

TH -
GC 17

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE
— I. N. R. A. —
STATION de SCIENCE du SOL
Domaine Saint-Paul
84140 MONTFAVET

T H E S E

Présentée
à la Faculté des Sciences de l'Université
de Grenoble

Pour obtenir le Grade de Docteur de Spécialités
(Troisième Cycle d'Hydrodynamique Supérieure,
Option Dynamique des Nappes Souterraines et Mécanique des Sols).

par

Michel BOUCHERIE
Ingénieur des Travaux Publics

"ETUDE DE LA LOCOMOTION TOUTS TERRAINS"

"EVOLUTION DE ROUES RIGIDES EN MILIEU PULVERULENT
A DEUX ET TROIS DIMENSIONS"

Soutenu le 17 Juillet 1964, devant la Commission d'Examen

MR. J. KRAVTCHEVKO

Président

L. SANTON

Examineurs

J. BIAREZ

GRENOBLE

TH -
GC 17

26 FEV. 1976

CHAPITRE IV

CALCUL DE LA FORCE PORTANTE D'UN SOL SOUS UNE ROUE

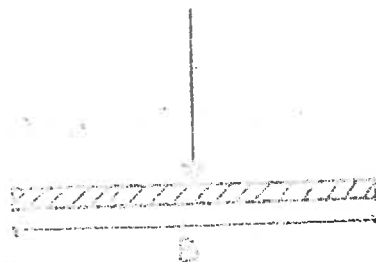
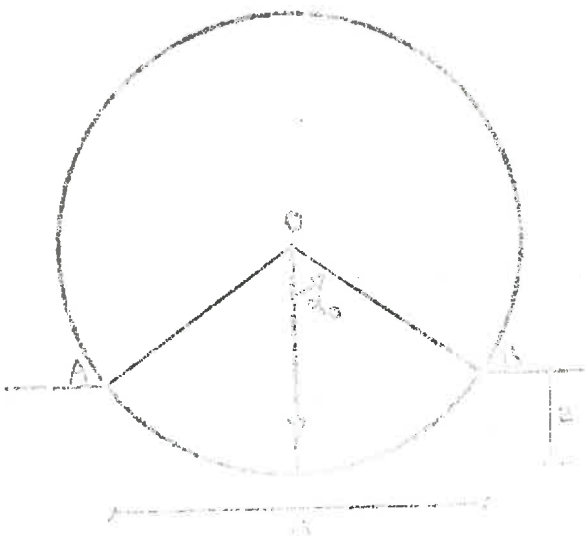
Application des méthodes de calcul des fondations superficielles planes.

L'un des premiers problèmes qui se pose en locomotion tous terrains est la détermination, pour un sol et une roue de caractéristiques connues, de la force portante maximale de ce sol pour un enfoncement donné de la roue.

L'enfoncement admissible pour une roue conditionnera la charge maximale que nous pourrions lui imposer. Nous avons étudié s'il était possible d'appliquer les méthodes habituelles des fondations superficielles planes au sol sous une roue.

Nous avons distingué 3 cas.

1) Roue au repos.



Posons une roue sur un sol, elle s'enfonce de e , le sol é symétrique des 2 côtés. B est la longueur de la corde au niveau du sol. Comme le rapport $\frac{e}{B}$ est petit et que nous observé la formation d'un coin rigide de sol sous les roues pendant leur enfoncement, nous pouvons admettre que nous a affaire à une fondation superficielle plane de profondeur l_0 , de largeur B , et soumise à une force verticale centrée.

Pour $\frac{e}{B}$ grand ($\alpha_0 > 45^\circ$) la roue doit avoir une force portante inférieure à la fondation précédemment défini nous prendrons cependant comme force de référence la force nécessaire Q_0 pour enfoncer la roue jusqu'à l'axe, selon le calcul ci-après.

La formule générale de la force portante d'un sol pulvérulent, sous une fondation de profondeur nulle est :

$$Q = \frac{1}{2} \gamma L N_\gamma B^2$$

Nous avons utilisé cette formule, pour les essais effectués en prenant :

$$\gamma = 2,2 \text{ g/cm}^3$$

$$L = 6 \text{ cm}$$

$$N_\gamma = 10$$

$$D = 70 \text{ cm}$$

d'où : $Q_0 = 320 \text{ kg}$

Nous donnons le tableau comparatif des enfoncements calculé et expérimentaux relatifs à la même charge verticale Q_0 .

Q kg	5	10	15	20	30	40	50
e expérimental cm	0,3	0,5	0,9	1,3	1,9	2,4	4,0
e calculé cm	0,3	0,55	0,85	1,1	1,8	2,2	3,0

Nous constatons l'extrême concordance de ces valeurs. L'application de cette formule pour la détermination de l'enfoncement d'une roue, relatif à une charge verticale donnée, se montre donc très satisfaisante pour le domaine des charges étudiées.

Elle donnera des résultats d'autant mieux concordants que la courbure sera faible, c'est-à-dire le diamètre de la roue grand. Ainsi M. DUPERRIN dans ses études sur des roues de 20 à 30 cm avait constaté que les enfoncements calculés étaient bien inférieurs à ceux trouvés expérimentalement. Avec une roue de 70cm nous sommes donc dans une condition plus favorable pour l'utilisation de cette formule.

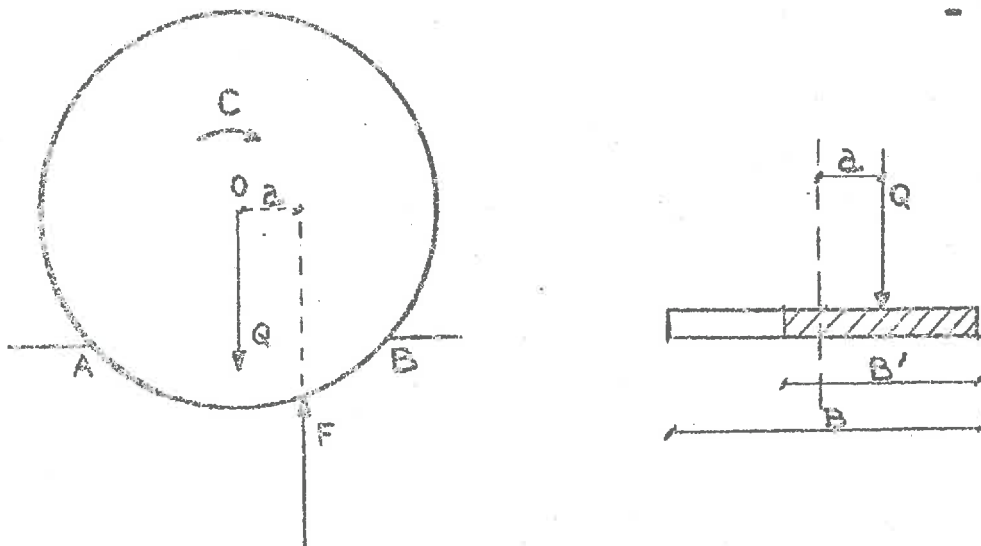
2) Roue motrice en régime permanent sans effort de traction horizontal.

La résultante des contraintes sur la surface de contact roue-sol est une force F verticale de même grandeur que la charge Q.

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice de la symétrie du sol des 2 côtés.

Son excentricité a est telle que le couple moteur C doit être équilibré par le couple résistant du sol :

$$a = \frac{C}{Q}$$



Nous pouvons assimiler cette roue à une fondation plane de profondeur nulle, soumise à une charge verticale excentrée

Il est possible dans ce cas de calculer la force portante en admettant que la charge F est appliquée au centre d'une fondation fictive de largeur $B' = B - 2a$.

La formule de la force portante devient :

$$Q = \frac{1}{2} \gamma L N_y (B - 2a)^2$$

Par ailleurs, nous avons vu qu'un ordre de grandeur du coup nécessaire au mouvement était $C = 2 Q \sin \theta$ (formule des talus) et dans ce cas $a = r \sin \theta$. Connaissant Q, on peut donc ici calculer B et avoir un ordre de grandeur de l'enfoncement de la roue :

$$B = 2 r \sin \theta + \sqrt{\frac{2Q}{\gamma L N_y}}$$

Nous avons fait une étude comparative des enfoncements expérimentaux et de ceux obtenus par le calcul à partir de l'excentricité trouvée expérimentalement et de l'excentricité $a = r \sin \theta$.

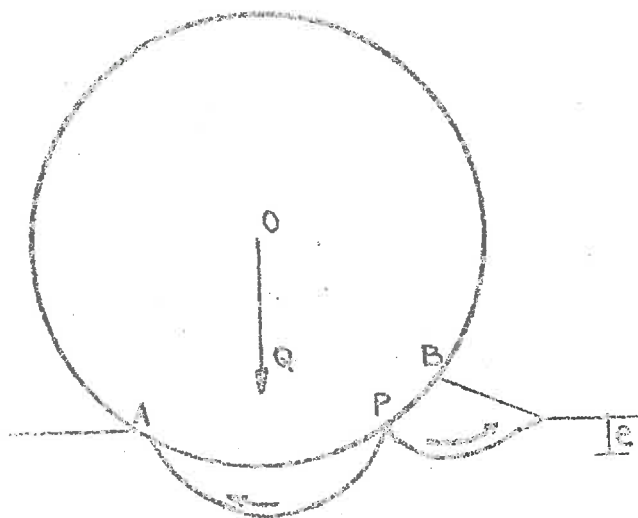
Q kg	5	10	15	20	30	40	50
e expérimental cm	1	2,1	5,0	8,0	13,3	16,8	26
a expérimental cm	8,5	9,6	11,3	14,2	16,0	16,7	17
e calculé cm	2,5	4	5,7	8,7	12,5	15,8	18,5
a = r sin θ. cm	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4	15,4
e calculé cm	6,5	7,7	8,3	10,0	12,0	14,0	16

Cette formule donne des résultats très comparables pour un domaine d'enfoncement compris entre 4 et 20 cm soit, $0,11 < \frac{e}{r} < 0,57$, ce qui correspond au domaine d'utilisation des roues en tous terrains.

Dans le cas de la roue motrice se déplaçant en régime permanent avec une charge verticale, il se forme une vague avant, donc le sol n'est pas symétrique à l'avant et à l'arrière. Nous avons pris comme définition de l'enfoncement la distance entre le bas de la roue et le niveau initial du sol et non le sommet de la vague avant.

Or, pour l'application de la formule nous avons supposé le sol symétrique des 2 côtés sans aucune vague avant. Voyons sous quelles conditions cette hypothèse resté valable.

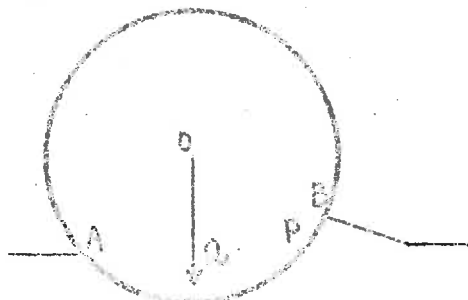
- Pour les faibles charges ($Q < 10 \text{ kg}$) :



Les efforts transmis par la roue sont concentrés sur l'écran PB, qui met la vague à l'état de butée, P et A sont approximativement au niveau du sol. La force qui viendra principalement pour une valeur de e sera celle qui s'exerce sur l'écran PA et est, de ce fait, bien inférieure à Q. C'est la raison pour laquelle en prenant Q dans le calcul nous sommes amenés, pour de faibles charges, à des coefficients bien supérieurs

ceux observés. Il faudrait refaire le calcul en prenant la composante verticale de la résultante des contraintes sur

- Lorsque Q augmente, l'enfoncement et le glissement croissent

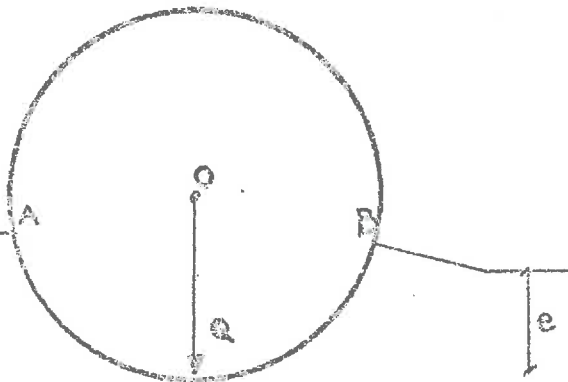


les efforts sur PB ne mettent plus le sol de la vague au repos. On est amené à penser qu'il existe sous la roue une répartition triangulaire de contraintes avec maximum en P.

De ce fait la majorité des efforts transmis par la roue s'exerce sur PA; comme P et A sont sensiblement au niveau initial du sol, la force qui va intervenir sur e est proche de Q.

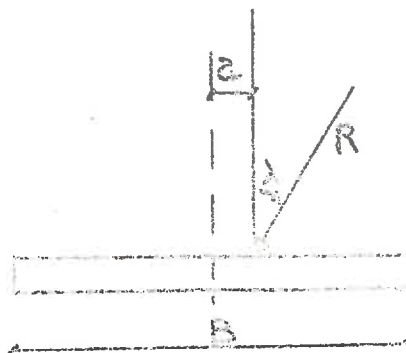
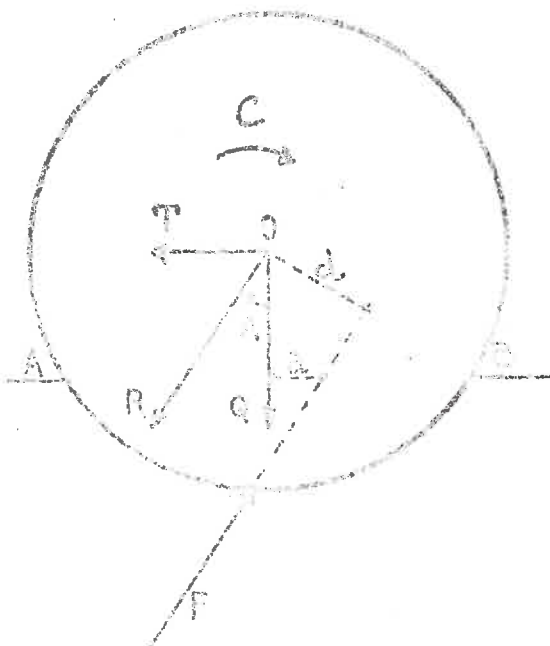
Nous constatons bien, dans ce cas, que les enfoncements expérimentaux et les calculs concordent approximativement.

- Pour les très fortes charges la roue ne peut plus être assimilable à une fondation superficielle plane. C'est ainsi qu'au dessus de 20 cm les calculs donnent des enfoncements bien inférieurs à ceux trouvés, la force portante de la roue étant inférieure à celle d'une fondation plane correspondant au même enfoncement.



3) Roue motrice avec effort de traction horizontal.

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice d'un sol symétrique des 2 côtés.



La résultante des contraintes sur la surface de contact ro-
sol est une force F égale à R dont le bras du levier est
 $d = \frac{Q}{R}$

Le couple C , à partir d'un certain $\frac{Q}{\delta L r^2}$ qui
diminue à mesure que $\text{tg } \lambda$ croit, dépend linéairement de la
résultante R , pour $\text{tg } \lambda$ donné. Donc pour toutes ces charges
de même inclinaison d est constant.

Pour calculer l'enfoncement de la roue soumise à
charge donnée, nous pouvons encore assimiler cette roue à
fondation en surface, de largeur B et soumise à une force
centrée inclinée de λ sur la verticale. L'excentricité a
étant la distance du diamètre vertical à l'intersection de
avec AB .

Nous donnons sur des abaques (graphiques 50 - 51
52) les résultats de recherches effectuées au Laboratoire
Mécanique des Sols par MM. BIAREZ et HAERINGER. En simplifiant
les résultats, on peut admettre que pour une inclinaison de
 λ de la charge F , celle-ci passe par un maximum si elle est
appliquée à la distance a_m du centre de la fondation.

$$\frac{a_m}{B} = \frac{1}{\delta} \frac{\lambda}{\theta} \quad \theta \text{ angle de frottement interne.}$$

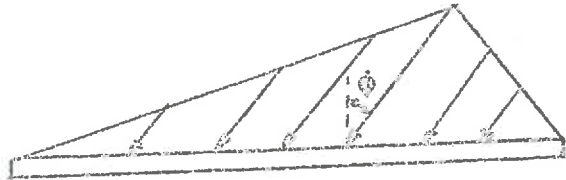
En première approximation la composante verticale Q_{VM} du
maximum précédent de F varie linéairement en fonction de λ
entre Q_{V0} et $Q_{V\theta}$

Q_{V0} est la force portante du sol pour une répartition unif-
orme de charges inclinées de θ .

Elle se calcule par la méthode de M. CAQUOT.

$$\frac{Q_{V\theta}}{\gamma B^2 L} = \frac{b_1 + b_2}{2(b_1 + b_2)} \cos \theta$$

b_1 et b_2 étant les coefficients de butée des dièdres latéraux.



$Q_{V\theta}$ est la force portante du sol sous une charge verticale centrée :

$$\frac{Q_{V\theta}}{\gamma B^2 L} = \frac{1}{2} N\gamma$$

donc :

$$\frac{Q_{V\theta}}{Q_{V0}} = \frac{b_1 + b_2}{(b_1 + b_2)} \frac{\cos \theta}{N\gamma}$$

Si nous tenons compte de l'excentricité réelle de la résultante des contraintes, la force portante du sol devient :

$$Q_{VA} = Q_{VAM} \left[\frac{\frac{a}{B} \pm \frac{1}{2}}{\frac{a_m}{B} \pm \frac{1}{2}} \right]^2$$

avec le signe + si en valeur algébrique $a_m > a$

avec le signe - si en valeur algébrique $a_m < a$

Appliquons cette méthode de calcul à la poutre. Pour 4 inclinaisons données nous avons comparé les forces portantes expérimentales à celles obtenues par le calcul à partir de l'enfoncement et du couple mesurés. Nous avons également fait

le calcul à partir du couple minimum donné par la formule ci-dessus.

a) Pour une faible inclinaison ($\text{tg } \lambda = 0,1$) (graphique 46)

Aux faibles enfoncements ($\frac{e}{r} < 0,2$) les valeurs calculées sont bien inférieures aux expérimentales. La raison en a été donnée dans le paragraphe précédent : il existe un vague amont mis entièrement à l'état de butée.

Aux enfoncements $\frac{e}{r} > 0,2$ les forces portantes obtenues sont comparables à celles de l'expérience. Elles sont par excès avec une erreur relative inférieure à 30 %. Les calculs faits à partir du couple minimum de la formule des pages 67-68 donnent des valeurs supérieures mais qui constituent un ordre de grandeur intéressant (erreur relative inférieure à 10 %).

b) A mesure que $\text{tg } \lambda$ croît la méthode conduit à des forces de plus en plus inférieures à celles de l'expérience (graphique 47).

- Pour $\text{tg } \lambda = 0,16$ les résultats sont encore assez proches de la réalité puisque la force est connue avec une erreur relative inférieure à 50 %. Le phénomène de déformation étant tellement complexe, une précision de cet ordre doit être considérée comme satisfaisante, d'autant plus qu'elle est dans le sens de la sécurité. Le calcul à partir du couple minimum donne encore un ordre de grandeur acceptable.

- Il semble que la méthode ne soit plus utilisable lorsque $\text{tg } \lambda$ est proche de 0,3 (graphique 48). Les forces portantes calculées sont trois fois plus grandes que celles trouvées expérimentalement.

b) Cette méthode ne permet pas d'envisager d'inclinaisons supérieures à $\text{tg } \lambda = 0,5$ qui correspond à $\frac{\lambda}{\theta} = 1$. Dans le cas où $\text{tg } \lambda$ est voisine de cette limite les résultats sont très satisfaisants pour le domaine habituel d'utilisation des roues ($\frac{e}{r} < 0,6$).

Aucune méthode théorique ne permet à l'heure actuelle d'apporter une solution au problème d'une roue motrice en régime permanent. Aussi le calcul précédent conduit à une valeur acceptable de la force portante, connaissant l'enfoncement et le couple (sauf pour $\text{tg } \lambda$ voisin de 0,3). Habituellement ce couple n'est pas connu. On obtiendra un ordre de grandeur de la force portante en utilisant le couple minimum par la formule des talus : $C = R r \sin \theta$.

Il peut être intéressant d'envisager le problème inverse : connaissant la charge à imposer à la roue, trouver l'enfoncement de celle-ci.

Nous allons indiquer comment les abaques joints doivent être utilisés. Connaissant θ et $\frac{\lambda}{\theta}$ nous en déduisons par l'abaque n°50 :

$$\frac{Q_{VAM}}{\gamma B^2 L}$$

On sait que :

$$Q_{VA} = Q_{VAM} \left[\frac{a + \frac{1}{2}}{\frac{B}{\theta} + \frac{1}{2}} \right]^2$$

qui s'écrit :

$$\frac{Q_{VA}}{\gamma B^2 L} = \left[\frac{a + \frac{1}{2} B}{\frac{1}{\theta} + \frac{1}{2}} \right]^2$$

$Q_{\nu\lambda}$ étant connu :

$$\frac{a + \frac{1}{2} B}{\frac{1}{6} \lambda + \frac{1}{2}}$$

est connu.

a s'exprime en fonction de B

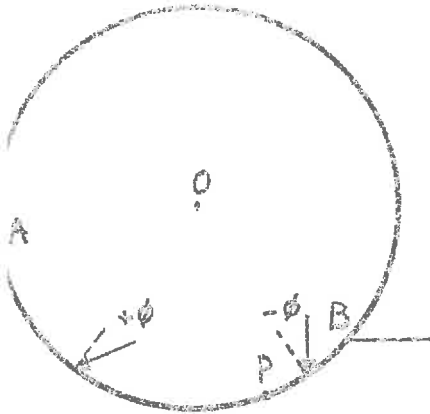
$$a = \frac{d}{\cos \lambda} - \sqrt{\frac{1}{3}^2 - \frac{B^2}{4}} \cdot \operatorname{tg} \lambda$$

Il en résulte que B peut être calculé.

Utilisation des équations de KÖTTER.

1) Principe de calcul .

Pour les roues motrices à régime permanent nous avons indiqué que dans les 2 cas suivants :



$$\frac{Q}{\gamma Lr^2} \text{ grand}$$

$$\frac{Q}{\gamma Lr^2} \text{ faible et } \text{tg } \lambda \text{ grand}$$

Le schéma de répartition des contraintes étant à 2 zones se raccordant en un point P.

- Sur BP les contraintes sont inclinées de $-\phi$, mais sont trop faibles pour mettre le sol en avant en plasticité.
- Sur AP les contraintes sont inclinées de $+\phi$. Le long de AP existe une zone de déformation étroite approximativement circulaire et centrée en O. Nous pouvons admettre que AP est une ligne de glissement.

Il sera donc possible d'utiliser les équations de KÖTTER le long de l'écran circulaire AP.

Sur BP nous ferons l'hypothèse d'une répartition linéaire de contraintes en prenant pour coefficient de butée celui de l'écran rectiligne tangent en B au cercle et qui met le sol avant en butée.

Si l'on développe l'écran AB suivant une droite et que l'on trace les 2 diagrammes de contraintes à partir de A et B, P se trouvera à l'intersection de ceux-ci.

2) Expression des équations de KOTTER le long d'une ligne glissement circulaire.

D'après la théorie des caractéristiques l'expression de la contrainte moyenne $\bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ en tout point d'une bicaractéristique est donnée par l'une des 2 équations différentielles :

$$d\bar{\sigma}_r + 2\bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta d\varphi = 2\bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta a dx \quad \text{1ère famille}$$

$$d\bar{\sigma}_r - 2\bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta d\varphi = 2\bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta b dx \quad \text{2ème famille}$$

où : θ - angle de frottement interne du matériau

φ - angle de la contrainte principale majeure avec O:

$$a = \frac{-\gamma \sin(\varphi - \mu)}{2\bar{\sigma} \sin \theta \cos(\varphi + \mu)}$$

$$b = \frac{\gamma \sin(\varphi + \mu)}{2\bar{\sigma} \sin \theta \cos(\varphi - \mu)}$$

γ : poids spécifique du matériau

$$\mu = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$$

Pour une ligne de glissement circulaire :

$$\varphi = \theta + \frac{\pi}{2} - \mu \quad \text{1ère famille}$$

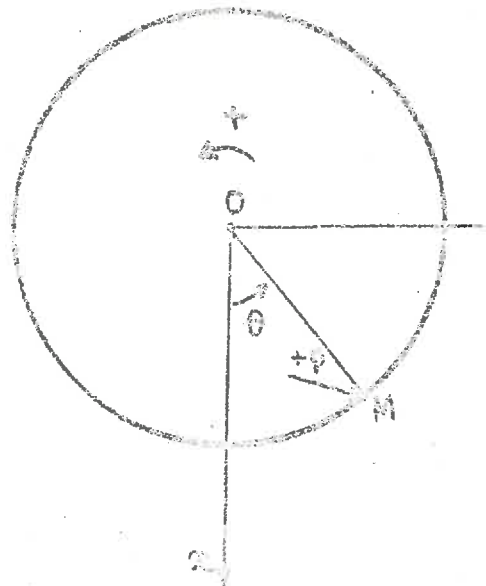
$$\varphi = \theta + \frac{\pi}{2} + \mu \quad \text{2ème famille}$$

$$x = r \cos \theta$$

Les équations différentielles deviennent :

1ère famille :

$$d\bar{\sigma}_r + 2\bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta d\theta + \frac{\gamma r \sin(\theta + \theta) d\theta}{\cos \theta} = 0$$



sens du mouvement

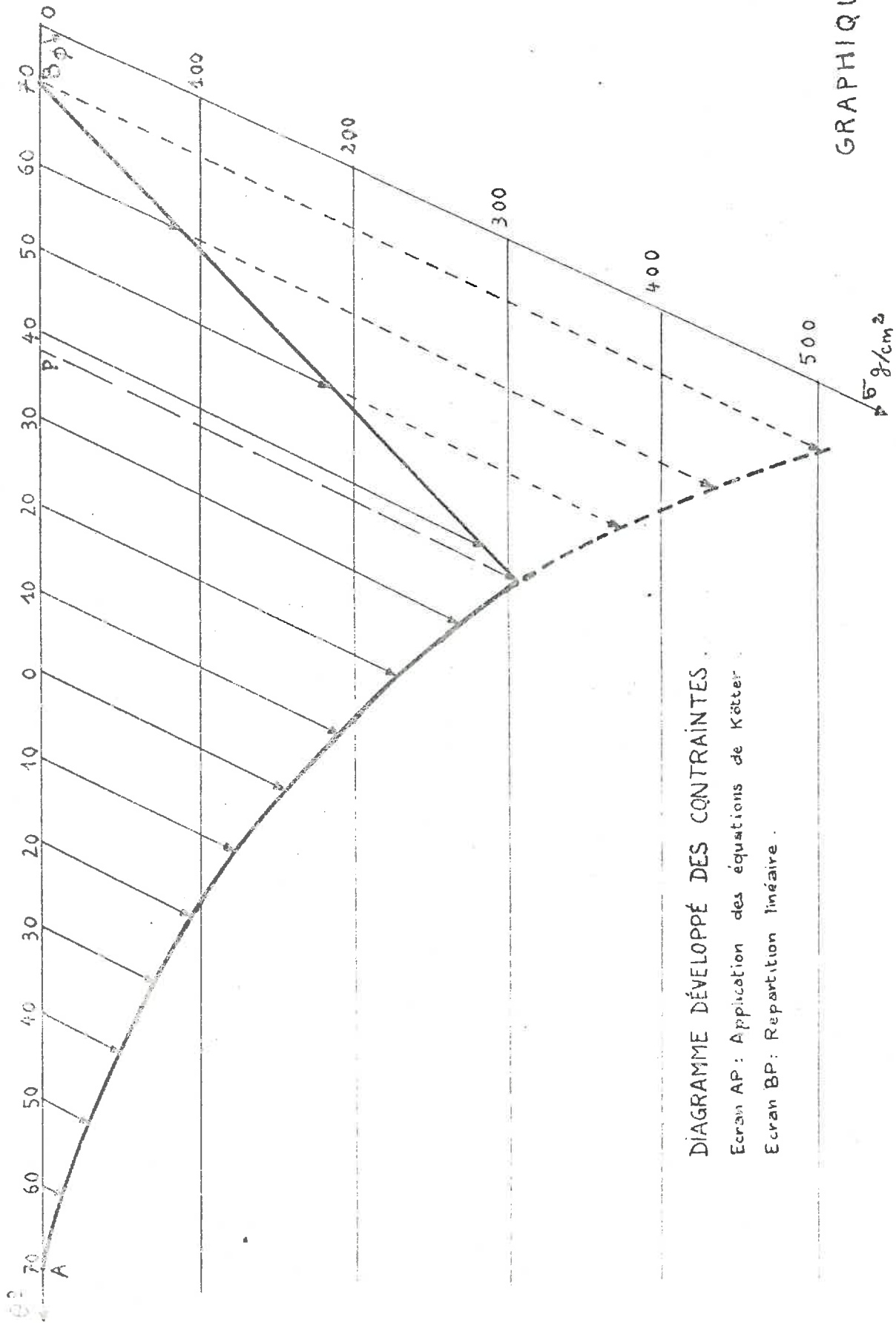


DIAGRAMME DÉVELOPPÉ DES CONTRAINTES.

Ecran AP: Application des équations de Kötter.

Ecran BP: Repartition linéaire.

famille -

$$- 2 \bar{\sigma}_r \operatorname{tg} \theta \, d\theta + \frac{\bar{\gamma} r \sin(\theta - \theta) \, d\theta}{\cos \theta} = 0$$

Intégration de ces 2 formules donne :

pour la 1ère famille :

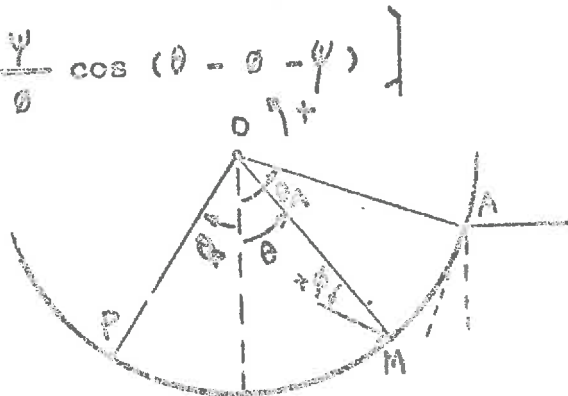
$$r = \bar{\gamma} r \left[C_1 e^{-2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \cos(\theta + \theta + \psi) \right]$$

$$\operatorname{tg} \psi = 2 \operatorname{tg} \theta$$

pour la 2ème famille :

$$r = \bar{\gamma} r \left[C_2 e^{+2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \cos(\theta - \theta - \psi) \right]$$

Le cas qui nous intéresse nous avons vérifié la nature de la famille en calculant la contrainte en un point proche de A par les méthodes de butée de M. CAQUOT.



Nous avons trouvé que AP est une bicaractéristique de la 1ère famille.

L'expression de la contrainte relative à l'angle θ est donc :

$$\bar{\sigma}_r \cos \theta = \bar{\gamma} r \cos \theta \left[C_1 e^{-2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \cos(\theta + \theta + \psi) \right]$$

La constante C_1 se détermine en supposant que $\bar{\sigma} = 0$ en A.

Les contraintes $\bar{\sigma}_v$ pour projection verticale et horizontale :

$$\bar{\sigma}_v = \bar{\sigma} \cos(\theta + \psi) \quad \bar{\sigma}_h = \bar{\sigma} \sin(\theta + \psi)$$

Les composantes verticales et horizontales de la résultante des contraintes sur AP sont donc : (largeur L de la roue)

$$Q = \gamma l r \cos \theta \int_{\theta_p}^{\theta_A} \left[c_1 e^{-2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} (\theta + \theta + \psi) \right] r \cos \theta d\theta$$

$$H = \gamma l r \cos \theta \int_{\theta_p}^{\theta_A} \left[c_1 e^{-2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} (\theta + \theta + \psi) \right] r \sin \theta d\theta$$

Le couple résistant sur un élément d'arc ds est :

$$dC = \sigma r^2 \sin \theta d\theta$$

d'où le couple dû à la résultante des contraintes :

$$C = \gamma l r^3 \sin \theta \int_{\theta_p}^{\theta_A} \left[c_1 e^{-2\theta \operatorname{tg} \theta} + \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \cos (\theta + \theta + \psi) \right] d\theta$$

Les intégrations ont donné :

$$\begin{aligned} \frac{Q}{\gamma l r^2 \cos \theta} = & - c_1 \cos^2 \psi \left[e^{-2\theta_A \operatorname{tg} \theta} \left[2 \operatorname{tg} \theta \cos (\theta_A + \theta) - \dots \right. \right. \\ & \dots - \sin (\theta_A + \theta) \left. \right] - e^{-2\theta_p \operatorname{tg} \theta} \left[2 \operatorname{tg} \theta \cos (\theta_p + \theta) - \dots \right. \\ & \dots - \sin (\theta_p + \theta) \left. \right] + \frac{1}{2} \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \left[\frac{1}{2} \sin (2(\theta_A + \theta) + \psi) \right. \\ & \dots - \left. \frac{1}{2} \sin (2(\theta_p + \theta) + \psi) + (\theta_A - \theta_p) \cos \psi \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{\gamma l r^2 \cos \theta} = & - c_1 \cos^2 \psi \left[e^{-2\theta_A \operatorname{tg} \theta} \left[2 \operatorname{tg} \theta \sin (\theta + \theta) + \dots \right. \right. \\ & \dots + \cos (\theta_A + \theta) \left. \right] - e^{-2\theta_p \operatorname{tg} \theta} \left[2 \operatorname{tg} \theta \sin (\theta_p + \theta) \right. \\ & \dots + \cos (\theta_p + \theta) \left. \right] + \frac{1}{2} \frac{\cos \psi}{\cos \theta} \left[\frac{1}{2} \cos (2(\theta_A + \theta) + \psi) \right. \\ & \dots - \left. \frac{1}{2} \cos (2(\theta_p + \theta) + \psi) + (\theta_A - \theta_p) \sin \psi \right] \end{aligned}$$

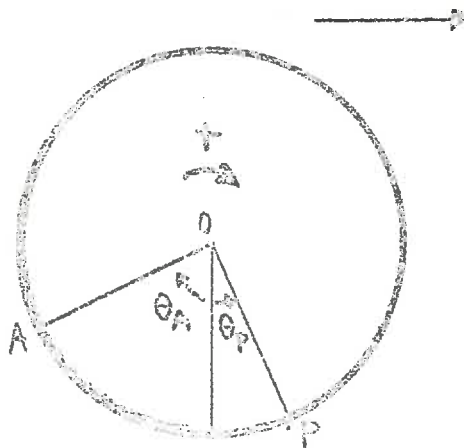
Pour le couple :

$$\frac{C}{\gamma l} = - \frac{C_1}{2} \cos^2 \theta \left[e^{-2\theta_A \operatorname{tg} \theta} - e^{-2\theta_P \operatorname{tg} \theta} \right] + \dots$$

$$\dots + \sin \theta \cos \psi \left[\sin (\theta_A + \theta + \psi) - \sin (\theta_P + \theta + \psi) \right]$$

3) Diagrammes de répartition des contraintes le long d'une ligne de glissement circulaire.

Pour différents angles θ_A (30° , 55° , 70°) nous avons tracé le diagramme développé des contraintes. Dans le cas de figure de la roue motrice étudiée jusqu'à présent, l'angle polaire θ des formules de KÖTTER sera pris positif dans le sens contraire ou sens trigonométrique.



- Pour un faible $\theta_A = 30^\circ$ (graphique 54) la répartition développée des contraintes est sensiblement linéaire.
- Pour les forts θ_A , on remarque la forte croissance de la contrainte à mesure que θ décroît (graphiques 55 - 56).

Cela justifie à ce point l'existence d'une zone PB car si nous admettons que la ligne de glissement allait jusqu'en B nous serions conduits à avoir en ce point de fortes contraintes ; alors que celles-ci sont en réalité nulles.

Néanmoins nous avons comparé la force portante expérimentale à celle obtenue pour les équations de KÖTTER appliquées jusqu'en B. Les angles θ_A et θ_B étant donnés par les photographies.

	θ_A	θ_B	$\frac{Q}{\gamma L r^2}$	$\tau_E \lambda$	$\frac{C}{\gamma L}$
Expérience	70	- 70	2,48	0,1	1,2
KÖTTER			4,15	0,0	2,3
Expérience	55	- 40	0,93	0,4	0,8
KÖTTER			1,73	0,2	0,8
Expérience	40	- 40	0,62	0,4	0,8
KÖTTER			1,0	0,2	0,8

Ce tableau montre que les forces portantes obtenues par les équations de KÖTTER sont supérieures à celles de l'expérience. D'autre part les inclinaisons obtenues restent toujours très faibles ($\leq 0,2$). En effet pour $\theta < - 26^\circ$ la composante horizontale de la contrainte change de signe et comme les contraintes croissent avec θ décroissent, la composante horizontale devient négative. Pour les θ bien inférieurs on trouve même des valeurs algébriques à $- 26^\circ$.

$$Q = 2 \int_{\theta_B}^{\theta_P} b r (\theta_B - \theta) \cos(\theta - \theta) d\theta = \frac{2}{3} b L r^2 \int_{\theta_P}^{\theta_B} (\theta_B - \theta) \cos(\theta - \theta) d\theta$$

$$M = \frac{2}{3} b L r^2 \int_{\theta_P}^{\theta_B} (\theta_B - \theta) \sin(\theta - \theta) d\theta$$

L'expression du couple :

$$C = \frac{2}{3} b L r^3 \int_{\theta_P}^{\theta_B} (\theta_B - \theta) \sin \theta d\theta$$

Les intégrations donnent :

$$\frac{Q}{\frac{2}{3} b L r^2} = b \left[(\theta_P - \theta_B) \sin(\theta_P - \theta) + \cos(\theta_P - \theta) - \cos(\theta_B - \theta) \right]$$

$$\frac{M}{\frac{2}{3} b L r^2} = b \left[(\theta_B - \theta_P) \cos(\theta_B - \theta) + \sin(\theta_P - \theta) - \sin(\theta_B - \theta) \right]$$

$$\frac{C}{\frac{2}{3} b L r^3} = b \sin \theta \frac{(\theta_B - \theta_P)^2}{2}$$

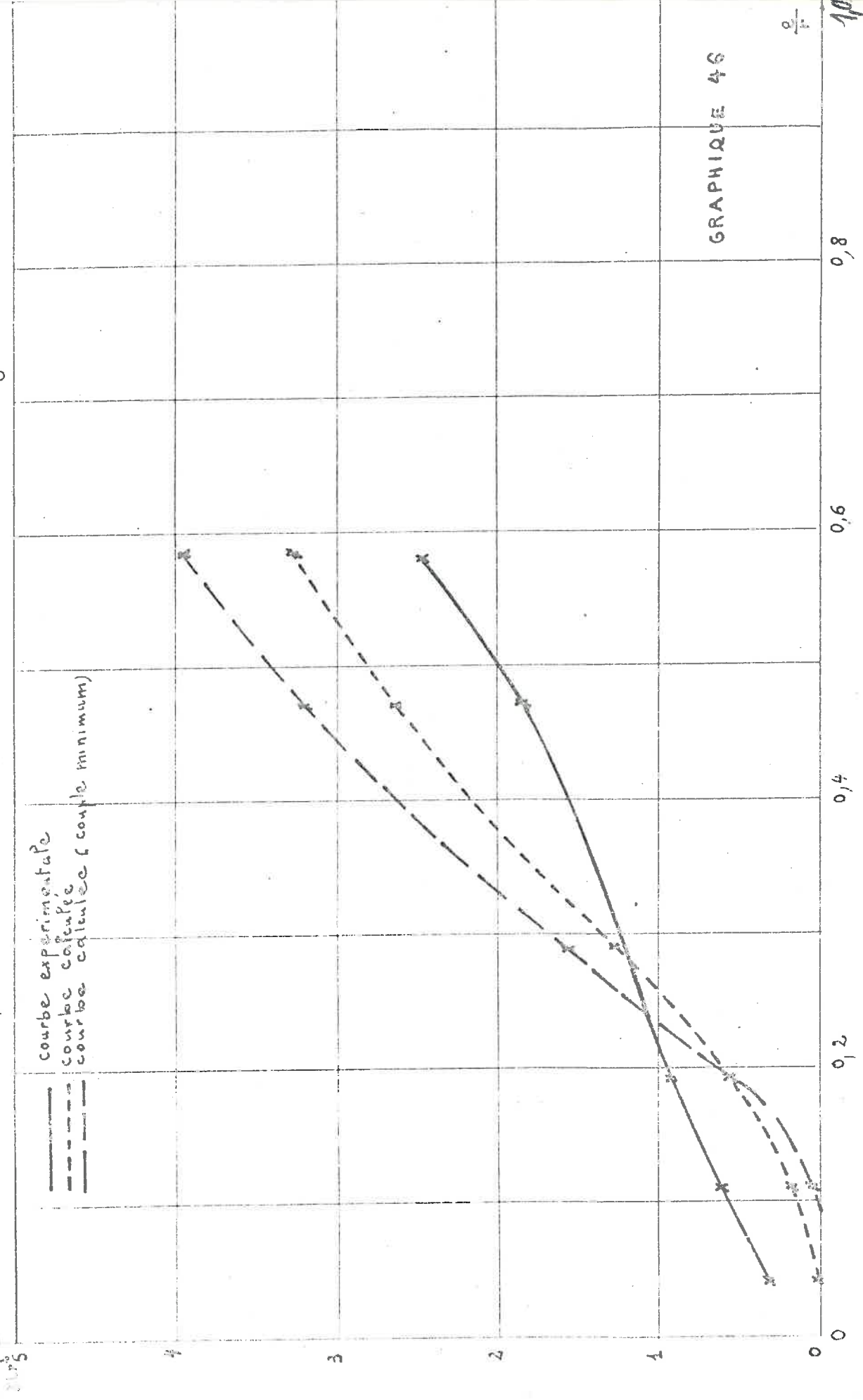
Le calcul peut se faire plus rapidement, pour $\theta_B - \theta_P$ petit, en assimilant BP à un écran rectiligne. L'erreur commise est faible.

Nous avons tracé sur les graphiques 57, 58, 59 le diagramme développé des contraintes sur BP et déterminé ainsi graphiquement le point P d'intersection avec la répartition de KÖSTNER.

MODELE ANALOGIQUE - ROUE MOTRICE -

Variation de la force portante en fonction de l'enfoncement

$$\text{tg } \lambda = 0,1$$



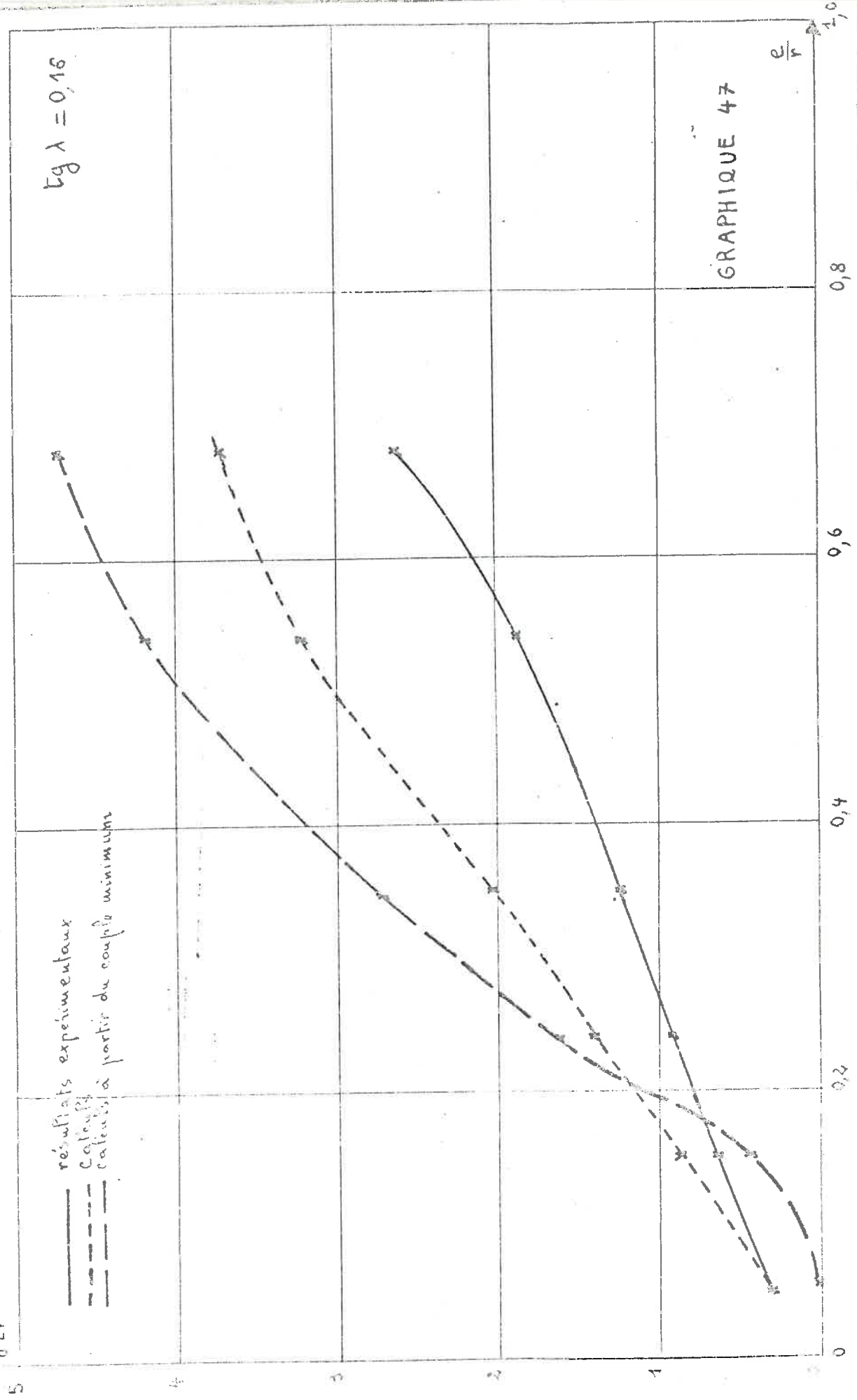
GRAPHIQUE 46

MODELE ANALOGIQUE - ROUE MOTRICE -

Variation de $\frac{Q_{max}}{\gamma L^3}$ en fonction de $\frac{e}{r}$ sous une roue enfoncement.

$\tan \lambda = 0,16$

- résultats expérimentaux
- - - calculs
- - - calculs à partir du couple minimum



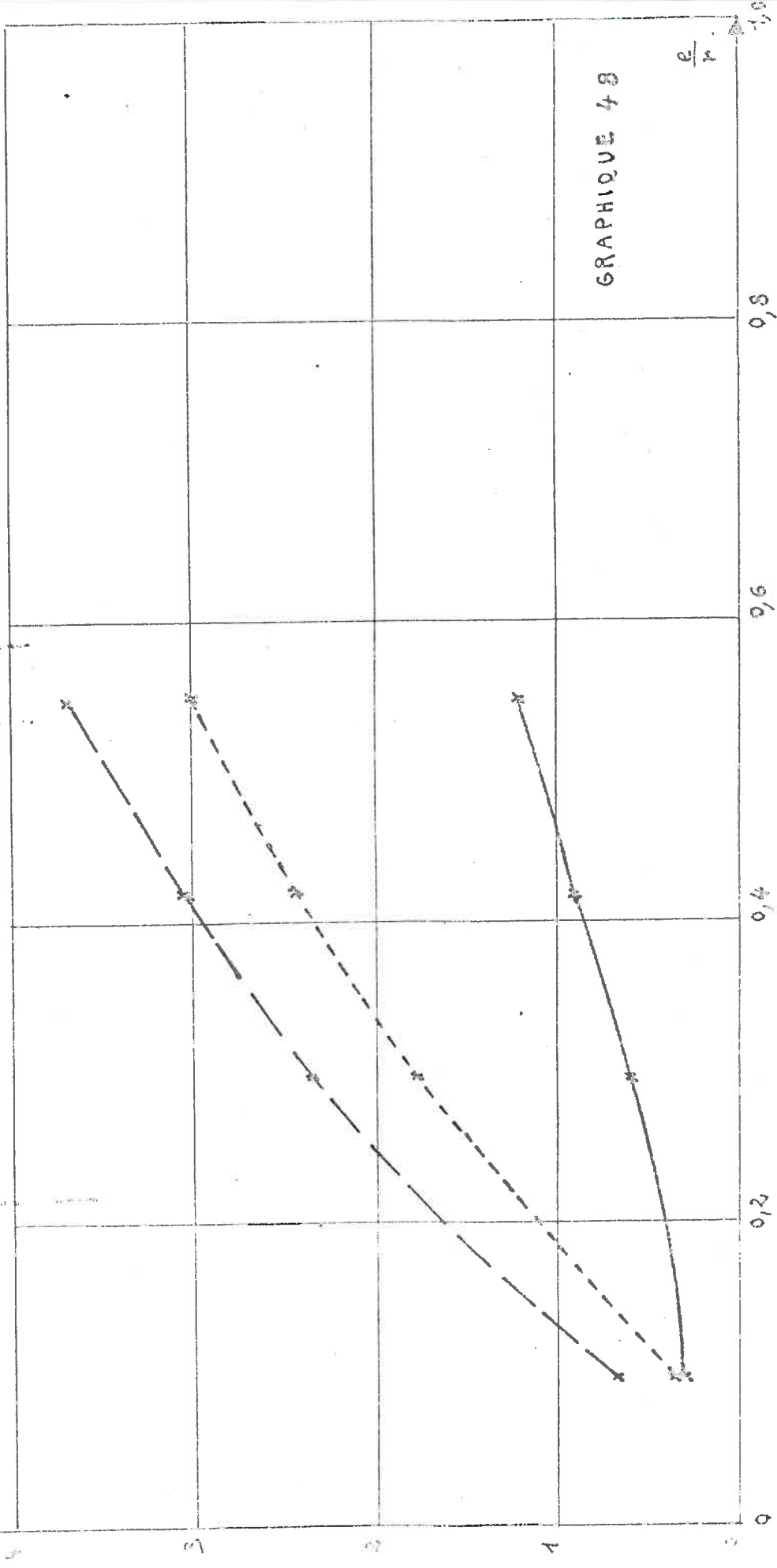
GRAPHIQUE 47

MOEULE ANALOGIQUE - ROUE MOTAICE -

Variation de la force portante en fonction de l'enfoncement

$$\eta = 0,30$$

— résultats expérimentaux
- - - calculs
— calculs à partir du couple minimum



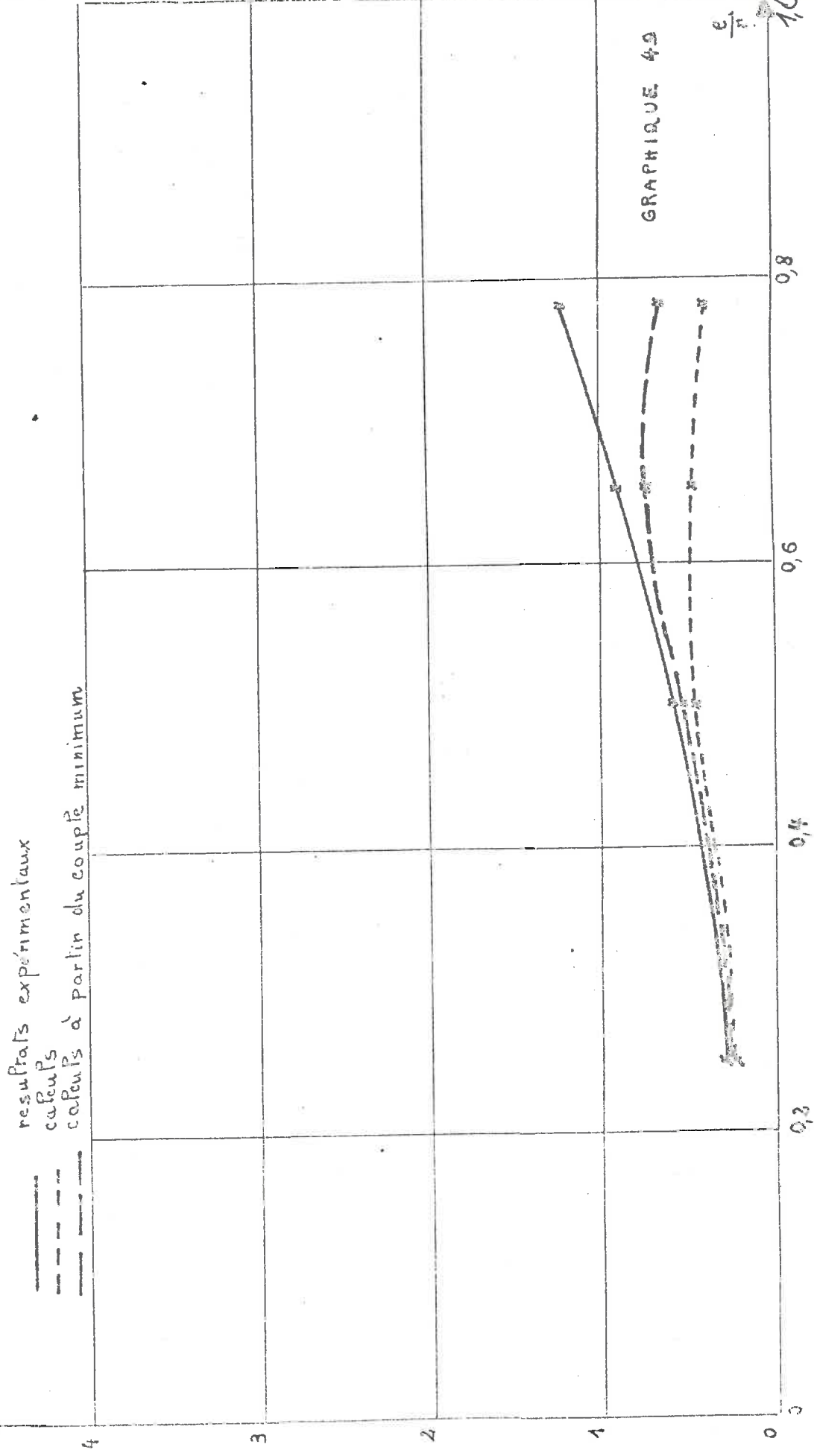
GRAPHIQUE 48

$\frac{e}{r}$

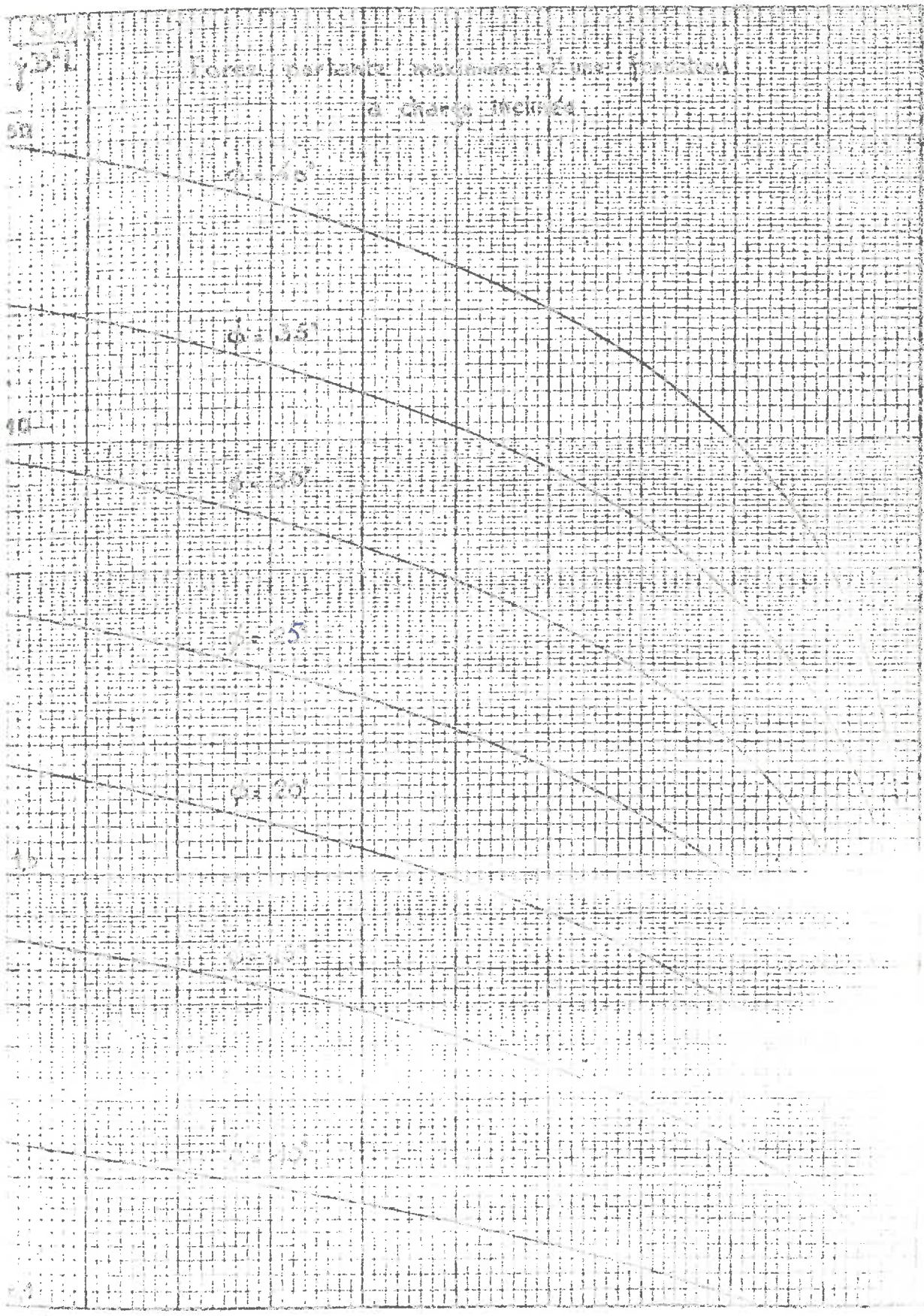
MODELE ANALOGIQUE - ROUE MOTRICE

Variation de la force portante en fonction de l'enfoncement:

$$\gamma = 0,50$$



GRAPHIQUE 49



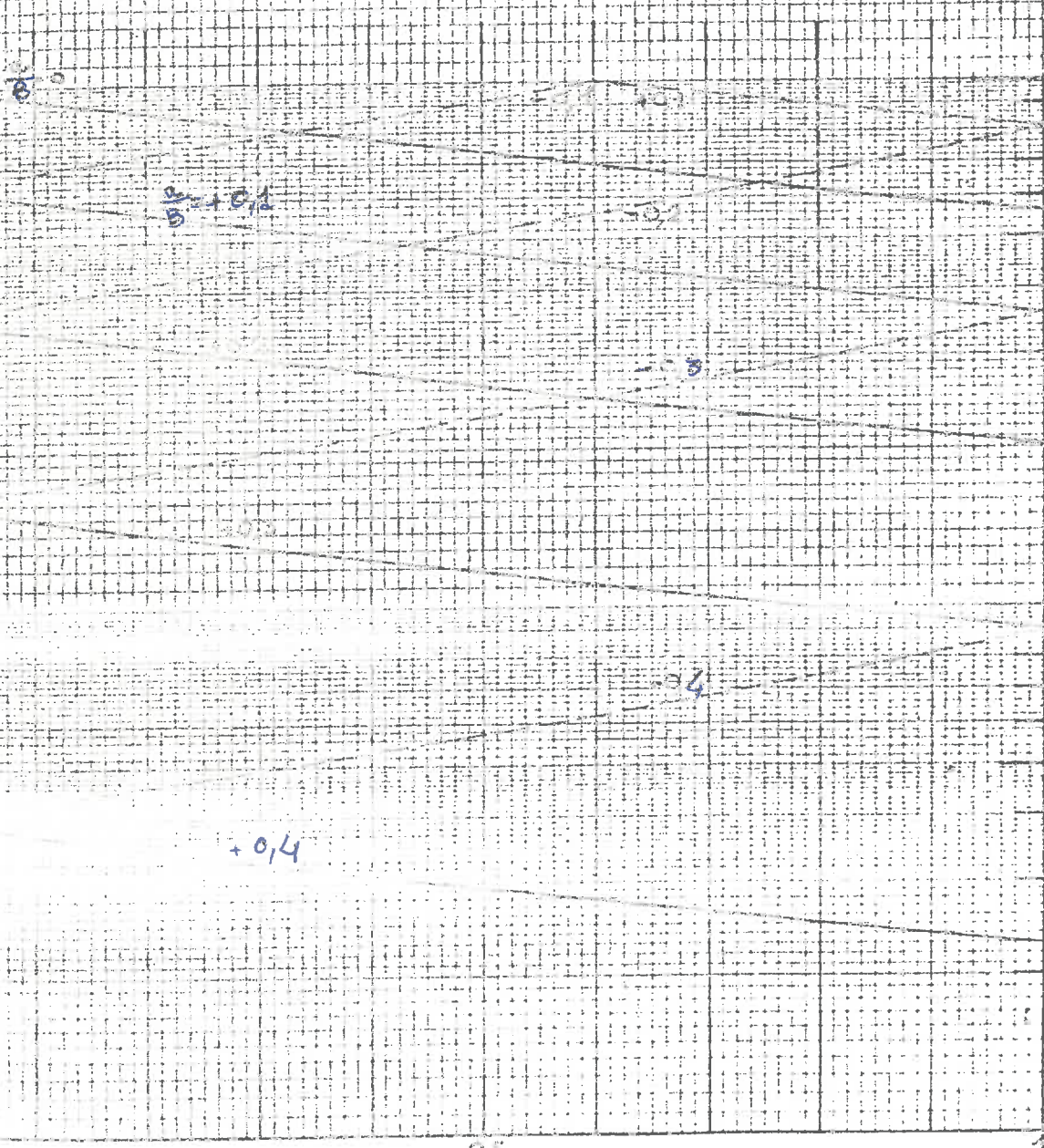
0.5

$\frac{\lambda}{\phi}$

$$\left[\begin{array}{c} + \frac{a}{B} + \frac{1}{2} \\ - \frac{a}{B} + \frac{1}{2} \end{array} \right]^2$$

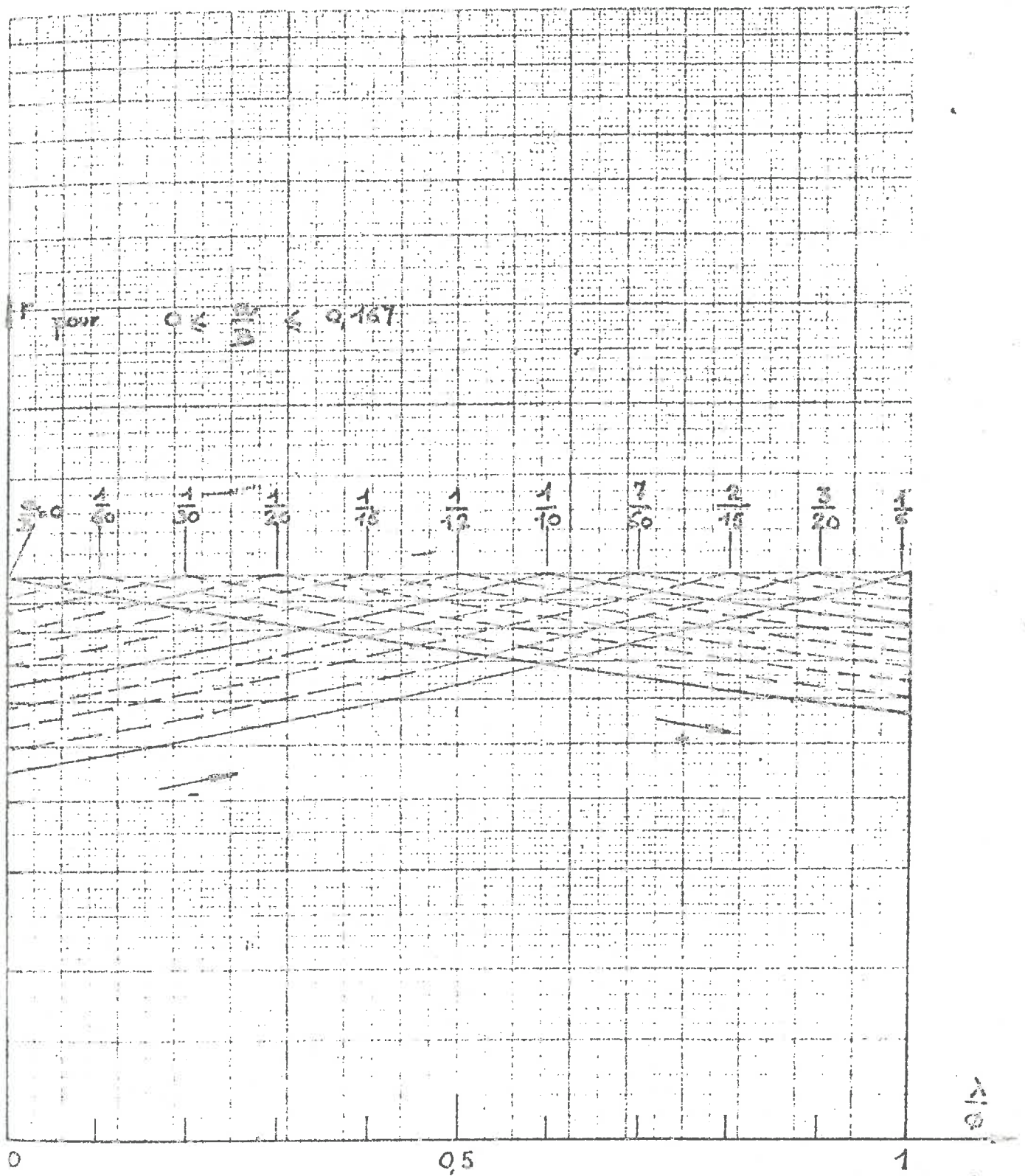
pour $a = 0,1$ pour $a = 0,2$
 pour $a = 0,3$ pour $a = 0,4$

une courbe univariée algébrique avec $\Sigma_{m=0}^{\infty}$



GRAPHIQUE 51

x/1



GRAPHIQUE 52.

ÉQUATIONS DE KÖTTER.

Variation du couple en fonction de la résultante des forces.

$$\frac{C}{\delta L r^2}$$

