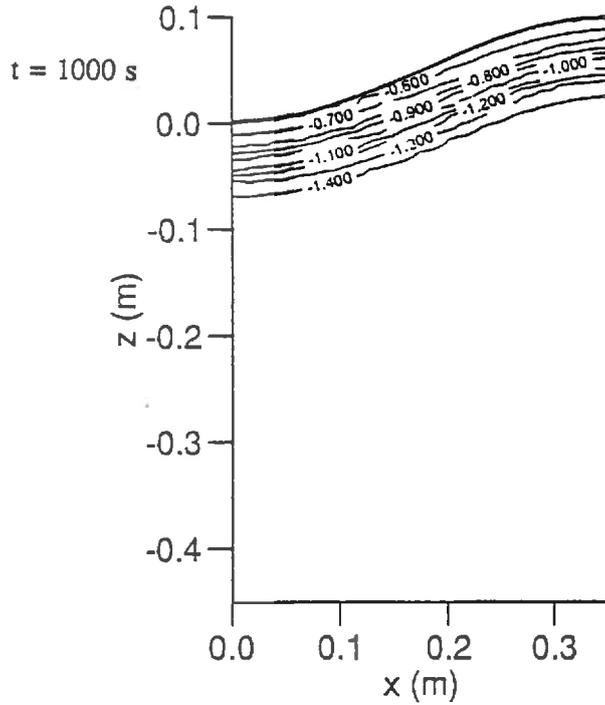


Fig. III.9.b Evolution de la répartition de la teneur en eau dans le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite) (suite)



etc.



e(x)

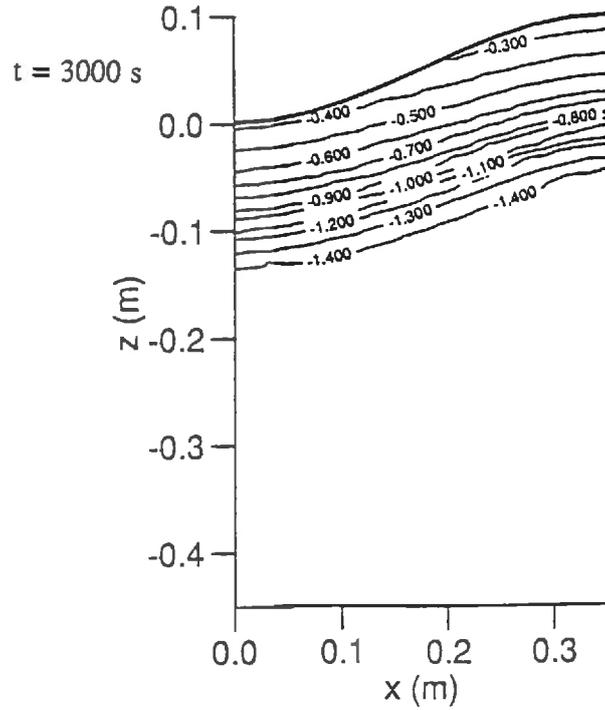
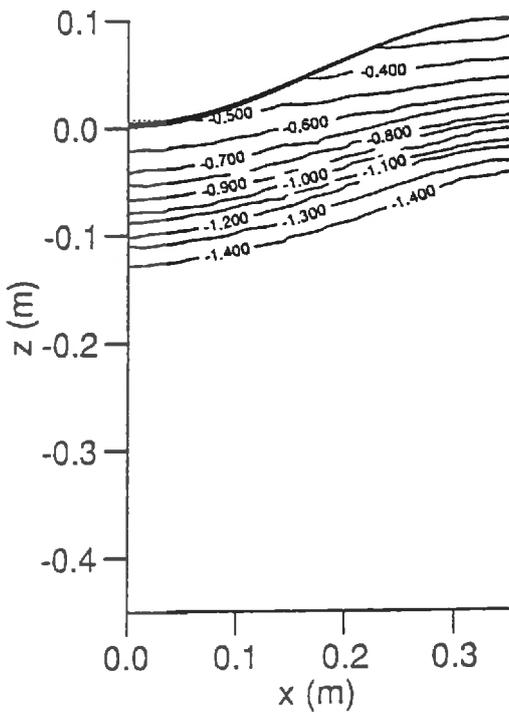
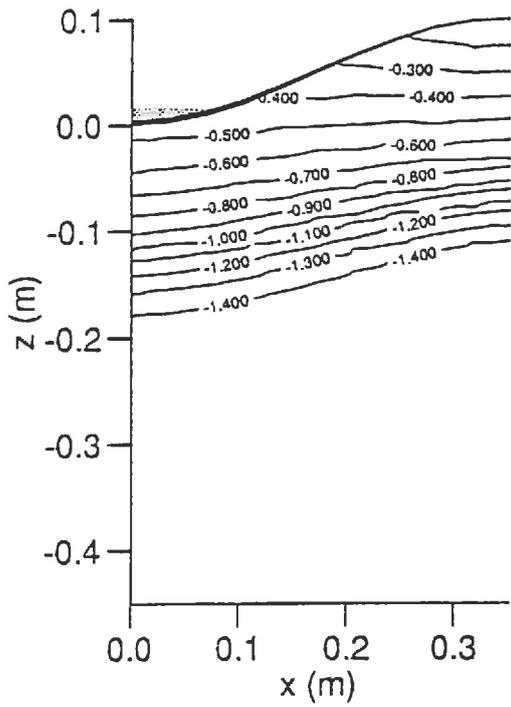
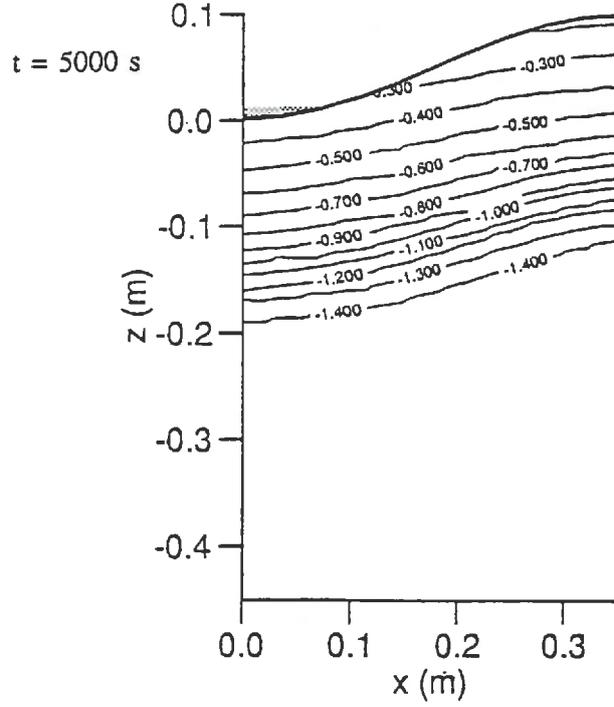


Fig. III.10.a Evolution de la répartition de la charge hydraulique dans le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite)



$$e = \text{cte}$$


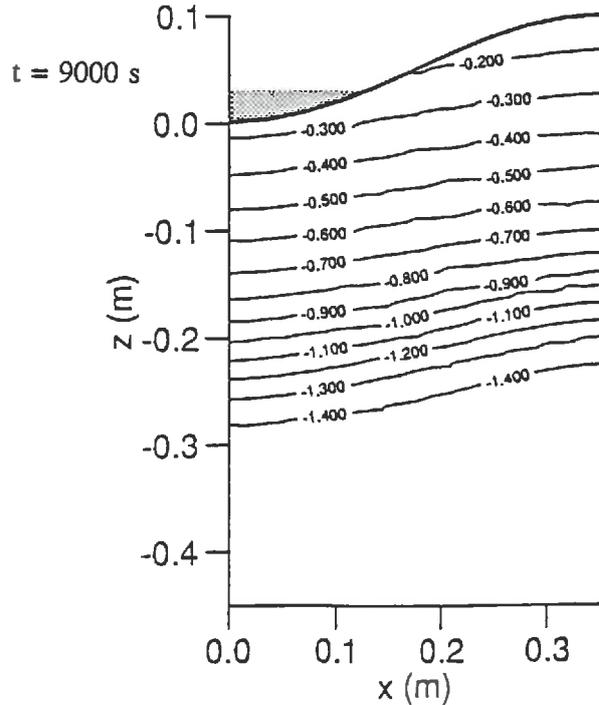
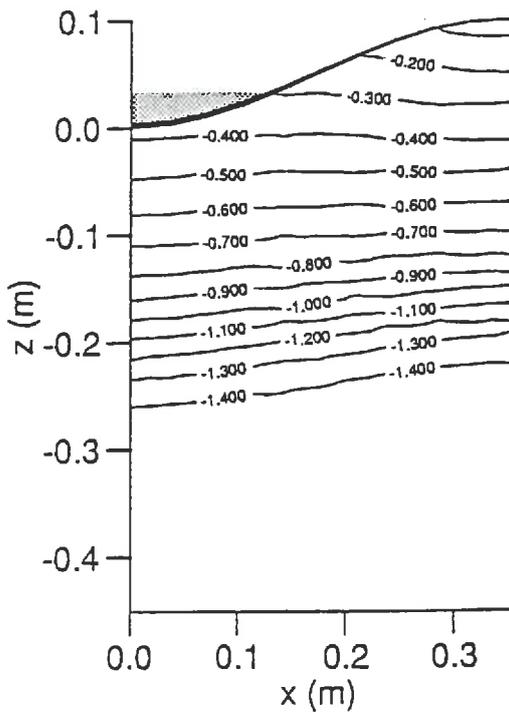
$$e(x)$$


Fig. III.10.b Evolution de la répartition de la charge hydraulique (suite) dans le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite) (suite)

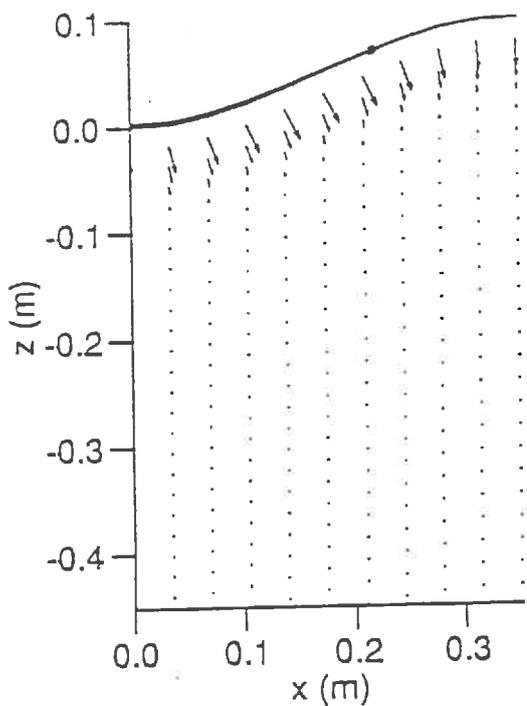
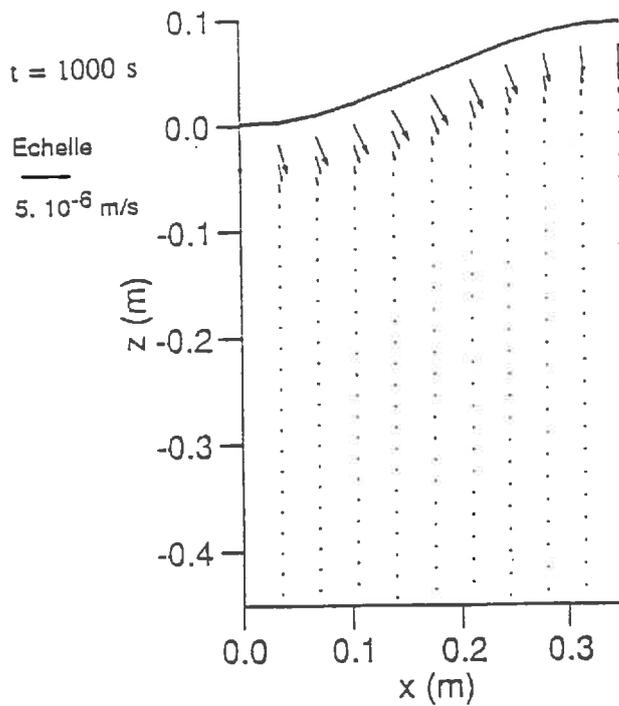
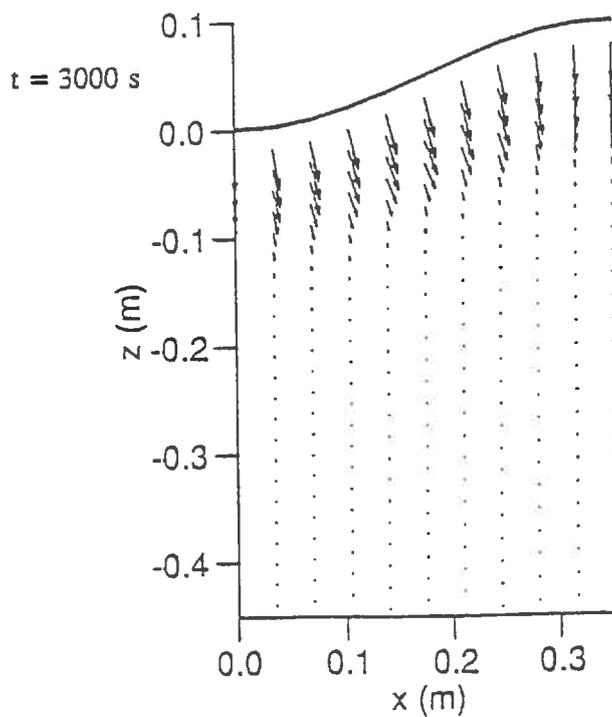
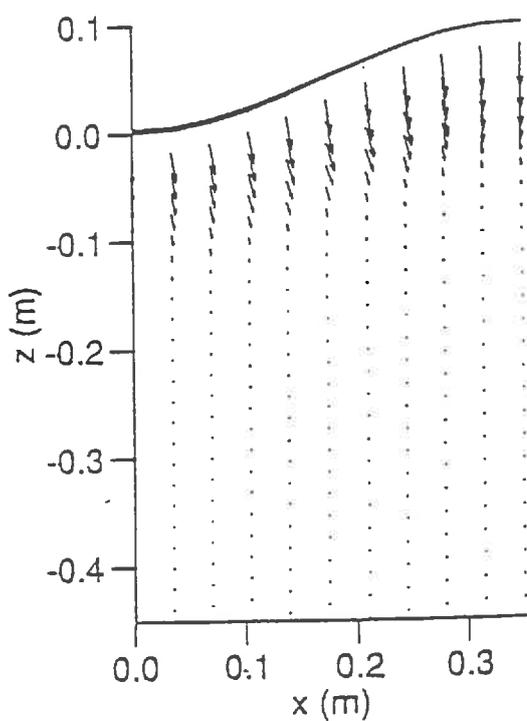

 $e = c_0$

 $\tau(x)$


Fig. III.11.a Représentation des champs de vitesse de Darcy calculés à différents instants pour le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite)

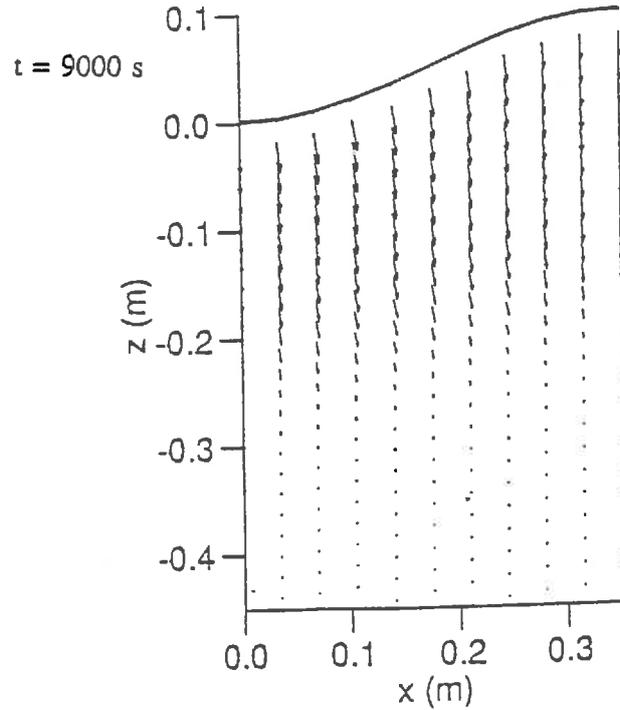
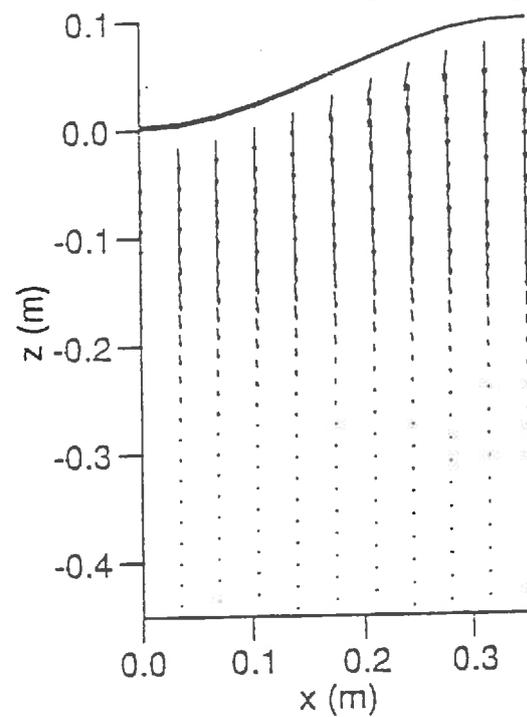
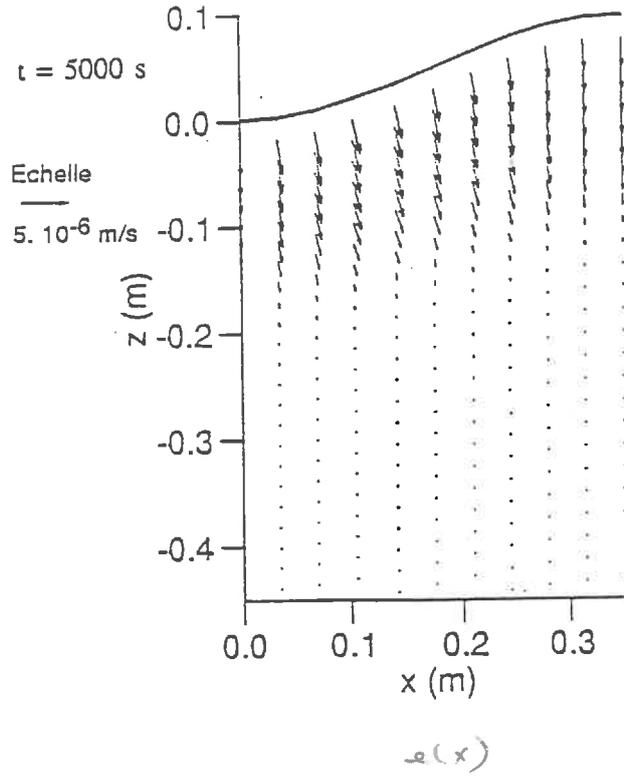
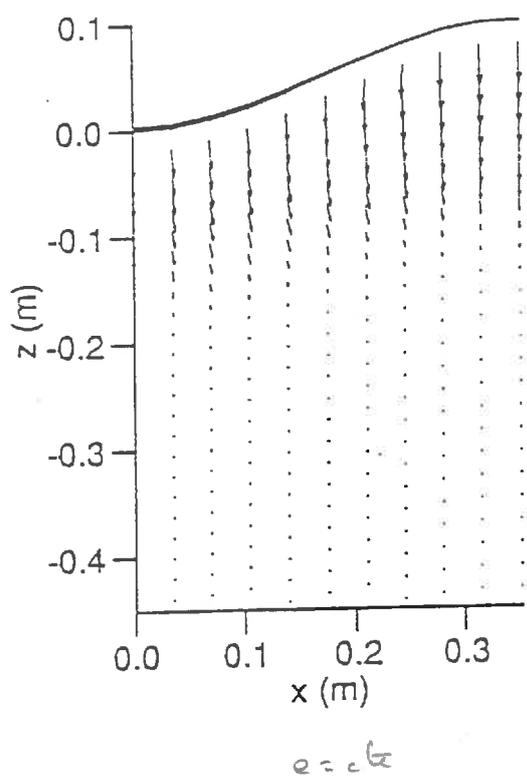


Fig. III.11.b Représentation des champs de vitesse de Darcy calculés à différents instants pour le cas d'une épaisseur de croûte constante (gauche) et celui d'une épaisseur de croûte variable dans l'espace (droite) (suite).

A partir du moment où la pression effective atteint sa valeur critique en n'importe quel point situé à l'interface, il y a submersion locale et la croûte intervient en limitant le flux d'infiltration. Sachant que la pression effective critique ne dépend que de l'intensité de la pluie, de la résistance hydraulique de la croûte et de son épaisseur et que pour la configuration 1, ces deux derniers paramètres varient dans la section du sillon, on peut s'attendre à ce que la submersion apparaisse localement en commençant par les zones de forte résistance hydraulique. C'est à ce moment que le rôle de la croûte commence à se manifester en limitant le flux d'infiltration. Cette limitation locale du flux provenant de la surface crée une inégalité dans la distribution de la teneur en eau se traduisant par la formation d'une zone d'appel d'eau. Cela explique le changement de la direction de l'écoulement au voisinage de la surface au cours du temps (figure III.11).

Dans la configuration 2, l'écoulement conserve pratiquement la même direction normale à la surface, puisque la croûte homogène, n'induit pas de forte disparité dans le flux la traversant sauf celle due à la variation du gradient de charge dans la croûte occasionnée par l'eau accumulée dans la dépression. Bien que le flux dans la zone située sur l'axe du sillon soit plus important, la teneur en eau dans cette région est plus faible que celle accumulée dans la partie élevée du sillon. Ce phénomène est dû à la forme géométrique du domaine. En effet les trajectoires des particules fluides et les lignes de courant dans la partie surélevée sont convergentes (c.f. figure III.12) contrairement à ce qui se passe sous la dépression où ces deux réseaux de courbes divergent, réduisant ainsi l'intensité du flux.

Dans le cas de la configuration 1, la variation de la résistance de la croûte dans un rapport de 1 à 10 conduit à une forte variation dans les temps de submersion locaux. Dans le tableau (III.2) sont représentés les temps de submersion locaux (temps où le flux d'eau à travers la croûte devient strictement inférieur à l'intensité de la pluie) et le temps de flaquage local (temps au bout duquel un point de la surface est envahi par la flaque d'eau) et ceci pour chacun des nœuds de calcul en surface. L'examen de ces valeurs révèle que la submersion apparaît vite dans la zone de forte résistance hydraulique tandis que les zones à faible résistance continuent à infiltrer localement tout l'apport de la pluie.

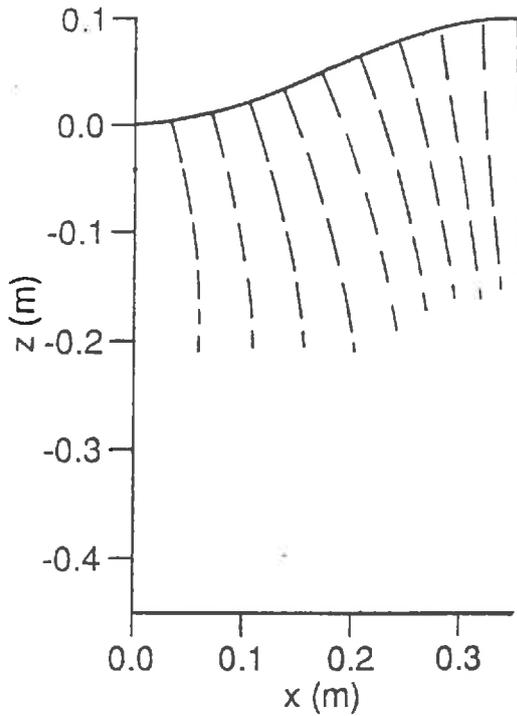


Fig. III.12 Allure approximative des lignes de courant à l'instant $t = 3000$ s dans le sol pour la configuration 2.

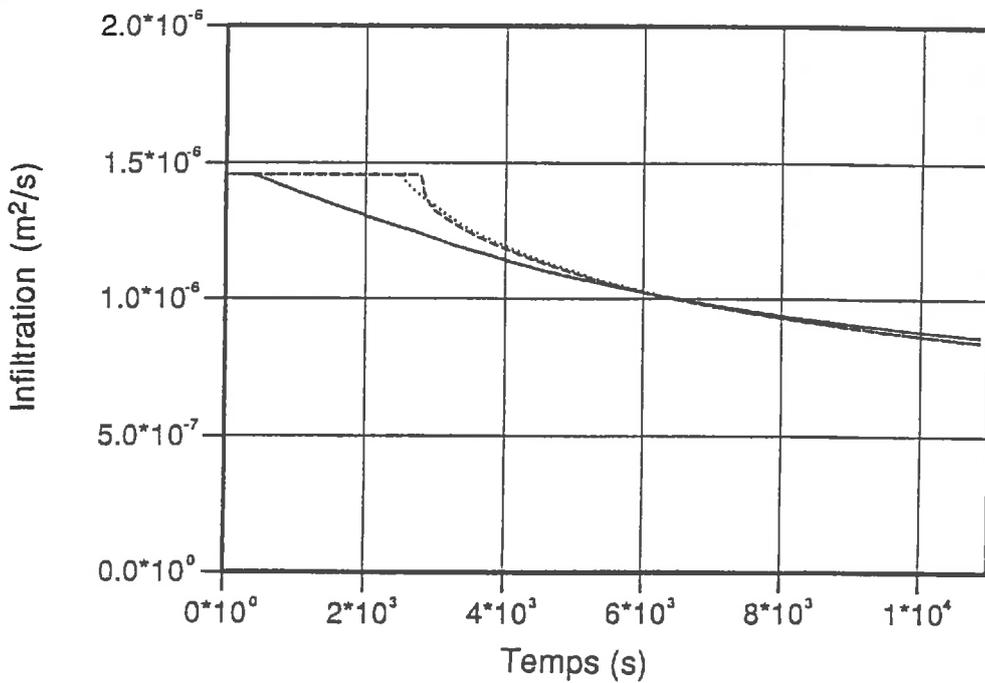


Fig. III.13 Infiltration instantanée intégrée sur la demi-largeur du sillon (par mètre de longueur) en fonction du temps obtenu à partir des simulations dans chacune des configurations présentées plus haut. La courbe en trait continu est relative à la configuration 1, celle en pointillé pour la configuration 2, et en tireté la configuration 3.

N° du nœud	temps de submersion	temps de flaquage
1	366	366
2	410	1594
3	486	3536
4	638	6240
5	930	9400
6	1356	-
7	1936	-
8	2738	-
9	3874	-
10	6296	-
11	-	-

Tableau III.2 Temps de submersion et de flaquage locaux (en secondes) pour chacun des nœuds de calcul en surface dans le cas de la configuration 1. (La durée de la simulation de la pluie est limitée à 10800 s)

Pour la configuration 2 et surtout la configuration 3, la submersion apparaît simultanément sur toute la surface. Ceci se traduit par une différence dans le flux d'infiltration traversant la surface. La figure (III.13) montre les flux d'infiltration, calculés à partir de la variation du stock d'eau, relatifs aux trois configurations. La forte ressemblance dans le comportement des configurations 2 et 3 conduit à conclure que l'effet de la géométrie du domaine reste négligeable devant celui de la variabilité spatiale de la résistance de la croûte et par suite la configuration 2 peut être approximée avec une bonne précision par une configuration beaucoup plus simple sous forme d'un écoulement unidirectionnel vertical.

A long terme (à partir de 5000 s), le flux d'infiltration obtenu dans les trois configurations est pratiquement le même: la réduction du flux dans les zones de forte résistance dans le cas de la configuration 1 est compensée par une intensité de flux élevée dans les zones de faible résistance hydraulique. Dans ce cas bien précis, défini par son état initial et ses conditions aux limites, on voit qu'une résistance équivalente de la croûte qui donne le même flux d'infiltration à long terme serait celle ayant pour résistance, la valeur moyenne sur la surface de la résistance hydraulique de la croûte.

Deux questions se posent maintenant: la configuration 1 peut-elle être remplacée par une configuration unidimensionnelle moins onéreuse pour le temps de calcul et qui approche bien la solution? et dans le cas où cela est possible,

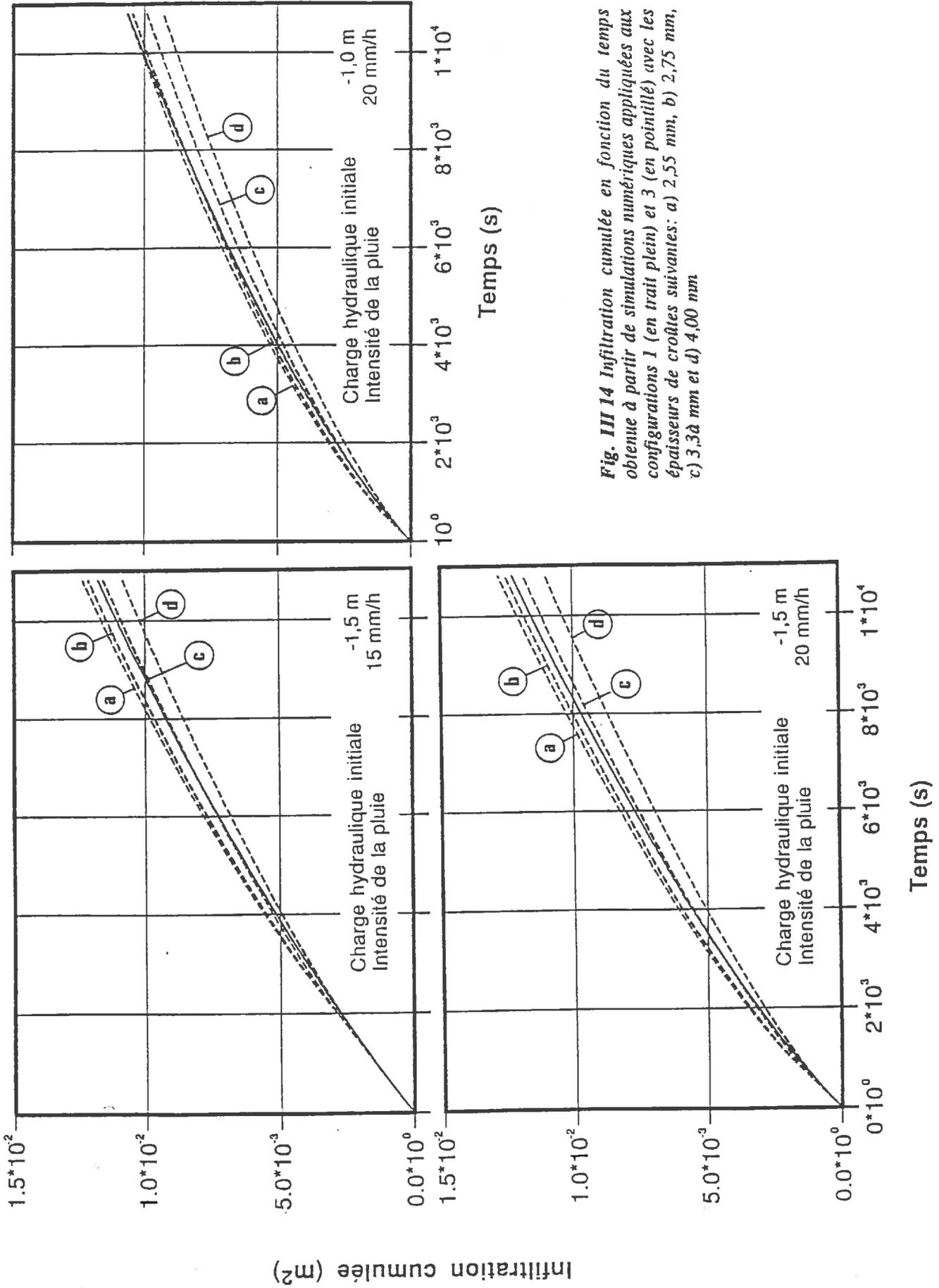


Fig. III 14 Infiltration cumulée en fonction du temps obtenue à partir de simulations numériques appliquées aux configurations 1 (en trait plein) et 3 (en pointillé) avec les épaisseurs de croûtes suivantes: a) 2,55 mm, b) 2,75 mm, c) 3,3 à mm et d) 4,00 mm

quelle serait la résistance équivalente à utiliser dans une approche unidimensionnelle?

Pour y répondre nous avons repris l'expérience numérique précédente avec les configurations 1 et 3 en faisant varier la condition initiale et l'intensité de la pluie. De plus pour la configuration 3 nous avons fait varier l'épaisseur de la croûte en gardant constante sa conductivité hydraulique à saturation dans le but de chercher la résistance hydraulique équivalente. Trois cas ont été étudiés, le premier défini par un état initial donné par une charge constante de -1,5 m et une intensité de pluie de $4,166 \cdot 10^{-6}$ m/s, le deuxième une charge initiale de -1,0 m et une intensité de pluie de $5,55 \cdot 10^{-6}$ m/s et le troisième une charge initiale de -1,5 m et une intensité de pluie de $5,55 \cdot 10^{-6}$ m/s. Pour la configuration 1, les mêmes paramètres que précédemment relatifs à la croûte ont été utilisés, mais pour la configuration 3 différentes valeurs de l'épaisseur de la croûte ont été considérées à savoir: 2,55 mm; 2,75 mm; 3,30 mm et 4,00 mm. La figure (III.14) présente l'infiltration cumulée en fonction du temps pour chacun des cas étudiés. Ces résultats suscitent les remarques suivantes:

- Pour un cas donné, il est possible de trouver une résistance "équivalente" qui peut approcher raisonnablement bien l'infiltration cumulée calculée par le modèle de la configuration 1. Mais d'un cas à l'autre cette résistance équivalente n'est pas la même.

- La meilleure approximation de la résistance équivalente reste la résistance moyenne, qui donne une infiltration cumulée avec une différence relative avec la valeur obtenue dans la configuration n'excédant pas 5%. Cette différence semble raisonnable pour une étude pratique sachant que l'erreur induite par une modélisation numérique est de cet ordre de grandeur et même elle peut atteindre 20 % en début d'infiltration dans un sol sec [Vauclin et al, 1979].

Considérons maintenant le même sol avec les configurations 1 et 3 et modifions seulement la conductivité hydraulique à saturation de la croûte ce qui revient à modifier sa résistance hydraulique. L'intervalle de variation de cette dernière dans la configuration 1 est [25 h, 250h] et la valeur moyenne de 137,5 h est utilisée dans la configuration 3. La figure (III.15) présente les flux d'infiltration et l'infiltration cumulée calculés pour les deux configurations 1 et 3 et pour une pluie d'intensité $1,388 \cdot 10^{-6}$ m/s (5 mm/h) appliqué pendant 3 h sur un sol présentant initialement une charge hydraulique constante égale à -2 m.

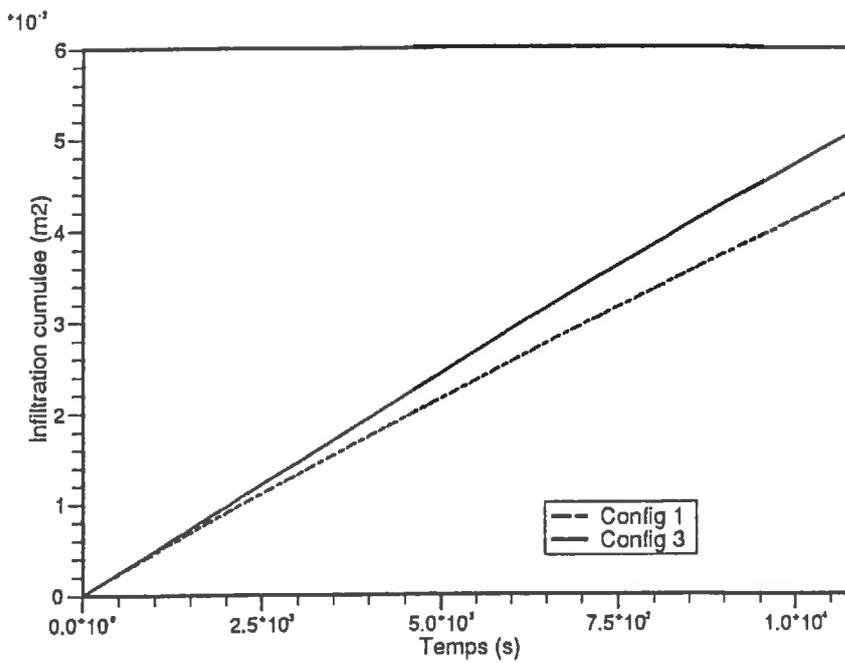
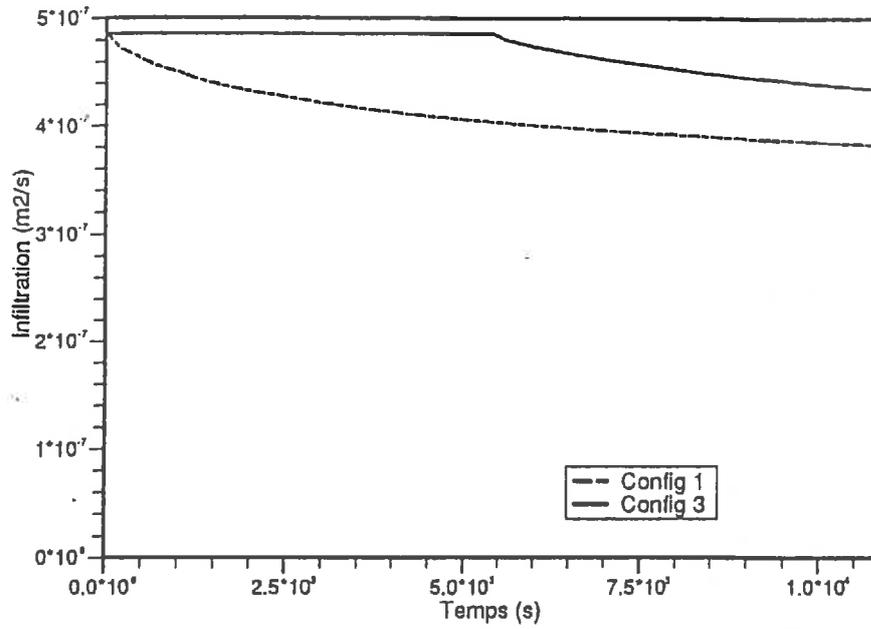


Fig. III.15 Infiltration instantanée par mètre de longueur du sillon (haut) et infiltration cumulée (bas) en fonction du temps obtenus par simulation numérique sur les configurations 1 et 3.

La comparaison de ces flux montre une différence notable. Bien que le sol soit le même que précédemment la valeur moyenne de la résistance de la croûte ne peut être assimilée à la résistance équivalente. Pour interpréter ce phénomène nous avons recours à la comparaison du flux limite d'infiltration calculé pour la configuration 3 avec l'intensité de la pluie. D'après la méthode présentée dans le chapitre précédent (§ III-E.4), le flux limite d'infiltration vaut $0,8 \cdot 10^{-6}$ m/s (2,88 mm/h). Or l'intensité de la pluie (5 mm/h) étant du même ordre de grandeur que le flux limite d'infiltration et sachant que le flux d'infiltration admet un comportement asymptotique vers sa valeur limite à long terme, cela explique un temps de submersion assez long (environ 5000 s) pour la configuration 3. Pour la configuration 1, la zone à forte résistance atteint vite la saturation ce qui explique l'allure de la courbe du flux d'infiltration en fonction du temps. La cause majeure de cette différence de comportement réside en le fait que l'infiltration est un processus présentant un seuil défini par le temps de submersion. Ce dernier peut varier énormément quand l'intensité de la pluie est proche du flux limite de saturation. Dans ce cas une valeur unique de la résistance hydraulique de la croûte n'est pas valable pour reproduire le comportement d'une croûte présentant une variabilité spatiale.

La conséquence immédiate de ce qui précède se répercute directement sur le détermination du volume d'eau qui part en ruissellement. En effet l'eau qui ne s'infiltre pas reste en surface et participe au ruissellement. Son volume est déterminé par la différence entre le volume d'eau apporté par la pluie et celui infiltré. Quand la valeur du flux limite d'infiltration est proche de celle de l'intensité de la pluie, toute erreur sur l'estimation de l'infiltration se trouve amplifiée en valeur relative en terme de volume d'eau participant au ruissellement. Pour l'exemple utilisé ci-dessus, nous avons calculé les volumes d'eau infiltrés et ruisselés ainsi que la différence relative. Les résultats sont reportés dans la tableau (III.3).

? c'est le contraire
devenir (Fig II.15)

	Configuration 1	Configuration 3	Différence relative
Volume infiltré	$5,0 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	-13 %
Volume ruisselé	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	240 %

Tableau III.3 Volumes d'eau infiltré et ruisselé calculés dans les configurations 1 et 3 pour une intensité de pluie de 5 mm/h pendant 3 heures.

D'après ces valeurs on constate que l'erreur relative sur l'infiltration reste faible (13%) devant celle du ruissellement (240%).

En conclusion, la notion d'une croûte "équivalente" définie d'une manière catégorique n'existe pas. Selon l'intensité de la pluie par rapport à l'infiltrabilité, ce concept peut être valable ou non. C'est ainsi que pour une forte intensité de pluie, une modélisation simplifiée fondée sur une représentation unidirectionnelle des écoulements et une croûte équivalente peut être un outil précieux pour donner une bonne estimation de l'infiltration. En revanche cette même approche perd sa valeur quand l'intensité de la pluie devient faible comparée à l'infiltrabilité du sol.

III-D) CONCLUSION

Dans ce chapitre, un modèle numérique capable de modéliser l'écoulement plan dans une section verticale d'un sol présentant un microrelief et recouvert d'une croûte de résistance hydraulique variable dans l'espace a été développé. Le but de cette opération était, d'une part, de déterminer l'effet du microrelief sur l'infiltration, et d'autre part de savoir si la variabilité spatiale de la résistance de la croûte à l'échelle métrique pouvait être représentée d'une manière plus simple dans une modélisation unidirectionnelle verticale moins onéreuse au plan du coût de calcul.

Les résultats des simulations numériques présentés dans ce chapitre montrent que l'effet du microrelief est très faible sur l'infiltration. Il apparaît aussi que la notion de croûte "équivalente" pouvant intégrer la variabilité spatiale de la résistance hydraulique est très relative. En effet, pour une forte pluie comparée à l'infiltrabilité du sol, ce concept est valable et reproduit avec une précision satisfaisante l'infiltration. En revanche, dans le cas où l'intensité de la pluie est proche de l'infiltrabilité du sol l'introduction de ce concept conduit à une mauvaise estimation du volume d'eau ruisselée.

↓
*le modèle est 2D et néglige la déformation
 c'est le modèle qui néglige le microrelief !!
 plutôt*

Chapitre IV

***PRISE EN COMPTE
DE LA VARIABILITE SPATIALE
DES PROPRIETES DU SOL
A L'ECHELLE D'UN VERSANT***

IV-A) INTRODUCTION**IV-A-1) Position du problème**

La simulation des écoulements à l'échelle régionale à l'aide de modèles mathématiques déterministes fondés sur des bases physiques pose un problème dans le choix des paramètres distribués spatialement. En effet, ces modèles sont gérés par des paramètres ayant une signification physique et en principe mesurables sur le terrain. Or en appliquant ces modèles, les mailles de calculs élémentaires utilisées (e.g. 250 m [Bathurst; 1986,b], 2000 m [rapport DHI, 1989]) dépassent par leur taille, l'échelle de variation des propriétés du sol ce qui suggère les questions suivantes: quels sont les effets de la variabilité spatiale des propriétés du sol sur l'incertitude des résultats de ces modèles? Quelle valeur faudra-t-il donner aux paramètres caractérisant le sol de manière à obtenir une modélisation valable à l'échelle d'un bassin versant sachant que les propriétés du sol peuvent varier énormément même à l'intérieur d'une formation géologique?

Pendant longtemps ces problèmes ont été ignorés par les hydrologues et le sol a été considéré comme uniforme. Avec la banalisation des moyens de calcul de plus en plus puissants, ce problème est devenu un sujet de recherche de premier plan et le nombre de publications en est le témoin (e.g. Freeze [1975,1980], Wood [1976], Bakr et al [1978], Smith et Hebbert [1979], Bresler et Dagan [1981], Sharma et Luxmoore [1979], Sharma et al [1980, 1987], Dagan et Bresler [1983], Boulier [1985], El-Kadi et Brutsaert [1985], Mantoglou et Gelhar [1987], Ababou [1988], Yeh et al [1985], Yeh [1989], Binley et al [1989 a, b], Mantoglou [1990], Mantoglou et Jensen [1990]). Chacune de ces études introduit des hypothèses plus ou moins restrictives (la dimensionnalité de l'écoulement, les propriétés du sol, l'interaction entre

écoulements souterrains et surfaciques, ...) suivant la complexité des modèles mathématiques utilisés et les moyens de calcul mis en jeu.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons au cas particulier des sols encroûtés. Mais avant d'entreprendre l'étude sur le cas complexe d'une interaction des effets de la variabilité spatiale des propriétés du sol avec celle de la croûte, nous essayons d'aborder le problème sur un cas moins compliqué où nous ne tenons pas compte de la présence de la croûte par souci de simplification de l'interprétation des résultats, puis dans une deuxième partie nous examinons le cas des sols encroûtés.

IV-A-2) Variabilité spatiale des caractéristiques des sols.

Rappelons que nous nous situons à l'échelle mégascopique, c'est-à-dire qu'en nous référant à la définition des différentes échelles spatiales présentée dans le chapitre I, le domaine d'étude considéré est supérieur au volume V_5 .

La reconnaissance de la variabilité dans les propriétés des sols est probablement aussi vieille que leur classification [Vieira et al, 1981] mais elle a été limitée au niveau des types de sols pendant la bonne première moitié du siècle. Depuis, des mesures sur le terrain ont été effectuées à des échelles différentes (quelques dizaines de milliers de km^2 [Ovalles et Collins, 1988], 150 ha [Nielsen et al, 1973], 16 ha [Guma'a, 1978], 1 ha [Vauclin et al, 1981], 0,5 ha [Jensen et Refsgaard, 1989], 0,405 ha [Van Es et al, 1989]) et elles ont montré l'extrême variabilité spatiale des propriétés hydrodynamiques du sol. En compilant les résultats de ces nombreuses études, Vauclin [1982] stipule que les propriétés de type statique telles que la masse volumique, les composants texturaux, l'humidité à différentes valeurs de pression sont normalement distribuées, et les propriétés de type dynamique telles que conductivité hydraulique à saturation, le coefficient de dispersion sont souvent distribuées log-normalement. Law [1944] fut l'un des premiers à reconnaître que la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique du sol à saturation suit une loi log-normale. Plusieurs études sur le terrain sont venues confirmer cette hypothèse. On peut citer celles de Rokowski [1972], Nielsen et al [1973], Baker and Bouma [1976], Bakr [1976], Warrick et al [1977], Babalola [1978], Sharma et al [1980], Gelhar et al [1982], Russo [1983], Hufschmied [1985], Sudicky [1986], Wilson et al [1989]. Une étude récente entreprise par Unlü et al

[1989] indique que la distribution de $\text{Log } K_s$ est marginalement Gaussienne, et dans le contexte des processus spatiaux stochastiques, le champ aléatoire de $\text{Log } K_s$ n'est pas Gaussien car les troisième et quatrième cumulants* de la distribution sont significativement différents de zéro et ont le même ordre de grandeur que les premier et deuxième cumulants.

Plusieurs auteurs ont remarqué que la conductivité hydraulique à saturation peut varier de plusieurs ordres de grandeur [Bakr et al, 1978; Sisson et Wierenga, 1981], même à l'échelle d'une parcelle de quelques hectares, et l'écart-type du logarithme népérien de la conductivité hydraulique à saturation varie entre 0,3 et 3 [Yeh et al, 1985a].

De plus, les études expérimentales sur la variabilité des propriétés du sol entreprises par Sisson et Wierenga [1981], Vieira et al [1981], Russo et Bresler [1980], Byers et Stephens [1983], Yeh et al [1986], Greenholtz et al [1988] ont montré que les variations spatiales tout en étant aléatoires admettent une structure spatiale. La longueur d'autocorrélation qui est la distance au-delà de laquelle les propriétés du sol sont indépendantes les unes des autres varie avec la propriété considérée. C'est ainsi que dans Vauclin [1982] on trouve des longueurs d'autocorrélations de quelques mètres pour les teneurs en eau par exemple jusqu'à quelques centaines de mètres pour la conductivité électrique du sol. Pour la conductivité hydraulique à saturation de nombreuses études ont fourni une valeur de l'ordre de quelques dizaines de mètres. Dans le tableau (IV.1) nous résumons les résultats de ces études.

Une approche plutôt attractive pour l'étude de l'impact de l'hétérogénéité du sol est la méthode connue sous le nom de *mise en facteur d'échelle*. Introduite pour la première fois par Nielsen et al [1973], cette approche est fondée sur la théorie de la similitude géométrique en milieu poreux due à Miller et Miller [1956]. Son avantage est qu'elle permet une modélisation de la variabilité des propriétés du sol en utilisant un seul paramètre de signification physique qui n'est autre que le facteur d'échelle. Un bref rappel de cette théorie et des conséquences qu'elle engendre est donné plus loin dans ce chapitre.

Nombreuses sont les études qui ont suivi celle de Nielsen et al [1973] et qui utilisent le concept de similitude dans les milieux poreux. Peck et al [1977]

* La définition du cumulant est fournie dans l'Annexe A7.

l'appliquent à l'étude de l'effet de la variabilité spatiale des propriétés hydrauliques du sol sur le bilan hydrique d'un bassin versant. Warrick et al [1977] suggèrent qu'un facteur d'échelle approximatif peut être utilisé pour réduire un grand nombre de données relatives à la pression capillaire et à la conductivité hydraulique d'un sol non saturé. Russo et Bresler [1982] discutent le nombre de paramètres à prendre en considération pour représenter correctement la variabilité d'une parcelle de terrain. En comparant a posteriori l'influence d'un ou de trois paramètres aléatoires pour générer par simulations de Monte Carlo les écoulements moyens, ces auteurs concluent que le facteur d'échelle suffit à lui seul pour décrire correctement l'essentiel de la variabilité. Boulier [1985] utilise l'approche de similitude pour étudier la distribution de la teneur en eau dans une parcelle micro-irriguée. Sharma et al [1987] l'appliquent à l'étude des écoulements souterrains sur un versant en tenant compte de la stratification des couches du sol.

Log K (cm/h)	C.V.	$\sigma_{\text{Log } K_s}$	Portée (m)	Référence
1,90	0,71	0,64	38	Russo [1983]
22,0	0,41	0,39	34	Russo et Bresler [1981]
0,85	1,06	0,87	-	Nielsen et al [1973]
0,27	0,70	0,63	0,13	Sisson et Wierenga [1981]
0,35	0,54	0,51	-	
0,36	0,22	0,68	-	
0,70	0,40	0,38	50	Vieira [1981]
1,46	0,60	0,56	-	Sharma et al [1980]
0,13	1,02	0,84	0-2	Luxmoore et al [1981]

Tableau IV.1 Résumé des données relatives à la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique à saturation reportée dans la littérature.

Vauclin [1982] présente un recueil des méthodes d'étude de la variabilité spatiale des propriétés d'un sol et considère chacune des propriétés $E(x)$ comme une réalisation de n observations d'un processus stochastique qui est lui-même un ensemble de réalisations ayant toutes les mêmes propriétés statistiques. Dans notre étude de la variabilité spatiale des propriétés du sol nous allons adopter les mêmes hypothèses émises par Vauclin [1982] à savoir:

- Les variations spatiales d'une propriété $Z(x)$ constatées dans une réalisation représentent toutes les variations possibles de l'ensemble (hypothèse d'ergodicité).

- Les processus stochastiques sont supposés stationnaires d'ordre 2:

* l'espérance mathématique de la fonction aléatoire est constante dans tout le domaine D :

$$E[Z(x)] = \mu_Z \quad \forall x \in D \quad (\text{IV.1})$$

* la covariance centrée entre deux points x et $x + h$ ne dépend que du vecteur h :

$$E[\{Z(x) - \mu_Z\} \{Z(x+h) - \mu_Z\}] = \text{Cov}(h) < \infty \quad \forall x \in D \quad (\text{IV.2})$$

où $\text{Cov}(h)$ est la fonction de covariance.

Cette deuxième hypothèse peut être formulée d'une manière intrinsèque en l'appliquant sur les accroissements, soit:

$$E[\{Z(x+h) - Z(x)\}^2] = 2 \gamma(h) \quad \forall x \in D \quad (\text{IV.3})$$

où $\gamma(h)$ est le *semi-variogramme*, appelé couramment le *variogramme*.

En plus de ces hypothèses nous allons admettre que la distribution spatiale des propriétés du sol est *isotrope* dans le plan horizontal ce qui revient à dire que les fonctions $\text{Cov}(h)$ et $\gamma(h)$ ne dépendent que du module de h et non de sa direction.

Dans son exposé sur les méthodes d'étude de la variabilité spatiale des propriétés du sol, Vauclin [1982] dégage deux axes principaux pour l'analyse de la variabilité spatiale des sols:

- une analyse statistique classique où les différentes observations recueillies sur une parcelle sont considérées comme des événements indépendants,

- une analyse géostatistique qui considère les paramètres comme des variables régionalisées [Matheron, 1965] et qui tente de déterminer la structure spatiale par des méthodes empruntées aux techniques de l'analyse du signal (fonction d'autocorrélation, analyse spectrale) ou à la géostatistique (semi-variogramme).

Dans notre étude, les propriétés du sol seront décrites par des paramètres assimilés à des variables régionalisées admettant une structure spatiale caractérisée par le semi-variogramme.

IV-A-3) Concept de similitude en milieux poreux

Le principe de similitude introduit par Miller et Miller [1956] est applicable à un ensemble de milieux poreux si ces derniers diffèrent seulement par l'échelle de leur géométrie microscopique interne et par suite admettent la même porosité. Si λ_i est la longueur caractéristique du sol i et λ_{ref} celle d'un sol de référence (dans notre cas ce sera le sol ayant les caractéristiques moyennes), alors le facteur d'échelle adimensionnel α_i peut être défini comme:

$$\alpha_i = \lambda_i / \lambda_{ref} \quad (IV.4)$$

Admettons maintenant que la pression capillaire peut être exprimée par la formule de Laplace [Houpeurt, 1974] :

$$\psi = -2 \sigma_{ws} / r \rho_w g \quad (IV.5.a)$$

où σ_{ws} est le coefficient de la tension superficielle (N/m^2), r le rayon d'un pore cylindrique (m), ρ_w la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la pesanteur, et que la conductivité hydraulique se calcule par la formule de Poiseuille exprimant le débit dans un tube en régime laminaire [Hillel, 1980]:

$$K = g r^2 / 8 \nu \quad (IV.5.b)$$

où ν est la viscosité cinématique (m^2/s).

Si le sol de référence et le sol i contiennent la même teneur en eau θ , et si l'eau est en équilibre thermodynamique, les domaines d'espace qu'elle occupe dans les deux milieux se déduisent par similitude. Par conséquent les rayons des plus grands pores r_{ref} et r_i saturés d'eau sont dans le rapport de similitude:

$$r_i = \alpha_i \cdot r_{ref}$$

et par suite, les courbes caractéristiques sont liées l'une à l'autre par les relations suivantes:

$$h_i(\theta) = h_{ref}(\theta) / \alpha_i \quad (IV.6.a)$$

$$K_i(\theta) = K_{ref}(\theta) \cdot \alpha_i^2 \quad (IV.6.b)$$

où $h_{ref}(\theta)$ et $K_{ref}(\theta)$ sont respectivement la pression effective de l'eau et la conductivité hydraulique du sol de référence, $h_i(\theta)$ et $K_i(\theta)$ sont les propriétés similaires du sol i caractérisé par le facteur d'échelle α_i .

Suite à une série de mesures sur le terrain, et une étude de la coalescence des données à l'aide de la méthode de mise en facteur d'échelle, plusieurs auteurs insistent sur le caractère log-normal de la distribution du facteur d'échelle α (e.g. Nielsen et al [1973], Warrick et al [1977], Sharma et al [1980]).

Le choix du milieu de référence est en fait arbitraire, et généralement les auteurs le déterminent de manière à avoir $\frac{1}{N} \sum \alpha_i = 1$ [Boulier, 1985]. Dans le tableau (IV.2) sont reportées les valeurs des moyennes $\mu_{\text{Log } \alpha}$ et des écart-types $\sigma_{\text{Log } \alpha}$ relatives à des études rapportées dans la littérature.

Sharma et Luxmoore [1979] comparent les résultats obtenus à partir d'une distribution normale de α avec ceux résultant d'une distribution log-normale. Ils remarquent une sensibilité surtout pour le volume d'eau ruisselé à la nature de la loi de distribution du facteur d'échelle. Cela limite fortement la portée des conclusions tirées par Peck et al [1977] qui ont mené leur étude en supposant que le facteur d'échelle était normalement distribué.

Référence	$\sigma_{\text{Log } \alpha}$	$\mu_{\text{Log } \alpha}$
Nielsen [1973]	0,512	-0,136
Warrick [1979]	0,455	-0,104
	1,037	-0,442
Russo[1980]	0,510	-0,130
Sharma et al [1980]	0,558	-0,192
Vauclin [1982]	0,527	-0,123

Tableau IV.2 Quelques valeurs des écart-types et des moyennes de la transformée logarithmique du facteur d'échelle publiées dans la littérature.

IV-A-4) Classification des modèles traitant la variabilité spatiale

La prise en compte de la variabilité spatiale des propriétés du sol dans les modèles mathématiques se fait à différents niveaux. Selon le niveau de traitement de la variabilité spatiale on peut classer les modèles en deux catégories:

a) *Les modèles conceptuels déterministes distribués:*

Ils sont fondés sur les lois de conservation de la masse et les lois conceptuelles du type Darcy ou Fick pour la description de l'écoulement d'eau et du transport de substances. Ces modèles sont généralement à paramètres distribués en une, deux et même trois dimensions. Le plus souvent, la variabilité spatiale naturelle des paramètres n'est prise en compte que partiellement en divisant le domaine d'étude en un nombre limité de sous-domaines avec des valeurs des paramètres différentes. La stratification des couches géologiques est implicitement prise en considération en introduisant une anisotropie dans les conductivités hydrauliques. Ces modèles se prêtent bien à une calibration pour reproduire les résultats de mesure en raison du grand nombre de paramètres en jeu. Leur utilisation en dehors du domaine de validation peut mener cependant à des résultats erronés. Ce problème est beaucoup plus marqué dans le cas des modèles qui s'intéressent à la modélisation de la diffusion de polluants.

b) *Les modèles conceptuels stochastiques .*

Dans ces modèles, les propriétés du sol sont assimilées à des variables aléatoires régionalisées vérifiant les hypothèses d'homogénéité et d'ergodicité. L'objectif visé avec ce genre d'approche est généralement la recherche des propriétés d'un sol équivalent qui serait capable de reproduire les mêmes résultats en utilisant la formulation classique des équations de Darcy et de Fick à l'échelle mégascopique (e.g. Mantoglou et Gelhar [1987a, b]).

L'étude de Yeh et al [1985a,b,c], peut être située dans cette catégorie de modèles. Elle a permis d'estimer la pertinence de l'hypothèse de l'unidimensionnalité de l'écoulement en zone non saturée et a montré que pour les sols à texture grossière une description de la sorte est satisfaisante. En revanche,

dans le cas des sols à texture fine, le caractère tridimensionnel de l'écoulement ne peut être négligé.

IV-A-5) Classification des méthodes traitant la variabilité spatiale

Les méthodes utilisées dans la littérature pour traiter le problème de la variabilité spatiale suivent deux axes majeurs. La première approche revient à dériver des expressions analytiques faisant intervenir les moments d'ordre 1 et 2 (moyennes, variances et covariances) des variables de sortie (e.g. charge hydraulique, teneur en eau) à partir de la connaissance des mêmes moments pour les paramètres. En utilisant la technique des perturbations, des expressions analytiques décrivant les effets de l'hétérogénéité du sol sur les écoulements en zone saturée sont présentées entre autres par Bakr et al [1978], Gutjahr et Gelhar [1981], Mizell et al [1982] et Dagan [1982]. Le même problème mais relatif à la zone non saturée et pour des domaines d'écoulement relativement simples a été traité notamment par Bresler et Dagan [1983], Yeh et al [1985a,b,c], Mantoglou et Gelhar [1987] et Mantoglou [1990].

La méthode des perturbations admet cependant des limitations dans la mesure où celles-ci doivent être considérées comme petites pour négliger les termes d'ordre supérieur à deux dans le développement des équations aux perturbations. Ainsi les cas de forte variabilité spatiale ne peuvent pas être traités par cette méthode. De plus, la forte non-linéarité des équations décrivant les écoulements dans la zone non saturée présente des difficultés dans la formulation des expressions analytiques difficilement surmontables si l'on n'introduit pas des hypothèses supplémentaires, parfois très restrictives.

La deuxième approche qu'on trouve dans la littérature est connue sous le nom de simulation de Monte Carlo. Elle consiste à discrétiser le domaine d'étude en un nombre fini d'éléments et d'associer à chaque élément la (ou les) valeur(s) du (des) paramètre(s) sur lequel (lesquels) porte l'étude connaissant à l'avance la moyenne, la variance et la structure de la variable aléatoire associée. L'ensemble de ces valeurs forme une réalisation du champ aléatoire considéré comme entrée pour un modèle du type conceptuel. Celui-ci est ensuite utilisé pour calculer les variables de sorties. Cette procédure est répétée un certain nombre de fois de manière à avoir une statistique sur l'ensemble des sorties du modèle.

Vu le grand nombre de simulations que cette approche implique, et selon la complexité du modèle conceptuel utilisé et de sa dimensionnalité, cette approche peut être onéreuse en temps de calcul mais elle offre l'avantage de ne pas introduire d'hypothèses supplémentaires sur l'étendue de la variabilité ou sur la nature des distributions des paramètres.

La méthode de Monte Carlo a été souvent utilisée dans des études relatives aux effets de l'hétérogénéité du champ de perméabilité sur les écoulements souterrains (e.g. Freeze [1975], Smith et Freeze [1979], Binley et al [1989a,b]).

On notera qu'Ababou [1988] utilise l'approche de la réalisation unique (*single realization approach*) qui consiste à calculer les moments spatiaux sur une seule réalisation de points de calcul (jusqu'à 1 million de points) plutôt que de les calculer sur un grand nombre de réalisations. En fait, ceci est équivalent à la méthode de Monte Carlo sous réserve que l'hypothèse d'ergodicité soit vérifiée.

IV-B) INTRODUCTION AU SYSTEME HYDROLOGIQUE EUROPEEN (SHE).

Avant de passer à l'étude des effets de la variabilité spatiale des caractéristiques hydrodynamiques du sol sur la réponse hydrologique d'un bassin versant, nous allons présenter l'outil ayant servi à l'étude: le Système hydrologique Européen, SHE.

Le Système Hydrologique Européen, SHE, est un modèle mathématique déterministe distribué, fondé sur des concepts physiques du cycle hydrologique. Il a été développé conjointement par le *Danish Hydraulic Institute*, l'*Institute of Hydrology* de Wallingford (Royaume Uni) et *SOGREAH* (France). Actuellement ce code de calcul est géré par le *Danish Hydraulic Institute*, l'*Université de Newcastle Upon Tyne* (Royaume Uni) et le *Laboratoire d'Hydraulique de France*. Depuis 1988, les versions du SHE diffèrent selon les partenaires, chacun ajoutant de nouveaux modules selon ses besoins ou ses thématiques propres, les différentes versions se distinguent par leur appellation obtenue en ajoutant au sigle SHE une ou deux lettres indiquant le pays de l'organisme qui le détient (i.e. SHE-DK, SHE-UK et SHE-F).

Chacun des principaux processus du cycle hydrologique est représenté dans un module séparé en utilisant soit une discrétisation en différences finies des équations aux dérivées partielles exprimant les lois de conservation de la masse, de l'énergie ou de la quantité de mouvement (écoulements de surface et souterrains), soit des équations empiriques résultant d'études expérimentales (interception et évapotranspiration). Les échanges hydriques dans la zone non saturée du sol sont supposés limités à la direction verticale. Une telle hypothèse est discutable surtout quand il s'agit de modéliser la variabilité spatiale des propriétés du sol. Plus loin dans ce chapitre (§ IV-C-4) une étude bibliographique est présentée analysant les domaines de validité de cette hypothèse.

La structure du modèle est le résultat direct de cette dernière hypothèse. En effet, un bassin versant est discrétisé en un nombre de colonnes de sol verticales de profondeur variable. Ces colonnes représentent la zone non saturée du sol où l'écoulement est supposé unidirectionnel. L'échange entre ces colonnes est assuré par un modèle d'écoulement bidimensionnel en surface et un modèle d'écoulement bidimensionnel dans la zone saturée. La structure du modèle est illustrée par la figure (IV.1) et l'organigramme des différents échanges est montré dans la figure (IV.2).

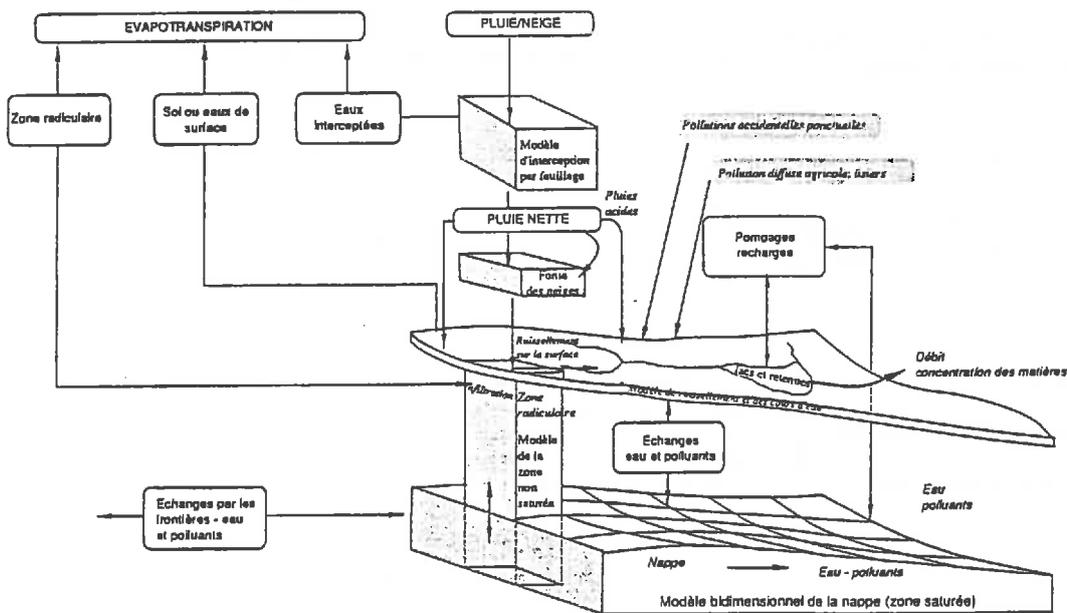
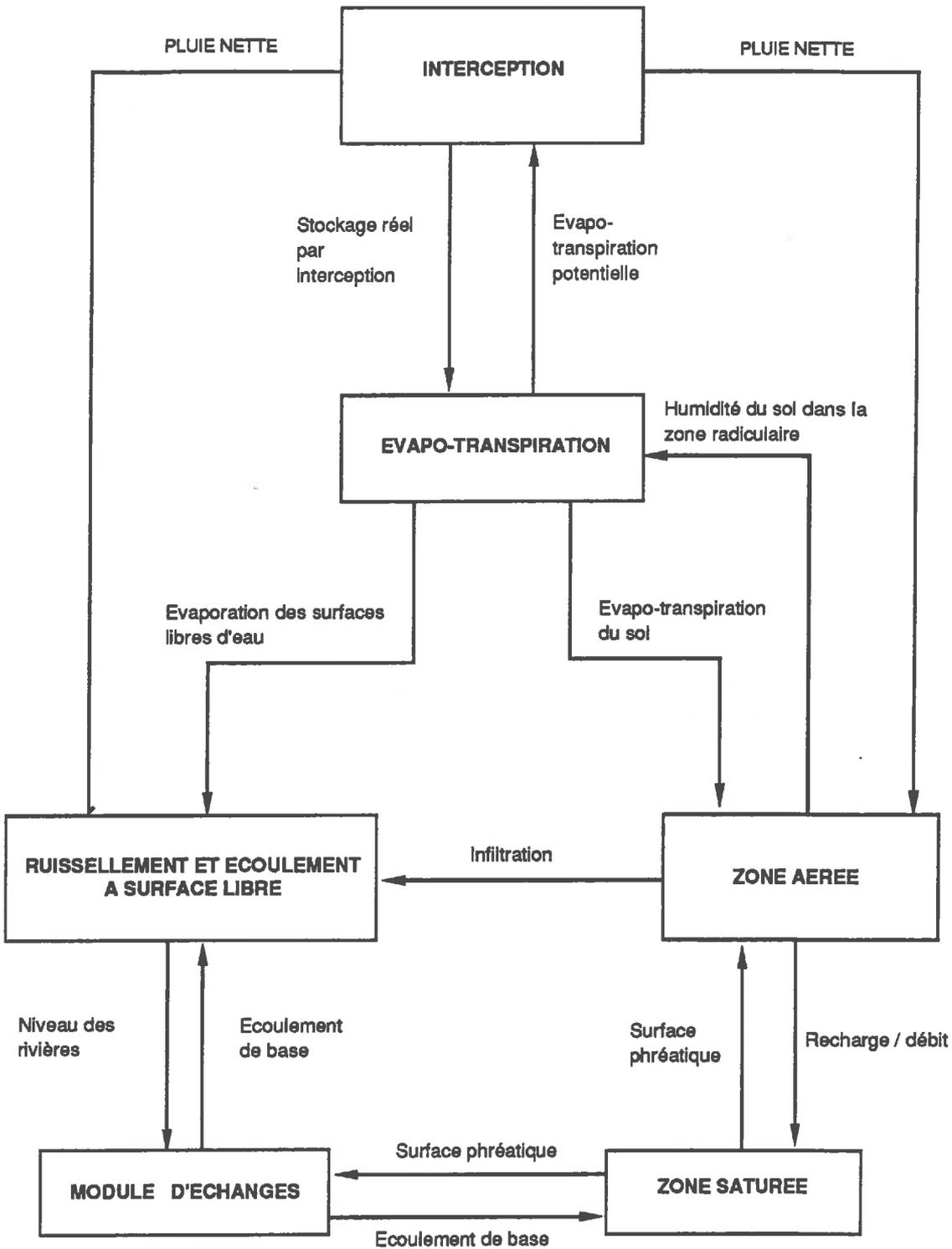


Fig. IV.1 Structure du Système Hydrologique Européen.

Dans un plan horizontal, un bassin versant est représenté par un maillage rectangulaire et le système hydrographique est superposé aux limites des mailles élémentaires.



S H E - TRANSFERT D'INFORMATIONS ENTRE LES MODULES

Fig. IV.2

Le SHE possède une structure modulaire. Dans ce qui suit, seuls les modules utilisés dans ce mémoire seront décrits. Notons que les différents modules sont pilotés par un "chef d'orchestre" qui détermine la séquence des calculs et assure le transfert des données entre les modules.

IV-B-1) Ecoulement dans la zone non saturée

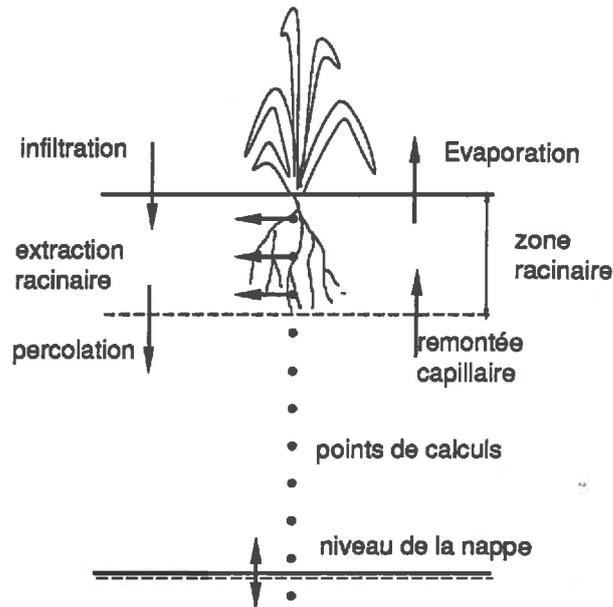


Fig.IV.3 Schématisation du module de l'écoulement dans la zone non saturée.

La figure (II.3) esquisse le principe de la modélisation de la zone non saturée qui s'étend entre la surface du sol et la surface de la nappe phréatique. L'écoulement est modélisé par l'équation unidirectionnelle verticale de Richards :

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} - S_p \quad (\text{IV.7})$$

où C représente la capacité capillaire, h la pression effective de l'eau, K la conductivité et S_p l'extraction racinaire, z la cote et t le temps. Cette équation est résolue en utilisant un schéma aux différences finies dont les détails sont présentés dans l'Annexe A1.

Un problème particulièrement difficile résulte de la résolution couplée de l'écoulement vertical unidimensionnel dans la zone non saturée et l'écoulement bidimensionnel horizontal dans la nappe. Cette difficulté provient du fait que le niveau de la nappe qui constitue la condition à la limite inférieure de la zone non-saturée n'est pas connue *a priori* et ce niveau dépend des échanges entre ces deux zones.

Pour résoudre ce problème on emploie la méthode proposée par Belmans et al [1983] fondée sur la conservation de la masse d'eau dans la colonne de sol aussi bien dans la zone saturée que dans la zone non saturée. Cette méthode consiste à résoudre d'une manière découplée l'équation de l'écoulement unidirectionnel vertical dans la zone non-saturée et celle de l'écoulement bidirectionnel horizontal dans la zone saturée et de conserver en mémoire l'erreur dans le bilan de la masse d'eau dans la colonne de sol. Une fois que cette erreur cumulée dépasse un certain seuil fixé par l'utilisateur, on procède à la redistribution de cette masse sur la partie inférieure de la zone non-saturée, de manière à avoir une erreur nulle et ceci en utilisant l'équation de Richards. Si le seuil est suffisamment petit l'erreur sur le résultat de la simulation sera négligeable. Dans nos calculs nous avons fixé la valeur de ce seuil à 1 mm d'eau.

Le module des écoulements dans la zone non-saturée a été validé par Jensen [1983] aussi bien sur des mesures de terrains que sur une solution quasi-analytique de l'infiltration [Philip; 1957].

IV-B-2) Ecoulement dans la zone saturée

Dans le SHE (version SHE-F-89) la description de l'écoulement souterrain est limitée à une seule nappe à surface libre. Pour décrire cet écoulement on utilise l'équation de Boussinesq :

$$S \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\tau_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tau_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_p \quad (\text{IV.8})$$

où S_p le terme de recharge de la nappe est exprimé par:

$$S_p = \Sigma q - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{niveau de la nappe}}^{\text{surface du sol}} \theta(z,t) dz \quad (\text{IV.9})$$

où Σq comporte: q_r : transpiration
 q_s : évaporation de la surface du sol
 q_i : infiltration
 q_o : échange nappe-rivière
 q_e : échange aux limites du modèle.

$\int_{\text{niveau de la nappe}}^{\text{surface du sol}} \theta(z,t) dz$ est le stock d'eau dans la zone non saturée.

L'interaction entre la nappe et la rivière est déduite d'une solution analytique proposée par Preissmann [1981], qui est fondée sur la méthode des transformations conformes.

L'équation (IV.9) est résolue en utilisant un schéma aux différences finies et la méthode de relaxation de Tyson-Weber [1964].

Ce module du SHE permet l'exhaussement du niveau de la nappe jusqu'à la surface du sol et par suite la disparition de la zone non saturée. Dans ce cas l'interaction est directe entre l'écoulement de surface et l'écoulement dans la nappe.

IV-B-3) Ecoulement de surface

Ce module assure le transfert de l'eau accumulée en surface, sous forme d'un écoulement bidirectionnel représenté par l'équation de l'onde diffusive (I.13.a) pour le ruissellement, et sous forme d'un écoulement unidirectionnel dans les canaux et les rivières.

Dans sa première version opérationnelle (SHE-83) ce module calcule d'une manière découplée le ruissellement et ensuite les écoulements dans les canaux. Des algorithmes fondés sur la méthode des différences finies sont utilisés, explicite pour le ruissellement et totalement implicite pour les écoulements fluviaux [Preissmann et Zaoui; 1979].

Cette première version a montré des lacunes dans des applications sur des bassins versants en région semi-aride (Inde) où l'intensité de la pluie peut atteindre 200 mm/h, ce qui donne des écoulements de surface très importants

réduisant ainsi le pas de temps de calcul à quelques secondes pour des raisons de stabilité numérique.

Par ailleurs, la résolution découplée ne permet pas la modélisation du débordement de la rivière de son lit du fait que l'échange rivière-maille de ruissellement se faisait toujours dans le sens maille de ruissellement-rivière, ce sens était dicté par la séquence des calculs.

La contrainte relative au pas de temps concernait d'une manière directe notre étude vu le nombre relativement grand de simulations numériques que nous avons dû faire afin d'étudier les effets de la variabilité spatiale des propriétés du sols sur les écoulements souterrains et surfaciques. C'est ainsi que nous avons décidé de reformuler l'algorithme de calcul du ruissellement sous forme implicite dans le but d'assurer la stabilité numérique du schéma. A cette occasion, le code a également été modifié afin de permettre l'occurrence d'inondations et la modélisation des lacs et réservoirs, ce qui n'était pas prévu dans la première version (SHE-83).

En plus, la possibilité de modélisation des orifices dans les écoulements de rivière a été ajoutée, ainsi que différents types de conditions aux limites aussi bien pour les mailles de ruissellement que pour les mailles fluviales (e.g. débits imposés en fonction du temps, niveaux imposés en fonction du temps, débits dépendant du niveau d'eau de la maille à la limite du modèle).

Dans l'Annexe A4, la formulation de la modélisation des écoulements de surface ainsi que les algorithmes numériques correspondant et deux tests de validation sont présentés en détail.

Notons que d'autres modules décrivant les processus relatifs à l'interception, l'évaporation et la fonte nivale existent. Ces modules ne sont pas utilisés dans cette étude.

Dans le cas où un module n'est pas nécessaire à la modélisation, il peut être remplacé par des conditions internes fixées par l'utilisateur. Ainsi, dans le présent chapitre, nous nous sommes servis des modules suivants: écoulement de surface, écoulement dans la zone saturée et écoulement dans la zone non-saturée.

IV-C) ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DU SOL ET SES EFFETS SUR L'INFILTRATION ET LE RUISSELLEMENT - CAS DES SOLS NON ENCROUTES.

IV-C-1) Définition du protocole de l'étude

Pour essayer d'évaluer les effets de la variabilité spatiale des propriétés du sol sur la précision des résultats de simulations obtenus à partir d'un modèle conceptuel tel que le SHE, nous avons considéré un versant ayant pour superficie 1 ha (100 m x 100 m), dimension typique d'une maille de calcul du SHE appliqué à l'échelle d'un bassin versant. Cette parcelle est discrétisée en 400 colonnes élémentaires de 5m x 5m dans le sens horizontal et chaque colonne est discrétisée à son tour avec un pas de 0,02 m dans le sens vertical. Sur ce versant le SHE a été appliqué sachant que le substratum imperméable est situé à 1m ou 2m en dessous de la surface du sol selon le cas traité. Cette parcelle admet deux pentes de 5% et 2% tel que représenté dans la figure (IV.4).

Les propriétés du sol sont supposées uniformes dans une colonne mais variables d'une colonne à l'autre. La variabilité spatiale des propriétés du sol admet éventuellement une structure définie par un variogramme de type exponentiel. Pour décrire la variabilité spatiale des propriétés du sol, le concept de similitude dans les milieux poreux a été utilisé. Ainsi la génération des propriétés du sol se ramène à la génération dans un plan d'une réalisation de la variable aléatoire α en admettant que α suit une loi de distribution log-normale. La distribution de $\text{Log } \alpha$ est décrite par sa moyenne $\mu_{\text{Log } \alpha}$, son écart-type $\sigma_{\text{Log } \alpha}$, et la portée a_e de son semi-variogramme supposé exponentiel.

En admettant les hypothèses ci-dessus, pour procéder aux simulations de Monte Carlo, les étapes suivantes ont été mises en œuvre:

- 1- Génération du facteur d'échelle α à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes exposée plus loin dans ce chapitre (§ IV-C.3).
- 2- Imposition des conditions initiales et aux limites sur le versant
- 3- Calcul déterministe à l'aide du SHE qui simule une période de drainage permettant une redistribution de l'eau à l'intérieur du domaine, un évènement pluvieux puis une deuxième période de drainage.

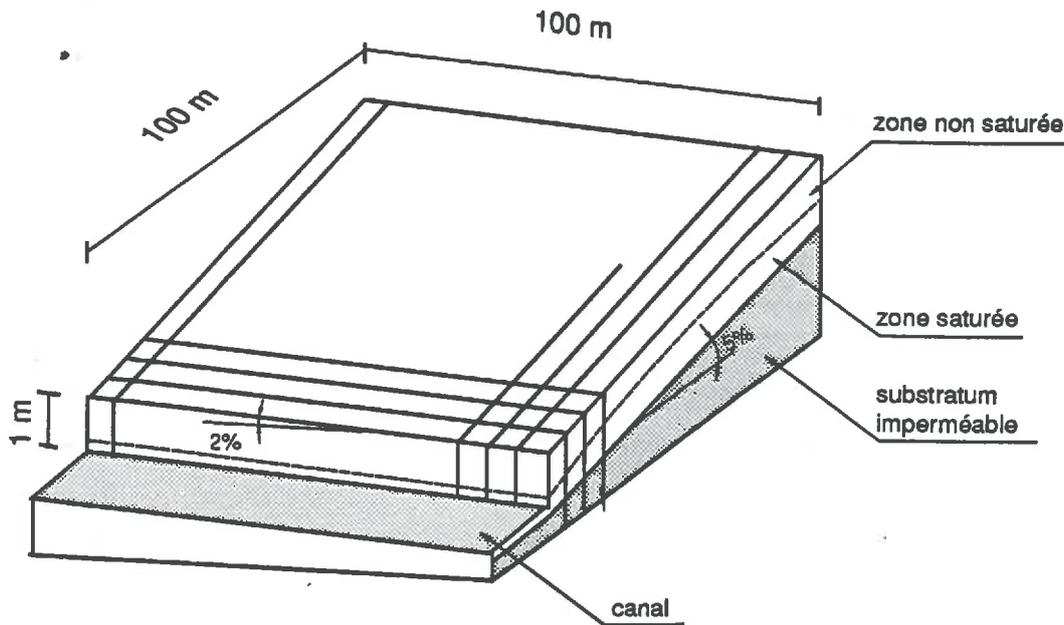


Fig. IV.4 Schématisation du versant simulé dans l'étude et montrant le découpage en colonnes élémentaires de sol pour le calcul.

Pour chacun des triplets ($\mu_{Log \alpha}$, $\sigma_{Log \alpha}$, a_e) définissant la distribution des propriétés hydrodynamiques du sol constituant le versant, vingt simulations ont été réalisées afin d'obtenir une statistique sur les variables de sorties du modèle. Le nombre de simulations a été limité à 20, nombre qui assure un compromis entre un grand nombre de simulations nécessaire pour avoir une bonne estimation de la statistique sur l'ensemble des variables de sorties d'une part et un nombre de simulations relativement faible pour limiter le temps de calcul nécessaire pour les simulations. Pour donner une idée, 20 simulations de 72 heures, avec des pas de temps variables entre 36 secondes et 900 secondes, nécessitent une durée de calcul de l'ordre de 10 heures sur une station de travail Apollo DN10000 (22Mips).

Ce genre d'approche a été utilisé avec des hypothèses plus ou moins restrictives. Ainsi Smith et Hebbert [1979] ont considéré un découpage du bassin versant en un ensemble de colonnes totalement indépendantes les unes des autres pour le calcul des écoulements dans la zone non saturée. Dans le couplage écoulement de surface/écoulement souterrain, ils supposent que l'excès de pluie dans une maille donnée peut ruisseler d'une maille à l'autre et éventuellement s'infiltrer si les conditions hydrodynamiques du sol le permettent; ce phénomène est connu dans la littérature sous le nom d'effet "runon". Sharma et al [1987] de même que Binley et al [1989] contestent l'hypothèse d'un découpage en colonnes et

considèrent l'aspect tridimensionnel de l'écoulement de l'eau dans la zone non saturée. En effet la nonuniformité des caractéristiques du sol induit une nonuniformité dans le plan horizontal de la distribution des charges hydrauliques pouvant conduire à des écoulements latéraux entre les colonnes de sol. Pour montrer la faible importance des écoulements latéraux dans la zone non-saturée nous nous inspirons du raisonnement adopté par Boulier [1985]. En effet, dans le cas de forte variance, en deux points de calculs voisins Z_1 et Z_2 , les valeurs extrêmes atteintes par le facteur d'échelle α (pour une probabilité de 1/100 avec $\sigma_{\text{Log } \alpha} = 0,5$), sont $\alpha_1 = 0,24$ et $\alpha_2 = 3,2$ respectivement. Pour créer un gradient de charge unitaire horizontal équivalent au seul gradient de charge imposé par la pesanteur dans la zone non-saturée, la différence de charge devra être de 5m (dimension horizontale d'une maille de calcul), θ_2 serait alors égale à $0,2 \text{ m}^3/\text{m}^3$ si $\theta_1 = \theta_s$. Or, on peut constater plus loin que les teneurs en eau qu'on obtient sont supérieures à $0,35 \text{ m}^3/\text{m}^3$ limitant ainsi le gradient de charge à 0,5m. Cela prouve que le flux horizontal dans la zone non saturée, peut être négligé devant le flux vertical.

Par ailleurs, si on veut représenter l'aspect tridimensionnel de l'écoulement dans le sol avec des outils numériques du type différences finies ou éléments finis, il faut que les dimensions des volumes élémentaires utilisés soient du même ordre de grandeur pour ne pas privilégier d'une manière artificielle une direction de l'écoulement en introduisant un lissage artificiel des gradients hydrauliques dans le sens ou le pas de discrétisation est grossier. A notre connaissance, la seule étude qui respecte ce critère, dans le domaine des écoulements tridimensionnels de l'eau dans le sol et qui tient compte de la variabilité spatiale des propriétés du sol est celle d'Ababou [1988] appliquée à un volume relativement réduit (14m x 14 m x 5,2 m) avec un volume élémentaire de calcul (0,2m x 0,2m x 0,1m). Ce genre de modèle n'est pas encore applicable à l'échelle d'une grande parcelle de terrain en raison de l'immensité des systèmes numériques que cela entraîne (quelques centaines de milliers de nœuds).

De plus la présente étude se distingue de celle de Binley et al [1989] par le fait que dans leur étude ils ne tiennent pas compte de l'effet "runon" alors que dans le SHE il y a couplage entre le ruissellement et l'écoulement dans la zone non-saturée. Ceci peut affecter significativement la portée des conclusions à tirer et d'autant plus que d'après Smith et Hebbert [1976], l'agencement relatif de zones à fortes conductivités hydrauliques avec celles à faibles conductivités hydrauliques serait d'une importance majeure car dans un cas l'excès d'eau

provenant de l'une peut s'infiltrer dans l'autre (forte perméabilité en aval) tandis qu'une configuration différente (faible conductivité en aval) ne fait qu'aggraver le ruissellement.

Reste à souligner que l'analyse des résultats sera axée sur le ruissellement et l'infiltration sans trop s'attarder sur l'écoulement dans la nappe. Ce dernier domaine, en effet sort du cadre de notre travail et mérite à lui seul une étude très détaillée. Cependant il a été jugé nécessaire d'en tenir compte au stade de la modélisation pour ne pas biaiser les résultats en imposant une condition à la limite inférieure du domaine qui serait très artificielle.

² IV-C-4) Brève présentation de la Méthode des Bandes Tournantes

Cette méthode sert à générer un champ d'une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne nulle et d'écart type unitaire dans des domaines bi- ou tridimensionnels. Une transformation permet de passer à un autre type de distribution. La Méthode des Bandes Tournantes a été introduite pour la première fois par Matheron [1973]. Ici nous en présentons un bref rappel. Le lecteur intéressé par plus détails pourra consulter les ouvrages spécialisés à cet égard (e.g. Mantoglou et Wilson [1982], Bras et Rodriguez-Iturbe [1985], Munoz-Pardo [1987]).

Le principe consiste à générer plusieurs réalisations discrètes monodimensionnelles sur un faisceau de droites issues d'un même point O et de les utiliser pour générer la valeur d'une réalisation $Z(x)$ dans un plan ou dans un volume, comme une somme pondérée des valeurs associées des processus linéaires générés sur les lignes. Des développements mathématiques permettent de déduire la fonction de covariance des processus monodimensionnels à partir d'une covariance imposée au processus bi- ou tridimensionnel à simuler.

Pour la génération d'un champ bidimensionnel, les étapes citées par Marchand [1988] sont les suivantes:

- 1- Génération de L lignes issues d'une origine arbitraire O . L'angle θ_j que font ces droites avec l'axe des abscisses suit une loi uniforme dans l'intervalle $[0, 2\pi[$.

- 2- Génération sur chaque ligne j d'un processus discret stationnaire d'ordre 2, $Z_j(\zeta)$, de moyenne nulle et de covariance $\text{Cov}_j(\Delta\zeta_j)$ où ζ_j est l'abscisse le long de la ligne j et $\text{Cov}_j(\Delta\zeta_j)$ la fonction de covariance monodimensionnelle associée à $\text{Cov}(h)$.
- 3- Correspondance entre un point X dans le domaine 2-D avec la valeur associée sur la ligne j par projection orthogonale.
- 4- Répétition de l'étape 3 pour chacune des lignes j avec superposition des valeurs au point X .

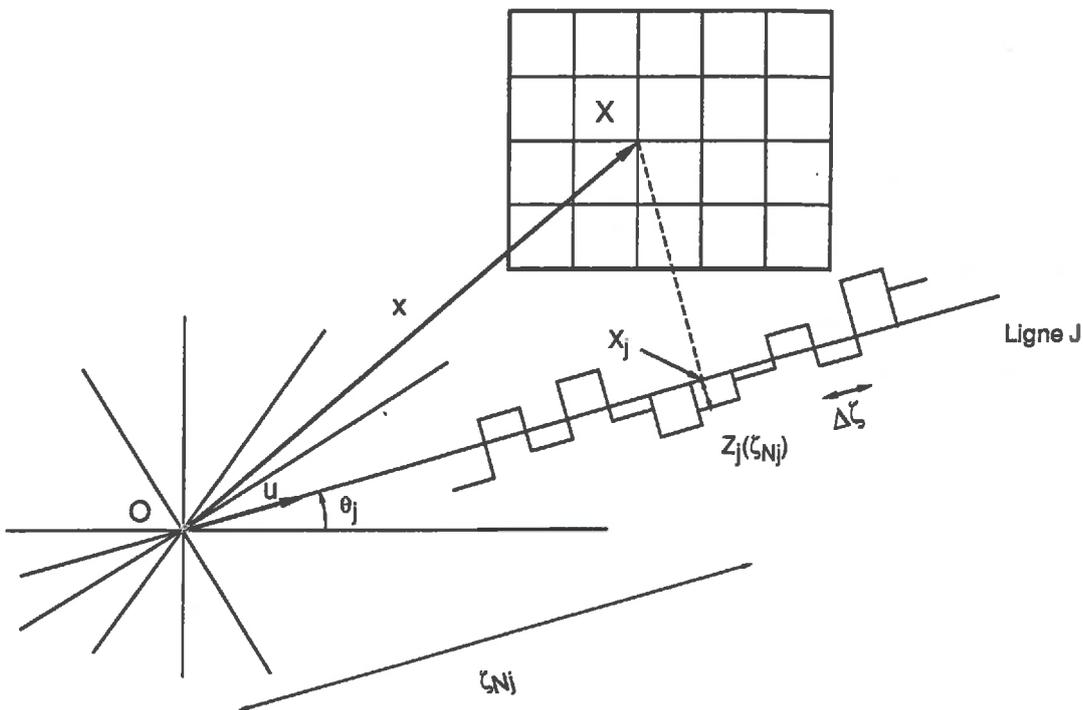


Fig. IV.5 Représentation schématique du domaine d'étude et des lignes des bandes tournantes (D'après Mantoglou et Wilson [1982]).

La figure (IV.5) montre un point X dans l'espace 2-D ayant pour vecteur directeur x et admettant pour projection sur la ligne j le point X_j situé à l'abscisse ζ_{X_j} et pour valeur de la réalisation du processus aléatoire sur la ligne j , $Z_j(\zeta_{X_j})$. Cette figure intègre les trois premières étapes citées ci-dessus. La superposition des valeurs obtenues à partir des L lignes donne la valeur au point X:

$$Z(X) = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \sum_{i=1}^L Z_j(\overline{x} \cdot \overline{u}_j) \quad (\text{IV.10})$$

dans laquelle \overline{u}_j désigne le vecteur unitaire de la ligne j .

La Méthode des Bandes Tournantes tire son nom des segments discrétisés - ou bandes - sur chacune des lignes du fait du caractère discret de la génération monodimensionnelle. Comme les lignes "tournent" entre 0 et 2π les bandes à leur tour "tournent" et c'est la raison pour laquelle Matheron [1973] donna ce nom à cette méthode.

Pour obtenir la fonction de covariance du processus monodimensionnel, dans le cas d'une génération d'un processus bidimensionnel, on a recours aux techniques d'analyse spectrale. Ici nous n'allons pas développer ce passage mais nous nous contentons de donner l'expression de la valeur en un point sur une droite tournante. D'après Mantoglou et Wilson [1982] celle-ci s'écrit:

$$Z_j(\zeta) = 2 \cdot \sum_{k=1}^M [S_1(\omega_k) \cdot \Delta \omega]^{1/2} \cdot \cos(\omega_k \cdot \zeta + \phi_k) \quad (\text{IV.11})$$

avec:

- M: nombre d'harmoniques considérés,
- S_1 : fonction de densité spectrale de la fonction aléatoire du processus unidimensionnel, S_1 est supposée symétrique et nulle en dehors de l'intervalle $[-\Omega, +\Omega]$,
- ϕ_k angle indépendant tiré dans une distribution uniforme entre 0 et 2π ,
- $\Delta \omega$ fréquence de discrétisation, $\Delta \omega = \Omega/M$,
- $\omega_k = (k-1/2) \cdot \Delta \omega$,
- $\omega'_k = \omega_k + \delta \omega$, où $\delta \omega$ est une fréquence aléatoire introduite pour éviter des périodicités. Elle est tirée dans une loi uniforme sur

l'intervalle $[-\Delta\omega'/2, +\Delta\omega'/2]$ avec $\Delta\omega' \ll \Delta\omega$. Ici nous avons posé $\Delta\omega' = \Delta\omega/20$ d'après Shinozuka et Jan [1972].

Dans notre étude nous avons utilisé pour le processus bidimensionnel un variogramme exponentiel de la forme:

$$\gamma(x) = \sigma^2 \exp(-x/a_e) \quad (\text{IV.12})$$

où $a_e = a/3,16$ et a la portée du variogramme sphérique équivalent (Munoz-Pardo [1987]).

Dans ces conditions $S_1(\omega)$ s'exprime de la manière suivante:

$$S_1(\omega) = 1/2 \cdot \sigma^2 \cdot \omega \cdot a_e^2 \cdot [1 + \omega^2 \cdot a_e^2]^{-3/2} \quad (\text{IV.13})$$

Les valeurs des paramètres adoptées sont les suivantes:

L = 32 lignes tournantes,

M = 100 harmoniques,

$\Omega = a_e / 40$

$\Delta\zeta = \min(0,10 a_e; 0,25 \Delta x)$; Δx étant l'intervalle de discrétisation dans le

domaine bidimensionnel.

La validation du générateur aléatoire est présentée dans l'Annexe A5 ainsi qu'une discussion sur la valeur moyenne du processus et le nombre équivalent d'échantillons indépendants.

La figure (IV.6) montre un exemple de l'histogramme et de deux variogrammes des facteurs d'échelles ainsi générés par la Méthode des Bandes Tournantes et sur lesquels une transformation exponentielle a été effectuée de manière à ce que la variable aléatoire α (facteur d'échelle) suive une loi log-normale de valeur moyenne égale à l'unité.

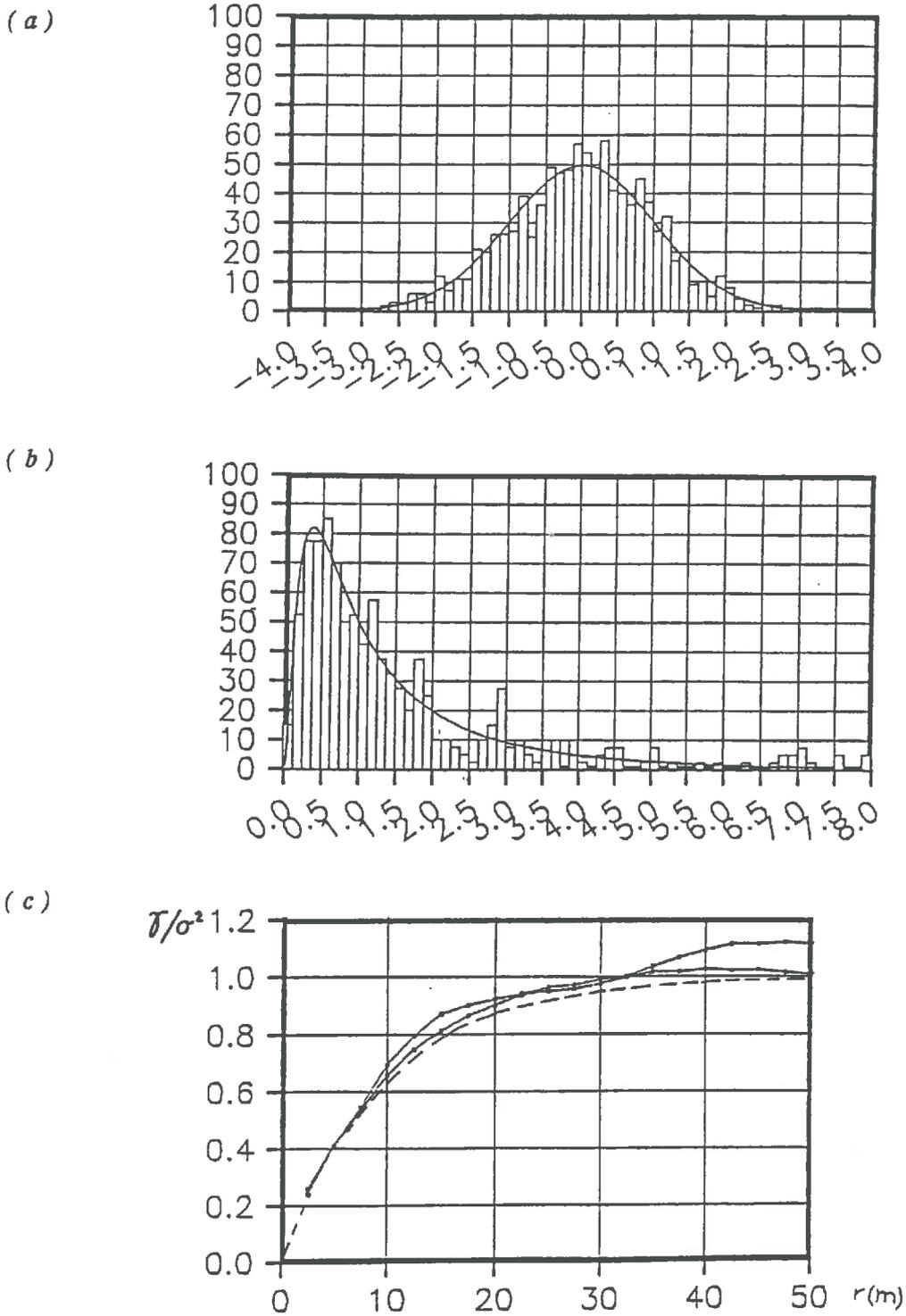


Fig. IV.6 (a) Exemple d'histogramme des valeurs générées par la Méthode des Bandes Tournantes. (b) Histogramme des facteurs d'échelle (après la transformation exponentielle). (c) Variogramme des valeurs brutes (générées par la Méthode des Bandes Tournantes), les tirets représentent le variogramme théorique.

3 IV-C-4) Présentation des cas examinés

Dans l'étude des effets de la variabilité spatiale des propriétés hydrodynamiques du sol sur les écoulements souterrains et superficiels, trois cas ont été envisagés de manière à obtenir des mécanismes différents.

Dans le premier cas, le sol de référence ($\alpha = 1$) dont les caractéristiques hydrodynamiques sont données, figure (IV.7), a pour conductivité à saturation $K_{s,ref} = 8,33 \cdot 10^{-6}$ m/s (30 mm/h). La fonction $K_{ref}(\theta)$ est exprimée par la formule d'Averjanov [1950] :

$$K_{ref}(\theta) = K_{s,ref} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^n \quad (IV.14)$$

et la courbe de rétention est exprimée par la formule de Brooks et Corey modifiée telle qu'elle est présentée à l'Annexe A2. Les valeurs des différents paramètres relatifs aux caractéristiques hydrodynamiques du sol sont les suivantes: $\theta_s = 0,52$ m³/m³; $\theta_r = 0,10$ m³/m³; $n = 9,0$; $\lambda = 0,33$ et $\psi_b = 0,15$ m.

La durée de la simulation est de 72 heures, dont les premières 48h correspondent à une période de drainage, suivie de 8h de pluie, puis de 16 heures de drainage. L'intensité de la pluie $P = 1,38 \cdot 10^{-6}$ m/s (5 mm/h) est inférieure à la conductivité à saturation du sol de référence ($P/K_{s,ref} = 0,166$). Le substratum imperméable est supposé à 1m en dessous de la surface du sol. Le niveau initial de la nappe est suffisamment bas par rapport à la surface du sol (-0,90 m), afin que le sol ne soit pas saturé pendant l'évènement pluvieux d'une durée de 8 heures. Un équilibre hydrostatique est supposé avoir lieu initialement dans chacune des colonnes de sol. Dans ce cas, le ruissellement ne se produit pas, le couplage entre les colonnes de sol, considérées indépendantes dans la zone non saturée, n'a pas lieu et par suite la structure spatiale de l'échantillon n'intervient pas dans le modèle. Notons également que la nappe est suffisamment basse pour ne pas influencer significativement la progression du front humide à partir de la surface. Les seuls paramètres intervenant pour déterminer la variabilité du facteur d'échelle sont la valeur moyenne et la variance. Deux simulations A_0 et B_0 correspondant à deux valeurs de $\sigma_{\text{Log } \alpha}$ ont été examinées. La valeur de μ_α est fixée à 1 d'après la définition du facteur d'échelle. Le tableau (IV.3) précise les valeurs affectées à $\sigma_{\text{Log } \alpha}$ pour chacun des cas traités.

Dans le deuxième cas, sur la même parcelle que celle définie pour le premier cas, on applique le même événement pluvieux avec un niveau initial de la nappe à 0,5 m en dessous de la surface du sol. La saturation de la surface du sol a lieu suite à un exhaussement du niveau de la nappe: cela correspond au mécanisme de ruissellement par saturation connu sous le nom de mécanisme de Dunne, présenté au chapitre I (§I.C). L'information spatiale relative à la distribution des propriétés du sol intervient dans ce cas. En effet, l'excès de l'apport de la pluie par rapport à l'infiltration en un point donné du versant contribue au ruissellement et à la quantité d'eau qui peut éventuellement s'infiltrer dans les zones situées sur les chemins du ruissellement en aval du point en question. Par ailleurs, l'excès de la pluie provenant de l'amont d'un point fait partie de l'apport d'eau en ce point. Par conséquent, le ruissellement provenant de l'amont peut occasionner la submersion précoce d'un point même si ce dernier devait atteindre la saturation en surface plus tardivement par le seul apport de la pluie. Smith et Hebbert [1979] ont montré l'effet de la structure de la variabilité spatiale des propriétés du sol sur la forme de l'hydrogramme, du débit de ruissellement et du temps de submersion. Cependant ces auteurs se sont limités à l'étude du mécanisme hortonien et au cas d'une configuration aléatoire non structurée et à deux configurations déterministes différentes. Dans notre étude, quatre types de configurations spatiales sont considérées:

- distribution du facteur d'échelle totalement aléatoire sans aucune structure spatiale (série de simulations A_1);
- corrélation spatiale avec une portée de 15m (série de simulations B_1);
- corrélation spatiale avec une portée de 30m (série de simulations C_1);
- distribution déterministe homogène sur le versant (simulation R_1).

et nous nous sommes contenté d'analyser les effets de la structure spatiale pour une seule valeur de $\sigma_{\text{Log } \alpha}$ ($\sigma_{\text{Log } \alpha} = 0,5$) afin de limiter le nombre de simulations vu les temps de calcul que cela entraîne.

Le troisième cas est choisi de manière à obtenir un mécanisme de ruissellement hortonien. Le sol de référence ($\alpha = 1$) possède les caractéristiques hydrodynamiques présentées dans la figure (IV.8), sa conductivité à saturation est de $4,17 \cdot 10^{-7}$ m/s. Les fonctions décrivant les caractéristiques hydrodynamiques du sol sont celles d'Averjanov (éq IV.14) et Brooks et Corey modifiée (c.f. Annexe A3) avec les coefficients suivants: $\theta_s = 0,52 \text{ m}^3/\text{m}^3$; $\theta_r = 0,10 \text{ m}^3/\text{m}^3$; $n = 10,0$; $\lambda = 0,28$ et $\psi_b = 0,67$ m. L'intensité de la pluie est $2,77 \cdot 10^{-6}$ m/s (10 mm/h) constante sur une durée de 8h. Le substratum imperméable est situé à 2m sous la surface du sol.

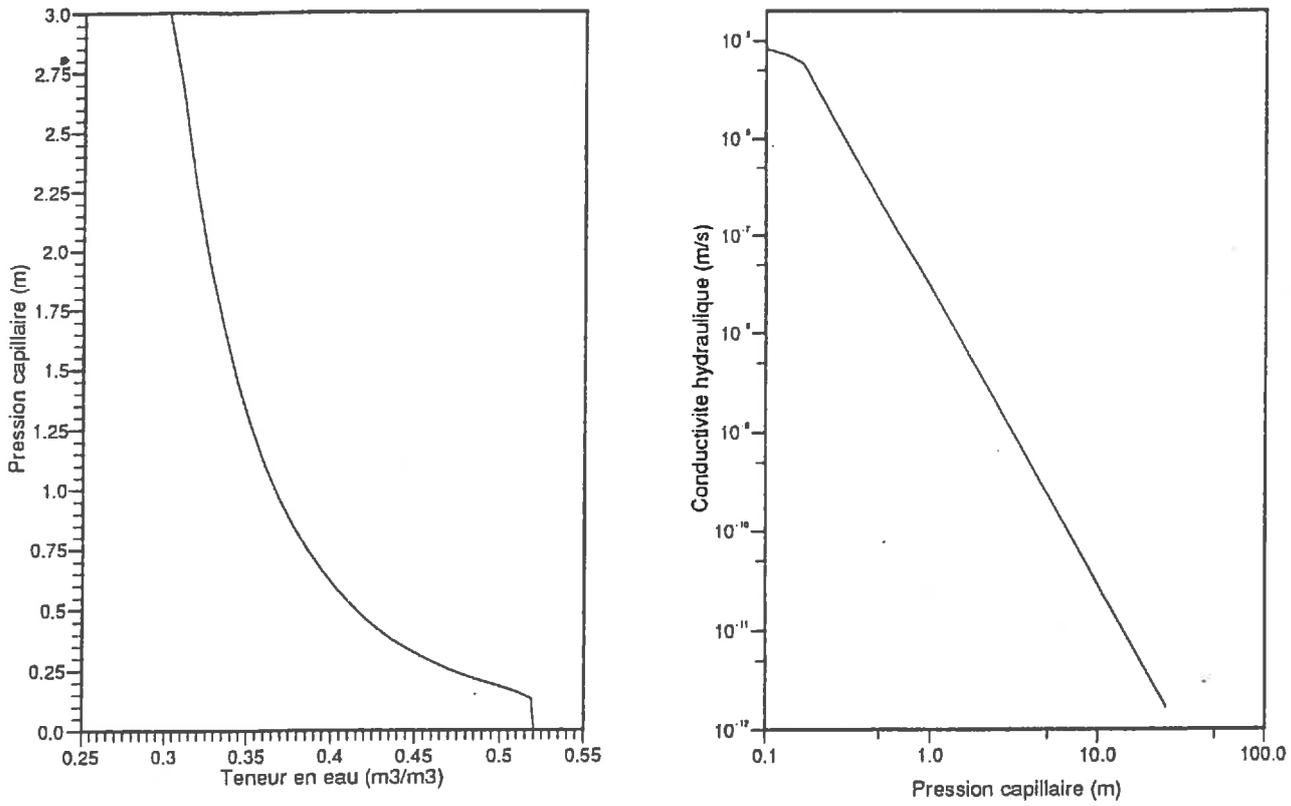


Fig. IV.7 Caractéristiques hydrodynamiques du sol utilisées dans les simulations A_0 , B_0 , A_1 , B_1 et C_1

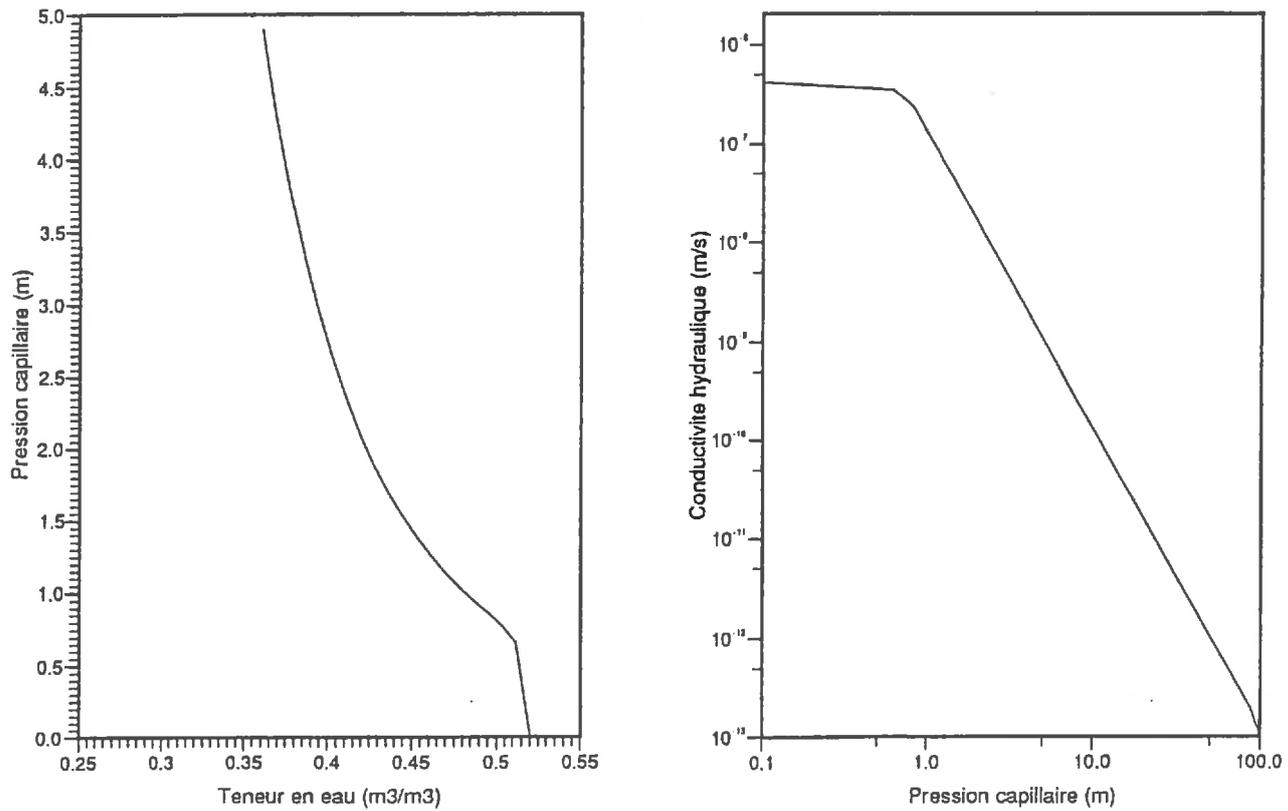


Fig. IV.8 Caractéristiques hydrodynamiques du sol utilisées dans les simulations A_2 , B_2 et C_2

Cas traité	Dénomination de la simulation	$K_{s,ref}$ (m/s)	Pression effective initiale à la surface du sol	Portée (m)	$\sigma_{Log \alpha}$
Sans ruissellement	A ₀	8,33 .10 ⁻⁶	-0,50	-	0,5
	B ₀	8,33 .10 ⁻⁶	-0,50	-	1,0
Mécanisme de Dunne	A ₁	8,33 .10 ⁻⁶	-0,90	00	0,5
	B ₁	8,33 .10 ⁻⁶	-0,90	15	0,5
	C ₁	8,33 .10 ⁻⁶	-0,90	30	0,5
	R ₁	6,48 .10 ⁻⁶	-0,90	-	-
Mécanisme d'Horton	A ₂	4,16 .10 ⁻⁷	-3,0	00	0,5
	B ₂	4,16 .10 ⁻⁷	-3,0	15	0,5
	C ₂	4,16 .10 ⁻⁷	-3,0	30	0,5
	R ₂	3,24 .10 ⁻⁷	-3,0	-	-

Tableau IV.3 Différents cas considérés dans l'étude de la variabilité spatiale des propriétés du sol.

L'état initial correspond à un équilibre hydrostatique sur chaque verticale avec une valeur de la pression effective en surface de -3m. Une période de 24 heures de drainage précède le début de la pluie. Cet instant correspond à $t = 0$ heure. La durée totale de chacune des vingt simulations est limitée à 72 heures. Comme dans le deuxième cas, quatre configurations différentes ont été considérées:

- distribution du facteur d'échelle totalement aléatoire sans aucune structure spatiale (série de simulations A₂);
- corrélation spatiale avec une portée de 15m (série de simulations B₂);
- corrélation spatiale avec une portée de 30m (série de simulations C₂);
- distribution déterministe homogène sur le versant (simulation R₂).

IV-C-4) Résultats et discussion

IV-C-4.1) SOL A FORTE CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE SANS PRODUCTION DE RUISSELLEMENT

Les figures (IV.9.a) et (IV.9.b) montrent le profil moyen de la teneur en eau pour les 400 colonnes de sol pour les cas A₀ et B₀ respectivement avec le fuseau d'un écart-type aux instants $t = 0h$ et $t = 4h$. Sur ces graphiques sont aussi reportés les profils obtenus pour le sol de référence ($\alpha = 1$).

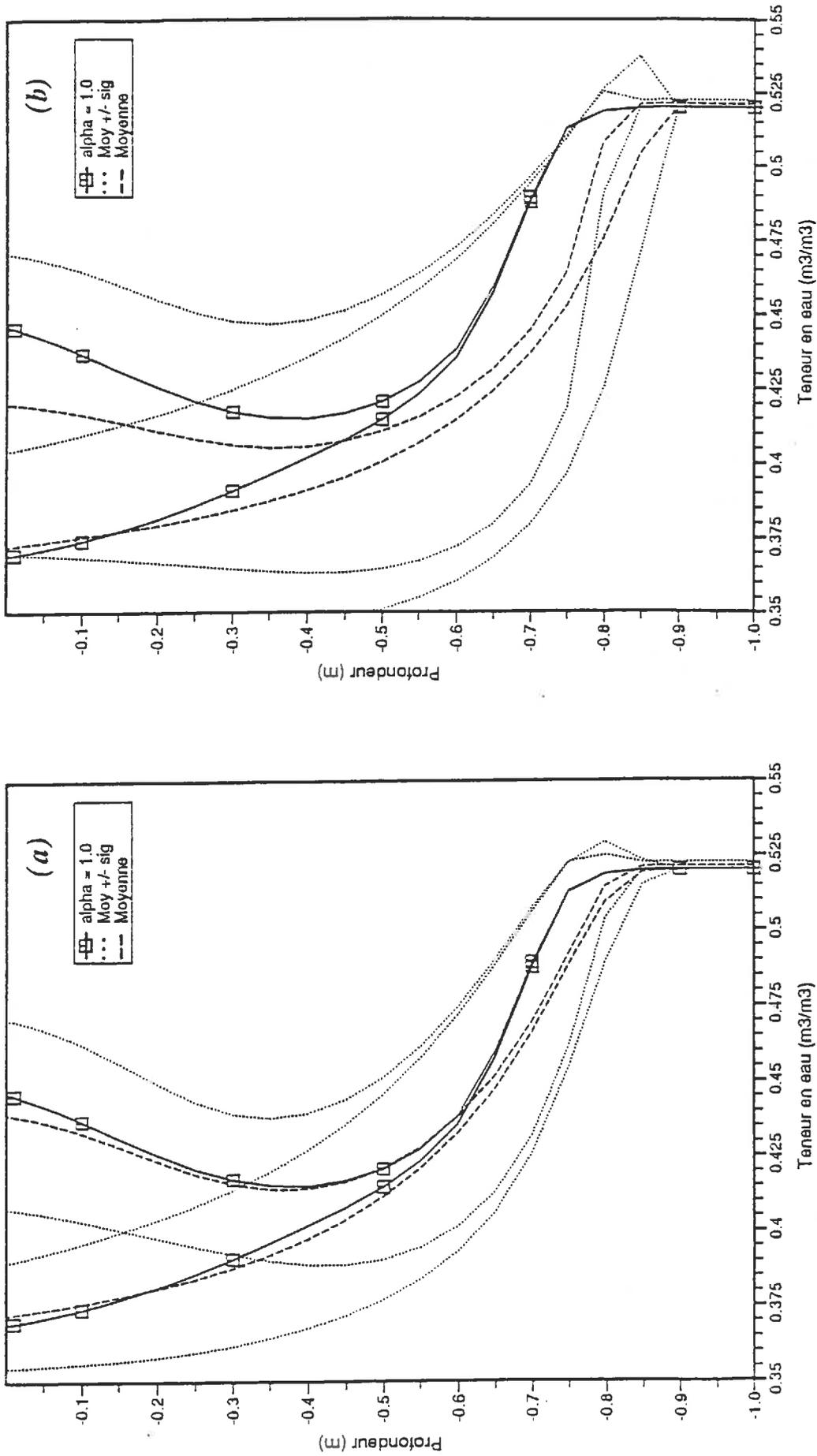


Fig. IV.9 Profil moyen de la teneur en eau dans le sol calculé à deux instants ($t=0h$ et $t=4h$) pour une simulation stochastique (a cas A_0 et b cas B_0) comparé au profil obtenu pour le sol de référence ($\alpha = 1$).

Pour le cas A_0 , le profil calculé pour le sol de référence coïncide avec le profil moyen dans la partie supérieure ($-0,6 \text{ m} < z < 0 \text{ m}$). Dans la partie inférieure ($z < -0,6 \text{ m}$), le profil donné par le sol de référence ne reproduit pas la forme du profil moyen mais tout de même reste dans l'intervalle \pm un écart-type.

Pour le cas B_0 , l'écart entre le profil moyen et celui calculé avec le sol de référence s'étale sur toute la profondeur aux instants $t = 0$ heure et $t = 4$ heures. Ce qui montre que le sol de référence n'est pas capable de reproduire le comportement moyen d'un sol hétérogène.

Pour essayer de déterminer un "sol équivalent", sol homogène sur la totalité du versant capable de reproduire le comportement moyen, nous avons fait le raisonnement suivant:

A l'équilibre hydrostatique, le sol équivalent doit retenir autant d'eau que le sol hétérogène, ce qui revient à dire que pour une pression effective donnée, la teneur en eau correspondante pour le sol équivalent est égale à la teneur en eau moyenne retenue par le sol hétérogène. La détermination de la courbe de rétention s'en suit. La figure (IV.10) schématise la détermination de la courbe de rétention du "sol équivalent".

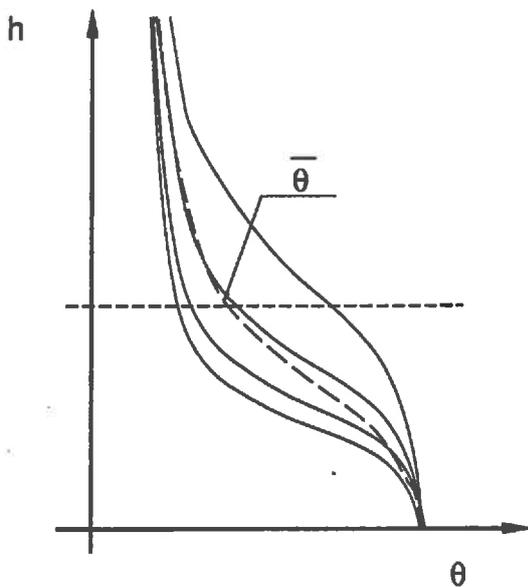


Fig. IV.10 Schématisation de la détermination de la courbe de rétention du "sol équivalent" (courbe tracée avec les tirets).

En ce qui concerne la fonction $K(\theta)$, elle est supposée s'exprimer par la fonction d'Averjanov [1950] (c.f. eq. IV.14). Or les paramètres qui y interviennent sont: θ_s , θ_r (teneurs en eau à saturation et résiduelle respectivement), n (coefficient empirique) et K_s (conductivité à saturation). Les deux premiers paramètres sont conservés du fait qu'ils sont considérés constants sur tout le versant. Reste à estimer les valeurs de K_s et n . Binley et al [1989] présentent une étude bibliographique intéressante faisant la synthèse des études concernant l'estimation de la conductivité hydraulique à saturation du milieu équivalent, le tableau (IV.4) extrait de leur étude, complété et remis à jour, résume les résultats trouvés jusqu'à présent par les différents auteurs.

De cette synthèse, pour le cas unidimensionnel non-permanent non-saturée, la définition de la conductivité effective n'est pas claire. Cependant pour le "milieu équivalent" la valeur de la moyenne géométrique K_G sera adoptée comme la conductivité hydraulique à saturation. Le calcul de la moyenne géométrique est rappelé dans l'Annexe A6. Une fois la valeur de conductivité à saturation du "milieu équivalent", notée $K_{s,eq}$ déterminée (valeur fournie dans le tableau IV.3 relative aux cas R_1 et R_2), celle du coefficient n est obtenue par calage:

Auteurs	Type de l'écoulement	Conductivité hydraulique effective, K_{eff}
Cardwell et Parson [1945]	2-D permanent saturé	$K_{eff} \cong K_G$
Warren et Prince [1961]	3-D permanent saturé (faible variabilité)	$K_{eff} \cong K_G$
Gutjhar et al [1978]	2-D permanent saturé	$K_{eff} = K_G$
	3-D permanent saturé	$K_{eff} \geq K_G$
Dagan [1979]	2-D permanent saturé	$K_{eff} = K_G$
	3-D permanent saturé	$K_{eff} \geq K_G$
Smith et Freeze [1979]	2-D uniforme permanent saturé	$K_{eff} = K_G$
Smith et Hebbert [1979]	1-D permanent non-saturé	$K_{eff} = K_G$
Yeh et al [1985]	3-D permanent non-saturé	$K_{eff} \geq K_G$
Freeze [1975]	1-D non-permanent saturé	non défini
Russo et Bresler [1981]	1-D non-permanent non-saturé	non défini
Bresler et Dagan [1983]	1-D non-permanent non-saturé	non défini
Boulier [1985]	1-D non-permanent non-saturé	non défini
El-Kadi [1987]	1-D non-permanent non-saturé	$K_{eff} = K_G$
Ünlü et al [1990]	1-D non-permanent non-saturé	$K_{eff} = K_G$
El-Kadi et Brustaert [1985]	2-D non-permanent saturé (longues périodes)	$K_{eff} = K_G$
Dagan [1982]	3-D non-permanent saturé (longues périodes)	$K_{eff} \geq K_G$

Tableau IV.4 Synthèse des résultats des études concernant la détermination de la conductivité hydraulique à saturation d'un milieu équivalent. (D'après Binley et al [1989], complété et remis à jour).

Les figures (IV.11.a) et (IV.11.b) montrent les profils hydriques aux instants $t = 0h$, $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 4h$ et $t = 6h$ pour les cas A_0 et B_0 comparés à ceux obtenus avec le meilleur calage du coefficient n du "milieu équivalent". La valeur de n pour le cas A_0 est 8,5 et pour B_0 , $n = 7,2$.

Dans le cas A_0 , la qualité du calage est exceptionnelle, le milieu équivalent reproduit très bien le comportement moyen du sol hétérogène. Par contre dans le cas de forte variabilité (cas B_0), l'accord entre le profil prédit en utilisant le concept du "milieu équivalent" n'est pas satisfaisant. Notons que dans la procédure de calage visuel, nous avons essayé de reproduire l'évolution de la teneur en eau en surface du fait que c'est le facteur qui détermine le temps de submersion.

A ce stade de l'étude, la seule conclusion à tirer, est que pour une forte variabilité la méthode présentée ci-dessus n'est pas capable de prédire les caractéristiques du "milieu équivalent". Mais pour la faible variabilité ($\sigma_{\text{Log } \alpha} = 0,5$) il reste à vérifier si pour d'autres conditions initiales et aux limites ce "milieu équivalent" conserve sa validité. La réponse est apportée dans la suite de ce chapitre.

Après l'étude du comportement moyen, un point intéressant reste à examiner, c'est l'étude de la distribution de la teneur en eau en surface.

Les figures (IV.12.a) à (IV.12.d) montrent la densité de probabilité et la probabilité cumulée de la distribution de la teneur en eau en surface pour les cas A_0 et B_0 . Au temps $t = 0$ h (après la période de drainage), l'allure de la distribution de la teneur en eau en surface ressemble nettement à une distribution log-normale. Dès le début de la pluie ($t = 1$ h), la distribution tend à devenir symétrique et ressemble à une distribution normale. Cette distribution est tronquée à la valeur $\theta = \theta_s$ ($0,52 \text{ m}^3/\text{m}^3$), indiquant la présence de quelques mailles saturées en surface ($t = 6$ h), ce qui correspond au flaquage ou au début de ruissellement.

Ces résultats sont différents de ceux obtenus par Boulier [1985] qui observe une distribution normale surtout après la période de drainage. En fait ceci est probablement dû au type de la condition à la limite inférieure du modèle utilisé. Dans le cas présent, cette condition est imposée par le niveau de la nappe situé initialement à une distance de $-0,90$ m de la surface du sol, contrairement au cas traité par Boulier qui considère une condition de drainage gravitaire ($\frac{\partial h}{\partial z} = 0$).

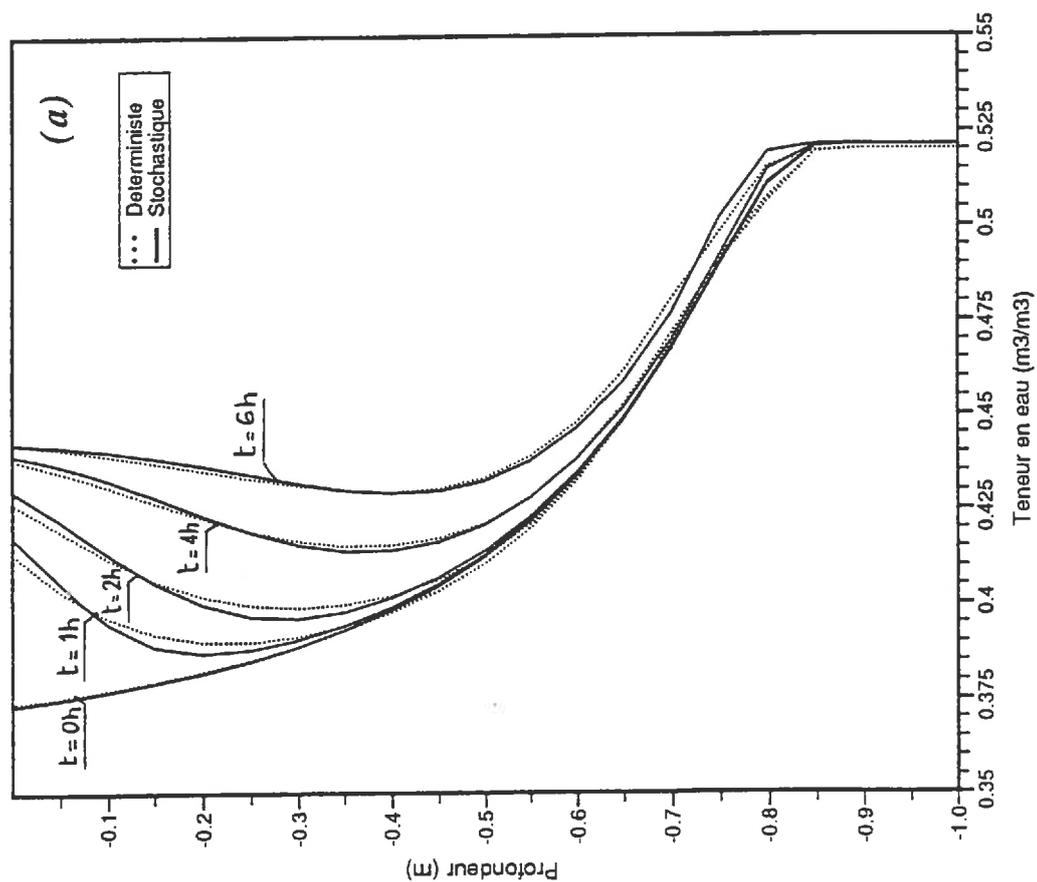
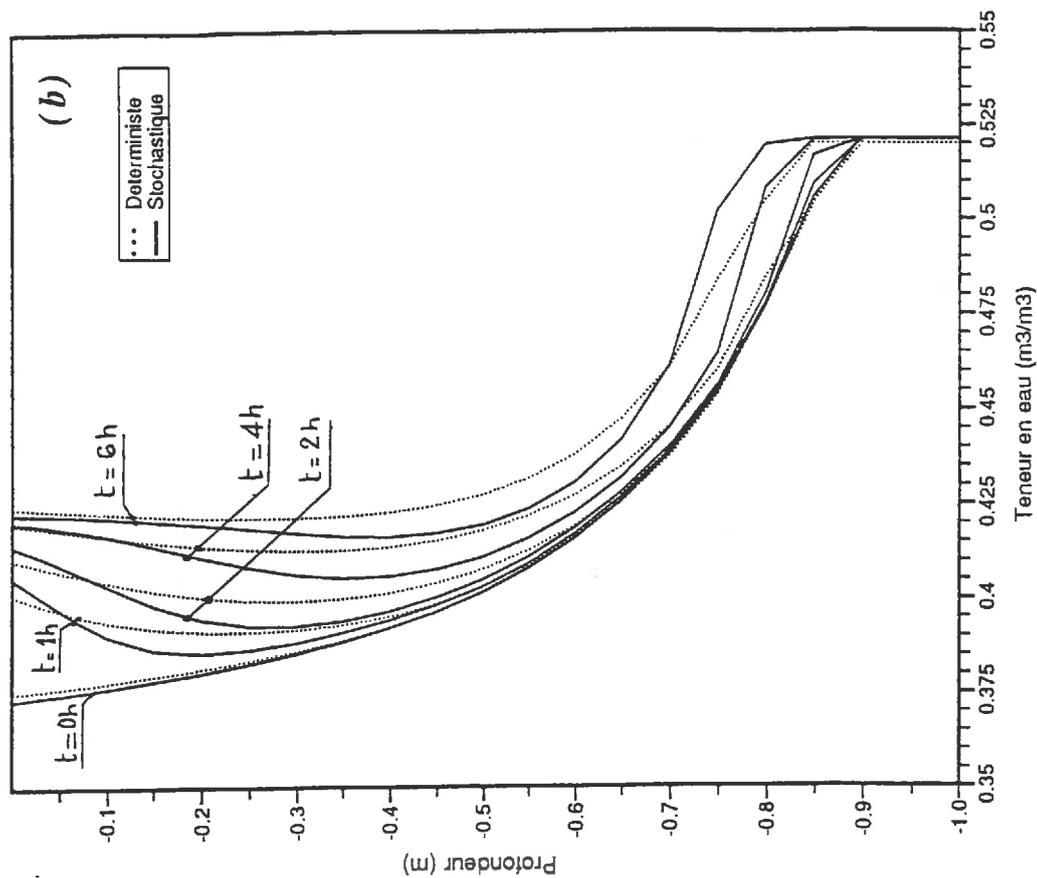


Fig. IV.11 Comparaison du profil moyen de la teneur en eau dans le sol hétérogène (a cas A_0 et b cas B_0) à différents instants au profil obtenu avec un sol homogène dit "sol équivalent".

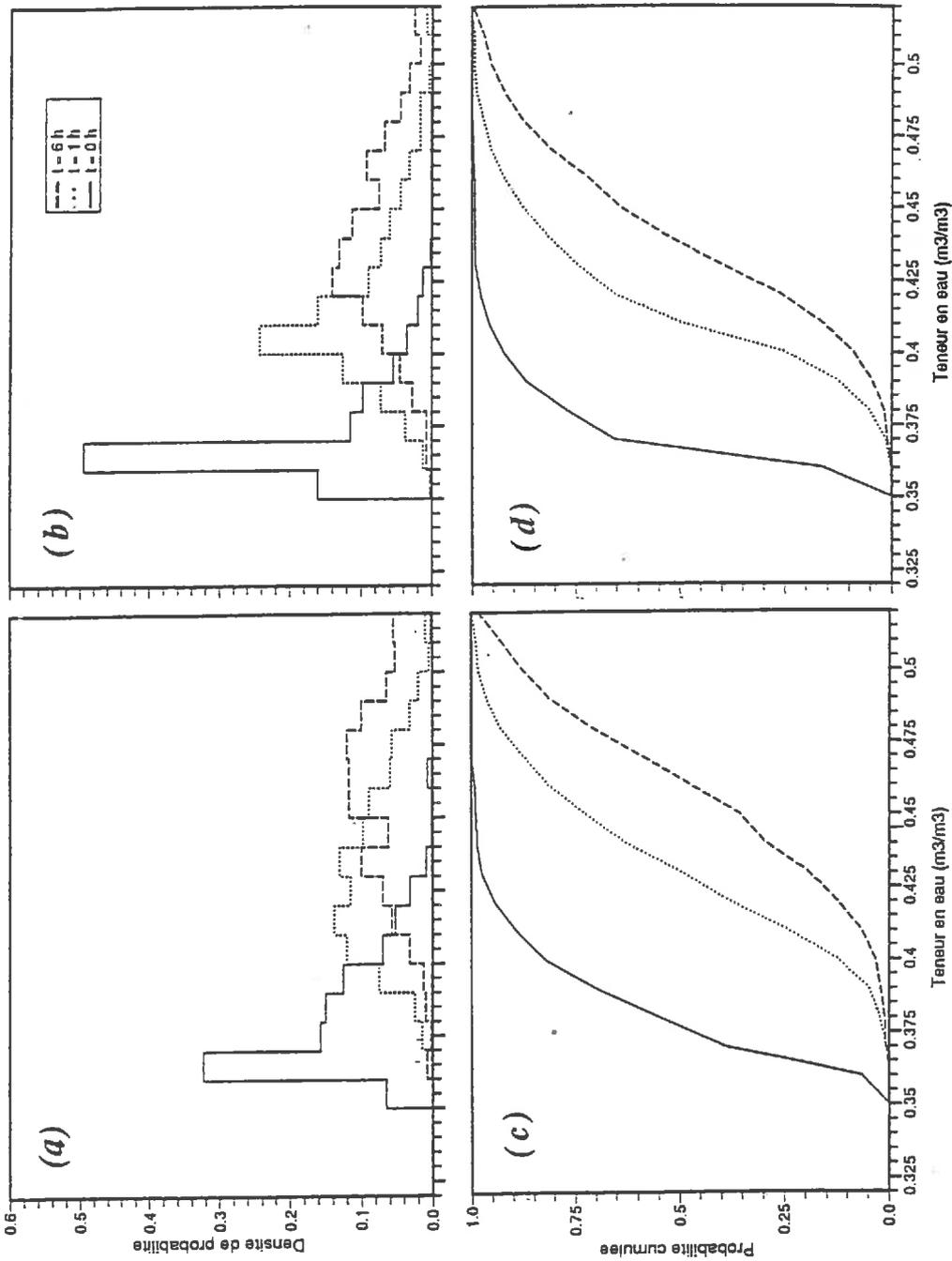


Fig. IV.12 Evolution de la probabilité de distribution de la teneur en eau à la surface du sol en fonction du temps dans les cas A_0 (fig. a et c) et B_0 (fig. b et d).

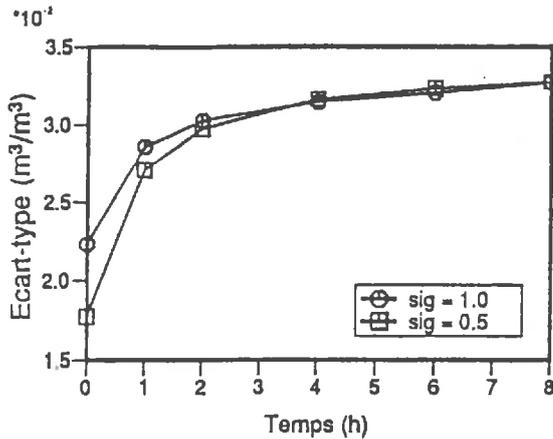


Fig. IV.13 Evolution de l'écart-type de la teneur en eau à la surface du sol en fonction du temps pour les deux cas de figures A_0 et B_0 définis par une écart-type du facteur d'échelle de 0,5 et 1 respectivement.

La figure (IV.13) présente l'évolution de l'écart-type de la teneur en eau en surface à différents instants, pour les cas A_0 et B_0 . Juste avant le début de la pluie ($t = 0h$) la différence est importante, mais une fois que la pluie commence, cette différence s'estompe et même on remarque que l'écart-type relatif au cas B_0 devient inférieur à celui de A_0 . Ce phénomène s'explique facilement par le fait que pour le sol à forte variabilité, certaines zones ont atteint la saturation limitant ainsi l'intervalle de variation de la teneur en eau par la valeur de θ_s . De même il faut noter que la valeur de l'écart-type tend à se stabiliser en surface car le régime permanent est pratiquement atteint. Rappelons que le régime permanent dans le cas d'une intensité de pluie plus faible que la conductivité hydraulique à saturation correspond à un profil de la teneur en eau constant au voisinage de la surface du sol, et la résolution de l'équation de Richards implique l'égalité $K(\theta_{sur}) = P$, où P est l'intensité de la pluie et θ_{sur} la teneur en eau en surface.

IV-C-4.2) SOL A FORTE CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE:

RUISSELLEMENT SELON LE MECANISME DE DUNNE.

La première étape dans cette partie consiste à vérifier si le "sol équivalent" défini dans le cas précédent (cas A_0) est capable de reproduire le comportement du sol hétérogène pour des conditions différentes définies pour les cas A_1 , B_1 et C_1 . Rappelons que pour ces cas on utilise le même sol que pour le cas A_0 mais avec un niveau initial de la nappe à 0,5 m sous la surface du sol et une intensité de pluie de 5 mm/h ($1,38 \cdot 10^{-6}$ m/s)

La figure (IV.14) montre les profils de la teneur en eau aux instants $t = 0h$, $t = 1h$, $t = 2h$, $t = 4h$ et $t = 6h$, pour les cas A_1 et le cas R_1 . Ce dernier cas correspond à un versant de sol homogène dont les caractéristiques hydrodynamiques sont celles du "milieu équivalent" défini dans le cas A_0 . La correspondance cette fois n'est pas aussi bonne que pour le cas A_0 . Le profil de la teneur en eau obtenu par calcul stochastique est plus étalé en profondeur. Cette diffusion est due à la présence de zones de sol à texture grossière qui ne retiennent pas l'eau ce qui fait qu'en moyenne le niveau où le sol est totalement saturé est plus bas dans le cas stochastique que dans le cas déterministe. De même, en surface le même raisonnement peut être appliqué, mais le sol à texture fine entre en jeu pour retenir l'eau et augmenter la teneur en eau moyenne en surface.

Pour étudier l'effet de la structure de la variabilité spatiale de la teneur en eau à la surface du sol, la probabilité cumulée de la distribution de la teneur en eau à différents instants a été reportée dans la figure (IV.15) et ceci pour les trois séries de simulations A_1 , B_1 et C_1 respectivement. Il apparaît sur cette figure qu'au début de l'évènement pluvieux ($t = 1h$) la structure spatiale ne manifeste aucune influence significative sur la probabilité de distribution de la teneur en eau en surface, mais au cours du temps et surtout quand apparaît le ruissellement la structure spatiale du sol intervient dans la redistribution de l'eau en surface. Pour confirmer ce résultat, le test du χ^2 (chi-deux) a été employé pour comparer les trois distributions de la teneur en eau à la surface du sol à différents instants. Les résultats sont donnés dans le tableau (IV.5). La largeur des intervalles définissant l'histogramme sur lesquels a été appliqué le test est fixée à $0,01 (m^3/m^3)$, le nombre d'intervalles est donné dans le tableau. Le seuil d'admission est fixé à 90%.

Ce test met en évidence que le comportement des cas B_1 et C_1 est très proche au cours du temps, par contre celui de A_1 comparé à B_1 et à C_1 diffère à partir du temps $t = 5h$ pour B_1 et $t = 6h$ pour C_1 , moment où débute le ruissellement.

La figure (IV.16) montre les hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal. On distingue nettement l'effet de la structure de la distribution des propriétés du sol. En effet, la probabilité d'avoir des zones saturées en surface et qui soient juxtaposées augmente avec la portée du variogramme. Par conséquent, l'excès de l'apport de la pluie par rapport à l'infiltration qui participe au ruissellement a plus de chance d'atteindre la zone de l'écoulement concentré (le canal) sans s'infiltrer dans des zones qui n'ont pas encore atteint la saturation en surface. Par contre dans le cas où la distribution des propriétés du sol n'admet

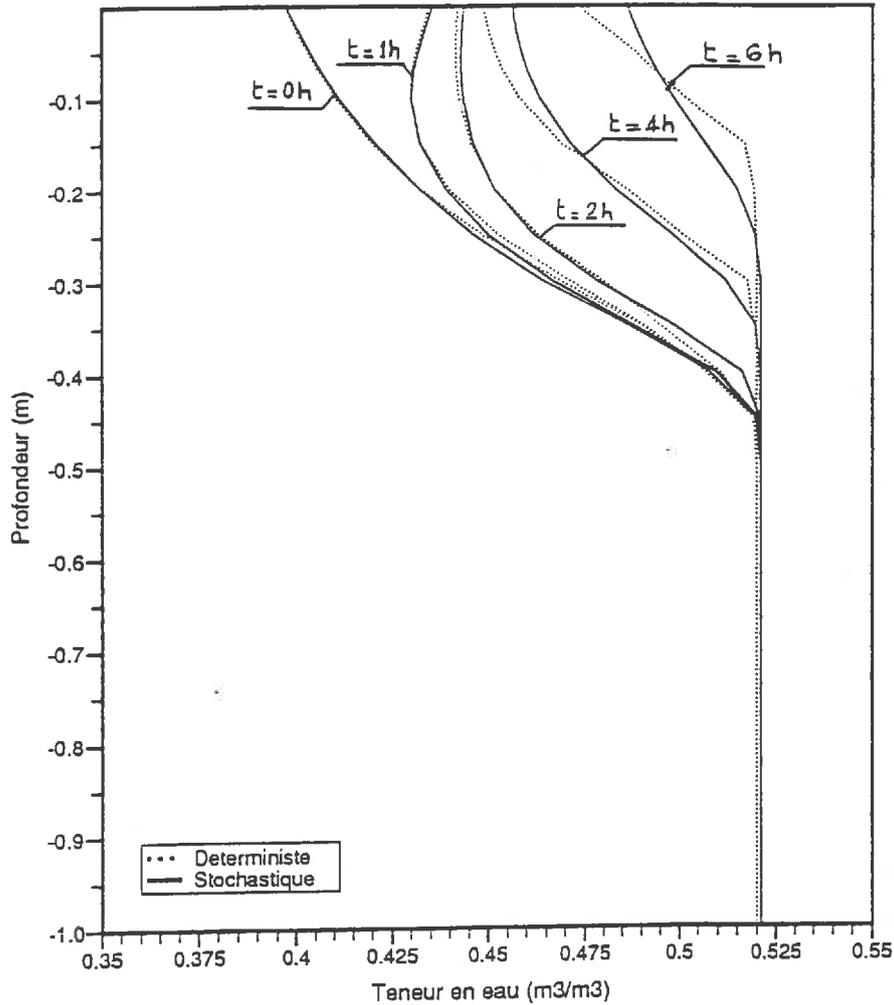


Fig. IV.14 Comparaison des profils de la teneur en eau calculé pour le cas A_1 et le cas R_1 aux instants $t = 0h, t = 1h, t = 2h = 4h$ et $t = 6h$.

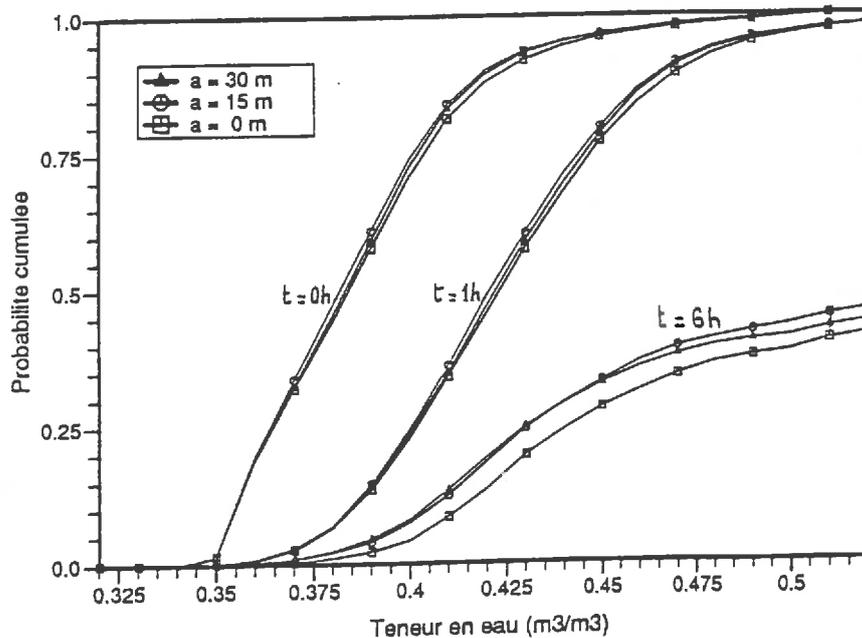


Fig. IV.15 Evolution de la répartition de la teneur à la surface du sol calculée à partir des familles de simulations A_1, B_1 et C_1 aux instants $t = 0h, t = 1h$ et $t = 6h$.

Temps (h)	Sans structure spatiale (A ₁)/ Portée 30 m (C ₁)			Sans structure spatiale (A ₁)/ Portée 15 m (B ₁)			Portée 15 m (B ₁)/ Portée 30 m (C ₁)		
	$\sum u_i^2$	n	χ^2	$\sum u_i^2$	n	χ^2	$\sum u_i^2$	n	χ^2
0	2,33	17	9,31	3,39	17	9,31	1,59	17	9,31
1	2,29	17	9,31	3,77	17	9,31	1,03	17	9,31
2	1,10	17	9,31	3,34	17	9,31	1,92	17	9,31
3	2,40	17	9,31	2,97	17	9,31	2,22	17	9,31
4	4,96	17	9,31	4,09	17	9,31	3,82	17	9,31
5	10,28	17	9,31	6,48	17	9,31	3,22	17	9,31
6	22,38	17	9,31	17,92	17	9,31	3,38	17	9,31
7	61,96	15	7,79	38,27	15	7,79	4,53	17	7,79
8	62,43	12	5,58	32,09	12	5,58	4,25	16	8,55

Tableau IV.5 Test du χ^2 appliqué à la distribution de la teneur en eau en surface pour les cas A₁, B₁ et C₁ croisés deux à deux. χ^2 désigne la valeur théorique tirées des tables d'Abramowitz et Stegun [1964] pour un seuil 90% et $\sum u_i^2$ la valeur calculée à partir des histogrammes expérimentaux, n désigne le nombre d'intervalles.

aucune structure spatiale, les zones saturées en surfaces et celles qui ne le sont pas sont enchevêtrées et l'excès d'eau provenant de l'amont a de fortes chances de rencontrer une zone qui n'est pas encore saturée en surface et de s'y infiltrer. Ceci est confirmé par l'observation de la distribution des temps de submersion présentée (figure IV.17) où l'on constate que plus la portée du variogramme est grande et plus la surface saturée du versant à un instant donné est faible. Les figures (IV.18.a) et (IV.18.b) montrent la distribution spatiale de l'épaisseur de la lame d'eau sur le versant à différents instants et ceci pour deux réalisations différentes l'une appartenant à la série A₁ et l'autre à la série C₁. On voit clairement dans le premier cas, à t = 3h et t = 4h, que les mailles saturées en surface sont aléatoirement éparpillées sur la surface du versant. Par contre dans le deuxième cas les mailles saturées sont connectées entre elles constituant ainsi des chemins sur lesquels le ruissellement atteint le canal sans rencontrer de zones non saturées en surface.

Par ailleurs, l'hydrogramme de ruissellement produit par le versant avec le "sol équivalent" a été reporté sur la figure (IV.16). On constate une remontée rapide du débit due à la saturation instantanée sur tout le versant. Le débit maximal est plus important que dans les cas de sol hétérogène (cas A₁, B₁ et C₁). La réponse du versant avec le sol homogène est nettement différente de celle d'un sol hétérogène ce qui met en cause la validité du concept de "sol équivalent".

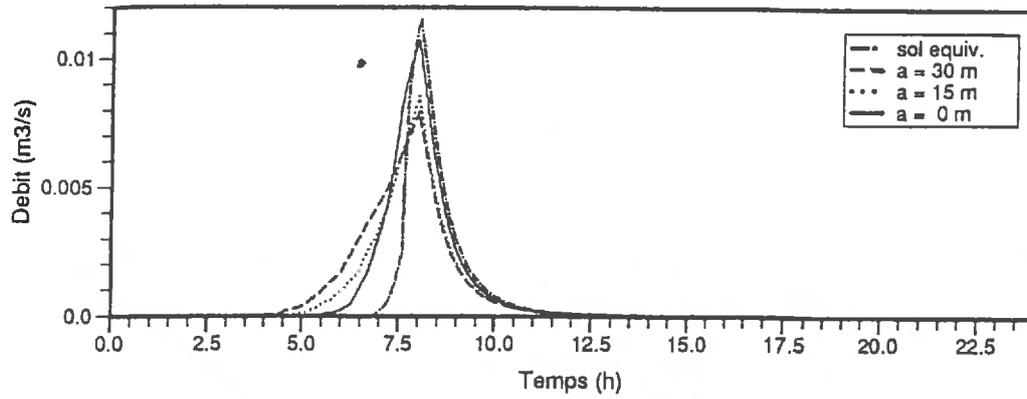


Fig. IV.16 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_1 , B_1 et C_1 stochastiques et celle du versant avec le "sol équivalent".

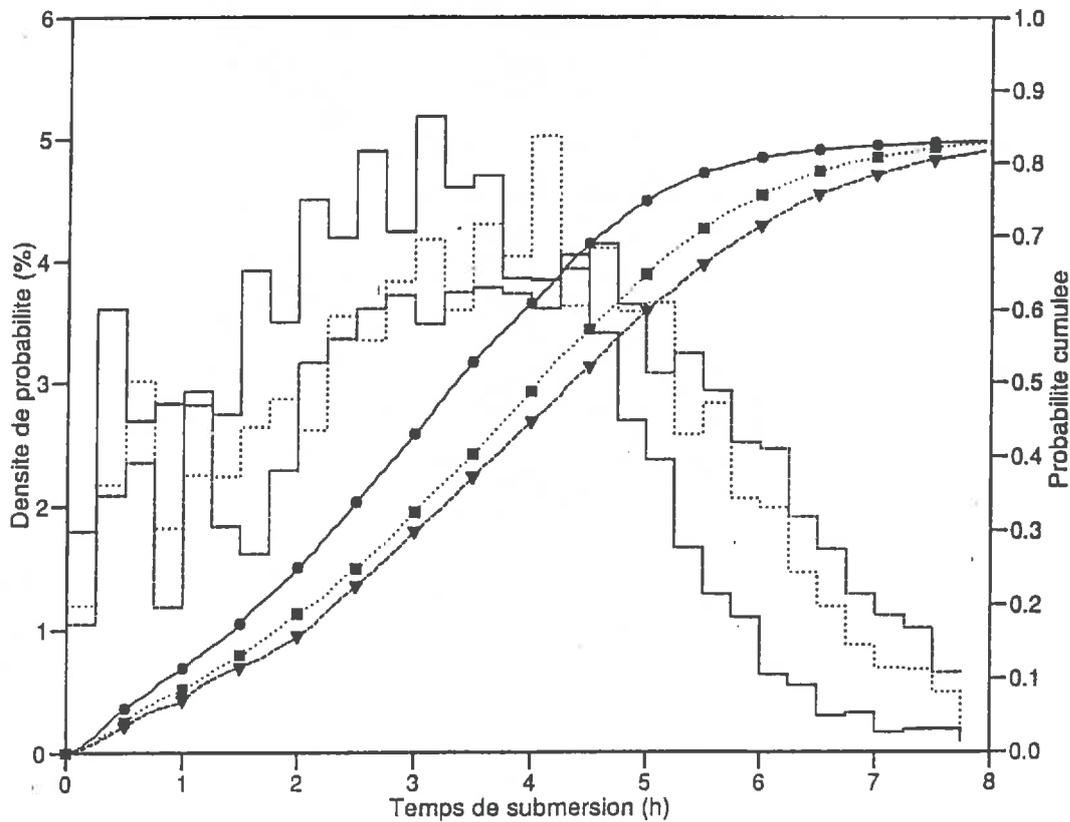


Fig. IV.17 Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_1 (trait continu), B_1 (pointillé) et C_1 (tirets).

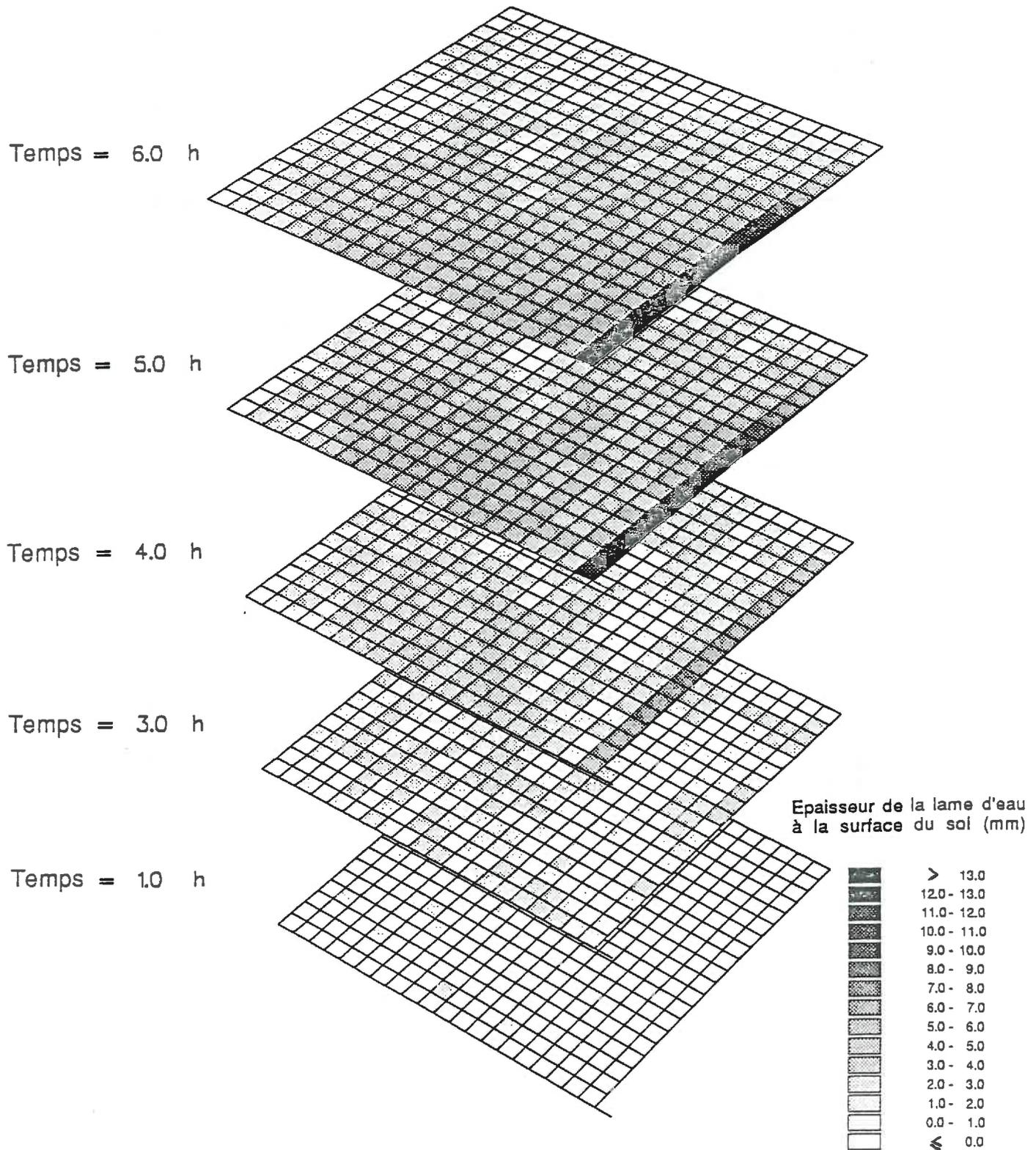


Fig. IV.18.a Evolution en fonction du temps de la répartition de la lame d'eau à la surface du sol. (cas A₁).

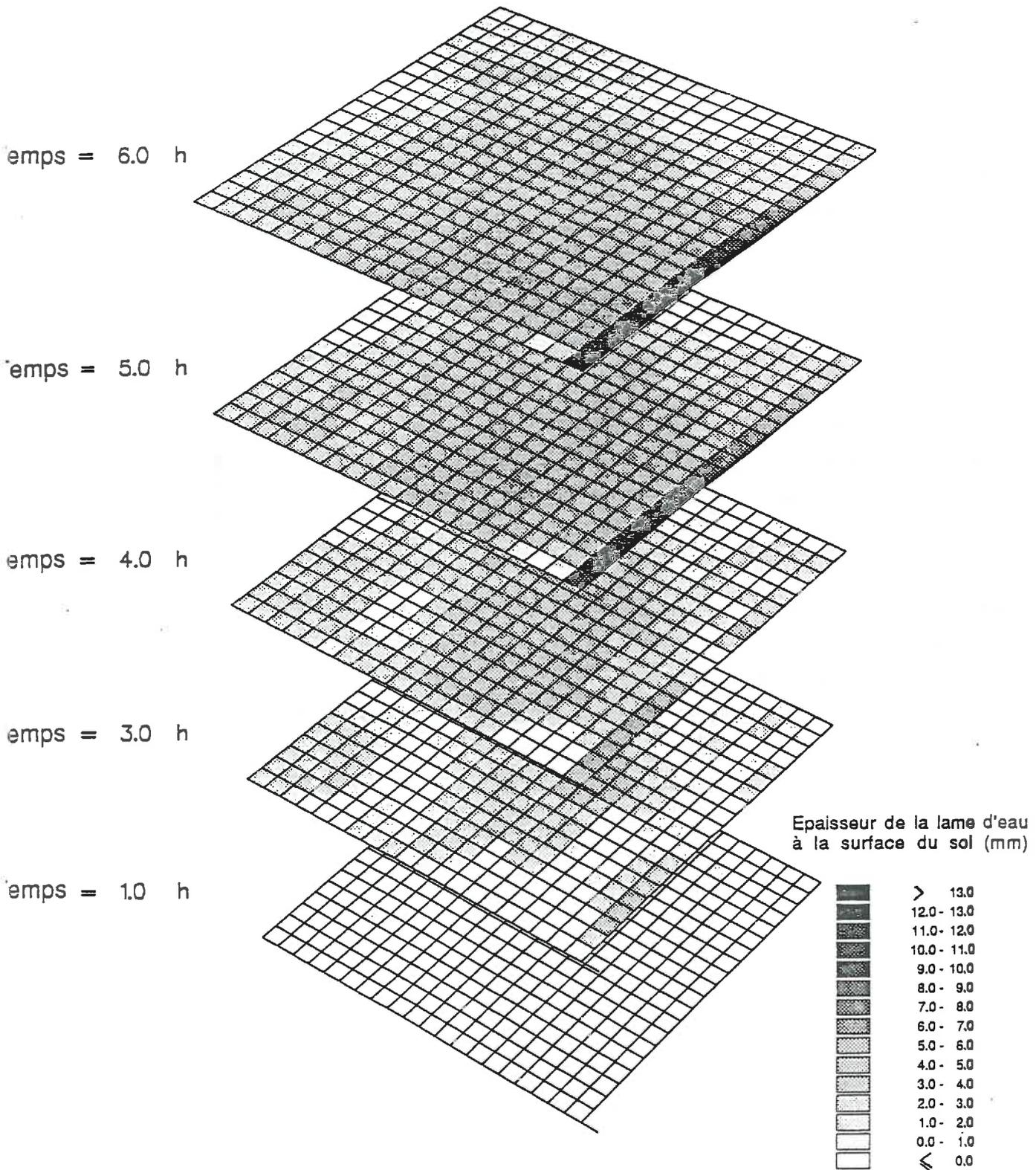


Fig. IV.18.b Evolution en fonction du temps de la répartition de la lame d'eau à la surface du sol. (cas C₁).

Le tableau (IV.6) présente les moyennes des volumes totaux ruisselés et infiltrés et les débits maximaux de ruissellement (moyennés sur les 20 réalisations) relatifs aux cas A₁, B₁ et C₁ avec les valeurs des écarts-types et des coefficients de variation respectifs. L'examen de ces tableaux montre que le volume total infiltré est pratiquement indépendant de la structure spatiale de la distribution des propriétés du sol. En effet, dans le cas du mécanisme de Dunne, le volume d'eau infiltré est déterminé par le déficit en eau sur le versant au début de la pluie. D'autre part, le débit maximal moyen de ruissellement diminue quand la portée augmente. Cela provient du fait que dans le cas où la portée est grande le ruissellement commence plus tôt, mais certaines zones ne sont pas encore saturées et elles jouent le rôle de tampon quand le débit augmente. De plus l'examen du tableau (IV.6) révèle que la valeur des écart-types estimés augmente significativement avec la portée du variogramme, ce qui est normal car plus la portée est grande et plus le nombre d'éléments équivalents indépendants dans l'échantillon est faible, ceci est expliqué dans l'Annexe A5. Les figures (IV.19.a) à (IV.19.f) montrent les hydrogrammes de ruissellement et les débits d'infiltration avec les fuseaux d'un écart-type pour les trois configurations A₁, B₁ et C₁. On notera que le volume d'eau infiltré n'est autre que le complément du volume d'eau ruisselé par rapport au volume total de l'apport de la pluie et pour cela on retrouve les mêmes valeurs des écarts-types relatifs à ces volumes. Par conséquent, comme dans ce cas précis le volume d'eau infiltré est plus important que celui ruisselé le coefficient de variation calculé pour le volume d'eau ruisselé est plus grand que celui calculé pour le volume d'eau infiltré.

Cas étudié	Volume total ruisselé			Volume total infiltré			Débit maximal du ruissellement		
	μ (m ³)	σ (m ³)	CV (%)	μ (m ³)	σ (m ³)	CV (%)	μ (10 ⁻³ m ³ /s)	σ (10 ⁻³ m ³ /s)	CV (%)
A ₁	60,62	5,30	8,74	339,39	5,30	1,56	10,74	0,65	6,05
B ₁	58,64	10,64	18,06	341,36	10,64	3,11	8,57	1,68	19,67
C ₁	60,62	19,86	32,76	339,38	19,86	5,84	7,97	1,92	24,06

Tableau IV.6 Effets de la variabilité spatiale des caractéristiques du sol sur les volumes d'eau participant au ruissellement et à l'infiltration dans le cas du mécanisme de Dunne.

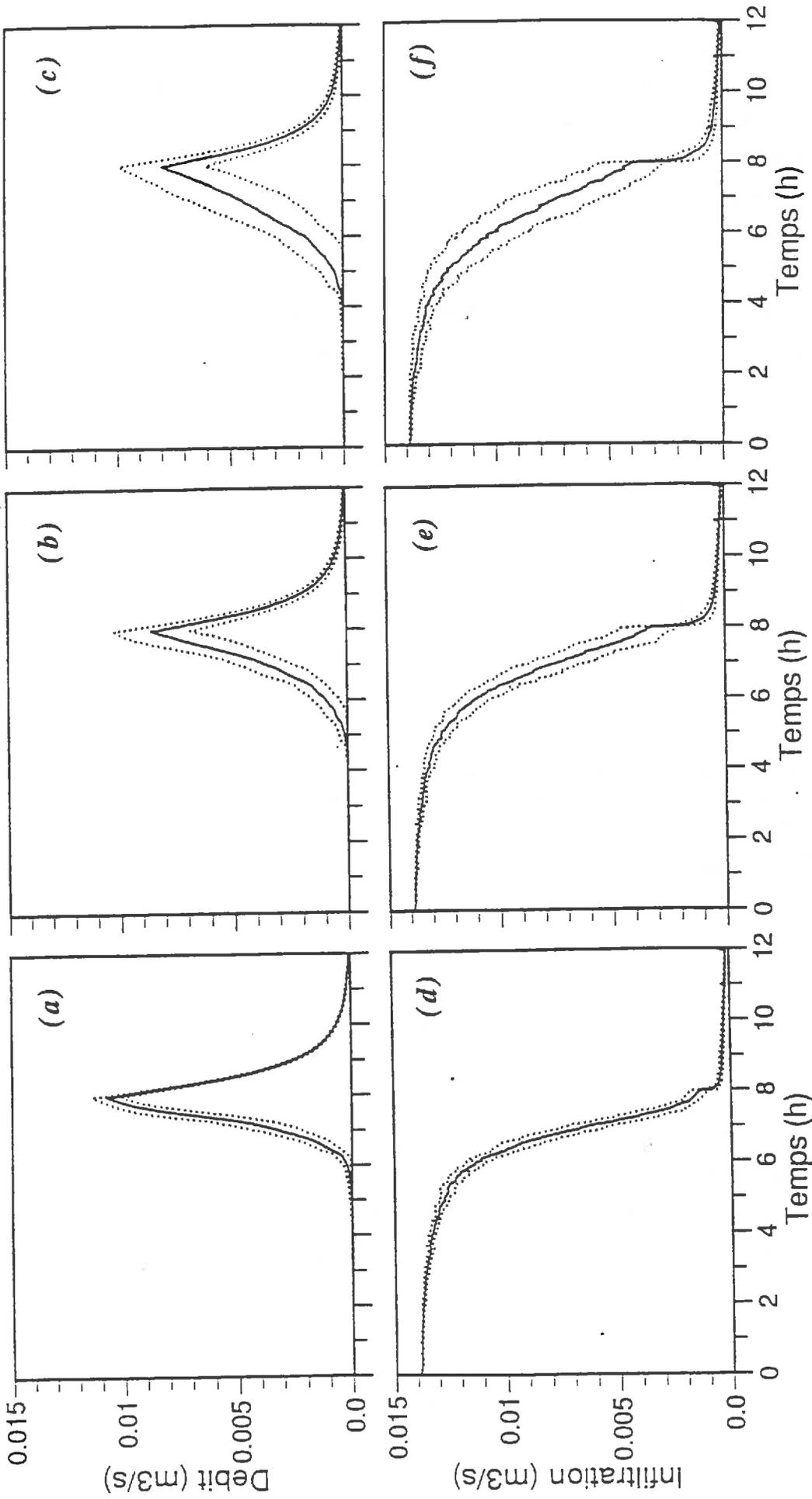


Fig. IV.19 Hydrogrammes de ruissellement à l'aval du versant (en haut) et infiltration sur la totalité du versant (en bas) calculés pour les cas de simulations A_1 (fig. a et d), B_1 (fig. b et e) et C_1 (fig. c et f). Les lignes continues représentent les valeurs moyennes et les lignes en pointillé, la valeur moyenne \pm un écart-type.

La figure (IV.20) est présentée à titre indicatif pour montrer le débit moyen drainé par la nappe dans le canal avec l'intervalle d'un écart-type autour de la moyenne, et ceci pour la série de simulations A_1 . Sur le même graphique est présenté le débit de drainage calculé avec le sol de référence ($\alpha = 1$). On observe qu'il y a une différence de l'ordre de 20% entre le débit maximum moyen généré par le versant hétérogène et celui du sol de référence homogène. Ceci peut s'interpréter facilement du fait que dans le sol hétérogène, les zones de forte perméabilité constituent des chemins d'écoulement privilégiés qui acheminent l'eau plus rapidement vers le canal et induisent une différence dans les temps de réponse et dans les débits maximaux de drainage estimés pour un sol homogène et un sol hétérogène.

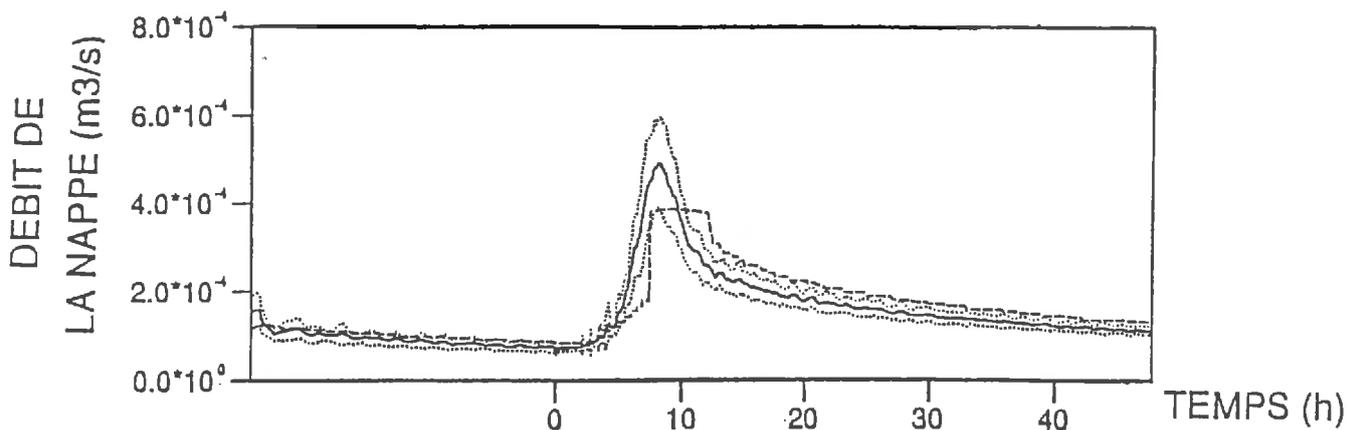


Fig. IV.20 Hydrogramme de drainage de la nappe dans le canal situé à l'aval du versant. Ces résultats correspondent à la série de simulations A_1 . Le trait continu représente le débit moyen, en pointillé, le débit moyen \pm un écart-type, et en tirets, le débit généré par le versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$).

IV-C-4.3) SOL A FAIBLE CONDUCTIVITE HYDRAULIQUE:

RUISSELLEMENT SELON LE MECANISME DE HORTON.

Dans le cas où l'intensité de la pluie est plus forte que la conductivité moyenne à saturation sur le versant, il faut s'attendre à un ruissellement suite à une saturation de la surface du sol indépendamment du niveau de la nappe, c'est le mécanisme de Horton. Dans ce cas, tant que le ruissellement n'est pas amorcé, les colonnes de sol se comportent indépendamment les unes des autres. L'examen du débit d'infiltration et de ruissellement calculés pour les cas A_2 , B_2 et C_2 (c.f. figures IV.21 et IV.22) confirme ce qui précède. En effet le débit d'infiltration est pratiquement le même pour les trois cas tant que le ruissellement n'est pas amorcé. Une fois le ruissellement initié, on remarque une différence dans les

débites d'infiltration qui se répercute en une différence dans les débits de ruissellement. Une troisième phase finale apparaît quand la quasi-totalité du versant est saturée en surface: ce n'est plus l'apport de l'eau à la surface du sol qui détermine le débit d'infiltration mais ce sont les propriétés du sol. Comme dans les trois cas on a la même distribution statistique (indépendamment de l'information spatiale) on retrouve le même débit d'infiltration et par suite le même débit de ruissellement.

La figure (IV.23) montre la distribution du temps de submersion. On retrouve ici un résultat qui ressemble à celui obtenu dans le cas du mécanisme de Dunne à savoir que la portée fait en sorte qu'elle tend à retarder la saturation du versant.

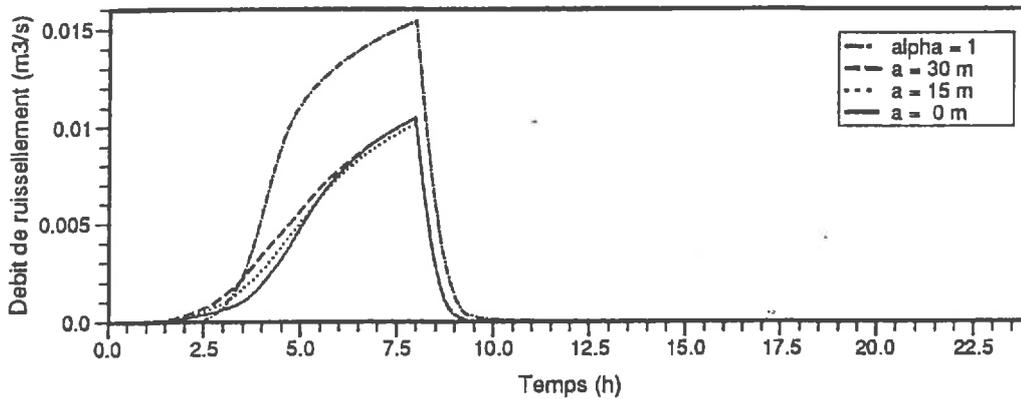


Fig. IV.21 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_2 , B_2 et C_2 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$).

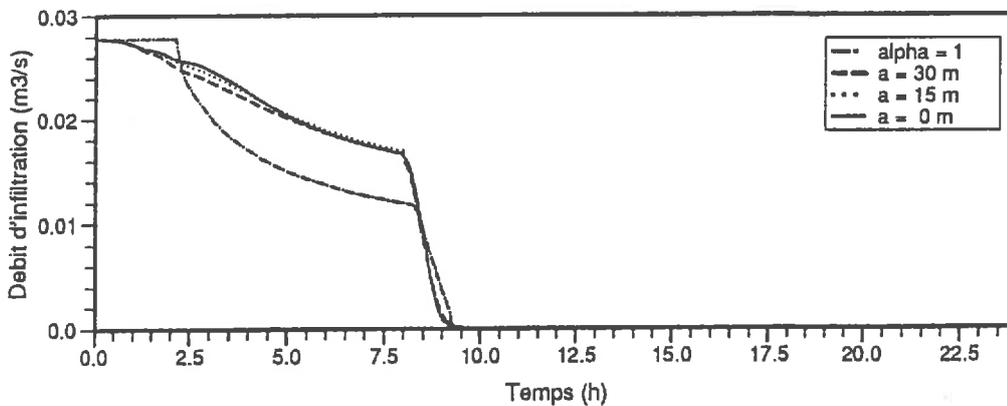


Fig. IV.22 Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_2 , B_2 et C_2 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$).

Revenons maintenant à la définition du "sol équivalent". Par définition ce sol devrait à la fois reproduire le débit d'infiltration et le débit de ruissellement. Or un sol homogène ne peut ruisseler que s'il est totalement saturé en surface, ce qui n'est pas le cas d'un sol hétérogène où la teneur moyenne en eau à la surface du sol peut être inférieure à la teneur à saturation du sol, mais certaines zones saturées constituent les zones de production de ruissellement. Par suite, une simple équation du type Richards (éq. I.9) ne peut pas décrire l'écoulement de l'eau dans un sol hétérogène.

Dans la littérature plusieurs tentatives ont été présentées pour déterminer un sol équivalent capable de reproduire le comportement moyen d'un sol hétérogène. Dans la plupart des cas, le critère était de retrouver un sol qui donne le même débit d'infiltration en régime stationnaire que le sol hétérogène sans se soucier du ruissellement.

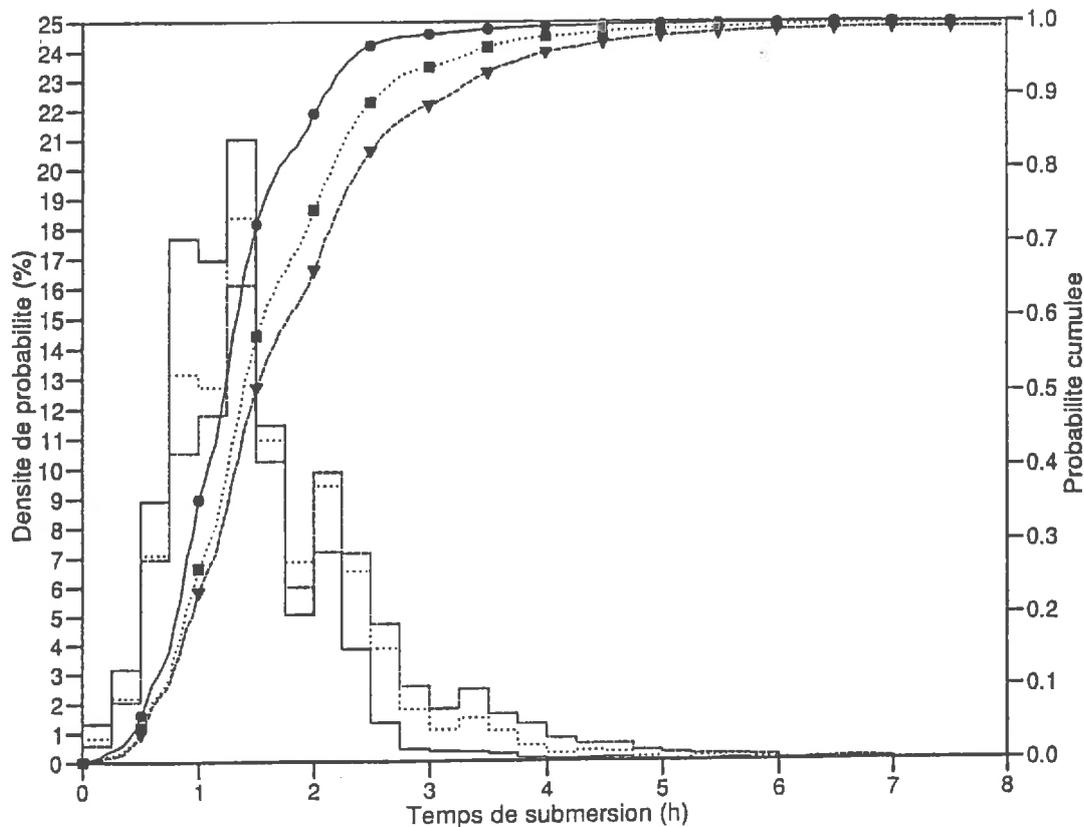


Fig. IV.23 Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_2 (trait continu), B_2 (pointillé) et C_2 (tirets).

Smith et Hebbert [1979] ont considéré seulement la variabilité de la fonction $K(\theta)$ sur le versant en admettant que K_s suit une distribution log-normale et ils ont négligé la variabilité de la courbe de rétention. La conductivité hydraulique à saturation du sol équivalent qu'ils ont obtenue est égale à la moyenne géométrique K_G .

Warrick et Amoozegar-Fard [1979] ont utilisé la méthode de mise en facteur d'échelle pour étudier les effets de la variabilité spatiale des propriétés du sol sur l'infiltration. Ils ont montré qu'il était possible de reproduire le flux d'infiltration moyen à long terme en utilisant un sol dont le facteur d'échelle est égal à l'unité. Mais dans leur étude, en essayant de reproduire les résultats expérimentaux de Nielsen et al [1973] ils ont imposé la valeur de la teneur en moyenne mesurée sur le terrain (valeur différente de la teneur en eau à saturation) sur toutes les colonnes de sol, puis pour reproduire le flux d'infiltration à l'aide d'une simulation déterministe, ils ont utilisé le sol de référence ($\alpha = 1$) et modifié la teneur en eau à la surface du sol de manière à reproduire le flux calculé pour la réalisation stochastique. La valeur de la teneur en eau en surface ainsi obtenue était différente de θ_s . Leur approche apparaît trop artificielle car on ne voit à quoi correspond en réalité une valeur de la teneur imposée à la surface d'un versant constitué d'un sol homogène.

Dans les figures (IV.21) et (IV.22) les débits d'infiltration et de ruissellement calculés à partir du sol de référence ($\alpha = 1$) homogène sur le versant ont été reportés. Une différence non négligeable peut être aperçue sur les graphiques montrant que le sol de référence est loin d'être le "sol équivalent".

Cas étudié	Volume total ruisselé			Volume total infiltré			Débit maximal de ruissellement		
	μ (m^3)	σ (m^3)	CV (%)	μ (m^3)	σ (m^3)	CV (%)	μ ($10^{-3}m^3/s$)	σ ($10^{-3}m^3/s$)	CV (%)
A ₂	119,79	10,42	8,70	680,20	10,42	1,53	10,50	0,55	5,26
B ₂	121,92	17,91	14,69	678,08	17,91	2,64	10,16	0,98	9,73
C ₂	132,28	30,77	23,26	667,71	30,77	4,61	10,46	1,54	14,73

Tableau IV.7 Effets de la variabilité spatiale sur les volumes d'eau participant au ruissellement et à l'infiltration dans le cas du mécanisme Hortonien.

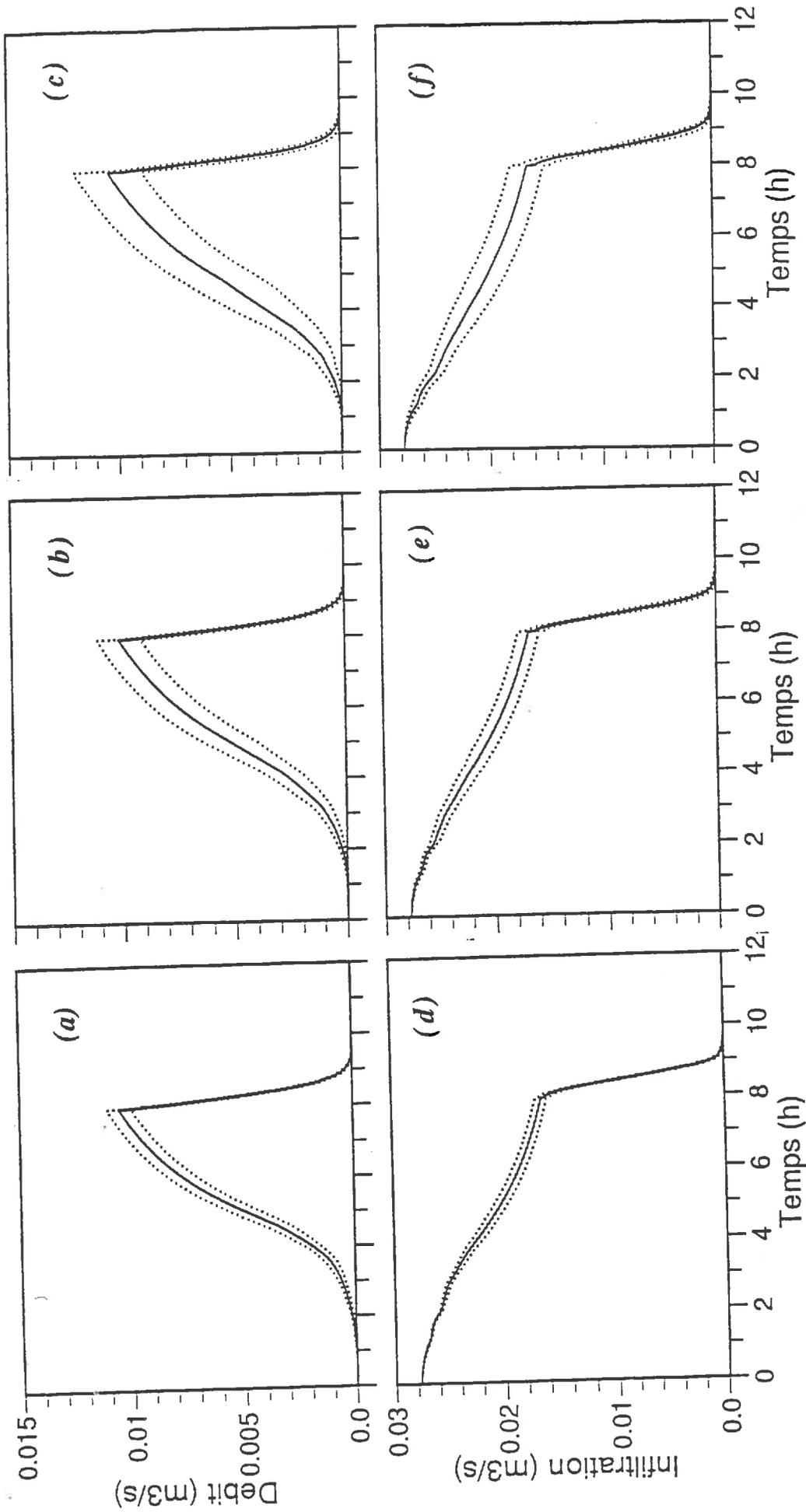


Fig. IV.24 Hydrogrammes de ruissellement à l'aval du versant (en haut) et infiltration sur la totalité du versant (en bas) calculés pour les cas de simulations A_2 (fig. a et d), B_2 (fig. b et e) et C_2 (fig. c et f). Les lignes continues représentent les valeurs moyennes et les lignes en pointillé, la valeur moyenne \pm un écart-type.

Le tableau (IV.7) montre les débits d'eau ruisselés et infiltrés calculés pour les cas A_2 , B_2 et C_2 avec les écart-types et les coefficients de variation. Les figures (IV.24.a) à (IV.24.f) montrent les hydrogrammes de ruissellement et les débits d'infiltration en fonction du temps avec le fuseau d'un écart-type autour de la moyenne. La même remarque que dans le cas du mécanisme de Dunne est à faire: l'augmentation des écart-types avec la portée du variogramme.

Dans la figure (IV.25) on représente encore une fois les débits de drainage de la nappe dans le canal, cette fois pour la série de simulations B_2 . La même remarque est à faire que pour le cas A_1 en ce qui concerne le retard du début du drainage et l'intensité du débit, à savoir que les zones de forte perméabilité sont responsables de décalage entre le débits calculé à pour un sol homogène et celui calculé pour un sol hétérogène.

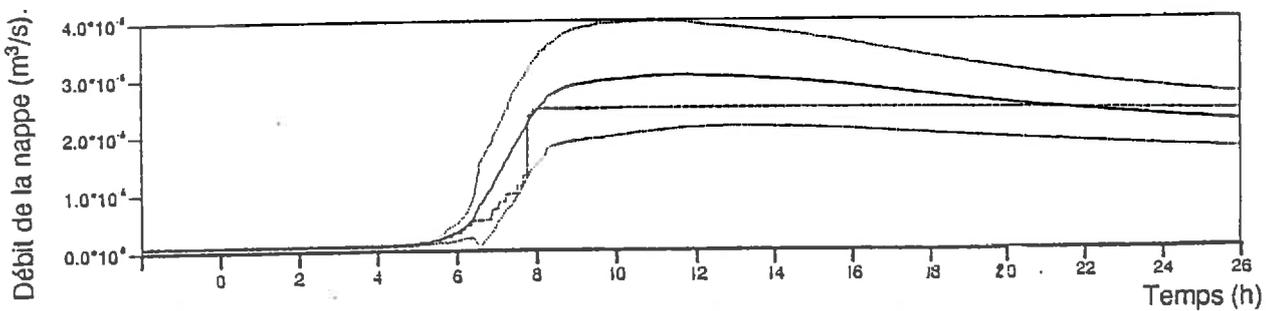


Fig. IV.25 Hydrogramme de drainage de la nappe dans le canal situé à l'aval du versant. Ces résultats correspondent à la série de simulations B_2 . Le trait continu représente le débit moyen, en pointillé, le débit moyen \pm un écart-type, et en tirets, le débit généré par le versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$).

IV-C-5) Conclusion

Dans cette étude nous avons essayé de mettre en évidence les effets de la variabilité spatiale des propriétés du sol sur l'infiltration, la distribution de la teneur en eau dans le sol et éventuellement le ruissellement. Trois mécanismes différents ont été étudiés. Dans le premier, l'intensité de la pluie est plus faible que la conductivité moyenne du sol à saturation, le déficit en eau avant le début de la pluie dans le versant est supérieur au volume d'eau apporté par la pluie, le ruissellement ne se produit pas. Dans ce cas, pour une faible variabilité des propriétés du sol, un "sol équivalent" peut être utilisé pour déterminer avec précision le comportement moyen du sol hétérogène. Quand la variabilité des

propriétés du sol est grande, la définition du sol équivalent devient impossible. Il faut aussi retenir que dans ce cas la structure spatiale de la distribution des propriétés du sol n'intervient pas du moment que l'information spatiale ne circule pas par l'intermédiaire du ruissellement.

Le deuxième cas examiné correspond au mécanisme de Dunne: l'intensité de la pluie est plus faible que la conductivité moyenne du sol à saturation, le déficit en eau initial du sol avant le début de la pluie est plus faible que la volume d'eau apporté par la pluie, le ruissellement a lieu. D'après les simulations numériques entreprises dans cette étude il a été montré que la longueur d'autocorrélation des propriétés du sol joue un rôle non négligeable pour déterminer le débit de ruissellement et que ce dernier intervient pour accélérer la saturation des zones du versant qui auraient tardé à se saturer à partir de l'apport local de la pluie seulement. Cela met en évidence l'importance de l'effet "runon". D'autre part, le "sol équivalent" défini pour les conditions du premier mécanisme étudié n'a pas donné satisfaction pour reproduire les débits d'infiltration et de ruissellement calculés à partir de sol hétérogène.

Dans une dernière étape, le mécanisme de Horton a été considéré. Les résultats des simulations ont montré que la portée du variogramme de α a une influence tant que la totalité de la surface n'est pas encore saturée. Cette influence disparaît à la saturation complète de la surface du versant, car le débit d'infiltration qui détermine celui du ruissellement n'est plus contrôlé par l'apport d'eau en surface mais par les propriétés du sol. Dans ce cas une comparaison des résultats avec ceux calculés à partir du sol de référence ($\alpha = 1$) ont montré une différence non négligeable ce qui montre que le sol de référence ne peut pas être considéré comme le "sol équivalent".

En conclusion, on peut retenir, que dans certaines conditions de faible variabilité des caractéristiques hydrodynamiques du sol, et pour des conditions initiales et aux limites du sol, on peut trouver un "sol homogène équivalent" capable de reproduire la réponse d'un versant hétérogène à un événement pluvieux. Cependant, si les conditions initiales et aux limites changent, la réponse du versant prédite en utilisant le même "sol équivalent" ne concorde pas avec celle obtenue à partir d'un sol hétérogène. En d'autre termes la notion de "sol équivalent", quand elle existe, serait rattachée à des conditions initiales et aux limites bien définies.

IV-D) ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES DU SOL ET SES EFFETS SUR L'INFILTRATION ET LE RUISSELLEMENT - CAS DES SOLS ENCROUTES.

IV-D-1) Introduction

Dans cette partie, il sera tenu compte de la présence d'une croûte à la surface du sol. La croûte est supposée présenter une variabilité spatiale qui n'est pas nécessairement la même que celle du sol sous-jacent. A notre connaissance, aucune étude quantitative n'a été menée jusqu'à présent pour déterminer le type de la variabilité spatiale en fonction du type de l'occupation du sol. Pour cette raison, on a été amené à admettre certaines hypothèses concernant la structure spatiale de la distribution de la résistance hydraulique de la croûte ainsi que la fonction de densité de probabilité.

IV-D-2) Hypothèses concernant la variabilité spatiale de la croûte.

La formation de croûte à la surface du sol résulte d'une part du compactage des couches superficielles sous l'impact des gouttes des pluies menant à la formation des croûtes structurales (ou croûtes de battance), et d'autre part à la déposition de pellicules de matériau fin ce dernier provenant du ruissellement chargé de particules détachées de la surface du sol sous l'action de la pluie [Valentin; 1981]. Dans le premier cas, du fait que le sol change de structure en surface sans subir de déplacement, on fait l'hypothèse que la variabilité spatiale de la croûte admet la même structure spatiale et la même loi de distribution que le sol sous-jacent (c'est-à-dire une loi log-normale). Cette loi est définie par sa propre moyenne et son écart-type.

Dans le deuxième cas, la croûte résulte d'un matériau déplacé et déposé à la surface du sol, on admet alors, d'une part, qu'aucune corrélation n'existe entre les caractéristiques du sol sous-jacent et celles de la croûte, et d'autre part que la distribution de la croûte en surface admet une certaine tendance, cette dernière se traduit par un épaissement de la croûte de l'amont vers l'aval du fait que les matériaux emportés par le ruissellement sont déposés à l'aval. En revanche, on ne dispose d'aucune information permettant de déterminer le type de la variabilité autour cette tendance. Deux lois de probabilité, normale et log-normale sont considérées dans le but de savoir si le type de la loi de distribution affecte

notablement les processus hydrologiques concernés par cette étude, à savoir l'infiltration et le ruissellement.

Un cas témoin est finalement introduit pour comparer avec une distribution purement déterministe définie par la tendance définissant les deux configurations précédentes. Les résultats de cette étude devraient permettre d'orienter les investigations sur le terrain de manière à optimiser le nombre de données à acquérir.

IV-D-3) Présentation des cas examinés

Comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent, quatre cas sont examinés, dans le but de déterminer le rôle que peut jouer la variabilité spatiale de la résistance hydraulique de la croûte. Pour ces quatre cas, les propriétés hydrodynamiques du sol constituant le versant sont les mêmes que celles utilisées au § IV-C-4.3, seule la variabilité de la croûte en surface diffère d'un cas à l'autre. Dans le premier cas, la croûte admet la même variabilité spatiale que celle du sol sous-jacent. En pratique, on suppose que le principe de similitude est applicable pour la croûte, et que le coefficient α est le même que celui du sol sous-jacent. De même, on suppose la résistance de la croûte est proportionnelle à $(1/\alpha^2)$, ce qui revient à supposer que la variabilité de la résistance de la croûte est liée à celle de la conductivité du matériau qui la constitue. La résistance de la croûte de référence (facteur d'échelle $\alpha = 1$) est fixée à 100 h, ce qui donne une résistance hydraulique moyenne moyenne égale à 128,4 h* , sachant que α suit une loi log-normale de moyenne 1 et d'écart-type 0,5.

Dans le deuxième cas examiné, la résistance hydraulique de la croûte est supposée croître en moyenne suivant une loi linéaire entre une valeur nulle au point le plus élevé du versant jusqu'à la valeur maximale au canal. La valeur maximale est choisie de sorte que la résistance moyenne soit égale à 128,4 h (résistance moyenne de la croûte dans le cas précédent). Autour de la valeur $R_{i,j}$ définie par la tendance en un point donné, la résistance de la croûte oscille selon la valeur $(\xi.R_{i,j})$ sachant que ξ suit une loi log-normale de moyenne 1 et d'écart-type 0,5. La figure (IV.26) illustre la variation de la résistance de la croûte sur différents transects du versant dans le sens de variation de la croûte.

* L'Annexe A6 présente les détails relatifs aux calculs de la moyenne dans le cas d'une loi log-normale.

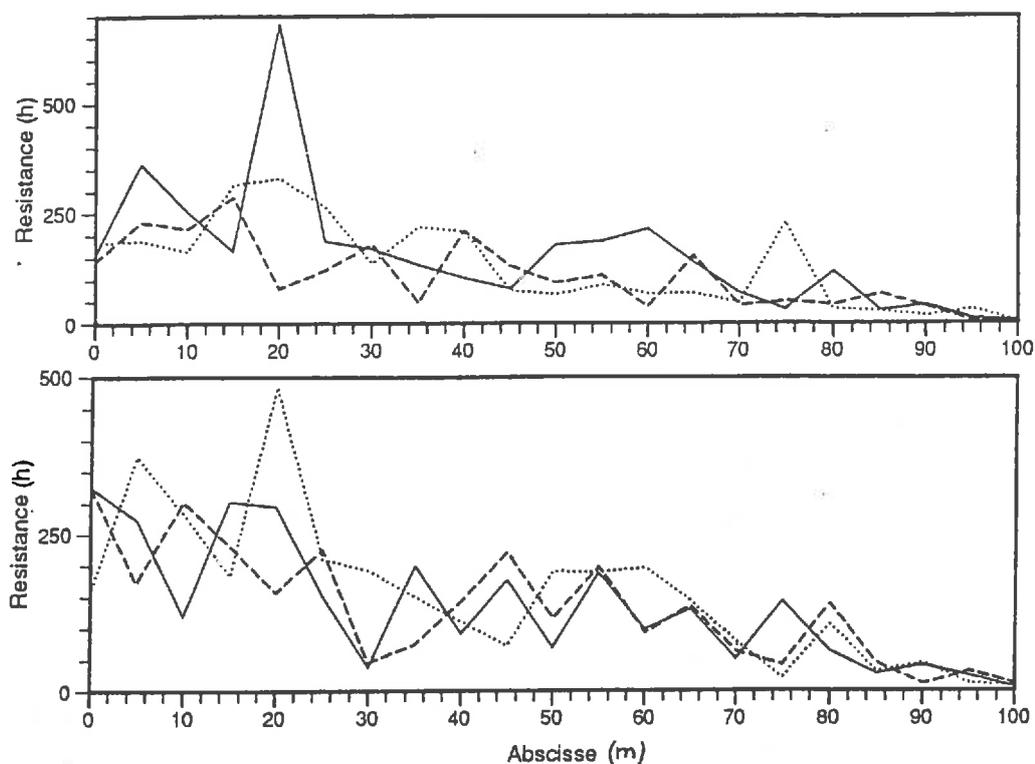


Fig. IV.26 Variation de la résistance hydraulique de la croûte le long de trois transects sur le versant perpendiculairement au canal. En haut la fluctuation autour de la tendance suit une loi de distribution log-normale, et en bas une loi normale.

Cas traité	Structure spatiale de la croûte	Portée du variogramme du sol sous-jacent	Remarques
A ₃	correlée avec le sol sous-jacent	0	
B ₃		15	
C ₃		30	
A ₄	croissance linéaire de l'amont vers l'aval	0	variation autour de la tendance selon une loi log-normale
B ₄		15	
C ₄		30	
A ₅	croissance linéaire de l'amont vers l'aval	0	variation autour de la tendance selon une loi normale
B ₅		15	
C ₅		30	
A ₆	croissance linéaire de l'amont vers l'aval	0	aucune variation autour de la tendance
B ₆		15	
C ₆		30	

Tableau IV.8 Différents cas étudiés pour un versant avec un sol encroûté.

Le troisième cas diffère du deuxième par le fait que la loi de distribution de ξ est une loi normale de moyenne 1 et d'écart-type 0,5.

Le quatrième est défini par une distribution déterministe de la croûte: la résistance hydraulique de la croûte croît linéairement entre une valeur nulle au point le plus élevé du versant jusqu'à la valeur maximale (256,8 h) au canal.

Pour chacun des cas, l'effet de la structure du sol sous-jacent sur le ruissellement et sur l'infiltration a été étudié, en faisant varier la portée du variogramme du facteur d'échelle α . Trois valeurs de la portée du variogramme sont considérées (0, 15 et 30 m). Pour chacune des configurations, vingt simulations ont été effectuées et les statistiques sont calculées à partir des résultats obtenus. La durée de la simulation est de 48 h, constituées de 24 h de drainage, suivies de 4h de pluie d'une intensité de 10 mm/h puis d'une nouvelle période de drainage. L'état initial est défini par un équilibre hydrostatique dans le sol avec une pression effective en surface de -3m. Le temps $t= 0h$ coïncide avec le début de la pluie.

Les différents cas examinés sont repertoriés dans le tableau (IV.8).

IV-D-4) Résultats et discussions

IV-D-4.1) CAS OU LA STRUCTURE SPATIALE DE LA CROUTE EST IDENTIQUE A CELLE DU SOL SOUS-JACENT.

La figures (IV.27) et (IV.28) montrent les hydrogrammes de ruissellement et les débits d'infiltration en fonction du temps, obtenus avec les trois configurations A_3 , B_3 et C_3 définies par différentes portées du variogramme relatif au facteur d'échelle α . Ces résultats s'apparentent à ceux obtenus sur un versant en l'absence de la croûte, mais dans ce cas il faut bien noter la différence au niveau des temps de submersion montrés dans la figure (IV.29) par rapport à ceux de la figure (IV.23) calculés en l'absence de la croûte. Ces résultats montrent l'effet que peut induire la présence d'une coûte à la surface du sol, en réduisant l'infiltrabilité du sol et en augmentant par suite la quantité d'eau qui participe au ruissellement.

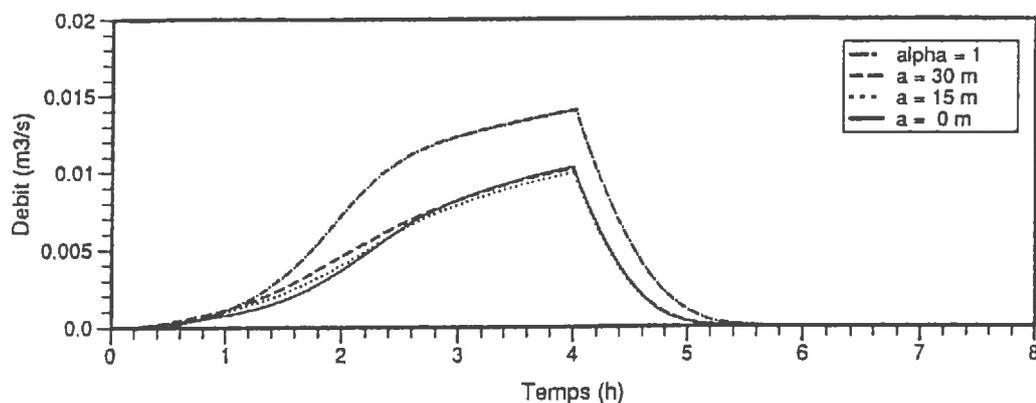


Fig. IV.27 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$, et $R = 100h$).

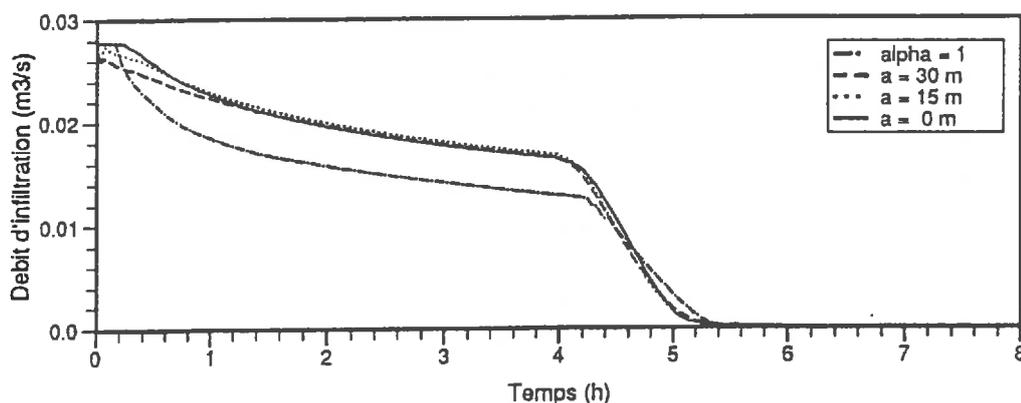


Fig. IV.28 Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$, $R = 100h$).

On notera de même l'effet de la structure spatiale qui tend à retarder légèrement le temps de submersion quand la portée du variogramme augmente.

Sur les figures (IV.27) et (IV.28) on a également présenté le résultat relatif à une simulation avec un sol homogène sur tout le versant et une résistance de croûte constante dans l'espace correspondant à un facteur d'échelle $\alpha = 1$. On peut remarquer la différence entre les résultats prédits par des simulations stochastiques et une simulation déterministe. De même, la figure (IV.30) montre une comparaison des profils de la teneur en eau prédits par une simulation stochastique avec une portée nulle et la simulation déterministe. Une bonne concordance des profils aux différents instants à la surface du sol peut être observée, mais la profondeur du front humide dans le sol est bien différente entre les deux cas ce qui montre que le sol défini par le facteur d'échelle $\alpha = 1$ n'est pas représentatif du sol hétérogène.

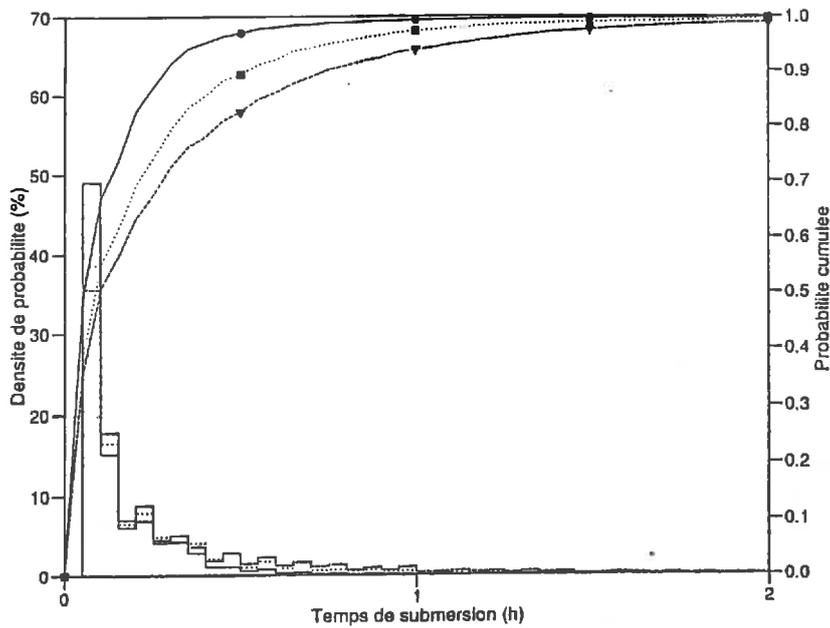


Fig. IV.29 Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_4 (trait continu), B_4 (pointillé) et C_4 (tirets).

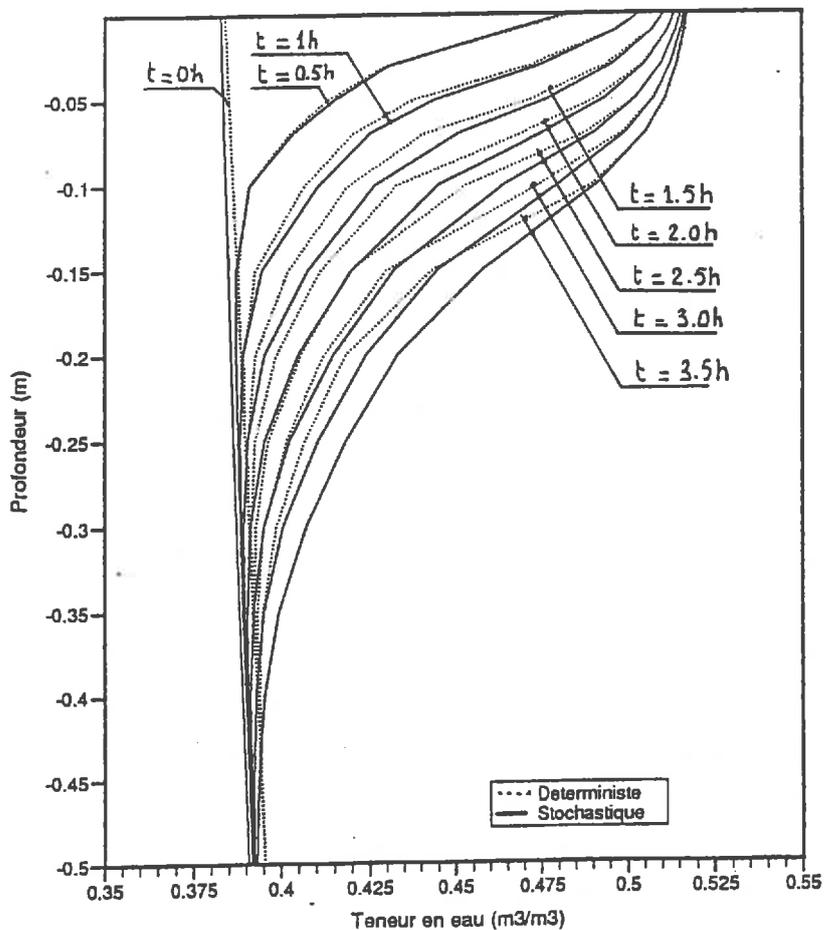


Fig. IV.30 Comparaison entre les profils de la teneur en eau prédits par le modèle déterministe ($\alpha = 1$ et $P = 100h$) et le modèle stochastique à différents intervalles de temps espacés de 30 minutes.

IV-D-4.2) STRUCTURE SPATIALE DE LA CROUTE INDEPENDANTE DE CELLE DU SOL SOUS-JACENT - LOI DE VARIATION LOG-NORMALE.

L'examen des figures (IV.31), (IV.32) et (IV.33) présentant respectivement l'hydrogramme de ruissellement atteignant le canal, le débit d'infiltration sur le versant, et la distribution du temps de submersion révèle que l'influence de la structure spatiale de la distribution des propriétés hydrodynamiques du sol sous-jacent sur l'infiltration totale et le ruissellement disparaît. Ce phénomène s'interprète par le fait que l'infiltration est significativement affectée par la présence de la croûte. De même, il faut noter que malgré que la valeur moyenne de la résistance de la croûte soit égale à celle du cas précédent où la structure spatiale de la distribution de la résistance de la croûte est reliée à celle du sol sous-jacent, l'infiltration totale sur le versant a fortement baissé (c.f. tableau IV.9). Ceci résulte du fait que dans le cas précédent, les zones caractérisés par un fort facteur d'échelle présentent une forte conductivité hydraulique à saturation et une faible résistance de la croûte ce qui se traduit par une forte infiltrabilité et permet d'absorber une certaine partie de l'excès d'eau provenant des zones de faible infiltrabilité. Par contre, dans le cas où la structure spatiale de la croûte est indépendante de celle du sol sous-jacent, la zone où la résistance de la croûte est faible est située vers l'amont ce qui l'empêche de jouer le rôle d'une zone tampon qui atténue le ruissellement. La figure (IV.34) illustre la répartition de l'épaisseur de la lame d'eau à la surface du sol à différents instants, et montre que les zones saturées en premier lieu sont situées vers l'aval du versant.

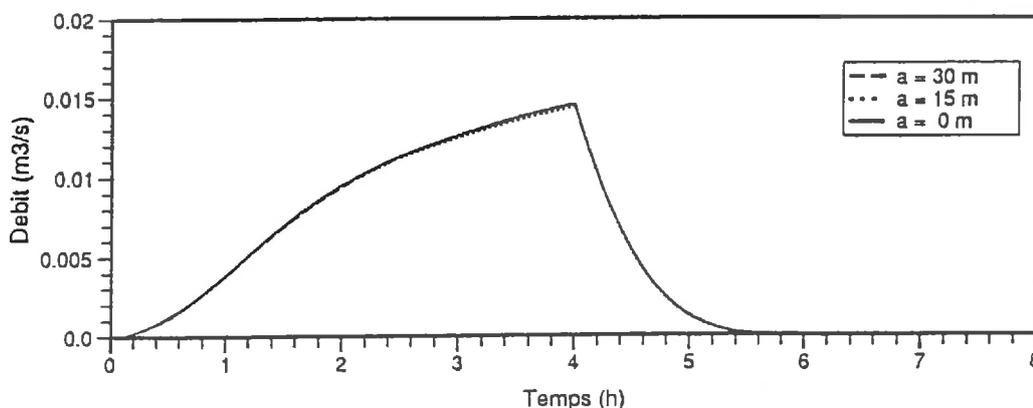


Fig. IV.31 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 .

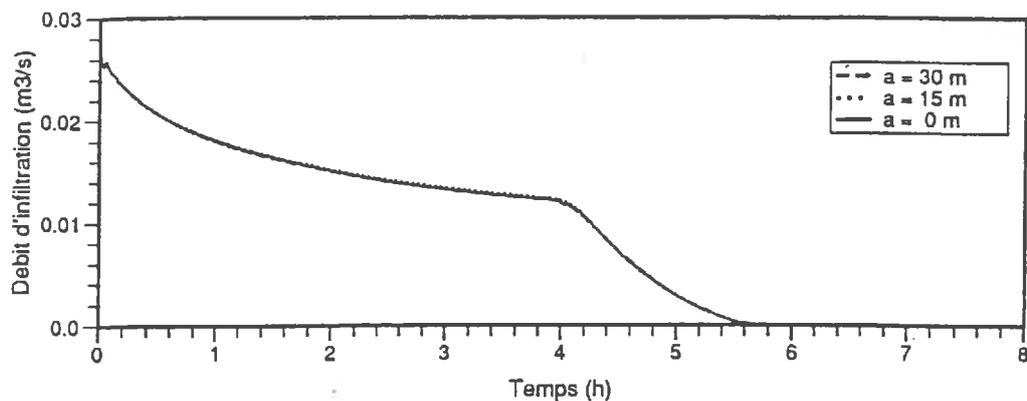


Fig. IV.32 Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4

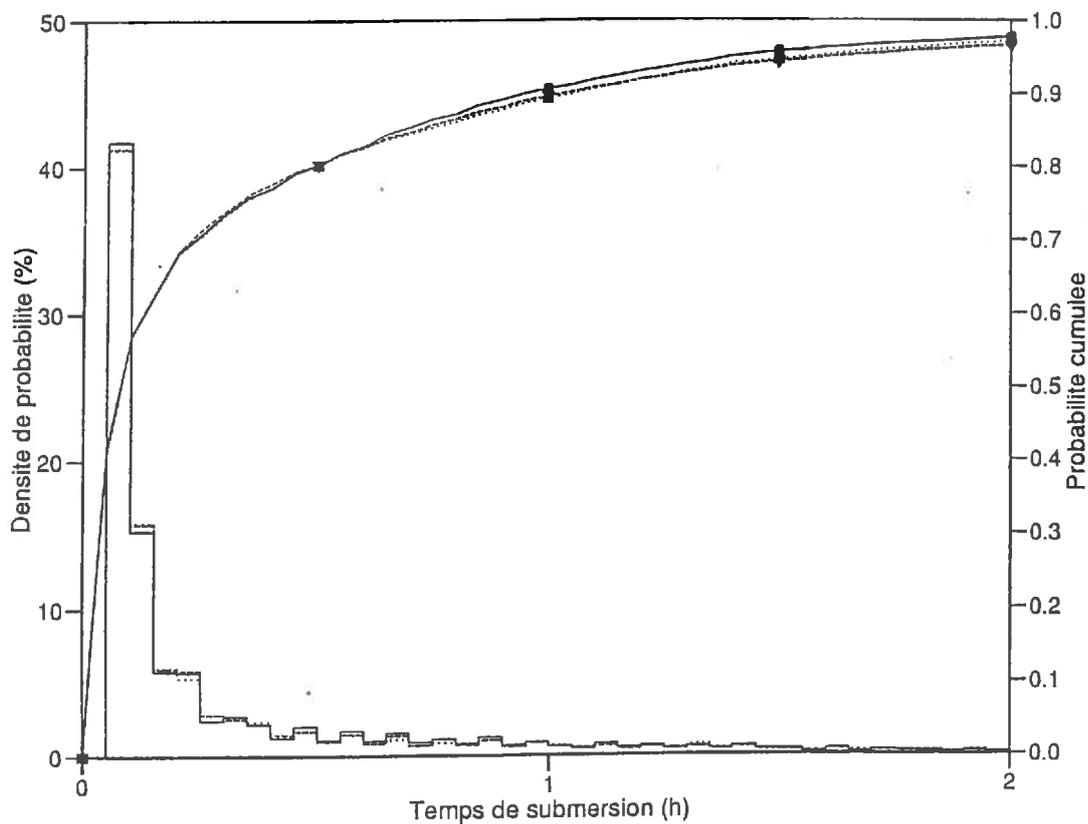


Fig. IV.33 Densité de probabilité de distribution de temps de submersion (lignes en escalier) et probabilité cumulée (lignes avec marqueurs) pour les trois familles de simulation A_4 (trait continu), B_4 (pointillé) et C_4 (tirets).

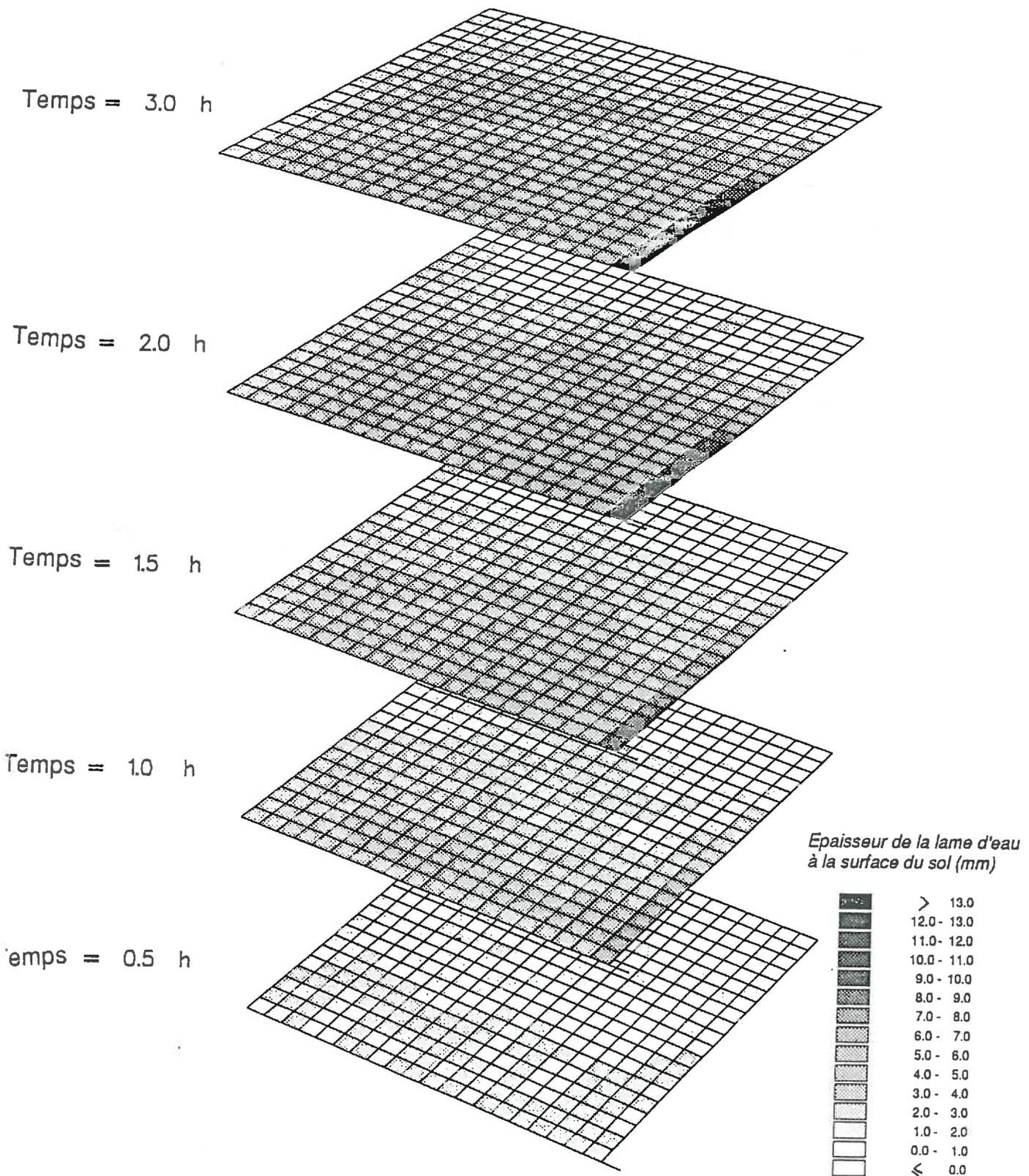


Fig. IV.34 Illustration de la répartition spatiale de la lame d'eau à la surface du sol dans le cas d'une croûte présentant une tendance à s'épaissir de l'amont vers l'aval.

IV-D-4.3) STRUCTURE SPATIALE DE LA CROUTE INDEPENDANTE DE CELLE DU SOL
SOUS-JACENT - LOI DE VARIATION NORMALE.

Cette série de simulations est entreprise dans le but d'évaluer l'influence du type de la loi de la probabilité de distribution des valeurs de la résistance hydraulique autour de la valeur moyenne définie par la tendance. Les figures (IV.35) et (IV.36) montrent les hydrogrammes de ruissellement et les débits d'infiltration. Ces résultats sont pratiquement identiques à ceux obtenus avec une loi log-normale. Les valeurs numériques des volumes d'eau infiltrés et ruisselés présentées dans le tableau (IV.9) confirment cette remarque. De même, dans ce cas le rôle de la structure du sol ne se manifeste pas vue la forte dépendance du régime d'infiltration à la présence de la croûte.

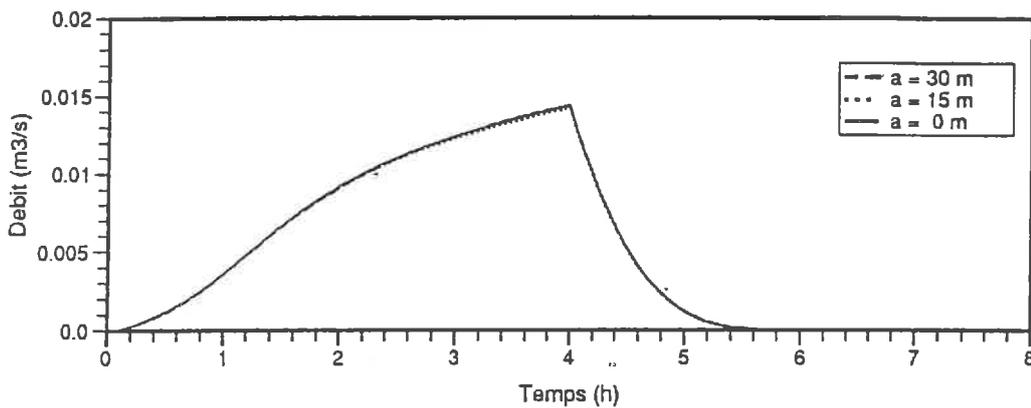


Fig. IV.35 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal, calculés à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$, et $R = 100h$).

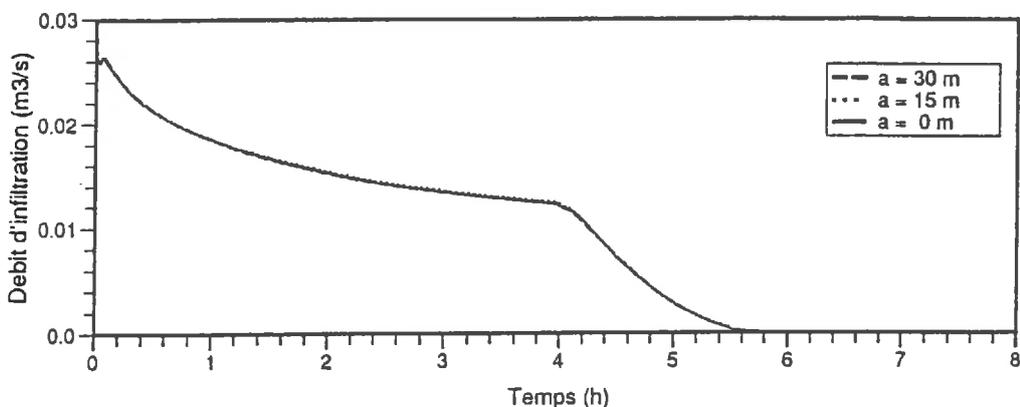


Fig. IV.36 Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des trois séries de simulations A_4 , B_4 et C_4 stochastiques et celle du versant avec le sol de référence ($\alpha = 1$, $R = 100h$).

La dernière série (A₆, B₆ et C₆) est introduite pour vérifier l'influence de la variabilité de la résistance hydraulique de la croûte autour de la valeur moyenne locale donnée par la tendance sur l'infiltration et le ruissellement. Les résultats de simulation montrent que la configuration déterministe de la croûte réduit légèrement l'infiltration sur le versant et par suite augmente le ruissellement et cela parce que l'eau qui commence à ruisseler à partir de l'amont n'a plus aucune chance de pouvoir s'infiltrer dans les zones situées sur son parcours avant d'atteindre le canal car l'infiltrabilité reliée à la résistance de la croûte diminue systématiquement de l'amont vers l'aval. Par contre dans le cas stochastique avec une structure spatiale, la chance est faible que l'infiltrabilité augmente vers l'aval. Cependant elle n'est pas nulle ce qui explique que l'eau provenant de l'amont peut tout de même trouver des zones ayant une infiltrabilité plus forte qu'à l'amont et absorber une certaine quantité de l'eau participant au ruissellement. Les figures (IV.37) e (IV.38) montrent les hydrogrammes de ruissellement et le débit d'infiltration sur le versant pour les cas A₅ et A₆.

Cas étudiés	Volume total ruisselé			Volume total infiltré			Débit maximal du ruissellement		
	μ (m ³)	σ (m ³)	CV (%)	μ (m ³)	σ (m ³)	CV (%)	μ (10 ⁻³ m ³ /s)	σ (10 ⁻³ m ³ /s)	CV (%)
A ₃	77,62	5,49	7,08	322,37	5,49	1,70	10,36	0,44	4,32
B ₃	77,10	9,51	12,34	322,91	9,51	2,94	9,99	0,86	8,62
C ₃	81,82	16,52	20,19	318,17	16,52	5,19	10,25	1,34	13,13
A ₄	142,87	2,81	1,96	257,14	2,81	1,09	14,52	0,24	1,64
B ₄	141,12	3,72	2,64	258,88	3,72	1,43	14,34	0,42	2,92
C ₄	142,52	3,84	2,69	257,51	3,84	1,49	14,54	0,45	3,12
A ₅	140,03	3,71	2,65	259,96	3,71	1,42	14,38	0,28	1,97
B ₅	138,35	4,17	3,01	261,64	4,17	1,59	14,21	0,43	3,02
C ₅	139,48	4,19	3,00	260,53	4,19	1,60	14,40	0,46	3,19
A ₆	153,87	1,42	0,92	246,14	1,42	0,58	15,12	0,16	1,09
B ₆	152,95	2,48	1,62	247,04	2,48	1,00	14,97	0,33	2,25
C ₆	154,37	3,87	2,50	245,62	3,87	1,57	15,16	0,46	3,04

Tableau IV.9 Synthèse des résultats des simulations relatives à la présence de la croûte.

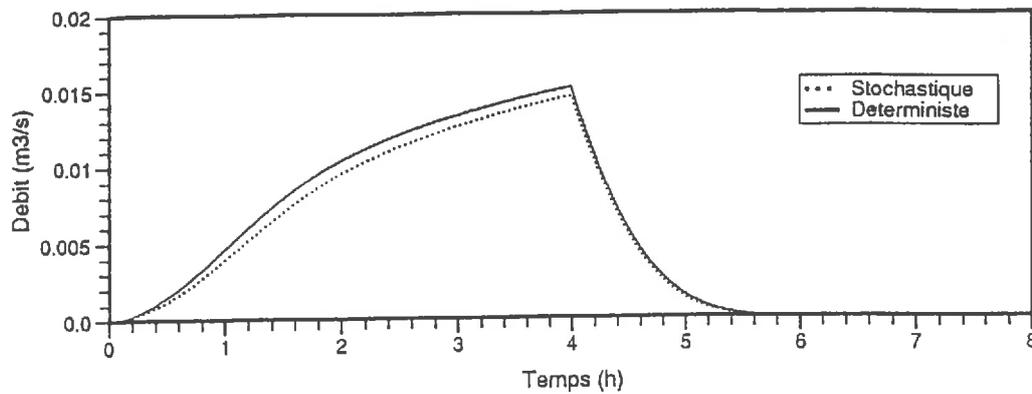


Fig. IV.37 Hydrogrammes du ruissellement qui se déverse dans le canal calculés à partir des deux séries de simulations A₅ et A₆.

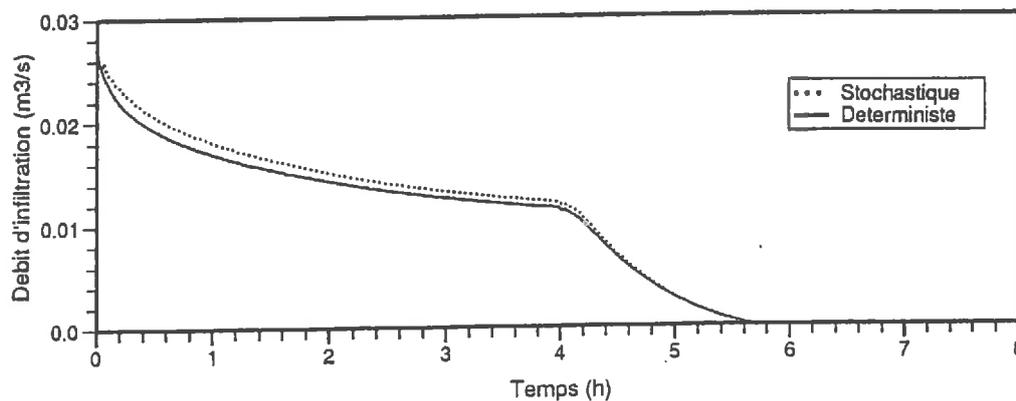


Fig. IV.38 Infiltration sur tout le versant en fonction du temps calculée à partir des deux séries de simulations A₅ et A₆.

IV-D-5) Conclusions concernant la modélisation de l'infiltration sur un versant encroûté.

Suivant que la croûte est considérée comme croûte de battance dont la résistance dépend du sol sous-jacent, ou comme déposition pelliculaire admettant une tendance à s'épaissir de l'amont vers l'aval, les résultats de simulations montrent que le volume d'eau ruisselé n'est pas le même, et ce volume a tendance à augmenter quand les zones de faible infiltrabilité sont situées vers l'aval du versant.

Par ailleurs, dans le cas où l'on ne prend pas en compte l'influence de la topographie sur la variation spatiale de la résistance hydraulique de la croûte (c'est-à-dire l'hypothèse de l'épaississement de la croûte de l'amont vers l'aval), la distribution spatiale des propriétés du sol continuent à influencer le volume d'eau

infiltré. Par contre quand cette hypothèse est prise en considération, la structure spatiale du sol ne se fait plus sentir ni même le type de la loi décrivant la variabilité de la résistance de la croûte autour de sa valeur moyenne en un point donné. En effet deux lois de distribution ont été testées, la loi normale et la loi log-normale, et les résultats sont identiques aux erreurs statistiques près.

IV-E) CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré à l'étude des effets de la variabilité spatiale des propriétés hydrodynamiques du sol et de la résistance de la croûte sur la réponse hydrologique d'un versant à un événement pluvieux.

Avant de prendre en considération la présence de la croûte, une étude préliminaire a été effectuée pour identifier le rôle que peut jouer la variabilité spatiale des propriétés du sol dans la détermination des volumes d'eau infiltrés et ruisselés, d'une part, sur la répartition du temps de submersion et la probabilité de distribution de la teneur en eau à la surface du sol, d'autre part.

Des simulations numériques en utilisant le code de calcul SHE, appliqué à un versant de 100mx100m discrétisé en 400 mailles ont été réalisées selon la méthode de Monte Carlo. Le versant est discrétisé en 400 colonnes de sol homogène, les propriétés hydrodynamiques du sol variant d'une colonne à l'autre. La pluie est supposée homogène sur le versant.

Deux mécanismes d'apparition du ruissellement ont été successivement étudiés: le mécanisme de Dunne et le mécanisme de Horton. Dans les deux cas, l'étude montre que plus la portée du variogramme est grande, plus la portion saturée du versant à un instant donné est faible. Cela s'explique par la faible interaction entre les zones de forte infiltrabilité et les zones de faible infiltrabilité du fait que la probabilité que ces dernières soient connectées entre elles est plus forte pour une grande portée du variogramme. La conséquence de ce qui précède, se traduit dans le cas du mécanisme de Dunne par un pic de ruissellement plus faible pour les grandes portées du variogramme, car les zones non-saturées en surface jouent un rôle de tampon pour atténuer la pointe de l'hydrogramme de ruissellement, et dans le cas du mécanisme de Horton par un volume ruisselé plus grand pour une portée plus longue. De même, dans le cas du mécanisme de Horton,

tant que la totalité du versant n'est pas encore saturée en surface, le ruissellement est plus prononcé pour les longues portées du variogramme.

Une tentative de détermination d'un "*sol équivalent*" a également été effectuée. Ce "*sol équivalent*" supposé homogène sur le versant doit reproduire le comportement moyen du versant hétérogène, aussi bien pour l'infiltration que pour le ruissellement.

En l'absence du ruissellement, et pour une faible variance des caractéristiques hydrodynamiques du sol, la détermination du "*sol équivalent*" a été possible. Le critère adopté a porté sur la distribution verticale de la teneur en eau, sachant que le flux d'infiltration est imposé par l'intensité de la pluie tant que la saturation en surface n'est pas atteinte. Cette même procédure n'a pas connu le même succès pour un sol présentant une plus forte variabilité de ses caractéristiques. On notera dans les cas considérés ici, que le sol de référence (sol défini avec le facteur d'échelle $\alpha = 1$) peut valablement être assimilé au "*sol équivalent*".

En revanche, le "*sol équivalent*" utilisé avec d'autres conditions aux limites n'a pas été capable de prédire correctement le comportement du sol hétérogène qu'il est supposé représenter ni pour l'infiltration ni pour le ruissellement. Ces résultats conduisent à la conclusion de la non existence de propriétés effectives d'un sol non saturé, hétérogène valables quelles que soit la classe d'écoulements considérée et les conditions initiales et aux limites.

Cette étude des effets de la variabilité spatiale des propriétés hydrodynamiques du sol sur la réponse hydrologique d'un versant, a été complétée par une étude du même type mais prenant en compte la présence d'une croûte superficielle sur le versant.

Deux configurations ont été considérées. La première suppose que la structure spatiale de la distribution de la résistance de la croûte est liée à celle du sol sous-jacent. La seconde représente l'effet de déposition du matériau emporté vers l'aval en supposant que la résistance de la croûte croît en moyenne de l'amont vers l'aval. Les résultats des simulations montrent qu'à résistance hydraulique moyenne égale pour les deux cas, le volume d'eau ruisselé dans la deuxième configuration est plus important. De même, l'influence de la structure du sol sous-jacent disparaît pratiquement avec la deuxième configuration, tandis

qu'elle continue à se faire sentir dans la première configuration. Par ailleurs, le type de loi de la variabilité de la résistance de la croûte autour de sa moyenne locale ne semble présenter aucune importance.

A la lumière de ces résultats, le type de données nécessaires pour modéliser la réponse hydrologique d'un versant encroûté peut être déduit. C'est ainsi, qu'une description par le biais de la résistance moyenne de la croûte s'avère être une donnée insuffisante et il faut avoir accès à la structure spatiale de la répartition de la résistance de la croûte. A l'évidence, cela nécessite un échantillonnage important.

CONCLUSION GENERALE

Notre étude est orientée vers la modélisation de l'infiltration dans les sols encroûtés, l'objectif étant une meilleure compréhension du processus et de dégager les paramètres pertinents à différentes échelles spatiales.

C'est ainsi que, dans une première phase, ce mémoire a été consacré à l'étude de l'infiltration dans une colonne de sol de laboratoire pour laquelle on dispose de mesures expérimentales. Deux modèles ont été confrontés. Le premier assimile la croûte à une couche de sol caractérisée par ses propriétés hydrodynamiques (courbe de rétention et conductivité hydraulique en fonction de la teneur en eau) et le second caractérise la croûte d'une manière globale par le biais du concept de la résistance hydraulique définie comme étant le rapport de l'épaisseur de la croûte à sa conductivité hydraulique à saturation. La comparaison de ces deux modèles montre que, d'un point de vue physique, ils sont pratiquement équivalents et fournissent des résultats qui se valent. Cependant, des considérations pratiques font pencher le jugement en faveur du modèle de la résistance hydraulique. En effet, la caractérisation de la croûte par le biais de sa résistance hydraulique est possible, et des méthodes relativement simples à mettre en œuvre sont proposées dans la littérature (i.e. McIntyre [1958] et Boiffin [1984]). Par contre la caractérisation hydrodynamique détaillée du matériau constituant la croûte pose des problèmes vu sa faible épaisseur comparée à la taille des appareils de mesures et de leur volume de mesure. Par ailleurs, le modèle de la résistance hydraulique offre des avantages au plan de la modélisation numérique puisqu'il permet une discrétisation spatiale plus grossière et par suite une discrétisation temporelle moins onéreuse pour le coût de calcul.

*NON
ces méthodes
ne sont
pas viables
j'ai
indicateurs*

Une fois que nous avons opté pour le choix du modèle de la résistance hydraulique, une validation sur des mesures expérimentales a été effectuée et a donné entière satisfaction. Une étude détaillée du processus de l'infiltration à

l'échelle de la colonne de sol a suivi, notamment en ce qui concerne les facteurs qui affectent le temps de submersion et le flux limite d'infiltration. Une méthode analytique servant à la détermination du temps de submersion a été proposée, cette méthode est valable dans le cas où le profil en eau initial est constant. De même, une simple procédure graphique permettant l'évaluation du flux limite à saturation a été exposée. Ces deux méthodes sont fondées sur l'exploitation des caractéristiques hydrodynamiques du sol. Il a été remarqué que la diffusivité capillaire est le facteur prédominant dans la détermination du temps de submersion, la conductivité hydraulique - fonction de la pression effective - est le facteur qui gère le régime de l'infiltration dans un sol encroûté après un temps suffisamment long de pluie.

Après cette étude à l'échelle d'une colonne de laboratoire, un chapitre a été consacré à l'étude de l'infiltration à l'échelle métrique, pour laquelle l'influence de la microtopographie et la distribution spatiale de l'épaisseur de la croûte et de sa résistance hydraulique sur le régime de l'infiltration a été examinée. Pour se faire, un modèle d'infiltration bidirectionnelle verticale qui tient compte de la répartition de la croûte et de la forme géométrique de la surface a été élaboré. Ce modèle a été appliqué au cas particulier de la section d'un sillon de labour. Les résultats de la simulation montrent que le microrelief n'est pas un facteur qui influence l'infiltration, par contre la variation de la résistance de la croûte à la surface du sol joue un rôle primordial dans la détermination du temps de submersion et par suite dans la détermination du temps de début de ruissellement. Une tentative de remplacer la croûte d'une épaisseur variable dans l'espace par une croûte d'épaisseur constante et ramener le problème à une modélisation unidirectionnelle a été entreprise. Les résultats de l'approche unidirectionnelle et bidirectionnelle à moyen et long termes après le début de la pluie concordent relativement bien. Cependant, à court terme, le modèle unidirectionnel n'est pas capable de reproduire le même débit d'infiltration. Une divergence entre les résultats de ces deux modèles apparaît dans le cas où l'intensité de la pluie est proche de l'intensité du flux limite d'infiltration prédit par le cas unidirectionnel.

Après cette étude à l'échelle métrique, la modélisation de l'infiltration à l'échelle d'un versant a été entamée. Dans cette dernière partie de l'étude, la modélisation de l'infiltration a été couplée avec celle du ruissellement et de l'écoulement dans la zone saturée, deux éléments très importants qui déterminent les conditions aux limites du sol non saturé concerné par le modèle de

l'infiltration. La modélisation de ces trois processus couplés a été effectuée à l'aide du Système Hydrologique Européen, un modèle hydrologique déterministe mécaniste distribué. Nous nous sommes intéressé alors à l'aspect de la variabilité spatiale des propriétés du sol et à son effet sur l'infiltration et le ruissellement. Une approche de type simulation de Monte Carlo a servi pour introduire l'aspect stochastique de cette variabilité spatiale. Dans une première phase, la présence de la croûte a été ignorée, et une étude a permis de mettre en évidence le rôle que peut jouer la structure spatiale de la distribution des propriétés du sol, notamment dans la phase où une partie de la surface du versant est saturé. Il s'est révélé que la longueur d'autocorrélation contribue à accélérer le début du ruissellement.

Par ailleurs, le concept du "*sol équivalent*" a été examiné, et les simulations ont montré qu'en l'absence de ruissellement, et dans le cas de faible variabilité des propriétés hydrodynamiques du sol, un "*sol équivalent*" homogène sur le versant peut reproduire le comportement moyen du sol hétérogène. Cependant la définition du "*sol équivalent*" dépend des conditions initiales et aux limites. Dans le cas où il y a ruissellement, le concept de "*sol équivalent*" n'est plus valable surtout en ce qui concerne le temps de submersion et le début du ruissellement.

Dans un deuxième temps, il a été tenu compte de la présence de la croûte. Quatre configurations de répartition spatiale de la croûte ont été envisagées (trois distributions stochastiques et une déterministe), dans les quatre cas, les caractéristiques hydrodynamiques du sol sous-jacent admettent une distribution aléatoire présentant éventuellement une structure spatiale. Les différentes simulations entreprises dans ce cadre ont montré que l'aspect de la structure spatiale de la croûte est prédominant par rapport à celui du sol sous jacent surtout quand la structure de la répartition de la croûte est reliée à la topographie du versant, ce qui est souvent le cas pour les croûtes de déposition.

dépôt

On peut retenir finalement, qu'à l'échelle d'une parcelle de terrain l'aspect de la variabilité spatiale est bien marqué et ne peut pas être négligé si on veut modéliser la réponse hydrologique avec un niveau de précision acceptable. Mais si on se situe à l'échelle d'un bassin versant, les temps de transfert étant de plusieurs ordres de grandeur plus élevés que dans le cas d'une parcelle, la question qui se pose est la suivante: "La diffusion de l'information provenant de l'amont d'un versant, n'aura-t-elle pour effet que d'estomper l'importance de l'impact de la variabilité spatiale des caractéristiques hydrodynamiques du sol à

l'échelle d'un versant?". Cette question peut amener à la notion de la "*Surface Élémentaire Représentative* " évoquée par Wood et al [1988]. Les prochaines études devraient élucider ce point.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ababou, R. (1988)** Three-dimensional flow in random porous media.
Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, U.S.A.
- Abbott, M.B.; Bathurst, J.C.; Cunge, J.A; O'Connell, P.E. and Rasmussen, J. (1986.a)** An introduction to the European Hydrologic System - Système Hydrologique Européen (SHE), 1. History and philosophy of a physically-based distributed modelling system.
J. Hydrol., 87: 45-59.
- Abbott, M.B.; Bathurst, J.C.; Cunge, J.A; O'Connell, P.E. and Rasmussen, J. (1986.b)** An introduction to the European Hydrologic System - Système Hydrologique Européen (SHE), 2. Structure of a physically-based distributed modelling system.
J. Hydrol., 87: 61-77.
- Aboujaoudé, A. (1988)** Modélisation numérique de l'infiltration couplée avec le ruissellement dans le cas des sols encroûtés.
Mémoire de D.E.A. Univ. Joseph Fourier, Grenoble I, France.
- Aboujaoudé, A.; Cunge, J.A. et Erlich, M. (1991)** SHE, un outil de simulation de l'impact des phénomènes météorologiques et des aménagements hydrauliques sur les transferts hydriques dans un bassin versant.
XXI Journées de l'Hydraulique. Sophia-Antipolis, Valbonne, France.
- Abramowitz, M. et Stegun, I.A. (1964)** Handbook of mathematical functions.
Appl. Math. Ser. 55, National Bureau of Standards, Washington, D.C.
- Agassi, M.; Shainberg, I. and Morin, J. (1981).** Effect of electrolyte concentration and soil sodicity on infiltration rate and crust formation.
Soil. Sci. Soc. Am. J. 45: 845-851.
- Agassi, M.; Morin, J. and Shainberg, I. (1985).** Effect of raindrop impact energy and water salinity on infiltration rates of sodic soils.
Soil Sci. Soc. Am. J. 49: 186-190.
- Ahuja, L.R. (1974)** Applicability of the Green-Ampt approach to water infiltration through surface crust. X
Soil Sci. 118: 283-288.
- Ahuja, L.R. (1975)** A one step wetting procedure for determining both water characteristic and hydraulic conductivity of soil core.
Soil Sci. Soc. Am. J. 39: 418-423.
- Ahuja, L.R. (1983)** Modelling infiltration into crusted soils by Green-Ampt approach. X
Soil Sci. Soc. Am. J. 47: 412-418.

- Ahuja, L.R.; and Ross, J.D. (1983) A new Green-Ampt type model for infiltration through a surface seal, permitting transient parameters below the seal.
in Advances in infiltration, Proceedings of the National Conference on Advances in Infiltration. Chicago, Illinois. ASAE Publication 11-83.
- Alpay, O.A. (1972) A practical approach to defining reservoir heterogeneity.
J. Petrol. technol., 20(7): 841-848.
- Averjanov, S.F. (1950) About permeability of subsurface soils in case of incomplete saturation.
Eng. collect., 7.
- Babalola, O. (1978) Spatial variability of soil water properties in tropical soils of Nigeria.
Soil Sci., 126(5): 269-279.
- Baker, F.G. and Bouma J. (1976) Variability of hydraulic conductivity in two subsurface horizons of two silt loam soils.
Soil Sci. Soc. Am. J., 40: 219-222.
- Bakr, A.A.(1976) Stochastic analysis of the effect of spatial variations of hydraulic on groundwater flow.
Ph.D. Thesis, New Mexico Instit. of Mining and Technology, Socorro , New Mexico, U.S.A.
- Bakr, A.A., Gelhar, L.W., Gutjahr, A.L. and MacMillan, J.R. (1978) Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows. 1. Comparison of one- and three-dimensional flows.
Wat. Resour. Res., 14: 263-271.
- Bathurst, J.C. (1986,a) SHE Report No. 23. Preliminary tests of the SHE with a V-catchment.
NERC Water Resource Systems Research Unit. University of Newcastle Upon Tyne, U.K.
- Bathurst, J.C. (1986,b) Physically based distributed modelling of an upland catchment using the Système Hydrologique Européen.
J. of Hydrol. 87: 79-102
- Bear, J. (1972) Hydraulics of groundwater.
McGraw-Hill.
- Belmans, C.; Wesseling, J.G.; and Feddes, R.A. (1983) Simulation model of the water balance of cropped soil.
J. Hydrol. 63: 271-286.
- Beven, K.; Calver, A. and Morris, E.M. (1987) The Institute of Hydrology Distributed Model.
Institute of Hydrology, Report No. 98.
- Binley, A., Elgy, J. and Beven, K. (1989a) A physically based model of heterogeneous hillslopes. 1. Runoff Production.
Wat. Resour. Res., 25: 1219-1226.

- Binley, A., Elgy, J. and Beven, K. (1989b)** A physically based model of heterogeneous hillslopes. 2. Effective hydraulic conductivity.
Wat. Resour. Res., 25: 1227-1233.
- Boiffin, J. (1984)**. La dégradation structurale des couches superficielles sous l'action des pluies.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Paris, INA P-G.
- Boiffin, J. et Sébilotte, M. (1976)**. Climat, stabilité structurale et battance. Essai d'analyse d'un comportement du sol au champ.
Ann. Agron. 27(3): 295-325.
- Boiffin, J.; Papy, F. and Eimbreck, M. (1988)** Influence des systèmes de culture sur les risques d'érosion par ruissellement concentré. 1- Analyse des conditions de déclenchement de l'érosion.
Agronomie, 8: 663-673.
- Boulier, J.F.; Touma, J. and Vauclin, M. (1984)** Flux-concentration relation-based solution of constant-flux infiltration equation: 1. Infiltration into nonuniform initial moisture profiles.
Soil Sci. Soc. Am. J., 48: 245-251.
- Boulier, J.F. (1985)** Modélisation stochastique de l'infiltration en milieu poreux non-uniformes. Application à une parcelle micro irriguée.
Thèse de Docteur de l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble. France.
- Boulier, J.F.; Parlange, J.Y.; Vauclin, M.; Lockington, D.A. and Haverkamp R. (1987)** Upper and lower bounds of the ponding time for near constant surface flux.
Soil Sci. Soc. Am. J., 51: 1424-1987.
- Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I. (1985)** Random functions and hydrology.
Addison-Wesley Publishing Company.
- Bresler, E. and Dagan, G. (1981)** Convective and pore scale dispersive solute transport in heterogeneous fields.
Wat. Resour. Res., 17: 1683-1693.
- Bresler, E. and Dagan, G. (1983)** Unsaturated flow in spatially variable fields, 2. Application of water flow models to various fields.
Wat. Resour. Res., 19: 421-428.
- Bradford, J.M.; Remeley, P.A.; Ferris J.E. and Santini J.B. (1986)**. Effect of surface sealing on splash from a single water drop.
Soil. Sci. Soc. Am. J. 50: 1547-1552.
- Brakensiek, D.L. (1977)** Estimating the effective capillary pressure in the Green and Ampt infiltration equation.
Wat. Resour. Res., 13: 680-682.
- Broadbridge, P. and White, I. (1987)** Time to ponding: Comparison of analytic, quasi-analytic, and approximate predictions.
Wat. Resour. Res. 23(12): 2302-2310.

- Broadbridge, P. and White, I. (1988)** Constant rate rainfall infiltration: A versatile nonlinear model. Analytic solution.
Wat. Resour. Res. 24(1): 145-154.
- Brooks and Corey (1964)** Hydraulic properties of porous media.
Hydrology papers n° 3, Colorado State Univ.
- Bruneau, P. (1988).** Etude du microrelief et de la porosité des couches superficielles d'un sol limoneux battant en vue de l'étude de la genèse de ruissellement.
D.E.A. Pédologie, Laboratoire Science du Sol, Rennes.
- Byers, E., and Stephens, D.B. (1983)** Statistical and stochastic analysis of hydraulic conductivity and particle size in a fluvial sand.
Soil Sci. Soc. Am. J., 47: 1072-1080.
- Cardwell, W.L., and Parsons, R.L.** Average permeabilities of heterogeneous oil sands.
Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng., 160, 34-43, 1945.
- Carlier, M. (1968)** Hydraulique générale et appliquée.
Ed. Eyrolles. Paris.
- Casenave, A., et Valentin, C. (1989)** Les états de surface de la zone sahéenne. Influence sur l'infiltration.
Ed. de l'ORSTOM.
- Chen, Y.; Tarckitzky, J.; Brouwer, J.; Morin, J. and Banin, A. (1980)** Scanning electron microscope observations on soil crust and their formation.
Soil. Sci. 130: 49-55.
- Chow, V.T. (1959)** Open channel hydraulics.
McGraw Hill. Koga Kusha, Tokyo.
- Clapp, R.B. and Horenberger, G.M. (1978)** Empirical equations for some soil hydraulic properties.
Wat. Resour. Res., 14: 601-604.
- Clarke, R.T. (1973)** A review of some mathematical models used in hydrology, with observations on their calibration and use.
J. of Hydrol., 19: 1-20.
- Cunge, J.A.; Holly, F.M. and Verwey, G.M. (1980)** Practical aspects of computational river hydraulics.
Pitman advanced publishing program.
- De Saint Venant, B. (1871)** Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues de rivières et à l'introduction des marées dans leur lit.
Acad. Sci. Comptes rendus, 73: 148-154, 237-240.
- Dagan, G. (1979)** Models of groundwater in statistically homogeneous porous formations.
Wat. Resour. Res. 15: 47-63.

- Dagan, G. (1982)** Analysis of flow through heterogeneous random aquifers, 2. Unsteady flow in unconfined aquifers.
Wat. Resour. Res., 18: 1571-1585.
- Dagan, G. and Bresler, E. (1983)** Unsaturated flow in spatially variable fields. 1. Derivation of methods of infiltration and redistribution.
Wat. Resour. Res., 19: 413-420.
- Darcy, H. (1856)** Les Fontaines Publiques de la ville de Dijon.
Dalmont, Paris.
- Duley, F.L. (1939)**. Surface factors affecting the rate of intake of water by soils.
Soil Sci. Soc. Am. Proc. 4: 60-64.
- Dunne, T. (1978)** Field studies of hillslope flow processes.
In Hillslope hydrology. Edited by Kirkby, Wiley-Interscience, New York.
- Edwards, W.M. and Larson, W.E. (1969)** Infiltration of water into soils as influenced by surface seal development.
Trans. ASAE. p. 463-465, 470.
- Edwin, T. and Egman, M. (1984)** Roughness coefficients for routing surface runoff.
Journal of irrigation and drainage Engng. 112(1): 39-53.
- El-Kadi, A.I., and Brutsaert, W. (1985)** Applicability of effective parameters for unsteady flow in nonuniform aquifers.
Wat. Resour. Res., 21: 183-198.
- El-Kadi, A.T. (1987)** Variability of infiltration under uncertainty in unsaturated zone parameters.
J. of Hydrol. 90, 61-80.
- Ellison, W.O.; and Salter, C.S. (1945)**. Factors that affect surface sealing and infiltration of exposed soil surfaces.
Agric. Engng. 26, 156-,157, 162.
- Elmaloglou, S. (1980)** Effets des stratifications sur les transferts de matière dans le sol.
Thèse de Docteur-Ingénieur. Université de Grenoble.
- Epstein, E. and Grant, W.J. (1973)** Soil crust formation as affected by raindrop impact. p. 195-201.
In A. Hadas et al. (ed.) Ecological Studies, IV. Physical aspects of soil water and salts in ecosystems. Spring Verlag. New York.
- Evans, R. (1980)**. Mechanics of water erosion and their spatial and temporal controls: an empirical viewpoint.
In Publication of the British Geomorphological Research Group. Soil Erosion. Kirkby and Morgan (ed.). John Wiley & son. New York.
- Ewing, L.K.; and Mitchell, J.K. (1984)** Overland flow simulation considering soil surface geometry.
American Society of Agricultural Engineers. Paper No. 84-2526.

- Farrell, D.A., and Larson, W.E. (1972) Dynamics of the soil-water system during a rainstorm.
Soil Sci. 113: 88-95.
- Farres, P. (1978). The role of time and aggregate size in the crusting process.
Earth Surf. Processes 3: 243-254.
- Freeze, R.A. (1975) A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media.
Wat. Resour. Res., 11: 725-741.
- Freeze, R.A.(1980) A stochastic-conceptual analysis of rainfall-runoff processes on a hillslope.
Wat. Resour. Res. 16: 391-408.
- Gal, M.; Arcan, L. Shainberg. I. and Keren R. (1984). Effect of exchangeable sodium and phosphogypsum on crust structure scanning electron microscope observations.
Soil Sci. Soc. Am. J. ; 48: 872-878.
- Gascuel-Oudou, C.; Bruneau, P. and Curmi, P. (1990). Runoff generation: assesment of relevant factors by using soil microtopography and micromorphology analysis.
Soil Technology. (In press).
- Gelhar, L.W.; Wierenga, P.J., Rehfeldt, K.R.; Duffy, C.J.; Simonett, M.J., Yeh, T.-C. and Strong, W.R. (1982) Irrigation return flow water quality monitoring, modelling, and variability in the Middle Rio Grande Valley, New Mexico.
EPA Report 600/2-83-072, New Mexico Inst. of Mining and Tech., Socorro, New Mexico.
- Govindaraju, R.S.; Jones, S.E.; and Kavvas, M.L. (1988) On the diffusion wave model for overland flow. 1. Solution for steep slopes.
Water Resour. Res. 24(5): 734-744.
- Green, W.H. and Ampt, G.A. (1911) Studies of soil physics.1.
J. Agric. Sci. 4: 1-24.
- Greenholtz, D.E., Yeh, T.-C.J., Nash, M.S.B. and Wierenga, P.J. (1988) Geostatistical analysis of hydrologic properties in field plot.
J. Contam. Hydrol., 3: 227-250.
- Greenkorn, R.A.; and Kessler, D.P. (1969) Dispersion in heterogeneous nonuniform anisotropic porous media.
Ind. Eng. Chem., 61(9), 14-32.
- Greenland, D.J. (1981). Soil management and soil degradation.
J. of Soil Sci.; 32, 301-322.
- Guma'a, G.S. (1978) Spatial variability of in situ available water.
Ph. D. Dissertation, Univ. of Arizona, Tuscon.
- Gutjahr, A.L.; Gelhar, L.W.; Bakr, A.A. and MacMillan, J.R. (1978) Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows, 2, Evaluation and application.
Wat. Resour. Res. 14(): 953-959.

- Gutjahr, A.L. and Gelhar, L.W. (1981)** Stochastic models of subsurface flow: Infinite versus finite domains and stationarity.
Wat. Resour. Res., 17: 337-350.
- Haan, C.T. (1977)** Statistical Methods in Hydrology, 108pp.
Iowa State University Press.
- Haverkamp, R. (1983)** Résolution de l'équation de l'infiltration de l'eau dans le sol. Approches analytiques et numériques.
Thèse de Docteur ès-Sciences Physiques, Grenoble; France.
- Hillel, D. (1964)** Infiltration and rainfall-runoff as affected by surface crusts.
Trans. VIIIth International Soil Sci. Congr., Bucarest, Rumania.
- Hillel, D. and Gardner, W.R. (1970).** Infiltration into crust-topped profiles.
Soil Sci. 109: 149-153.
- Hillel, D. (1980)** Fundamentals of soil physics.
Academic Press, New York.
- Hopf, L. (1925)** Turbulenz bei einem Flusse (Turbulence dans un écoulement).
Annalen der Physik, Halle and Leipzig, 32(4): 777-808.
- Horton, R.E. (1933)** The role of infiltration in the hydrologic cycle.
Eos Trans. AGU., 14, 446-460.
- Houpeurt, A. (1974)** Mécanique des fluides dans les milieux poreux. Critiques et recherches.
Editions TECHNIP, Paris.
- Hufschmied, P. (1985)** Estimation of the three dimensional statistically anisotropic hydraulic conductivity field by means of of single well pumping tests combined with flowmeter measurements.
In The stochastic approach to subsurface flow, pre-prints International Symposium, A.I.R.H., Montvillargenne, France.
- Jeffreys, H. (1925)** Flow of water in an inclined channel of rectangular section.
London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 49(293): 793-807.
- Jensen, K.H. (1983)** Simulation of water flow in the unsaturated zone including the root zone.
Ph. D. Dissetation, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering. Technical University of Denmark. Series Paper No. 33.
- Jensen, K.H. and Resfgaard, J.C. (1989)** Spatial variability of soil physical properties. Theoretical and experimental analysis.
Dept. of Soil and Water Plant Nutrition, The Royal Veterinary and Agricultural Univ. ; Danish Hydraulic Institute; The Technical University of Denmark. Copenhagen.

- Kirkby, M.J. (1980).** Modelling water erosion processes.
In Publication of the British Geomorphological Research Group. Soil Erosion. Kirkby and Morgan (ed.) . John Wiley & son. New York.
- Kooistra, M.J. (1987).** The effects on compaction and deep tillage on soil structure in dutch sandy loam soil.
Micromorphologie des sols, Fedoroff, Bresson & Courty, 445-450, AFES, Plaisir.
- Kutilek, M. (1980)** Constant-rainfall infiltration.
J. of Hydrol. 45: 289-303.
- Law, J., (1944)** A statistiical approach to the interstitial heterogeneity of sand reservoirs.
Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. 155: 202-222.
- Levy, G.J.; Berliner, P.R.; Du Plessis, H.M. and Van Der Wat H.v.H. (1988)** . Microtopographical characteristics of artificially formed crusts.
Soil Sci. Soc. Am. J. 52: 784 -791.
- Luxmoore, R.J.; Spaulding, B.P. and Murno I.M. (1981)** Areal variation and chemical modification of weathered shale infiltration characteristics.
Soil Sci. Soc. Am. J. 45: 687-691.
- Mahrer, Y. (1982)** A theoretical study of the effect of soil surface shape upon the soil temperature profile.
Soil Sci. 134: 381-387.
- Mannering, J.V.; and Wieserma, D. (1970).** The effect of rainfall energy on water infiltration into soils .
Proc. Indiana Acad. Sci. 79: 407-412.
- Matheron, G. (1965)** Les variables régionalisées et leur estimation.
Masson Editeurs. PARIS.
- Matheron, G. (1973)** The intrinsic random functions and their applications.
Adv. Appl. Prob., 5: 439-468.
- Mantoglou, A. and Wilson, J.L. (1982)** The Turning Bands Method for simulation of random fields using line generation by spectral method
Wat. Resour. Res., 18: 1379-1394.
- Mantoglou, A. and Gelhar, L.W. (1987)** Stochastic modelling of large-scale transient unsaturated flow systems.
Wat. Resour. Res., 23: 37-46.
- Mantoglou, A. (1990)** Stochastic theory of three-dimensional unsaturated flow in heterogeneous soils: effective flow models in finite domains and nonstationarity.
Soumis à Wat. Resour. Res.
- Mantoglou, A. and Jensen, K.H. (1990)** Application of unsaturated flow theory, numerical simulation and comparisons to field observations.
Soumis à Wat. Resour. Res.

- Marchand, D. (1988)** Modélisation fonctionnelle du bilan hydrique sur sol cultivé: approche déterministe ou stochastique.
Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I.
- McIntyre, D.S. (1958).** Soil splash and formation of surface crusts by raindrop impact.
Soil Sci. 85: 261-266.
- Mein, R.G. and Larson, C.L. (1973)** Modelling infiltration during a steady rain.
Water Resour. Res. 9 (2): 384-397.
- Miller, E.E. and Miller, R.D. (1956)** Physical theory of for capillary flow phenomena.
J. Appl. Physics. 27: 324-332.
- Mizell, S.A.; Gutjahr, A.L. and Gelhar, L.W. (1982)** Stochastic analysis of spatial variability in two-dimensional steady groundwater flow assuming stationary and nonstationary heads.
Wat. Resour. Res., 18: 1053-1067.
- Morin, J. and Benyamini, Y. (1977).** Rainfall infiltration into bare soils.
Wat. Resour. Res. 13 (5): 813-817
- Morin, J.; Benyamini, Y. and Michaeli, A. (1981).** The effect of raindrop impact on the dynamics of soil crusting and water movements in the profile.
J. of Hydrol. 52: 321-325.
- Minoz-Pardo, J.F. (1987)** Approche géostatistique de la variabilité spatiale des milieux géophysiques.
Thèse de Docteur de l'Université de Grenoble, France.
- Mualem, Y. and Assouline, S. (1989)** Modeling soil seal as a nonuniform layer.
Wat. Resour. Research. 25(10): 2101-2108.
- Musik, I. (1974)** Laboratory experiments with surface runoff.
J. Hydraulics Div., ASCE. 100(HY4): 501-513.
- Muskat, M.(1946)** The flow of homogeneous fluids through porous media.
J.W. Edwards Am. Arbor. Michigan.
- Nielsen, D.R., Biggar, J.W. and Erh, K.T. (1973)** Spatial variability of field measured soil water properties.
Hilgardia, 42: 215-259.
- Nielsen, D.R. and Hansen, E. (1973)** Numerical simulation of the rainfall-runoff process on a daily basis.
Nordic Hydrology, 4: 171-190.
- Nielsen, D.R.; Biggar, J.W. and Rrh, K.T. (1973)** spatial variability of field measured soil-water properties.
Hilgardia, 42, 215-259.

- Norton, L.D. & Schroederer, J.L. (1987).** The effects of various cultivation methods on soil loss: a micromorphological approach.
Micromorphologie des sols, Fedoroff, Bresson & Courty, 431-436, AFES, Plaisir.
- Onofiok, O. and Singer, M.J. (1984).** Scanning electron microscope studies of surface crusts formed by simulated rainfall.
Soil Sci. Soc. Am. J. 48: 1137-1143.
- Ovalles, F.A. and Collins, M.E. (1988)** Evaluation of soil variability in northwest Florida using geostatistics.
Soil Sci. Soc. Am. J., 52: 1702-1708.
- Overton, D.E. and Brakensiek, D.L. (1973)** A kinematic model of surface runoff response.
IAHS Publ. 96: 100-112.
- Palmer, R.S. (1963).** The influence of a thin layer of water on water drop impact forces.
Int. Assoc. Scient. Hydrol., Pub. 65, 141-148.
- Park, S.W. (1981)** Modelling soil erosion and sedimentation on small agricultural watersheds.
Ph. D. Thesis. University of Illinois at Urbana. Champaign. USA.
- Parlange, J.Y.; Hogarth, W.L. and Parlange, M.B. (1984)** Optimal analysis of the effect of surface crust.
Soil Sci. Soc. Am. J. 48: 494-497.
- Parlange, J.Y.; Hogarth, W.L.; Boulier, J.F.; Touma, J.; Haverkamp, R.; and Vachaud, G. (1985)** Flux and water content relation at the soil surface.
Soil Sci. Soc. Am. J. 49: 285-288.
- Peck, A.J.; Luxmoore, R.J. and Stolzy, J.L. (1977)**
Effects of spatial variability of soil hydraulic properties in water budget modeling.
Wat. Resour. Research. 13: 348-354.
- Philip, J.R. (1957)** The theory of infiltration: (1) The infiltration equation and its solution.
Soil Science. 83: 345-357.
- Poesen, J. (1984)** The influence of slope angle on infiltration rate and Hortonian overland flow volume. 2.
Z. Geomorph. N.F.; Suppl.-Bd. 49: 117-131.
- Preissmann, A. et Zaoui J.(1979)** Le module "Ecoulement de surface" du Système Hydrologique Européen (SHE).
Proc. XVIII^e Congrès AIRH; Cagliari.
- Preissmann, A. [1981]** Système Hydrologique Européen. Proposition de modélisation des interactions OC/UZ/SZ.
Rapport SOGREAH.

- Rawls, W.J. and Brakensiek, D.L. (1983)** A procedure to predict Green and Ampt infiltration parameters. ,
In Advances in infiltration. Proceedings of the National Conference on Advances in Infiltration. Publ. Am. Soc. Agr. Eng.
- Remeley, P.A. and Bradford, J.M. (1989).** Relationship of soil crust morphology to intrer-rill erosion parameters.
Soil Sci. Soc. Am. J. 53: 1215-1221.
- Richards, L.A.(1931)** Capillary conduction of fluids in porous mediums.
Physics, 1: 318-333.
- Roche, P.A. et Thiery, D. (1984)** Simulation globale de bassins hydrologiques. Introduction à la modélisation et description du modèle GARDENIA. Rapport BRGM 84 SGN 337 EAU, Nov. 1983.
- Rokowski, A.S. (1971)** Watershed physics: Model of the soil moisture characteristic.
Wat. Resour. Res., 7: 1575-1582.
- Rokowski, A.S. (1972)** Watershed physics: Soil variability criteria.
Wat Resour. Res. 8(4): 1015-1023.
- Romkens, M.J.M. (1979).** Soil crusting - when crusts form and quantifying their effects. p. 36-39.
In Infiltration reaserch planning workshop. Part. I. State of the art reports. USDA-ARS, ARMNC-4, U.S. Dept. of Agric., Washington, DC.
- Russo, D. and Bresler, E. (1980)** Scaling soil hydraulic properties of a heterogeneous field.
Soil Sci. Soc. Am. J. 44: 681-684.
- Russo, D. and Bresler, E. (1981)** Soil hydraulic properties as stochastic processes, 1, Analysis of field spatial variability.
Soil Sci, Soc. Am. J., 45: 682-687.
- Russo, D. and Bresler, E. (1982)** A univariate versus mulivariate distribution in a stochastic conceptual analysis of unsatrated flow.
Wat. Resour. Research. 18: 483-488.
- Russo, D. (1983)** A geostatistical approach to the trickle irrigation design in heterogeneous soils, (1): Theory.
Wat. Resour. Res. 19/ 632-642.
- Sharma, M.L. and Luxmoore, R.J. (1979)** Soil spatial variability and its consequences on simulated water balance.
Wat. Resour. Res., 15: 1567-1573.
- Sharma, M.L., Gardner, G.A. and Hunt, C.G. (1980)** Spatial variability of infiltration in watershed.
J. of Hydrol., 45: 101-122.
- Sharma, M.L., Luxmoore, R.J., DeAngelis, R., Ward, R.C. and Yeh, G.T. (1987)** Subsurface water flow simulated for hillslopes with spatially dependent soil hydraulic characteristics.
Wat. Resour. Res., 23: 1523-1530.

- Simmons, C.S.; Nielsen D.R. and Hunt, C.G. (1979)** Scaling of field-measured soil-water properties. 1- Methodology; 2- Hydraulic conductivity and flux.
Hilgardia, 47: 77-173.
- Sisson, J.B. and Vierenga, P.J. (1981)** Spatial variability of steady infiltration rates as a stochastic processes.
Soil Sci. Soc. Am. J., 45: 699-704.
- Shinozuka, M. and Jan, C.M. (1972)** Digital simulation of random processes and its applications.
Journal of Sound and Vibration, 25: 111-128.
- Slichter, C.S. (1899)** *U.S. Geol. Sur. Ann. Rep. 19-II*: 295-384.
- Smiles, D.E.; Knight, J.H. and Perroux, K.M. (1982)** Absorption of water by soil: The effect of a surface crust.
Soil Sci. Soc. Am. J. 46: 476-481.
- Smith, R.E. and Hebbert, R.H.B. (1976)** A Monte-Carlo analysis of the hydrologic effects of spatial variability of infiltration.
Wat. Resour. Res., 15: 419-429.
- Smith, R.E. and Freeze, R.A. (1979)** Stochastic analysis of steady state groundwater flow in a bounded domain, 2, Two-dimensional situations.
Wat. Resour. Res., 15: 1543-1559.
- Smith, R.E.; and Hebbert, G.H.B.** Mathematical simulation of interdependant surface and subsurface hydrologic processes.
Wat. Resour. Res., 19: 987-1001.
- Storm, B. (1989)** Introduction to hydrological modelling.
In Workshop on 'Application of SHE model to subbasins of river Narmada'.
National Institute of Hydrology, Roorkee, Inde.
- Sudicky, E.A. (1986)** A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer: Spatial variability of hydraulic conductivity and its role in the dispersion process.
Wat. Resour. Res. 22: 2069-2082.
- Swartzendruber, D. (1974)** Infiltration of constant-flux rainfall into soils as analysed by the approach of Green and Ampt.
Soil Sci. 117: 272-281.
- Tackett, J.L. and Pearson, R.W. (1965).** Some characteristics of soil crusts formed by simulated rainfall.
Soil Sci. 99 (6) : 407-413.
- Takagi, S. (1960)** Analysis of the vertical downward flow of water through a two-layered soil.
Soil Sci. 90: 98-103.
- Tarchitzky, J.; Banin, A.; Morin, J. and Chen, Y. (1984).** Nature, formation and effects of soil crusts formed by water drop impact.
Geoderma 33: 135-155.

- Thony, J.L. (1970)** Etude expérimentale des phénomènes d'hystérésis dans les écoulements en milieux poreux non-saturés.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble.
- Tyson, N.H. and Weber, E.M. (1964)** Groundwater management for the nation's future-computer simulation of groundwater basins.
Proc. ASCE, 90(HY4): 59-77.
- Ünlü, K.; Kavvas, M.L. and Nielsen D.R. (1989)** Stochastic analysis of field measured unsaturated hydraulic conductivity.
Wat. Resour. Res., 25(12): 2511-2519.
- Unlü, K.; Nielsen, D.R. and Biggar, J.W. (1990)** Stochastic analysis of unsaturated flow: One dimensional Monte Carlo Simulations and comparison with spectral perturbation analysis and field observations.
Wat. Resour. Res., 26: 2207-2218.
- Valentin, C. (1981).** Organisations pelliculaires de quelques sols de la région subdésertique (Agadez, Rép. du Niger). Dynamique de formation et conséquences sur l'économie en eau.
Thèse de Docteur de 3^{ème} cycle, Université Paris VII.
- Valentin, C. (1985).** Effects of soil moisture and kinetic energy on the mechanic resistance of surface crusts. p. 367-369.
In F. Callebat et al. (ed). Assessment of soil surface sealing and crusting. State Univ. of Ghent, Belgium.
- Valentin, C. and Ruiz Figueroa, J.F. (1987)** Effects of kinetic energy and application rate on the developments of crusts in a fine sandy loam soil using sprinkling irrigation and rainfall simulation.
In; Micromorphologie des sols, AISS/AFES, Paris: pp. 401-408.
- Van Doren, D.M.; and Allmaras, R.R. (1978)** Effect of residue management practices on the soil physical environment, micro-climate and plant growth.
Am. Soc. Agron. Spec. Publ., Crop Residue Management System. pp. 49-83.
- Van Es, H.M.; Van Es, C.L. and Cassel, D.K. (1989)** Application of regionalized theory to large field experiments.
Soil Sci. Soc. Am. J., 53: 1178-1183.
- Van Genuchten, R. (1980)** A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.
Soil Sci. Soc. Am. J., 4: 892-898.
- Vauclin, M. (1971).** Effets dynamiques sur la relation succion-teneur en eau, lors d'écoulements en milieu saturé.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble.
- Vauclin, M.; Haverkamp R. et Vachaud G. (1979)** Résolution numérique d'une équation de diffusion non linéaire. Application à l'infiltration de l'eau dans les sols non saturés.
Presses Universitaires de Grenoble.
- Vauclin, M. et Vachaud, G. (1981)** Bilan hydrique dans le Sud-Tunisien. Modélisation numérique et prévision des transferts hydriques en sol stratifié.
J. of Hydrol. 49: 53-73.

- Vauclin, M. (1982) Méthodes d'étude de la variabilité spatiale des propriétés d'un sol.
Colloque S.H.F.-I.N.R.A. AVIGNON (FRANCE).
- Vauclin, M.; Imbernon, J.; Vachaud, G. et Dancette, C. (1983) Description expérimentale et modélisation stochastique des transferts par mise en facteur d'échelle des propriétés hydrodynamiques des sols.
IAEA Symposium AIX EN PROVENCE (FRANCE).
- Vieira, S.R.; Nielsen, D.R. and Biggar, J.W. (1981) Spatial variability of field-measured infiltration rate.
Soil Sci. Soc. Am. J., 45: 1040-1048.
- Vieira, J.H.D. (1983) Conditions governing the use of approximations for the Saint Venant equations for shallow surface water flow.
J. of Hydrol. 60: 43-58.
- Warren, J.E., and Price, H.S. (1961) Flow in heterogeneous porous media.
Soc. Pet. Eng. J., 1:153-169.
- Warrick, A.W.; Mullen, G.J. and Nielsen, D.R. (1977) Scaling field-measured soil hydraulic properties using similar media concept.
Wat. Resour. Res. 13: 355-362.
- Warrick, A.W. and Amoozegard-Fard, (1979) Infiltration and drainage calibration using a similar media concept.
Wat. Resour. Res.: 13: 355-362.
- Wilson, G.V., Alfonsi, J.M. and Jardine, P.M. (1989) Spatial variability of saturated hydraulic conductivity of the subsoil of two forested watersheds.
Soil Sci. Soc. Am. J., 53: 679-685.
- Wood, E.F. (1976) An analysis of the effects of parameter uncertainty in deterministic hydrologic models.
Wat Resour. Res., 12: 925-932.
- Wooding, R.A. (1965.a) A hydraulic model for the catchment stream problem. I. Kinematic wave theory.
J. of Hydrol. 3 : 254-257
- Wooding, R.A. (1965.b) A hydraulic model for the catchment stream problem. II. Numerical solutions.
J. of Hydrol. 3 : 268-282.
- Wooding, R.A. (1965.c) A hydraulic model for the catchment stream problem. III. Comparison with runoff observations.
J. of Hydrol. 4: 21-37.
- Woolhiser, D.A. and Liggett, J.A. (1967) Unsteady, one dimensional flow over a plane. The rising hydrograph.
Water Resour. Res. 3(3): 753-771.
- Yeh, T.-C.J., Gelhar, L.W. and Gutjahr, A.L. (1985a) Stochastic analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils. 1. Statistical isotropic media.
Wat. Resour. Res., 21: 447-456.

- Yeh, T.-C.J., Gelhar, L.W. and Gutjahr, A.L. (1985b)** Stochastic analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils. 2. Statistical isotropic media with variable α .
Wat. Resour. Res., 21: 457-464.
- Yeh, T.-C.J., Gelhar, L.W. and Gutjahr, A.L. (1985c)** Stochastic analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils. 3. Observations and applications.
Wat. Resour. Res., 21: 465-471.
- Yeh, T.-C.J., Gelhar, L.W. and Wierenga, P.J. (1986)** Observations of spatial variability of soil-water pressure in a field soil.
Soil Sci. 142: 7-12.
- Yeh, T.-C.J. (1989,a)** One-dimensional steady state infiltration in heterogeneous soils.
Wat. Resour. Res., 25: 2149-2158.
- Young, R. A. and Wiserman, J.L. (1973).** The role of rainfall impact on soil detachment and transport.
Water Resour. Res. 9: 1629-1636.
- Zayani, K. (1987)** L'infiltration dans les sols avec croûte. Etude expérimentale, numérique et quasi-analytique.
Thèse de Docteur de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. France.

Annexe A1

**DISCRETISATION DE
L'EQUATION DE RICHARDS
EN DIFFERENCES FINIES
(CAS MONODIMENSIONNEL)**

A1-1) DISCRETISATION DE L'EQUATION SUR UN NOEUD COURANT.

Pour des conditions de programmation, et pour faciliter le transfert des variables dans le S.H.E., l'orientation de l'axe des cotes est considérée positive vers le haut.

L'équation de Darcy dans le cas unidimensionnel s'exprime en différences finies sous la forme:

$$q_{j+1/2}^n = -K_{j+1/2}^n \left(\frac{h_{j+1}^n - h_j^n}{\Delta z_{j+1}} + 1 \right) \quad (A1-1)$$

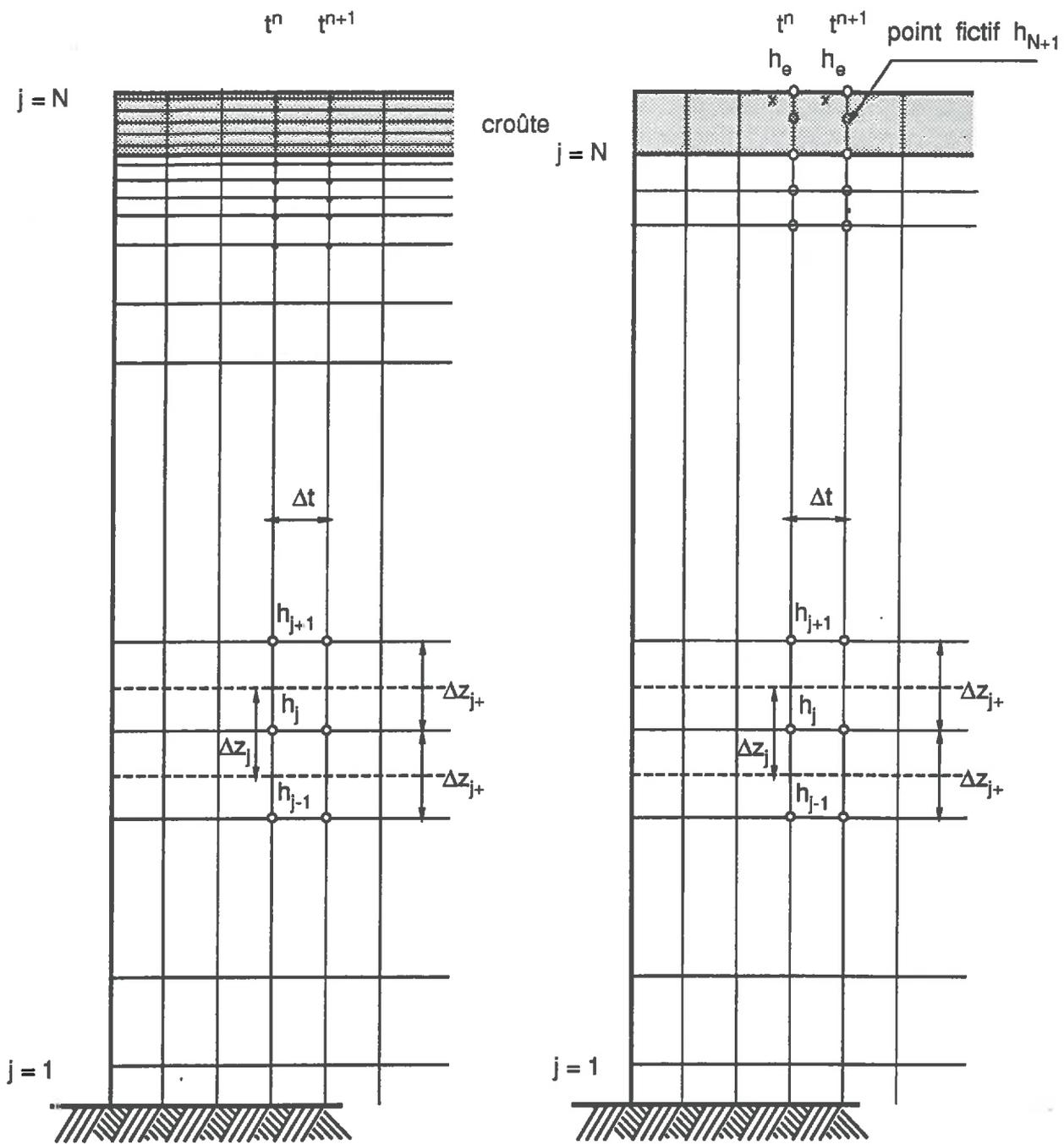
où j est l'indice d'espace et n indice du temps. Δz_{j+1} le pas d'espace et Δt le pas de temps.

La figure (A1-1) représente la discrétisation dans l'espace et dans le temps. L'équation de conservation de la masse, avec l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau, s'écrit :

$$C_j^{n+1/2} \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t} = \frac{q_{j+1/2}^{n+1} - q_{j-1/2}^{n+1}}{\frac{1}{2} (\Delta z_{j+1} - \Delta z_j)} \quad (A1-2)$$

En remplaçant dans (A1-2) le flux par son expression on obtient:

$$C_j^{n+1/2} \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t} = \left[K_{j+1/2}^{n+1/2} \left(\frac{h_{j+1}^{n+1} - h_j^{n+1}}{\Delta z_{j-1}} + 1 \right) - K_{j-1/2}^{n+1/2} \left(\frac{h_j^{n+1} - h_{j-1}^{n+1}}{\Delta z_j} + 1 \right) \right] \frac{1}{\frac{1}{2} (\Delta z_{j+1} - \Delta z_j)} \quad (A1-3)$$



Cas d'un bicouche

Cas d'une impédance

Fig. A1.1 Illustration de la discrétisation spatio-temporelle de l'équation de Richards pour un écoulement unidirectionnel vertical.

En supposant que h_j^{n+1} et h_{j+1}^{n+1} peuvent être reliés par une équation du type :

$$h_j^{n+1} = E_{j+1} h_{j+1}^{n+1} + F_{j+1} \quad (\text{A1-8})$$

les termes E_{j+1} et F_{j+1} peuvent être calculés en combinant les équations (A1-6) et (A1-8) ce qui donne:

$$E_{j+1} = \frac{G_j}{A_j \cdot E_j + B_j} \quad (\text{A1-9-a})$$

$$F_{j+1} = \frac{D_j - A_j \cdot F_j}{A_j \cdot E_j + B_j}$$

Si les conditions aux limites sont fixées les h_j^{n+1} peuvent alors être déterminées.

Les valeurs de E_{j+1} et F_{j+1} sont calculées d'après les équations (A1-7) et (A1-9) de bas en haut, les valeurs de h sont ensuite calculées de haut en bas.

La procédure itérative appliquée pour chaque pas de temps est la suivante:

- * Des estimations initiales de C_j^0 et K_j^0 pour la première itération sont obtenues du résultat final au temps n précédent. Soit:

$$C_j^{0,n+1} = C_j^n \quad \text{et} \quad K_j^{0,n+1} = K_j^n.$$

- * Si la solution, après l'itération i , pour tous les noeuds, donne

$$\left| \frac{h^i - h^{i-1}}{h^i} \right| < \text{seuil de tolérance} \quad (\text{A1-10})$$

la solution au temps $n+1$ est alors obtenue, sinon C et K sont corrigées par la relation suivante:

$$C_j^{i+1} = \frac{1}{2} \left(\sum_{m=1}^i C_j^m / i + C^{0,j} \right) \quad (\text{A1-11a})$$

$$K_j^{i+1} = \frac{1}{2} \left(\sum_{m=1}^i K_j^m / i + K^{0,j} \right) \quad (\text{A1-11b})$$

Dans notre étude, le seuil de tolérance a été fixé à 0,001.

A1-2) CONDITIONS AUX LIMITES

A1-2-1 Condition à la surface.

A1-2-1.1 Cas d'un bicouche.

Deux types de conditions sont à considérer:

- * condition de flux constant
- * condition de charge

Les deux conditions correspondent respectivement à des conditions de Neumann et de Dirichlet.

Si l'infiltration est égale à la pluie avant la saturation de la surface, l'équation (A1-3) peut s'écrire pour le noeud N:

$$C_N^{n+1/2} \frac{h_N^{n+1} - h_N^n}{\Delta t} = \left(-P - K_{N-1/2}^{n+1/2} \left(\frac{h_N^{n+1} - h_{N-1}^{n+1}}{\Delta z_N} + 1 \right) \right) \frac{1}{\frac{1}{2} (\Delta z_{N+1} - \Delta z_N)} \quad (\text{A1-12})$$

où P est l'intensité de la pluie.

En exprimant cette condition sous la forme de l'équation (A1-6), (A1-12) devient:

$$A_N' h_{N-1}^{n+1} + B_N' h_N^{n+1} = D_N' \quad (\text{A1-13})$$

avec

$$\left. \begin{aligned} A_N' &= -K_{N-1/2}^{n+1/2} / \Delta z. \\ B_N' &= C_{N-1/2}^{n+1/2} / \Delta t + -K_{N-1/2}^{n+1/2} / \Delta z. \\ D_N' &= C_{N-1/2}^{n+1/2} \frac{h_N^n}{\Delta t} + \frac{-P - K_{N-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z_{N+1} + \frac{1}{2} \Delta z_N} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.14})$$

S'il y a formation d'une lame d'eau en surface, le premier noeud est supposé saturé et la condition à la surface est simplement:

$$h_N^{n+1} = \Delta z_{N+1} + h_{ex} \quad (\text{A1-15})$$

où h_{ex} désigne la hauteur de la lame d'eau en surface.

A1-2-1.2) Cas d'une impédance.

Pour une impédance on applique la condition radiative. La disposition des noeuds de calcul est différente de celle des conditions de Neumann et de Dirichlet

présentées plus haut. En effet un nœud de calcul est placé à l'interface sol-impédance et un nœud fictif supplémentaire tel que montré dans la figure (A1-1).

S'il n'y a pas de lame d'eau en surface, toute l'eau de la pluie s'infiltré, la condition à la limite (II-7) s'exprime par:

$$q_N^{n+1} = -P = -\frac{h_{ex}^{n+1} + e - h_N^{n+1}}{R} = -K_N^{n+1/2} \left(\frac{h_{N+1}^{n+1} - h_{N-1}^{n+1}}{2 \Delta z_N} + 1 \right) \quad (A1-16)$$

L'égalité du 2^{ème} et du 4^e termes donne:

$$h_{N+1}^{n+1} = h_{N-1}^{n+1} - 2 \Delta z_N + 2 P \frac{\Delta z_N}{K_N^{n+1/2}} \quad (A1-17)$$

Pour le 2^{ème} et le 3^e terme on a:

$$h_{ex}^{n+1} = P.R - e + h_N^{n+1} \quad (A1-18)$$

En écrivant l'équation (A1-6) pour le nœud N et en remplaçant h_{N+1}^{n+1} par son expression tirée de (A1-18) on a:

$$B_N h_N^{n+1} + (A_N + G_N) h_{N-1}^{n+1} = D_N + 2 G_N \Delta z_N - 2 G_N \frac{P \cdot \Delta z_N}{K_N^{n+1/2}} \quad (A1-19)$$

Si la lame en surface existe déjà, un bilan du stock d'eau permet d'écrire:

$$q_N^{n+1} = -\frac{h_{ex}^{n+1} + e - h_N^{n+1}}{R} = -P + \frac{h_{ex}^{n+1} - h_{ex}^n}{\Delta t} \quad (A1-20)$$

Ce qui conduit à:

$$h_{ex}^{n+1} = h_N^{n+1} \left(\frac{1}{1+R/\Delta t} \right) + \frac{P.R - e + (R.h_{ex}^n)\Delta t}{1 + R/\Delta t} \quad (A1-21)$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$h_{ex}^{n+1} = a.h_N^{n+1} + b^n \quad (A1-22)$$

En introduisant cette expression dans le second terme de l'équation (A1.20) on obtient

$$h_{N+1}^{n+1} = \frac{2 \Delta z}{R \cdot K_N} (a-1)h_N^{n+1} + 2 \Delta z_N \left(-1 + \frac{b^n + e}{K_N^{n+1/2} \cdot R} \right) \quad (A1.23)$$

L'équation (A1-6) pour le nœud N devient finalement:

$$(A_N + G_N) h_{N-1}^{n+1} + \left(B_N + G_N \frac{2 \Delta z_N}{K_N^{n+1/2}} (a-1) \right) =$$

$$D_N - 2 \Delta z_N G_N \left(-1 + \frac{b+e}{K_N^{n+1/2} R} \right) \quad (A1.24)$$

A1-2-2) Condition à la limite inférieure.

Au fond on peut imposer soit une condition de charge connue qui dépend du niveau de la nappe, soit une condition de flux connu quand la nappe est profonde et si l'on ne s'intéresse qu'à la partie de la colonne du sol n'atteignant pas la nappe. Dans ces deux cas on est ramené aux conditions de Dirichlet ou de Neumann décrite plus haut pour les conditions en surface.

Annexe A2

**OBTENTION DES
CARACTERISTIQUES
HYDRODYNAMIQUES
D'UN SOL**

A2-1 Introduction.

Les caractéristiques des trois types de sol retenus dans notre analyse n'étant pas disponibles explicitement dans la littérature, on a eu recours aux données fournies par Rawls et Brakensiek [1983]. Nous présentons ci-dessous la procédure adoptée dans l'exploitation de ces données pour obtenir les courbes caractéristiques des sols.

A2-2 Courbe $h(\theta)$.

Dans leur étude, Rawls et Brakensiek [1983] publient les valeurs des paramètres θ_e , h_f , K_s , ϕ , $\theta_{1/3}$ et θ_{15} sous la forme présentée dans la fig. A2-1, où :

θ_s : teneur en eau à saturation

θ_r : teneur en eau résiduelle

θ_e : la porosité effective définie par $\theta_s - \theta_r$

K_s : conductivité à saturation

$\theta_{1/3}$ et θ_{15} : teneur en eau à 1/3 et 15 bars respectivement.

h_f : pression capillaire au front humide dans le modèle de Green et

Ampt.

La saturation effective S_e peut être déduite de la relation de Brooks et Corey [1964]:

$$\begin{cases} S_e = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda & h \leq h_b \\ S_e = 1 & h > h_b \end{cases} \quad (\text{A2-1})$$

$$\text{avec} \quad S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (\text{A2-2})$$

h_b représente la pression de vidange du plus gros pore et λ est un paramètre empirique.

Brakensiek [1977] relie h_b à h_f par la relation:

$$h_f = \frac{2 + 3\lambda}{1 + 3\lambda} \cdot \frac{h_b}{2} \quad (\text{A2-3})$$

On peut alors, à partir des valeurs de h_f déterminer h_b à condition de connaître λ .

La relation (A2-1) nous donne:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\phi - \theta_r} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (\text{A2-4})$$

avec $\theta_r = \phi - \theta_e$

d'où
$$\frac{\theta - \theta_s + \theta_e}{\theta_e} = \left(\frac{h_b}{h}\right)^\lambda \quad (\text{A2-5})$$

En remplaçant dans (A2-5) h_b par sa valeur tirée de (A2-3) on obtient:

$$\frac{\theta - \theta_s + \theta_e}{\theta_e} = \left(\frac{(2 + 6\lambda) \cdot h_f}{(2 + 3\lambda) \cdot h}\right)^\lambda \quad (\text{A2-6})$$

Dans l'équation (A2-6), si on remplace θ et h par des valeurs connues, par exemple pour $h = 1/3$ bar, on peut alors tirer la valeur de λ

La formule de Brooks et Corey donne une forte discontinuité dans la dérivée de la fonction $h(\theta)$ au voisinage de la saturation induisant des instabilités dans la résolution de l'équation de Richards à l'aide des méthodes numériques. Or, physiquement, la plupart des sols présentent une entrée d'air progressive. Clapp et Hornberger [1978] proposent alors de prolonger la courbe $h(\theta)$ par une parabole de la forme :

$$h = -m(S_e - n)(S_e - 1) \quad (\text{A2-7})$$

Les paramètres m et n sont calculés de façon à ce que la parabole passe par le point d'inflexion (S_{ei}, h_i) et le point $(1,0)$ et que les pentes dh/dS_e des deux fonctions (A2-1) et (A2-7) soient égales, m et n s'expriment alors:

$$m = \frac{h_i}{(1-S_{ei})^2} - \frac{h_i}{S_{ei} \lambda (1-S_{ei})} \quad (\text{A2-8})$$

$$n = 2 S_{ei} - \frac{h_i}{\lambda m S_{ei}} - 1$$

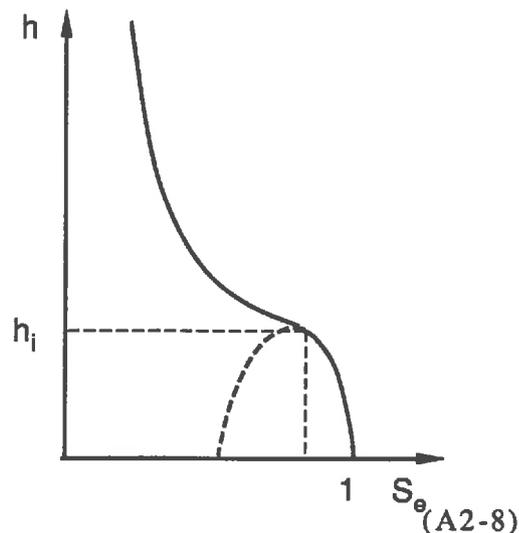


Fig. A2-2 Courbe $h(S_e)$ corrigée

Dans la littérature on ne trouve pas de données concernant le point d'inflexion. D'après Rogowski (1971) $0,8 < S_{ei} < 1$ et propose d'adopter $S_{ei} = 0,9$. Dans notre étude on a fixé S_{ei} aussi proche de la valeur de 1 que possible à condition de ne pas avoir d'instabilité numérique.

A2-2 Courbe $K(\theta)$

La courbe $K(\theta)$ peut être déterminée d'après la formule d'Averjanov [1953]:

$$K = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^b \quad (\text{A2-9})$$

avec K_s perméabilité à saturation du sol, b est un paramètre dépendant de la nature du sol, Clapp et Hornberger adoptent pour b la relation:

$$b = 3 + 2/\lambda \quad (\text{A2-10})$$

En suivant la procédure décrite ci-dessus on obtient les caractéristiques des sols présentées dans la fig. III-13.

	<i>Sol 1</i>	<i>Sol 2</i>	<i>Sol 3</i>
% argile	30	15	45
% sable	60	15	40
% limon	10	70	15
θ_e	0,32	0,35	0,50
ψ_f (cm)	12	35	50
K_s (m/s)	$4,16 \cdot 10^{-6}$	$1,25 \cdot 10^{-6}$	$1,38 \cdot 10^{-7}$
θ_s	0,43	0,52	0,45
$\theta_{1/3}$	0,24	0,23	0,37
θ_{15}	0,15	0,12	0,25
λ	0,297	0,367	0,156
h_b (cm)	59	47	16

Tableau A2.1 Valeur des coefficients caractéristiques des sols utilisés dans l'étude.

**DISCRETISATION DE
L'EQUATION DE RICHARDS
EN DIFFERENCES FINIES
(CAS BIDIMENSIONNEL)**

L'approximation par un schéma en différences finies totalement implicite de l'équation (III.7) s'écrit:

$$\begin{aligned}
C_{ij} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta x^*} \left[K_{i,j+1/2} \frac{h_{i,j+1}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^*} - K_{i,j-1/2} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta x^*} \right] \\
&+ \frac{1}{2\Delta x^*} \left[K_{i,j+1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j+1} \frac{h_{i+1,j+1}^{n+1} - h_{i-1,j+1}^{n+1}}{2\Delta z^*} - K_{i,j-1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j-1} \frac{h_{i+1,j-1}^{n+1} - h_{i-1,j-1}^{n+1}}{2\Delta z^*} \right] \\
&+ \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \frac{1}{2\Delta z^*} \left[K_{i+1,j} \frac{h_{i+1,j+1}^{n+1} - h_{i+1,j-1}^{n+1}}{2\Delta x^*} - K_{i-1,j} \frac{h_{i-1,j+1}^{n+1} - h_{i-1,j-1}^{n+1}}{2\Delta x^*} \right] \\
&+ \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \frac{1}{\Delta z^*} \left[K_{i+1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j} \frac{h_{i+1,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta z^*} - K_{i-1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i-1/2,j} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta z^*} \right] \\
&+ \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j+1} \frac{1}{\Delta z^*} \left[K_{i+1/2,j} \frac{h_{i+1,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n+1}}{\Delta z^*} - K_{i,j-1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i-1/2,j} \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta z^*} \right] \\
&+ \frac{\partial z^*}{\partial z} \Big|_{i,j} \frac{1}{2\Delta z^*} (K_{i+1,j} - K_{i-1,j})
\end{aligned} \tag{A3.1}$$

où $h_{i,j}^n$ est la pression effective en un point donné (i,j) au début du pas de temps n , $C_{i,j}$, $K_{i,j}$ sont la capacité capillaire et la conductivité hydraulique respectivement au point (i,j) et au début du pas de temps n , Δz et Δx sont les pas d'espace dans le sens vertical et horizontal dans le repère transformé.

Pour calculer la conductivité hydraulique internodale, la moyenne arithmétique est utilisée:

$$K_{i+1/2,j} = (K_{i,j} + K_{i+1,j})/2 \tag{A3.2}$$

L'équation (A3.1) réarrangée s'exprime sous la forme générale suivante:

$$Ah_{i-1,j-1}^{n+1} + Bh_{i-1,j}^{n+1} + Ch_{i-1,j+1}^{n+1} + Dh_{i,j-1}^{n+1} + Eh_{i,j}^{n+1} + Fh_{i,j+1}^{n+1} + Gh_{i+1,j-1}^{n+1} + Hh_{i+1,j}^{n+1} + Ih_{i+1,j+1}^{n+1} = J \tag{A3.3}$$

où:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i,j-1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j-1} + \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i-1,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \\
B &= \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \frac{1}{\Delta z^{*2}} K_{i-1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i-1/2,j} + \left(\frac{\partial z^*}{\partial z} \right)_{i,j}^2 \frac{1}{\Delta z^{*2}} K_{i-1/2,j} \\
C &= \frac{-1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i,j+1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j+1} - \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i-1,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \\
D &= \frac{K_{i,j-1/2}}{\Delta x^{*2}} \\
E &= -\frac{C_{i,j}}{\Delta t} - \frac{K_{i,j+1/2}}{\Delta x^{*2}} - \frac{K_{i,j-1/2}}{\Delta x^{*2}} - \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \frac{1}{\Delta z^{*2}} \left[K_{i+1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j} + K_{i-1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i-1/2,j} \right] \\
&\quad - \left(\frac{\partial z^*}{\partial z} \right)_{i,j}^2 \frac{1}{\Delta z^{*2}} [K_{i+1/2,j} + K_{i-1/2,j}] \\
F &= \frac{K_{i,j+1/2}}{\Delta x^{*2}} \\
G &= \frac{-1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i,j-1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j-1} - \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i+1,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \\
H &= \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \frac{1}{\Delta z^{*2}} K_{i+1/2,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j} + \left(\frac{\partial z^*}{\partial z} \right)_{i,j}^2 \frac{1}{\Delta z^{*2}} K_{i+1/2,j} \\
I &= \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i,j+1} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j+1} + \frac{1}{4 \Delta x^* \Delta z^*} K_{i+1,j} \frac{\partial z^*}{\partial x} \Big|_{i,j} \\
J &= -\frac{C_{i,j} h_{i,j}^n}{\Delta t} - \frac{\partial z^*}{\partial z} \Big|_{i,j} \frac{1}{2 \Delta z^*} (K_{i+1,j} - K_{i-1,j})
\end{aligned} \tag{A3.4}$$

L'équation de la conservation de la masse dans la croûte est exprimée comme suit:

$$q_{cr,z_j}^{n+1} \Delta x - q_{N_j}^{n+1} \Delta x + q_{cr,j-1/2}^{n+1} \cdot e_{j-1/2} - q_{cr,j+1/2}^{n+1} \cdot e_{j+1/2} = 0 \tag{A3.5}$$

Les flux sont calculés à partir de la loi de Darcy:

$$q_{cr,z_j}^{n+1} = -K_{sc} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{croûte} \tag{A3.6a}$$

$$q_{N_j}^{n+1} = -K_{N,j} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{sol} = \left(-K_{N,j} \frac{\partial z^*}{\partial z} \frac{\partial h}{\partial z^*} \right)_{sol} \tag{A3.6b}$$

$$q_{cr,j-1/2}^{n+1} = -K_{sc} \frac{\partial h}{\partial x} = \left(-K_{sc} \frac{\partial h}{\partial x^*} - K_{sc} \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*} \right)_{j-1/2} \tag{A3.6c}$$

$$q_{cr,j+1/2}^{n+1} = -K_{sc} \frac{\partial h}{\partial x} = \left(-K_{sc} \frac{\partial h}{\partial x^*} - K_{sc} \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*} \right)_{j+1/2} \quad (A3.6d)$$

En négligeant la différence $K_{sc} \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*}_{j-1/2} - K_{sc} \frac{\partial z^*}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial z^*}_{j+1/2}$ puis en discrétisant chacun des termes de l'équation (A3.5) on obtient:

$$\begin{aligned} & -K_{sc} \Delta x^* \left(\frac{h_{ex,j}^{n+1} - h_{nl,j}^{n+1}}{e_j} + 1 \right) + K_{nl,j} \Delta x^* \left(\frac{H_t}{\bar{H}_t - z_{Gj}} \frac{h_{nl+1,j}^{n+1} - h_{nl+1,j}^{n+1}}{2\Delta z^*} + 1 \right) \\ & -K_{sc} e_{j-1/2} \frac{h_{ex,j}^{n+1} - h_{ex,j-1}^{n+1}}{\Delta x^*} + K_{sc} e_{j+1/2} \frac{h_{ex,j+1}^{n+1} - h_{ex,j}^{n+1}}{\Delta x^*} = 0 \end{aligned} \quad (A3.7)$$

qui s'exprime sous la forme:

$$A' h_{ex,j-1}^{n+1} + B' h_{ex,j}^{n+1} + C' h_{ex,j+1}^{n+1} + D' h_{nl,j}^{n+1} + E' h_{nl+1,j}^{n+1} + F' h_{nl-1,j}^{n+1} = G' \quad (A3.8)$$

avec

$$\begin{aligned} A' &= K_{sc} \frac{e_{j-1/2}}{\Delta x^*} \\ B' &= -K_{sc} \frac{\Delta x^*}{e_j} - K_{sc} \frac{e_{j-1/2}}{\Delta x^*} - K_{sc} \frac{e_{j+1/2}}{\Delta x^*} \\ C' &= K_{sc} \frac{e_{j+1/2}}{\Delta x^*} \\ D' &= K_{sc} \frac{\Delta x}{e_j} \\ E' &= K_{N,j} \frac{H}{\bar{H} - z_{Gj}} \frac{\Delta x^*}{2\Delta z^*} \\ F' &= -K_{N,j} \frac{H}{\bar{H} - z_{Gj}} \frac{\Delta x^*}{2\Delta z^*} \\ G' &= K_{sc} \Delta x^* - K_{N,j} \Delta x^* \end{aligned} \quad (A3.9)$$

MODELISATION DES ECOULEMENTS DE SURFACE

A4-1) INTRODUCTION

Le mouvement de l'eau à surface libre peut être décrit par un ensemble d'équations traduisant d'une part la loi de conservation de la masse de l'eau et d'autre part la loi de conservation de l'énergie. Dans le SHE, l'écoulement dans les canaux et les rivières est considéré unidirectionnel dans chacun des biefs, et le ruissellement est décrit comme un écoulement bidirectionnel.

On admet généralement que la vitesse moyenne sur une verticale est représentative de l'écoulement. De plus si on néglige les termes relatifs à l'énergie cinétique, la loi de conservation de l'énergie dans une direction x s'écrit:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \sigma_o - \sigma_f \quad (\text{A4-1})$$

avec h : la hauteur de la lame d'eau
 σ_o : pente du terrain
 σ_f : perte d'énergie par frottement

et la loi conservation de la masse est exprimée pour un cas unidirectionnel par:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{u \cdot h}{\partial x} + \frac{v \cdot h}{\partial y} = S_r \quad (\text{A4-2})$$

où u : vitesse moyenne sur une verticale dans la direction x ;
 v : vitesse moyenne sur une verticale dans la direction y ;
 S_r : terme source-puits exprimant l'apport ou le prélèvement d'une quantité d'eau (e.g. pluie, infiltration, évaporation)

et pour un écoulement unidirectionnel:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial t} = S_r \quad (\text{A4-3})$$

où A : section mouillée;
 Q : Débit d'eau traversant la section.

Ce système d'équations aux dérivées partielles est linéarisé en utilisant la méthode des différences finies afin de pouvoir le résoudre par des méthodes numériques. Dans ce qui suit, nous présentons la méthode utilisée dans le module des écoulements de surface OC du Système Hydrologique Européen (SHE-F-89).

A4-2) HYPOTHESES

A4-2-1) La discrétisation spatiale

Le domaine à étudier est discrétisé en un ensemble de zones élémentaires appelées mailles. Sur la carte représentant le domaine à étudier, on choisit une origine et des axes de coordonnées cartésiennes. On impose alors une grille qui décompose l'espace en éléments rectangulaires représentant les mailles. Pour la commodité on assimilera au Nord la direction croissante des Y sans se soucier de l'orientation effective du domaine.

Il conviendra de déformer les limites réelles du domaine d'étude de façon qu'il soit représenté dans le modèle par un ensemble de mailles figurant dans une grille. Chaque élément comprendra quatre faces orientées N, E, S et O.

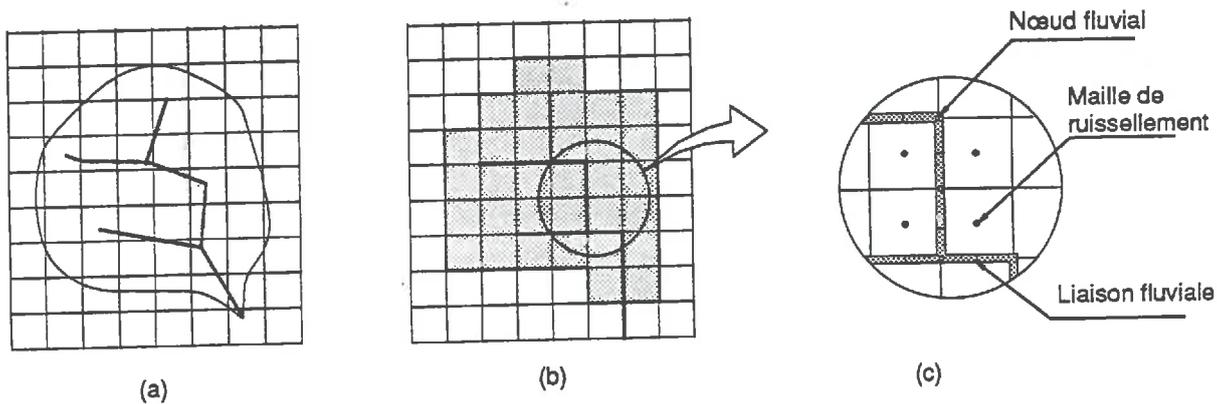


Fig. A4-1 Discretisation d'un bassin versant selon les conventions du SHE. (a) La configuration réelle du bassin versant, (b) la discrétisation et (c) schématisation de la terminologie.

Glossaire

Maille de ruissellement : zone élémentaire du domaine de calcul définie par le grillage rectangulaire.

Nœud fluvial : point de calcul pour la définition d'une rivière.

Tronçon fluvial : le bief d'une rivière entre deux nœuds fluviaux.

Maille fluviale : ensemble des demi-tronçons fluviaux issus d'un même nœud fluvial.

A4-1-2) Les liaisons à travers les contours des mailles

L'échange d'eau entre les mailles se fait à travers des liaisons. Chaque face peut constituer soit:

- . une face imperméable,
- . une frontière extérieure du modèle,

soit une liaison d'échange d'eau entre la maille du modèle avec une maille voisine.

Dans le module OC on a admis qu'on pourrait rencontrer plusieurs types de liaisons sur chacune des faces d'une maille, qu'on peut séparer en trois familles:

a) *Liaisons d'écoulement de ruissellement*

Cette famille comporte les types suivants:

Imperméable : l'écoulement ne peut pas traverser cette frontière. Ce type de liaison peut être imposé pour représenter une digue insubmersible par exemple.

Ruissellement : sur une dalle plane.

Dans la pratique on assimile à ce ruissellement le cas le plus fréquent d'une liaison composée de multiples petites rigoles où l'on a soin de choisir des coefficients de rugosité donnant globalement une image fidèle à la réalité.

b) *Liaisons d'écoulement fluvial*

Écoulement fluvial dans un canal ou une rivière dont la pente est relativement régulière.

Déversoir créé par un seuil rocheux, une digue, etc. Si le profil en travers du lit présente des créneaux, il convient d'introduire deux ou plusieurs déversoirs qui débiteront en partie ou en totalité.

Orifice par exemple une buse sous la route, un certain ouvrage sur la rivière, la sortie d'un réservoir.

Débit imposé fonction de la charge en amont du tronçon.

c) *Liaisons entre mailles de ruissellement et mailles fluviales.*

Ce genre de liaisons est créé automatiquement par le programme entre les mailles de types différents. Le choix du type de liaison se fait par le programme même suivant la position relative des berges et des centres des mailles voisines:

Cas où le centre de la maille de ruissellement est plus élevé que les berges du tronçon fluvial voisin et la rivière ne déborde pas:

Dans ce cas l'eau coule de la maille de ruissellement vers la maille fluviale selon une loi du type Strickler en supposant que la pente de la ligne d'eau est la même que celle du terrain naturel.

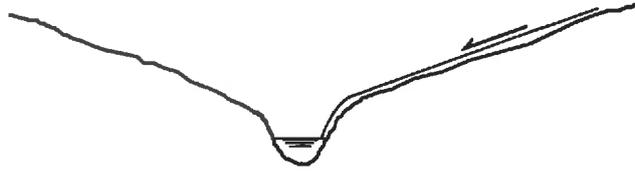


Fig. A4-2 Schématisation de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où cette dernière est plus basse que la maille de ruissellement et le niveau de l'eau est plus bas que le niveau des berges.

Cas où le centre de la maille de ruissellement est plus élevé que les berges du tronçon fluvial voisin mais la rivière sort de son lit mineur:

Même type de modélisation que précédemment sauf que la pente de la ligne d'eau est calculée d'après le niveau d'eau dans les deux mailles.

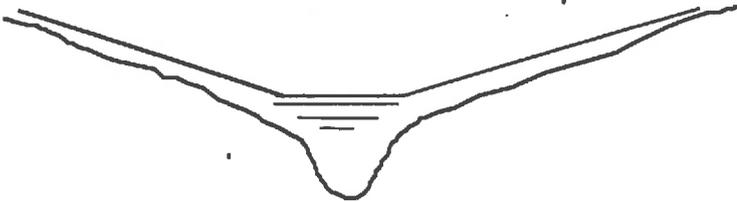


Fig. A4-3 Schématisation de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où cette dernière est plus basse que la maille de ruissellement et le niveau de l'eau est plus haut que le niveau des berges.

Cas où le centre de la maille de ruissellement est moins élevé que les berges du tronçon fluvial voisin:

La liaison est considérée du type déversoir où la cote du seuil est celle de la berge.

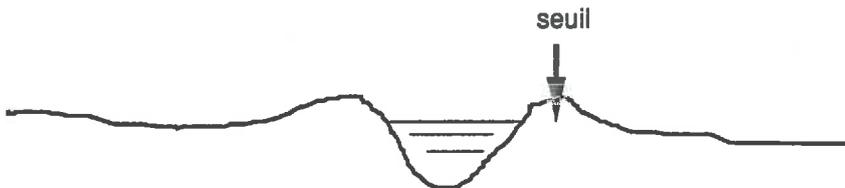
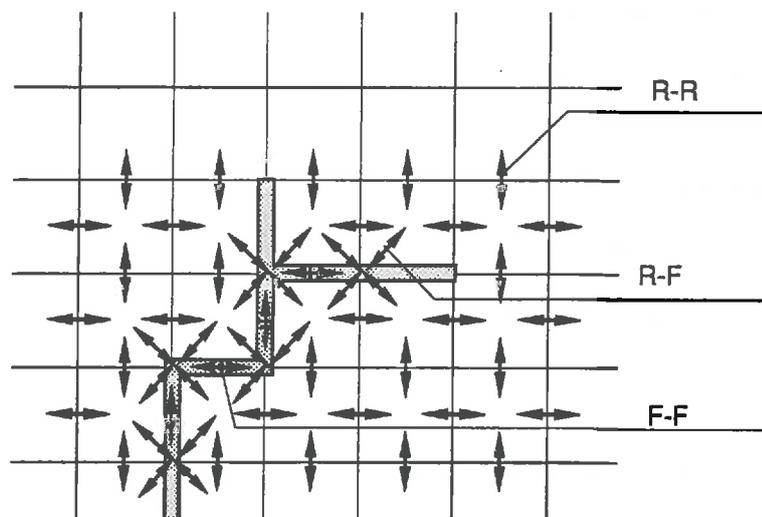


Fig. A4-4 Schématisation de la liaison maille de ruissellement - maille fluviale dans le cas où le niveau des berges est plus haut que celui des mailles de ruissellement voisines.

L'exemple suivant illustre les différentes liaisons.



RR	Liaison du type ruissellement-ruissellement
FF	Liaison du type fluviale-fluvial
RF	Liaison du type ruissellement-fluvial

Fig. A4-5 Schématisation de différents types de liaisons

A4-2-3) Conditions aux limites

Les échanges avec l'extérieur du domaine se font à travers des liaisons situées sur la limite. Chaque type d'écoulement (ruissellement ou fluvial) possède ses propres conditions aux limites.

a) Ruissellement

Cinq types de conditions aux limites sont disponibles:

Imperméable identique à la condition interne.

Limite de ruissellement : la ligne d'eau amont est prolongée jusqu'à la limite du modèle.

Débit imposé en fonction du temps.

Niveau imposé en fonction du temps.

Loi polynomiale reliant le débit au niveau d'eau dans le centre de la maille adjacente à cette liaison.

b) *Écoulement fluvial*

Les liaisons internes des écoulements fluviaux peuvent servir comme conditions externes mais à condition d'admettre l'existence d'une maille fictive à l'extérieur du modèle et d'imposer dans cette maille le niveau en fonction du temps.

D'autres types de conditions peuvent servir comme conditions aux limites:

Débit imposé en fonction du temps.

Niveau imposé en fonction du temps.

Loi polynomiale idem que pour le cas du ruissellement.

A4-2-4) Hypothèses sur les écoulements

Considérons une maille centrale C et une maille voisine V et supposons, par exemple que la face E de la maille C coïncide avec la face O de la maille V:

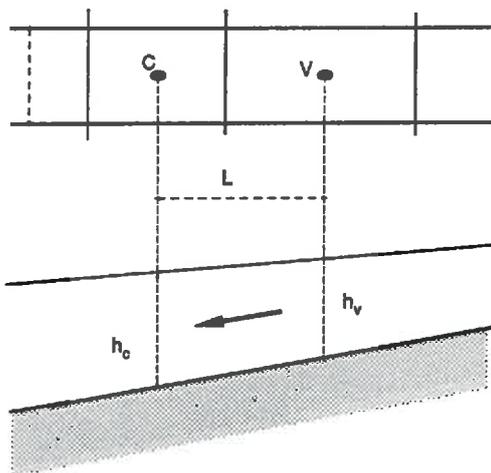


Fig. A4-6 Vue en plan (en haut) et profil du terrain avec la ligne d'eau (en bas) dans le cas du ruissellement.

A un instant donné, on observe au centre de ces mailles des niveaux d'eau Z_C et Z_V .

Le fait de négliger l'inertie de l'eau conduit aux conséquences suivantes :

A. Dans le cas particulier où :

$$Z_C = Z_V.$$

le débit Q échangé entre les deux mailles est nul, quelque soit la nature de la liaison hydraulique existant entre ces deux mailles.

- B. Si $Z_C \neq Z_V$, on observe un écoulement d'une maille vers l'autre, dans le sens C vers V si $Z_C > Z_V$, et dans le sens inverse dans le cas contraire.

Il s'agit d'évaluer le débit Q qui s'écoule à cet instant à travers la face commune aux deux mailles. Ce débit est calculé de façon différente selon les caractéristiques physiques du ou des chénaux hydrauliques dans lesquels s'effectue l'écoulement. Etant donnée l'hypothèse de l'écoulement sans inertie, le débit $Q = f(Z_C, Z_V)$ est une fonction des niveaux Z_C, Z_V et peut toujours se calculer si ces niveaux sont connus.

A4-2-5) Les équations d'échange

Ces équations expriment le débit d'eau à travers les liaisons en fonction des niveaux d'eau de part et d'autre de la liaison en question et de ses caractéristiques géométriques.

Dans tout ce qui suit, nous examinerons le cas où $Z_C > Z_V$, c'est à dire que l'écoulement s'effectue dans la liaison de l'amont Z_C vers l'aval Z_V . Dans le module OC, des tests ont été introduits de façon à transformer, par des changements de signes appropriés, les formules ci-dessous lorsque $Z_C < Z_V$.

La convention générale adoptée dans le module OC est que le débit est positif pour une maille lorsqu'il entre dans la maille. S'il en est ainsi, par exemple pour la maille centrale, le débit sera négatif dans la maille voisine.

A4-2-5.1) RUISSELLEMENT

Le débit Q est exprimé par la formule de Strickler:

$$Q = K. l. h_m^{5/3} \sqrt{\frac{Z_C - Z_V}{L}} \quad (A4-4)$$

où h_m est la hauteur de la lame d'eau égale à la hauteur moyenne $(h_C + h_V)/2$ et l la largeur du lit de la rivière à ce niveau.

La formule (A4-4) ci-dessus doit être corrigée dans les cas particuliers suivant:

- La différence de niveau entre les deux mailles est très faible, dans ce cas, la loi de débits devient linéaire par rapport à la dénivellation:

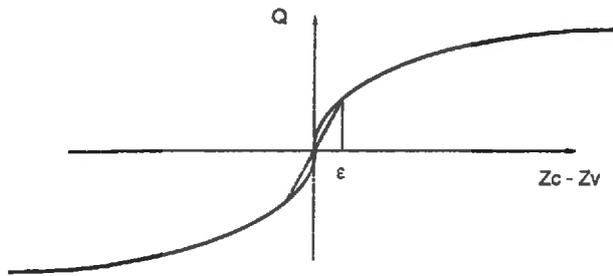


Fig. A4-7 Approximation du calcul du débit d'échange entre deux mailles de ruissellement dans le cas où les niveaux d'eau sont très proches dans deux mailles voisines.

- La profondeur de l'eau dans la maille amont est faible par rapport à celui de la maille aval, à ce moment une procédure spéciale pour les faibles profondeurs est appliquée qui consiste à prendre $h_m = [\alpha h_v + (1-\alpha) h_c]$, α est déterminée de sorte que $\frac{\partial Q}{\partial Z_v} = 0$. Pour plus de détail le lecteur pourra se référer aux ouvrages spécialisés [Cunge, 1975].

A4-2-5.2) ECOULEMENT DANS LES RIVIERES

a) *Ecoulement fluvial*

$$Q = D(h_m) \cdot \sqrt{\frac{Z_c - Z_v}{L}} \quad (A4-5)$$

où:

h_m : profondeur d'eau pondérée entre la maille C et la maille V

$D(h_m)$: débitance du chenal, fonction de h_m

L : distance entre les points C et V.

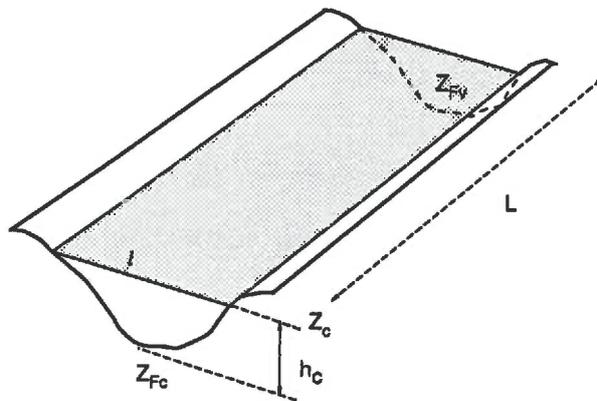


Fig. A4-8 Schématisation d'un tronçon fluvial.

$D(h_m)$ = la débitance est une fonction tabulée fournie dans les données point par point.

b). Déversoir

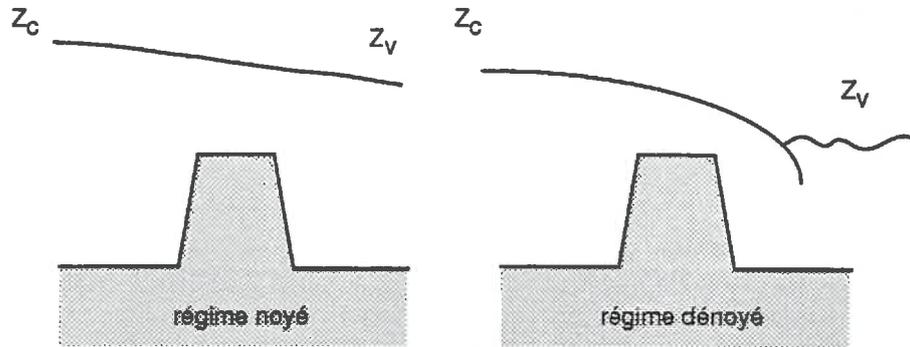


Fig. A4-9 Régimes d'écoulement au dessus d'un seuil à crête large.

Un déversoir est défini par les valeurs suivantes :

- Z_s : cote du seuil;
- C_d : coefficient de débit;
- B : largeur du déversoir;

et il est toujours situé sur une face d'une maille. On suppose que Z_c est toujours le niveau d'eau amont et Z_v un niveau d'eau en aval (Fig. A4.8). On utilise la formulation correspondante aux déversoirs à crête large.

Si :

$$Z_v - Z_s > \frac{2}{3} (Z_c - Z_s) \quad (\text{A4-6})$$

C'est-à-dire :

$$Z_v > \frac{2Z_c + Z_s}{3} \quad (\text{A4-7})$$

alors le régime est dit noyé et le débit s'exprime par la relation :

$$Q = C_d \cdot \sqrt{2g} \cdot B \cdot (Z_v - Z_s) \cdot \sqrt{Z_c - Z_v} \quad (\text{A4-8})$$

Si :

$$Z_v < \frac{2Z_c + Z_s}{3} \quad (\text{A4-9})$$

le régime est dit dénoyé, et le débit ne dépendant plus du niveau aval, s'exprime ainsi:

$$Q = 0.385 \cdot C_d \cdot \sqrt{2g} \cdot B \cdot (Z_v - Z_s)^{3/2} \quad (\text{A4-10})$$

c) *Orifice*

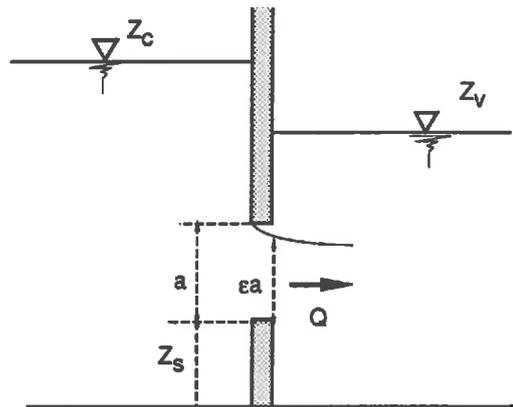


Fig. A4-10 Coupe verticale dans l'axe de l'orifice

Un orifice est défini par les valeurs suivantes:

C_d : coefficient de débit;

b : largeur de l'orifice;

ϵa : hauteur de l'écoulement, ϵ étant un coefficient de contraction verticale;

ϵ dépend du rapport: $\eta = \frac{a}{Z_c - Z_v}$

avec:	$\eta < 0,55$	$\epsilon = 0,65$	(A4-11)
	$0,55 < \eta < 0,90$	$\epsilon = 0,50 + 0,268 \cdot \eta$	
	$0,90 < \eta < 1,0$	$\epsilon = 0,745 + 2,55 (\eta - 0,9)$	

On définit une hauteur critique h_0 telle que

$$h_0 = \frac{\varepsilon a}{2} \left[\left(1 + \frac{8 \cdot Q^2}{g (C_d \cdot b)^2 \cdot (\varepsilon \cdot a)^3} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (\text{A4-12})$$

si :

$$(Z_v - Z_c) > h_0 \quad (\text{A4-13})$$

le régime est dit noyé et le débit s'exprime par:

$$Q = C_d \cdot b \cdot \varepsilon \cdot a \cdot \sqrt{2g} \cdot (Z_c - Z_v)^{1/2} \quad (\text{A4-14})$$

si :

$$(Z_v - Z_c) < h_0 \quad (\text{A4-15})$$

le régime est dit dénoyé et le débit s'exprime par:

$$Q = C_d \cdot b \cdot \varepsilon \cdot a \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(Z_c - Z_s + \frac{\varepsilon a}{2} \right)^{1/2} \quad (\text{A4-16})$$

Si $\eta > 1$ l'orifice fonctionne en déversoir et on applique les formules de débit correspondant au régime d'écoulement.

d) *Mixte*

Cette liaison est une combinaison de deux types de liaisons: un lit fluvial et un ou plusieurs déversoirs sont disposés en parallèle entre deux mailles.

A4-3) EQUATION DE CONTINUITÉ.

Le principe de la version actuelle du module OC consiste à ne pas faire de distinction entre mailles de ruissellement et maille fluviale pour traiter l'équation de continuité.

Le développement de Taylor de l'équation de continuité dans une maille centrale quelconque en négligeant les termes d'ordre supérieur est le suivant

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma Q}{S} (t + \Delta t) = & \frac{\Sigma Q}{S} (t) + \frac{1}{S} \left(\Sigma \frac{\partial Q}{\partial Z_c} (t) \cdot \Delta Z_c + \Sigma \frac{\partial Q}{\partial Z_v} (t) \cdot \Delta Z_v \right) \\ & - \frac{1}{S^2} \Sigma Q (t) \cdot \frac{dS}{dZ_c} \cdot \Delta Z_c + P \end{aligned} \quad (\text{A4-17})$$

où:

$S = S(z_c)$ pour une maille fluviale
 = Surface. (constante) de la maille de ruissellement

Q = débit rentrant dans la maille considérée

P = les termes sources et puits tels que la pluie, l'échange avec SZ, etc...

Σ = opérateur de sommation sur toutes les mailles voisines;

En utilisant un schéma de discrétisation totalement implicite l'équation de continuité s'écrit:

$$\frac{\Delta Q}{S} (t+\Delta t) = \frac{\Delta Z_c}{\Delta t} \quad (\text{A4-18})$$

et en introduisant 17 dans 18 et en multipliant par S on obtient:

$$\left(\Sigma \frac{\partial Q}{\partial Z_c} - \frac{\Sigma Q}{S} \cdot \frac{dS}{dZ_c} - \frac{S}{\Delta t} \right) \Delta Z_c + \Sigma \frac{\partial Q}{\partial Z_v} \Delta Z_v = - \Sigma Q - P \quad (\text{A4-19})$$

Cette relation comporte comme inconnues les variations de niveau au nœud central et aux nœuds voisins qui ne peuvent être déterminés de manière explicite.

En appliquant (19) à toutes les mailles on obtient un système linéaire de n équations à n inconnues. La résolution de ce système donne les niveaux dans toutes les mailles à l'instant $t+\Delta t$.

La méthode implicite exige donc:

(1) De calculer, à l'instant t donné:

- i) tous les débits entrant ou sortant de la maille
- ii) la surface du plan d'eau (S(t))
- iii) les dérivées partielles par rapport au niveau dans toutes les mailles voisines et au niveau de la maille centrale.

(2) De construire la matrice des coefficients du système linéaire et le vecteur des membres libres.

(3) De résoudre ce système.

A4-4) ALGORITHME DE RESOLUTION.

Les mailles formant le modèle sont réparties par étages correspondant à leur indice de l'ordonnée. Ainsi une maille appartenant à un étage j n'a d'échanges qu'avec des mailles du même étage j, de l'étage précédent j-1 et de l'étage suivant j+1. Dans chaque étage les mailles sont numérotées.

Les équations de types (19) où le terme libre $L = P + \Sigma Q$ est connu, sont appliquées à l'étage j, à l'étage précédent j-1 et à l'étage suivant j+1.

En utilisant la notation matricielle, on peut écrire les équations de continuité relatives aux points de l'étage central sous la forme:

$$[M_p].\{\Delta Z_p\} + [M_c].\{\Delta Z_c\} + [M_s].\{\Delta Z_s\} = \{L_c\} \quad (\text{A4-20})$$

où :

$[M_c]$ est une matrice carrée $m_j \times m_j$ de l'étage central,

$[M_s]$ est une matrice rectangulaire $m_{j+1} \times m_j$ de l'étage suivant,

$[M_p]$ est une matrice rectangulaire $m_{j-1} \times m_j$ de l'étage précédent,

$\{\Delta Z_c\}$, $\{\Delta Z_s\}$ et $\{\Delta Z_p\}$ sont les vecteurs inconnues correspondants.

$\{L\}$ est le vecteur des termes libres.

Une équation du type (A4-20) s'écrit ainsi pour chaque étage, y compris pour le premier étage où on a en particulier:

$$[M_0].\{\Delta Z_0\} + [M_1].\{\Delta Z_1\} + [M_2].\{\Delta Z_2\} = \{L_1\} \quad (A4-21)$$

On a $(n_{et}-1)$ équations de ce type et $(n_{et}+1)$ inconnues vectorielles du type $\{\Delta Z_i\}$ (n_{et} étant le nombre d'étages dans le modèle) : il manque deux équations vectorielles qui ne sont d'autre que les conditions aux limites au premier et dernier étage.

Conditions au premier étage: les composantes du vecteurs $\{\Delta Z_0\}$ peuvent toujours être exprimées à l'aide des conditions à la limite en fonction des composantes du vecteur $\{\Delta Z_1\}$ selon la relation:

$$\{\Delta Z_0\} = [E_1] \{\Delta Z_1\} + \{F_1\} \quad (A4-22)$$

En effet, quelles que soient les conditions (acceptables physiquement) à la limite, on peut toujours trouver, en linéarisant ces conditions, les éléments de la matrice $[E_0]$ et du vecteur $\{F_0\}$ (c.f. §A4-5).

Par suite, en substituant (22) dans (21) on aura:

$$[M_0].[E_0] \{\Delta Z_1\} + [M_0] \{F_0\} + [M_1].\{\Delta Z_1\} + [M_2].\{\Delta Z_2\} = \{L_1\} \quad (A4-23)$$

d'où :

$$\begin{aligned} \{\Delta Z_i\} = & - \left[[M_1]^{-1} + [M_0].[E_0] \right]^{-1} [M_2] \{\Delta Z_2\} \\ & - \left[[M_1] + [M_0] [E_0] \right]^{-1} \left[[M_0] \{F_0\} + \{L_1\} \right] \end{aligned} \quad (A4-24)$$

C'est-à-dire que (24) prend la forme récurrente du type (22):

$$\begin{aligned} \{\Delta Z_1\} &= [E_2] \{\Delta Z_2\} + \{F_2\} \\ \{\Delta Z_0\} &= [E_1] \{\Delta Z_1\} + \{F_1\} \end{aligned} \quad (A4-25)$$

On peut donc toujours exprimer linéairement les Δz_i d'un étage central par les Δz_{i+1} de l'étage suivant, pourvu qu'on ait une relation entre les accroissements de l'étage précédent et l'étage central.

Il ne reste plus que la condition du dernier étage.

Le processus de substitution répété de proche en proche, permet de remonter les étages en calculant, pour chaque étage j , les matrices $[E_j]$ et les vecteurs $\{F_j\}$. Au dernier étage on calcule de même $[E_{net}]$ et $\{F_{net}\}$. La condition à la limite du dernier étage fournit le vecteur $\{\Delta Z_{net}\}$.

Alors, dans une nouvelle phase de calcul, par le processus inverse de récurrence, les valeurs $\{\Delta Z_j\}$ seront déterminées pour tous les étages j à l'aide des $[E_j]$ et $\{F_j\}$ calculés à la phase montée et des vecteurs $\{\Delta Z_{j+1}\}$ qu'on vient de calculer. Il suffit d'ajouter les valeurs calculées de ΔZ_j aux niveaux Z_j connus à l'instant $t = n \Delta t$, pour trouver l'état à du modèle à l'instant $t = (n+1).\Delta t$. Et on recommence pour le pas du temps suivant.

Cette méthode de calcul est en réalité une méthode d'inversion d'une matrice bande extrêmement creuse et représente une application de la "méthode de double balayage" ("The double sweep method").

A4-5) TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES.

Le système d'équation étant parabolique, il est nécessaire et suffisant d'imposer aux limites géographiques du domaines les niveaux $Z(t)$. Ceci n'est pas toujours possible ou désirable, car en réalité trois types de conditions peuvent se présenter:

- . niveau donné en fonction du temps $Z(t)$.
- . débit donné en fonction du temps $Q(t)$.
- . une relation entre niveau et débit $Q = f(Z)$.

Les trois conditions peuvent s'exprimer sous la forme (A4-26); en effet:

- . Condition $Z(t)$

On introduit une maille fictive où le niveau Z_k est connu au temps $t = (n+1).\Delta t$.

Dans la division du modèle en étages, le programme considère la maille k , où ΔZ_k est connu, comme appartenant à l'étage précédent $j-1$ par rapport à l'étage j , où est classée la maille en cours de traitement.

On écrit que :

$$\{\Delta Z_k\} = [E_k] \{\Delta Z_j\} + \{F_k\} \quad (A4-27)$$

$$\Delta Z_k = F_k, E_{k,i} = 0 \quad (A4-28)$$

Dès lors $\{\Delta Z_k\}$ est égal à la valeur imposée à la limite quel que soit ΔZ_j .

. Type Q(t)

Dans l'équation de continuité, on introduit dans le terme libre le débit Q^{n+1} imposé

. Type Q = f(Z)

$Q_{i,k} = f(Z_i)$ est une fonction connue, on introduit encore un casier fictif k. Dans l'équation de continuité, on pose:

$$\begin{aligned} Q_{i,k}^n &= f(Z_i^n) \\ \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_i} &= f'(Z_i^n) \\ \frac{\partial Q_{i,k}^n}{\partial Z_k} &= 0 \end{aligned} \tag{A4-29}$$

(puisque $Q_{i,k}$ ne dépend pas de Z_k)

A4-6) VALIDATION ET APPLICATION DE LA NOUVELLE VERSION DU MODULE DES ECOULEMENTS DE SURFACE DU SHE-F-89

A4-6-1) Ecoulement sur un plan incliné

Dans la première étape de validation du modèle des écoulements de surface, nous nous proposons d'étudier le cas de l'écoulement sur un plan incliné imperméable avec un apport de pluie P constant dans l'espace et dans le temps, avec un état initial sec. Ce cas a été examiné par plusieurs auteurs, en commençant par Woolhiser et Liggett [1967] qui ont présenté une analyse adimensionnelle des équations de Saint Venant pour la partie montante de l'hydrogramme en utilisant la méthode des caractéristiques. Ils ont défini le nombre d'onde cinématique K_g (*kinematic wave number*) par l'expression:

$$K_g = \sigma L / h_0 F_0^2 \tag{A4.30}$$

où σ est la pente du plan, L sa longueur, h_0 la hauteur de la lame d'eau normale pour un débit $q_0 = PL$ à l'extrémité aval du plan, F_0 le nombre de Froude ($F_0^2 = V_0^2 / gh_0$; g l'accélération de la pesanteur, $V_0 = q_0 / h_0$ la vitesse à la limite aval

du bassin et à l'équilibre). Woolhiser et Liggett [1967] concluent que dans le cas où $K_g > 20$ et $F_0 > 0,5$ le modèle de l'onde cinématique est une bonne approximation de la solution des équations de Saint Venant décrivant le ruissellement.

Vieira [1983] compare les équations de Saint Venant à plusieurs approximations. Il trouve que l'approximation de l'onde diffusive approche mieux

ou aussi bien l'équation de Saint Venant que l'onde cinématique et ceci dans la plupart des cas pratiques.

D'autres auteurs comme Govindaraju et al [1988] développent une solution semi-analytique de l'équation de l'onde diffusive pour le cas de l'écoulement sur un plan incliné.

Avant présenter une comparaison de la solution fournie par le SHE-F-89, avec celle de l'équation de l'onde cinématique, et des équations de Saint Venant présentée par Vieira [1983] nous rappelons brièvement la solution de l'équation de l'onde cinématique donnée par Woolhiser et Liggett [1967].

Si on considère la loi hauteur-débit de Manning-Strickler (éq. I.15), le débit à l'exutoire est donné par:

$$\text{pour } 0 \leq t < t_0 : \quad q = q_0 \left[\frac{t}{t_0} \right]^{5/3} \quad (\text{A4.31.a})$$

$$\text{pour } t > t_0 \quad q = q_0 \quad (\text{A4.31.b})$$

où t_0 est le temps d'équilibre qui correspond au temps au bout duquel le débit devient constant. Dans le cas de l'onde cinématique, ce temps se calcule à partir de l'expression suivante:

$$t_0 = \frac{1}{P^{0,4}} \left[\frac{L}{\sigma^{0,5} \cdot K_r} \right]^{0,6} \quad (\text{A4.32})$$

avec K_r le coefficient de Strickler.

La comparaison des différentes solutions mentionnées ci-dessus est établie pour un nombre de Froude $F_0 = 0,5$ et un nombre d'onde cinématique $K_g = 20$. Le plan incliné d'une longueur de 160 m est discrétisé en 20 tronçons, sa pente est de 0,1 %, le coefficient de Strickler K_r est fixé à 66,67 et l'intensité de la pluie $P = 314,52$ mm/h ($8,737 \cdot 10^{-5}$ m/s) appliquée au temps $t = 0$. Le pas de temps utilisé dans la simulation est de 7,2 s. Les résultats sont reportés dans la figure (A4.11) sous forme normalisée, c'est à dire en présentant en abscisse le temps réduit $t^* = t/t_0$ et en ordonnée le débit normalisé $Q^* = q/q_0$. On remarque une bonne concordance entre les trois solutions à l'amorçage du ruissellement. Au voisinage du temps d'équilibre, la solution de l'onde cinématique diffère significativement des deux autres solutions car elle ne tient pas compte du phénomène de la diffusion représenté par les termes faisant intervenir la perte d'énergie induite par le frottement. Néanmoins, l'onde cinématique garde un intérêt particulier car elle donne une bonne enveloppe à la solution du problème et surtout elle est relativement simple à intégrer dans des cas plus compliqués. Notons que nous avons choisi ici le cas limite d'applicabilité de l'équation de l'onde cinématique ($K_g = 20$ et $F_0 = 0,5$) dans le but de cerner la différence entre la solution exacte des équations de Saint Venant et la solution approchée de l'onde cinématique.

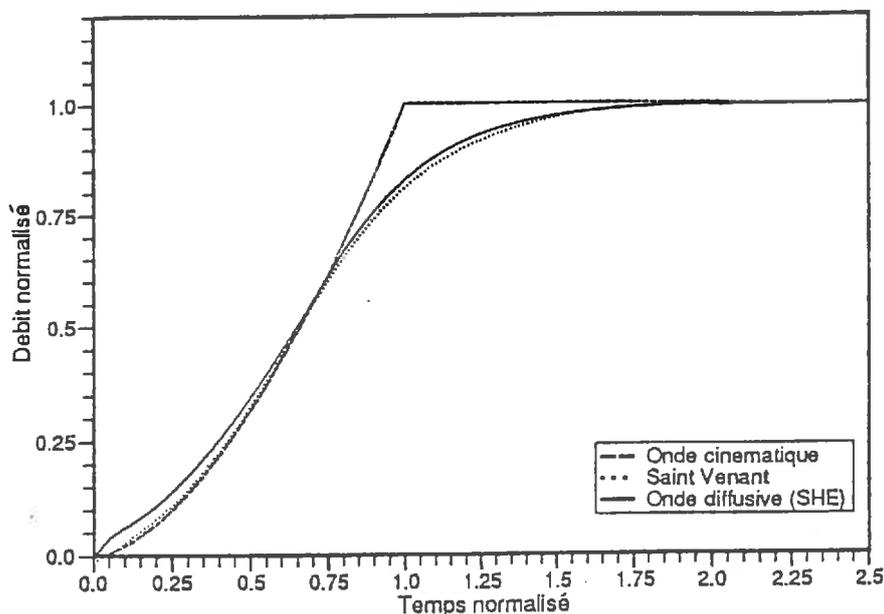


Fig. A4.11 Comparaison de l'hydrogramme normalisé calculé à partir des équations de Saint Venant [Vieira, 1983], l'équation de l'onde cinématique et l'équation de l'onde diffusive (SHE-F-89) pour $F_0 = 0,5$ et $K_g = 20$.

A4-6-2) Comparaison avec une solution analytique approchée

La solution analytique utilisée est celle développée par Overton et Brakensiek [1973] pour un bassin versant en forme de V supposé imperméable. Ce bassin est représenté schématiquement dans la figure (A4.12). Cette solution est fondée sur l'approximation de l'onde cinématique et fournit l'expression du débit à l'exutoire du bassin en fonction du temps.

Dans la partie montante de l'hydrogramme, le temps d'équilibre de la totalité du bassin (versant et rivière) est T_{eq} tel que :

$$T_{eq} = t_c + \frac{5}{8} t_v \quad (A4.33)$$

où t_c et t_v sont les temps d'équilibre du canal et des versants respectivement calculés à l'aide des expressions suivantes:

$$t_c = \frac{1}{p_c^{0,4}} \left[\frac{L_c}{\sigma_c^{0,5} \cdot K_{r,c}} \right]^{0,6} \quad (A4.34)$$

$$t_v = \frac{1}{p^{0,4}} \left[\frac{L_v}{\sigma_v^{0,5} \cdot K_{r,v}} \right]^{0,6} \quad (A4.35)$$

où les indices c et v sont relatifs au canal et aux versants respectivement, p_c est le débit d'eau qui entre dans la canal par unité de largeur ($p_c = 2.P.L_v/W$, W étant la largeur du canal).

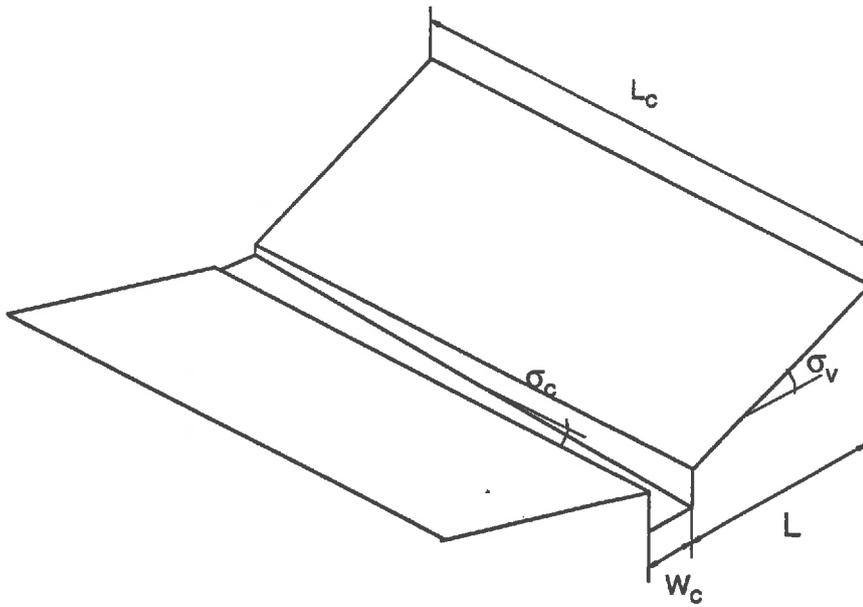


Fig. A4.12 Représentation schématique du bassin versant en V.

Pour que l'équation (A4.33) soit valable, il faut que le temps d'équilibre du bassin soit supérieur au temps d'équilibre des versants ($T_{eq} > t_v$) [Bathurst 1986,a] ce qui conduit à la condition $t_c > 3/8 t_v$.

Le débit total Q_v des versants dans le canal au temps t défini à partir du début de la pluie est

$$\text{pour } 0 \leq t < t_v: \quad Q_v = Q_s \left[\frac{t}{t_v} \right]^{5/3} \quad (\text{A4.36.a})$$

$$\text{pour } t \geq t_v \quad Q_v = Q_s \quad (\text{A4.36.b})$$

où Q_s est le débit en régime permanent:

$$Q_s = 2 P L_v L_c \quad (\text{A4.37})$$

et le débit Q_c à l'exutoire du canal:

$$\text{pour } 0 \leq t < t_v \quad Q_c = Q_s \left[\frac{(t/T_{eq})^{8/3}}{[(8/3) - (5/3)u] u^{5/3}} \right]^{5/3} \quad (\text{A4.38.a})$$

$$\text{pour } t_v \leq t < T_{eq} \quad Q_c = Q_s \left[\frac{(t/T_{eq}) - (5/8)u}{1 - (5/8)u} \right]^{5/3} \quad (\text{A4.38.b})$$

$$\text{pour } t \geq T_{eq} \quad Q_c = Q_s \quad (\text{A4.38.c})$$

$$\text{avec } u = \frac{t_v}{T_{eq}} \quad (\text{A4.38.d})$$

Il faut bien noter que ces expressions ne sont que la conséquence de l'application de l'approximation de l'onde cinématique.

Dans le cas où le débit est exprimé par la formule de Manning-Strickler (eq. I.16), en remplaçant dans l'équation (A4.30) chaque terme par son expression sachant que $q_0 = K_r \cdot \sigma^{1/2} h_0^{5/3}$; $q_0 = P \cdot L$; $F_0^2 = V_0^2 / h_0 g$ et $V_0 = q_0 / h_0$, le nombre d'onde cinématique K_g (eq. A4.30) défini par Woolhiser et Liggett [1967] s'écrit sous la forme:

$$K_g = g \frac{\sigma^{0,4} \cdot L^{0,2}}{K_r^{1,2} \cdot P^{0,8}} \quad (\text{A4.39})$$

Les données numériques utilisées dans ce test sont les suivantes:

L_v	=	900	m
L_c	=	1000	m
W	=	20	m
σ_v	=	0,05	
σ_c	=	0,02	
$K_{r,v}$	=	6,66	
$K_{r,c}$	=	66,66	
P	=	10,8	mm/h

Les nombres d'onde cinématique $K_{g,v}$ et $K_{g,c}$ relatifs aux versant et au canal respectivement admettent comme valeurs:

$$\begin{aligned} K_{g,v} &= 1957 \\ K_{g,c} &= 600 \end{aligned}$$

Un maillage carré de 100 m x 100 m est utilisé pour la représentation du domaine et un pas de temps de 36 s est adopté pour la simulation.

Le débit entrant dans le canal calculé à partir des équations (A4.36.a) et (A4.36.b) est comparé à la solution fournie par le SHE-F-89. Une bonne concordance entre les résultats est observée sur une partie de l'hydrogramme (c.f. figure A4.13.a) sauf que, comme on pouvait s'y attendre, une différence apparaît au voisinage du temps d'équilibre. Cette différence est due à l'absence du terme qui tient compte de l'évolution de l'épaisseur de la lame d'eau avec la distance dans l'équation de l'onde cinématique.

La figure (A4.13.b) montre le même type de comparaison que celui de la figure (A4.13.a) mais cette fois l'hydrogramme est considéré à l'exutoire du bassin versant. Là aussi, un bon accord des résultats apparaît au début de la phase montante de l'hydrogramme. La différence s'accroît quand on s'approche de l'équilibre. Dans ce cas l'onde cinématique reproduit moins bien la solution de l'onde diffusive que dans le cas des versants et ceci pour deux raisons: d'une part le débit d'entrée dans le canal considéré dans l'équation diffusive n'est pas identique à celui adopté dans la solution analytique, et d'autre part le nombre de l'onde cinématique K_g est plus faible que dans le cas des versants.

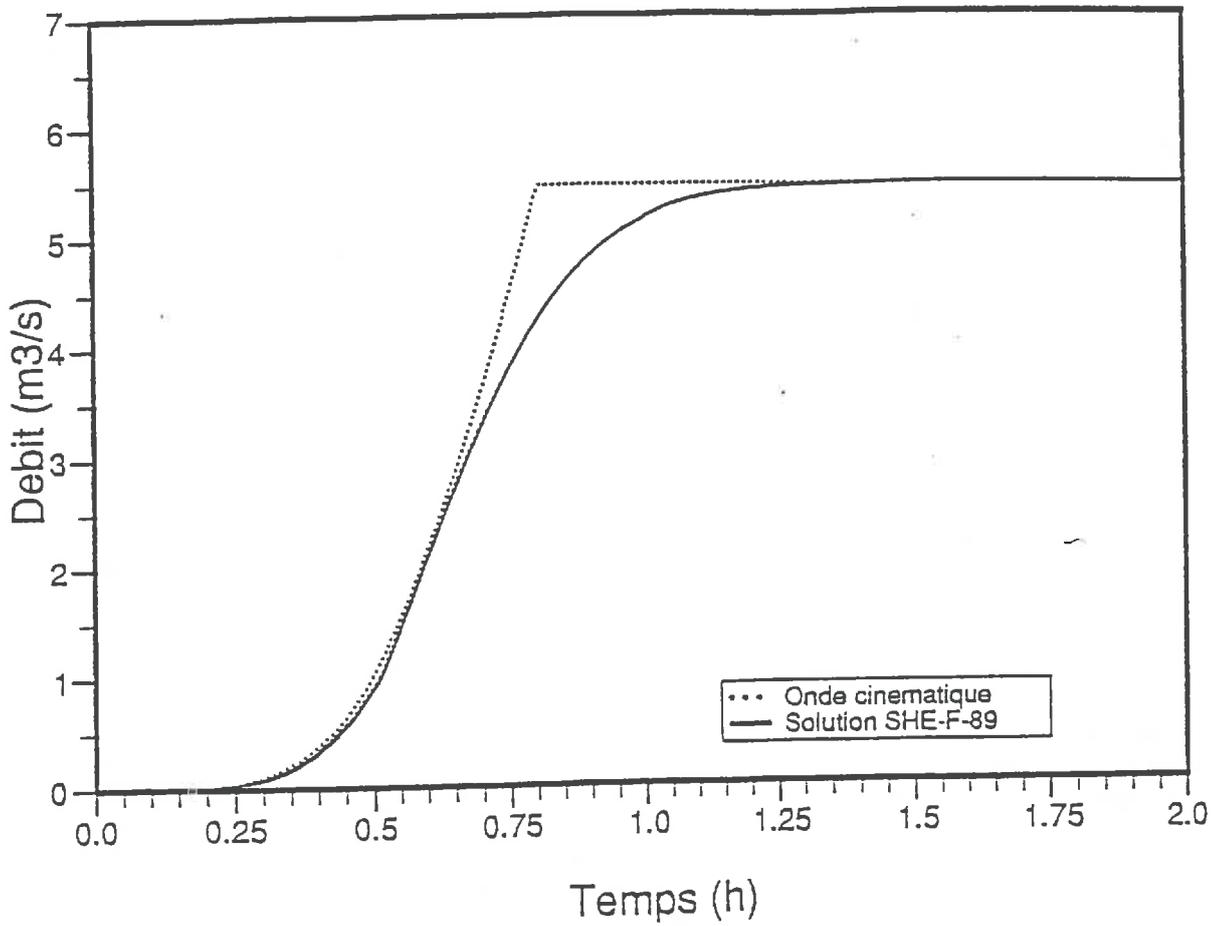
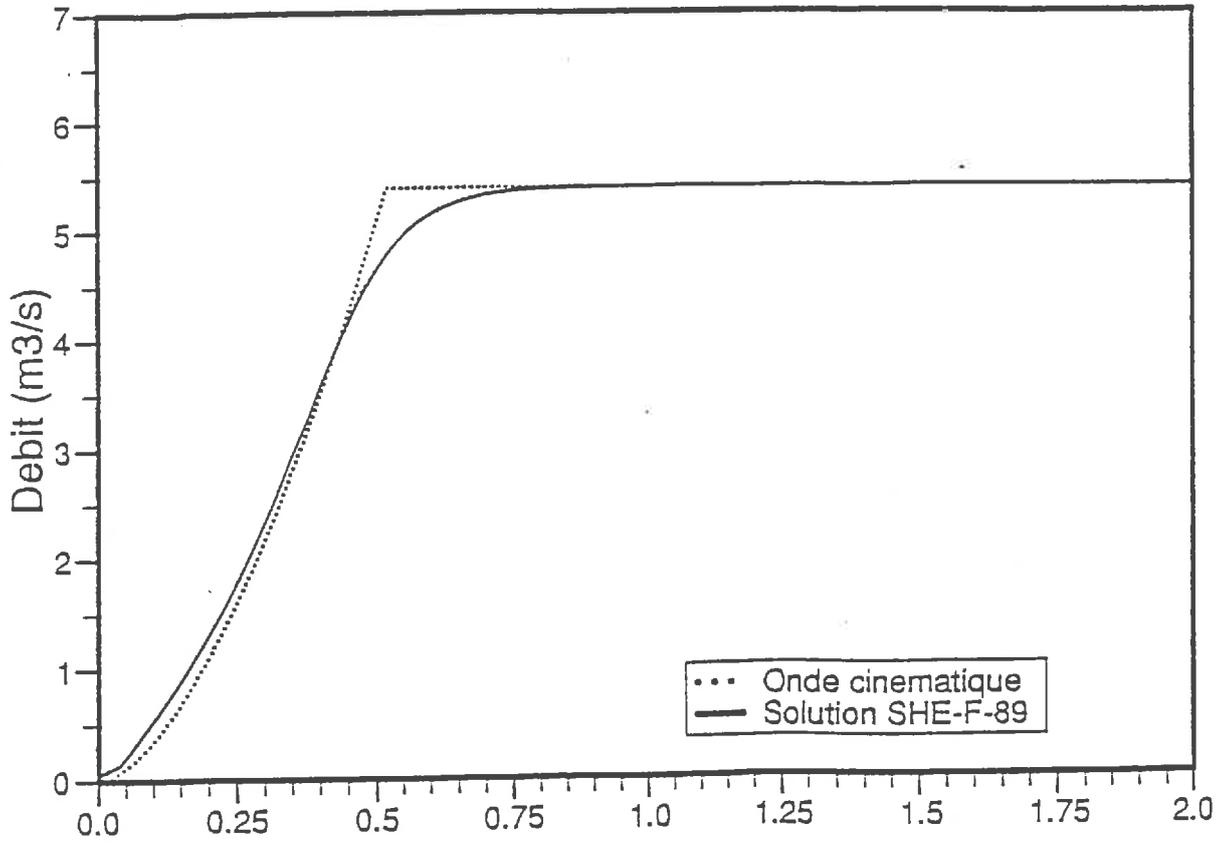


Fig. A4.13 Hydrogrammes du débit d'eau déversant dans le canal à partir des deux versants (en haut) et hydrogramme à l'exutoire du canal (en bas).

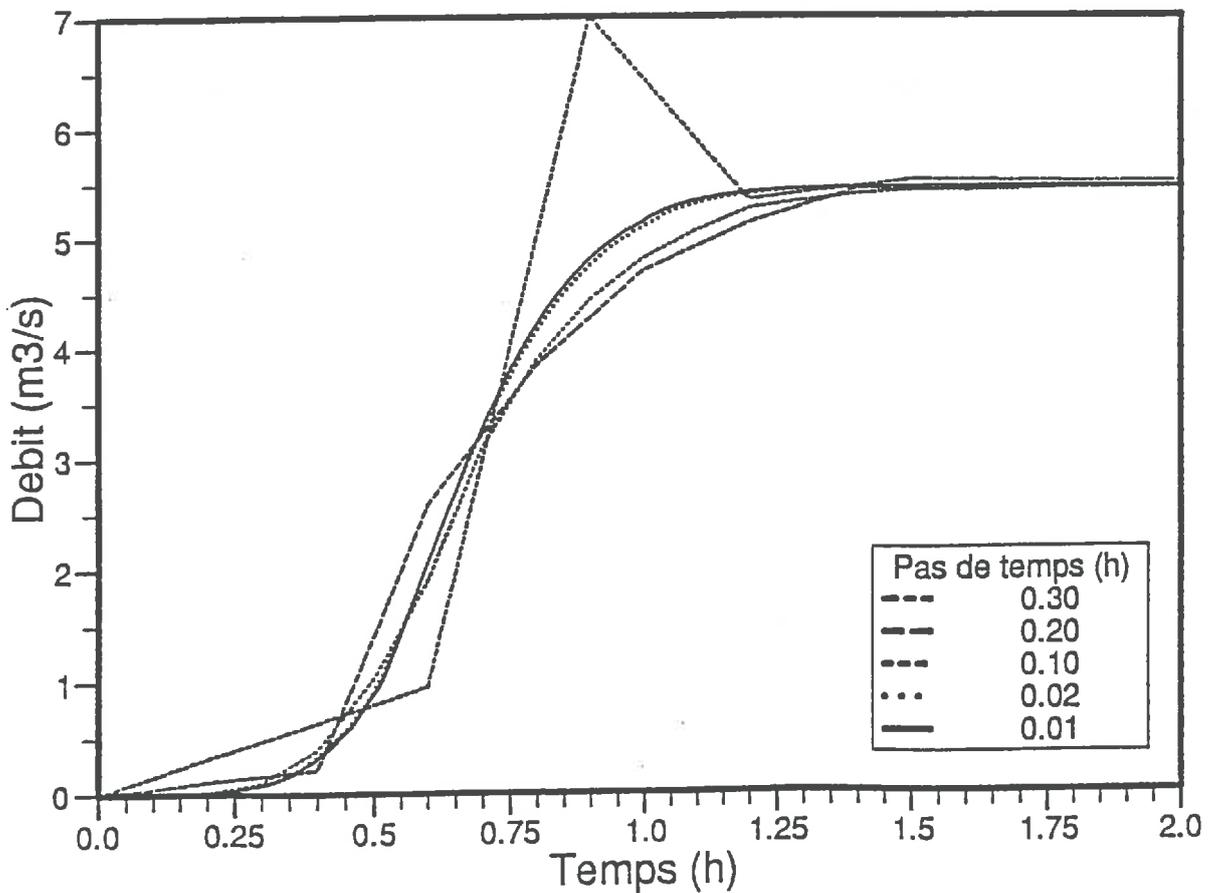
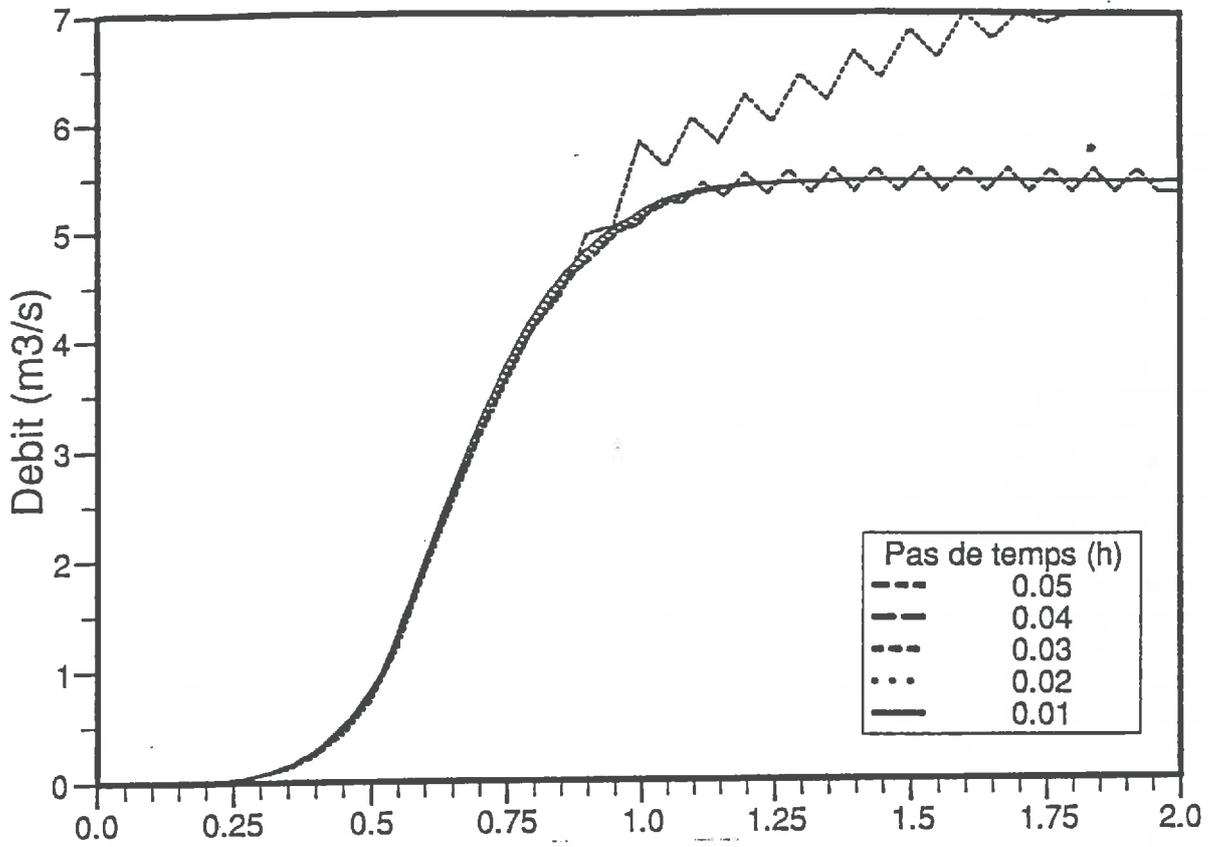


Fig. A4.14 Hydrogrammes à l'exutoire du canal calculés à l'aide des versions SHE-83 (en haut) et SHE-F-89 (en bas) pour différents pas de temps.

Du point de vue mathématique, les deux versions SHE-83 et SHE-F-89 sont identiques car elles représentent toutes les deux l'équation de l'onde diffusive. La différence réside dans le schéma numérique utilisé. Par suite, l'avantage que fournit la version actuelle est surtout au niveau de la stabilité numérique. La figure (A4.14) présente une étude comparative sur le pas de temps qui assure la stabilité numérique entre le schéma explicite (SHE-83) et le schéma implicite (SHE-F-89). Comme on pouvait s'y attendre, le schéma totalement implicite assure la stabilité même pour des pas de temps qui ne sont pas adaptés au phénomène étudié. En effet avec un pas de temps de 0,3 h (pratiquement le tiers de la demi-période de l'impulsion) l'algorithme ne diverge pas. Cette stabilité numérique se fait aux dépens d'une certaine diffusion numérique mais qui reste acceptable pour un choix raisonnable du pas de temps. Pratiquement l'utilisation d'un schéma implicite permet de multiplier le pas de temps par un facteur de l'ordre de 10. Le gain sur le temps de calcul dans le module des écoulements de surface du SHE-F-89 est pratiquement négligeable du fait que le schéma implicite nécessite, sur un ordinateur scalaire, environ 5 à 10 fois plus de temps de calcul (en temps C.P.U.) que le schéma explicite et ceci suivant le nombre de mailles dans le modèle et la forme du bassin. Ce chiffre peut être réduit considérablement en utilisant un ordinateur à architecture parallèle ou vectorielle surtout que la grande partie des opérations (vectorielles ou matricielles) dans la version implicite se prête bien à ce genre de traitement ce qui n'est pas vrai dans le cas du schéma explicite pour lequel le calcul se fait maille par maille.

Même dans le cas d'un ordinateur scalaire, l'avantage offert par la solution implicite du côté économique réside dans le fait qu'on peut réduire le nombre de pas de temps global pour une application donnée et ainsi économiser le temps de calcul consommé dans les autres modules, sachant que dans une application du SHE-83 le temps consommé par le module des écoulements de surface ne constitue que 15 à 20% du temps de calcul global.

D'autres applications qui sortent du contexte de ce mémoire ont été réalisées sur des cas réels dans le but d'étudier l'impact de la construction d'un barrage sur le comportement de la nappe [Aboujaoudé et al, 1991].

VALIDATION ET DISCUSSION SUR LA METHODE DES BANDES TOURNANTES

A5-1) VALIDATION DU GENERATEUR ALEATOIRE

Pour valider le générateur aléatoire fondé sur la Méthode des Bandes Tournantes nous l'avons testé sur le même cas que celui présenté par Mantoglou et Wilson [1982] en utilisant les mêmes paramètres.

Le variogramme théorique est un variogramme exponentiel, de portée a_e , les paramètres utilisés sont les suivants:

NP = 90 x 90 (nombre de points où la variable aléatoire est générée)
 L = 16 (nombre de lignes tournantes)
 $\Delta\zeta$ = 0,09. a_e (pas de discrétisation des processus monodimensionnels,
 M = 100 (nombre d'harmoniques)
 Ω = 40/ a_e (demi-amplitude de l'intervalle $[-\Omega, \Omega]$ en dehors duquel la densité spectrale est supposée nulle).
 Δx = 5 m (pas de discrétisation dans le champ bidimensionnel)
 a_e = 50 m (portée du variogramme)

Avec ce jeu de données nous avons lancé trois fois le générateur aléatoire et obtenu les variogrammes présentés dans la figure (A5-1).

La comparaison des valeurs théoriques et simulées sont reportées dans le tableau (A5-1), de même que les statistiques d'ensemble dans le tableau (A5-2)

Dist. (m)	Variogramme théorique	Variogramme calculé		
		1	2	3
5	0,271	0,341	0,319	0,313
10	0,468	0,527	0,496	0,482
15	0,612	0,653	0,622	0,595
20	0,717	0,762	0,732	0,695
25	0,794	0,840	0,813	0,771
30	0,849	0,885	0,864	0,817
35	0,890	0,919	0,901	0,855
40	0,921	0,941	0,927	0,879
45	0,942	0,960	0,949	0,897
50	0,957	0,974	0,963	0,907

Tableau A5.1 Comparaison des valeurs du variogramme exponentiel théorique à trois réalisations effectuées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes.

Paramètre	Valeurs théoriques	Valeurs calculées		
		1	2	3
moy	0,0	0,0166	0,0111	0,0200
var	1,0	0,8836	0,9714	0,9368
asym	0,0	-0,0246	-0,0536	0,0866
aplt	3,0	3,0339	2,8773	3,0724

Tableau A5.2 Statistiques d'ensemble sur les trois réalisations du processus aléatoire générées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes. Les paramètres var, asym et aplt désignent respectivement la variance, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement.

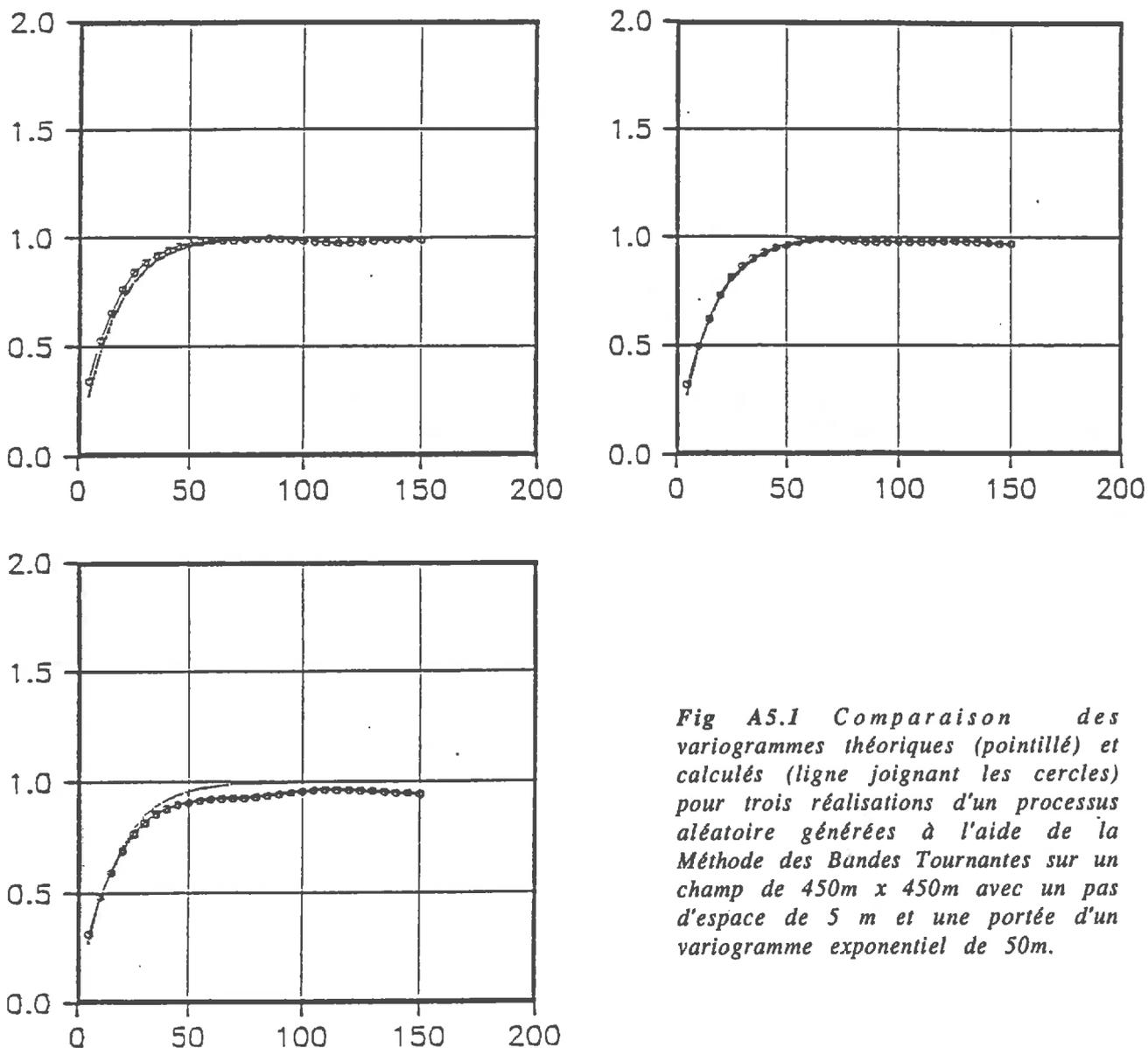


Fig A5.1 Comparaison des variogrammes théoriques (pointillé) et calculés (ligne joignant les cercles) pour trois réalisations d'un processus aléatoire générées à l'aide de la Méthode des Bandes Tournantes sur un champ de 450m x 450m avec un pas d'espace de 5 m et une portée d'un variogramme exponentiel de 50m.

Pour une loi normale, la valeur moyenne suit une loi de Student de NP-1 degrés de liberté. L'intervalle de confiance pour un risque α est donné par:

$$I_1 = \left[-t_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{NP}}, +t_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{NP}} \right] \quad (\text{A5.1})$$

où t est la fonction de Student. Pour un seuil de confiance de 99% l'intervalle I_1 sera:

$$I_1 = [-0,0286 ; +0,0286]$$

La variance suit une loi χ^2 de NP-1 degrés de liberté. L'intervalle de confiance au risque α est donné par:

$$I_2 = \left[\chi_{\alpha/2}^2 / (NP - 1), \chi_{1-\alpha/2}^2 / (NP - 1) \right] \quad (\text{A5.2})$$

En nous fixant un seuil de 99%, l'intervalle I_2 sera:

$$I_2 = [0,9597 ; 1,0406]$$

On remarque que les variances sortent de l'intervalle de confiance théorique. Or les échantillons en question, ne sont pas constitués à partir de variables aléatoires indépendantes mais ces variables sont corrélées par une fonction de covariance exponentielle. Donc le nombre de tirages indépendants n'est pas égal au nombre de points dans l'échantillon mais il faudrait déterminer "le nombre équivalent d'échantillons indépendants".

A5-2) LE NOMBRE EQUIVALENT D'ECHANTILLONS INDEPENDANTS.

Pour un processus aléatoire $Y(x)$ sur un champ tridimensionnel de dimensions respectives L_i ($i = 1, 2$ et 3) et de portées respectives $a_{e,i}$ aux directions i , si $Y(x)$ est statistiquement homogène dans les trois directions ($i=1,2,3$), d'après la définition d'Ababou [1988] "le nombre équivalent d'échantillons indépendants" serait:

$$N_Y = \frac{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3}{a_{e,1} \cdot a_{e,2} \cdot a_{e,3}} \quad (\text{A5.3})$$

En appliquant cette même définition au cas bidimensionnel où le processus est isotrope ($a_{e,1} = a_{e,2}$) le nombre d'échantillons indépendants sera:

$$N_Y = \frac{L_1 \cdot L_2}{a_{e,1}} \quad (\text{A5.4})$$

Afin de vérifier la pertinence de cette estimation, nous avons effectué des statistiques sur un ensemble de réalisations obtenues à partir de la Méthode des Bandes Tournantes. Le processus suit une loi gaussienne de moyenne nulle et de

variance égale à l'unité. L'ensemble est constitué de 100 réalisations sur un domaine de 100 m x 100 m avec un pas de discrétisation de 5 m (chaque réalisation contient 400 points) et une portée de 30 m.

Pour chacune des réalisations la moyenne est calculée, ce qui permet de constituer l'histogramme des moyennes présenté dans la figure (A5-2). On remarque bien la forme d'une distribution gaussienne de la moyenne. L'écart-type des moyennes est de 0,204 comparé à la valeur "théorique" obtenue à partir du nombre équivalent d'échantillons indépendants et qui est de 0,235. De plus, la moyenne des valeurs moyennes calculée statistiquement est de -0,02164 qui, théoriquement, admet une espérance mathématique nulle.

On peut donc admettre qu'effectivement, une bonne estimation du nombre équivalent d'échantillons indépendants peut être obtenue à partir de la formule (A5-4).

Dans la figure (A5-3) nous présentons le résultat de la statistique sur les 100 variogrammes obtenus à partir des réalisations précédentes. On remarque une excellente coïncidence entre le variogramme moyen et le variogramme théorique.

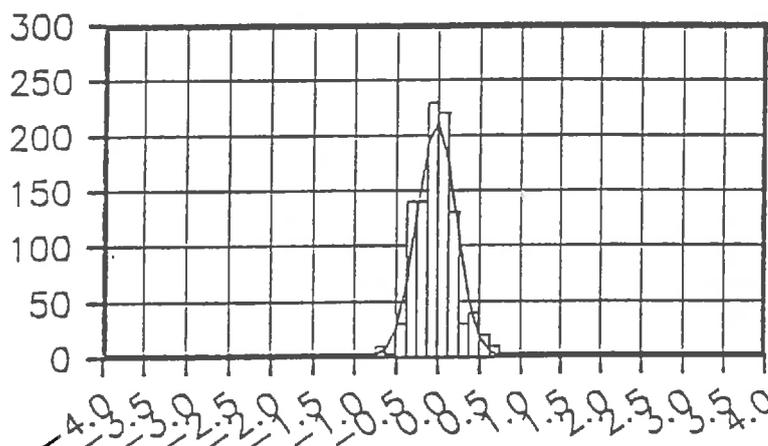


Fig. A5.2 Histogramme des valeurs moyennes des 100 réalisations de champs aléatoires par la Méthode des Bandes Tournantes.

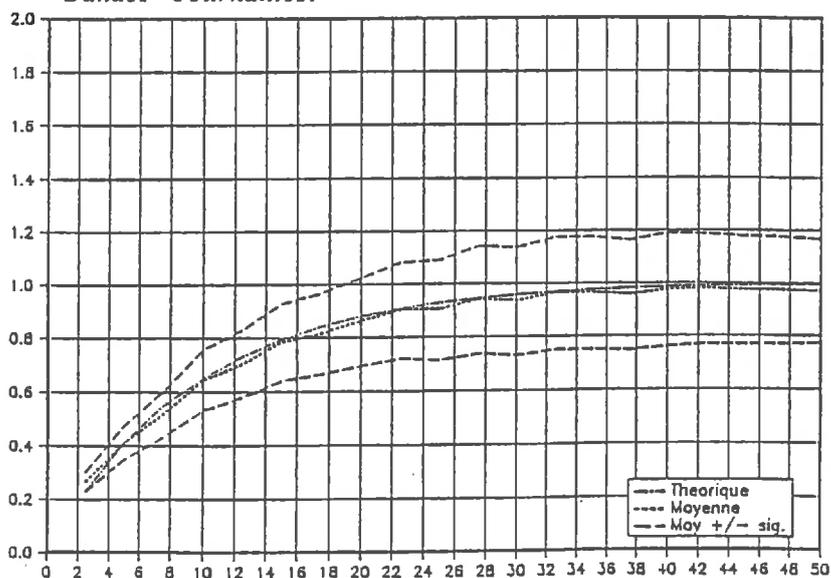


Fig. A5.3 Résultat statistique des 100 variogrammes calculés à partir des 100 réalisations du champ de variables aléatoires.

Annexe A6

**CALCUL
DE LA MOYENNE GEOMETRIQUE
D'UNE DISTRIBUTION
SUIVANT LA LOI LOG-NORMALE**

La fonction de densité de probabilité pour une loi de distribution normale de moyenne μ et d'écart-type σ est donnée par:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\alpha - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{A6-1})$$

tandis que la fonction de densité de probabilité pour une loi de distribution log-normale est:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\sigma_n \alpha (2\pi)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_n^2} (\text{Log } \alpha - \mu_n)^2\right] \quad (\text{A6-2})$$

où μ_n est la moyenne de $\text{Log } \alpha$ et σ_n l'écart-type de $\text{Log } \alpha$.

Sachant que la relation entre la valeur moyenne et les paramètres de la loi de distribution log-normale s'écrit:

$$\mu_{Ln} = \exp\left[\frac{\sigma_n^2}{2} + \mu_n\right] \quad (\text{A6-3})$$

et l'écart-type σ_{Ln} en fonction des mêmes paramètres s'exprime par:

$$\sigma_{Ln} = \mu \left[\exp(\sigma_n^2) - 1\right]^{1/2} \quad (\text{A6-4})$$

et que la moyenne géométrique μ_G d'un ensemble de n valeurs x_i est définie par la relation :

$$\text{Log } \mu_G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Log } x_i \quad (\text{A6-5})$$

on peut calculer la valeur de la moyenne géométrique en utilisant les relations (A6-3), (A6-4) et (A6-5).

En effet, d'après sa définition, si μ_G représente la moyenne géométrique d'une loi de distribution f log-normale, $\text{Log } \mu_G$ n'est autre que la moyenne μ_n de la loi de distribution $g = \text{Log}(f)$ associée.

Si on impose à μ_{Ln} la valeur 1 (cas du facteur d'échelle), on a:

$$\text{Log } \mu_{Ln} = \text{Log } 1 = 0 = \frac{\sigma_n^2}{2} + \mu_n$$

d'où : $\mu_n = -\sigma_n^2/2$

et: $\sigma_n = \text{Log}(\sigma_{Ln}^2 + 1)$

En appliquant finalement la relation $\mu_G = \exp \mu_n$ on peut tirer la valeur de μ_G .

QUELQUES DEFINITIONS EN STATISTIQUES

A7-1) Homogénéité

Soit $\xi(x) = \xi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ une fonction aléatoire de n variables réelles de moyenne $\mu(x)$:

$$\mu(x) = E[\xi(x)] \quad (\text{A7-1})$$

La covariance se définit de la manière suivante:

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = E[\xi(x_1)\xi(x_2) - \mu(x_1).\mu(x_2)] \quad (\text{A7-2})$$

La fonction de corrélation est définie par:

$$\rho(x_1, x_2) = \frac{\text{Cov}(x_1, x_2)}{[\text{Cov}(x_1, x_1).\text{Cov}(x_2, x_2)]^{1/2}} \quad (\text{A7-3})$$

Le champ aléatoire est homogène si:

$$\mu(x) = \text{constante} \quad (\text{A7-4})$$

et

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = \text{Cov}(x_2 - x_1) = \text{Cov}(r) \quad (\text{A7-5})$$

où

$$r = x_2 - x_1$$

A7-2) Ergodicité

Un processus aléatoire est dit ergodique si la moyenne d'ensemble est égale à la moyenne d'une réalisation de ce processus.

A7-3) Cumulant

Soit $f(x)$ une la fonction de densité de probabilité d'une fonction de distribution $F(x)$ d'une variable aléatoire X . On a la relation:

$$F(x) = \text{Pr}(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (\text{A7-6})$$

On définit la fonction caractéristique de X [Abramowitz et Stegun; 1964] par:

$$\phi(t) = E(e^{itX}) = \int_{-\infty}^x e^{itx} f(x) dx \quad (\text{A7-7})$$

Le cumulatif d'ordre n sera alors κ_n tel que:

$$\text{Log } \phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \kappa_n \frac{(it)^n}{n!} \quad (\text{A7-8})$$