

N° d'ordre



THÈSE

présentée à

GLS

L'UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPECIALITÉ

(Troisième cycle de mécanique des solides)

par

Daniel GOUVENOT

SUJET

Un problème de mécanique des sols : La locomotion tous terrains sur véhicule à chenilles.

Soutenue le 20 Juillet 1971, devant la Commission d'Examen

M. SANTON

Président

M. ANGLES D'AURIAC

M. BIAREZ

} Examineurs

R E M E R C I E M E N T S.

Je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé à réaliser cette thèse, en particulier :

- M. SANTON qui a été mon professeur et qui a accepté la présidence du jury.

- M. BIAREZ qui a dirigé mon travail.

- M. ANGLES D'AURIAC qui m'a enseigné la Rhéologie.

- M. KRAVTCHENKO qui a été mon professeur, sans qui ce travail n'aurait pas été possible.

- Les techniciens du laboratoire, en particulier MM. FELIX et PETITJEAN pour leur aide lors des essais, M. SALOMON qui m'a procuré la bibliographie, M. ELBERG qui s'est chargé de la réalisation matérielle de la thèse, M. BIGUENET, et enfin mon camarade GRESILLON qui a bien voulu accepter de se charger des dernières mises au point.

=====

S O M M A I R E

	<u>Pages</u>
<u>CHAPITRE I : INTRODUCTION-</u>	
I.1. Rappel des principes généraux de la mécanique des milieux continus	9
I.2. Présentation du plan du mémoire	9
<u>CHAPITRE II : LES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE-</u>	
II.1. Enoncé des lois de la mécanique et applications à un véhicule en locomotion tout terrain	11
II.2. Inventaire des forces et couples agissant sur le véhicule	12
II.3. Les difficultés pratiques d'application des lois générales	13
II.3.1. Centre de gravité du véhicule mal connu	13
II.3.2. Méconnaissance du couple moteur	14
II.3.3. La réaction du sol sur le véhicule est délicate à définir	14
<u>CHAPITRE III : LES LOIS RHEOLOGIQUES-</u>	
<u>LES LOIS DE COMPORTEMENT EXPERIMENTALES-</u>	
III.1. Lois rhéologiques du sol	17
III.1.1. Petites déformations : élasticité	18
III.1.2. Grandes déformations : plasticité parfaite	18
III.1.3. Déformations intermédiaires	19
III.2. Les essais conduisant à la détermination expérimentale des coefficients intervenant dans les lois rhéologiques et les lois expérimentales de comportement	24
III.2.1. Essais conduisant à des champs homogènes en contraintes et déformations	24
III.2.2. Essais conduisant à des champs hétérogènes et leurs difficultés	25
III.2.2.1. Essais d'enfoncement de plaques	25
III.2.2.1.A. Force centrée normale	26
III.2.2.1.A.α. Enfoncement avec petites déformations.	26
III.2.2.1.A.β. Enfoncement avec grandes déformations à deux et à trois dimensions	29
III.2.2.1.A.γ. Enfoncement avec déformations quelconques	37
- Historique : Formule de BEKKER	37
- Point de vue de l'analyse dimensionnelle	38
- Point de vue théorique : MEYERHOF	39
- Point de vue expérimental	49
III.2.2.1.A.δ. Nouvelle interprétation	59
III.2.2.1.B. Force inclinée excentrée	65
III.2.2.1.B.α. Enfoncement avec petites déformations.	65
III.2.2.1.B.β. Enfoncement avec grandes déformations.	65
III.2.2.2. Essais d'enfoncement de pénétromètre	76
III.2.2.2.A. L'essai de cône-index et les expériences américaines	76
III.2.2.2.B. Expériences faites à GRENOBLE	81
III.2.2.2.C. Interprétation théorique du cône index-Relation entre C_I , C et ϕ	81

• CHAPITRE IV : LE PROBLEME DES CONDITIONS AUX LIMITES-

IV.1. Les conditions aux limites géométriques	92
IV.1.1. Géométrie de la surface du sol	92
IV.1.2. Géométrie de la bande de roulement	93
IV.2. Les conditions aux limites en contraintes	94
IV.2.1. Influence de l'excentricité de la réaction du sol sur le véhicule	94
IV.2.2. Influence de l'inclinaison	94

• CHAPITRE V : RESOLUTION DU PROBLEME-

V.1. La solution d'avenir : résolution théorique	98
V.2. Les solutions partielles et approchées actuelles : analogie avec les plaques	99
V.2.1. Performances normales du véhicule : portance, enfoncement ..	99
V.2.1.1. Problème de la portance en général	100
V.2.1.2. Notion de sol limite - Définition du VCI	100
V.2.2. Effort de traction au crochet	104
V.2.2.1. $\frac{T}{W}$ % fonction des caractéristiques du sol pour un véhicule donné	104
V.2.2.1.A. Formule du Congrès de LONDRES	107
V.2.2.1.B. Calcul de force portante en plasticité parfaite	113
V.2.2.1.C. Condition d'adhérence	118
V.2.2.1.D. Limite imposée par le couple moteur ...	119
V.2.2.2. Poids optimal - Effort disponible maximal	119
V.2.2.2.A. Utilisation des travaux de TRAN-VO-NHIEM	119
V.2.2.2.B. Poids optimal	120
V.2.2.2.C. Traction maximale	120
V.2.3. Pente négociable - Obstacles négociables	122
V.2.4. Avance du véhicule	122
V.2.4.1. Résistance à l'avancement : le "buldozing"	122
V.2.4.2. Le glissement	142

• CHAPITRE VI : CONCLUSION-

VI.1. Rappel des principaux résultats	160
---	-----

N O T A T I O N S

- A : Aire d'une plaque, d'une chenille. $A = BL$.
- B : Largeur d'une plaque, d'une chenille, d'une roue. $B < L$.
- B' : Largeur fictive. $B' = B - 2$.
- \vec{C} : Couple moteur.
- C_f : Coefficient de forme sans dimension, fonction des dimensions et de la rigidité d'une plaque.
- CI : Indice de pénétration ou Cône Index du W.E.S. (psi).
- D : Enfoncement.
- D_m : Garde au sol d'un véhicule.
- E : Module d'élasticité.
- \vec{F} : Force extérieure appliquée à un corps.
- L : Longueur d'une plaque, de la partie d'une chenille en contact avec le sol pour $D = 0$; $L > B$.
- $N_\gamma, N_q, N_c, N_{\gamma\delta}, N_{q\delta}, N_{c\delta}$: Coefficients, sans dimensions, de force portante.
- P : Puissance d'un moteur.
- R : Rayon d'une plaque ou dimension caractéristique.
- \vec{R} : Résultante des actions du sol sur une roue, une chenille.
- RCI : Cône index du sol remanié $RCI = RI \times CI$.
- RI : Indice de remaniement du sol.
- \vec{T} : Effort de traction.
- T : Composante horizontale de la charge appliquée à une plaque, une roue, une chenille.
- T_{max} : Maximum de T.
- VCI : Cône index lié à un véhicule.
- W_T : Poids total d'un véhicule.
- W : Composante verticale de la charge appliquée sur une plaque, une roue, une chenille.
- W_{opt} : Charge verticale correspondant à T_{max} .
- c : Cohésion du sol.
- e : Excentrement de la charge par rapport au centre d'une plaque.
- e_m : Excentrement optimum donnant le maximum de force portante.

..//..

- g : Glissement $g = 1 - \frac{v_o}{v_r}$.
- $k, k_c, k_\phi, k'_c, k'_\phi$:
 Coefficients fonction du sol et de la géométrie d'une plaque.
- n : Exposant.
- q : Pression moyenne normale s'exerçant sur une plaque.
- $r_{\gamma e}, r_{qe}, r_{ce}$:
 Coefficients de réduction de force portante dûs à l'excentrement.
- v : Vitesse.
- v_r : Vitesse relative de la chenille par rapport au sol.
- v_a : Vitesse réelle d'avancement du véhicule.
- γ : Poids spécifique du sol.
- δ : Inclinaison de la charge ou des contraintes sur la verticale.
- δ_r : Inclinaison réelle.
- δ_f : Inclinaison fictive.
- ε : Déformation.
- ε_{ij} : Composantes du tenseur des déformations.
- ϕ : Angle de frottement interne du sol.
- $\lambda_\gamma, \lambda_q, \lambda_c$:
 Coefficients de forme.
- σ : Contrainte.
- σ_n : Contrainte normale.
- σ_{ij} : Composantes du tenseur des contraintes.
- τ : Contrainte tangentielle.

CHAPITRE II N T R O D U C T I O NI.1. RAPPEL DES PRINCIPES GENERAUX DE LA MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS.

Nous allons chercher à étudier le problème de la locomotion tout terrain sur chenilles dans l'optique de la mécanique des milieux continus.

Pour cela, nous devons appliquer :

- les lois générales de la mécanique,
- les lois rhéologiques,
- les conditions aux limites.

Ce processus devrait nous conduire à la solution générale de la locomotion ; mais pour de multiples raisons nous ne pourrions aboutir que dans des cas très particuliers. Moyennant de nombreuses hypothèses particulièrement restrictives, nous fournissons quelques solutions théoriques.

I.2. PRESENTATION DU PLAN DU MEMOIRE.

Ce mémoire est donc structuré en fonction de cette idée de base. Nous avons pu ainsi mettre en évidence que les difficultés surgissent au niveau des données (lois rhéologiques, conditions aux limites) et que dans ces conditions l'obtention d'une solution générale est compromise.

Néanmoins nous avons pu conclure pour quelques problèmes d'intérêt pratique tels que : portance du sol, prévisions de passage ou d'enlèvement sur un sol donné pour un véhicule donné, effort de traction disponible, poids optimal, effort de traction optimal, effet de "buldozing".

Tous ces problèmes ont été traités théoriquement. La solution théorique a ensuite été confrontée avec des résultats expérimentaux, soit issus de la bibliographie, soit personnels.

Ce mémoire constitue également une synthèse des travaux antérieurement effectués au Laboratoire de Mécanique des Sols de GRENOBLE.

Enfin, l'analogie plaque-chenille a été longuement étudiée, et pratiquement tous les essais de plaque connus à ce jour ont été analysés. Une formule liant la pression et l'enfoncement a été proposée pour interpréter les essais.

CHAPITRE II

LES EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MECANIQUE

II.1. ENONCE DES LOIS DE LA MECANIQUE. APPLICATION A LA LOCOMOTION TOUT TERRAIN.

Les équations fondamentales de la mécanique traduisent le fait que le torseur des forces extérieures est égal au torseur des quantités d'accélération.

Ce qui s'écrit :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m \vec{\Gamma}_G \\ \sum M_O^c \vec{F} &= I \cdot \vec{C}\end{aligned}$$

En locomotion tout terrain, il s'agit d'appliquer ces relations d'une part au sol, et d'autre part au véhicule.

En ce qui concerne le sol, on admettra que les accélérations sont si faibles devant les forces qu'on peut les négliger, et on écrira :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \sum \vec{M} &= 0\end{aligned}$$

ce qui conduit en passant aux contraintes, aux équations de l'équilibre indéfini de CAUCHY :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0$$

Cette approximation, couramment admise en Mécanique des Sols, est peut-être sujette à caution dans le problème particulier de la locomotion, surtout au voisinage de la surface du sol où des déformations importantes peuvent avoir lieu pendant un temps très court, par exemple sous une chenille dotée de crampons au démarrage.

Dans un but de simplifications, nous supposerons que le véhicule se meut à vitesse constante. Autrement dit, les équations se réduisent à :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \sum \vec{M} &= 0\end{aligned}$$

Par cette hypothèse nous nous limitons à l'étude du régime permanent, et nous négligeons les régimes transitoires pourtant très importants qui sont le démarrage et le freinage.

II.2. INVENTAIRE DES FORCES ET COUPLES AGISSANT SUR LE VEHICULE.

Considérons la figure II.1 et faisons le bilan des forces et couples agissant sur le véhicule à chenilles.

- Poids W , nous supposons en général qu'il se répartit sur les deux chenilles.
- Force de traction exigée au crochet \vec{T} .
- \vec{R} , réaction du sol sur la chenille. Nous décomposerons toujours cette force en deux forces : une relative à la partie horizontale ab de la chenille, la seconde relative à la partie bc située en avant de la chenille. La première notée \vec{R}_a détermine approximativement la portance de la chenille. La seconde notée \vec{R}_b est la résistance à l'avancement appelée encore "bulldozing".
- Il reste enfin à inventorier le couple moteur \vec{C} appliqué par le barbotin sur la chenille.

Les équations de la mécanique nous permettent d'écrire pour un véhicule à vitesse constante :

$$\vec{W} + \vec{T} + \vec{R} = 0 \quad (1)$$

$$M_G^t(\vec{T}) + M_G^t(\vec{R}) + \vec{C} = 0 \quad (2)$$

Envisageons quelques cas particuliers pour lesquels ces relations sont simples à appliquer.

Fig. II.1.a- Chenille tractée. $\vec{C} = 0$.

L'effort de traction est dans le sens du mouvement, ce qui implique que \vec{R} est inclinée dans le sens du mouvement.

En général \vec{T} ne passe pas par G , donc \vec{R} ne passe pas par G .

Si la ligne d'action de \vec{T} passe sous G , la ligne d'action de \vec{R} passe à gauche de G .

Si \vec{T} passe au-dessus de G, \vec{R} passe à droite de G.

Admettons que G soit situé à l'aplomb du milieu de la chenille.

Dans le second cas, l'excentricité de R est plus grande que dans le premier. Cette remarque trouvera son application lors du § V.2.5.

Fig. II.1.b- Chenille motrice $\vec{T} = 0$.

L'effort de traction étant nul, (1) donne $\vec{W} + \vec{R} = 0$ donc \vec{R} est normale à la chenille, son inclinaison est nulle. Cependant l'inclinaison de \vec{R}_a n'est pas tout-à-fait nulle car \vec{R}_b n'est pas verticale.

L'excentricité de \vec{R} est théoriquement simple à déterminer :

$$(2) \text{ donne } e = \frac{\vec{C}}{\vec{R}}$$

Sa détermination nécessite la connaissance de \vec{C} , l'intensité et l'inclinaison de \vec{R} .

Fig. II.1.c- Chenille motrice et tractrice $\vec{T} \neq 0$. $\vec{C} \neq 0$.

C'est le cas général, \vec{R} est inclinée dans le sens opposé au mouvement et est excentrée.

II.3. LES DIFFICULTES PRATIQUES D'APPLICATION DES LOIS GENERALES.

Nous venons de voir que les lois générales de la mécanique étaient facilement applicables au véhicule et que l'on pouvait même obtenir quelques résultats qualitatifs. Mais nous allons montrer combien au point de vue quantitatif leur application en est délicate.

II.3.1. LE CENTRE DE GRAVITE DU VEHICULE EST MAL CONNU.

Il est très délicat de définir le centre de gravité d'un système aussi hétérogène qu'un véhicule, et d'une façon courante le centre de gravité des véhicules est mal connu, voire inconnu.

II.3.2. LE COUPLE MOTEUR DEPEND DE LA VITESSE DE TRANSLATION DE LA CHENILLE.

On dispose le plus souvent d'informations sur la puissance du moteur. Or, le couple est lié à la vitesse de rotation ω de l'arbre du moteur et à la puissance p du moteur, par la relation :

$$C = \frac{p}{\omega}$$

p en watts
 ω en rd/s
 C en N.m

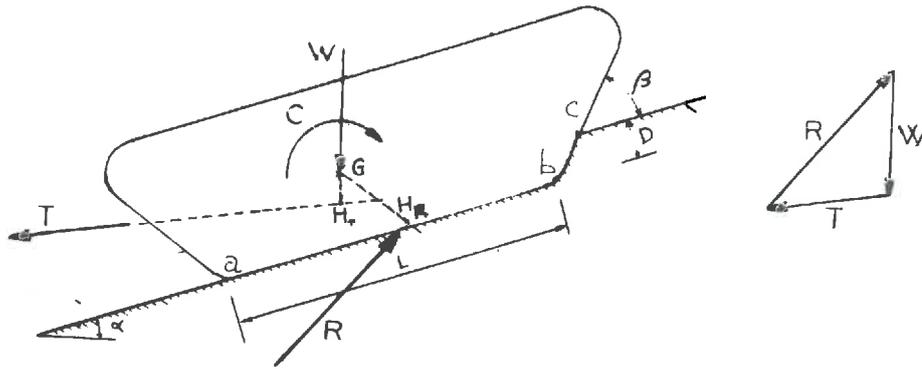
Or, le paramètre ω est déterminant, c'est de lui qu'est fonction la vitesse de translation de la chenille, qu'il faut distinguer de la vitesse du véhicule, à cause du glissement (voir § 5.2.4.2). Donc le couple moteur dépend de la vitesse de translation de la chenille; par suite l'excentrement de \vec{R} dépend de cette vitesse.

Les problèmes que nous traiterons au Chapitre V devraient avoir théoriquement une solution dépendant du paramètre ω ; en fait, nous verrons que par différentes approximations nous nous ramènerons à une excentricité de \vec{R} nulle, ce qui est très certainement abusif.

II.3.3. LA REACTION DU SOL SUR LE VEHICULE EST DELICATE A DEFINIR.

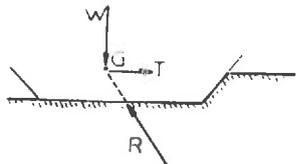
Il est donc impossible de définir \vec{R} avec précision et pourtant il s'agit là d'une condition aux limites fondamentale.

Par suite de la mauvaise définition de G , on connaîtra mal la direction (donc l'inclinaison) et le module de \vec{R} . Une difficulté supplémentaire proviendra du fait que l'excentrement de \vec{R} , donc sa position, dépendra de la vitesse de translation des chenilles.

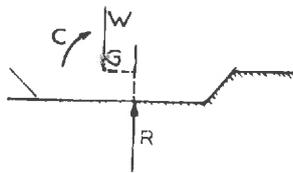


$$\vec{W} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

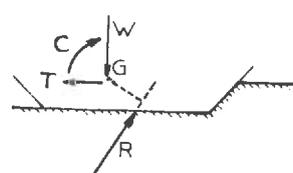
$$\vec{M}_G(\vec{T}) + \vec{M}_G(\vec{R}) + \vec{C} = \vec{0}$$



1a chenille tractée



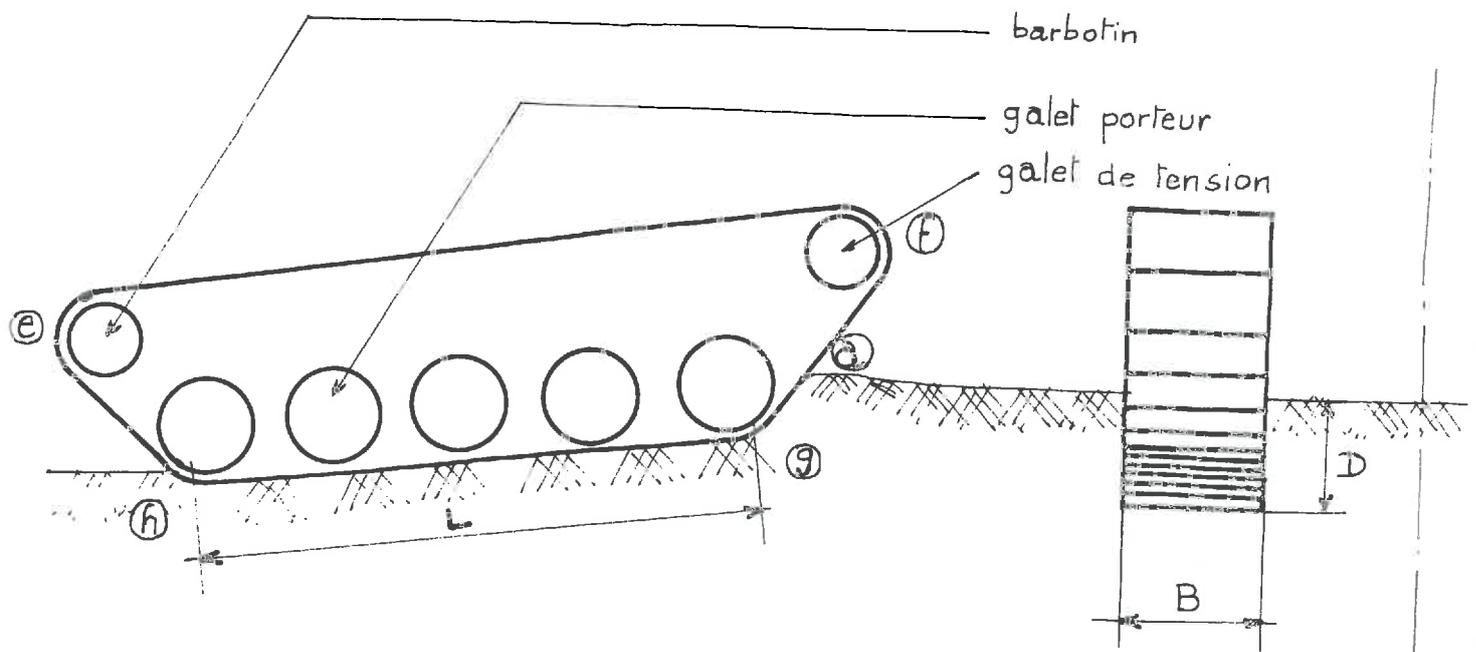
1b chenille motrice pure



1c chenille motrice et tractrice

SCHEMAS SIMPLIFIES

FigII: Equilibre général d'un véhicule à chenilles



F. II. 2

VEHICULE A CHENILLES

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE II

- II.1. I.L. VODYANIK, "The motion of a Tracked Vehicle on Deformable Ground",
J. of Terramechanics, vol. 3, n°1, 1966.

CHAPITRE III

LES LOIS RHEOLOGIQUES

III.1. LOIS RHEOLOGIQUES.

On définit la loi rhéologique d'un matériau comme étant une relation entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations ainsi que ses dérivées par rapport au temps.

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, \ddot{\varepsilon}_{ij}, \dots, t)$$

Il est très difficile, aussi bien dans les calculs que dans les expériences, de manipuler des lois rhéologiques complètes. C'est pourquoi on se contente souvent des lois rhéologiques partielles, qui régissent un comportement du matériau dans un domaine de contraintes donné, ou dans un domaine de déformations donné. Ainsi, en Mécanique des Sols, on utilise couramment les lois suivantes :

- élasticité, valable pour les petites déformations,
- plasticité parfaite pour les grandes déformations.

On ne possède donc aucune loi courante pour les déformations intermédiaires.

Nous verrons ultérieurement que de nombreux essais ont été réalisés pour atteindre une loi régissant le comportement du sol dans le domaine des déformations moyennes, mais ces expériences ne conduisent pas à une relation tensorielle entre contraintes et déformations ; elles n'ont donc pas valeur de loi rhéologique.

III.1.1. DOMAINE DES PETITES DEFORMATIONS : ELASTICITE.

Lorsque le sol ne subit que de petites déformations, on admet usuellement que la loi rhéologique est du type :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

On admet donc une relation linéaire entre le tenseur des contraintes et celui des déformations, sans l'intervention du temps.

Cette loi rhéologique a permis, après intégration, et en tenant compte des conditions aux limites des équations générales de l'équilibre, d'obtenir la solution générale dans des cas variés de plaques. Cette solution générale est donc utilisable pour toutes les plaques, à condition de se trouver dans un domaine de petites déformations pour le sol. Bien que la généralité de la solution présente un avantage considérable, l'élasticité sera peu utilisée en locomotion tout terrain, car nous verrons ultérieurement que les déformations du sol sont telles que l'on ne peut admettre une relation linéaire entre tenseur de contraintes et tenseur de déformations. Ce type de loi fait intervenir en général deux paramètres : E et ν , si l'on suppose qu'il s'agit d'élasticité isotrope :

E : module d'YOUNG

ν : coefficient de POISSON

III.1.2. DOMAINE DES GRANDES DEFORMATIONS : PLASTICITE PARFAITE.

En locomotion tout terrain, nous nous trouvons dans le domaine des grandes déformations et nous appliquerons le plus souvent la loi de COULOMB qui lie les contraintes principales majeure σ_1 , et mineure σ_3 :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = [\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \cotg \phi] \sin \phi$$

ou

$$\bar{\sigma} = c + \sigma \tg \phi$$

Il est à remarquer que, comme pour l'élasticité, nous utiliserons en plasticité parfaite deux coefficients caractérisant le sol :

- C cohésion
- ϕ angle de frottement interne.

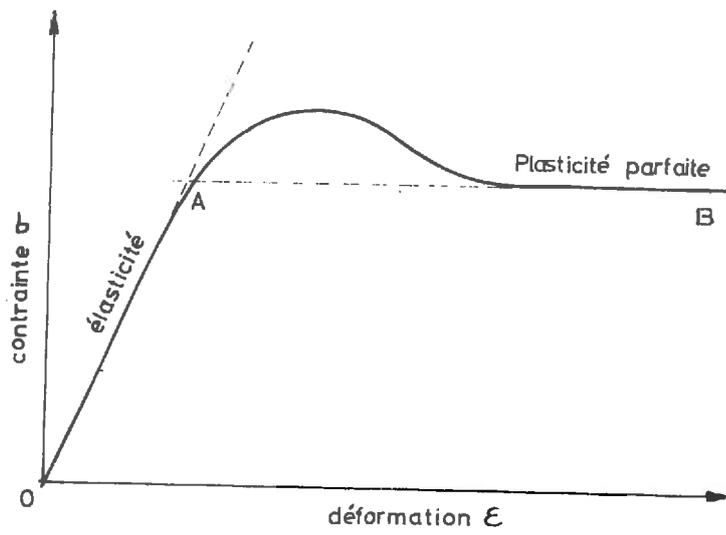


fig 3.1 : Relation entre contrainte et déformation pour un sol

III.1.3. DOMAINE DES DEFORMATIONS INTERMEDIAIRES.

Sur la figure III.1 nous avons représenté le résultat d'une expérience courante. En ordonnée figure la contrainte et en abscisse la déformation : il s'agit donc d'une représentation simplifiée d'une loi rhéologique puisque nous ne possédons qu'une relation entre deux scalaires, alors qu'en fait nous devrions avoir une relation tensorielle.

Cependant nous pouvons constater que :

- sur la portion OA, σ est à peu près proportionnel à ε . Donc dans le domaine des petites déformations, nous constatons que σ est en fonction linéaire de ε . Nous sommes donc en présence d'un comportement élastique simple du matériau.
- sur le palier issu du point B, σ est constant et indépendant de ε . Dans le domaine des grandes déformations σ ne dépend pas de ε ; nous avons un matériau qui a un comportement plastique parfait. Pour connaître les déformations en plasticité parfaite, il faut joindre une relation complémentaire du type :

$$\sigma_{ij} = f(\dot{\varepsilon}_{ij})$$

que l'on simplifie très souvent dans la théorie du potentiel plastique sous la forme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}$$

- sur la portion intermédiaire de la courbe AB, nous ne possédons pas de loi classique comme l'élasticité ou la plasticité parfaite. BEKKER (1-2) a tenté de combler partiellement cette lacune en donnant une loi du type $\sigma = f(\varepsilon)$ qui permette d'interpréter toute la courbe. Il ne donne qu'une relation scalaire au lieu d'une relation tensorielle, mais il y a une tentative intéressante d'interprétation mathématique du comportement d'un matériau.

Reportons-nous à la figure III.2, qui représente trois types de courbes rencontrés le plus fréquemment dans l'étude de la relation $(\sigma - \varepsilon)$.

La courbe A est relative à des sols très lâches à frottement ou cohérents.

La courbe B est relative à des sols très compacts : silt, argile très cohérente, neige glacée.

La courbe C est relative à des sols intermédiaires : neige à la température courante, sols agricoles moyens.

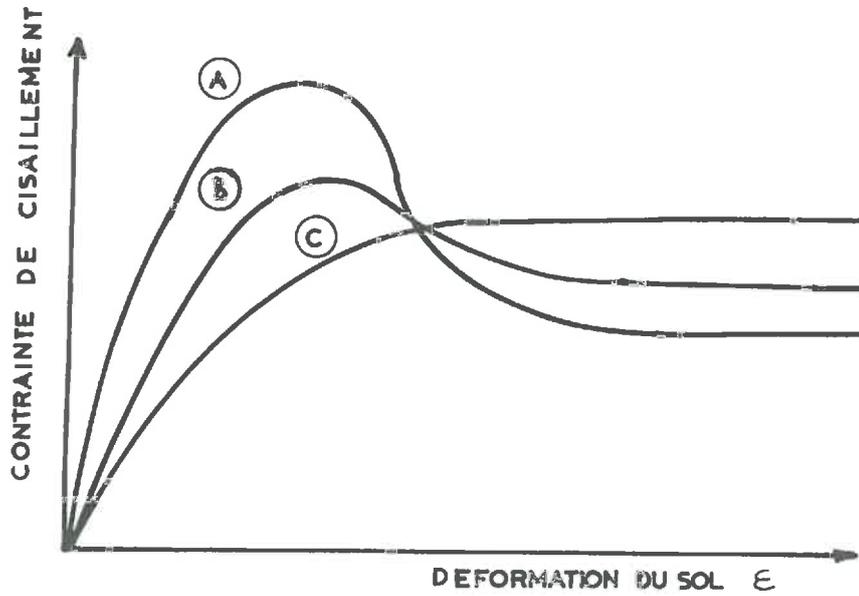


Fig.3.2- COURBE CONTRAINTE
DEFORMATION POUR UN SOL

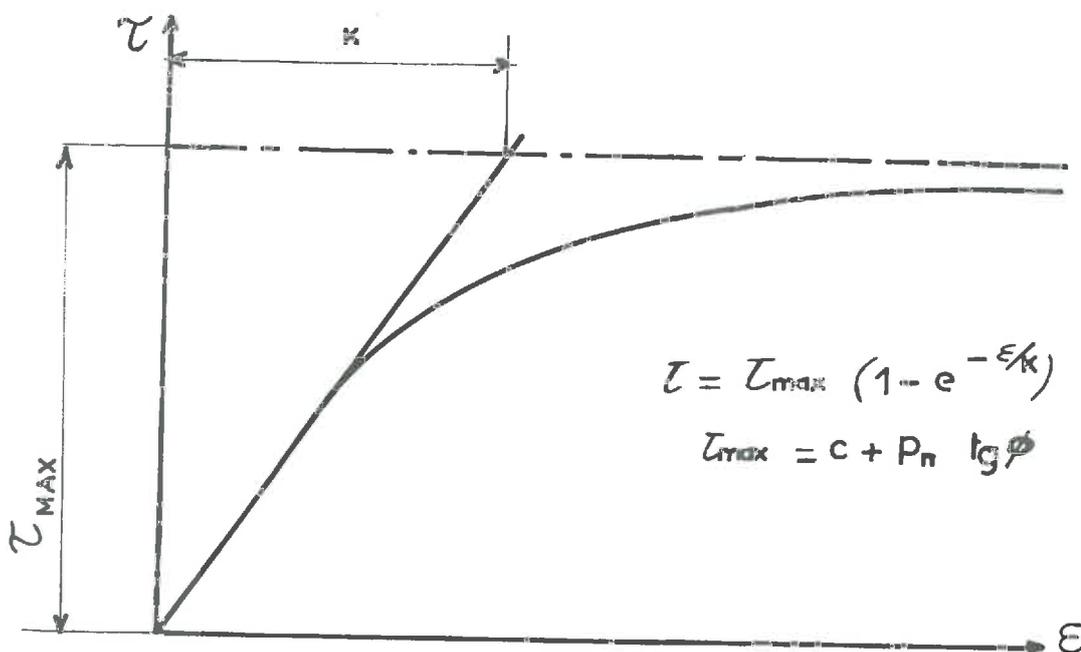


Fig.3.3- MISE EN EVIDENCE DU PARAMETRE K

BEKKER remarque que ces courbes sont identiques aux courbes représentant l'amplitude d'une vibration aperiodique en fonction de sa fréquence naturelle.

Les fonctions que représentent ces courbes dépendent de deux paramètres K_1 et K_2 .

Posant :

$$y = e^{(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 \cdot \varepsilon} - e^{-(+K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1}) K_1 \cdot \varepsilon}$$

$$y_{\max} = \text{maximum de } y \quad \tau_{\max} = c + p \operatorname{tg} \phi$$

BEKKER obtient :

$$\frac{\tau}{\tau_{\max}} = \frac{y(\varepsilon)}{y_{\max}} \quad (1)$$

Dans le cas d'un silt compact :

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 & K_2 &= 1,1 & y_{\max} &= 0,31 \\ c &= 6,5 \text{ psi} & \phi &= 10^\circ & \text{pour } p &= 3 \text{ psi} \end{aligned}$$

(1) donne :

$$\tau_{\text{silt}} = \frac{6,5 + 3 \operatorname{tg} 10^\circ}{0,31} \left[e^{0,65 \varepsilon} - e^{-1,11 \varepsilon} \right]$$

Dans le cas d'une argile à faible teneur en eau, avec un peu de sable, très lâche :

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,3 & K_2 &= 2 & c &= 0,2 \text{ psi} & \phi &= 33^\circ & \text{pour } p &= 3 \text{ psi} \\ y_{\max} &= 0,76 \end{aligned}$$

(1) donne :

$$\tau_{\text{argile}} = \frac{0,2 + 3 \operatorname{tg} 33^\circ}{0,76} \left[e^{-0,08 \varepsilon} - e^{-1,11 \varepsilon} \right]$$

BEKKER constate, au vu de nombreux essais de ce type, que :

- K1 caractérise la compacité du sol, donc dépend de la hauteur du pic des courbes de la figure III.2, et varie de 0,3 à 1.
- K2 caractérise l'amortissement de la courbe.

Nous constatons que le sol dans ce type de lois est caractérisé par quatre paramètres : ϕ , C, K1 et K2.

JANOSI et HANAMOTO (3-4) ont noté que les courbes $\zeta - \varepsilon$ rencontrées couramment sont du type C de la figure III.2. En effet, l'expérience a montré que le pic décroît, puis finalement disparaît, lorsque p augmente à ε constant.

L'influence du pic peut donc être négligée dans le comportement du sol soumis à des passages de véhicules qui exercent des pressions importantes.

Dans ces conditions, une approximation avec passage à la limite a été conduite par NUTTAL, SOEHNE, WEINBLUM (5-6).

L'équation de BEKKER s'écrit alors :

$$\frac{\zeta}{\zeta_{\max}} = 1 - e^{-\varepsilon/K}$$

soit
$$\zeta = (c + p \operatorname{tg} \phi) (1 - e^{-\varepsilon/K})$$

K étant une constante du sol définie dans la figure III.3. Nous disposons alors de trois grandeurs : C, ϕ et K pour définir le comportement du sol.

Nous verrons que K défini ci-dessus n'est pas un coefficient très bien adapté, et J. ADAMS (7), constatant que K est proportionnel à ζ_{\max} , a proposé de mettre la loi sous la forme :

$$\zeta = (c + p \operatorname{tg} \phi) \left[1 - e^{-\varepsilon/K \cdot (c + p \operatorname{tg} \phi)} \right]$$

Remarquons que nous avons, là encore, trois constantes à déterminer, K, c et ϕ .

Signalons enfin que ROWE (8) a étudié le comportement d'un sol très mou sous l'effet du passage d'un véhicule en considérant que le sol obéissait à une loi du type :

$$\sigma_{ij} = \mu_{ijkl} V_{kl}$$

loi qui correspond à un comportement visqueux du sol.

Conclusion :

Après avoir défini le comportement du sol sous l'effet du passage des véhicules, il nous faut maintenant étudier la détermination expérimentale des coefficients intervenant dans les lois rhéologiques que nous avons décrites dans ce chapitre.

III.2. ESSAIS CONDUISANT A LA DETERMINATION EXPERIMENTALE DES COEFFICIENTS INTERVENANT DANS LES LOIS RHEOLOGIQUES.

Nous distinguerons les essais conduisant à des champs homogènes en contraintes et déformations de ceux qui conduisent à des champs hétérogènes, plus délicats à interpréter.

III.2.1. ESSAIS CONDUISANT A DES CHAMPS HOMOGENES EN CONTRAINTES ET DEFORMATIONS.

L'essai de ce type est en principe l'essai triaxial ; on fera cependant une restriction : les plaques poreuses inférieures et supérieures ne permettent pas une déformation horizontale du sol à leur voisinage, si bien qu'en toute rigueur l'équilibre n'est pas plastique. Cependant, on admet en général l'uniformité des champs de contraintes et de déformations si bien que, connaissant les contraintes et les déformations sur le contour de l'échantillon, nous les connaissons au coeur de l'échantillon.

Etant donné la vitesse de charge et de décharge du sol lors du passage d'un véhicule, les essais triaxiaux en locomotion tout terrain seront des essais non drainés, non consolidés. Ces essais nous permettront de déterminer :

c_{uu} cohésion non drainée non consolidée

ϕ_{uu} angle de frottement non drainé non consolidé.

Nous n'insisterons pas sur ces essais, par ailleurs très utilisés et très connus.

III.2.2. ESSAIS CONDUISANT A DES CHAMPS HETEROGENES ET LEURS DIFFICULTES.

Les essais d'enfoncement de plaque et de pénétrömètre ne conduisent qu'à des relations liant la charge W et l'enfoncement D.

On peut déduire de ces essais les propriétés mécaniques du sol à condition de supposer a priori une loi de comportement du sol.

Les relations $D = D(W)$ obtenues ainsi ne sont alors applicables qu'à des plaques de géométrie identique à celle qui a servi à conduire l'essai.

Ainsi, un essai de plaque ne sera pas directement applicable à une chenille, car pour obtenir la loi charge-enfoncement exacte, il faut intégrer la loi rhéologique en tenant compte des conditions aux limites. En première approximation toutefois, on pourra passer de la plaque à la chenille dans le cas de dimensions géométriques voisines.

Les difficultés de passage de l'essai de plaque à chenille étant ainsi mises en évidence, nous allons étudier cet essai plus précisément.

III.2.2.1. Essais d'enfoncement de plaques :

Les essais les plus courants sont réalisés avec une charge centrée normale car ce sont les plus faciles à exécuter. Mais étant donné que très souvent les fondations sont soumises à des forces inclinées et excentrées, des études théoriques et expérimentales de ce cas ont été réalisées à GRENOBLE.

Nous avons vu aux § II.2 et II.3 que le cas le plus fréquent en locomotion tout terrain était le second. Cependant, dans certaines circonstances particulières, la chenille est soumise à une force normale et à peu près centrée : c'est ce cas que nous étudierons tout d'abord, étant donné la multitude des essais s'y rapportant.

III.2.2.1.A. Force centrée normale.

Comme nous l'avons indiqué ci-dessus, cet essai conduit à une courbe de charge enfoncement du type de la figure III.4. On y distingue deux arcs de courbes particulièrement caractéristiques.

L'arc OA' tangent à la droite OA correspond aux petites déformations. Cet arc correspond à un comportement élastique du sol, que nous pouvons caractériser par les constantes E et ν .

L'arc BC correspond aux grandes déformations. La quantité $W/2LB$, c'est-à-dire la pression moyenne, varie linéairement avec l'enfoncement D et les caractéristiques du sol sont alors C et ϕ .

Ces deux arcs particuliers sont reliés par l'arc A'B, qui correspond aux déformations intermédiaires.

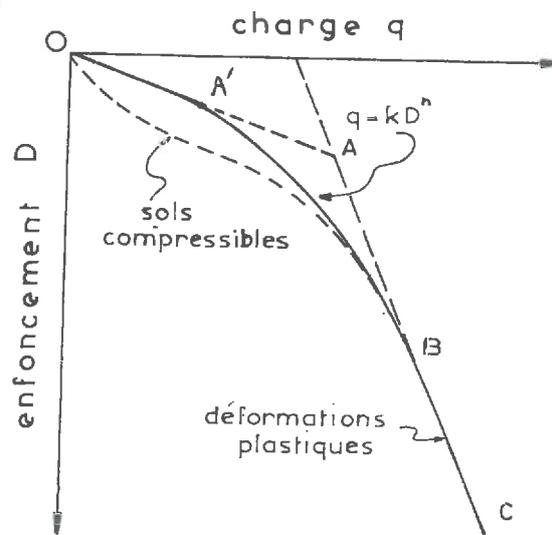
Nous allons étudier les relations mathématiques qui ont été proposées pour interpréter l'arc OA', puis l'arc BC (petites déformations et grandes déformations), puis la totalité de la courbe (toutes les déformations).

Il faut noter auparavant que malgré la multitude des essais de plaque, toutes les courbes charge-enfoncement présentent les mêmes arcs caractéristiques (Figure III.5). Pourtant les résultats numériques sont très hétérogènes en raison :

- des dimensions des plaques utilisées, qui sont très variables,
- des grandeurs portées sur les axes : ici, il faut noter l'avantage des grandeurs adimensionnelles qui devraient être d'un emploi généralisé : $\gamma L/P ; \frac{D}{\text{périmètre}}$ (9),
- des sols, dont les caractéristiques sont dispersées.

III.2.2.1.A.α. Enfoncement avec petites déformations.

Admettant une relation du type élastique, et en l'intégrant en tenant compte des conditions aux limites, de nombreux auteurs ont donné la relation théorique liant W à D, valable pour de petites déformations du sol :



- OA Elasticité (E \rightarrow)
 AB Plasticité parfaite (c ϕ)

fig 34 : Relation type charge enfoncement
 pour une plaque

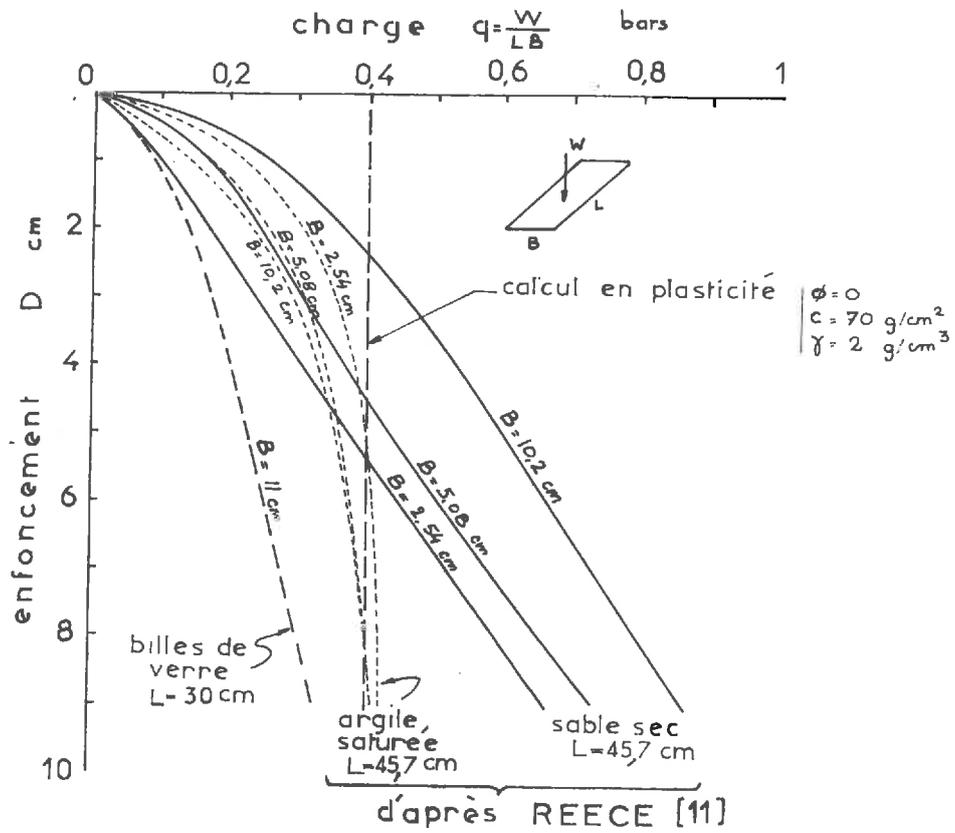


fig 35 : ENFONCEMENT DE PLAQUES

$$\frac{W}{2LB} = \frac{1}{C_f} \frac{D}{R} \frac{E}{1 - \nu^2}$$

- C_f : Coefficient de forme, caractérise la forme et la rigidité de la plaque.
- R : Dimension caractéristique de la plaque (pour une plaque rectangulaire $R = \frac{B}{2}$).
- D : Enfoncement en un point donné sous la plaque.

C_f a été calculé dans de nombreux cas ; nous donnons ci-dessous quelques valeurs particulières de ce coefficient :

$\alpha = L/B$	C_f	FLEXIBLE		
		RIGIDE	centre	coin
2	2,42	3,06	1,58	2,6
3	2,88	3,56	1,78	3,05
5	3,44	4,2	2,10	3,66
10	4,26	5,16	2,58	4,50

D'après J.P. GIROUD (10)

Nous constatons sur ce tableau que le tassement moyen d'une plaque souple diffère peu du tassement d'une plaque rigide pour de petites déformations.

Il faut noter cependant que l'élasticité est peu utilisée en locomotion tout terrain, car les déformations nécessaires à la mise en plasticité du sol sont atteintes et le sol n'a plus alors un comportement élastique : on se trouve sur la portion BC de la courbe D-W.

III.2.2.1.A.β. Enfoncement avec grandes déformations.

Problème à deux dimensions : dans le cas d'une charge normale et centrée, TERZAGHI, en supposant un comportement plastique parfait du sol et en intégrant en tenant compte des conditions aux limites, a trouvé la relation liant W et D pour les grandes déformations :

$$\frac{W}{2BL} = \frac{1}{2} \gamma BN_{\gamma} + cN_c + qN_q$$

N_{γ}, N_c, N_q étant des coefficients sans dimensions dépendant uniquement de ϕ .

Pour obtenir cette relation, TERZAGHI suppose la formation d'un coin de sol rigide d'angle à la base $\beta = \phi$.

CAQUOT a trouvé une relation du même type en posant $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$.

En cherchant la portance minimale en fonction de β , BIAREZ a obtenu une relation du même type. Ces trois auteurs supposent la formation d'un coin de sol triangulaire et rigide sous la fondation. Nous comparons, Figure III.6, les différentes valeurs de N_{γ} obtenues, et Figure III.7, les différentes valeurs de N_q et N_c obtenues.

Remarquons que $q = \gamma D$ et par suite :

$$\frac{W}{2LB} = \frac{1}{2} \gamma B \cdot N_{\gamma} + cN_c + \gamma DN_q$$

Donc, comme le laissaient prévoir les courbes expérimentales, la pression moyenne varie linéairement avec l'enfoncement lors des grandes déformations.

Nous constatons qu'en moyenne il faut que $\frac{D}{B} > 0,1$ pour que le domaine des grandes déformations soit atteint ; ceci est pratiquement toujours vérifié en locomotion tout terrain.

Problème à trois dimensions :

Les résultats précédemment présentés supposent que la plaque est infiniment longue par rapport à sa largeur. Nous allons résumer dans ce paragraphe les études qui ont été faites à trois dimensions, c'est-à-dire en tenant compte de la longueur L de la plaque.

Fig. 3-6

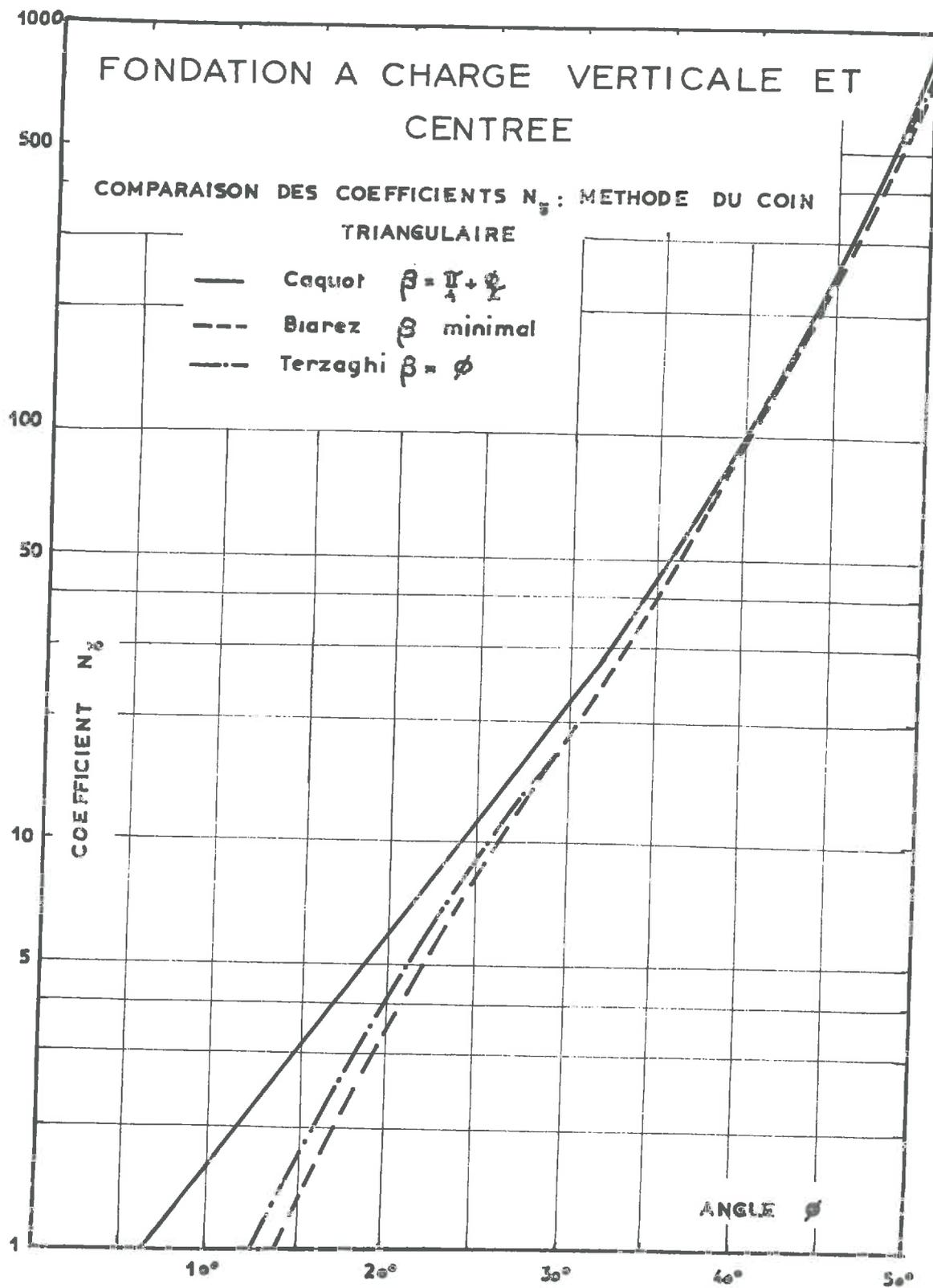
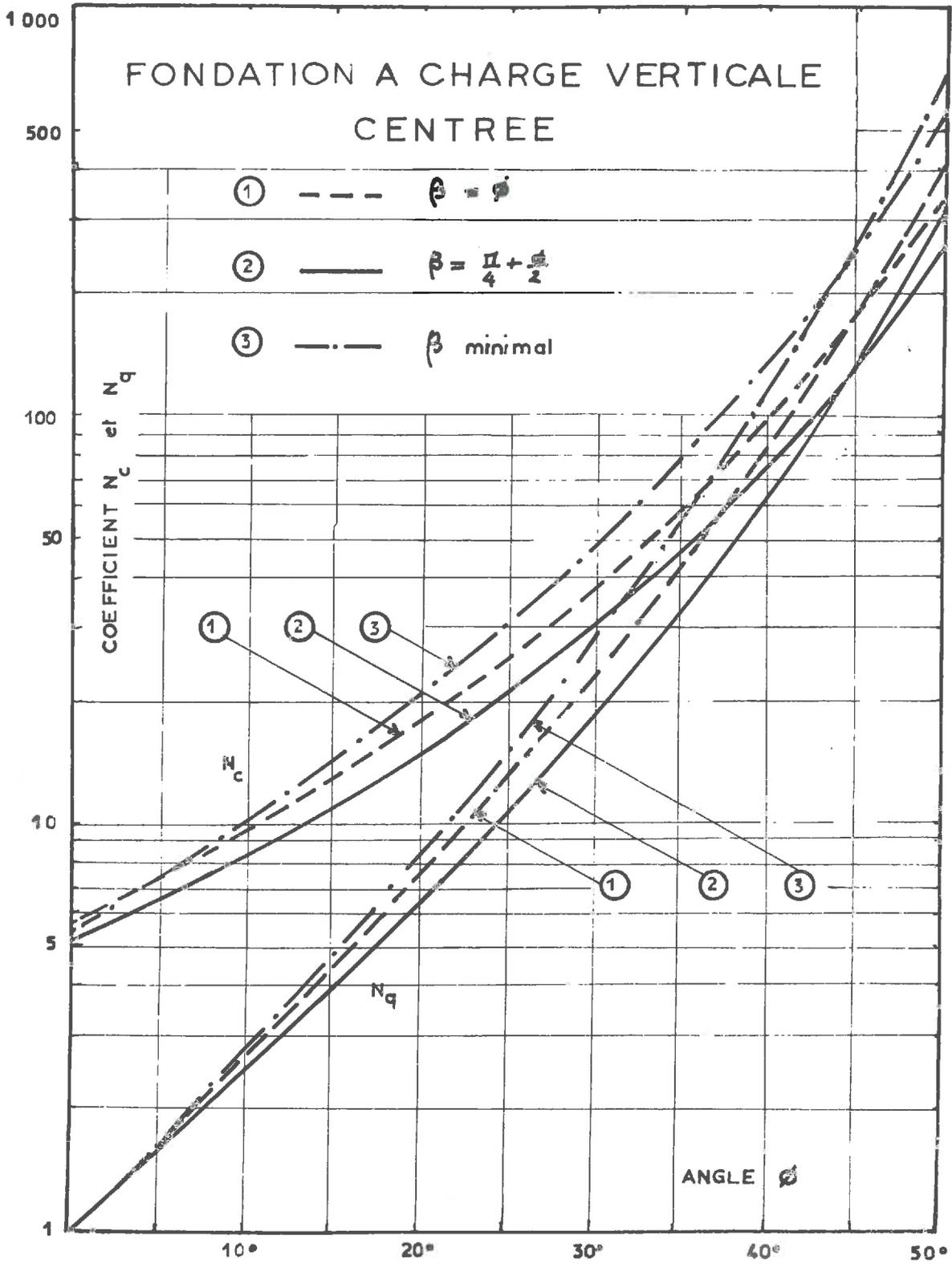


Fig . 3-7



Nous poserons $\alpha = \frac{L}{B}$, le problème à deux dimensions correspondant à $\alpha \rightarrow \infty$.

Pour tenir compte de la troisième dimension, on introduit des coefficients dits coefficients de forme :

- λ_γ coefficient affectant le terme de surface,
- λ_q coefficient affectant le terme de surcharge,
- λ_c coefficient affectant le terme de cohésion.

La formule classique de forme portante s'écrit alors :

$$p = \frac{1}{2} \gamma B \lambda_\gamma N_\gamma + c \lambda_c N_c + q \lambda_q N_q$$

La thèse de REY (11) fait le point sur les expériences et les déterminations relatives à ces coefficients de forme. On peut retenir que :

- les coefficients de forme sont fonction de α , $\frac{D}{B}$, ϕ ,
- la variation en fonction de $\frac{D}{B}$ est faible,
- le paramètre déterminant est α .

Sur les figures III.8 et III.9 nous avons figuré les principales déterminations des coefficients de forme, à savoir celles de :

. BRINCH HANSEN

$$\lambda_\gamma = 1 - \frac{1}{2} (0,2 + \text{tg}^6 \phi) \frac{B}{L}$$

$$\lambda_q \simeq \lambda_c = 1 + (0,2 + \text{tg}^6 \phi) \frac{B}{L}$$

- . HABIB ne donne pas de relation analytique.
- . SELIG et MACKEE ne donnent pas non plus de relation analytique.
- . REY ne donne pas également de relation analytique.

Etant donné la concordance existant entre les expériences de REY et les formules de BRINCH HANSEN, il semble qu'on puisse admettre ces dernières malgré leur source purement expérimentale.

COEFFICIENTS DE FORME

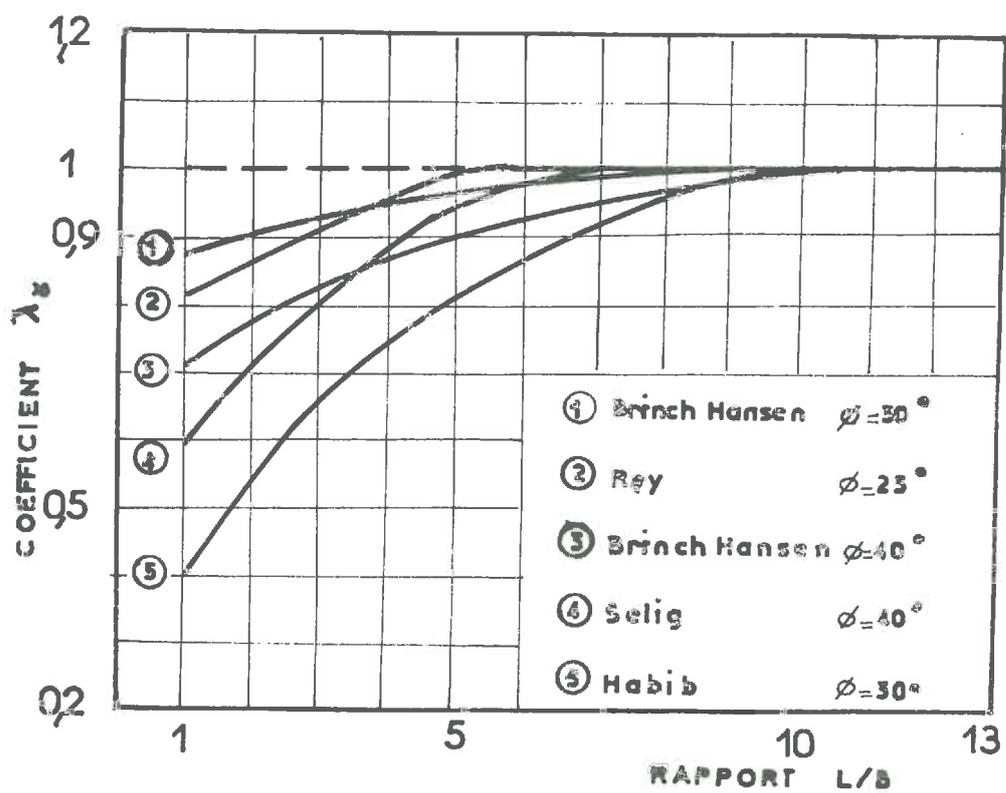


Fig 3-8

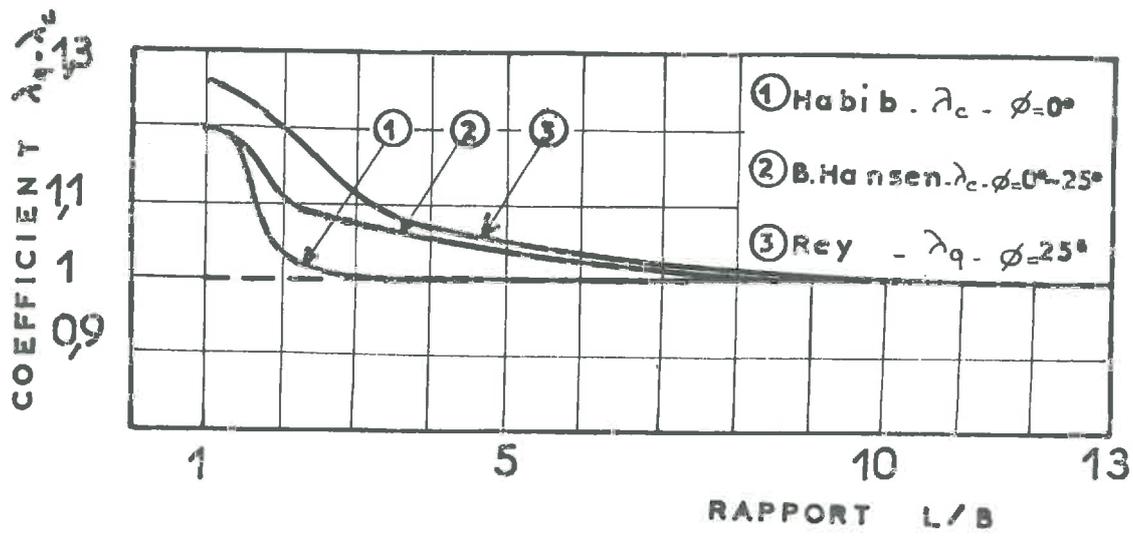


Fig 3-9

Les conclusions de REY sont les suivantes :

. Milieu pulvérulent :

• $\lambda_\gamma < 1$ tend vers 1 quand $\alpha \rightarrow \infty$

$\lambda_\gamma = 0,7 - 0,8$ pour $\alpha = 1$

• $\lambda_q > 1$ tend vers 1 quand $\alpha \rightarrow \infty$

$\lambda_q = 1,2$ pour $\alpha = 1$

. Milieu cohérent :

• $\lambda_c > 1$ tend vers 1 quand $\alpha \rightarrow \infty$

$\lambda_c = 1,2$ pour $\alpha = 1$

. λ_γ décroît avec ϕ , alors que λ_q croît.

. Une semelle telle que $0 \leq \alpha = L/B \leq 7$ est une semelle à trois dimensions. Lorsque $\frac{L}{B} > 7$ on se trouve dans le cas à deux dimensions.

Nous donnons ci-dessous les valeurs de α pour certaines chenilles courantes.

Dénomination	Longueur de contact L de la chenille-cm	Largeur chenille cm	$\alpha = \frac{L}{B}$
1/4 ton M 29 WEASEL	198	51	3,9
D 7 Caterpillar	241	51	4,8
18 ton M4 Hi Speed T	332	43	7,7
Projet VICKSBURG (Réf. WES.)	418	56	7,4
AMX 13 T	280	35	8
AMX 30 T	410	57	7,2
M 47	400	58	6,9
M 60	430	71	6,0

Nous constatons donc que pour tous les véhicules $\alpha = \frac{L}{B} > 6-7$ sauf:

- | | |
|---|--|
| . M29 WEASEL pour lequel $\alpha = 3,9$ | $\lambda \gamma = 0,8-0,9$
$\lambda q = \lambda c = 1,05$ |
| . D7 CATERPILLAR $\alpha = 4,8$ | $\lambda \gamma = 0,95$
$\lambda q = \lambda c = 1,04$ |

En principe, nous considérons donc une chenille comme une semelle filante du point de vue géométrique et force portante. Nous appliquerons la formule :

$$p = \frac{1}{2} \gamma B N \gamma + c N c + q N q$$

lorsque la chenille sera chargée normalement en son centre et que son enfoncement sera suffisant pour mettre le sol sous-jacent en plasticité parfaite.

III.2.2.1.A.γ. Domaine des enfoncements intermédiaires.

Il ne s'agit plus ici de déterminer expérimentalement les coefficients intervenant dans une hypothétique loi rhéologique. La démarche est différente : les auteurs ont cherché d'une manière purement expérimentale à interpréter par une loi mathématique les courbes charge-enfoncement.

Les premiers à travailler dans cette voie furent BERNSTEIN, LETOSHNEV qui proposèrent $p = kD^n$, puis BEKKER :

$$p = \left(\frac{k_c}{B} + k_\phi \right) D^n$$

où k_c, k_ϕ et n sont théoriquement des facteurs caractérisant uniquement le sol, B largeur de la plaque.

Pour déterminer ces constantes, il est nécessaire d'effectuer deux essais de plaque de largeur B différente.

ASTE (24) a montré, qu'en fait, l'exposant n variait pour un sol donné de même que k_c et k_ϕ . D'autre part REECE (12), WILLS (13) ont noté les

insuffisances suivantes :

- les coefficients de BEKKER sont mal adaptés, car leur dimension varie avec le facteur n , donc avec le sol étudié ;
- cette relation convient pour le sable mais pas pour les argiles, et elle n'est pas en accord avec les formules théoriques de TERZAGHI et MEYERHOF.

Il faut donc envisager les essais de plaque d'une façon plus rationnelle et distinguer :

- les techniques de l'analyse dimensionnelle et de la similitude qui permettent de résoudre le problème des unités et du choix des paramètres ,
- les approches théoriques de MEYERHOF et TERZAGHI qui permettent d'interpréter les essais de plaque et constituent un appui solide aux expériences ,
- les essais purement expérimentaux.

Nous envisagerons successivement ces 3 points pour faire l'étude complète des essais de plaque.

1. Les résultats de l'analyse dimensionnelle

Les considérations précédentes ont mis en évidence les six paramètres suivants :

- w charge de la plaque
- D enfoncement de la plaque
- B largeur de la plaque, ou L longueur
- γ densité du sol
- ϕ angle de frottement du sol
- c cohésion du sol

Les variables adimensionnelles que l'on peut choisir sont, d'après :

. NUTTAL (5) $\frac{W}{\gamma B^3}$, $\frac{D}{B}$, ϕ , $\frac{C}{\gamma B}$

. TAYLOR (14) publia un article en 1948 relatif à des essais sur du sable, il présenta ses résultats sous la forme : $\frac{D}{L} = f \left(\frac{W}{L^2 \gamma B} \right)$

. BEKKER (1) ϕ , cL^2 / W , $\gamma L^3 / W$, D/L

. EMORI et SCHURING (15) $\frac{W}{\gamma L^3}$, ϕ , $c/\gamma L$, v^2/gL avec $\gamma = \rho g$: variables générales, tenant compte de la vitesse. Si l'on néglige l'effet de la vitesse, il reste :

$$\frac{W}{\gamma L^3} , \phi , C/\gamma L$$

. LISTON et HEGEDUS (9) ont effectué de nombreux essais et ils proposent :

$$\frac{D}{2(L+B)} , \frac{W}{\gamma B^2 L} , \frac{cBL}{W} , \frac{W}{\gamma BLH} , \frac{c}{2 \gamma (L+B)} , \phi$$

où $2(L+B)$ est le périmètre de la plaque
h la hauteur de la tranche de sol considéré.

. WILLS (13) considérant les expériences et les résultats ci-dessus, propose comme variables :

$$\frac{W}{\gamma B^2 L} , \frac{C}{\gamma B} , \phi , \frac{D}{B} \quad \text{et pose, dans le souci de comparer avec}$$

les formules théoriques de MEYERHOF et TERZAGHI :

$$\frac{W}{\gamma B^2 L} = \frac{C}{\gamma B} f_1 \left(\phi , \frac{D}{B} \right) + f_2 \left(\phi , \frac{D}{B} \right)$$

Cette relation étant déduite de considération d'analyse dimensionnelle, nous allons la préciser par des considérations théoriques, puis la vérifier en comparant les résultats de nombreuses expériences.

Théorie de l'enfoncement des plaques.

Nous avons vu (III.2.2.1.A.α. et III.2.2.1.A.β.) que les lois du type :

$$P = \frac{1}{C_f} \cdot \frac{D}{R} \cdot \frac{E}{1-\nu^2}$$

qui supposent un comportement élastique du sol, sont insuffisantes pour inter-

prêter la totalité de la courbe charge-enfoncement. Il en est de même pour la loi théorique de TERZAGHI qui s'écrit :

$$p = 1/2 \gamma BN \gamma + cNc + qNq$$

qui n'est valable qu'en plasticité parfaite.

La seule approche théorique qui ait été faite pour interpréter la totalité de la courbe charge-enfoncement est la théorie de MEYERHOF (16).

Contrairement aux formules classiques de la force portante, MEYERHOF tient compte de la résistance au cisaillement du sol située au-dessus du niveau de la base de la fondation (fig. III-10 et III-11).

Les hypothèses de MEYERHOF sont les suivantes :

- Substitution à la surface horizontale EF, d'une surface libre équivalente AE faisant avec l'horizontale l'angle B.
- Sur AE agissent des contraintes dites contraintes "équivalentes" p_0 et s_0 supposées réparties uniformément. p_0 et s_0 sont équivalentes au poids W du coin de sol AFE, à la résultante P_s des réactions latérales de la fondation sur le plan de contact AF du terrain (abstraction faite de l'adhérence dans ce plan) et enfin à la résultante C_a d'adhérence dans le plan AF.
- La surface libre équivalente AE est supposée se prolonger indéfiniment dans la direction de E. Au delà de E p_0 et s_0 agissent encore.
- . Pour déterminer $P''p$ (butée sur le coin ABC) on emploie la méthode d'OHDE de la spirale logarithmique qui nous permettra de choisir la valeur minimale de $P''p$. Connaissant $P''p$ nous calculons $N\gamma$ et par suite $N\gamma q$.

WILLS donne les valeurs $N\gamma q$ et $Nc q$ (Fig. III-13 et III-14) en fonction de ϕ et $\frac{D}{B}$ pour $m = 1$.

Conclusions sur la théorie de MEYERHOF - WILLS :

. Comparons la relation de MEYERHOF : $P = \frac{1}{2} \gamma BN \gamma q + cNc q$, où $N\gamma q$ et $Nc q$ sont fonctions de $\frac{D}{B}$ et ϕ ,

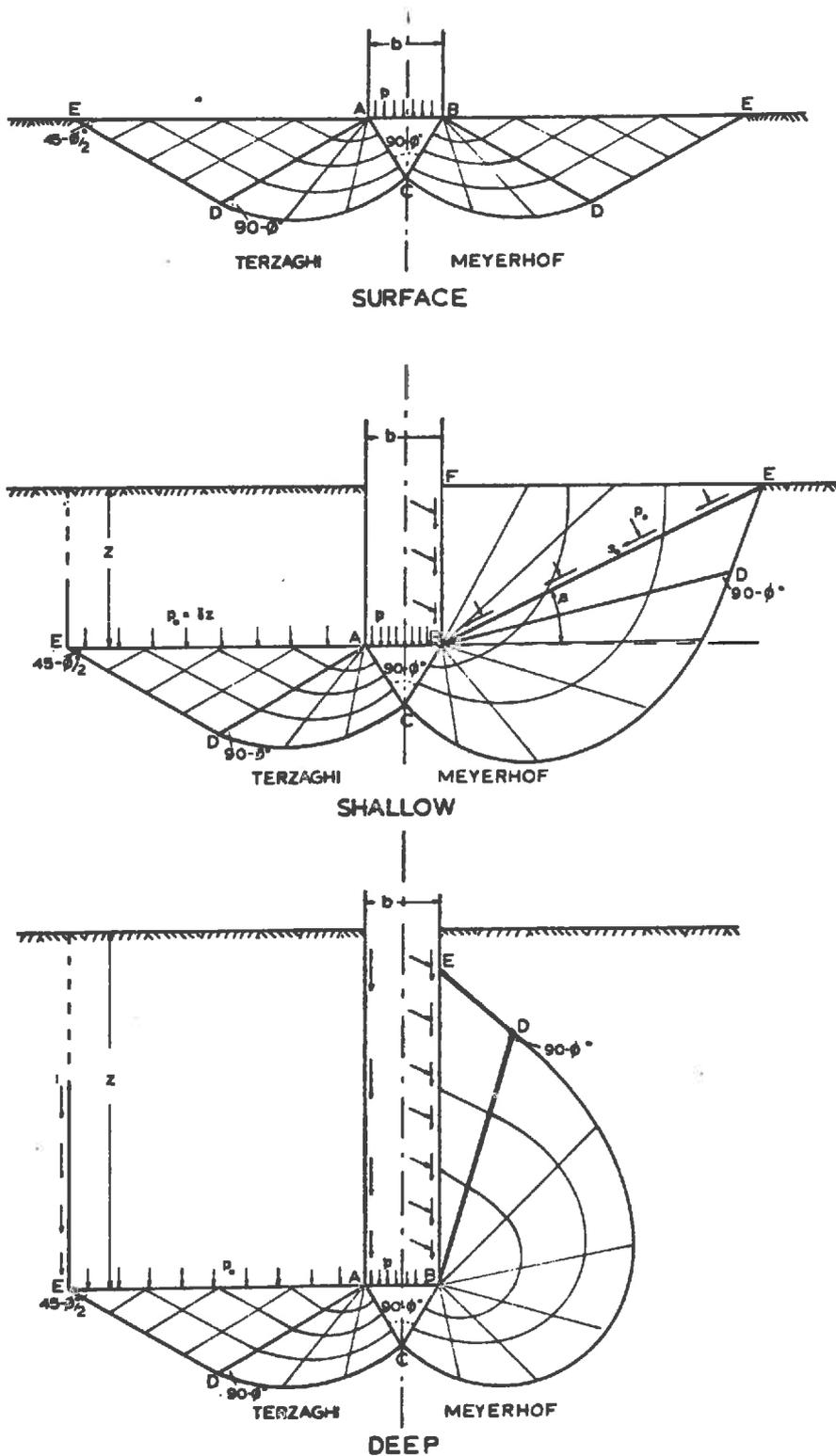


Figure III 11

Plastic failure beneath foundations

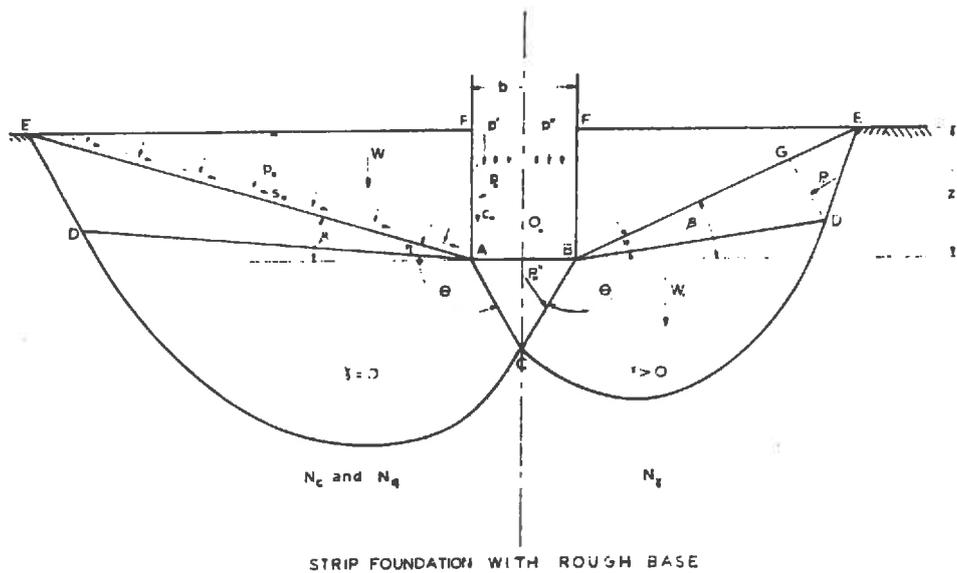


Figure III 10 Determination of Meyerhof general bearing capacity factors

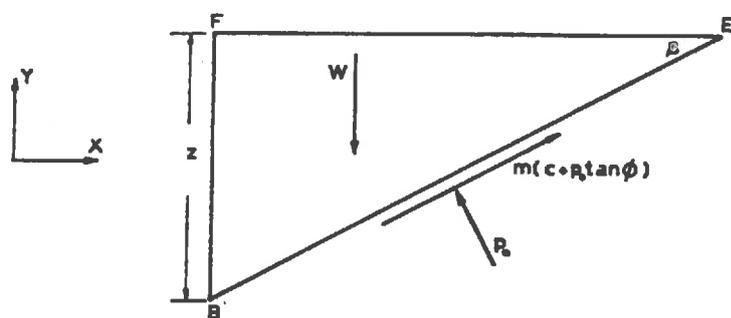


Figure III 12 Determination of equivalent free surface stresses for plate sinkage

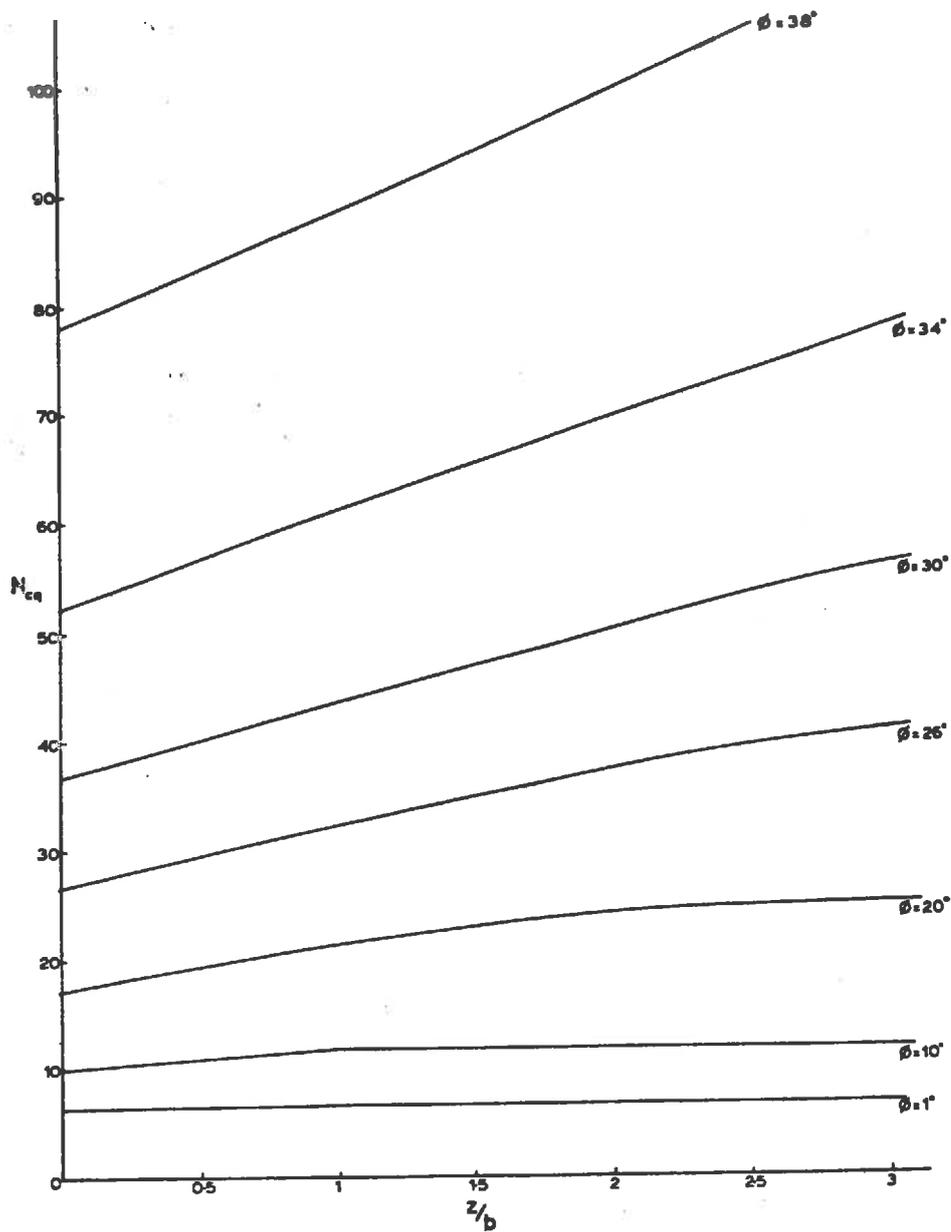


Figure III 13

General bearing capacity factor N_{eq} ($m = 1$)

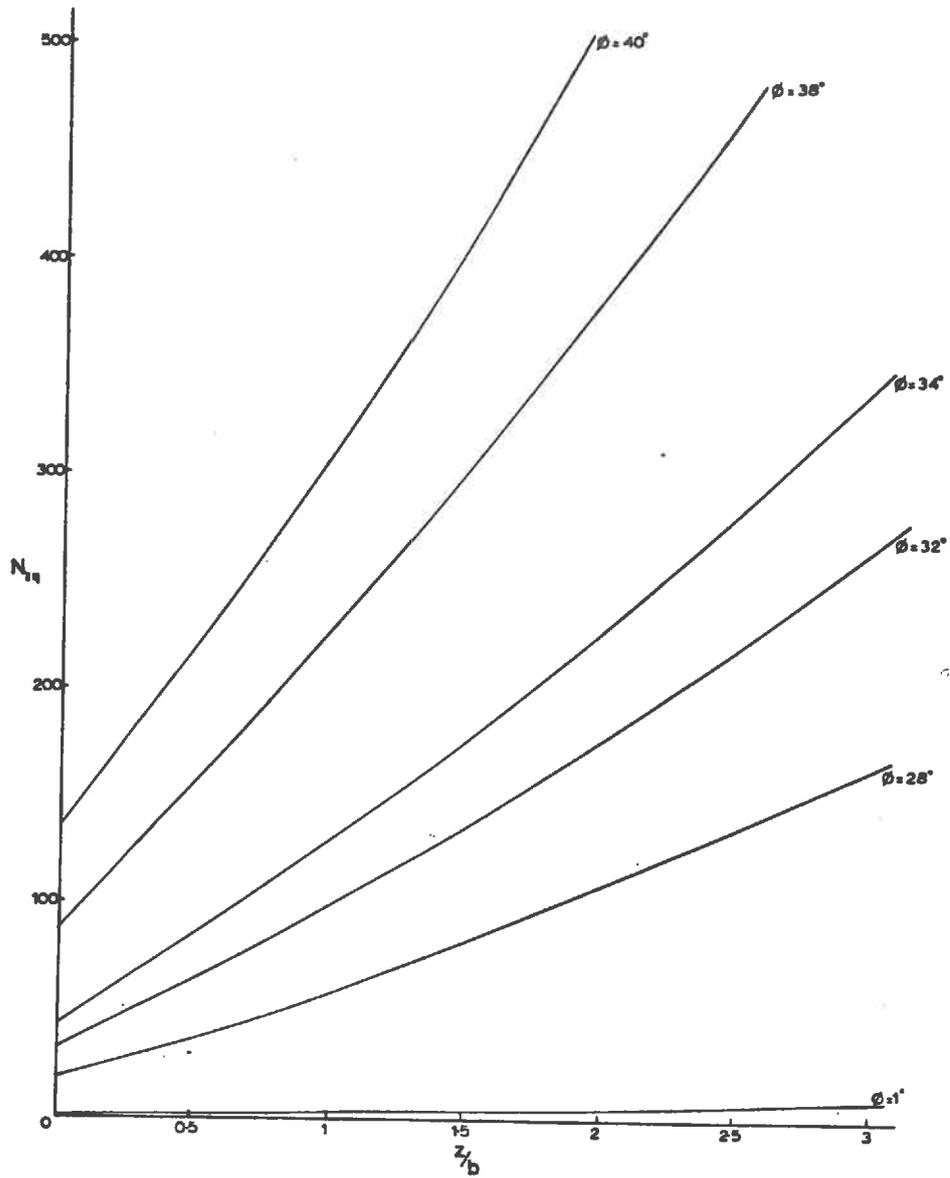


Figure III 14. General bearing capacity factor $N_{\gamma q}$ ($m = 1$)

avec le résultat de l'analyse dimensionnelle qui donnait :

$$\frac{P}{\gamma B} = f_2 \left(\phi, \frac{D}{B} \right) + f_1 \frac{c}{\gamma B} \left(\phi, \frac{D}{B} \right)$$

On constate immédiatement que ces 2 relations sont compatibles en posant :

$$N\gamma q = 2f_2 \left(\phi, \frac{D}{B} \right)$$

$$Nc q = f_1 \left(\phi, \frac{D}{B} \right)$$

Grâce à la théorie de MEYERHOF, on précise les fonctions f_1 et f_2 que l'analyse dimensionnelle laissait prévoir.

. Comparons maintenant les résultats que donnent la théorie de MEYERHOF avec ceux de la formule de TERZAGHI dans des cas simples d'enfoncement de plaques :

Cette comparaison sera faite à titre théorique uniquement, les comparaisons avec les résultats expérimentaux étant effectués ultérieurement.

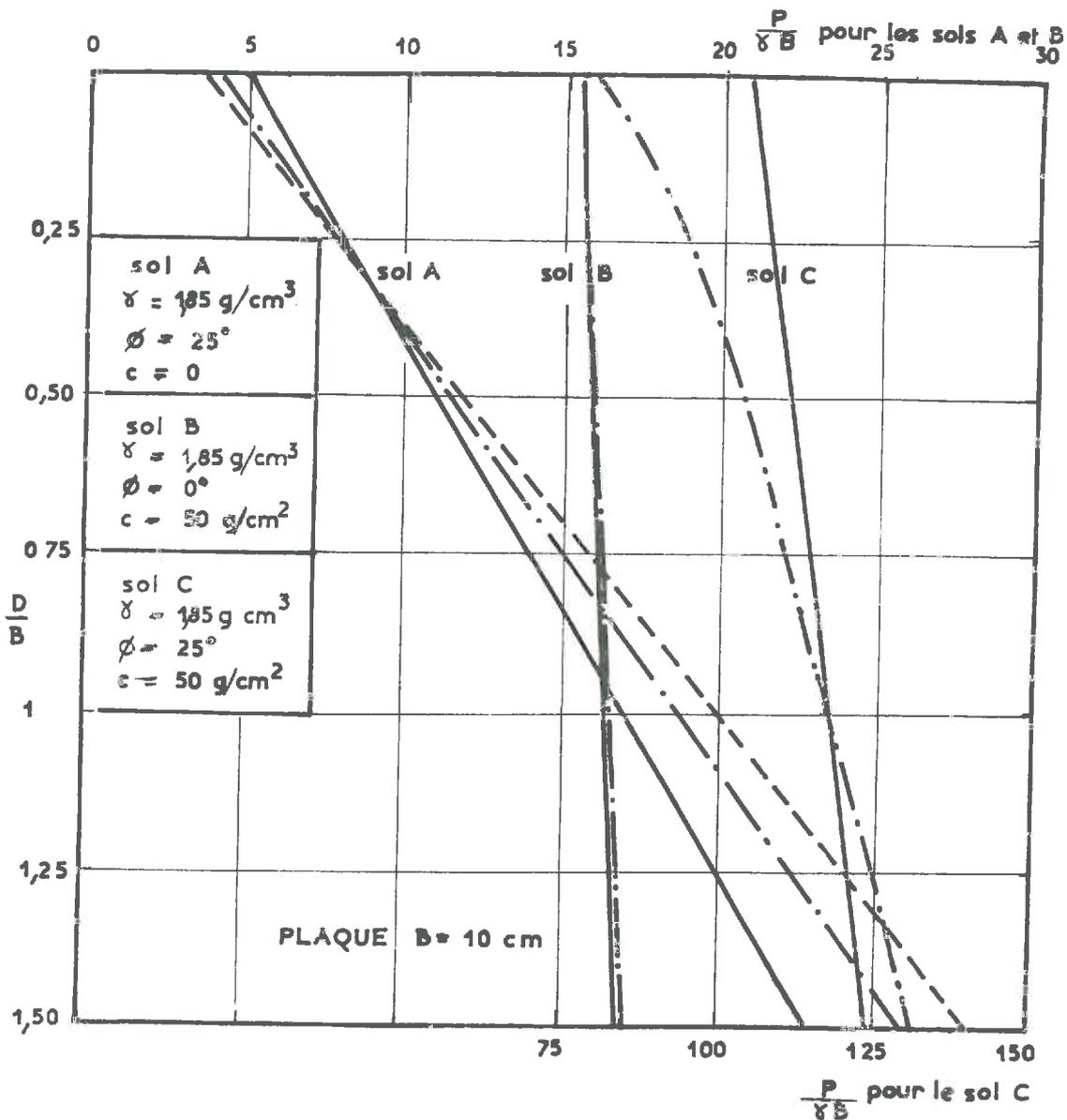
Il s'agit simplement de comparer ici une théorie peu employée avec la théorie très classique de TERZAGHI (Fig. III-15).

La figure III-15 appelle les remarques suivantes :

- Sol pulvérulent A : les deux théories sont voisines et donnent $\frac{P}{\gamma E}$ fonction linéaire de $\frac{D}{B}$
- Sol purement cohérent B : les deux théories donnent exactement les mêmes résultats : $\frac{P}{\gamma B}$ dépend peu de $\frac{D}{B}$
- Sol complexe C : la courbe établie d'après la théorie de MEYERHOF-WILLS présente une légère courbure, c'est-à-dire que la quantité $\frac{P}{\gamma B}$ ne sera plus fonction linéaire de $\frac{D}{B}$ pour tout $\frac{D}{B}$ ce qui confirme l'expérience ; mais cette courbe ne passe pas par l'origine, donc elle ne permettra pas d'interpréter toute la courbe expérimentale.

Fig 3-15
 COMPARAISON DES THEORIES DE MEYERHOF-WILLS
 ET DE TERZAGHI DANS LE CAS DE TROIS SOLS

- TERZAGHI $\frac{P}{\gamma B} = \frac{1}{2} N_{\gamma} + \frac{c}{\gamma B} N_c + \frac{1}{B} N_q$
- · - MEYERHOF-WILLS $\frac{P}{\gamma B} = \frac{1}{2} N_{\gamma} + \frac{c}{\gamma B} N_{cq}$
- REY expérience sur sol A [droite de plasticité parfaite]



. La théorie de MEYERHOF-WILLS avait pour but d'interpréter théoriquement la totalité de la courbe charge-enfoncement. Nous l'avons citée car cette tentative est unique, mais elle est déficiente par un point fondamental : elle suppose un schéma de rupture, donc à priori elle sous-entend qu'il y a de grandes déformations, elle ne peut donc pas être appliquée pour des petites déformations. Par conséquent, elle ne peut atteindre son but, puisque dans ses hypothèses même, elle limite le champ de son application ; d'autre part, ses résultats sont décevants puisqu'ils sont très voisins de ceux que donne la formule de TERZAGHI.

C'est pourquoi nous conservons la formule de TERZAGHI en sachant bien qu'elle ne permet d'interpréter que la portion de la courbe relative à la plasticité parfaite.

Nous allons montrer, en effet, sur quelques exemples, que la formule de TERZAGHI permet une bonne interprétation de la portion de la courbe charge-enfoncement relative à la plasticité parfaite (Fig. III-16).

- Fig. III-16.1 : La formule théorique de TERZAGHI permet d'interpréter la portion de droite des résultats de REECE.
- Fig. III-16.2 : La comparaison est moins concluante avec les travaux de WILLS, car, comme le note cet auteur, il a travaillé sur un sable compressible ce qui peut expliquer la discordance entre la théorie TERZAGHI et ses résultats expérimentaux.
En effet, en calculant avec $\phi = 40^\circ$ (au lieu de 31° réel) on retrouve la droite de plasticité parfaite.
- Fig. III-16.3 : Les billes de verre sont incompressibles et les travaux de REY donnent des résultats très voisins de ceux obtenus par la théorie de TERZAGHI.

Remarquons enfin que la formule de force portante de TERZAGHI :

$$p = \frac{1}{2} \gamma_B N \gamma(\phi) + c N c(\phi) + \gamma D N q(\phi)$$

est susceptible de se mettre sous la forme :

$$\frac{p}{\gamma_B} = f_2 \left(\phi, \frac{D}{B} \right) + \frac{c}{\gamma_B} f_1 \left(\phi, \frac{D}{B} \right)$$

fig III.16

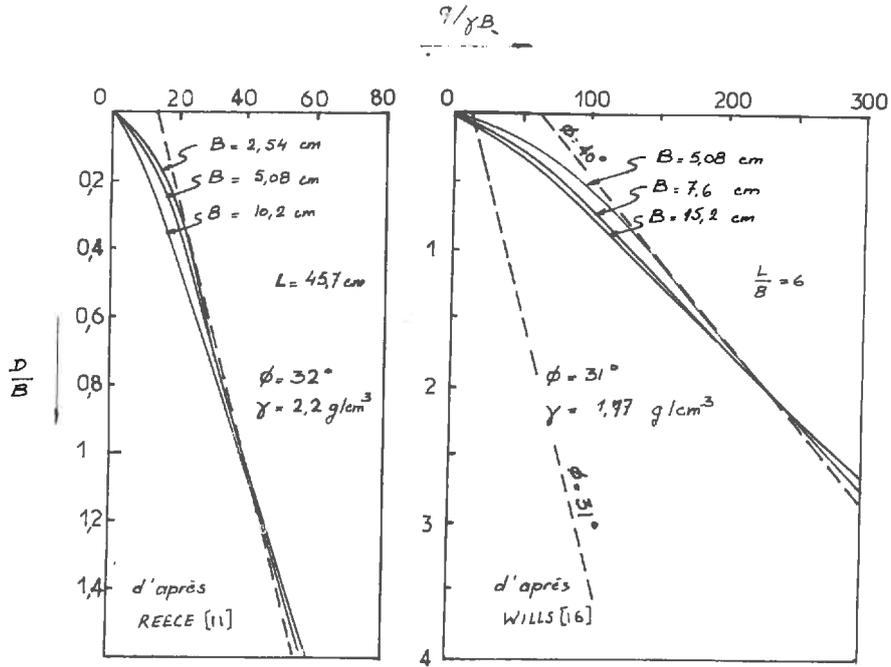


fig 1: SABLE fig 2

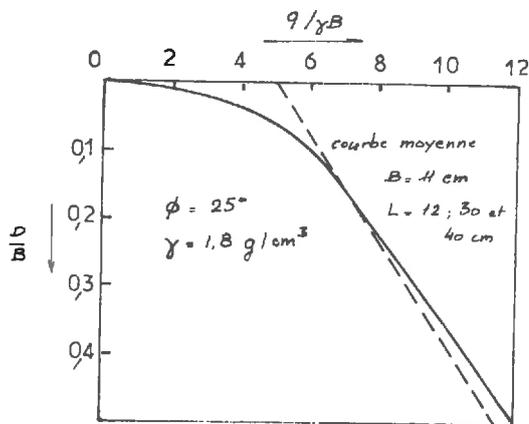


fig 3: BILLES DE VERRE

imposée par l'analyse dimensionnelle, en posant :

$$f_2 \left(\phi, \frac{D}{B} \right) = \frac{1}{2} N_{\gamma} (\phi) + \frac{D}{B} N_q (\phi)$$

$$f_1 \left(\phi, \frac{D}{B} \right) = N_c (\phi)$$

Cependant, la formule de TERZAGHI ne permet pas une interprétation de la courbe charge-enfoncement dans sa totalité, et pour ce faire, nous devons avoir recours à des formules expérimentales.

Néanmoins pour présenter ces formules, nous tiendrons le plus grand compte des résultats obtenus par l'analyse dimensionnelle.

. Les résultats expérimentaux d'enfoncement des plaques :

- Les travaux de LISTON et MEGEDUS (9).

Ils ont été réalisés avec les plaques suivantes :

- . circulaires de 2 à 8 inch de diamètre,
- . rectangulaires avec B de 1 à 4 inch et L de 4,5 à 18 inch
- . carrées avec B de 2 à 5 inch,

sur du sable d'Ottawa sec et mouillé, du sable d'Iowa sec et mouillé, de l'argile de Détroit et de la neige.

Ces auteurs ont constaté que $\log \frac{D}{2(L+B)}$ est une fonction linéaire de $\log \frac{(Y_L)}{P}$ pour le sable.

Pour l'argile les résultats sont moins convaincants et l'hétérogénéité de l'argile est invoquée.

D'après la Fig. III-17, nous pouvons écrire :

$$\log \frac{D}{2(L+B)} - \log A = m \left[\log \frac{(Y_L)}{P} - \log C \right]$$

où $\log A$, m et $\log C$ sont des constantes sans dimensions dépendant non seulement de la géométrie de la plaque mais également du sol.

La relation peut se mettre sous la forme :

$$p = \frac{A^{\frac{1}{m}}}{C} \gamma L \left[\frac{D}{2(L+B)} \right]^{-\frac{1}{m}}$$

qui présente une grande analogie avec la formule de BEKKER :

$$p = \left[\frac{Kc}{B} + K\phi \right] D^n$$

LISTON et HEGEDUS constatent qu'un seul essai est nécessaire pour déterminer les constantes, A, c et m, alors que la détermination des constantes Kc, K ϕ et n de BEKKER nécessite au moins deux essais de plaque. Ceci est tout à fait évident car les constantes de LISTON et HEGEDUS dépendent du sol et de la géométrie de la plaque, donc leur formule n'est valable que pour un sol donné et pour une plaque donnée, alors que la formule de BEKKER est valable pour un sol donné et quelque soient les plaques, Kc, K ϕ et n ne dépendent en principe, que du sol considéré.

La formule de LISTON et HEGEDUS est donc d'un intérêt secondaire par rapport à celle de BEKKER car elle ne permet d'interpréter qu'un seul essai sur un sol, et non tous les essais sur un sol donné.

D'autre part, les résultats obtenus par cette formule de LISTON et HEGEDUS sont voisin de ceux obtenus par la formule de BEKKER (Fig. III-18 et III-19).

En fin de compte, le seul avantage que présente la formule de LISTON et HEGEDUS par rapport à celle de BEKKER est l'utilisation de grandeurs adimensionnelles : la formule de BEKKER conduisant en effet à des coefficients dont les dimensions varient d'un sol à l'autre !!

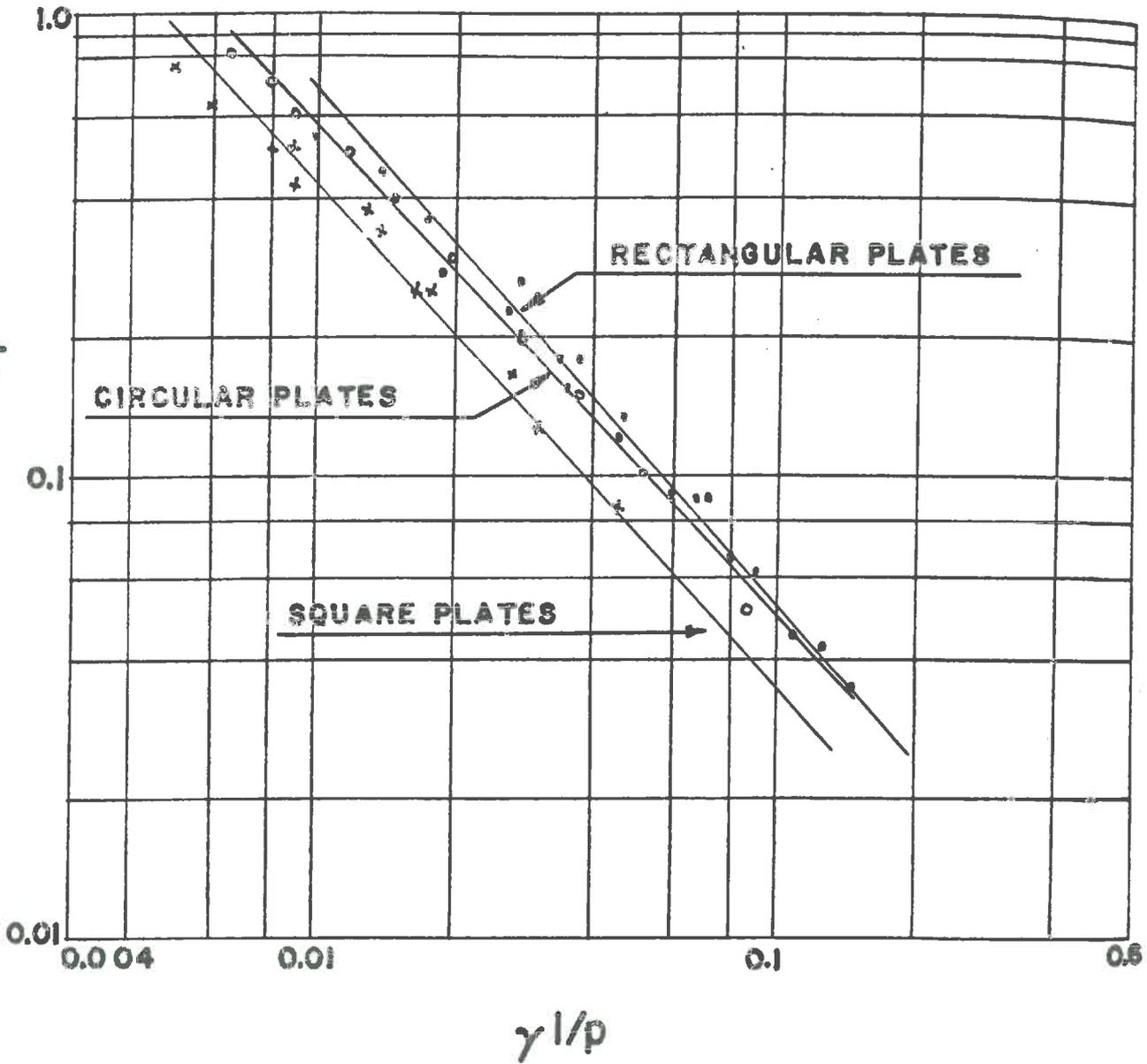
A ce propos, nous allons citer les travaux de REECE, qui s'inspirant plus étroitement de la formule de BEKKER, l'ont considérablement améliorée.

- Les travaux de REECE (12).

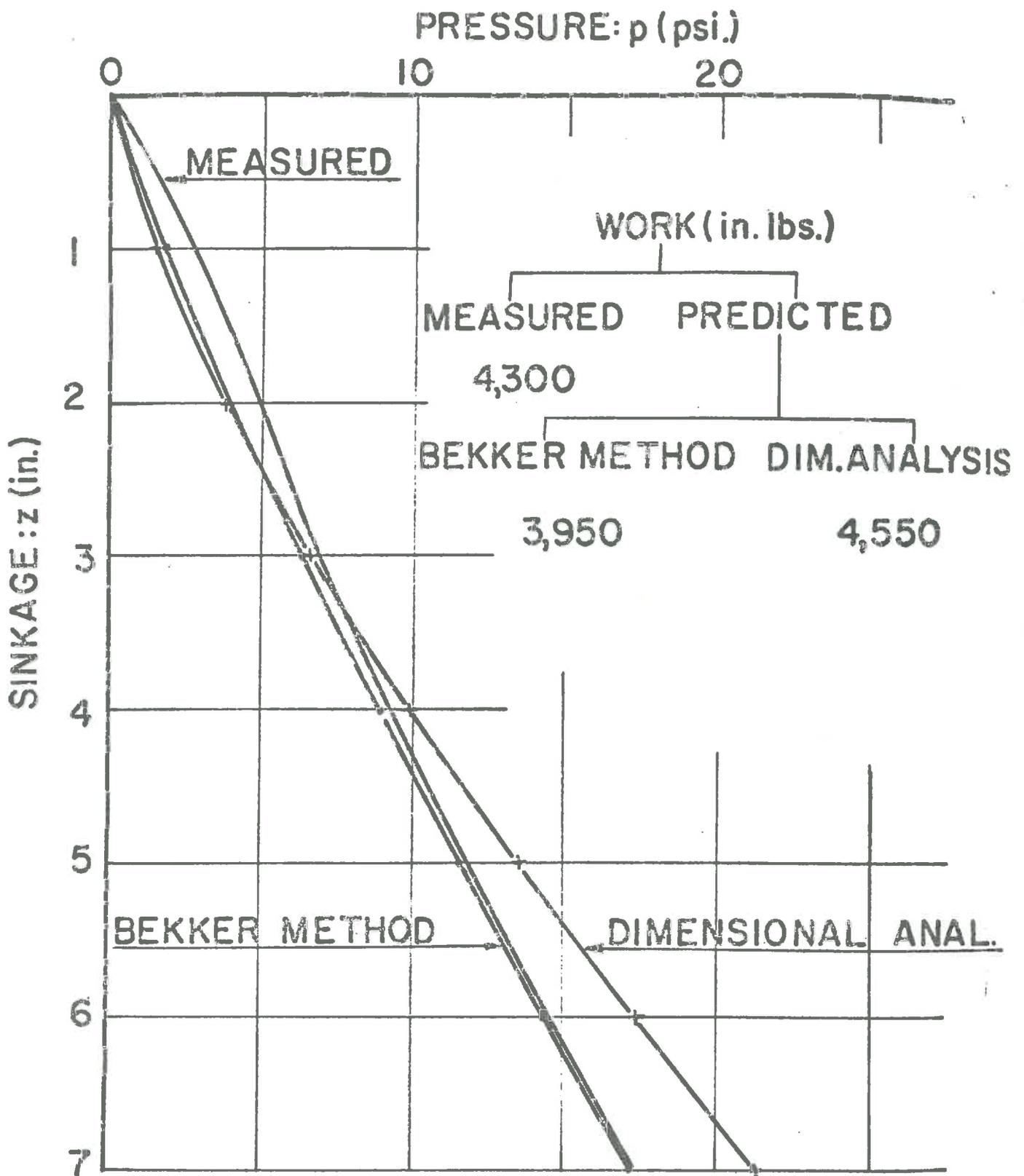
Ils ont été réalisés avec les plaques suivantes :

- . circulaires de 1 à 6 inch de diamètre,
- . rectangulaires avec B de 0,5 à 4 inch et L toujours égal à 18 inch,

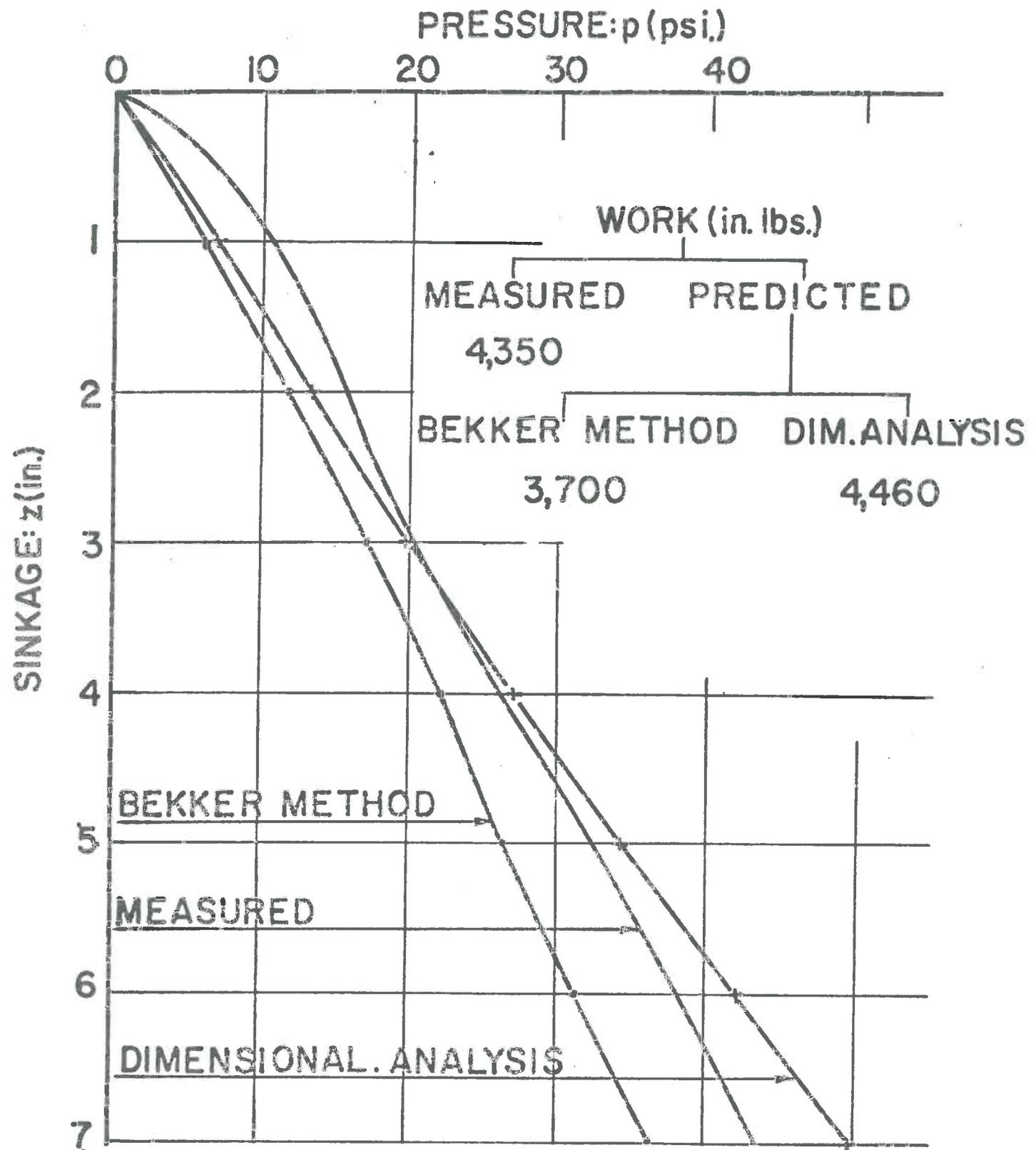
Figure III 17



LOG (z/s) vs. LOG($\gamma l/p$) FOR IOWA SAND.



COMPARISON OF RELATIONSHIPS FOR THE 4x18in. FOOTING IN DRY OTTAWA SAND.



COMPARISON OF RELATIONSHIPS FOR THE 6 in. Dia. FOOTING IN SATURATED OTTAWA SAND.

Sur du sable sec et humide et de l'argile saturée.

$$\begin{aligned} \text{Sable sec d'Ottawa} \quad \gamma &= 0,0705 \text{ lb/in}^3 \\ \phi &= 36^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sable humide d'Ottawa} &= 0,064 \text{ lb/in}^3 \\ \phi &= 32^\circ \\ c &= 0,1 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Argile saturée} \quad \phi &= 8^\circ \\ c &= 1 \text{ lb/in}^2 \end{aligned}$$

Au vu de ses résultats expérimentaux (fig. III-20) et de leur interprétation par la formule de BEKKER, REECE fait les remarques suivantes :

- Kc et $K\phi$ sont mal adaptés et ont des dimensions variables d'un sol à l'autre.
- La formule de BEKKER convient pour le sable mais pas pour les argiles.
- Pas en accord avec les théories de MEYERHOF sur la force portante des plaques.

Pour pallier ces défaillances de la formule de BEKKER et en s'inspirant à la fois des résultats de l'analyse dimensionnelle et de la théorie de MEYERHOF, REECE propose la formule :

$$p = (ck'c + \frac{\gamma_B}{2} k'\phi) \left(\frac{D}{B}\right)^n$$

dans laquelle kc' et $k\phi'$ et n sont des coefficients sans dimensions caractérisant uniquement le sol.

Sur la fig. III-21, REECE compare la moyenne de ces résultats expérimentaux avec les résultats obtenus par la relation qu'il propose. Il constate :

- Que la concordance est acceptable entre la théorie et l'expérience.

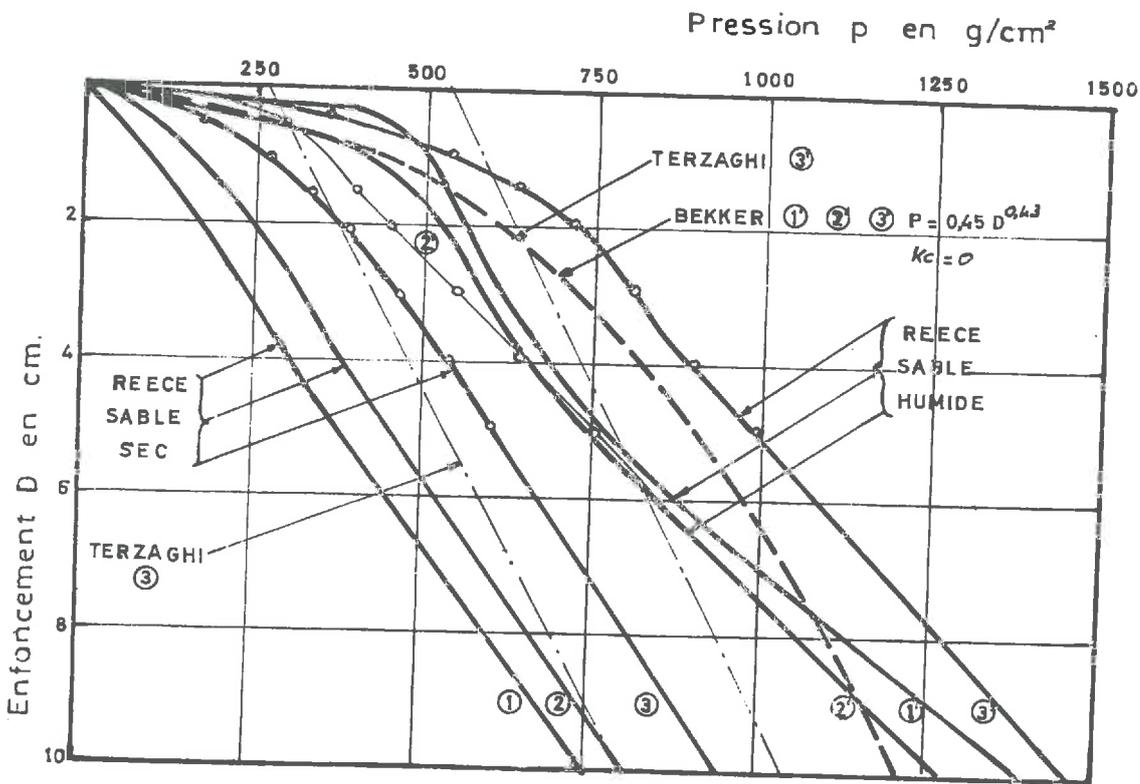
Fig. 3-20

INTERPRETATION DES EXPERIENCES DE REECE SUR SABLES SEC ET HUMIDE

○—○ FORMULE PROPOSEE

$$P = (P_0 + \mu \frac{D}{B}) (1 - e^{-\frac{\gamma D}{B}})$$

- ③ N° PLAQUE SUR SABLE SEC
- ③ " " " " HUMIDE



PLAQUES	B cm	L cm
1-	= 2,54	= 45,7
2-	5,08	45,7
3-	10,2	45,7

SOL SEC	SOL HUMIDE
$\phi = 32^\circ$	$\phi = 32^\circ$
$\gamma = 2,2 \text{ g/cm}^3$	$C = 70 \text{ g/cm}^3$
$C = 0$	$\gamma = 2,210 \text{ g/cm}^3$

- Qu'il n'y a pas de problème de dimensions avec sa formule.
- Qu'elle est en accord avec la théorie de la force portante de MEYERHOF.

Nous sommes d'accord sur les deux dernières constatations de REECE, encore que la théorie de MEYERHOF apporte peu d'amélioration par rapport à la formule de TERZAGHI. Elle est en effet beaucoup plus compliquée et nous avons montré ses défauts au § III-2.2.1.A. , deuxième point.

Nous estimons qu'il est bien plus intéressant de s'approcher des résultats de TERZAGHI que de ceux de MEYERHOF, en raison de la simplicité de la formule et de son domaine d'application (celui des grandes déformations) qui est sans équivoque : la théorie de MEYERHOF étant applicable d'après cet auteur à toutes les déformations alors que les hypothèses de base reposent sur un schéma de rupture avec grandes déformations.

En ce qui concerne la première conclusion de REECE, nous allons l'examiner sur les Fig. III-21 et III-22, qui comparent les résultats expérimentaux de REECE avec sa théorie et les résultats théoriques que donnent la formule de BEEKER.

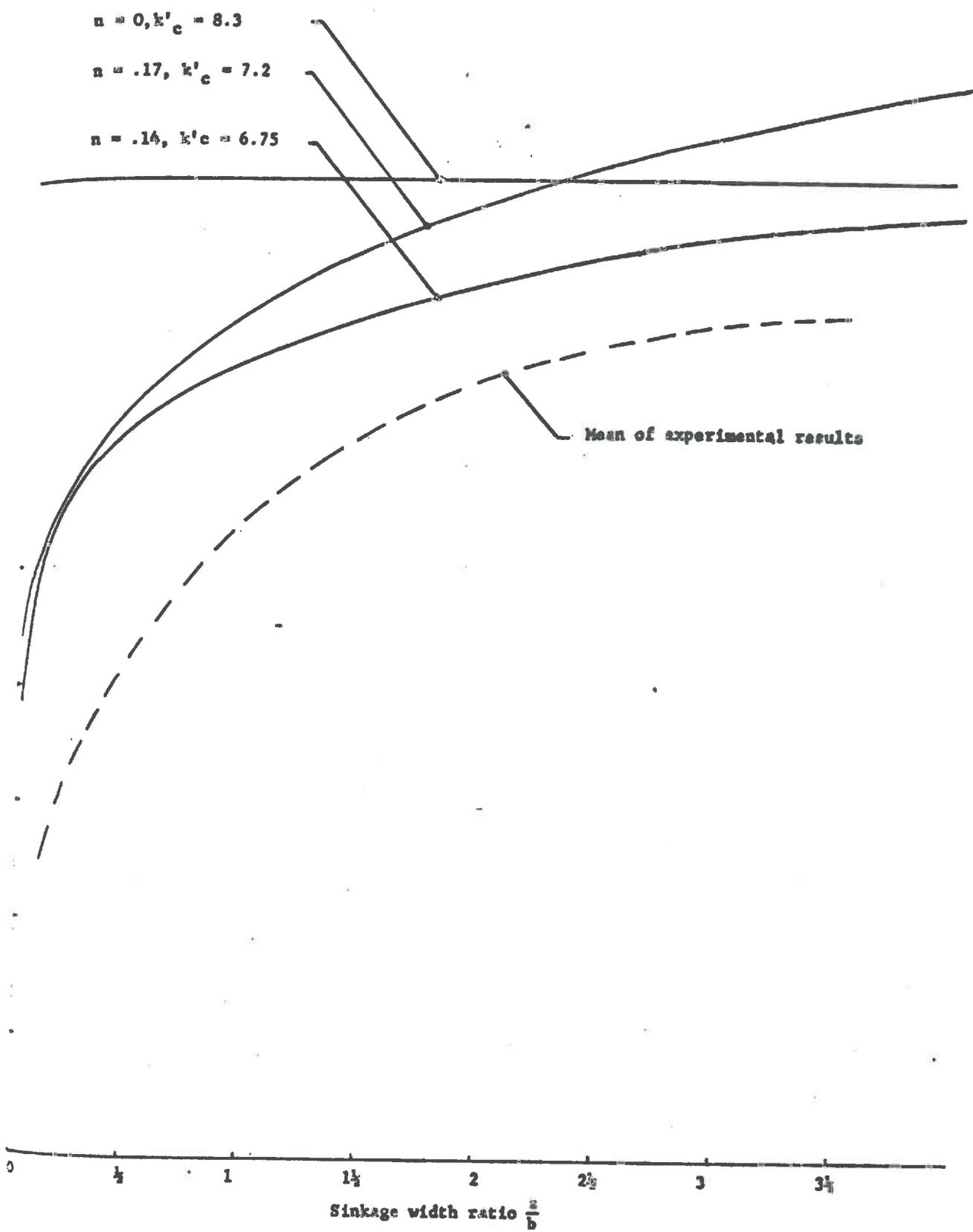
Nous constatons que dans tous les cas les théories de BEKKER et de REECE donnent des résultats voisins, mais que ces résultats diffèrent notablement des expériences de REECE surtout dans le cas de la plaque de 4 x 18 inch.

La fig. III-22 a été tracée dans des axes $\log.P$, $\log.\frac{D}{B}$ car ils sont les mieux adaptés pour les formules étudiées :

$$- \text{REECE} \quad \log p = \log k'' + n \log \frac{D}{B}$$

$$- \text{BEKKER} \quad \log p = \log k + n \log B + n \log \frac{D}{B}$$

REECE donne k'' et k ainsi que n . Une remarque très importante doit être signalée : n fourni par REECE varie en fonction de B pour un sol donné, ce qui est absolument contraire à la définition fournie par cet auteur qui le considère comme un paramètre du sol. Il y a là une grave contradiction.



A comparison between theoretical and experimental pressure sinkage curves in saturated clay.

Figure III 21

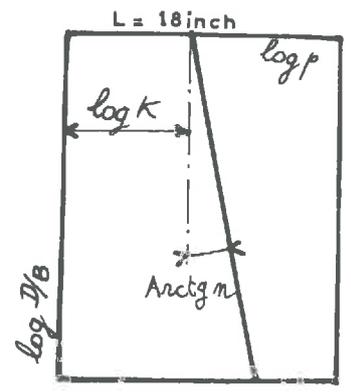
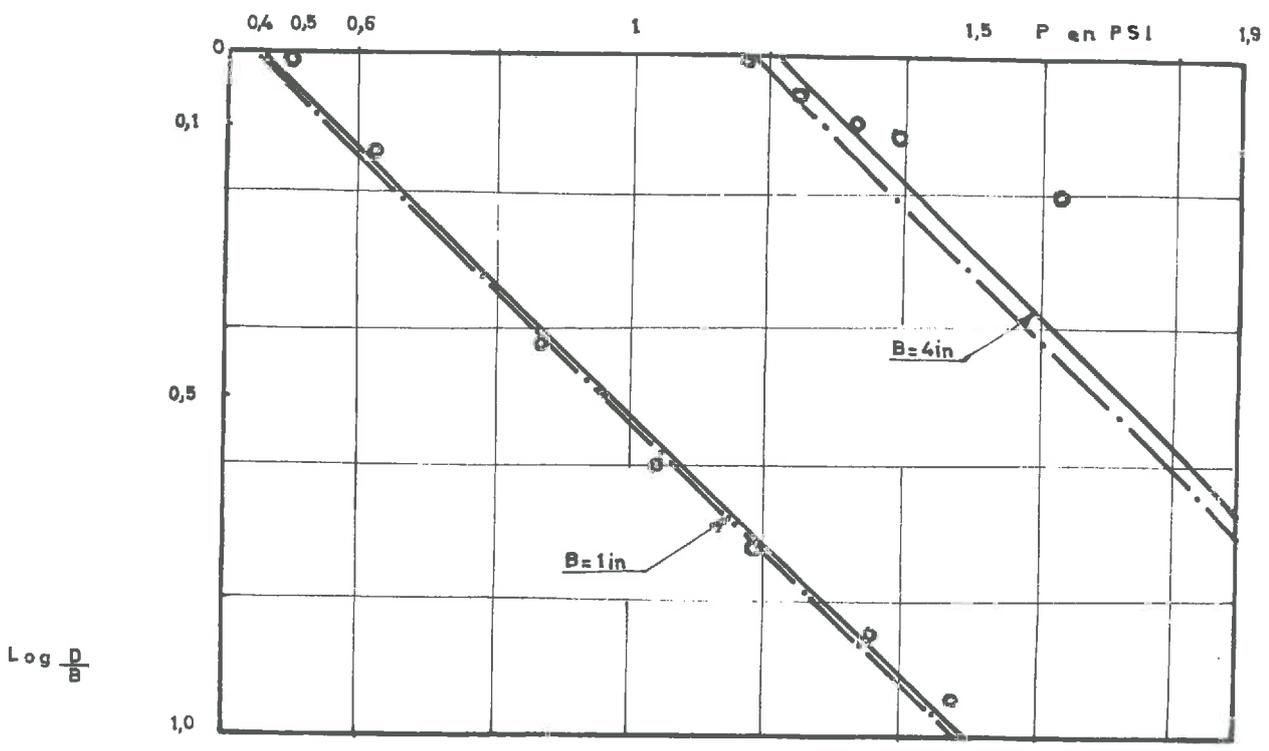
Fig. 3-22

LES EXPERIENCES ET LA THEORIE DE REECE COMPARES AVEC CELLES DE BEKKER (SABLE SEC)

BEKKER $P = \left(\frac{k_c}{B} + k_p\right) D^n$

REECE : EXPERIENCES $P = \left[c k_c' + \frac{1}{2} k_p' \left(\frac{D}{B}\right)^n \right]$

REECE : THEORIQUE



En fin de compte, les travaux de REECE, bien qu'améliorant ceux de BEKKER ne permettent pas une interprétation correcte des essais d'enfoncement de plaques.

III.2.2.1.A.δ. La formule expérimentale que nous proposons :

Nous inspirant des formules de BEKKER pour interpréter les courbes $\sigma - \varepsilon$, (§ III.1.3.) ainsi que des formules proposées par EVANS (17) et GACIGIN et GUSKOV (18) nous avons tenté d'approcher les courbes d'enfoncement de plaques par une relation du type exponentiel.

$$\text{- EVANS} \quad p = 8,3 c \left(1 - e^{-k \frac{D}{B}}\right)$$

$$\text{- GACIGIN et GUSKOV} \quad p = p_0 \tan h \cdot kD \text{ ou } p = p_0 \left(1 - e^{-D/K}\right)$$

Mais ces lois n'étaient applicables que pour l'argile et encore, quand D tend vers l'infini, donnent-elles des asymptotes $p = \text{constante}$, que ne présentent pas les courbes expérimentales.

Aussi avons-nous posé :

$$p = \left[P_0 + \mu \frac{D}{B} \right] \left[1 - e^{-\frac{k}{P_0} \cdot \frac{D}{B}} \right]$$

μ , P_0 et K sont des constantes dépendant du sol et de la plaque qui ont les dimensions d'une pression.

Lorsque $\frac{D}{B}$ est très petit, nous sommes dans le domaine des petites déformations :

$$p \rightarrow k \frac{D}{B}$$

on retrouve une loi du type élastique.

Lorsque $\frac{D}{B}$ tend vers l'infini, nous sommes dans le domaine des grandes déformations :

$$p \rightarrow P_0 + \mu \frac{D}{B}$$

- Méthode graphique :

K est la pente à l'origine de la courbe d'enfoncement

Po est l'ordonnée à l'origine de la droite représentant le palier de plasticité parfaite

μ est la pente de cette même droite.

- Méthode algébrique :

K est déterminé à partir de la relation d'élasticité :

$$P = \frac{2}{Cf} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{D}{B}$$

Comme K défini par :

$$k = \frac{P}{D/B}$$

$$K = \frac{2}{Cf} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2}$$

On retrouve bien le fait que K dépend non seulement du sol par E et ν , mais également de la géométrie de la plaque par Cf.

Pour déterminer K nous serons toujours obligés d'employer la méthode graphique, car les expérimentateurs ne donnent jamais E, alors que ν peut être évalué approximativement à 0,33.

Po et μ sont déterminés à partir de la relation de TERZAGHI :

$$p = P_o + \mu \frac{D}{B} = \frac{1}{2} \gamma_B \cdot \lambda_\gamma \cdot N_\gamma + C \lambda_c \cdot N_c + \gamma_D \cdot \lambda_q \cdot N_q$$

l'identification fournit :

$$P_o = \frac{1}{2} \gamma_B \cdot \lambda_\gamma \cdot N_\gamma + C \cdot \lambda_c \cdot N_c$$

$$\mu = \gamma_B \cdot \lambda_q \cdot N_q$$

Sur la Fig. III-23, nous comparons précisément les déterminations graphiques PoE et μE avec les déterminations algébriques de ces mêmes constantes notées PoT et μ_T . Il s'agit par la même occasion de comparer la formule de TERZAGHI avec les droites de plasticité parfaite expérimentales.

COMPARAISON DE P_{0E} ET P_{0T} DE μ_0 ET μ_T

$$P_{0T} = \frac{1}{2} \gamma B N_T \lambda_T + c \lambda_c N_c$$

$$\mu_T = \sigma \lambda_T N_T B$$

- POINTS P
- ◐ POINTS M

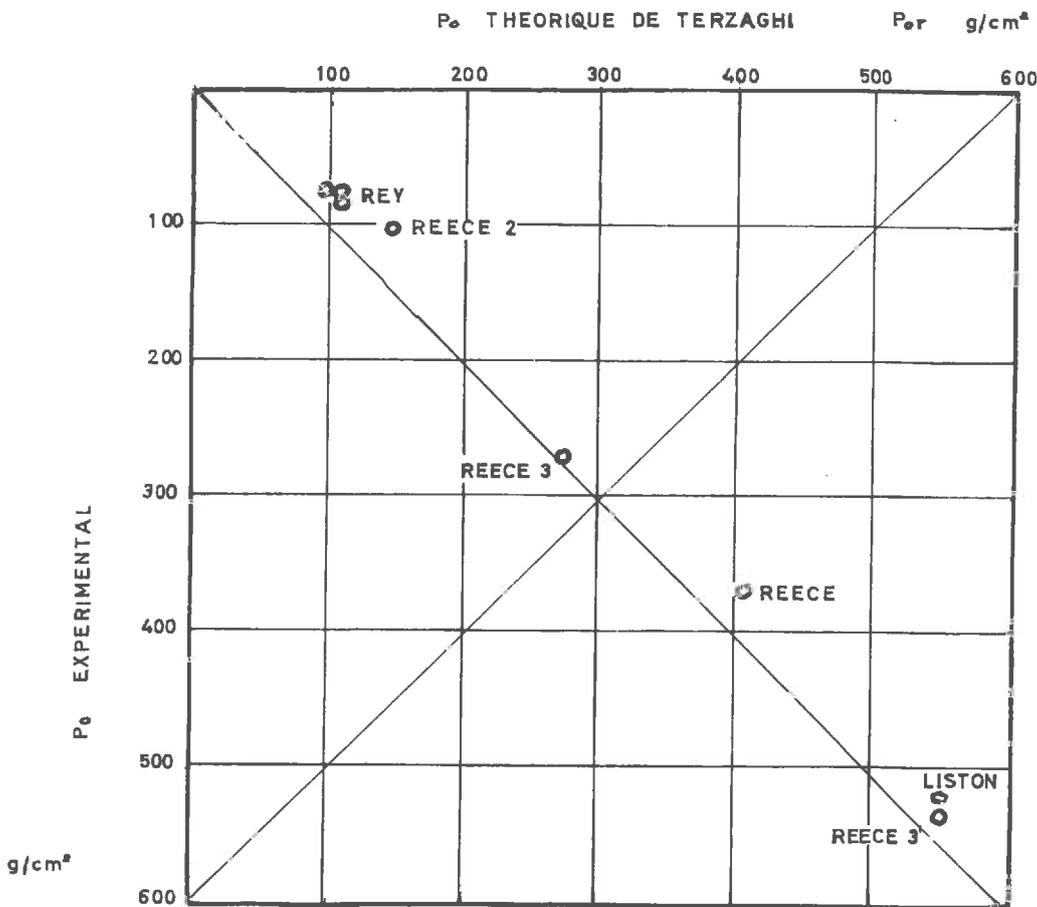
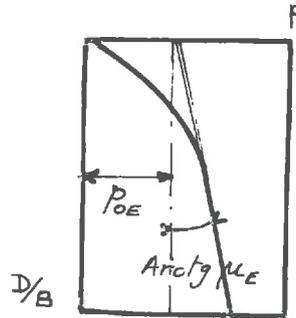


Fig. 3 - 23

Nous constatons que les déterminations sont concordantes, au moins dans le cas de courbes d'enfoncement ayant la forme classique de la Fig. III-4. Dans le cas contraire, la détermination expérimentale sera la seule utilisable.

Nous allons maintenant examiner l'efficacité de notre formule dans l'interprétation des essais expérimentaux d'enfoncement de plaques.

Fig. III-24 : Essais sur billes de verre de REY. Les constantes K et p_0 ont été déterminées algébriquement.

Fig. III-25 : Essais sur sol purement cohérent de LISTON-HEGEDUS. Détermination algébrique des constantes.

Fig. III-20 : Essais sur sable sec et sable humide de REECE. Détermination expérimentale des constantes.

Conclusion : Lorsque les constantes p_0 , μ et K sont déterminées algébriquement, la concordance entre les résultats de notre formule et ceux de l'expérience est bonne, sauf toutefois dans le cas des courbes de la fig. III-20 où les courbes n'ont pas la forme classique de courbes d'enfoncement de plaques.

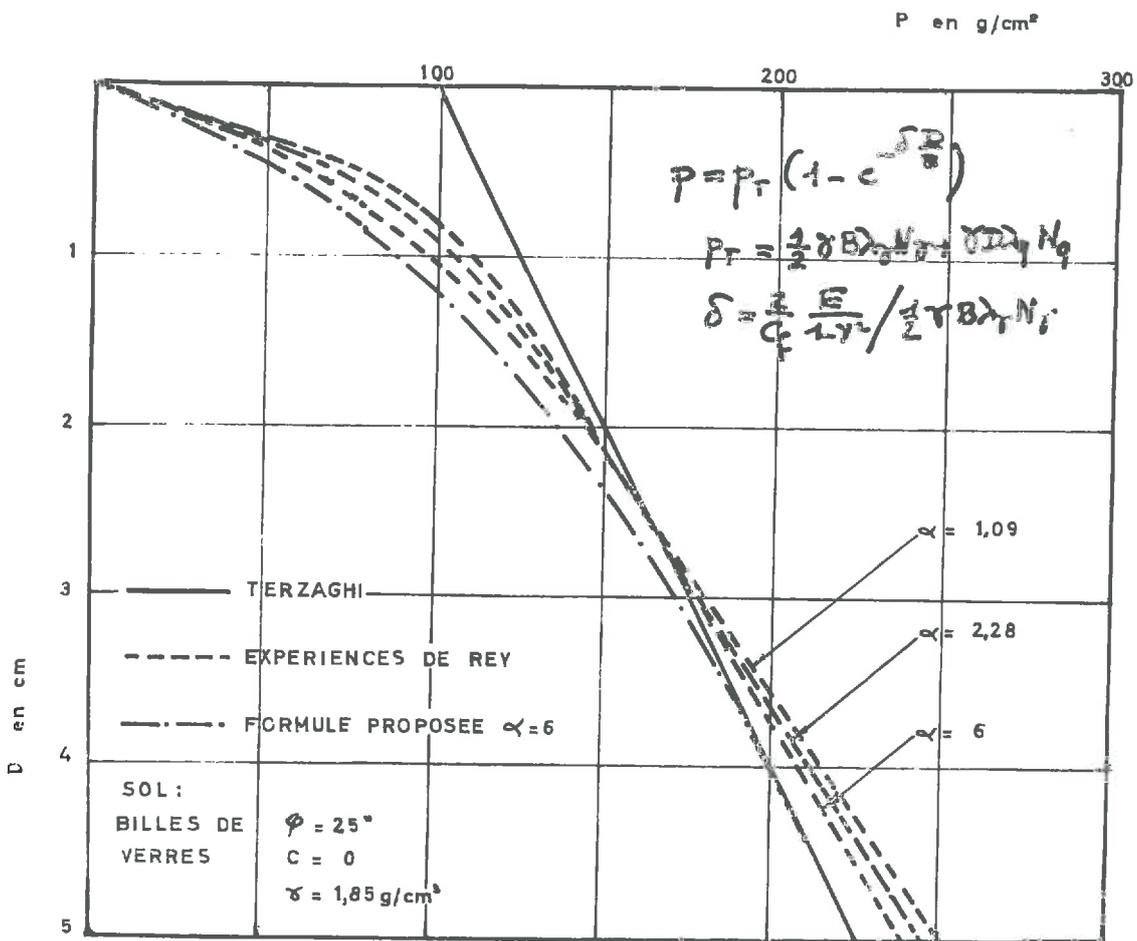
Lorsque la détermination des constantes est graphique, la concordance est alors parfaite (voir courbe 3 fig. III-20). Elle est encore acceptable dans le cas de courbes aux formes douteuses pour un enfoncement de plaques telles les courbes n° 1' 2' de la Fig. III-20.

Nous avons désormais à notre disposition une relation :

- qui ne pose pas de problèmes de dimensions,
- en accord avec la théorie de TERZAGHI et l'élasticité,
- qui permet d'interpréter parfaitement les expériences.

Nous pouvons donc déterminer le comportement d'un sol sous une plaque de dimension donnée par trois paramètres à condition qu'il s'agisse d'un premier essai de charge, donc d'une expérience de charge classique : cette remarque exclut les essais de charge, décharge, fatigue du sol, etc...

Fig. 3-24
 INTERPRETATION DES EXPERIENCES DE REY SUR BILLES
 DE VERRE



INTERPRETATION DES EXPERIENCES DE LISTONHEGEDUS EN MILIEU PUREMENT COHERENT

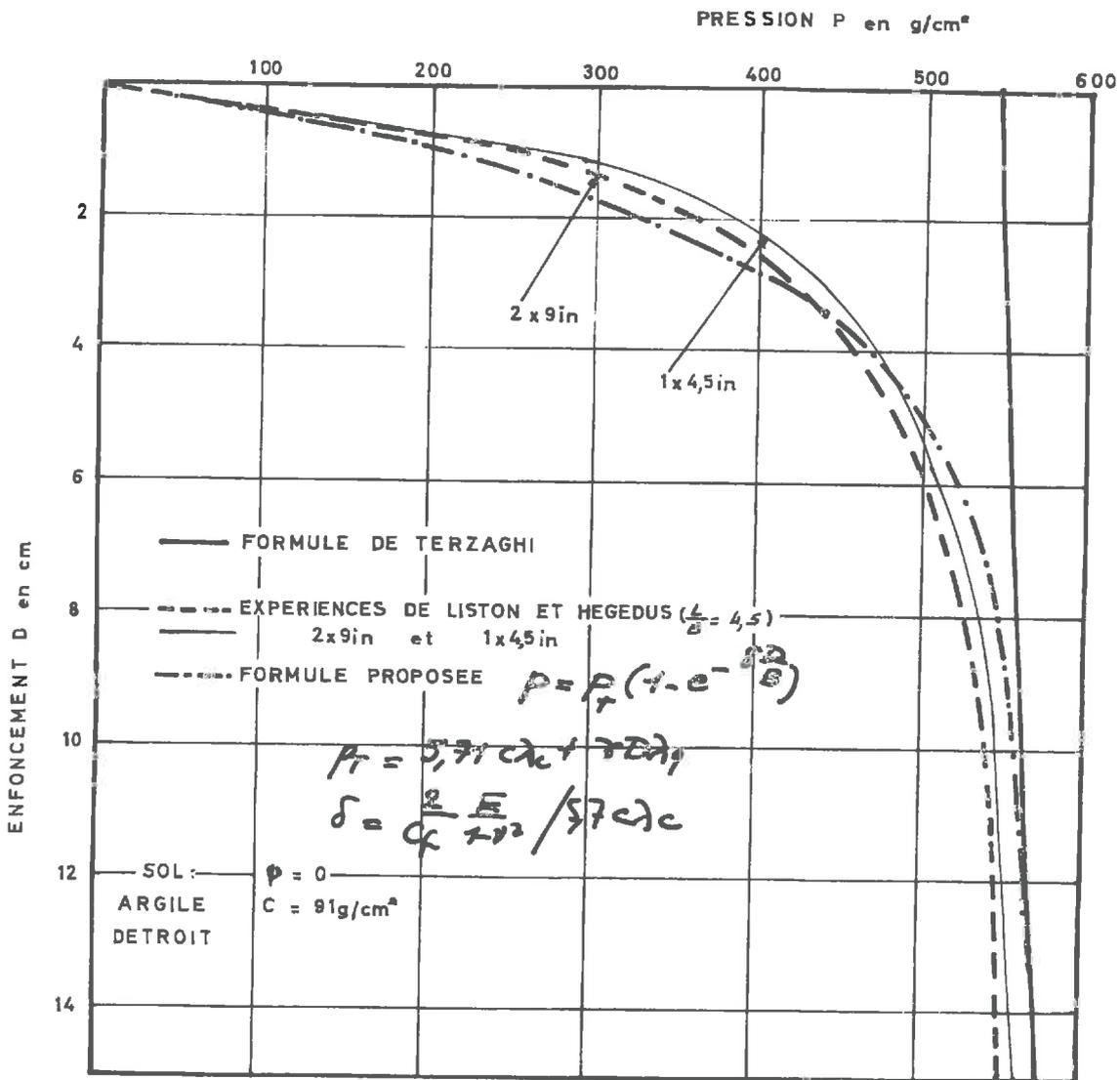


Fig . 3-25

D'autre part, il faut noter que les constantes p_0 , μ et K sont liées très simplement aux dimensions de la plaque et aux paramètres C , \emptyset , E , du sol, ce qui facilite considérablement leur emploi.

III.2.2.1.B. Force inclinée excentrée : Fig. III-26

Nous avons vu au § II.3.3. que la résistance des pressions appliquées sur la chenille peut n'être ni verticale, ni centrée. Nous allons nous intéresser au comportement d'une plaque soumise à une charge inclinée et excentrée, et comme dans le cas d'une charge normale centrée, nous distinguerons l'importance des déformations imposées à la plaque.

III.2.2.1.B.α. Domaine des petites déformations : élasticité.

Comme il est dit au § III.2.2.1.A.α., l'élasticité est peu utilisée en locomotion tout terrain. Les véhicules s'enfoncent généralement d'une telle profondeur ($\frac{D}{B} > 0,1 - 0,2$) que l'on se trouve pratiquement toujours dans le domaine des grandes déformations.

Nous citerons cependant l'article de J.P. GIROUD (19) qui traite du problème d'une plaque rectangulaire soumise à une résultante excentrée inclinée en élasticité.

III.2.2.1.B.β. Domaine des grandes déformations : plasticité.

Le problème du calcul de la force portante limite des fondations peu profondes soumises à une charge inclinée et excentrée a été très étudié au Laboratoire de Grenoble : HAERINGER (20), PICCHIOTINO (21), TRAN-VONHIEM (22).

La méthode qui a été finalement adoptée généralise la méthode du coin triangulaire minimal de J. BIAREZ définie pour une force normale et centrée. Le schéma utilisé suppose l'existence d'un coin de sol rigide sous la fondation et une répartition des contraintes sur les côtés du coin, la plus acceptable en fonction des constatations expérimentales sur la cinématique.

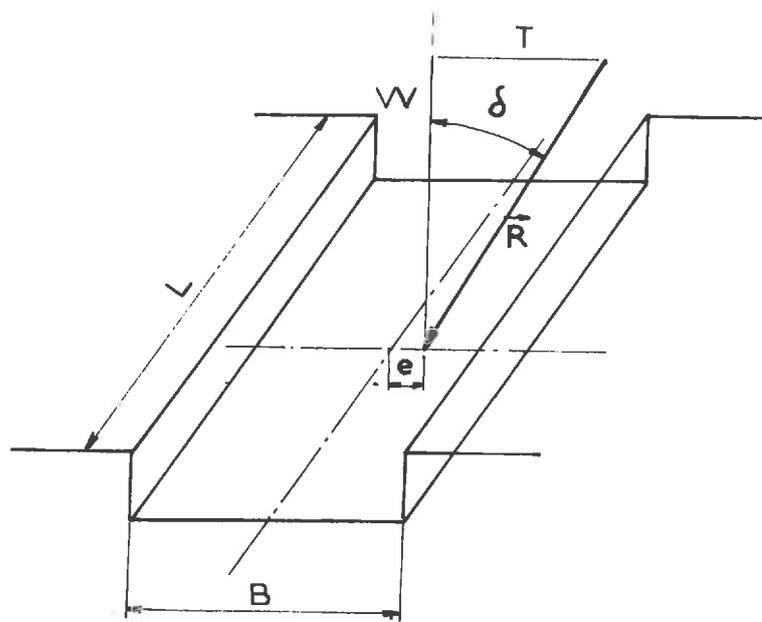


Fig. 3-26: Charge inclinée excentrée

La formule de force portante s'écrit alors :

$$p = \frac{1}{2} \gamma B \cdot \pi_{\gamma e} \cdot \lambda_{\gamma} N_{\gamma \delta} + \gamma D \cdot \pi_{qe} \cdot \lambda_{q} N_{q \delta} + c \cdot \lambda_c \cdot \pi_{ce} \cdot N_{c \delta}$$

- $N_{\gamma \delta}$, $N_{q \delta}$, $N_{c \delta}$ étant les coefficients de force portante fonctions de ϕ et δ
- $\pi_{\gamma e}$, π_{qe} , π_{ce} étant les coefficients de réduction tenant compte de l'excentrement de la charge.

Les fig. III-27, III-28, III-29 donnent les valeurs des coefficients de force portante.

Lorsque le sol présente de la cohésion, il y a lieu d'appliquer le théorème des états correspondants de CAQUOT. L'inclinaison des abaques doit alors être considérée comme une inclinaison fictive δ_f . Les inclinaisons réelles δ_r et fictive δ_f sont naturellement liées par la relation :

$$\operatorname{tg} \delta_f = \frac{W \cdot \operatorname{tg} \delta_r}{W + B L c \cot \phi}$$

Lorsque $\phi = 0$, $N_{\gamma \delta} = 0$, $N_{q \delta} = 1$, $N_{c \delta}$ est donné par la fig. III-30. L'excentrement intervient par les coefficients $\pi_{\gamma e}$, π_{qe} et π_{ce} . Pour déterminer ces coefficients, on considère la fondation de largeur $B = B - 2e$ symétrique par rapport au point d'application de la résultante. Les expressions obtenues sont :

$$\pi_{qe} = \pi_{ce} = \left(1 - 2 \left| \frac{e}{B} \right| \right)$$

$$\pi_{\gamma e} = \left[1 - 2 \left| \frac{e}{B} \right| \right]^2$$

En utilisant les travaux de REY, nous voyons sur la Fig. III-31 l'influence de e et de δ sur la force portante de la fondation, en particulier pour une inclinaison donnée, il existe une excentricité pour laquelle la force portante est maximale notée eM .

PICCHIOTINO, considérant le rôle de eM , propose comme expression pour le coefficient $\pi_{\gamma e}$:

$$\pi_{\gamma e} = \left[\frac{1 + 2 \frac{e}{B}}{1 + 2 \frac{eM}{B}} \right]^2$$

Fig. 3-27

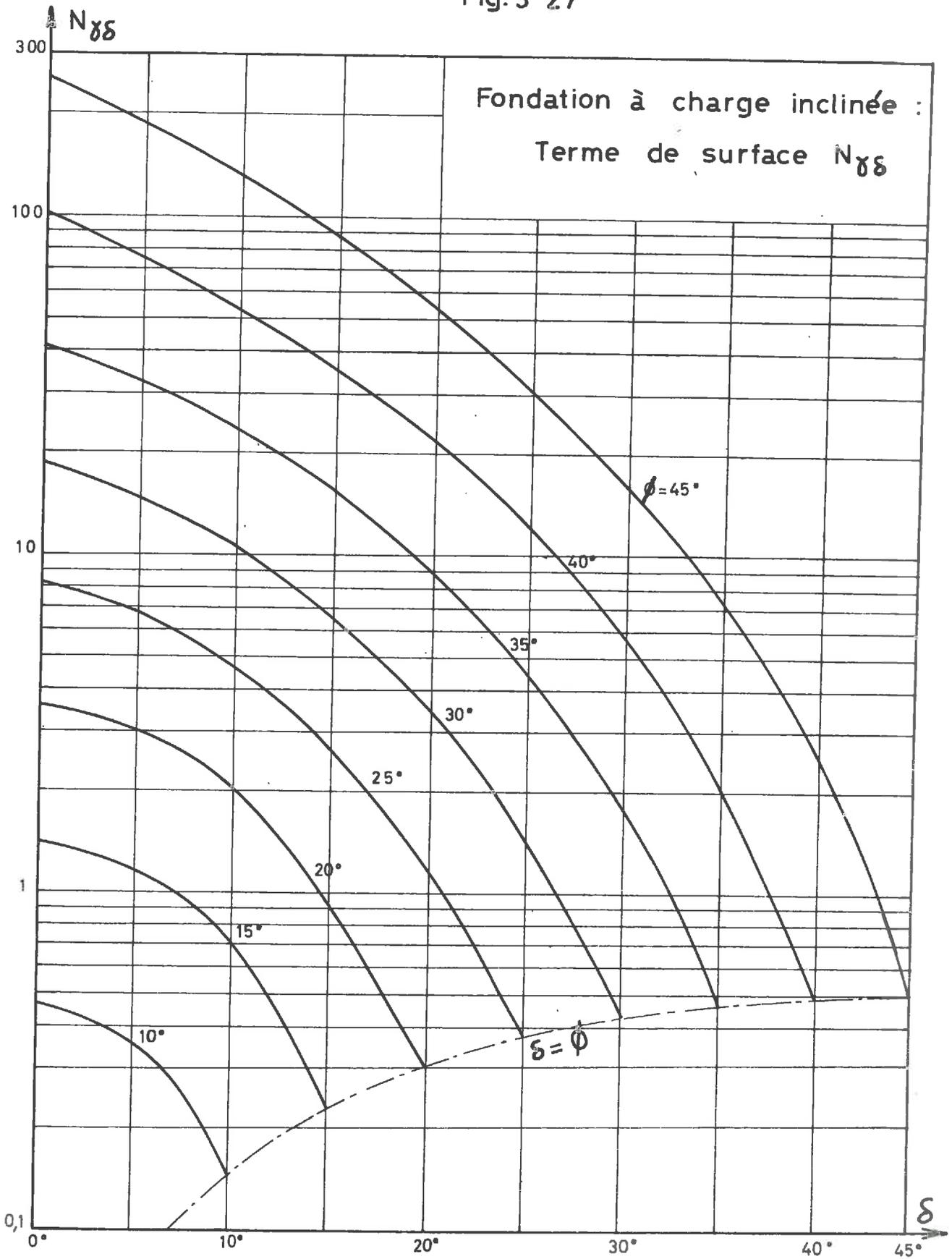


Fig. 3-28

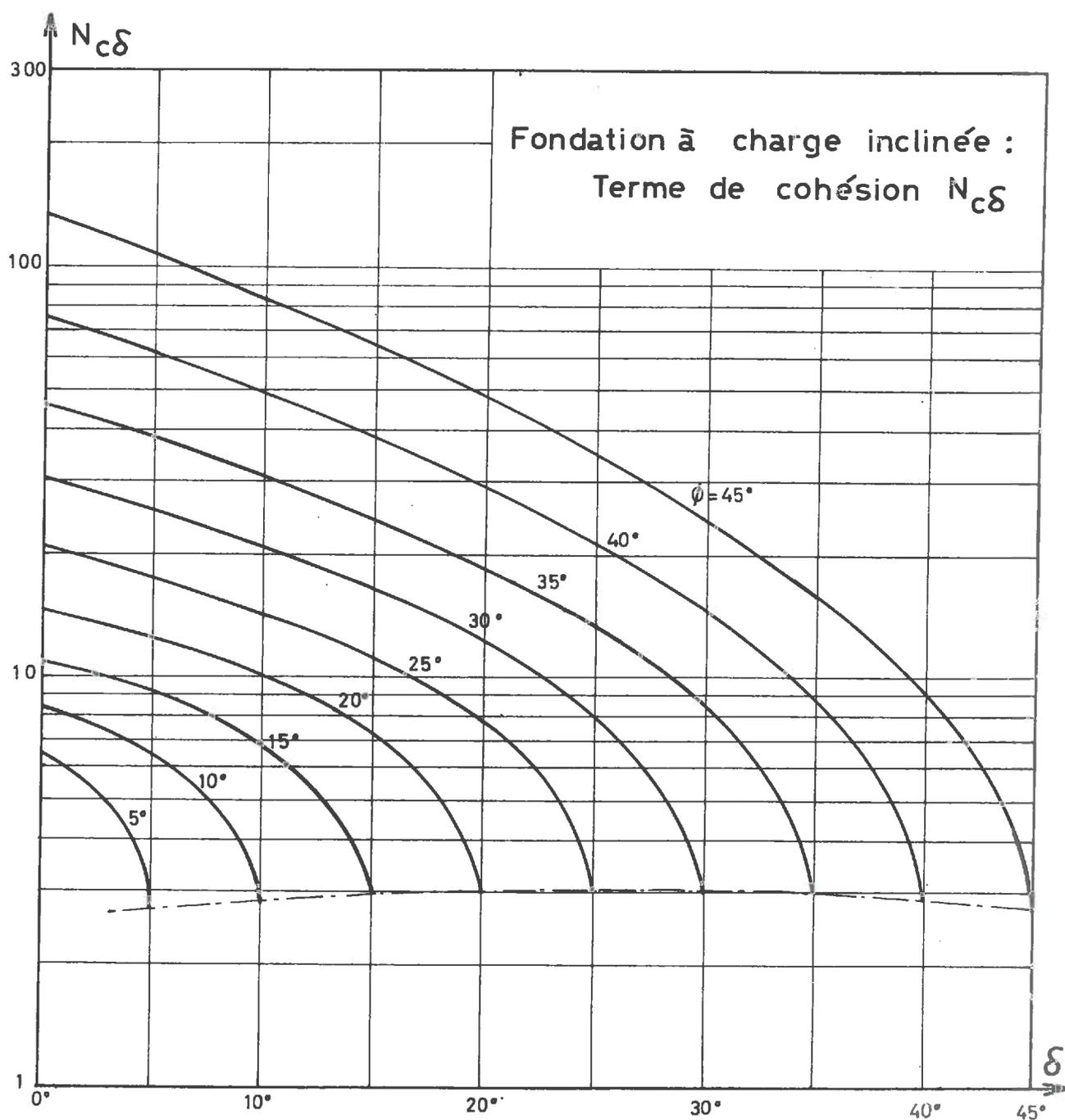


Fig. 3 -29

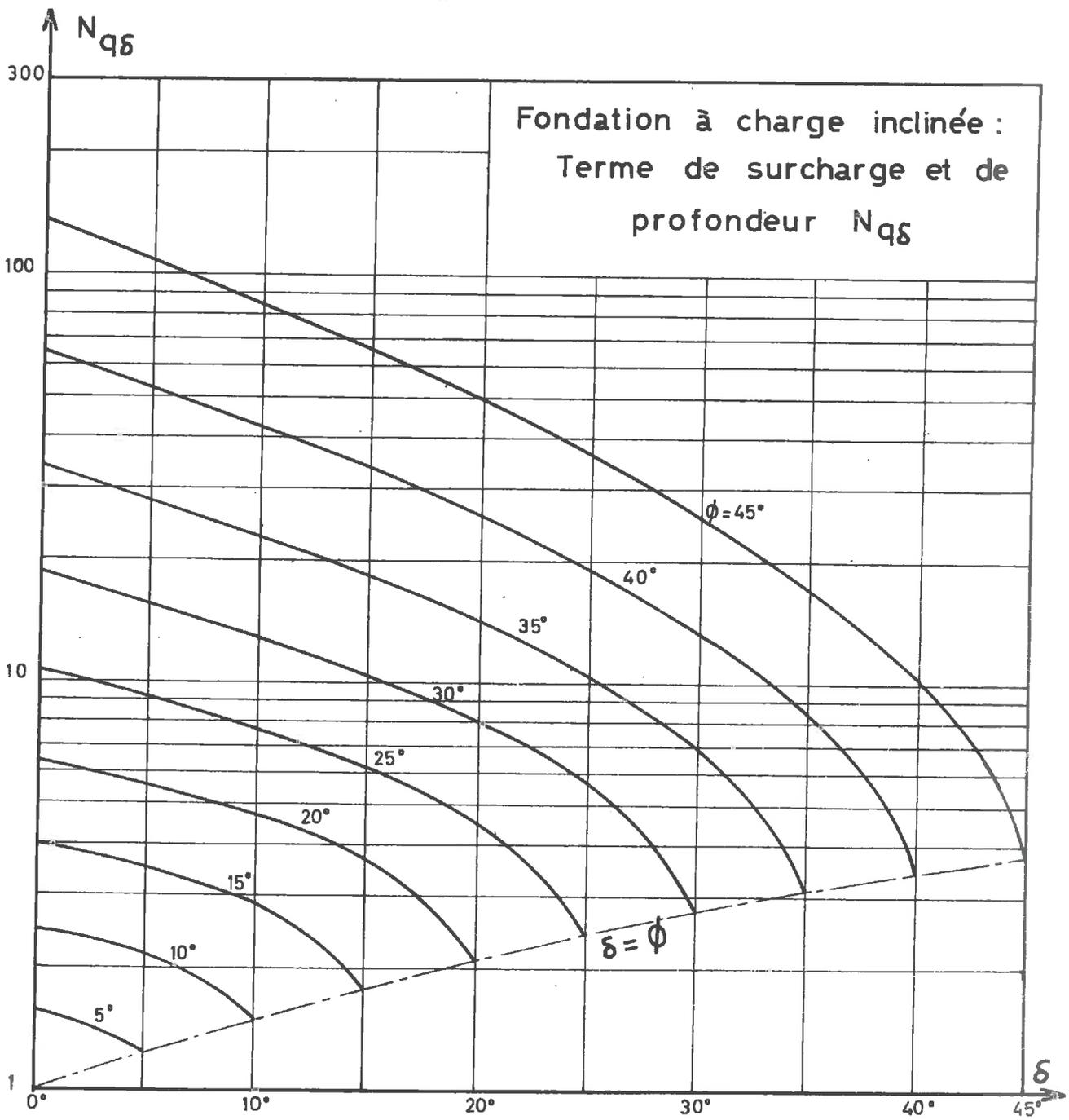
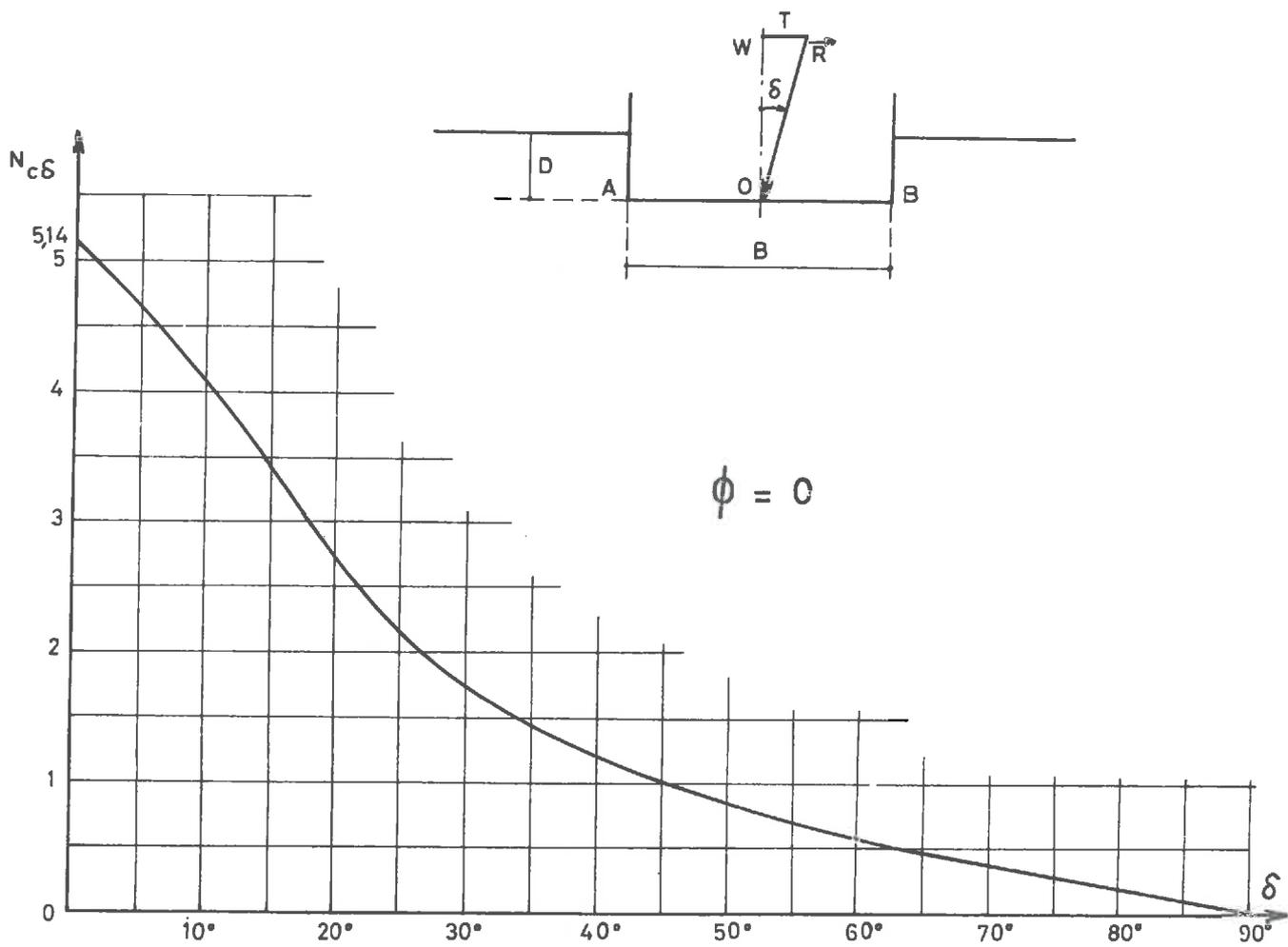


Fig. 3-30

Fondation à charge inclinée et centrée
en milieu purement cohérent



Il faut prendre le signe + si $e < eM$

Il faut prendre le signe - si $e > eM$

La fig. III-32 donne les valeurs de eM en fonction de δ et \emptyset .

Il faut bien noter, en considérant la fig. III-26, que tout ce qui a été dit jusqu'alors sur les fondations soumises à des charges inclinées et excentrées, n'est valable que si la force est dans un plan transversal.

Des essais ont été faits à GRENOBLE pour étudier l'influence sur la portance d'une force inclinée dans un plan longitudinal : malheureusement, ces essais n'ont porté que sur des sols pulvérulents ; ils ont montré par ailleurs, que l'influence était pratiquement négligeable.

Nous allons utiliser cette remarque pour l'étude du problème suivant : soumettre une plaque de longueur L et de largeur B à une force inclinée excentrée dans le plan longitudinal. La rupture peut être atteinte de 2 façons différentes :

- par refoulement latéral , fig. III-32 d
- par refoulement longitudinal, fig. III-33 b

Pour le schéma de rupture par refoulement latéral nous écrivons :

$$\frac{W_0}{LB} = p_0 = \frac{1}{2} \gamma B N \gamma + \gamma D N q + c N c . \quad p_0 \text{ ne dépend pas de } \delta$$

Pour le schéma de rupture par refoulement longitudinal :

$$\frac{W}{LB} = p = \frac{1}{2} \gamma L \gamma_e N \gamma \delta + \gamma D \cdot \gamma_e N q \delta + c \gamma_e N c \delta . \quad p \text{ dépend de } \delta \text{ et de } e.$$

Si W est la composante verticale de la force et T la composante horizontale, nous pouvons étudier la fonction $f(T, W) = 0$ pour un sol donné (c et \emptyset) une plaque donnée (L et B), un enfoncement donné D et une excentricité donnée e, Fig. III-34.

Les courbes $f(T, W)$ présentent les caractéristiques suivantes :

- . Si $\delta \leq \delta_0$ il y a refoulement latéral, c'est de p_0 dont il faut tenir compte. Nous admettons que p_0 varie peu avec δ , ce qui a été étudié par REY.
- . Si $\delta > \delta_0$ il y a refoulement longitudinal, c'est de p dont il faut tenir compte.

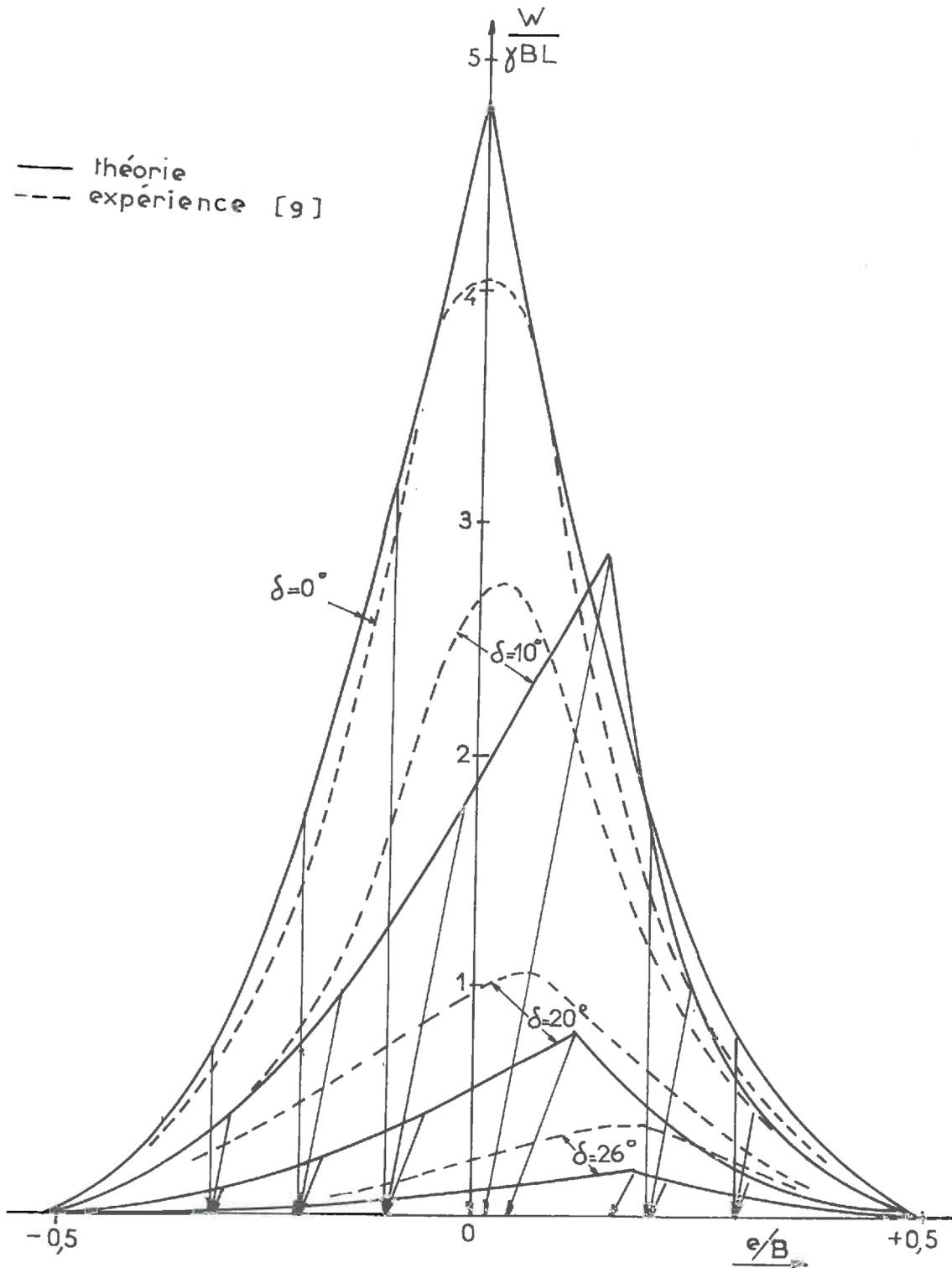
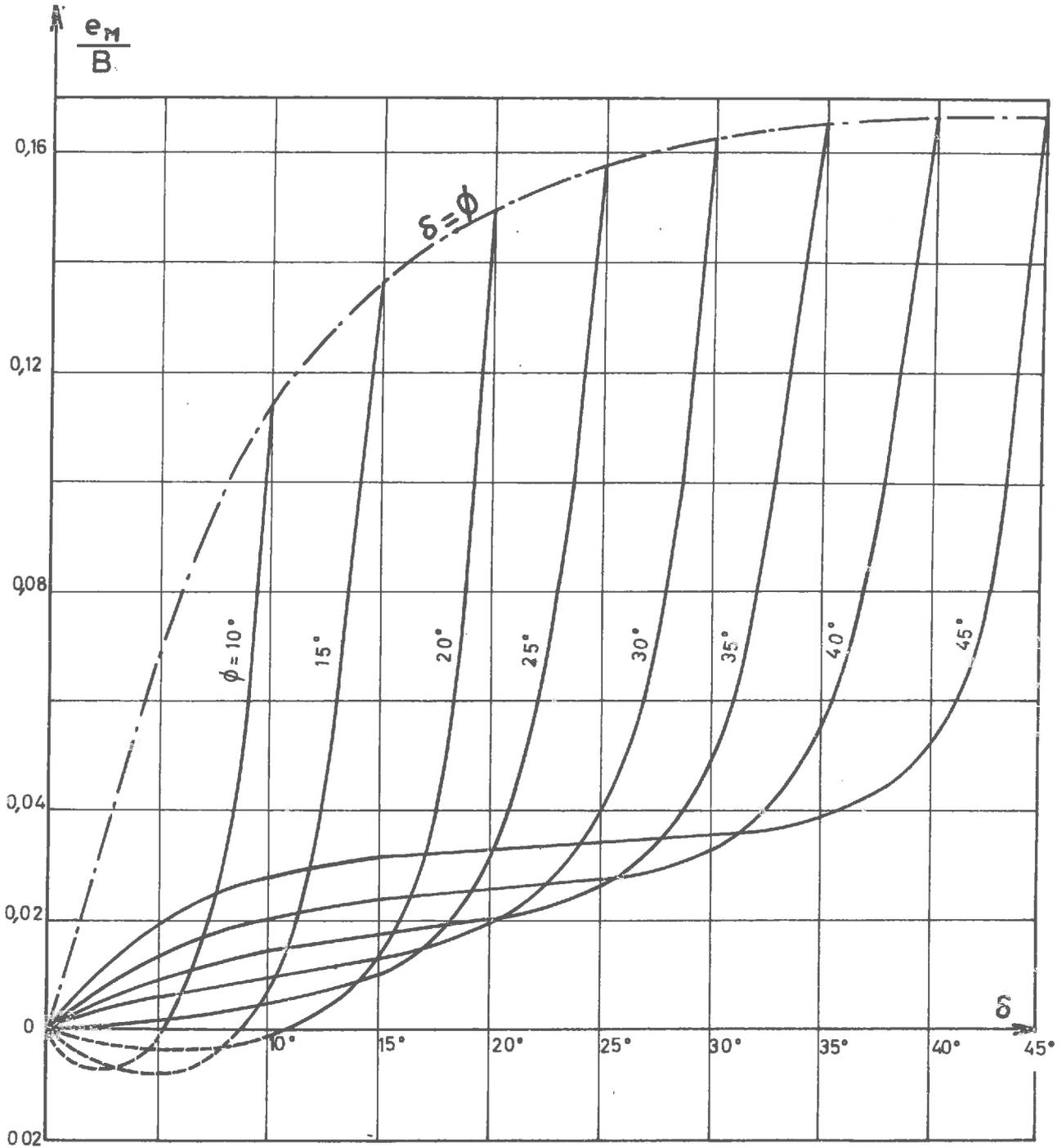


Fig. 3-31: influence de l'inclinaison et de l'excentrement sur la force portante

Fig. 3-32

EXCENTRICITES OPTIMALES POUR $N_{\gamma\delta}$ 

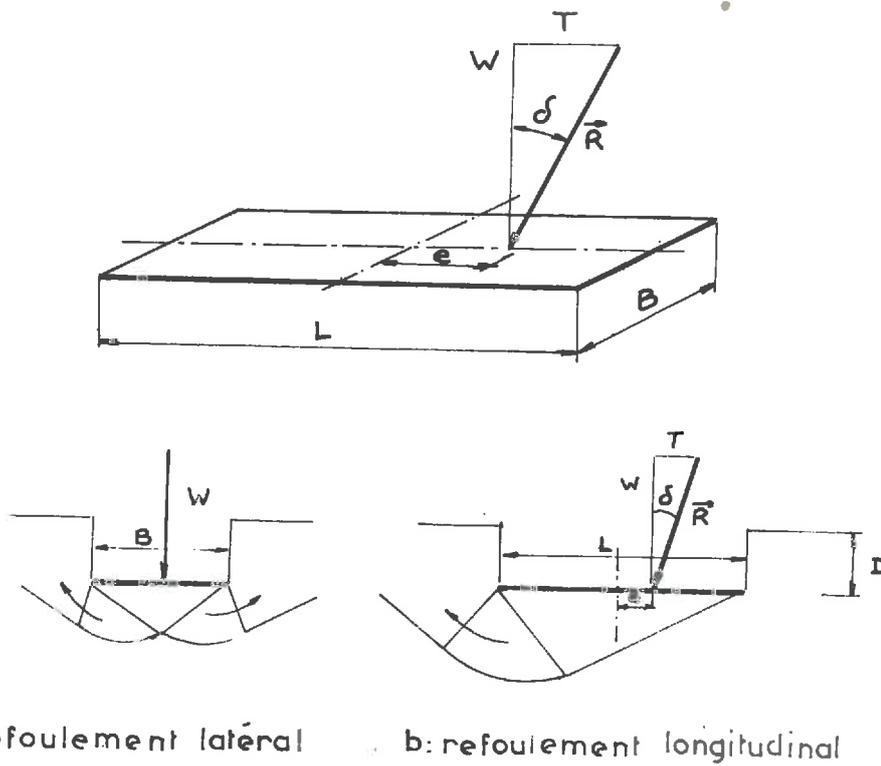


fig:3-33

- . Pour les grandes valeurs de δ , la courbe est tangente à une droite d'équation

$$T = CLB + Wtg\phi$$

qui n'est autre que la condition de COULOMB de plasticité parfaite.

- . Pour $\delta = \frac{\pi}{2}$ on trouve donc $T = CLB$.

Nous verrons aux § V.2.2. l'utilisation très importante que l'on peut faire de ces courbes. Sur les figures III-35 a, b, c, d, nous avons tracé $T = f(W)$ pour les plaques de dimensions voisines de celles de nombreuses chenilles, en particulier le D7 (CATERPILLAR).

Ces courbes ont été tracées pour un grand nombre de sols : c variant de 0 à 500 g/cm² et $\phi = 0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ$, soit au total 25 sols.

Sur la Fig. III-36, d'après ASTE, nous montrons l'influence de l'enfoncement sur les courbes $f(T, W) = 0$: nous constatons l'évidence que pour un enfoncement croissant, la portance croît.

III.2.2.2. Essais d'enfoncement de pénétrromètre :

Le pénétrromètre le plus couramment utilisé est constitué d'un cône fixé à l'extrémité d'une tige. Les dimensions en sont données à la Fig. III.37.

On enfonce le cône dans le sol, et en notant l'effort nécessaire pour enfoncer le cône, on peut caractériser le sol par un certain paramètre.

III.2.2.2.A. Le pénétrromètre W E S : l'essai de "cône index" CI

Le paramètre choisi par le W.E.S. est le cône index CI, défini de la façon suivante : on note l'effort nécessaire W pour enfoncer le pénétrromètre de 1, 2, 3, 4, 5 et 6 inch, et on pose:

$$CI = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 W_i$$

Il s'agit donc d'une définition purement empirique.

Pour plus de détails technologiques, on se reportera aux thèses de MERCKLE (23) et ASTE (24).

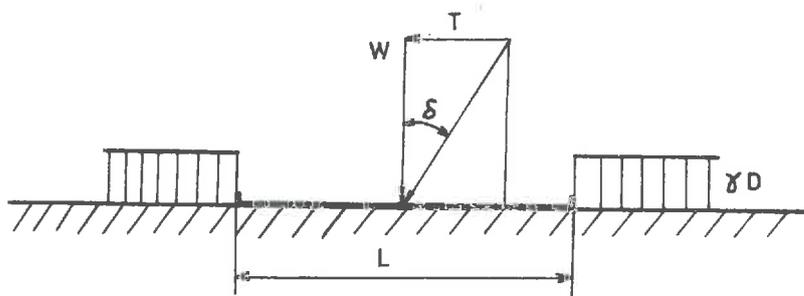
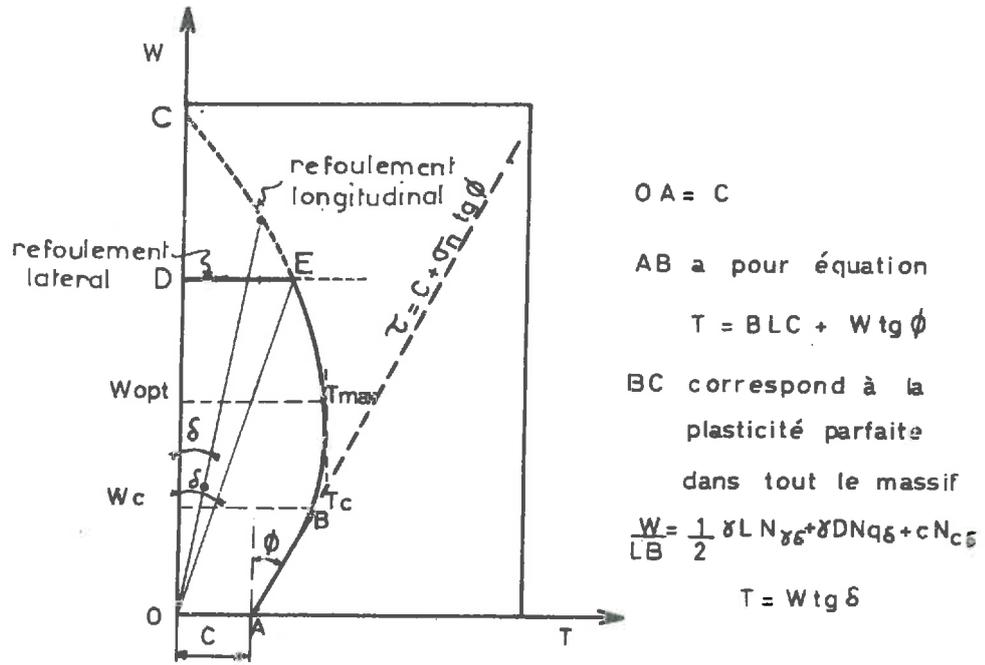


Fig. 3-34 : variation de T en fonction de W

Fig.17: Variation de l'effort horizontal en fonction de l'inclinaison de la charge

$B = 51\text{cm}$ $L = 241\text{cm}$ $\gamma = 1,5\text{ g/cm}^3$ $D = 20\text{cm}$

Fig.3-35a

Fig.3-35b

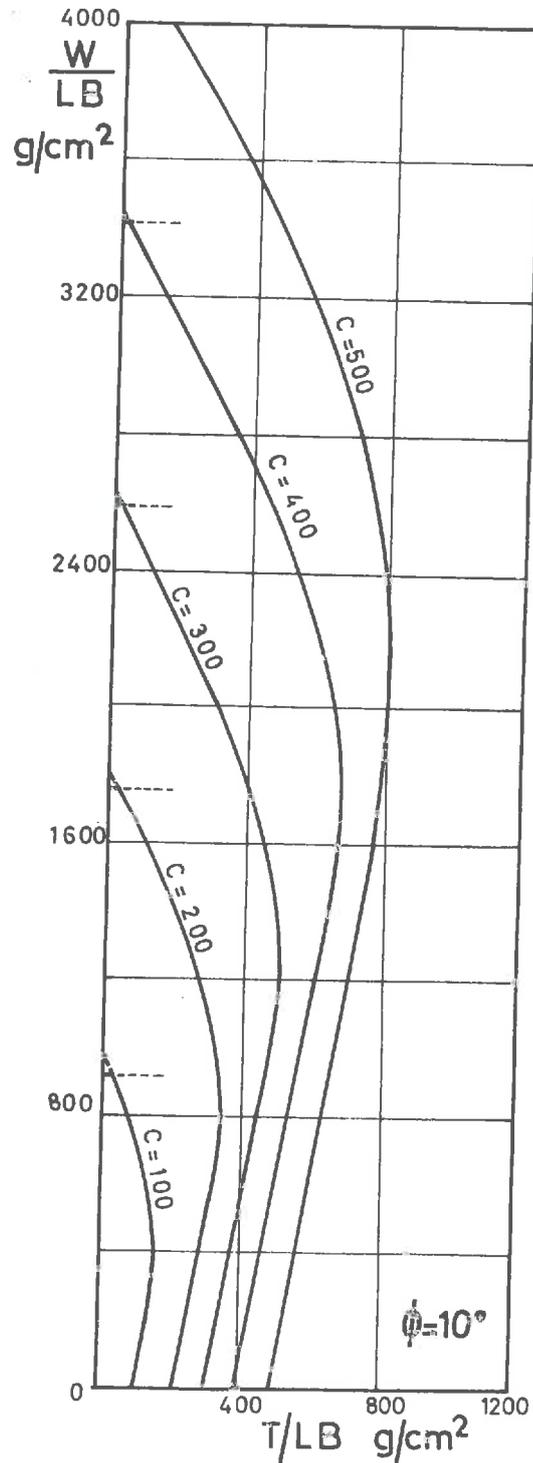
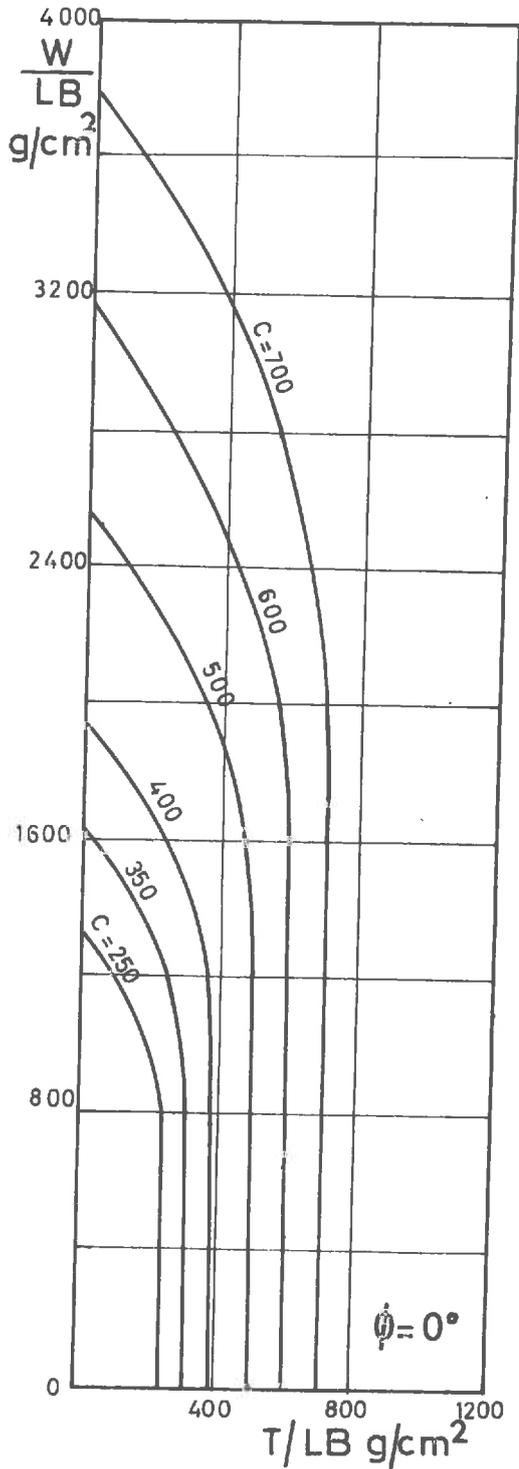


Fig. 3-35c

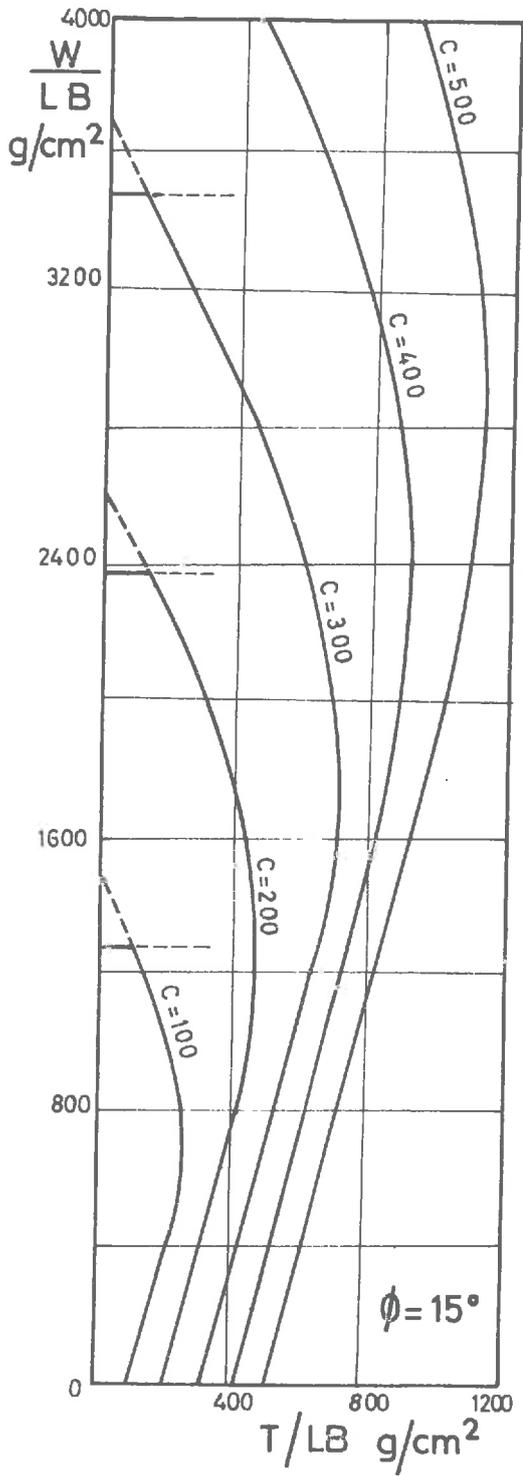


Fig. 3-35 d

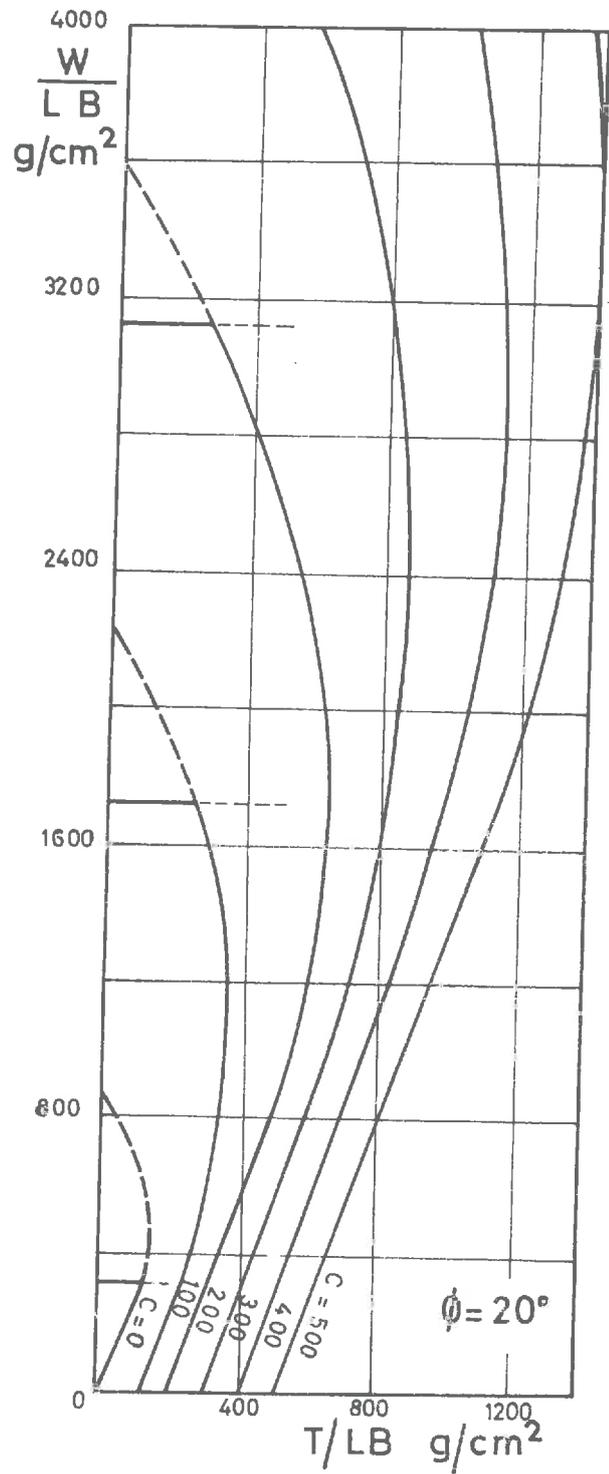
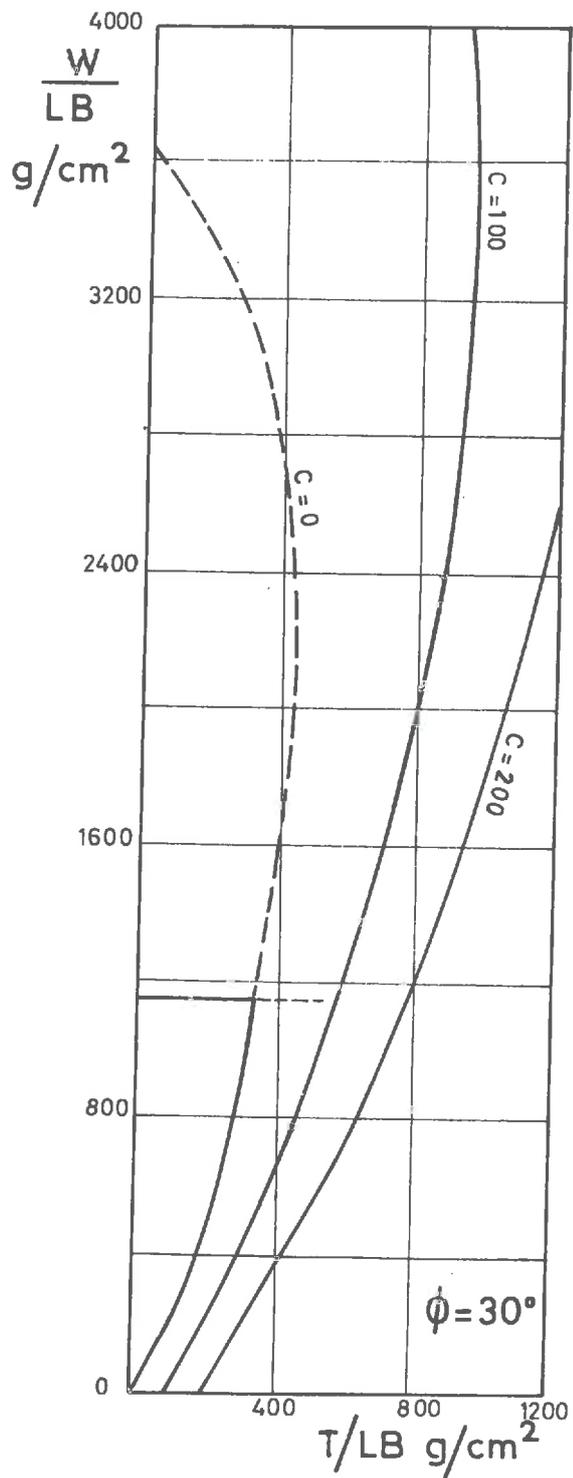


Fig . 3-35 e



Notre but est de montrer que l'on peut atteindre le CI à partir de considérations simples de Mécanique des Sols ; nous avons donc cherché à relier théoriquement le CI à C et ϕ , alors que SMITH (25) du W.E.S. donne le résultat de ses expériences pour lier le CI à C et ϕ , Fig. III-38.

III.2.2.2.B. Les essais de pénétrromètre réalisés au laboratoire de GRENOBLE.

Nous avons réalisé à GRENOBLE des essais sur sable et billes de verre. Afin d'étudier l'influence de la pointe sur la portance du pénétrromètre, nous avons conduit des essais avec pointe et d'autres sans pointe.

Les Fig. III-39 et III-40 montrent les résultats de ces essais.

- . Fig. III-39 : essais sur billes de verre avec pointe : CI = 20 psi
- essais sur billes de verre sans pointe : CI = 18 psi

On constate donc une faible différence entre les valeurs de CI obtenues avec pointe et celles obtenues sans pointe. On aboutit à des conclusions identiques sur sable sec.

- . Fig. III-40 : essai sur sable sec avec pointe : CI = 51 psi
- essai sur sable sec sans pointe : CI = 57 psi

Nous allons étudier maintenant l'interprétation théorique du CI et montrer l'intérêt des expériences réalisées en milieu pulvérulent.

III.2.2.2.C. L'interprétation théorique du CI.

MERCKLE puis ASTE ont donné une interprétation théorique du CI en partant de la formule de force portante d'une fondation circulaire :

$$p = \frac{1}{2} \gamma_{BN} \gamma_r + CNcr + \gamma DNqr.$$

$N\gamma_r$, Ncr et Nqr sont des coefficients de portance calculés par LE GALL (26) pour une fondation de révolution de base plane, en faisant l'hypothèse de la formation d'un coin de sol rigide sous la fondation.

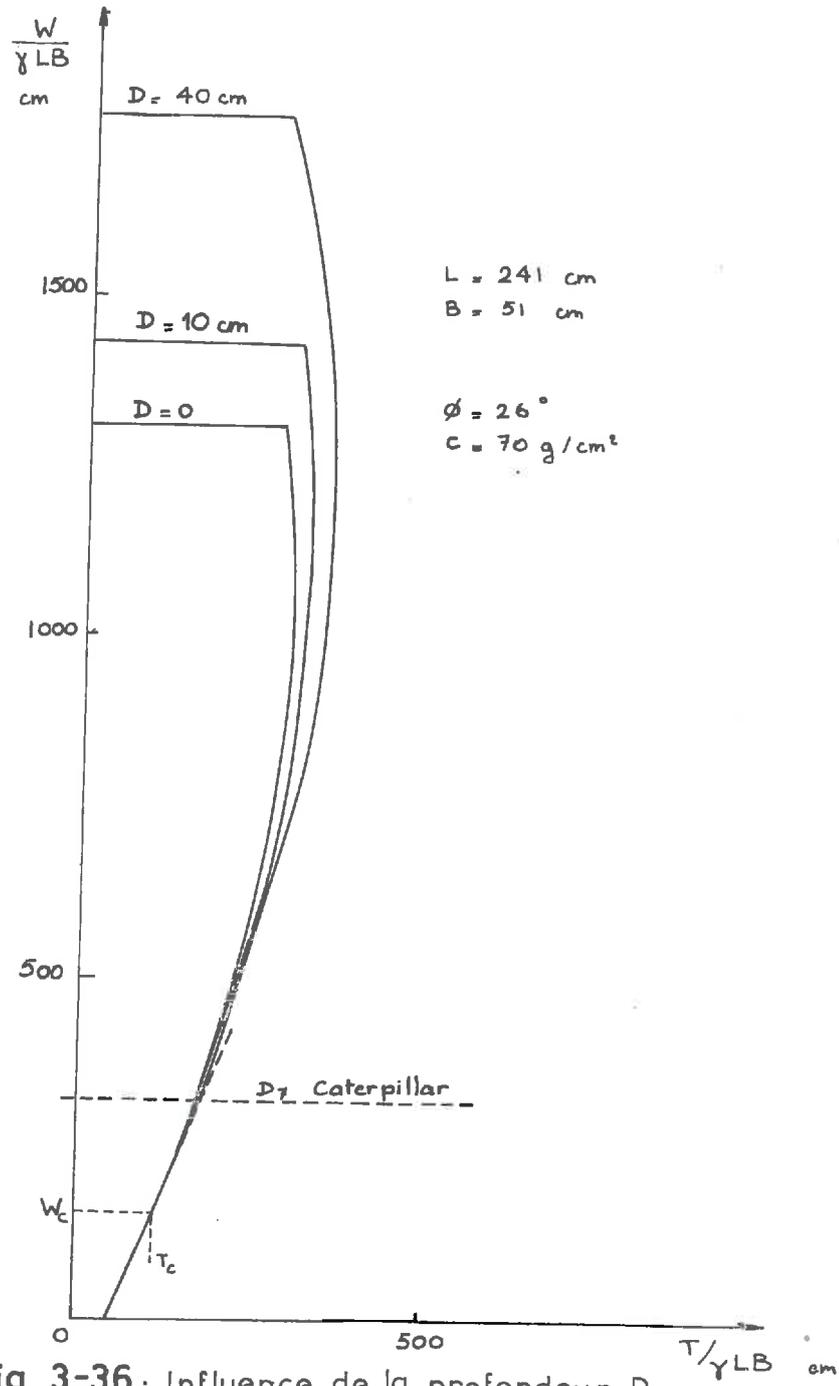
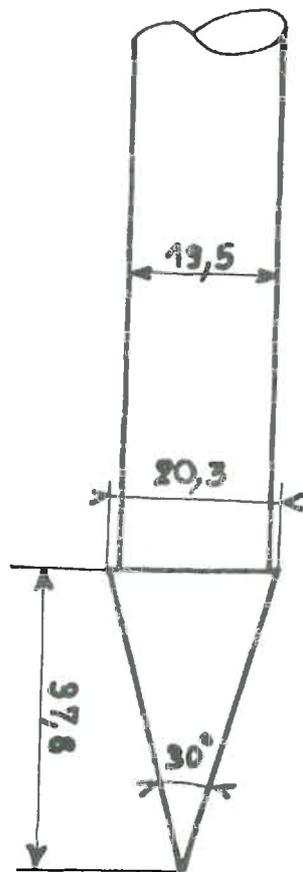


Fig. 3-37
PENETROMETRE
W. E. S.



ECHELLE : 1
(cotes en mm.)

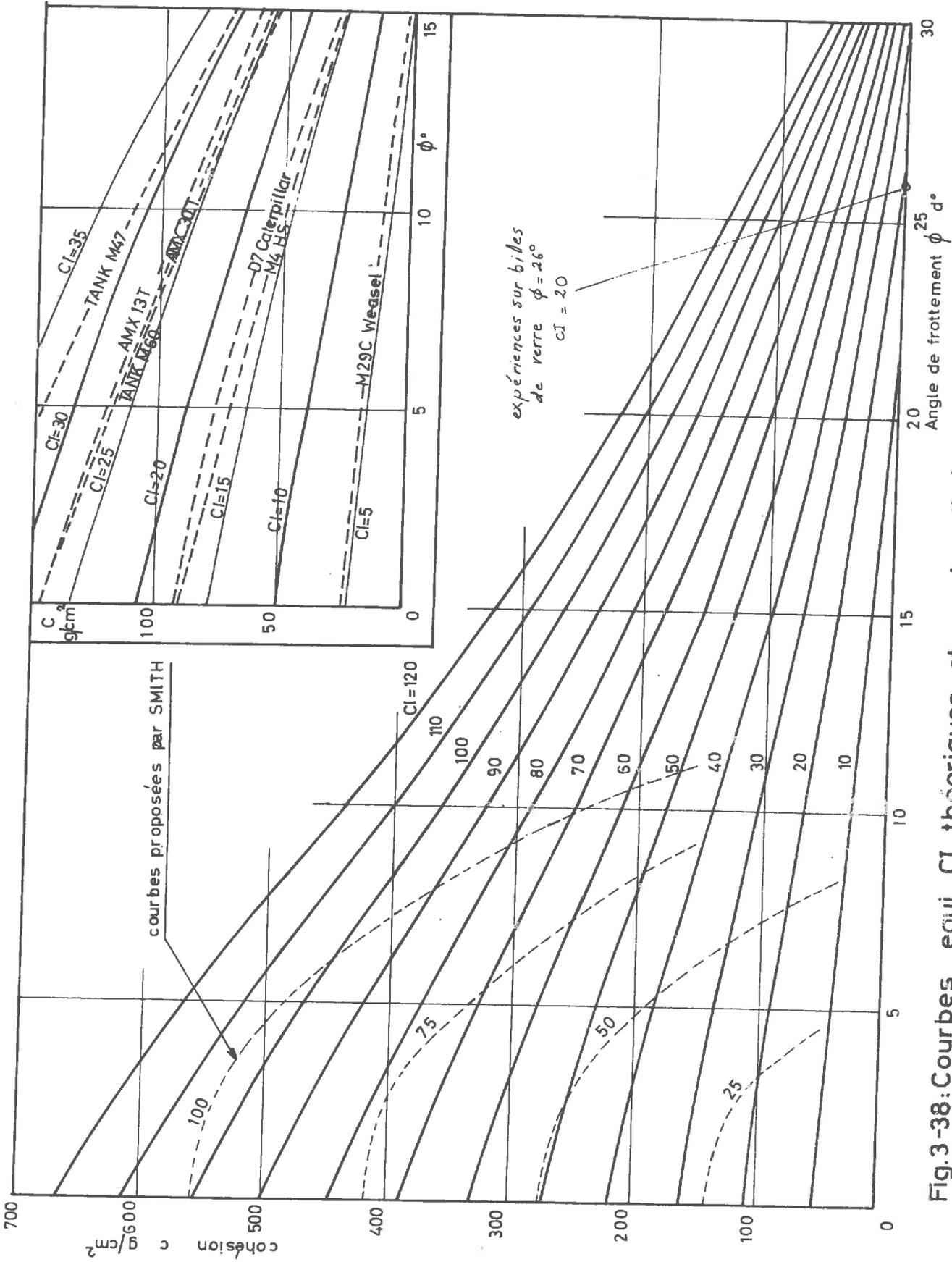


Fig.3-38: Courbes equi-CI théoriques et courbes limites théoriques pour quelques véhicules à chenilles

ESSAIS DE PENETROMETRE
BILLES DE VERRE $\phi = 26^\circ$

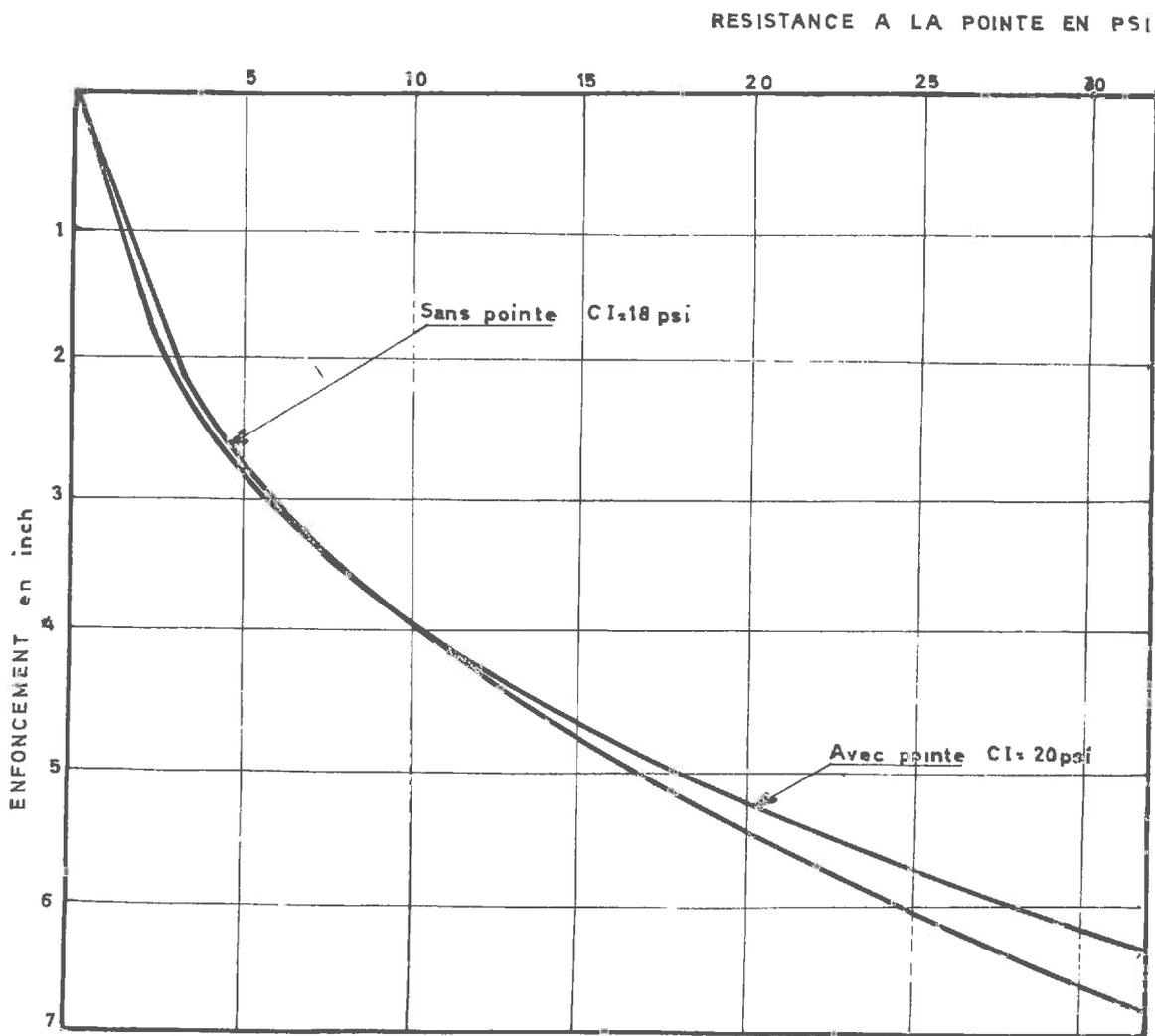


Fig. 3-39

ESSAIS DE PENETROMETRE
SABLE SEC
 $\phi = 40^\circ$

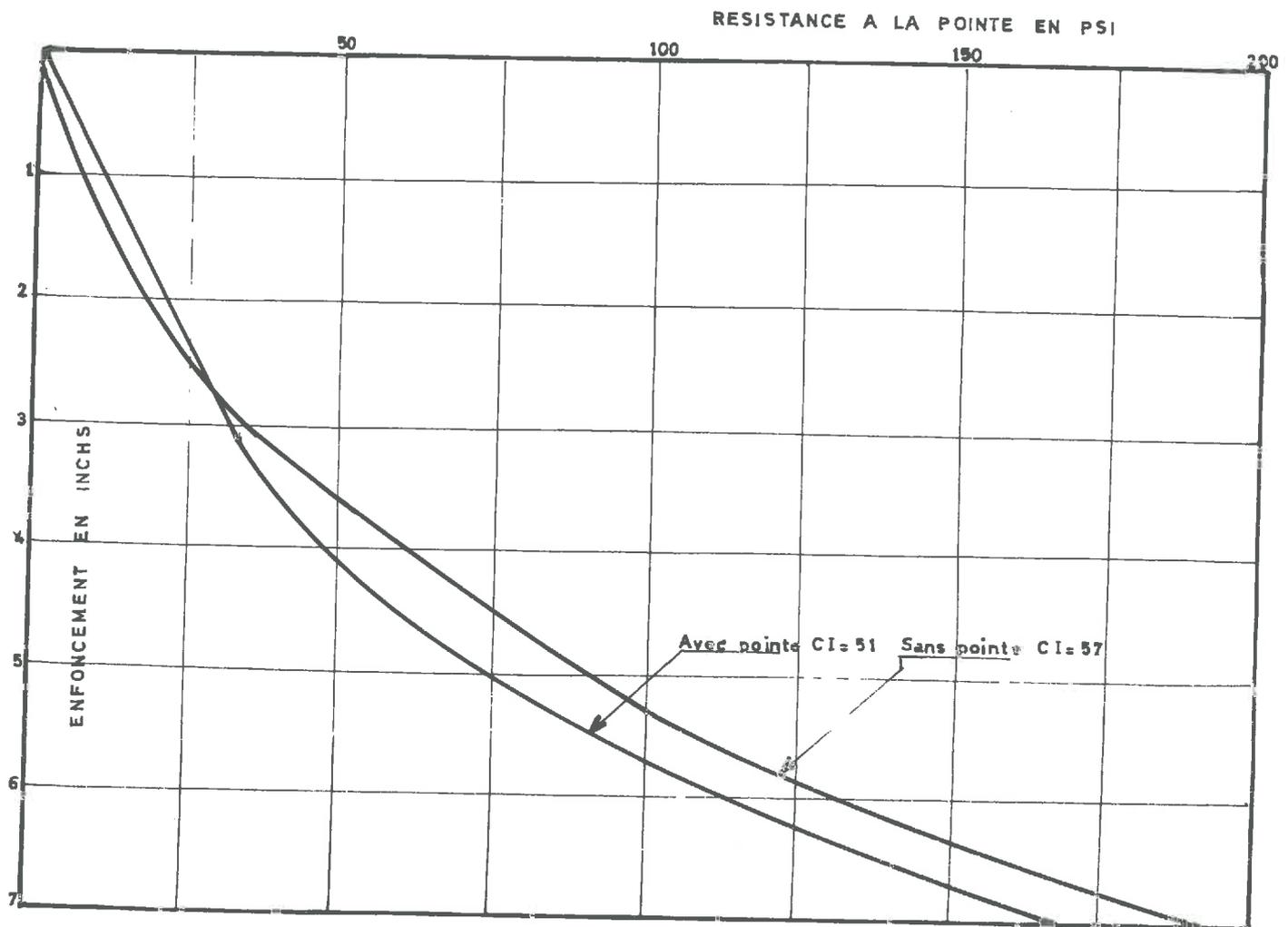


Fig. III-40

COMPARAISON ENTRE LES CI THEORIQUE ET EXPERIMENTAL EN MILIEU PULVERULENT

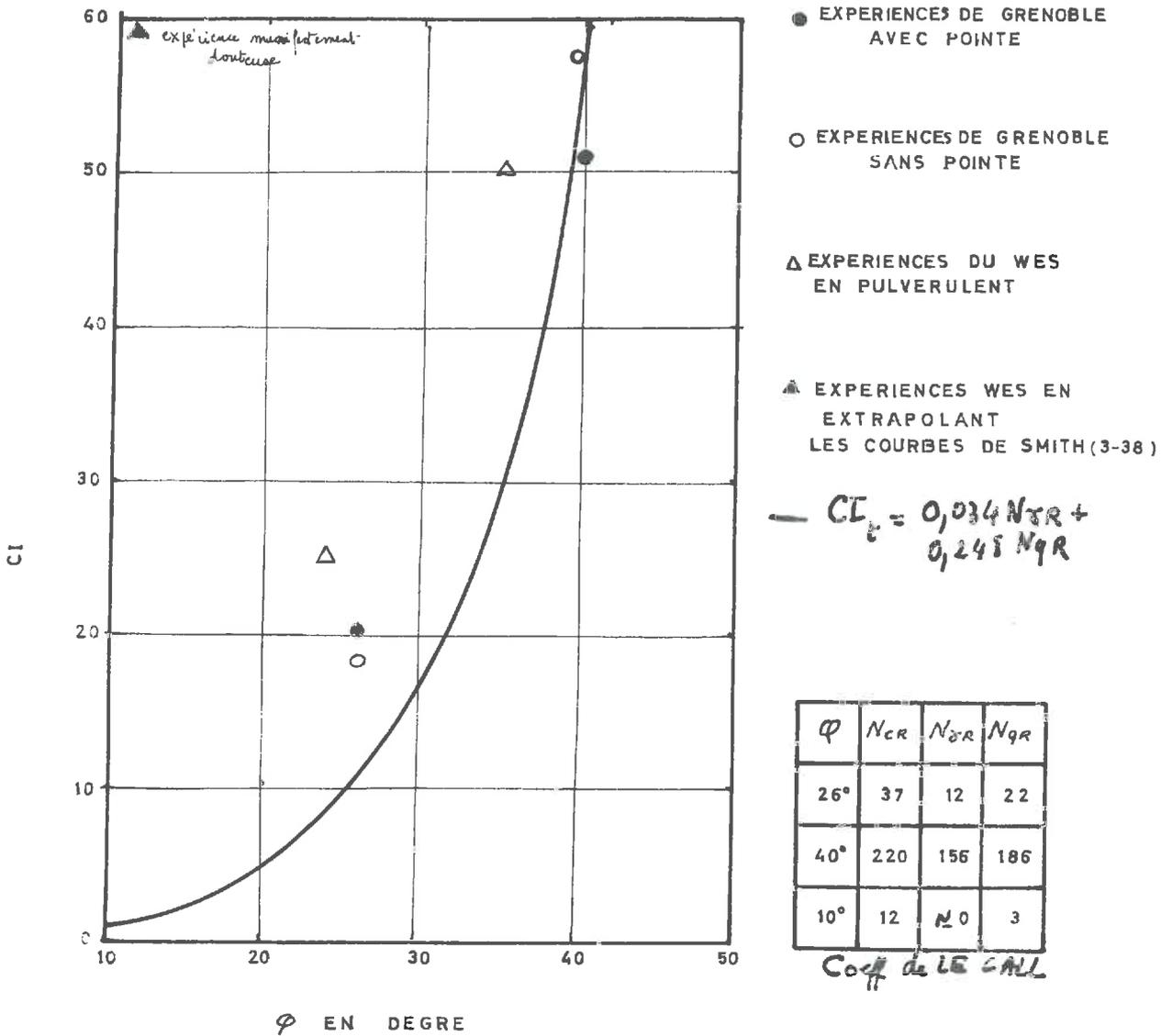


Fig. 3-41

Or nous voulons appliquer la formule de force portante à un pénétromètre pour lequel l'angle au sommet du cône est déterminé et égal à 15° . C'est pourquoi nous avons adopté lors de nos expériences un pénétromètre qui se présentait soit sous forme d'une fondation circulaire à base plane (expérience sans pointe) soit sous forme d'un pieu avec cône d'angle au sommet 15° (expérience avec pointe).

MERCKLE et ASTE ont montré que la résistance à la pointe mesurée expérimentalement est 1,5 fois la résistance à la pointe calculée à l'aide de la formule LE GALL.

Par suite, le CI théorique que nous noterons CI_t , sera égal, compte tenu des caractéristiques géométriques du pénétromètre du W.E.S., à :

$$CI_t = 21,6 (0,00157 N_{\gamma r} + 0,01143 N_{q r} + c_{Ncr})$$

en psi.

Nous avons parlé au § III-2.2.2.A. de la Fig. III-38 sur laquelle sont représentées les courbes expérimentales de SMITH $c = f(CI, \emptyset)$. Nous y ajouterons les courbes théoriques $c = g(CI_t, \emptyset)$, dont l'équation est :

$$c = \frac{1}{N_{cr}} \left(\frac{CI}{21,6} - 0,00157 N_{\gamma r} - 0,01143 N_{q r} \right)$$

Nous constatons sur cette Fig. III-38 que nos expériences sont en accord avec la théorie proposée pour interpréter le CI. Les expériences de SMITH ne sont donc en accord ni avec nos expériences, ni avec la théorie : elles paraissent douteuses car elles ont été réalisées sur une argile à laquelle on ajoutait de l'eau, elles n'ont pas été effectuées sur des sols ayant des C et des \emptyset différents.

La Fig. III.41 montre les courbes $c = f(CI, \emptyset)$ pour $c = 0$, c'est-à-dire que sur cette figure nous étudions CI_t en fonction de \emptyset . Nous comparons alors le CI_t et le CI expérimental dans des milieux pulvérulents : billes de verre et sable.

Nous constatons que les résultats sont concordants, et surtout que d'autres expériences de SMITH que celles critiquées précédemment, conduisent à des conclusions concordantes avec nos expériences et la théorie.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE III

1. BEKKER M.G., "Theory of land locomotion", Ann. Arbor The University of MICHIGAN Press (1956).
2. BEKKER M.G., "Off the road locomotion", ann. Arbor The University of MICHIGAN Press (1960).
3. JANOSI I.J. "Performance Analyses of a driven no defecting the in Soil", Land Locomotion Laboratory : RN°8091 LL N°84 (Juin 1963).
4. JANOSI I.J. "Theoretical analyses of the performance of tracks and wheels operation on deformable soils". Paper n°61605 - Land Locomotion Laboratory - December 1965. Présenté au Congrès d'Hiver de l'A.S.A.E. (Chicago).
5. NUTTAL C.J. "Scale Models of vehicules in soils and snows", Paper N°42. 1er Congrès de Locomotion tout terrain (TURIN 1961).
6. SOEHNE "Rolling Resistance and Brawbar Pull Measurements of Wheeled tractors as an investigation of soil value systems". Paper n°32 - Congrès de TURIN 1961.
7. ADAMS J. " An analyses of trachlayer performance" MS thesis Agricultural Engineering Department. University of DUBRAM (1961).
8. ROWE R.S. "Drag coefficients of locomotion over viscous soils" - Part II.
9. LISTON et HEGEDUS "Dimensional Analyses of load sinkage Relationships in Soils and Snow" - TR N°8612 (LL 100) - December 1964.
10. J. GIROUD Thèse de Doctorat ès Sciences - GRENOBLE 1969.

11. J.C. REY Thèse de 3ème Cycle - GRENOBLE 1966.
12. A.R. REECE "Problems of soils vehicule mechanics" Report N°8470 LL N°97
Land Locomotion Laboratory - Mars 1964.
13. B.M.D. WILLS "The Road sinkage Equation in Theory and Praticce" second int.
Congress of the International Society for terrain-vehicule systems.
QUEBEC (1966).
14. D.W. TAYLOR " Fundamentals of Soils mechanica" NEW-YORK (1948).
15. EMORI et D. SHURING "Model Study in earthworking equipment" A.S.A.E.-
Mars 1964.
16. G.C. MEYERHOF "The Ultimate Bearing Capacity of Foundations" Géotechnique
Volume 2 - 1951.
17. EVANS "The Sinkage of Tacked Vehicule on Soft Ground" J. of Terramechanics
Vol. 1 n°2 (1964).
18. KACIGIN et GUSKOV "The basis of tractor Performance Theory" J. of Terramechanics
Vol.5 n°3 - 1968 (traduit du Russe par REECE).
19. J.P. GIROUD "Settlement of a linearly loaded rectangular area" Journal of
the Soil Mechanics and Foundations Division. Proceeding of the
A.S.C.E. - Juillet 1968.
20. J. HEARINGER "Contribution à l'étude de la force portante limite des fondations
de surface en milieu pulvérulent à deux dimensions". Thèse de
Doctorat de Spécialité. Faculté des Sciences - GRENOBLE (1964).
21. PICCHIOTINO J. "Force portante des fondations, chargées à inclinaison et
excentricité variable. Etude expérimentale par analogie" Thèse de
Doctorat de Spécialité - Faculté des Sciences - GRENOBLE (1962).
22. TRAN-VO-NHIEM "Contribution à l'étude de la force portante limite des fonda-
tions superficielles dans un milieu à deux dimensions : fondations
à charge inclinée, excentrée et fondations sur talus". Thèse de
Doctorat de Spécialité . Faculté des Sciences - GRENOBLE (1965).

23. MERCKLE G. "Etude de la locomotion tout terrain et contribution à la détermination "in-situ" des caractéristiques du sol". Thèse de Doctorat de Spécialité - Faculté des Sciences - GRENOBLE (1965).
24. ASTE J.P. "Contribution à l'étude de la locomotion tous terrains sur chenilles" Thèse de 3ème Cycle, Faculté des Sciences de Grenoble (1967).
25. SMITH J.L. "Strength-Moisture-Density relations of fine grained soils in vehicule mobility research" W.E.S. Tech. Rep. N°3.63 - Janvier 1964.
26. LE GALL "Contribution à l'étude de la force portante de fondations circulaires peu profondes" . Thèse de Doctorat de Spécialité. Faculté des Sciences de GRENOBLE (1965).

CHAPITRE IV

LE PROBLEME DES CONDITIONS AUX LIMITES

Le problème des conditions aux limites est fondamental, tant du point de vue théorique puisqu'il est nécessaire de connaître les conditions aux limites pour intégrer les équations de la mécanique et la loi rhéologique, que du point de vue pratique puisqu'il est indispensable de définir parfaitement la géométrie de la surface du sol (négociation d'obstacles), la géométrie du véhicule, et la répartition des charges sous le véhicule.

Nous nous trouvons donc en présence de deux problèmes de conditions aux limites et nous étudierons successivement les conditions aux limites géométriques, puis les conditions aux limites en contraintes.

IV.1. LES CONDITIONS AUX LIMITES GEOMETRIQUES.

IV.1.1. GEOMETRIE DE LA SURFACE DU SOL.

En locomotion tous terrains, il est rare de se mouvoir sur un sol dont la surface est plane. En particulier, dans le cas de terrains accidentés, la difficulté consiste en l'application des formules de force portante, établies pour des fondations planes et horizontales. Aucune théorie, à ce jour, n'envisage le problème des fondations établies sur des plans obliques, l'assise de la fondation étant elle-même parallèle à ce plan. Un deuxième point à signaler est que la répartition des accidents de terrains est complexe et parfaitement aléatoire. Elle ne peut donc faire l'objet, sauf dans des cas très simples, d'une formulation mathématique, ce qui du point de vue théorique, dans l'optique de l'intégration des équations générales est un ennui considérable. On peut

envisager cependant de caractériser cette distribution par des paramètres définis par la statistique, mais il ne s'agira là que d'une information qualitative.

BEKKER (1) signale un appareil permettant l'enregistrement des accidents de terrain. L'enregistrement est ensuite dépouillé : la surface du sol est considérée comme une courbe représentant des vibrations quelconques dont on fait un développement en série de Fourier. On arrive par cette méthode à mettre la surface du sol en équation, sous la forme :

$$y(x) = \sum_1^m 2a_k \cos \left(\frac{x}{l_k} + \phi_k \right)$$

- y est la cote du point considéré à la surface du sol,
- x sa distance à l'origine,
- a_k , l_k , ϕ_k , sont les grandeurs caractéristiques d'une série de FOURRIER.

I.J. SATTINGER - S. STERNICK (2) ont détaillé lors du Congrès de TURIN le principe de cet appareil enregistreur.

IV.1.2. GEOMETRIE DE LA BANDE DE ROULEMENT.

Le problème a autant d'importance que le précédent, mais il est plus aisé à définir, au moins en locomotion sur chenilles. La chenille se déformant très peu, on connaît sa longueur L et sa largeur B. Pour une roue, en raison des déformations du pneumatique, la géométrie de la bande de roulement est plus délicate à définir.

Nous ferons également intervenir dans la géométrie de la bande de roulement, la forme de la surface de contact sol-véhicule. Il existe, en effet, quelques chenilles lisses, mais il est plus courant de la voir dotée de crampons, ce qui modifie les conditions aux limites. Pour définir la surface de contact sol-véhicule, il faudra donc également connaître :

- la hauteur des crampons,
- leur espacement,
- leur épaisseur,
- leur largeur qui est généralement celle de la chenille.

IV.2. LES CONDITIONS AUX LIMITES EN CONTRAINTES.

IV.2.1. INFLUENCE DE L'EXCENTRICITE DE LA REACTION DU SOL SUR LE VEHICULE.

Nous avons démontré au § II.3.3. que la résultante \vec{R} des actions du sol sur la bande de roulement dépendait du couple moteur et de la position du centre de gravité quant à la position de son point d'application.

Le couple moteur et la position de G étant données, on en déduit que la position du point d'application de \vec{R} est également une donnée, donc l'excentrement de la réaction est une donnée que les conditions aux limites en contraintes doivent respecter.

Nous avons vu au § III.2.2.1.B. et notamment sur la Fig.III.3 1. quelle était l'influence de l'excentrement de \vec{R} sur la portance de la chenille.

C'est donc un paramètre que l'on aura intérêt à préciser avec soin car faute d'information rigoureuse sur l'excentrement de \vec{R} , on risque de surestimer la portance des chenilles.

IV.2.2. INFLUENCE DE L'INCLINAISON DE LA REACTION DU SOL SUR LE VEHICULE.

Nous avons démontré au § II.3.3. que la direction de la résultante de \vec{R} , dépendait de l'effort de traction du crochet \vec{T} qui est une donnée. Donc l'inclinaison de \vec{R} est une donnée dépendant de \vec{T} .

Or il se trouve que l'inclinaison de \vec{R} comme son excentrement a une très grande importance.

Prenons par exemple un calcul de force portante en plasticité parfaite. Pour des contraintes inclinées au maximum vers le centre de la fondation, le coefficient de force portante $N_c = \frac{3\pi}{2} + 1 = 5,71$, alors que pour des contraintes inclinées au maximum vers l'extérieur, il n'est plus égal qu'à $\frac{\pi}{2} + 1 = 2,57$.

Ce qui prouve que la portance peut être considérablement affectée par l'inclinaison de \vec{R} . Nous citerons ci-dessous les résultats de J. BIAREZ (3)

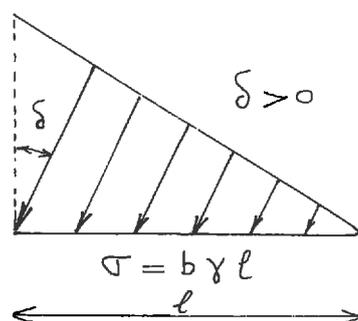
en milieu pulvérulent et cohérent (Voir tableau)

Milieu purement cohérent $C \neq 0$

ϕ	σ_t / C	σ_m / C
0	+ 1	$(3 \frac{\pi}{2} + 1)$
0	0	$\pi + 2$
0	- 1	$\frac{\pi}{2} + 1$

Milieu pulvérulent $\phi \neq 0$. $C = 0$

ϕ	10°	20°	30°	40°
$\delta = \phi$	0,20	0,35	0,50	0,65
$\delta = 0$	0,55	2,75	15,50	70
$\delta = -\phi$	0,95	7,1	51	541



On constate donc que plus δ décroît algébriquement, plus la portance augmente. Cette constatation aura un grand intérêt en locomotion comme nous le verrons lors de l'étude de l'effort de traction disponible au crochet.

En ce qui concerne la portance, on aura, de plus, intérêt à ce que les chenilles soient inextensibles : il faudra éviter l'emploi de chenilles qui pourraient se déformer aussi bien longitudinalement que latéralement.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE IV

1. BEKKER M.G. "Off the Road Locomotion" . Geometrical Properties of terrain surface . P: 41. An Arbor. 1960.
2. SATTINGER & STERNICK "An Instrimentation System for the Measurement of Terrain geometry". Proc. of the first Int. Conf. on the mechanics of soil-vehicule systems. TURIN 1961.
3. BIAREZ J. "Remarques sur les calculs de stabilité de talus", Ann. Ponts et Chaussées n 19 (Juillet-Août 1962).

CHAPITRE VRESOLUTION DU PROBLEMEV.I. LA SOLUTION EXACTE : RESOLUTION THEORIQUE.

La solution exacte consiste à prendre le problème dans toute sa généralité.

Il faudrait donc, en tenant compte des équations de la mécanique, intégrer la loi rhéologique et aboutir à une solution vérifiant les conditions aux limites. Nous avons vu que pour traiter ce problème, nous nous heurterons, outre aux difficultés mathématiques, aux problèmes suivants :

- . Les équations générales de la mécanique sont faciles à appliquer à condition de connaître G ; leur application dépend également de la vitesse constante à laquelle se meut le véhicule. Pour le sol, il n'y a aucun problème, on conserve l'hypothèse des accélérations nulles, c'est-à-dire qu'on écrit l'équation de CAUCHY.
- . La loi rhéologique du sol est pratiquement toujours inconnue : on ne sait écrire que des lois rhéologiques dans des domaines limités de déformations, très souvent celui des grandes déformations, ce qui se justifie en locomotion.
- . Les conditions aux limites sont délicates à définir mathématiquement :
 - La réaction du sol \vec{R} sur la chenille dépend de la vitesse de translation des chenilles par son excentrement, du centre de gravité du véhicule par son inclinaison et son intensité.
 - La surface du sol dans le cas de terrains accidentés est délicate à traiter mathématiquement comme conditions aux limites.

Moyennant toutes ces difficultés qu'il faut encore ajouter aux difficultés de la technique mathématique d'intégration, on comprend qu'il n'existe à ce jour aucune tentative de résoudre le problème dans sa généralité par cette voie. Ce qui est fait actuellement consiste en des approximations qui aboutissent à des solutions d'intérêt restreint car elles restent très particulières. La plus courante de ces approximations est l'"analogie plaque-chenille".

V.2. LES SOLUTIONS APPROCHÉES ET PARTIELLES : L'ANALOGIE PLAQUE-CHENILLE.

Une chenille qui se meut à vitesse constante, peut être considérée comme une plaque rectangulaire de dimensions L et B et soumise à une force inclinée excentrée \vec{R} . Nous avons en effet :

$$\vec{W} + \vec{T} + \vec{R} = 0$$

donc \vec{R} peut être considérée comme la résultante de \vec{W} et de \vec{T} .

Il ne faudra surtout pas négliger l'équation des moments, qui nous fournira l'excentrement de \vec{R} .

V.2.1. PERFORMANCES NORMALES DU VÉHICULE : PORTANCE, ENFONCEMENT.

Il s'agit ici d'étudier la portance du sol sous un véhicule à chenilles purement moteur, c'est-à-dire sans efforts de traction. Nous avons vu au § III.2.2.1.A.γ. que nous appliquerions la formule de TERZAGHI, améliorée par des coefficients de forme. La force portante sera notée R_q .

$$\frac{R_q}{2LB} = \frac{1}{2} \gamma \cdot B N_{\gamma\delta} \cdot \pi_{\gamma e} \lambda_{\gamma} + c N_{c\delta} \cdot \pi_{ce} \lambda_c + q N_{q\delta} \cdot \pi_{qe} \cdot \lambda_q \quad q = D$$

Nous avons vu au § III.2.2.1.A.β. qu'en général $\lambda_{\gamma} = \lambda_c = \lambda_q = 1$ pour les véhicules à chenilles courants.

$$\frac{R_q}{2LB} = \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot \pi_{\gamma e} \cdot N_{\gamma\delta} + c N_{c\delta} \cdot \pi_{ce} + \gamma \cdot D \cdot \pi_{qe} N_{q\delta}$$

Nous allons supposer comme il a été indiqué au § II.3.3. que $\delta = 0$, $e = 0$, c'est-à-dire que la force portante est normale et centrée. Il s'agit là d'hypothèses simplificatrices : nous restreignons le problème en tenant compte

$$\frac{R}{2LB} = \frac{1}{2} \gamma_B N \gamma + cNc + \gamma DNq$$

V.2.1.1. Problème de la portance.

Soit W le poids du véhicule. Admettons qu'il se répartisse également sur chaque chenille : chacune supportera ainsi $\frac{W}{2}$.

- Si $R_Q > W$ le sol pourra porter le véhicule, s'il ne s'enfonce pas en-dessous de la profondeur D .
- Si $R_Q < W$ le sol ne pourra porter le véhicule, qui alors s'enfoncera jusqu'à ce que $R_Q = W$.
- Si $R_Q = W$ on dira que le sol est un "sol limite". La portance est juste assurée.

Notons que l'enfoncement D ne peut pas être quelconque pour un véhicule, car se pose le problème de la garde au sol : D_m . En général, nous étudierons la portance pour un enfoncement égal à D_m puis égal à $\frac{D_m}{2}$.

Si bien que R_Q ne saurait dépasser la valeur R_{QM} pour un sol donné (c, ϕ et γ connus) et un véhicule donné (B, L et D_m connus).

$$R_{QM} = 2LB \left[\frac{1}{2} \gamma_{BN} \gamma + cNc + \gamma D_m Nq \right]$$

V.2.1.2. Notion de sol limite. Définitions du VCI théorique et du VCI du W.E.S.

Un sol limite pour un véhicule donné (W, D_m, L et B) sera un sol de caractéristiques c, ϕ et γ telles que $R_{QM} = W$, c'est-à-dire :

$$\frac{W}{2LB} = \frac{1}{2} \gamma_{BN} \gamma(\phi) + cNc(\phi) + \gamma D_m Nq(\phi).$$

Nous constatons qu'il existe une infinité de couples c et ϕ pour lesquels cette relation est vérifiée. Nous allons la mettre sous la forme $c = c(\phi)$.

$$c = \frac{1}{Nc} \left[\frac{W}{2LB} - \frac{1}{2} \gamma_{BN} \gamma - \gamma D_m Nq \right]$$

fig. V21-1 DEFINITION DE VIEIL POUR 4 VEHICULES

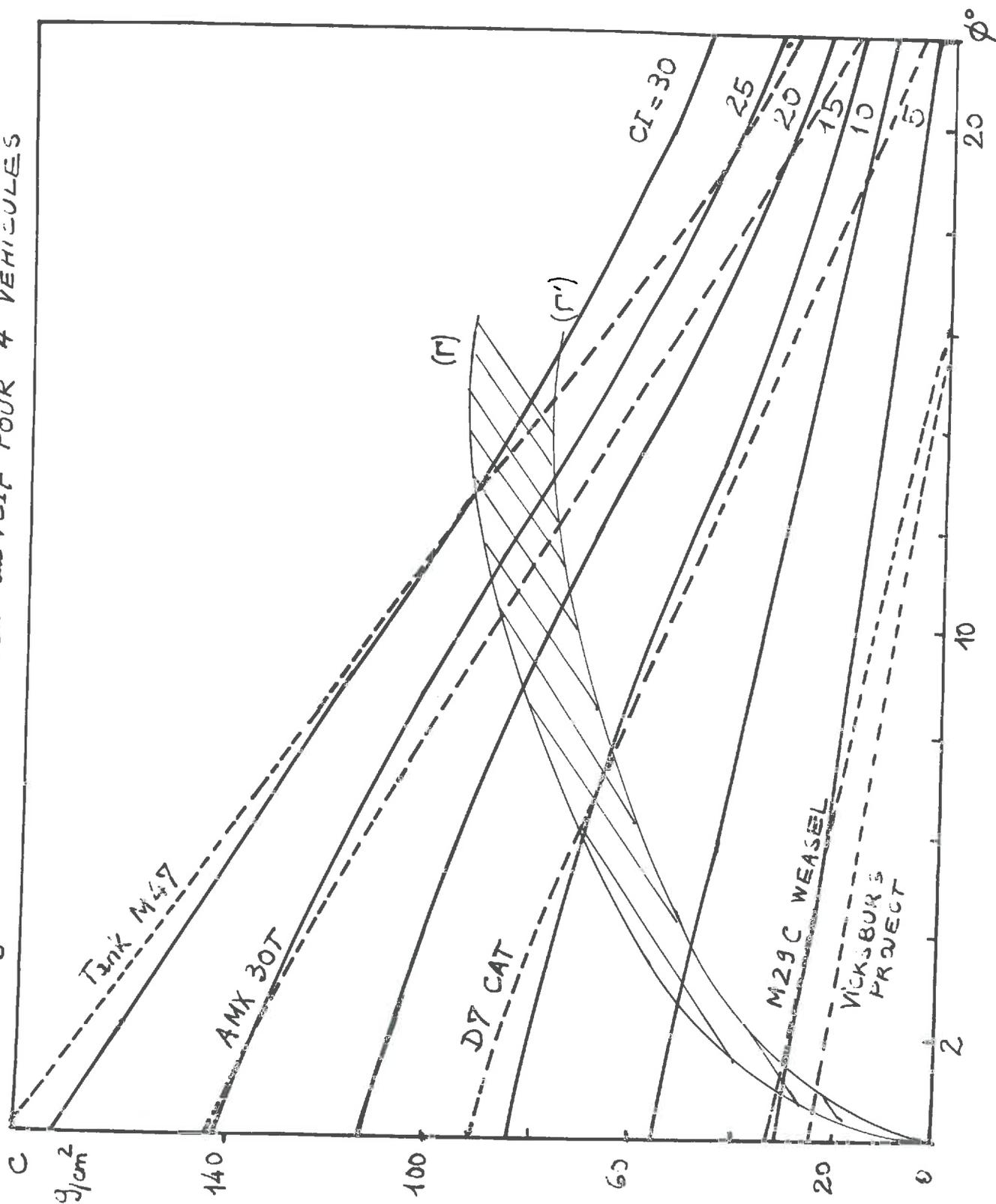
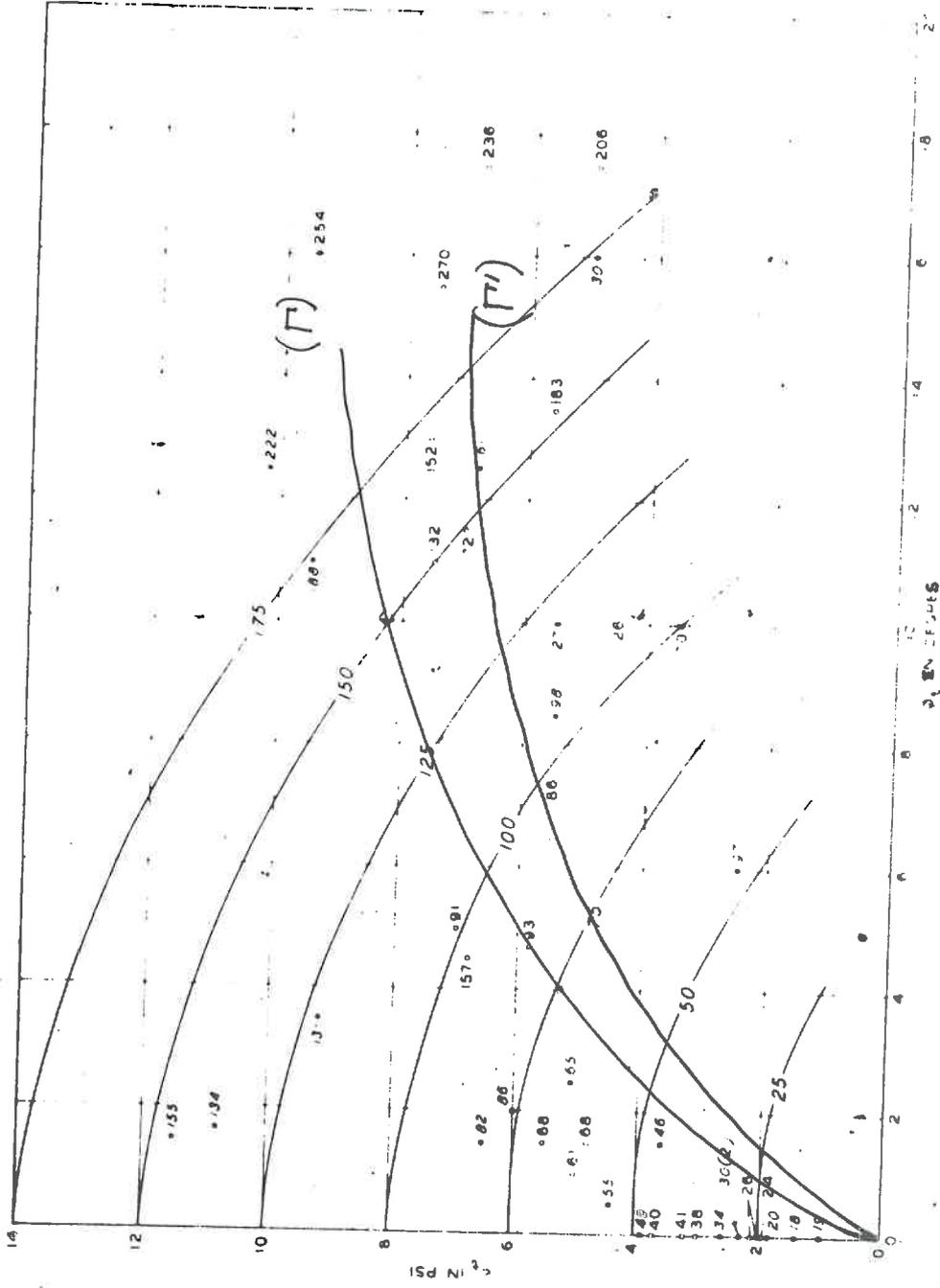


Fig n°21-2 CONE INDEX MESURÉ AU WES EN FONCTION DE C ET ϕ .



NOTE ARGILE LEGERE ○
 ARGILE LOUADE ●

LES VALEURS INDIQUEES SONT LES CI MESURES

100 - 1000

Si nous traçons cette courbe pour un véhicule donné, dans le même plan c, ϕ de la fig. III.38, et avec une même densité de sol, dans un domaine (c, ϕ) que nous préciserons ultérieurement, nous pouvons définir un véhicule Cone Index théorique $VCI_t(\phi)$ qui dépend de ϕ , tel que :

$$\begin{aligned} \text{Si } VCI_t &\geq CI_t && \text{le véhicule considéré peut se mouvoir sur} \\ &&& \text{le sol } c, \phi \\ VCI_t &< CI_t && \text{le véhicule est enlisé.} \end{aligned}$$

Mais ce nouvel indice théorique dépend de ϕ . Ainsi la Fig. III.38 (courbes en haut à droite) montre que VCI_t ($\phi \simeq 0$) pour le M29C Weasel est de 5. Nous voyons sur la Fig. V21-1 que cette valeur n'est plus la même quand ϕ augmente. Pour se rapprocher le plus des résultats du W.E.S., il faudra donc définir notre VCI_t pour des sols ayant des angles de frottement interne voisins de ceux utilisés par le W.E.S. La gamme des sols utilisés par le W.E.S. est représentée sur la Fig. V21-2, ce domaine est reporté sur la Fig. V21-1 où il est limité par les courbes (Γ) et (Γ').

On définit donc le VCI_t de certains véhicules dans le domaine considéré.

Tank M 47	27
AMX 30 T	23
D7 CAT	15
M29C WEASEL	6

Il s'agit maintenant de comparer ces résultats théoriques avec les résultats expérimentaux et statistiques du W.E.S. que nous noterons VCI sans indice. Pour cela nous utiliserons le système des coordonnées VCI.MI.

MI est un indice défini d'une façon purement empirique par le W.E.S. Il dépend de :

- la pression moyenne $p = \frac{W}{2LB}$ principalement,
- du poids du véhicule,
- des dimensions des chenilles,
- des dimensions des crampons,
- de la garde au sol et d'autres paramètres secondaires.

Le facteur prépondérant est de loin la pression moyenne.

Le W.E.S. donne une formule empirique permettant de calculer MI (Mobility Index) et une courbe donnant le VCI en fonction du MI. Cette courbe a été obtenue par la moyenne de très nombreuses expériences et figure sur la courbe V21.3 en trait plein.

Nous remarquons sur cette figure que $VCI \simeq 2,5 VCI_t$
Le coefficient de proportionnalité peut s'expliquer par :

- la différence de définition du VCI_t et du VCI : Notre VCI_t est défini pour un sol ayant des caractéristiques C et ϕ données. Le VCI du W.E.S. est défini pour le passage de 80 véhicules. Il aurait fallu tenir compte dans notre calcul du remaniement du sol. Le W.E.S. a introduit à cet effet un coefficient le "Rating Index" noté RI dont nous donnons les variations en fonction du CI sur la Fig. V.21.4. Le nouveau CI est alors noté $RCI = CI.RI$, ce qui fait que notre VCI_t sera à multiplier par 2 pour des CI inférieurs à 100, ce qui est le cas envisagé.

- Nous avons supposé pour calculer le CI_t que les contraintes sous la chenille étaient normales. En fait, il n'en est sûrement pas ainsi et nous avons vu au § IV.2.2. l'influence considérable de l'inclinaison des contraintes sur la portance d'une plaque.

De toute manière, notre but ici n'était pas d'obtenir $VCI_t = VCI$, mais de justifier par des considérations très simples et très classiques les définitions du W.E.S. qui paraissent absolument arbitraires à priori.

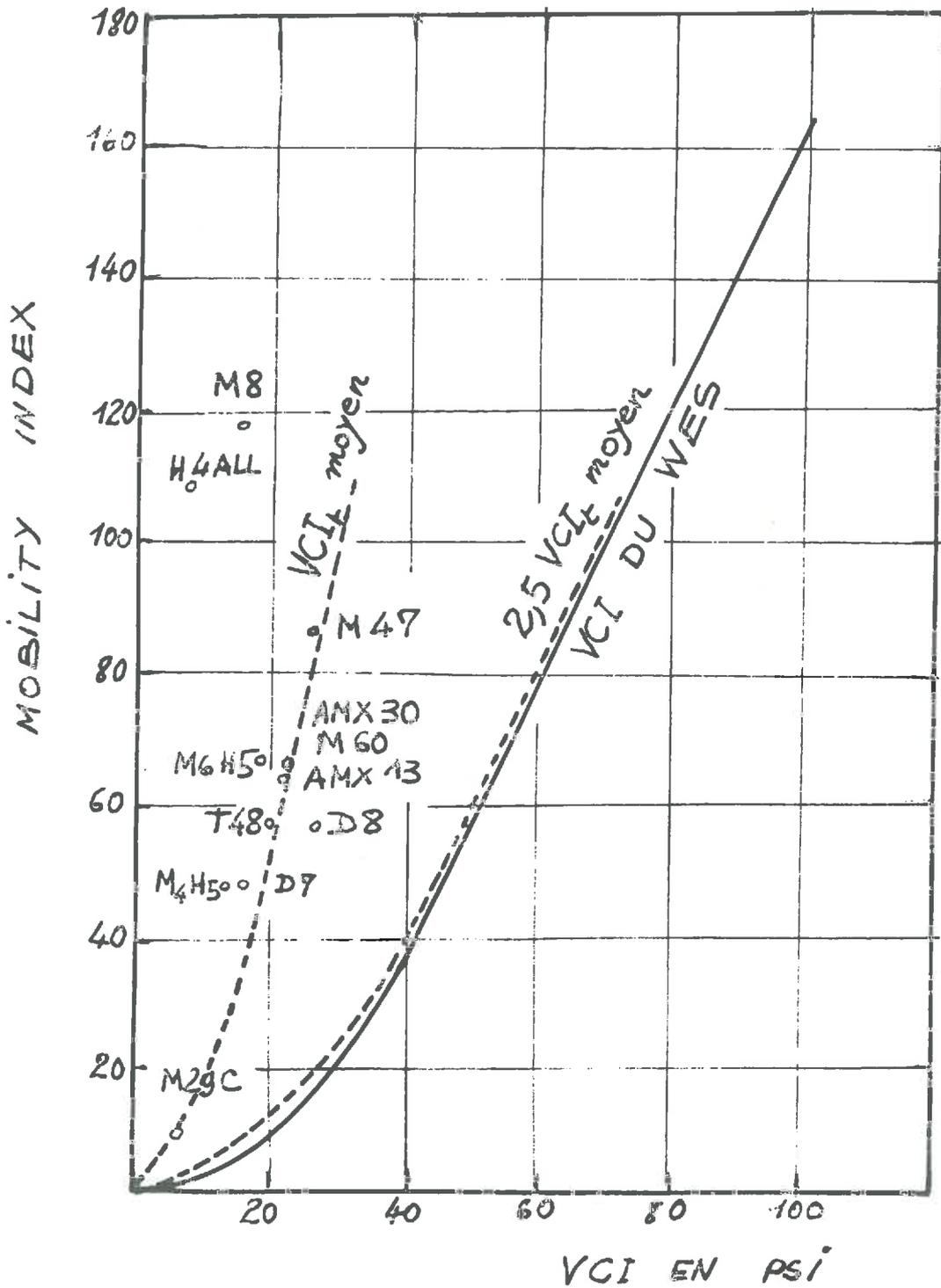
V.2.2. CHENILLE MOTRICE - ETUDE DE L'EFFORT AU CROCHET DISPONIBLE

Il s'agit d'étudier l'effort horizontal T disponible au crochet d'un engin sur chenilles motrices. Nous nous placerons dans les cas d'une locomotion sur terrains purement cohérents, puis sur terrains quelconques.

V.2.2.1. Chenille motrice en milieu purement cohérent.

Si nous considérons un engin à chenilles sans que l'on

fig V21-3 COMPARAISON VCI_t et VCI
EXPERIMENTAL DU W.E.S.



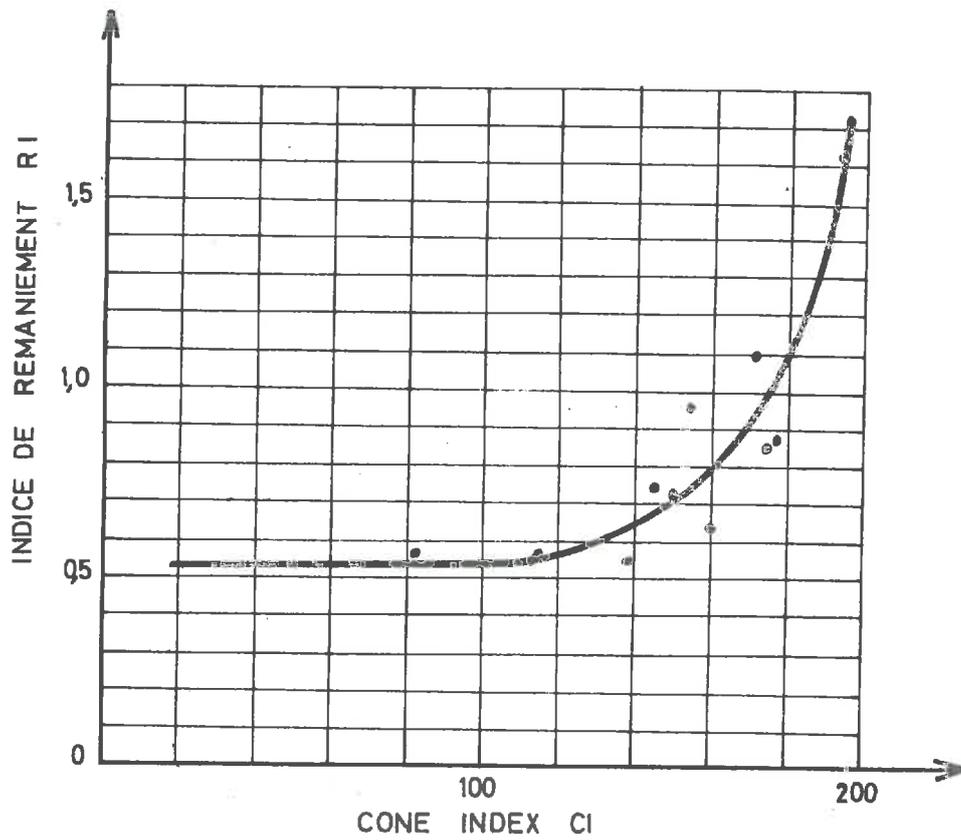


Fig. 21.4 Relation entre le cone index et l'indice de remaniement (d'après réf. 15)

sollicite son crochet, les formules classiques de force portante nous donnent :

$$p_0 - \gamma D = (\pi + 2) C'v \quad \text{avec } C'v = \frac{Cv}{2}$$

Imaginons alors que le même engin se meut sur un sol de cohésion supérieure à $C'v$, soit $C'v + \Delta C$, avec le même enfoncement que précédemment. Nous aurons alors un effort horizontal T disponible au crochet (Fig. V.1).

Dans ce cas, pour aborder la solution, il nous faut adopter un schéma de répartition des contraintes comme celui de la Fig. V.2, et les formules de force portante que l'on peut alors appliquer sont diverses. Nous utiliserons successivement la formule du Congrès de Londres (1957) :

$$p_0 - \gamma D = (\pi + 2) (C'v + \Delta C) (1 - 1,3 \operatorname{tg} \delta) \left(1 - 0,2 \frac{B}{L}\right)$$

puis un schéma utilisant la mise en plasticité parfaite de tout le sol sous la chenille.

V.2.2.1.A. Formule du Congrès de Londres (1957)

- Hypothèses : Nous rappelons que nous sommes en milieu cohérent ($\emptyset = 0$). Nous supposons d'autre part, étant donné le mode de fonctionnement de la chenille, que le refoulement du sol se fait longitudinalement, ce qui revient à supposer que la dimension B de la chenille n'a pas d'influence.

Autrement dit, le terme :

$$1 - 0,2 \frac{B}{L}$$

de la formule sera pris égal à 1, et nous aurons :

$$p_0 - \gamma D = (\pi + 2) (C'v + \Delta C) (1 - 1,3 \operatorname{tg} \delta)$$

Etant donné le coefficient 2 qui porte sur $C'v$ (voir thèse ASTE), nous écrirons :

$$p_0 - \gamma D = (\pi + 2) \left(\frac{Cv}{2} + \Delta C\right) (1 - 1,3 \operatorname{tg} \delta)$$

Or Cv est défini par la relation :

$$p_0 - \gamma D = (\pi + 2) \cdot \frac{Cv}{2}$$

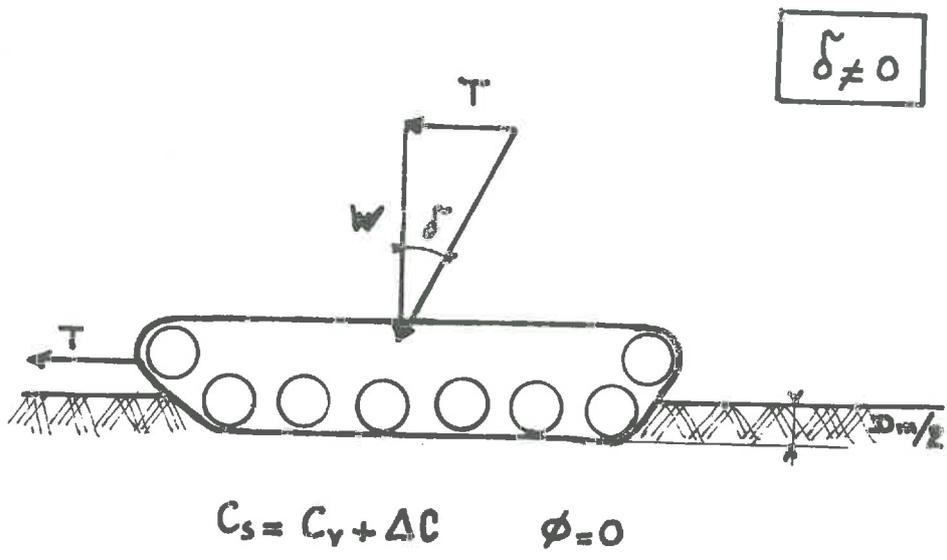
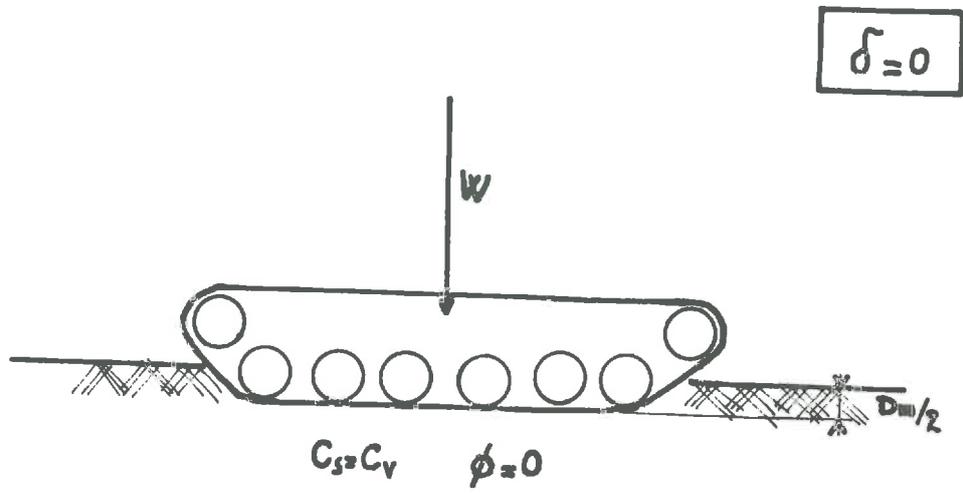
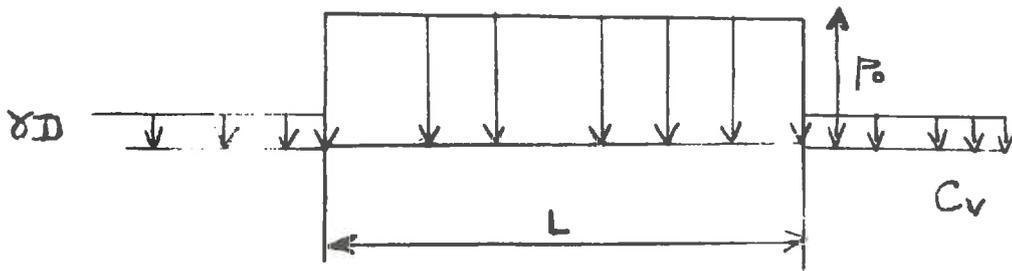
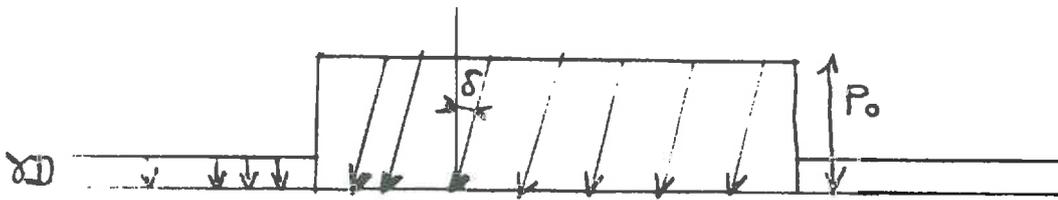


fig. V 1

fig V2 SCHEMAS DE CONTRAINTES



$$2-1 : \tilde{\delta} = 0$$



$$2-2 : \tilde{\delta} \neq 0$$

Et par suite :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{1,3} \frac{2 \frac{\Delta C}{C_v}}{1 + 2 \frac{\Delta C}{C_v}}$$

Posons $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{1,3}$ et nous obtenons finalement :

$$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \frac{\Delta C}{C_v}}{1 + 2 \frac{\Delta C}{C_v}}$$

D'où les résultats numériques suivants :

$\frac{\Delta C}{C_v}$	0,1	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \beta}$	0,166	0,230	0,286	0,333	0,375	0,412	0,444	0,473	0,500

a) Résultats pour le D7 CATERPILLAR

Les caractéristiques de cet engin sont :

$$p_0 = 802 \text{ g/cm}^2$$

$$C_v = 195 \text{ g/cm}^2$$

$$D_m = 38 \text{ cm}$$

Nous avons tracé sur la Fig. V.4 la courbe représentant les variations de $\operatorname{tg} \delta$ en fonction de ΔC .

Il faut remarquer que nous n'allons pas au-delà de $\operatorname{tg} \delta = 40\%$, car la formule de Londres n'est plus applicable pour des inclinaisons supérieures.

b) Résultats pour le char AMX 13

Les caractéristiques sont :

$$p_0 = 764 \text{ g/cm}^2$$

$$C_v = 293 \text{ g/cm}^2$$

$$D_m = 30 \text{ cm}$$

Nous avons tracé sur la Fig. V.4 la courbe donnant les variations de $\operatorname{tg} \delta$ en fonction de ΔC . Sur le même croquis nous avons fait figurer

Fig V.3 : COURBES EXPERIMENTALES DU $W_0 E_0 S_0$

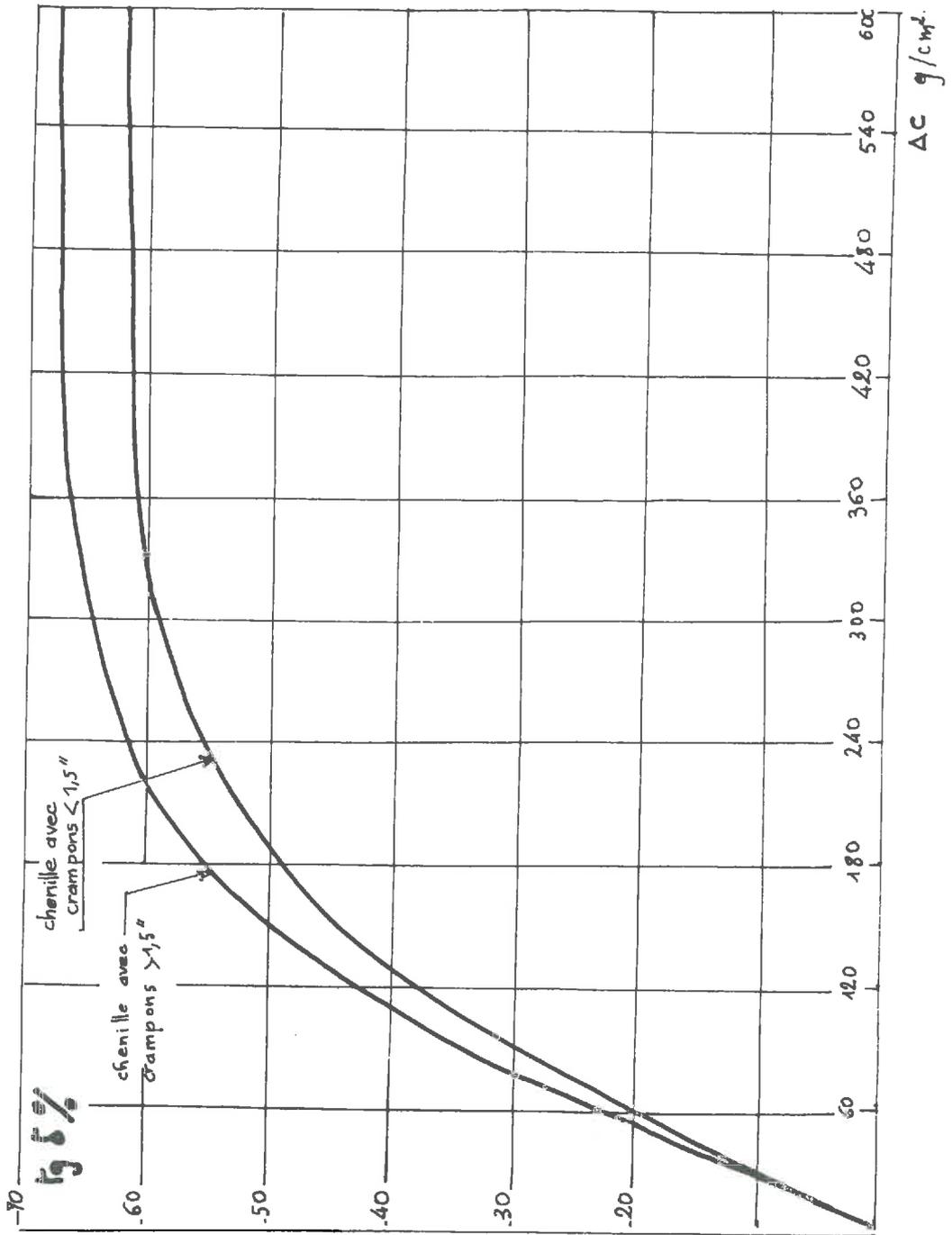
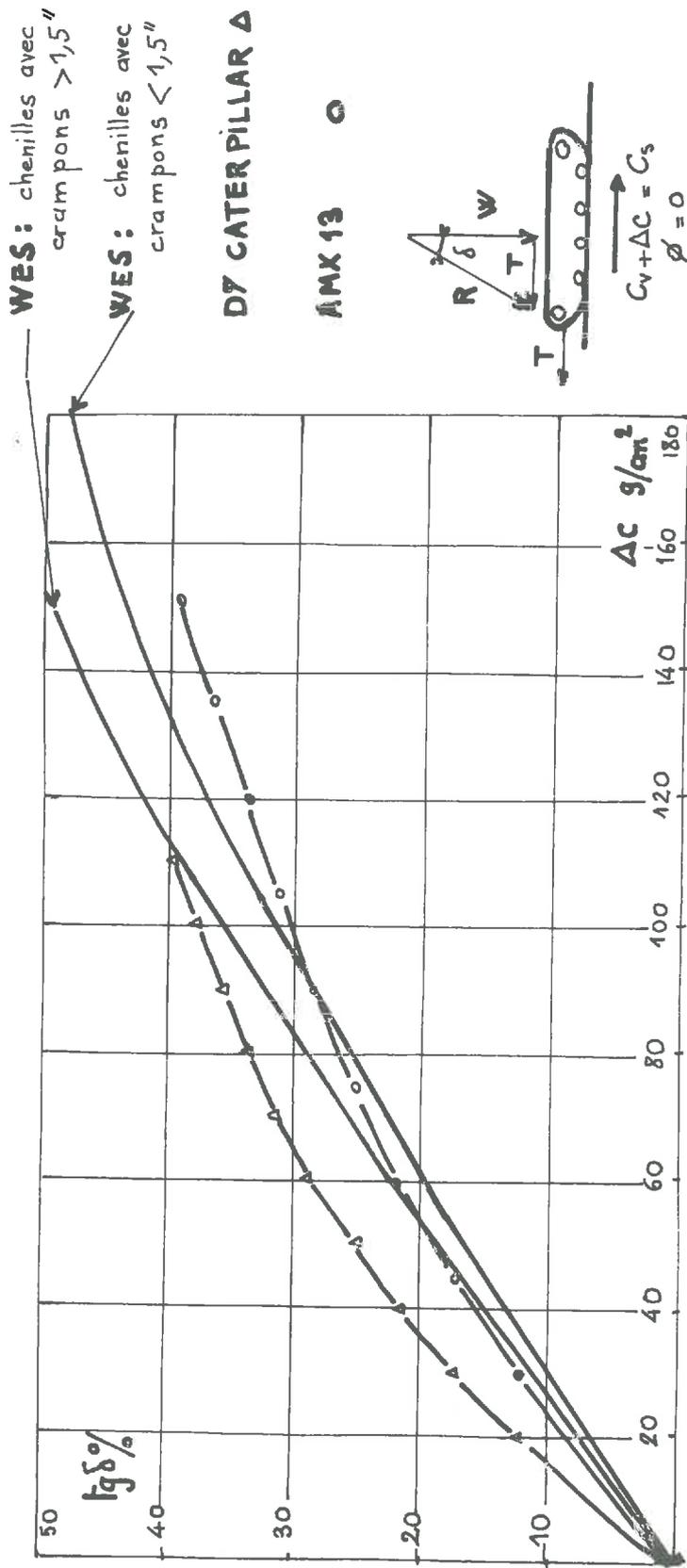


fig V.4

tg δ FONCTION DE ΔC

FORMULE DU CONGRÈS
DE LONDRES



également les courbes expérimentales du W.E.S., qui, elles, vont au-delà de $\text{tg } \delta = 40\%$.

c) Comparaison avec les données expérimentales du W.E.S.

Les courbes fournies par le W.E.S. sont des courbes moyennes obtenues à partir d'un très grand nombre d'essais relatifs à la locomotion sur des terrains très variés d'engins très divers (Fig. V.3).

Nous constatons sur la Fig. V.4 que les résultats fournis par application de la formule du Congrès de Londres à des engins tels que le D7 Caterpillar et le char AMX 13 sont proches des courbes expérimentales du W.E.S., au moins pour $0 < \text{tg } \delta < 40\%$.

Le fait que cette formule ne nous permette pas $\text{tg } \delta > 40\%$ ne constitue pas une limite gênante à ce calcul. En effet, pour $\text{tg } \delta = 40\%$:

- $\Delta C = 110 \text{ g/cm}^2$, soit $C_s = 110 + 200 = 310 \text{ g/cm}^2$ pour le D7
- $\Delta C = 150 \text{ g/cm}^2$, soit $C_s = 180 + 300 = 480 \text{ g/cm}^2$ pour AMX13

C'est-à-dire que le champ de notre étude couvre une gamme de cohésions assez large ; la locomotion en milieu purement cohérent présentant, à coup sûr, plus de difficultés pour des cohésions comprises entre 0 et 200 g/cm^2 , que pour des cohésions de l'ordre de 800 g/cm^2 .

V.2.2.1.B. Schéma de plasticité parfaite.

- Hypothèses : Le sol est purement cohérent ($\phi = 0$).
Le refoulement du sol sous la chenille se fait longitudinalement.
Le massif se trouve entièrement à l'état plastique parfait.

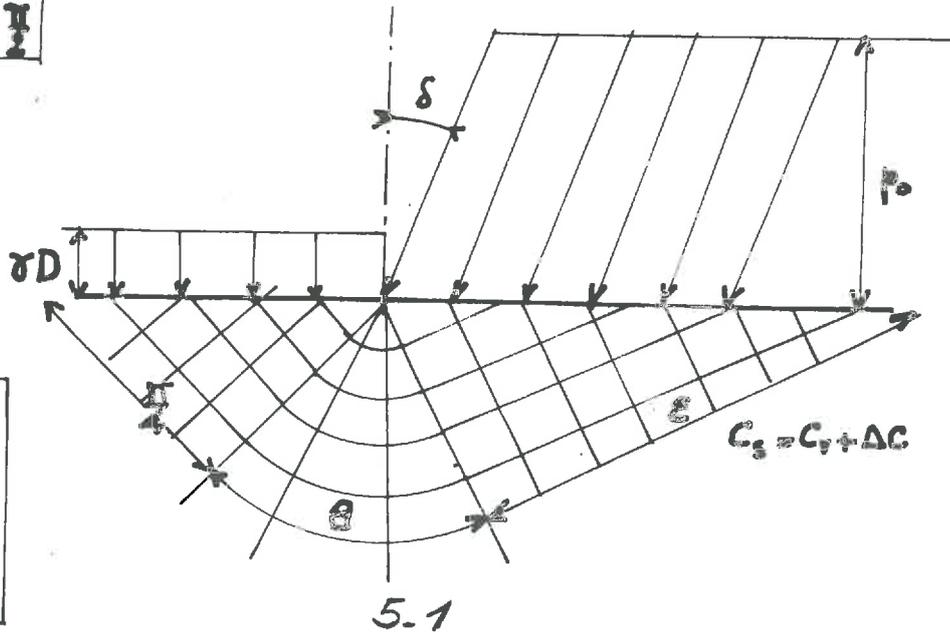
Nous aurons donc un schéma comme celui indiqué sur la Fig.V.5.

Appliquant la loi de COULOMB pour décrire la plasticité parfaite, nous obtenons (voir thèse GIROUD) :

$$p_0 - \gamma D = (C'v + \Delta C) (\pi - \omega + \cos \omega + 1) \text{ avec}$$

Fig V.5
SCHEMAS EN PLASTICITE PARFAITE

$$0 \leq \omega < \frac{\pi}{2}$$

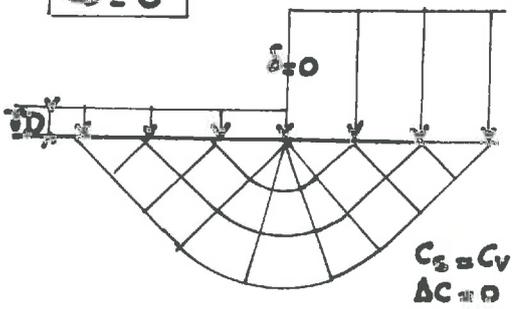


$$\sin \omega = \frac{p_0 \gamma \delta}{C_3}$$

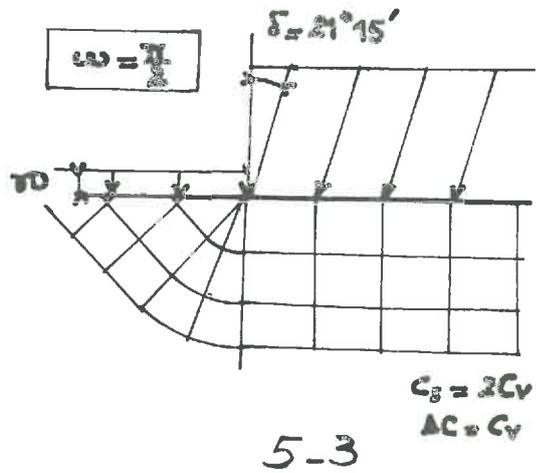
$$\theta = \frac{\pi - \omega}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} + \frac{\omega}{2}$$

$$\omega = 0$$



$$\omega = \frac{\pi}{2}$$



$$\sin \omega = \frac{p_0 \operatorname{tg} \delta}{C'v + \Delta C}$$

Posons :

$$A(\omega) = 1 + \omega - \cos \omega$$

$$B(\omega) = \pi + 1 + \cos \omega - \omega$$

$$\operatorname{tg} \beta = 1 - \frac{\gamma D}{p_0}$$

La fonction $\operatorname{tg} \delta = f(\Delta C)$ s'écrit alors sous la forme paramétrique:

$$\frac{\Delta C}{C'v} = \frac{A(\omega)}{B(\omega)}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\sin \omega}{B(\omega)}$$

D'où les résultats numériques suivants :

ω	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\Delta C}{C'v}$	0,061	0,147	0,265	0,443	0,663	1
$\frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \beta}$	0,053	0,111	0,174	0,241	0,313	0,390

Rappelons que $C'v = \frac{Cv}{2}$, par suite $\frac{\Delta C}{C'v} = 2 \frac{\Delta C}{Cv}$

a) Résultats pour le D7 CATERPILLAR.

Comme $D_m = 38 \text{ cm}$; $\gamma D = 30 \text{ g/cm}^2$; $\frac{\gamma D}{p_0} \sim \frac{30}{500} = 6\%$

Par suite $\operatorname{tg} \beta = 1 - \frac{\gamma D}{p_0}$ sera pris égal à 100 %.

Les résultats figurent sur le graphique V.6.

b) Résultats pour le char AMX 13

$D_m = 30 \text{ cm}$; $D = 12 \text{ g/cm}^2$; $\frac{\gamma D}{p_0} = \frac{12}{800} \simeq 1,5 \%$

Comme pour le D7, nous prendrons $\operatorname{tg} \beta = 1 - \frac{\gamma D}{p_0} \simeq 100\%$

tg δ FONCTION DE ΔC

CALCUL EN PLASTICITE
PARFAITE

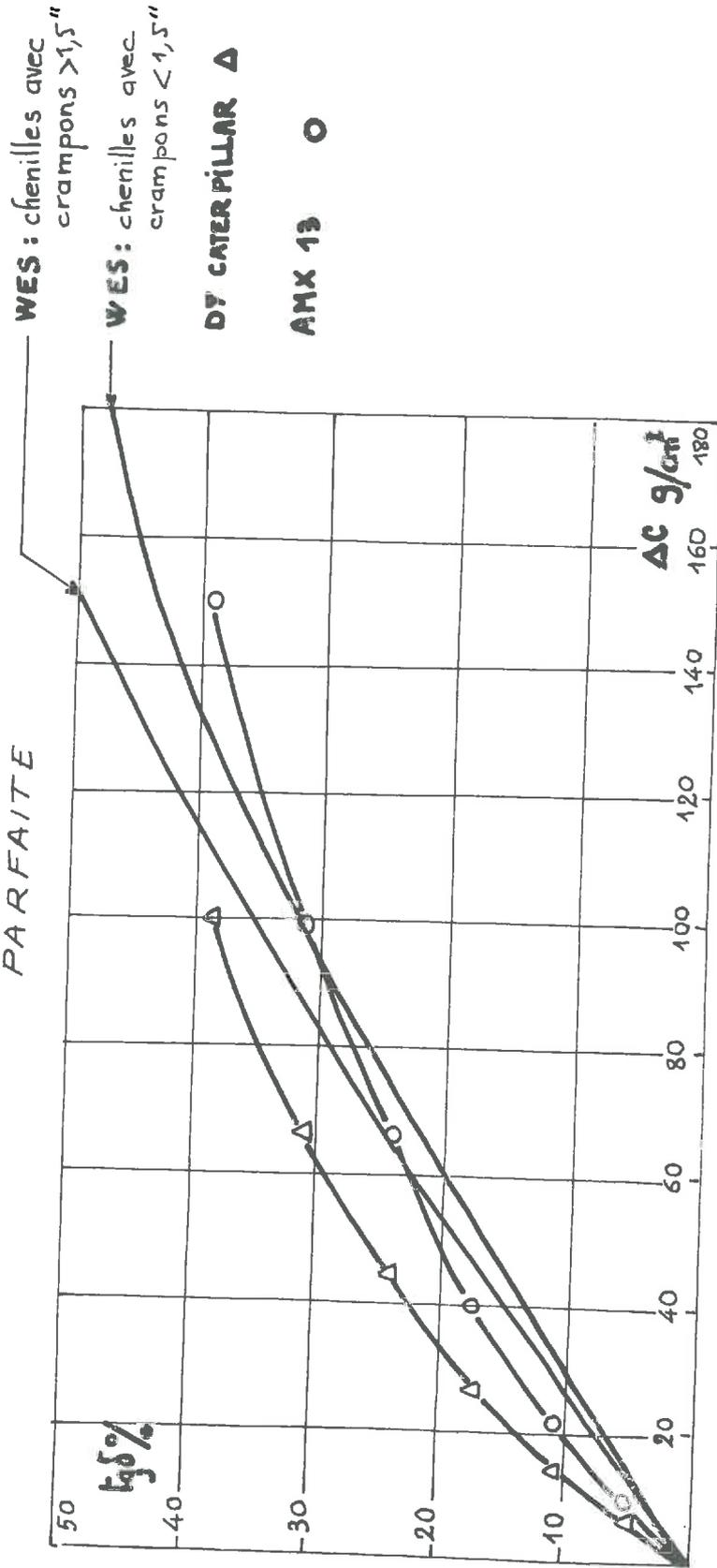


Fig V.6

Par suite, les résultats, pour chaque engin, dépend plus de C_v , très variable d'un véhicule à l'autre, que de $\text{tg } \beta$.

Les résultats sont pratiquement indépendants de γ_D , au moins en milieu purement cohérent. Nous utiliserons cette remarque ultérieurement.

c) Comparaison avec les données expérimentales du W.E.S.

- Nous comparons sur le graphique V.6 les courbes du W.E.S. avec les résultats donnés par un calcul de plasticité parfaite pour le D7 et le char AMX 13. Nous rappelons que les courbes américaines sont des courbes moyennes. Nous avons cherché à évaluer les caractéristiques du véhicule moyen correspondant à ces courbes. Nous avons fait la moyenne des caractéristiques de 38 véhicules utilisés par le W.E.S. et nous obtenons un C_v moyen de 316 g/cm^2 : ce qui explique le choix du D7 (200 g/cm^2) et du char AMX 13 (300 g/cm^2), véhicules par ailleurs courants. Nous avons écarté les véhicules spéciaux, conçus pour la locomotion sur la neige, par exemple, dont les courbes expérimentales et théoriques diffèrent notablement des courbes moyennes.

- D'autre part, nous constatons, comme pour la formule du Congrès de Londres, que $\text{tg } \delta$ est limité à 40% (valeur exacte 39%). Cette valeur limite correspond au schéma (V.5.3) de la Fig. V.5 pour lequel $\omega = \frac{\pi}{2}$ c'est-à-dire :

$$\sin \omega = \frac{p_0 \text{tg } \delta}{C_s} = 1, \text{ donc } p_0 \text{tg } \delta = C_s$$

Or $p_0 \text{tg } \delta$ n'est autre que la contrainte tangentielle sous la chenille. Donc, lorsque $\text{tg } \delta \simeq 40\%$, on a $p_0 \text{tg } \delta = C_s$, ce qui signifie que la chenille commence à patiner.

- Pour comparer les courbes de W.E.S. avec un calcul théorique, pour $\text{tg } \delta > 40\%$, il faut tenir compte des fortes cohésions (supérieures à 300 g/cm^2 pour le D7, à 450 g/cm^2 pour AMX 13) que doit présenter alors le sol ; les hypothèses posées dans les deux précédents calculs n'étant plus justifiées, il faudra envisager d'autres phénomènes.

- Il faut remarquer, enfin, que le calcul en plasticité parfaite, et l'application de la formule du Congrès de Londres donnent les mêmes résultats pour le même véhicule.

V.2.2.1.C. Condition d'adhérence.

Nous avons constaté précédemment, que lorsque $\Delta C = C_v$ et que $\text{tg } \delta \simeq 40\%$, le véhicule commence à patiner, c'est-à-dire que la contrainte tangentielle sous la chenille est égale à $C_s = 2 C_v$. Nous pouvons donc penser que pour des cohésions supérieures à $2 C_v$, c'est-à-dire pour des inclinaisons supérieures à $21^\circ 15'$ ($\text{tg } 21^\circ 15' = 40\%$), c'est la condition d'adhérence qui va nous permettre de calculer $\text{tg } \delta$ en fonction de ΔC .

Avec nos notations, la condition d'adhérence s'écrit en milieu purement cohérent :

$$p_t = C's = C'v + \Delta C' = \frac{Cv + \Delta C}{2}$$

$$\text{Comme par définition : } \text{tg } \delta = \frac{T}{W} = \frac{p_t}{p_o}$$

$$\text{tg } \delta = \frac{Cv}{2p_o} + \frac{\Delta C}{2p_o}$$

Posons, comme précédemment, $\text{tg } \beta = 1 - \frac{\gamma D}{p_o}$, la condition d'adhérence s'écrit alors :

$$\frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \beta} = \frac{\text{tg } \beta}{\pi + 2} + \frac{\Delta C}{2p_o}$$

La courbe représentative dans le système d'axes $(\text{tg } \delta - \Delta C)$ est une droite tangente à la courbe obtenue en V.2.2.1.B. au point $(\text{tg } 21^\circ 15' - \Delta C = C_v)$. Remarquons que l'ordonnée à l'origine et la pente de cette droite varient d'un véhicule à l'autre.

Ces droites ont été tracées sur le graphe récapitulatif (se reporter au chapitre VI, Fig. VI-1). La portion utile est en trait fort, le reste en pointillé.

Nous constatons, d'après ce graphique, que la condition d'adhérence permet d'interpréter les variations de $\frac{T}{W}$ en fonction de ΔC sur une certaine bande de cohésions.

Mais on s'aperçoit rapidement que la droite représentant la condition d'adhérence diverge considérablement de la courbe résumant les expé-

riences du W.E.S.

En effet, à partir de $\frac{T}{W} = 50 \%$, les courbes expérimentales du W.E.S. présentent un palier horizontal très net, que nous interprétons en considérant que la puissance du moteur, qui meut le véhicule a une limite.

V.2.2.1.D. Existence d'une inclinaison limite imposée par un moteur de puissance donnée.

Nous savons (voir II.2) que le couple moteur exercé sur les chenilles par le barbotin est équilibré par les frottements des chenilles sur le sol.

$$2LBp_t = \frac{P}{v_r}$$

Comme par définition, $\text{tg } \delta = \frac{P_t}{P_0}$, $\text{tg } \delta = \frac{P}{W} \cdot \frac{1}{v_r}$

Pour un véhicule donné, P , W , v_r , sont connus, par suite $\text{tg } \delta$ est constant pour un véhicule donné.

Ce calcul très simple, montre donc l'existence d'une inclinaison limite comme le laissait prévoir les courbes expérimentales du W.E.S. Pour comparer la valeur limite théorique que nous venons de mettre en évidence, et la valeur expérimentale, nous nous heurtons à certaines difficultés, la plus importante étant l'évaluation de v_r .

En calculant la moyenne de $\frac{P}{W}$ pour 24 véhicules, et en prenant $V_R = 3 \text{ m/s} \simeq 10 \text{ km/h}$, nous obtenons une valeur théorique de $\text{tg } \delta = 67 \%$, comprise entre les deux valeurs expérimentales fournies par le W.E.S. : c'est-à-dire 62% pour les véhicules dont la hauteur des crampons est inférieure à 1,5"; et 68% pour ceux dont la hauteur des crampons dépasse 1,5".

Nous verrons Chapitre VI, l'utilisation que l'on peut faire de ce calcul pour divers véhicules.

V.2.2.2. Poids optimal - Effort disponible maximal

V.2.2.2.A. Utilisation des travaux de TRAN-VO-NHIEM

Nous utiliserons, pour mettre en évidence les notions de

poids optimal et d'effort maximal, les courbes que nous avons tracées au Chapitre III § 2.2.1.B.β. à partir des formules de force portante d'une plaque soumise à une force inclinée et excentrée.

Sur ces courbes, on constate que pour une certaine valeur du poids notée Wop , l'effort de traction horizontal disponible au crochet est maximal.

V.2.2.2.B. Notion de poids optimum

Nous avons tracé sur la Fig. V-7a, les courbes représentant les variations de Wop en fonction de c , paramétrées en ϕ .

Ces courbes ont été déterminées pour des véhicules de géométrie suivante : $L = 241$ cm ; $D = 20$ cm ; $B = 51$ cm , c'est-à-dire pour des véhicules tels que D7 CATERPILLAR, D8 CATERPILLAR, M76 AMPHIBIA.

Nous constatons d'après ces courbes que pour $\phi \neq 0$, tous les véhicules sont optimaux, quant à leur poids. En effet, les courbes (pn , pt) sont telles que pt varie peu quand pn augmente. Autrement dit, l'effort disponible au crochet est voisin du maximum (et même pour $\phi = 0$, il est maximal) et une augmentation de poids ne permettrait que peu de gain sur l'effort disponible.

Par contre, en milieu à frottement interne ($\phi = 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ$) avec cohésion, une augmentation de poids est intéressante car les courbes (pn , pt) ont une pente plus faible qu'en milieu $\phi \neq 0$.

Autrement dit, une augmentation de poids, provoque une augmentation notable de l'effort horizontal disponible au crochet, et même si l'on n'atteint pas l'effort maximal, le gain sera intéressant.

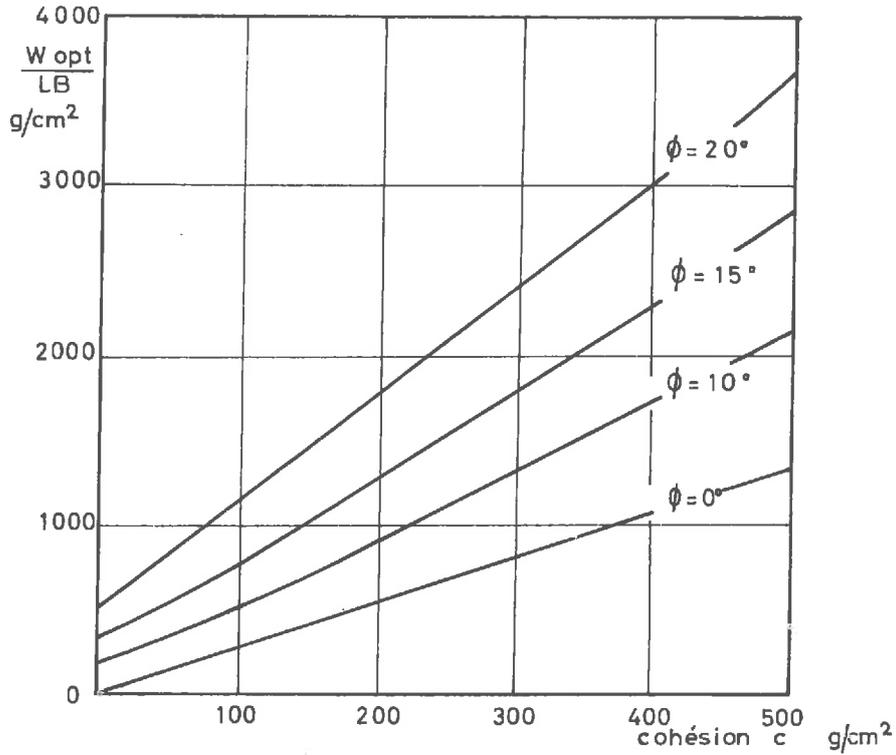
V.2.2.2.C. L'effort de traction maximal.

Lorsqu'on a optimisé le poids du véhicule, on dispose au crochet d'un effort horizontal maximal, T_{max} , dont les variations en fonction de C sont représentées sur la Fig. V.7b. On y remarque que T_{max} est de l'ordre de 40% de Wop , sauf en milieu $\phi \neq 0$ où T_{max} est indépendant pratiquement de Wop (affirmation rigoureusement exacte pour $\phi = 0$) pour les poids courants de véhicule.

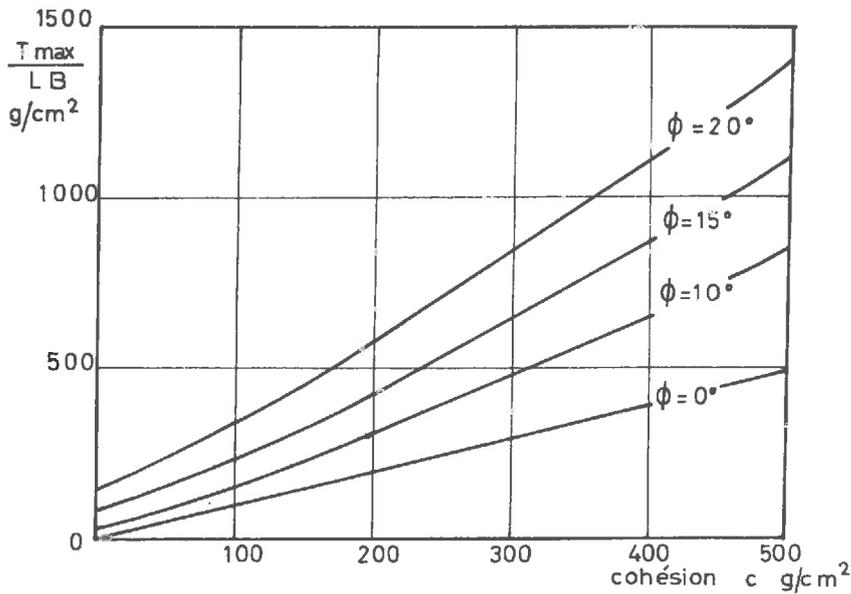
Fig. V9

B = 51cm L = 241cm D = 20cm $\gamma = 15 \text{ g/cm}^3$

V7a : Poids optimum



V7b : Effort horizontal maximum



V.2.3. PENTE NEGOCIABLE - OBSTACLES NEGOCIABLES.

Nous citons ce point pour mémoire, car la négociation d'un obstacle n'est pas un problème de mécanique des Sols.

L'obstacle sera négocié, en fonction de la géométrie du véhicule, de la géométrie de l'obstacle et de la puissance du véhicule.

Nous étudierons à part le problème du véhicule qui doit gravir une pente.

V.2.4. AVANCE DU VEHICULE

Trois causes essentielles peuvent s'opposer à l'avance d'un véhicule:

- la marche qui se crée à l'avant du véhicule qui provoque l'effet de "bulldozing" dont nous avons déjà parlé au §II.2.,
- le glissement des chenilles sur le sol qui fait que la vitesse de translation des chenilles est différente de la vitesse du véhicule.
Le glissement g est défini par $g = 1 - \frac{V_a}{V_t}$
 V_a vitesse absolue du véhicule
 V_t vitesse de translation des chenilles.
 Si le glissement est nul, $V_a = V_t$
 Si le glissement est complet de 100% $V_a = 0$ pour V_t
- l'effort de traction nécessaire pour se faire mouvoir par un autre véhicule.

V.2.4.1. Résistance à l'avancement.

V.2.4.1.A. Les théories classiques : butée sur un écran.

Un certain nombre d'auteurs ont repris la théorie de BEKKER qui consiste à considérer la partie non horizontale de la chenille située

en avant comme un écran mettant le sol qu'il refoule en butée et constituant ainsi une "marche en avant".

BEKKER (V.1) reprend le calcul très classique de TERZAGHI d'un écran mettant le sol en butée. Il s'agit d'une amélioration du schéma de l'état passif de RANKINE, car TERZAGHI tient compte de l'angle δ qui caractérise le frottement du sol sur le parement de l'écran qui exerce la butée (Fig. V.24.1).

La force de butée que nous appellerons la résistance à l'avancement, aura pour expression :

$$R = \frac{2 \text{ BD}}{\cos \alpha \cdot \cos \delta} (c k c + q k q) + \frac{1}{2} \gamma D^2 \frac{K \gamma}{\sin \alpha \cdot \cos \delta}$$

- D est l'enfoncement du véhicule ; en général, nous prenons la garde au sol D_m
- 2B, largeur des deux chenilles
- δ est l'angle de frottement sol sur chenille
- α est l'angle d'attaque de la chenille
- γ, c sont les caractéristiques du sol
- k_c, k_q, k_γ sont des coefficients que TERZAGHI conseille de calculer par la méthode de la "spirale logarithmique". Les calculs sont très compliqués et TERZAGHI ne donne en fait que les valeurs du coefficient K_γ (Fig. V.24.2)

Partant de cette théorie, BEKKER fait alors les approximations suivantes : La composante verticale R_v de \vec{R} tend à soulever le véhicule, mais ne s'oppose pas à proprement parler à l'avance du véhicule : c'est R_H qu'il faut considérer :

$$R_H = R \cos (\alpha + \delta)$$

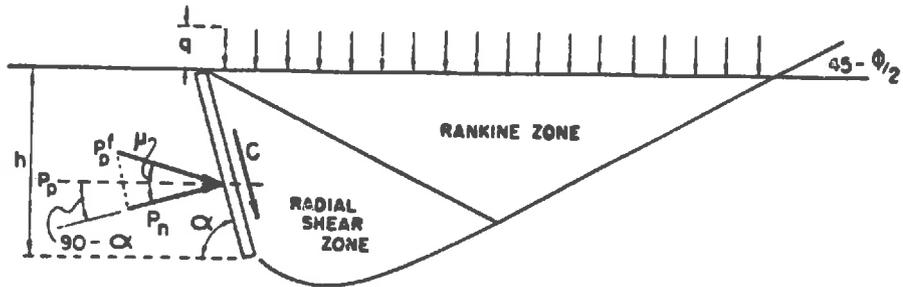
L'effet de surcharge est faible au-dessus du massif en butée : $q = 0$

On posera $\delta = \phi$. Dans ces conditions :

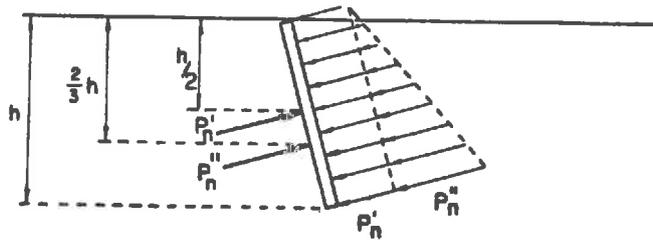
$$R_H = 2B \frac{\sin (\alpha + \phi)}{\sin \alpha \cos \phi} \left[D c k c + \gamma D^2 K_\gamma \right]$$

En milieu pulvérulent : $R_H = 2B \frac{\sin (\alpha + \phi)}{\sin \alpha \cdot \cos \phi} \gamma D^2 K_\gamma$

Nous avons voulu comparer l'effet de bulldozing avec l'effort de traction disponible au crochet pour un enfoncement donné de 20 cm, pour ϕ variant de 10 à 30° dans le cas du D7 CATERPILLAR (Fig. V.24.2 bis). On

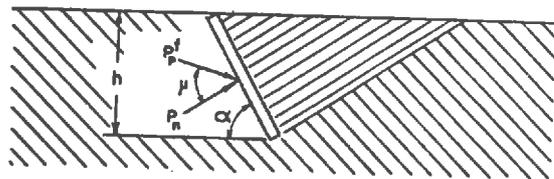


a

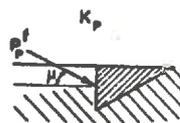
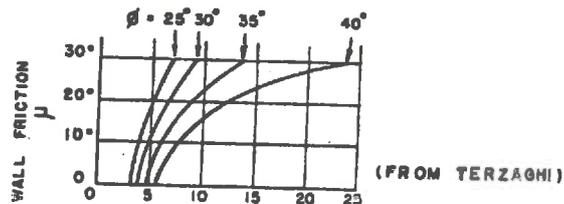


b

Figure V 24 1



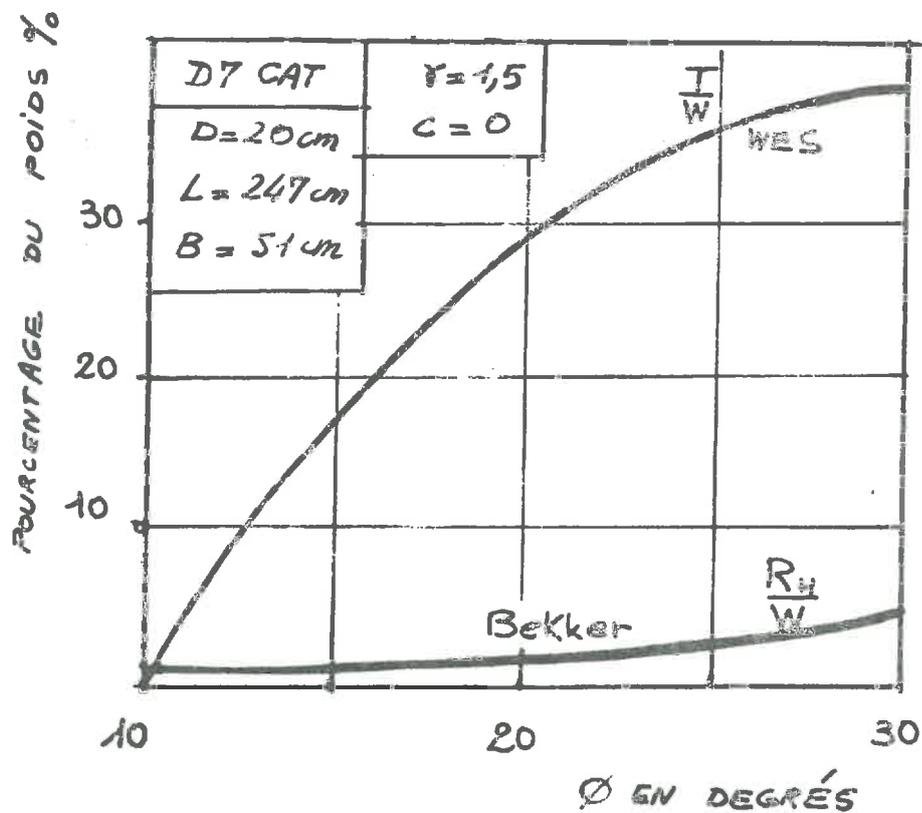
a



b

Figure V 24 2

Fig V.24. 2 bis : RESISTANCE A
L'AVANCEMENT EN MILIEU
PULVERULENT. ENFONCEMENT
DONNÉ



constate que la résistance à l'avancement n'excède pas 5% du poids du véhicule, alors que la traction peut aller jusqu'à 40% du poids.

En milieu pulvérulent, on pourra donc confondre effort total de traction et effort disponible au crochet.

HEGEDUS (V.2) simplifie la méthode de BEKKER, car au lieu de faire l'hypothèse d'une surface de rupture en forme de spirale logarithmique, il suppose cette surface plane. L'approximation ainsi faite est justifiée par de nombreuses expériences.

L'angle d'inclinaison de la surface de rupture par rapport à l'horizontale est déterminé par la méthode de COULOMB, c'est-à-dire calculé de telle sorte que la force de butée soit minimale.

HEGEDUS donne la relation suivante :

$$R_H = 2B \left[\gamma \cdot D^2 \cdot K_\alpha + D_c K_\theta \right]$$

K_α et K_θ sont des coefficients dont la détermination se fait à l'aide de l'abaque de la Fig. V.24.20.

Nous trouvons une relation du même type que celle donnée par BEKKER. Nous comparons sur la Fig. V.24.3bis les résultats donnés par les deux auteurs pour le même véhicule (D7 CATERPILLAR) en milieu pulvérulent et pour un enfoncement donné ($D = 20$ cm). La comparaison de $\frac{R_H}{W}$ revient d'ailleurs à comparer le coefficient K_γ de BEKKER (k_p pour TERZAGHI) et le coefficient K_α de HEGEDUS: la différence pour $\frac{R_H}{W}$ varie de 0 à 2%.

PERLOFF (V.3) utilise également une méthode classique de calcul de butée ; supposant la surface de rupture circulaire, il emploie la méthode du "cercle de frottement" ou de TAYLOR. Nous donnons fig. V.24.12 et V.24.14 d'une part la forme de la surface de rupture, d'autre part le résultat obtenu pour un sol donné.

ASTE (V.4) contrairement à tous les auteurs précédents, pense que le refoulement du sol peut avoir lieu autrement que vers l'avant et en direction de la surface du sol. Aussi envisage-t-il les trois schémas de refoulement suivants :

CHART FOR THE COMPUTATION OF K_x, K_θ COEFFICIENTS OF THE GENERAL EQUATION FOR BULLDOZING RESISTANCE. (SEE EQUATION 17, PAGE 11 IN LL-REPORT NO. 61.)

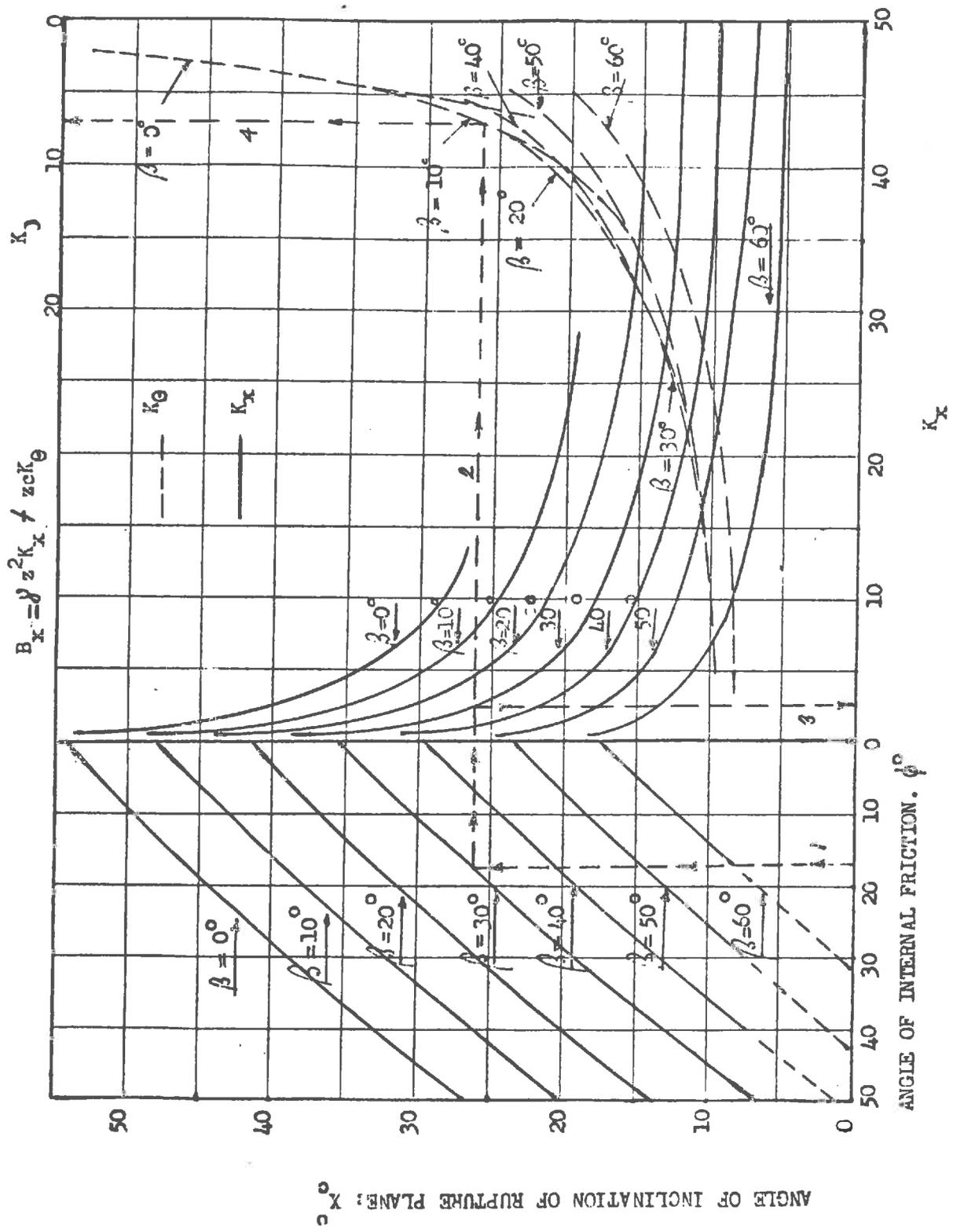


Figure V 24 20

Fig V. 24. 3bis : RESISTANCE
A L'AVANCEMENT EN MILIEU
PULVÉRULENT

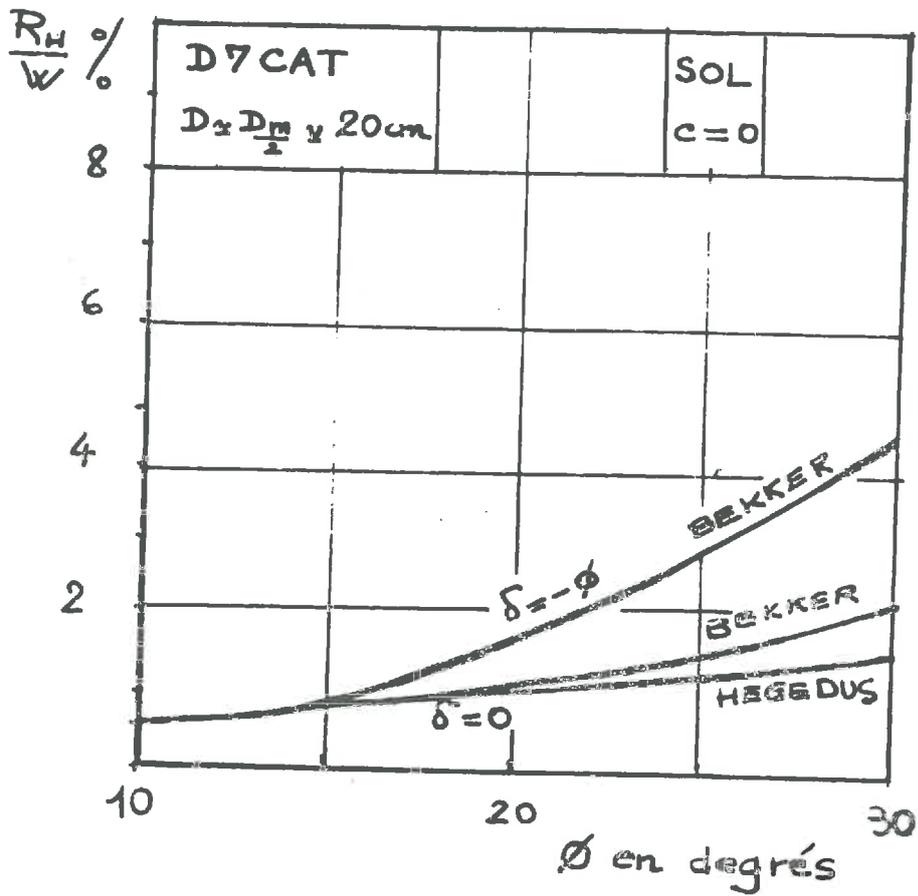
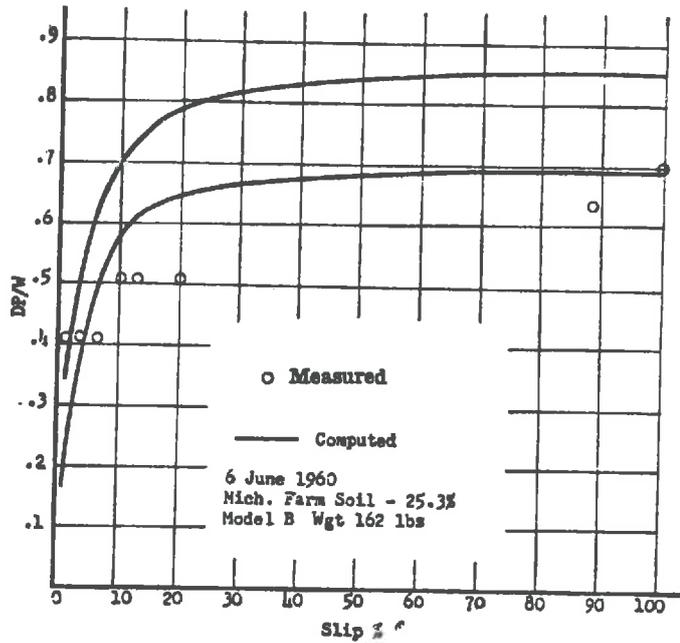


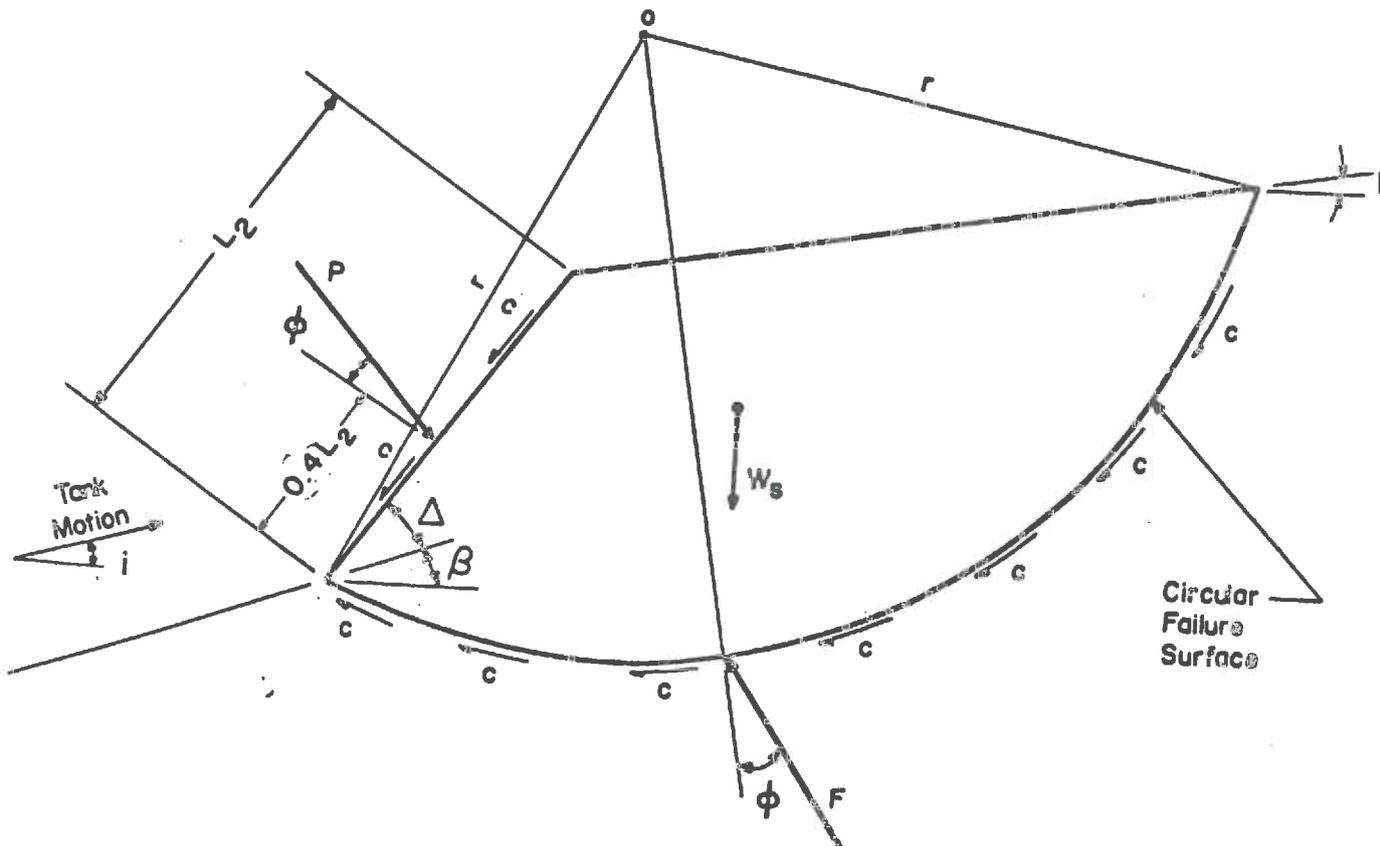
Figure V 24 11

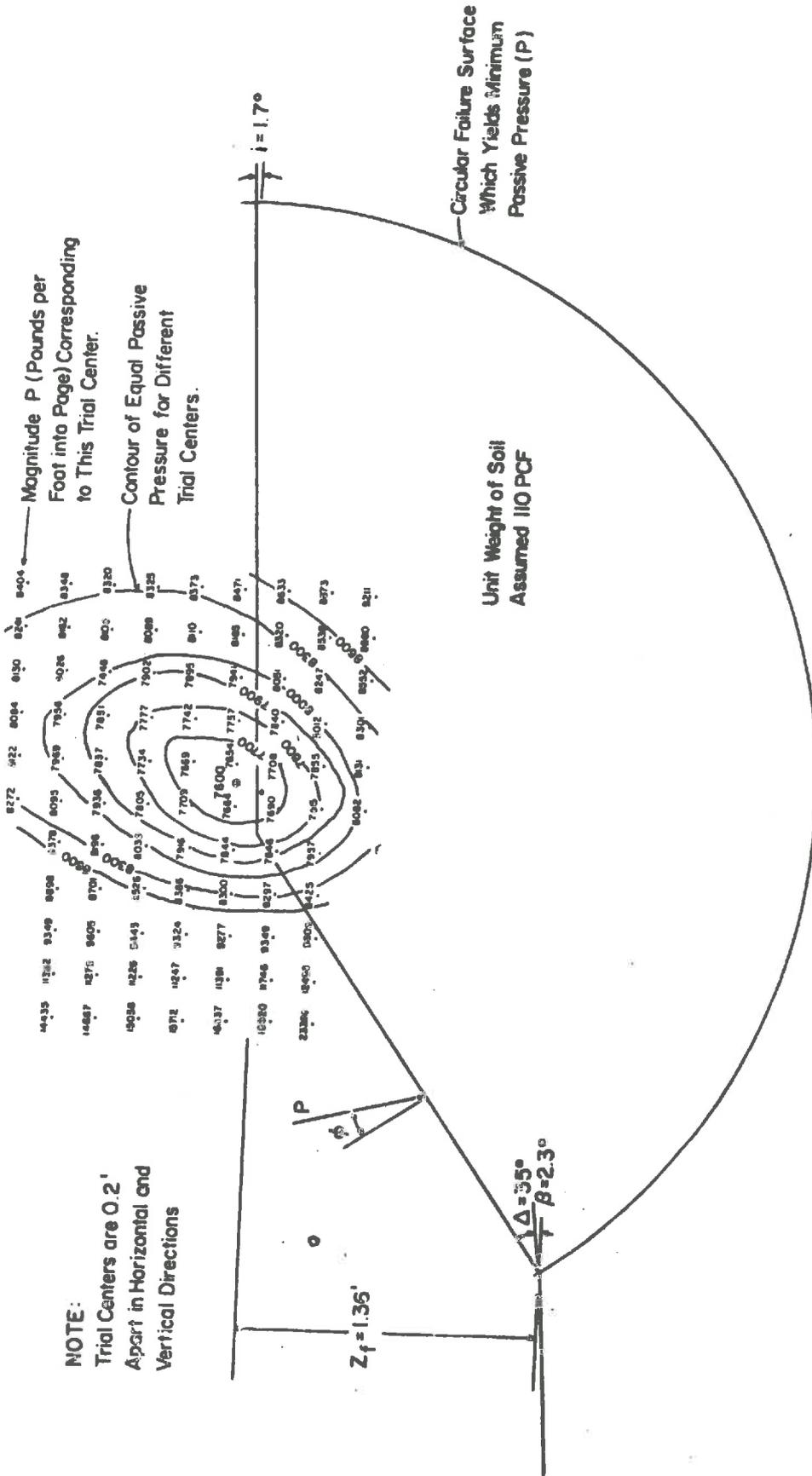


— Predicted and measured DP/W values as a function of slip for model «B» in farm soil of MC = 25.3%.

Figure V 24 12

FAILURE MASS OF SOIL





EXAMPLE OF TRIAL RESULTS TO DETERMINE PASSIVE PRESSURE RESISTANCE OF THE SOIL FOR $c=500$ psf. AND $\phi = 11.5^\circ$

Figure V 24 14

- vers l'avant et la surface libre (schéma traditionnellement adopté)
- vers l'arrière sous le véhicule (peu courant en locomotion)
- sur les côtés du véhicule.

Le troisième cas suppose un calcul à 3 dimensions. REECE a tenté et poursuit actuellement des recherches dans le domaine des ruptures de sol à 3 dimensions. Mais ces théories sont encore inapplicables. Les nombreuses expériences de E.T. SELIG et R.D. NELSON (V.5) qui ont porté aussi bien sur du sable que sur des argiles, et qui ont été réalisées à 2 dimensions, prouvent d'une façon très nette que si l'on se place dans les conditions de la locomotion tout terrain, le refoulement se fait vers l'avant et la surface libre (voir Fig. V.24.17, les différentes formes de lames utilisées).

En conséquence, nous ne retiendrons que le premier schéma envisagé par ASTE, qui le traite par les coefficients de butée de CAQUOT.

Nous comparons sur la Fig. V.24.4bis, les résultats obtenus par ASTE avec ceux des autres auteurs : BEKKER, HEGEDUS, etc...

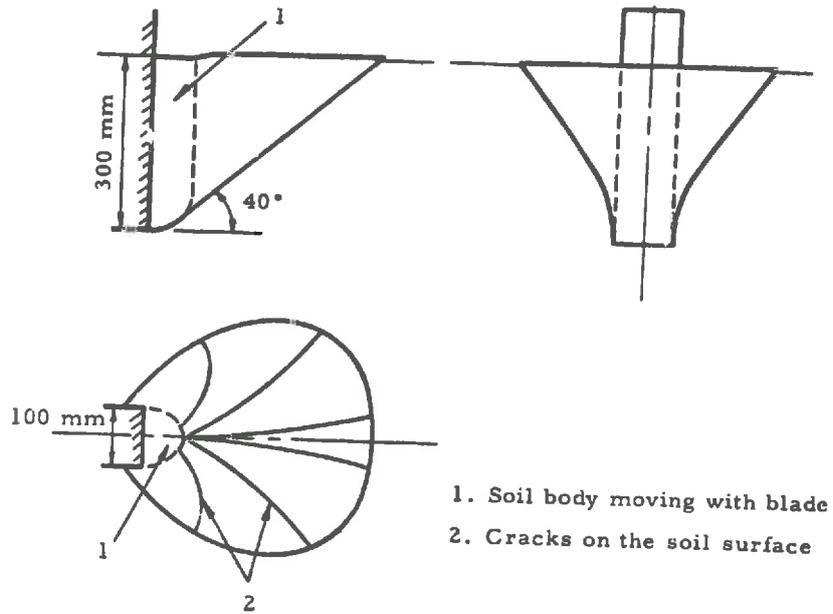
Sur cette figure, nous étudions l'influence de l'enfoncement du véhicule sur la résistance R_H . Nous nous limiterons au cas du D7 pour lequel:
 $B = 51 \text{ cm}$ $L = 251 \text{ cm}$, chenille d'attaque verticale.

- . BEKKER $R_H = 2B \gamma D^2 K \gamma$ (coefficient de butée de TERZAGHI)
- . HEGEDUS $R_H = 2B \gamma D^2 K_x$
- . ASTE $R_H = 2B \gamma D^2 B \gamma$ (coefficient de butée de CAQUOT)

Les comparaisons sont faites pour un sol donné ($\gamma = 1,5 \text{ g/cm}^3$, $\phi = 30^\circ$, $c = 0$) et pour des enfoncements inférieurs à la moitié de la garde au sol, soit 10 cm environ.

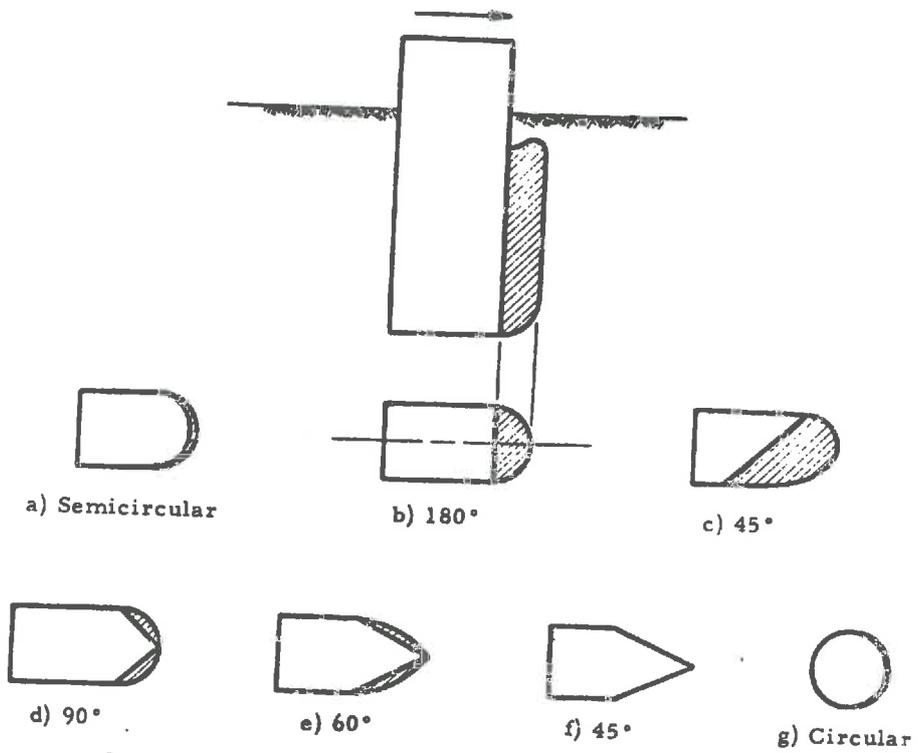
Nous avons supposé dans ces calculs que l'inclinaison des contraintes étaient connues. La Fig.V.24.4bis montre également comment varie R_H quand l'inclinaison varie de 0 à $-\phi^\circ$.

On constate que pour un sol donné, la résistance à l'avancement :



- 1. Soil body moving with blade
- 2. Cracks on the soil surface

The shape of the sliding body in wet sand as observed by Rathje(2)

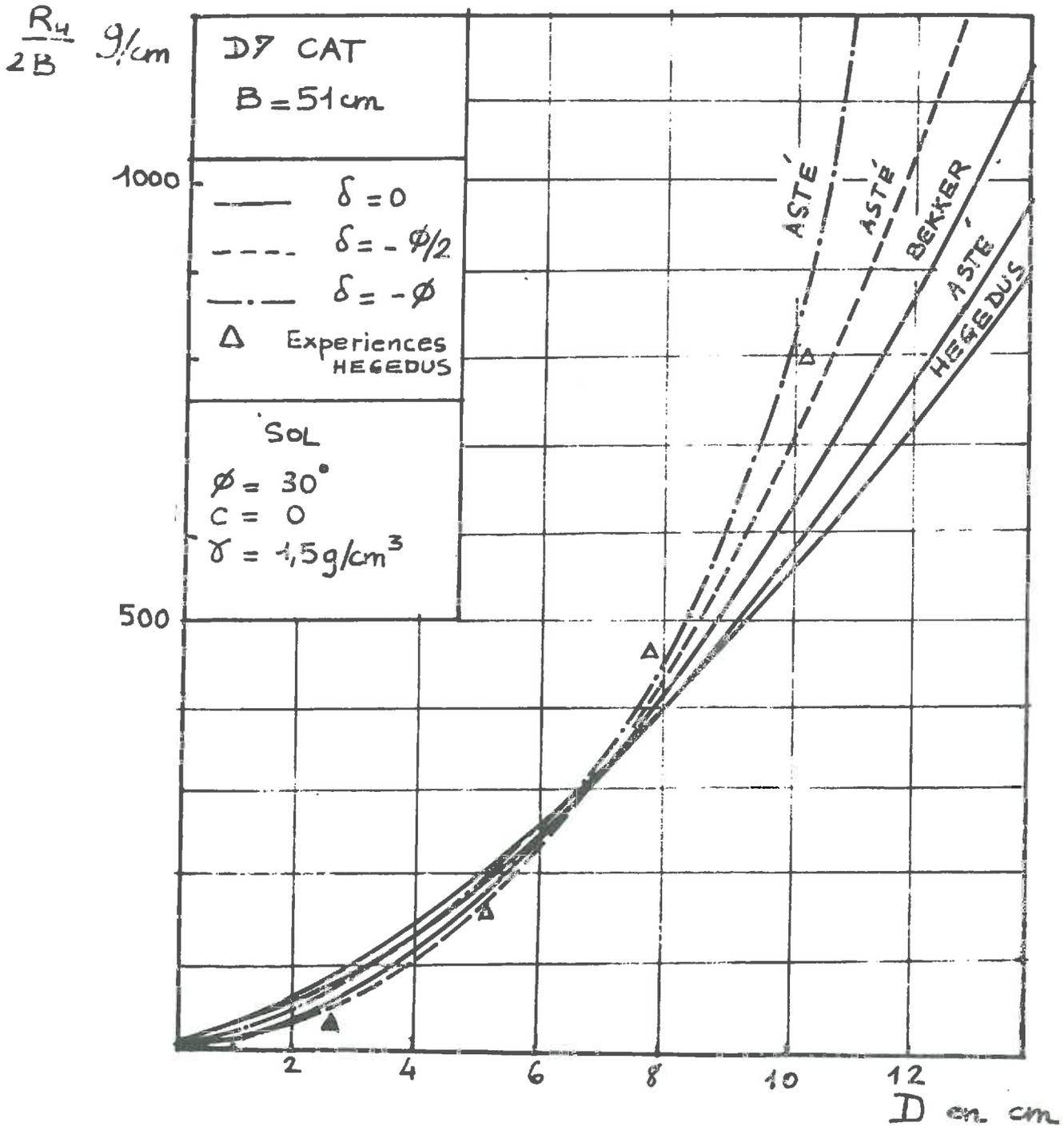


Observed shapes of compacted cores in cohesive soils associated with various blade profiles(3)

Figure V 24 17

fig V.24. 4 bis

RESISTANCE A L'AVANCEMENT
FONCTION DE L'ENFONCEMENT



- croît lorsque la largeur des chenilles augmente, ce qui était prévisible,
- croît avec le carré de l'enfoncement,
- croît avec l'inclinaison des contraintes pour un enfoncement donné.

Pratiquement il faut remarquer que ces courbes n'ont qu'un intérêt théorique. En effet, pour un sol donné et un véhicule de poids et de géométrie donnés, D est connu et ne peut pas être quelconque. Par suite, notre Fig.V.24.4bis suppose que le poids du véhicule varie puisque sa géométrie est donnée. Cette figure nous a cependant paru intéressante car elle nous a été inspirée par PERLOFF (Fig. V.24.19) et BEKKER (Fig. V.24.7) et elle nous permet de comparer les résultats théoriques avec les expériences de E. HEGEDUS.

En fait, une étude pratiquement intéressante consiste à tenir compte de la relation $p = f(D)$ liant la pression moyenne $\frac{W}{2LB} = p$ à l'enfoncement du véhicule. En effet, pour un véhicule donné, en milieu pulvérulent pour simplifier le problème, on a $D = D(\phi)$. En adoptant la relation de TERZAGHI :

$$D = \frac{p_0 - 1/2 \gamma B N \gamma}{\gamma N q}$$

Il faut cependant veiller à ce que $D \leq D_m$.

Comme $R_H = 2B \gamma D^2 K(\phi, \beta)$

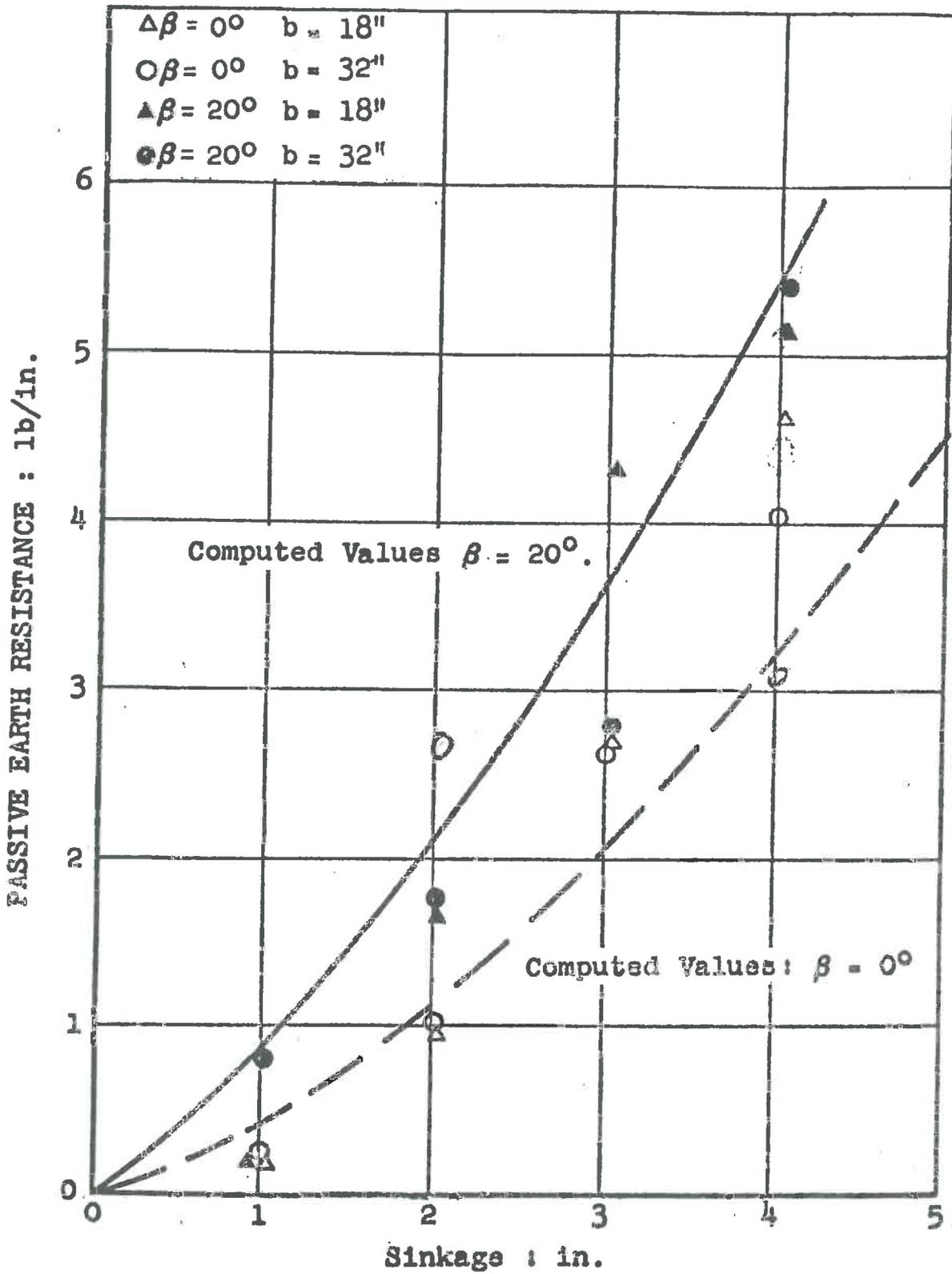
β angle d'attaque de la chenille, caractéristique du véhicule.

On obtiendra ainsi une courbe caractéristique du véhicule quelque soit le terrain pulvérulent sur lequel il se meut (Fig. V.24.5 bis).

Le même raisonnement serait possible en tenant compte de la cohésion du sol.

V.2.4.1.B. La résistance à l'avancement est due à l'énergie dépensée pour déformer le sol.

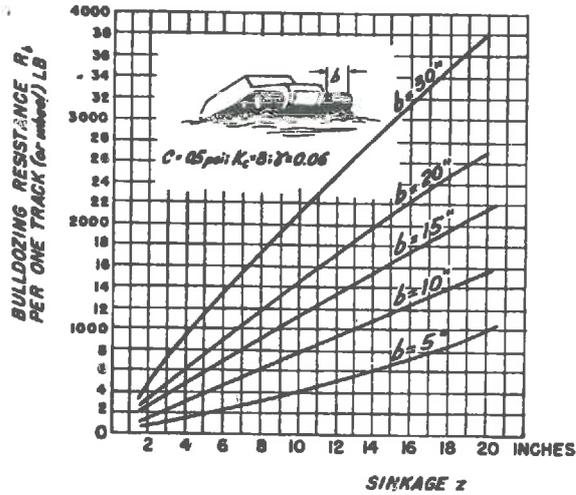
. Le premier, BEKKER a pensé que la marche "en avant" n'était pas la seule cause de résistance à l'avancement, mais qu'il fallait également



Passive Earth Resistance as a Function of the Sinkage.

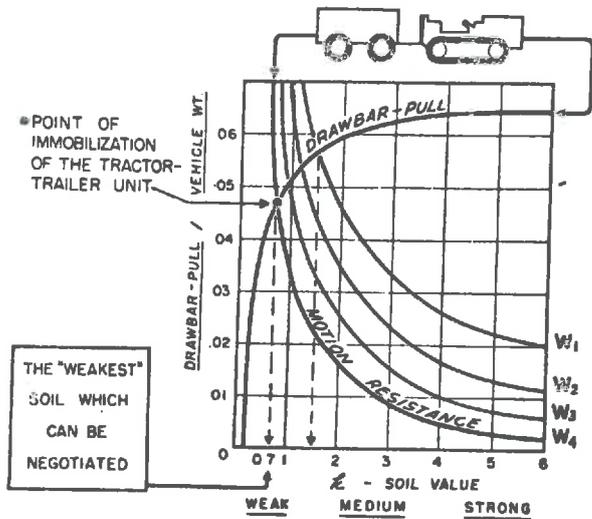
Figure V 24 19

Figure V 24 5



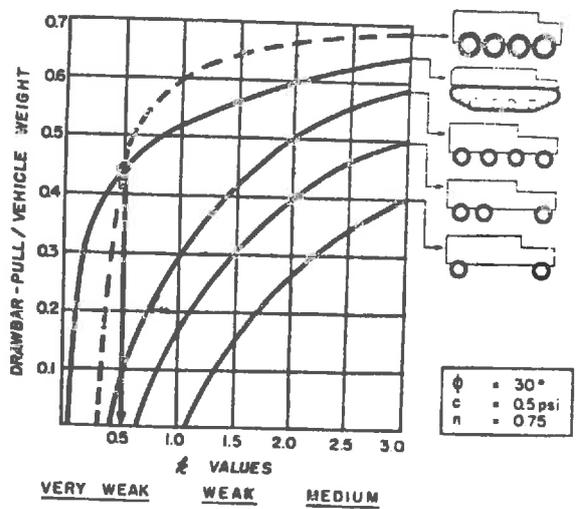
Effect of the width of a track or wheel on the bulldozing resistance.

Figure V 24 6



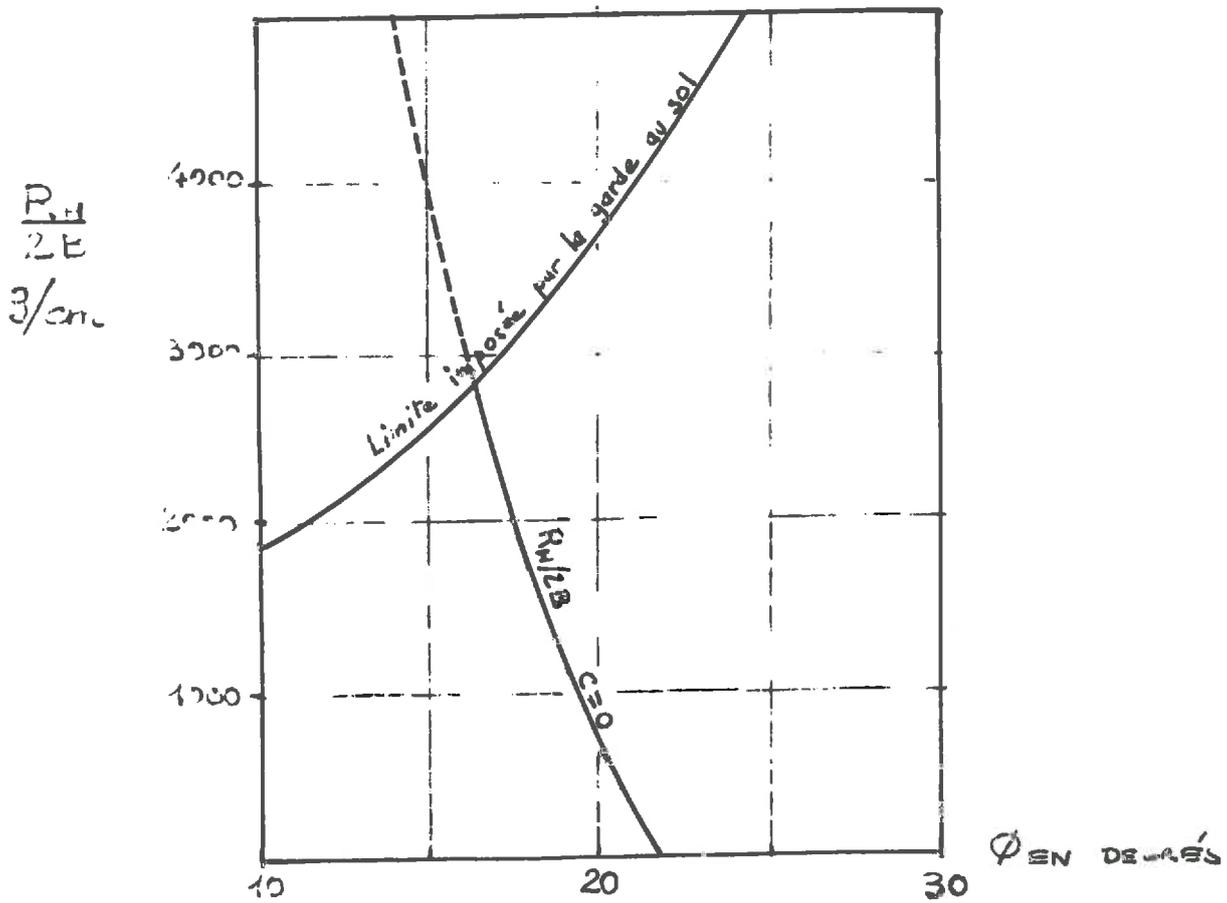
1. Selection of the trailer for a given tractor and determined soil conditions.

Figure V 24 7



Comparative performance of various types of vehicles within the given soil spectrum.

fig V.24.5bis : RESISTANCE A
L'AVANCEMENT POUR LE
D7 CAT.



tenir compte de la dissipation d'énergie nécessaire pour déformer verticalement le sol. Partant de la relation charge-enfoncement relative à une plaque :

$$p = \left(\frac{kc}{B} + k_{\phi} \right) D^n$$

il aboutit à : $R'_H = 2B \int_0^{D_m} \left(\frac{kc}{B} + k_{\phi} \right) D^n \cdot dD$ soit $R'_H = 2B \left(\frac{kc}{B} + k_{\phi} \right) \frac{D_m^{n+1}}{n+1}$

Mais nous avons vu lors du § III.2.2.1.A.γ. que la relation $p = f(D)$ suscitait de nombreuses critiques et nous allons examiner les différentes expressions de R'_H proposées par d'autres auteurs.

. KACIGIN et GUSKOV (V.6) partent de la relation $p = p_0 \tanh(kD)$. Considérant un déplacement élémentaire du véhicule (fig.V.24.18), ils calculent d'une part le travail de la force horizontale R'_H , et d'autre part le travail nécessaire pour déformer verticalement le sol, ils aboutissent à l'expression suivante de R'_H .

$$R'_H = 2B \left[A \log \cosh (KD) \right]$$

Les résultats obtenus par cette théorie sont représentés sur la Fig.V.24.21 donnée par GUSKOV (V.7).

. UFFELMAN et EVANS (V.8) calculent R'_H par la même méthode, mais la relation charge-enfoncement est la suivante :

$$D = B \log \left(\frac{p_1 - p_n}{p - p_n} \right)^{\alpha}$$

• p_1 fonction du poids W , du nombre de bougies N , du rayon des roues r ,

E module YOUNG

$$p_1 = \frac{\frac{1}{2} (WE)^{1/2}}{(NBr)^{1/2}}$$

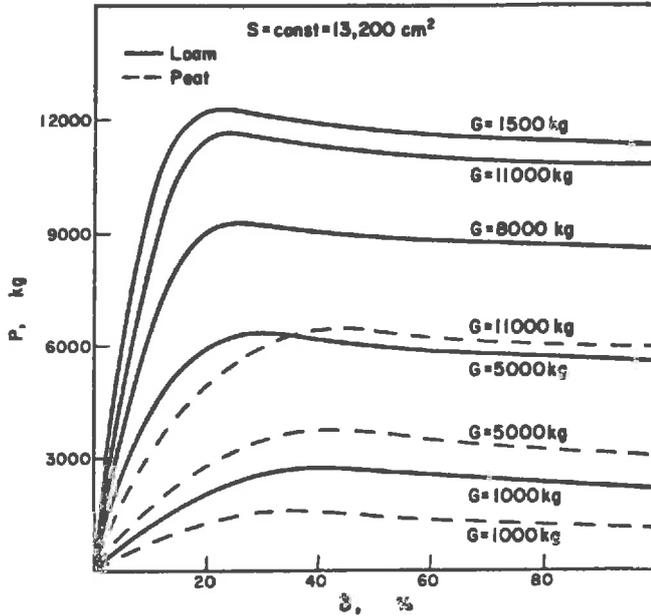
• $p_n = \frac{W}{2LB}$ et $\alpha = \frac{1}{5}$

Ce qui conduit à : $R'_H = 2B \int_0^{D_m} p \cdot dD$

Ces auteurs cependant utilisent 2 lois charge-enfoncement, une pour les petites déformations (loi d'élasticité), une pour les grandes (plasticité). En fait, il semble plus intéressant d'utiliser une seule loi, comme nous l'avons fait remarqué au § 2.2.1.A.γ., qui tienne compte de toutes les déformations, car

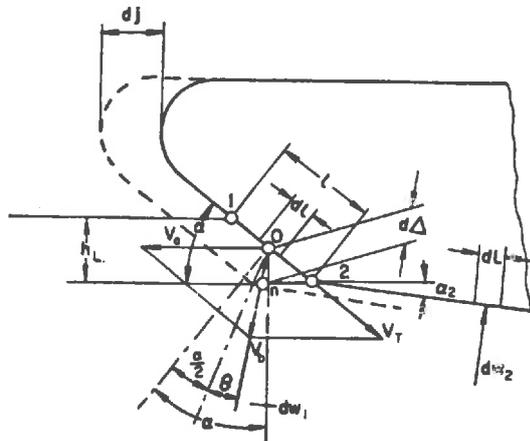
Figure V 24 18

V. V. KACIGIN and V. V. GUSKOV

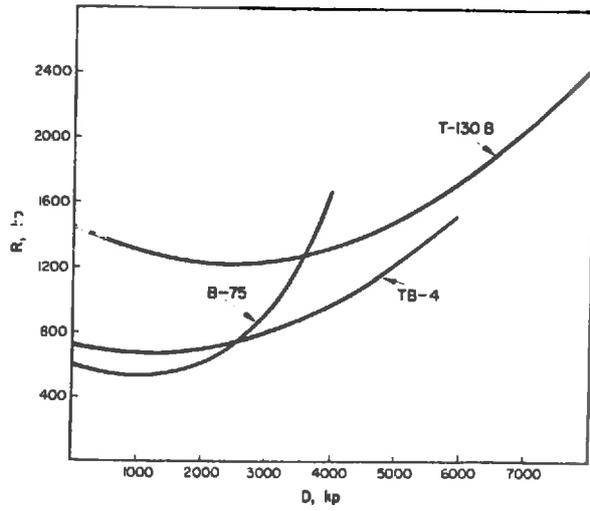


The influence of tractive effort on slip at different tractor weights for a track-laying tractor. Fixed contact area $S = 13,200 \text{ cm}^2$.

V. V. KACIGIN and V. V. GUSKOV

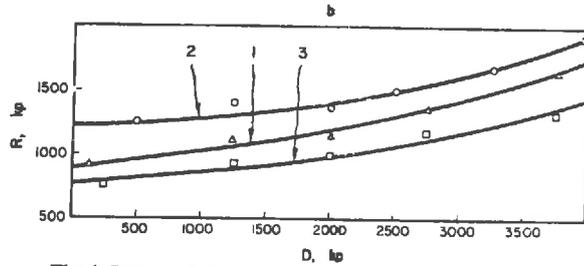
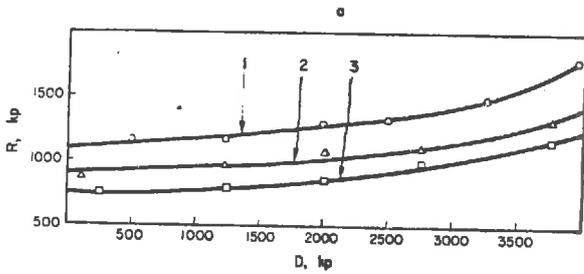


Track dimensions involved in the analysis of rolling resistance.



Computed rolling resistances for three types of peat working tractors.

THE EFFECT OF DRAWBAR PULL



The influence of drawbar pull on the rolling resistance of crawler tractors (a) On dry peat soil with m.c. 71-74 per cent, and (b) wet peat soil with m.c. 89-92 per cent.

- (1) $G=9800$ kp, $q_m=0.196$ kp/cm²,
- (2) $G=8300$ kp, $q_m=0.26$ kp/cm²,
- (3) $G=7100$ kp, $q_m=0.36$ kp/cm².

TABLE 2

Crawler tractor	h.p.	L (cm)	G (kp)	b (cm)	q_m (kg/cm ²)	h (cm)
Variant I	500	297	8300	53	0.26	50
Variant II	500	420	9800	53	0.196	50
Variant III	500	185	7100	53	0.36	50

Figure V 24 21

UFFELMAN et EVANS raccordent leurs deux arcs de courbe par un tronçon absolument arbitraire.

Nous noterons également que ces auteurs ont lié la résistance à l'avancement à la vitesse du véhicule, mais ils l'ont fait expérimentalement sans aucune tentative de justification théorique.

En fait, pour calculer R'_H , il est bien préférable d'utiliser une relation charge-enfoncement de plaque qui soit la plus simple possible et qui permette au mieux d'interpréter les essais d'enfoncement.

Nous avons déjà proposé :

$$p = (p_0 + \mu \frac{D}{B}) (1 - e^{-\frac{K}{p_0} \frac{D}{B}})$$

avec

$$p_0 = \frac{1}{2} \gamma_B \lambda_\gamma N_\gamma + c \lambda_c N_c$$

$$\mu = \gamma_B \lambda_q N_q$$

et

$$K = \frac{2}{Cf} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2}$$

Par intégration, nous obtenons :

$$\frac{R'_H}{2B} = \left(p_0 D + \frac{\mu D^2}{B} \right) + \frac{\mu p_0}{K} e^{-\frac{K}{p_0} \frac{D}{B}} \left[D + \frac{B p_0}{K} + \frac{B p_0}{\mu} \right]$$

R'_H se présente sous forme d'une somme de 2 termes :

$$\cdot \frac{R'_{HT}}{2B} = p_0 D + \frac{\mu D^2}{B} \quad \text{qui n'est autre que l'intégration de la relation de TERZAGHI.}$$

$$\cdot \frac{R'_{HP}}{2B} = \frac{\mu p_0}{K} e^{-\frac{K}{p_0} \frac{D}{B}} \left[D + B \frac{p_0}{k} + B \frac{p_0}{\mu} \right] \quad \text{qui tient compte du fait}$$

que la courbe charge-enfoncement n'est pas une droite.

Application numérique au D7 CATERPILLAR :

$$\gamma = 1,5 \text{ g/cm}^3, \quad \phi = 20^\circ, \quad c = 0, \quad D \simeq 10,0 \text{ cm}$$

$$p_0 = \frac{1}{2} \gamma_B N_\gamma = 300 \text{ g/cm}^2$$

$$\mu = 1200 \text{ g/cm}^2$$

$$\frac{K}{p_0} = 5$$

$$\frac{R'_{HT}}{2B} = 4200 \text{ g/cm}$$

$$\frac{R'_{HP}}{2B} = 2886 \text{ g/cm}$$

en butée $\frac{R_H}{2B} = 7086 \text{ g/cm}$ ce qui est très supérieur à la résistance calculée qui dans les mêmes conditions valaient 600 g/cm.

CONCLUSION. La résistance due à la déformation du sol est nettement supérieure à la résistance à l'avancement due à la marche en avant.

On commet une erreur importante dans le calcul de R'_H en négligeant le fait que la courbe charge-enfoncement n'est pas une droite.

V.2.4.2. Etude du glissement

Avant de commencer cette étude, nous allons donner une série de notations très classique dans ce genre de problème.

- D.P. pour drawbar-pull : effort de traction, ne pas confondre avec T du chapitre précédent
- H effort de traction total : $H = DP - R_H$
- g glissement $g = 1 - \frac{Va}{Vt}$
- τ contrainte de cisaillement dans le sol
- τ_{\max} contrainte de cisaillement maximale $\tau_{\max} = c + \sigma \cdot \text{tg } \phi$
- σ ou p contrainte normale
- K_1 coefficient de glissement (l'inverse d'une longueur)

- . K_2 coefficient de glissement
- . α distance d'un point de la chenille au point le plus en avant de la chenille (voir Fig. V.24.3)
- . ε déformation du sol dans le sens horizontal
- . K module de déformation du sol
- . D enfoncement au point d'abscisse α
- . D_m enfoncement maximal.

Nous avons vu au § III.1.3. que BEKKER avait donné une relation de la forme :

$$\tau = \tau_{\max} \frac{y(\varepsilon)}{y_{\max}}$$

avec :

$$y(\varepsilon) = e^{-(k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1})k_1\varepsilon} - e^{-(k_2 - \sqrt{k_2^2 - 1})k_1\varepsilon}$$

$$y_{\max} = \text{maximum de la fonction } y$$

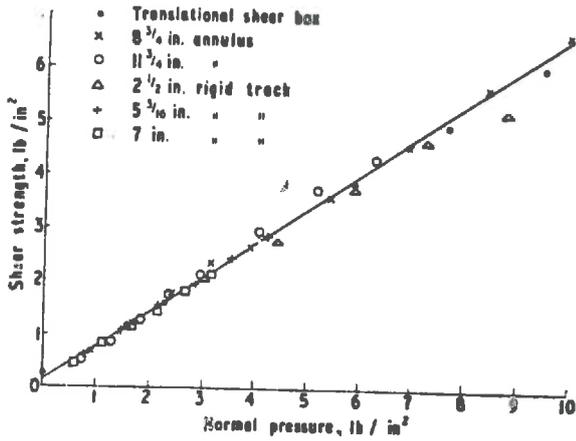
pour interpréter des essais de cisaillement comme ceux représentés sur la Fig. V.24.22.

Cette relation très compliquée avait été simplifiée par JANOSI et HANAMOTO qui ont montré qu'en locomotion, on pouvait se contenter de la forme réduite :

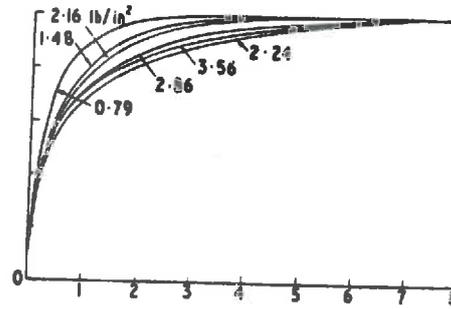
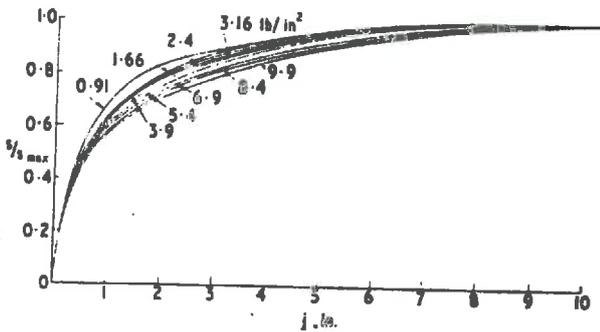
$$\tau = \tau_{\max} (1 - e^{-\varepsilon/k})$$

Puis ces auteurs définissent ensuite un effort de traction total H qu'est susceptible de développer le véhicule considéré.

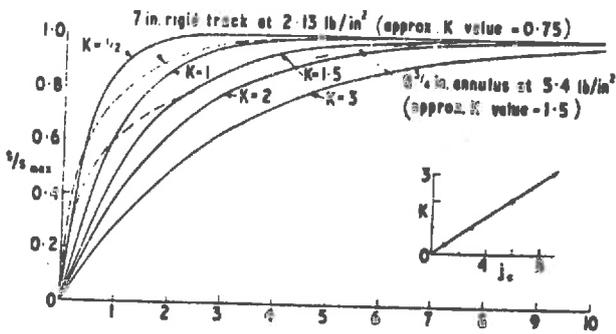
$$H = \int_0^L 2B \tau \, d\alpha$$



Shear strength determined by different methods.



Theoretical shear stress/deformation curves for (left) 8 1/4 in. annulus; (right) 5 3/16 x 28 in. rigid track.



Comparison of experimental shear stress/deformation curves with exponential curves of the form $y = 1 - e^{-(x/K)}$.

Figure V 24 22

$$H = 2B \int_0^L (c + p \operatorname{tg} \phi) (1 - e^{-\varepsilon/k}) dx$$

Nous insistons sur le fait que cet effort de traction H n'a rien à voir avec l'effort T calculé au § V.2.2.

- . T a été calculé pour un véhicule ne patinant pas sur un sol ayant des propriétés mécaniques telles qu'il porte largement le véhicule c'est-à-dire telles que $CI > VCI$. Si $CI = VCI \Rightarrow T = 0$.
- . H est calculé pour un véhicule patinant et sur un sol limite, c'est-à-dire tel qu'il porte juste le véhicule. H est calculé par conséquent lorsque $CI = VCI$. Si le véhicule ne patine pas, il ne peut rien tracter sur ce sol limite.

Le calcul de H nécessite la connaissance de deux fonctions particulièrement délicates à définir :

- $p(x)$ qui donne la distribution des contraintes normales le long de la chenille
- $\varepsilon(x)$ qui donne la déformation horizontale du sol en chaque point situé sous la chenille.

Les auteurs font en général des hypothèses sur ces fonctions, qu'ils vérifient ensuite par l'expérience.

La Fig. V.24.3 montre les expériences de BEKKER et justifie le choix qu'il fait en posant : $\varepsilon(x) = g \cdot x$.

Par contre, il pose $p(x) = \text{cte.}$ ce qui n'est pas justifié. Ces deux fonctions étant choisies, il calcule H : le résultat de cette opération est sur la Fig. V.24.4. On constate que H passe par un maximum pour une déformation ε_m du sol. Par suite, le maximum de H est atteint pour $g \cdot L = \varepsilon_m = \text{cte.}$, donc il sera atteint pour un glissement d'autant plus petit que L sera grand. Autrement dit, une chenille longue aura tendance à moins patiner qu'une courte.

Les Fig. V.24.7, V.24.24, V.24.25 donnent quelques résultats théoriques et expérimentaux de BEKKER.

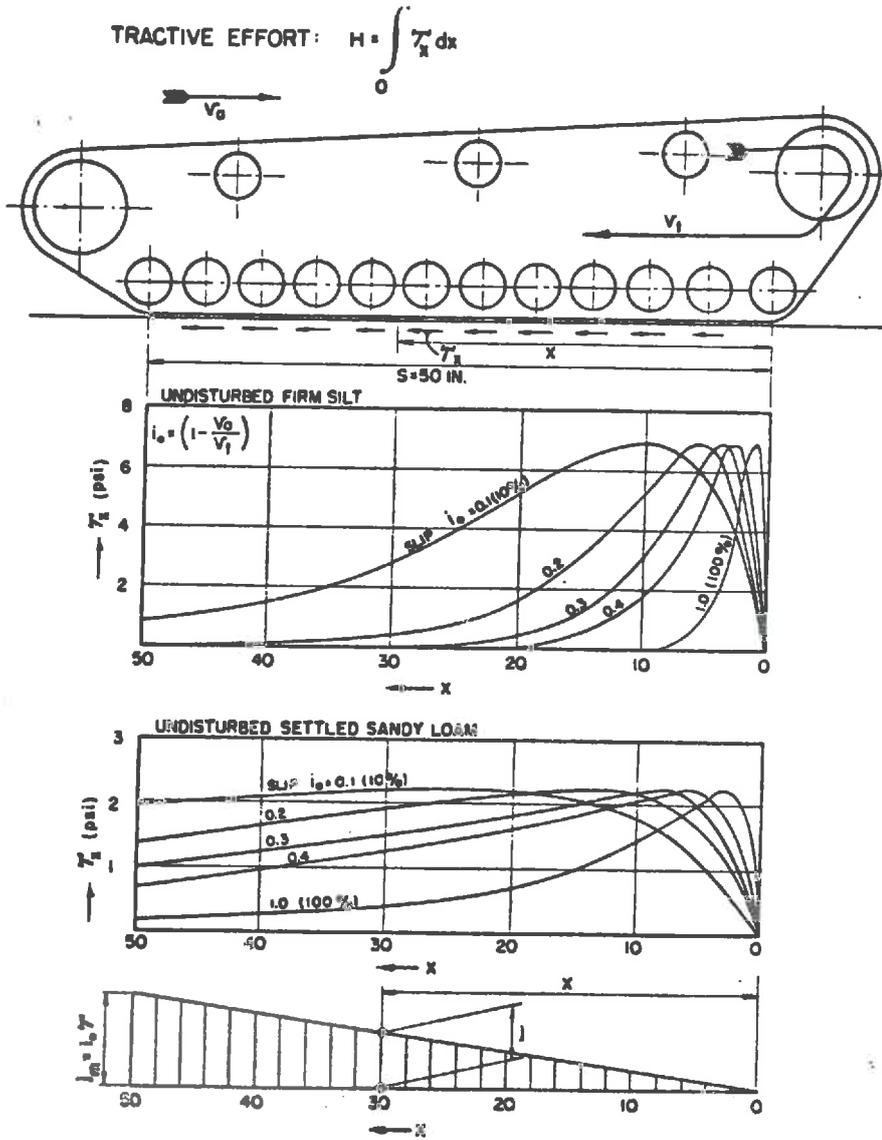


Figure V 24 3

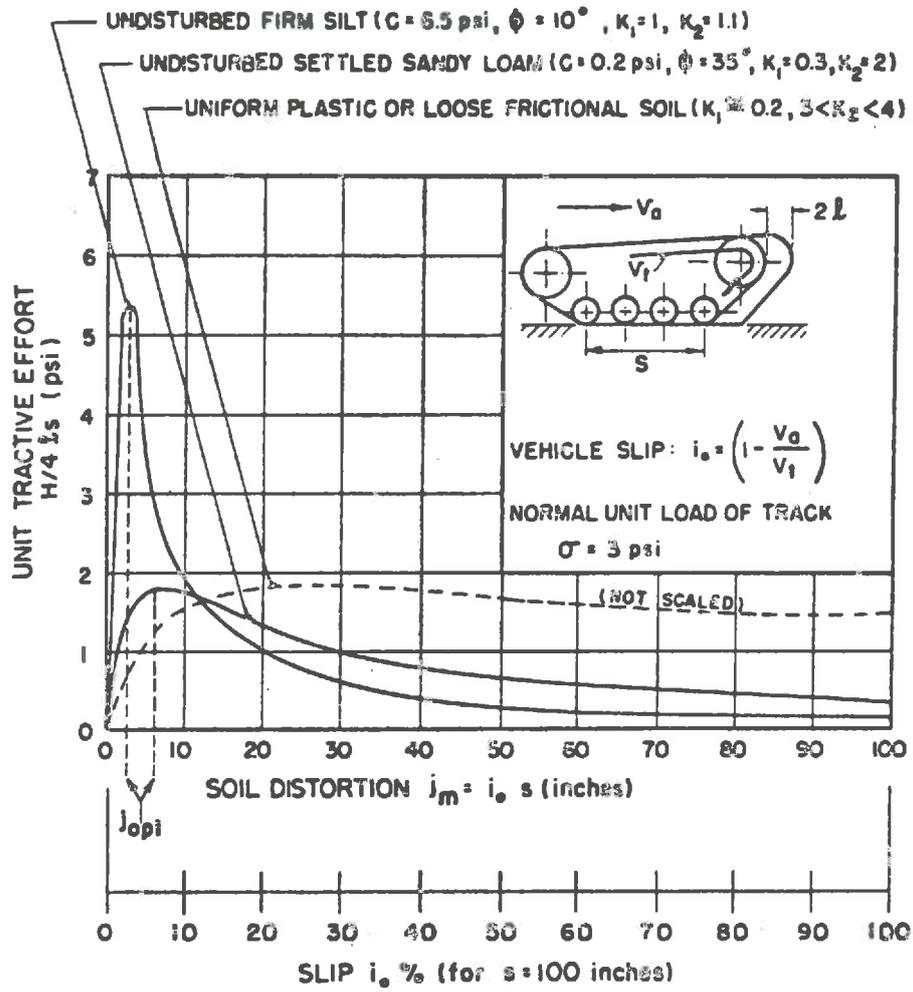
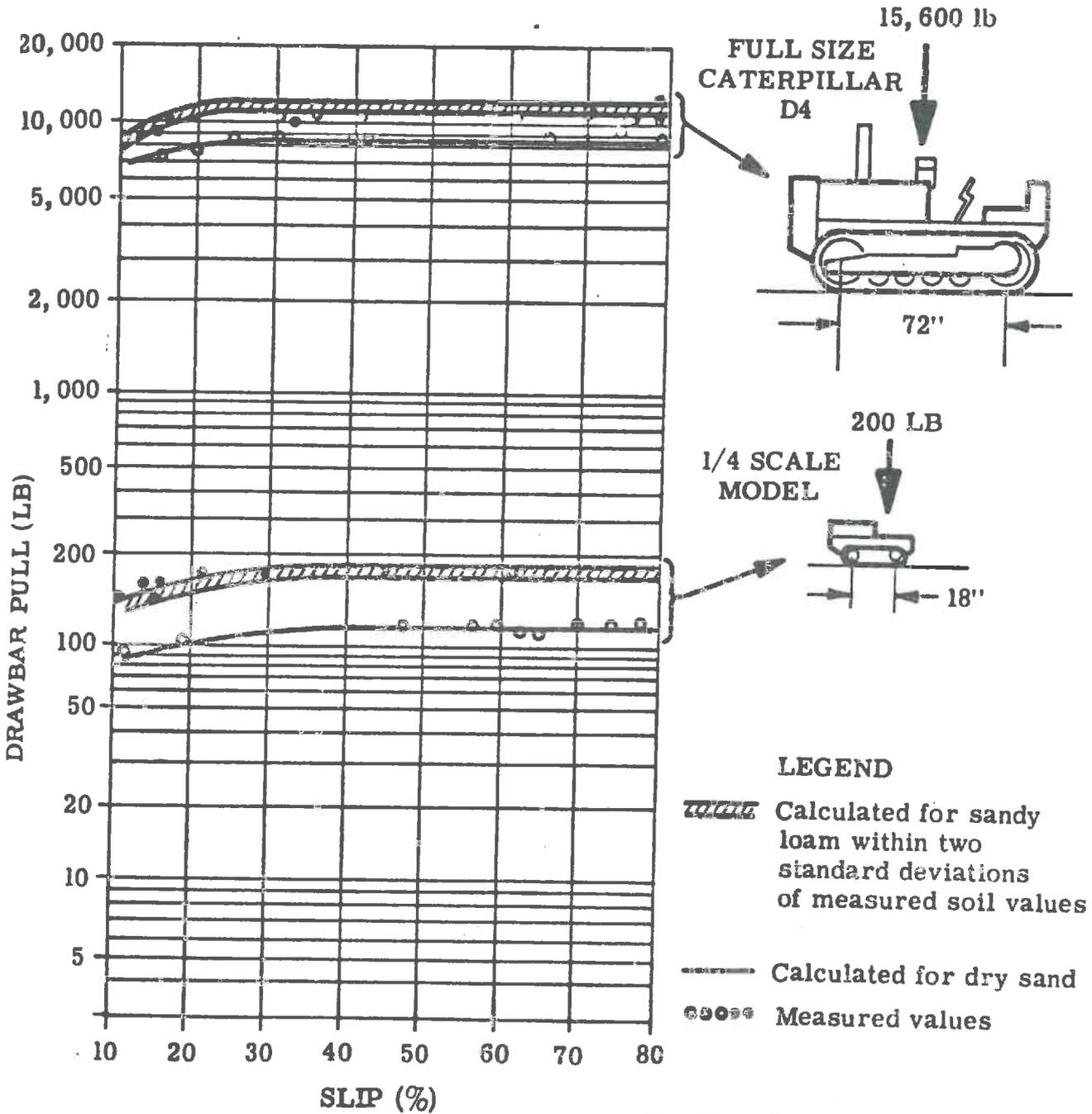


Figure V 24 4

PREDICTED AND MEASURED DRAWBAR PULL VS SLIP;
FULL SIZE TRACTOR AND IT'S 1/4 SCALE MODEL



(AFTER Wm. L. HARRISON, JR.)

SAND: $k_c = 0.05$; $k_\phi = 3.58$; $n = 1.18$
 $c = 0.1$; $\phi = 28^\circ$; $K = 0.31$

SANDY LOAM: $k_c = 8.6 - 11.1$; $k_\phi = 4.85 - 6.46$
 $n = 0.68 - 0.78$; $c = 0.25 - 0.34$
 $\phi = 35.5^\circ - 37^\circ$; $K = 0.1$

Figure V 24 24

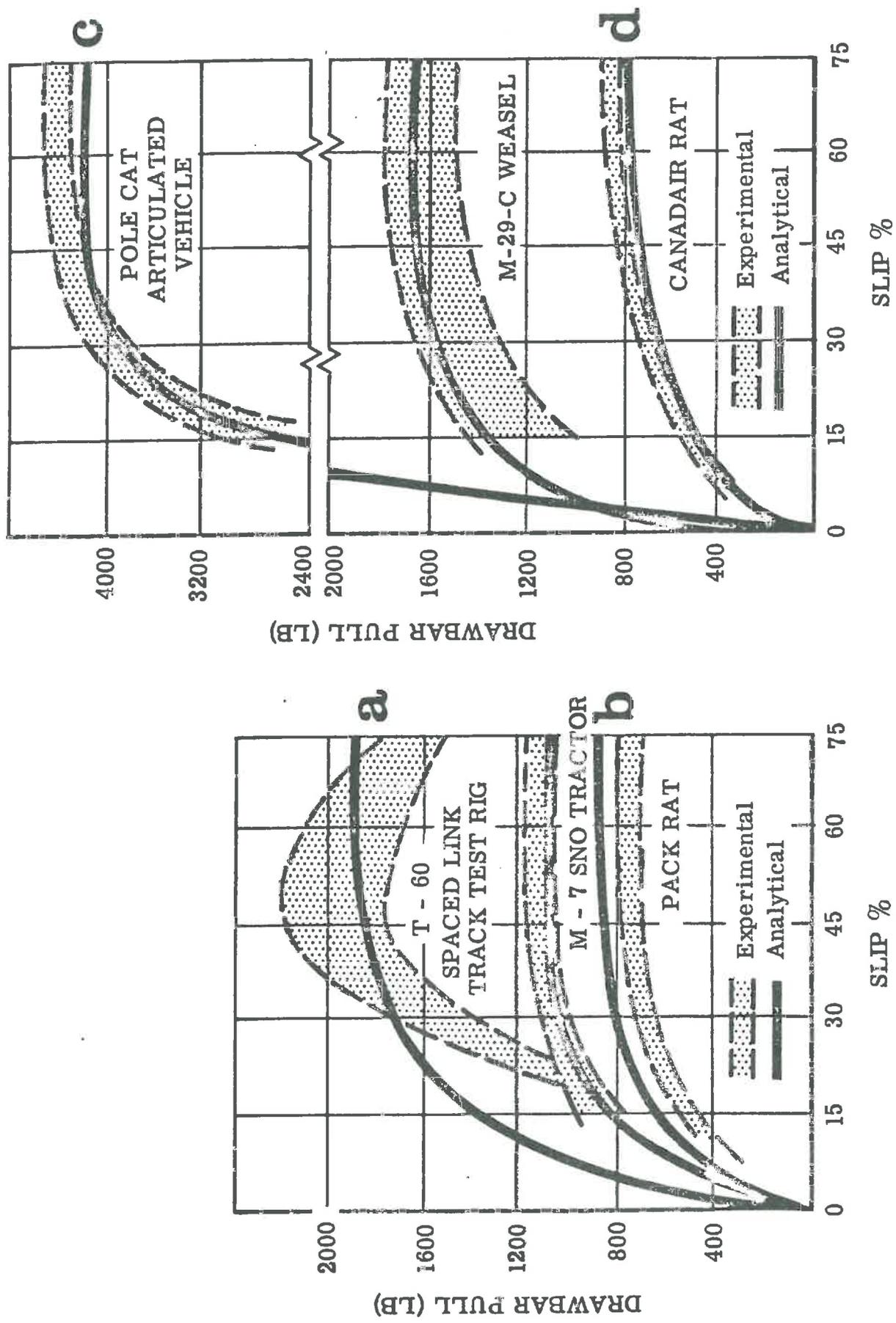


Figure V 24 25

La Fig. V.24.8 montre l'effet des crampons sur l'effort de traction H.

. JANOSI - HANAMOTO (V.9) étudie le cas où p n'est plus constant mais de la forme :

$$p = k \alpha^n$$

c'est-à-dire que l'enfoncement du véhicule est proportionnel à α , et par suite p est proportionnel à α^n d'après la loi de BEKKER.

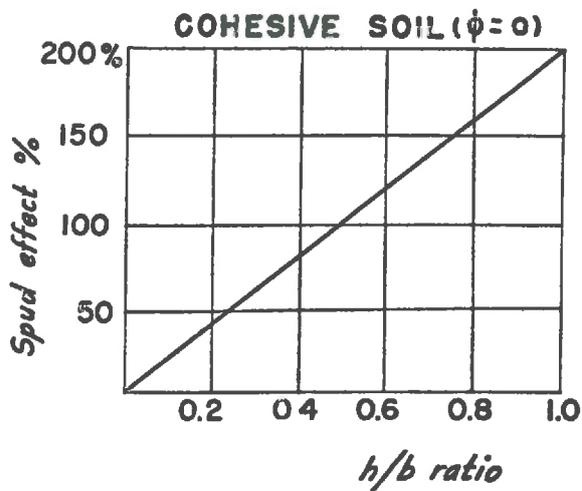
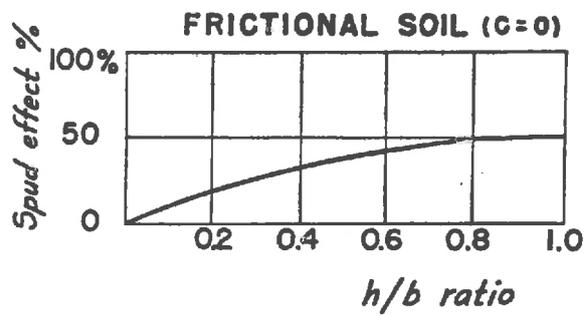
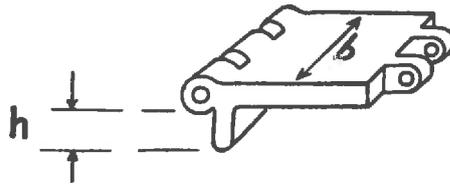
Cette hypothèse est vérifiée par de très nombreuses expériences : Fig. V.24.9, V.24.10, V.24.11.

. PERLOFF (V.3) a fait des expériences sous des chars et a étudié expérimentalement les fonctions $p(\alpha)$ et $\xi(\alpha)$. Il en a déduit des courbes H(g) qui sont semblables à celles de JANOSI-HANAMOTO : Fig. V.24.13.

. UFFELMANN et EVANS (V.8) ont cherché une relation H(g) qui tienne compte de la vitesse et même de l'accélération du véhicule : Fig. V.24.15. Mais ces résultats purement expérimentaux n'ont pas fait l'objet d'interprétation théorique.

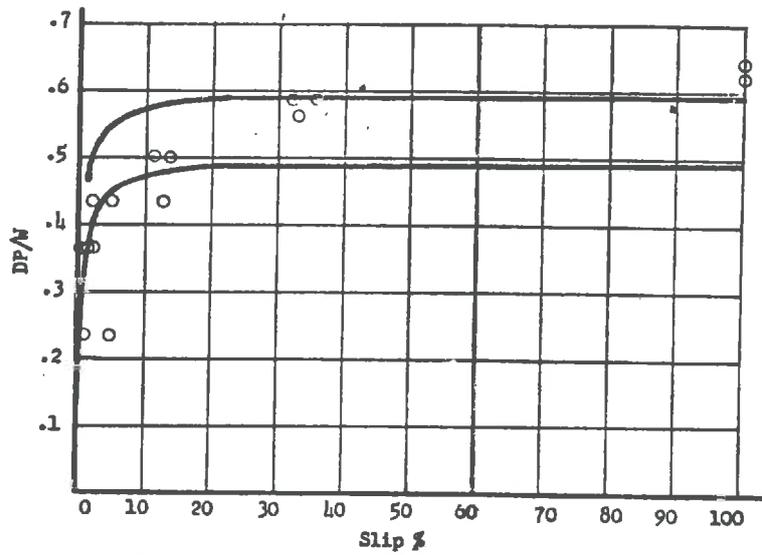
Nous citerons enfin les résultats de W.H. CLARK (Fig. V.24.16), WILLS (V.11) (Fig. V.24.23) et KACIGIN et GUSKOV (V.6) (Fig. V.24.18) qui donnent de nombreux exemples de courbes H(g) pour un grand nombre de véhicules.

Toutes ces expériences confirment les résultats théoriques de JANOSI et HANAMOTO.

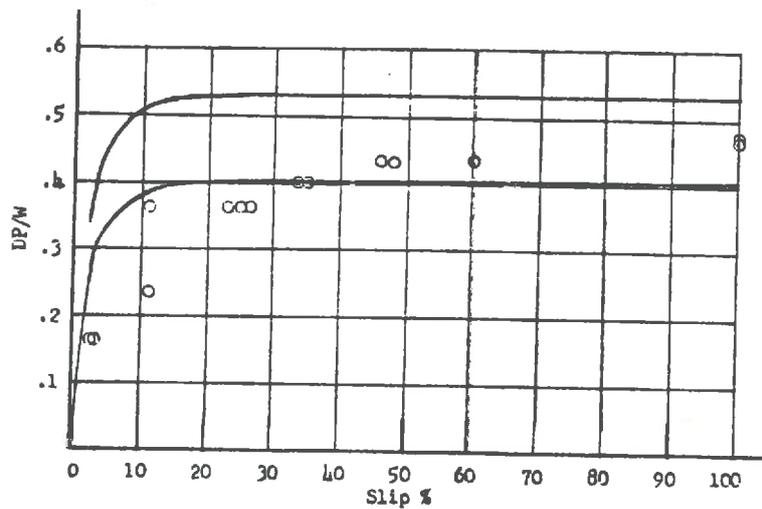


Effect of spuds in frictional and plastic soils as expressed in terms of percentage of soil thrust:
 $H = Ac + W \tan \phi$.

Figure V 24 8

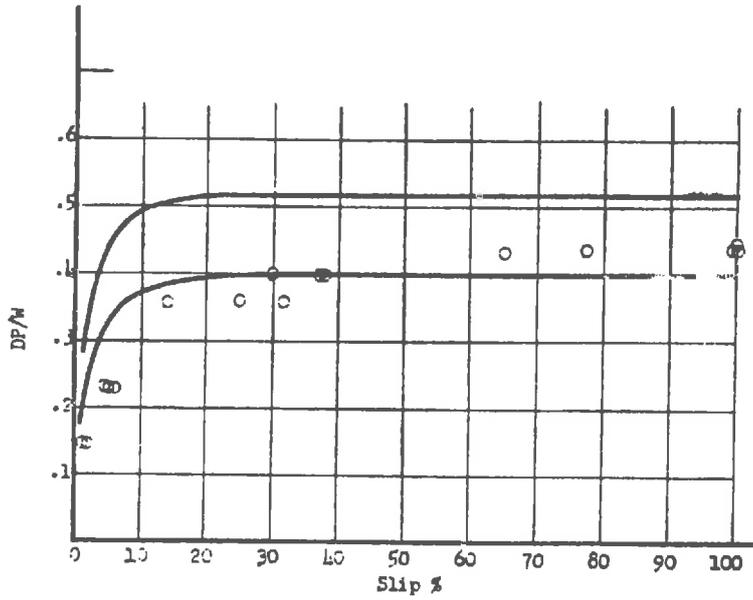


○ Measured; — Computed 6 May 1960. Dry Mich. Farm Soil Model R, Wgt 162 lbs.
 — Predicted «band» and measured values of drawbar pull pro unit weight as a function of slip for model «R» in dry farm soil.

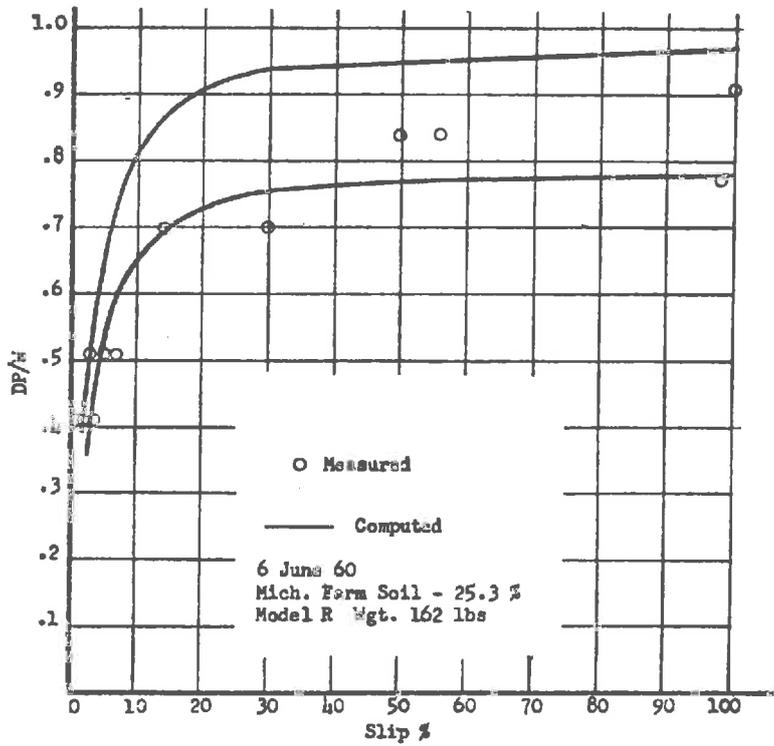


○ Measured; — Computed 11 May 1960. Dry Mason Sand Model R, Wgt 162 lbs.
 — Predicted and measured DP/W values as a function of slip for model «R» in dry mason sand.

Figure V 24 9

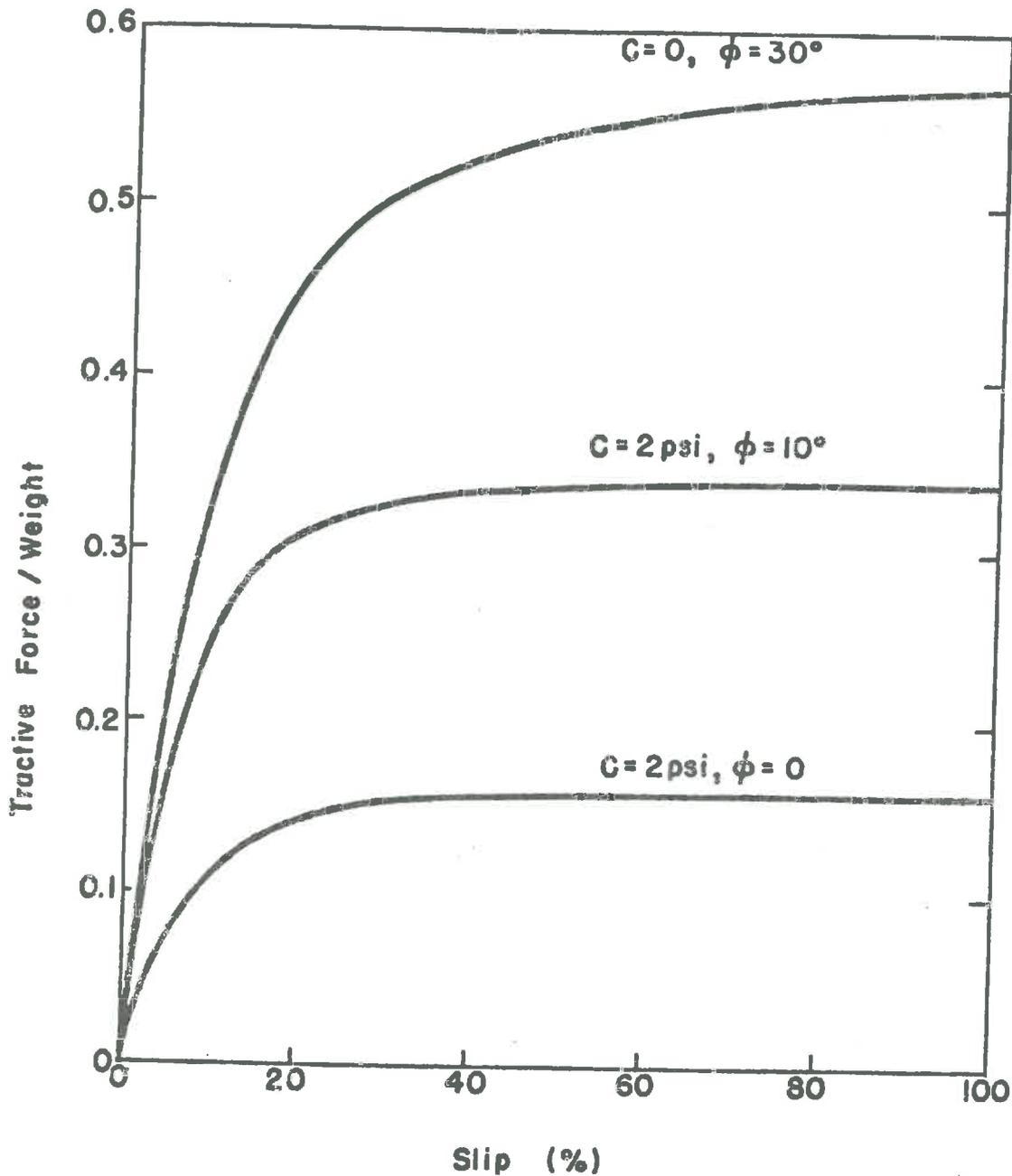


○ Measured; — Computed 11 May 1960. Dry Mason Sand Model B, Wgt 162 lbs.
 — Predicted and measured DP/W values as a function of slip for model «B» in dry mason sand.



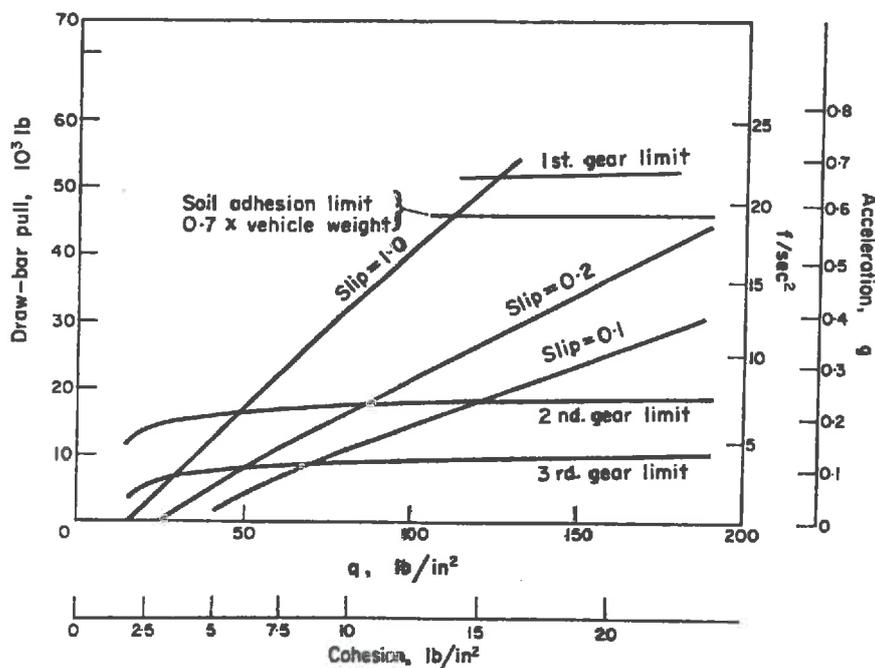
○ Measured
 — Computed
 6 June 60
 Mich. Farm Soil - 25.3 %
 Model R Wgt. 162 lbs

— Predicted and measured DP/W values as a function of slip for model «R» in farm soil of MC = 25.3 %.

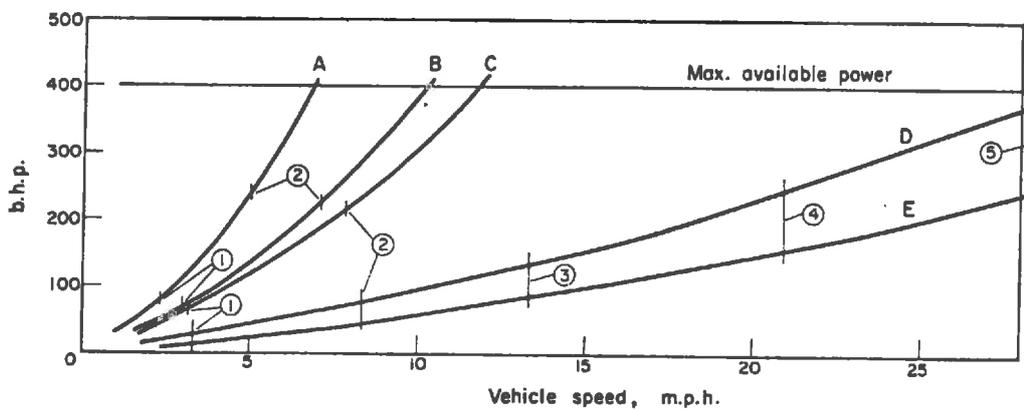


TRACTIVE FORCE AS A FUNCTION OF THE PER CENT SLIP
FOR M60A1 TANK ON THREE SOILS
(HORIZONTAL GROUND SURFACE)

Figure V 24 15

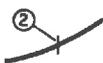


Available acceleration or drawbar pull versus soil shear strength.



Maximum vehicle speed in various gears, at engine speed of 2400 r.p.m.

A-bearing capacity = 25 lb/in^2 , cohesion 3.1 lb/in^2
 B-bearing capacity = 40 lb/in^2 , cohesion 5.0 lb/in^2
 C-bearing capacity = 60 lb/in^2 , cohesion 7.5 lb/in^2
 D-very firm grassland
 E-concrete



Sprocket power versus vehicle speed.

COMPARATIVE PERFORMANCE OF PROPOSED DRONE CARRIERS

THRUST/WEIGHT RATIO VERSUS SOIL CONSISTENCY

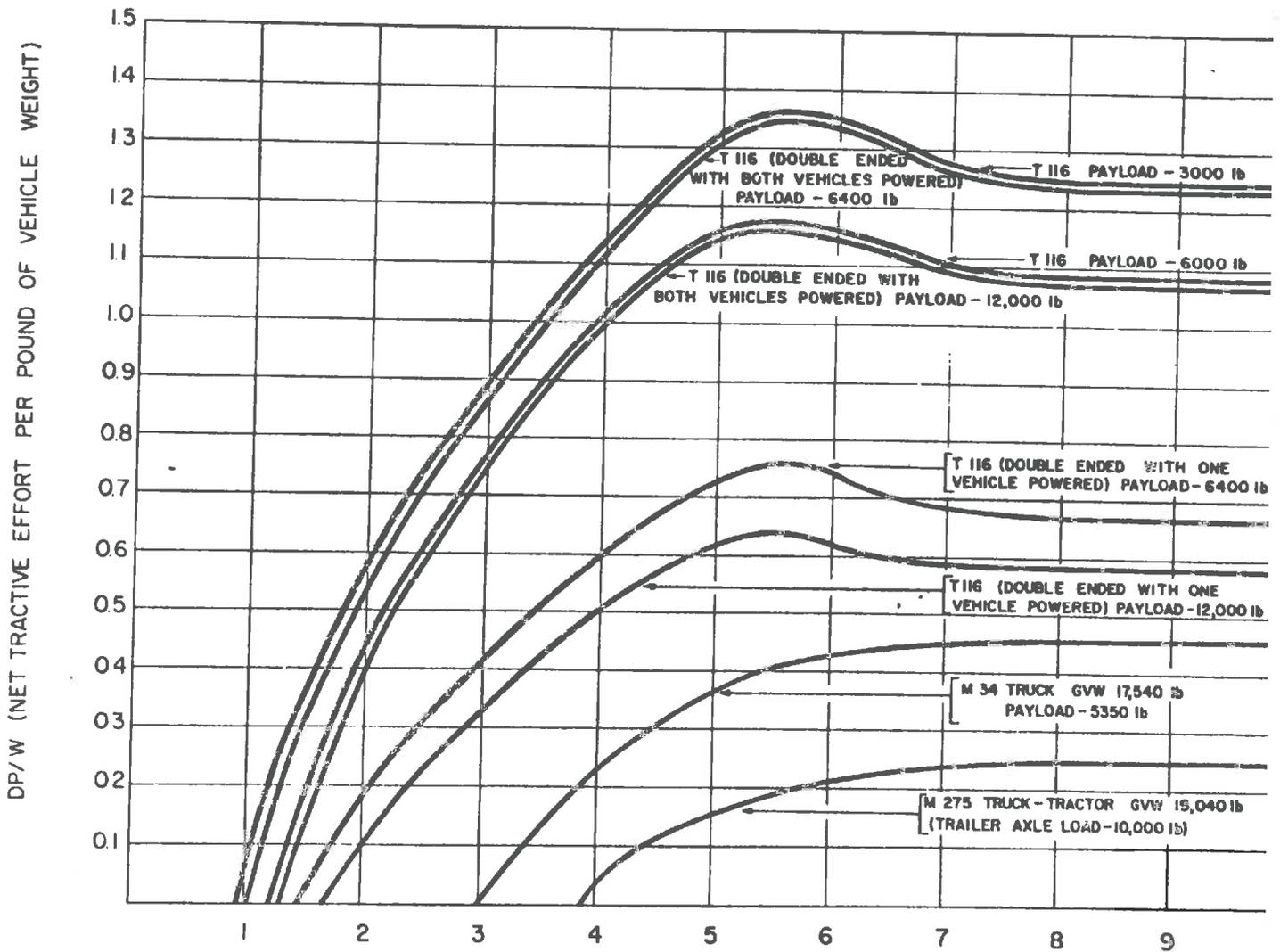
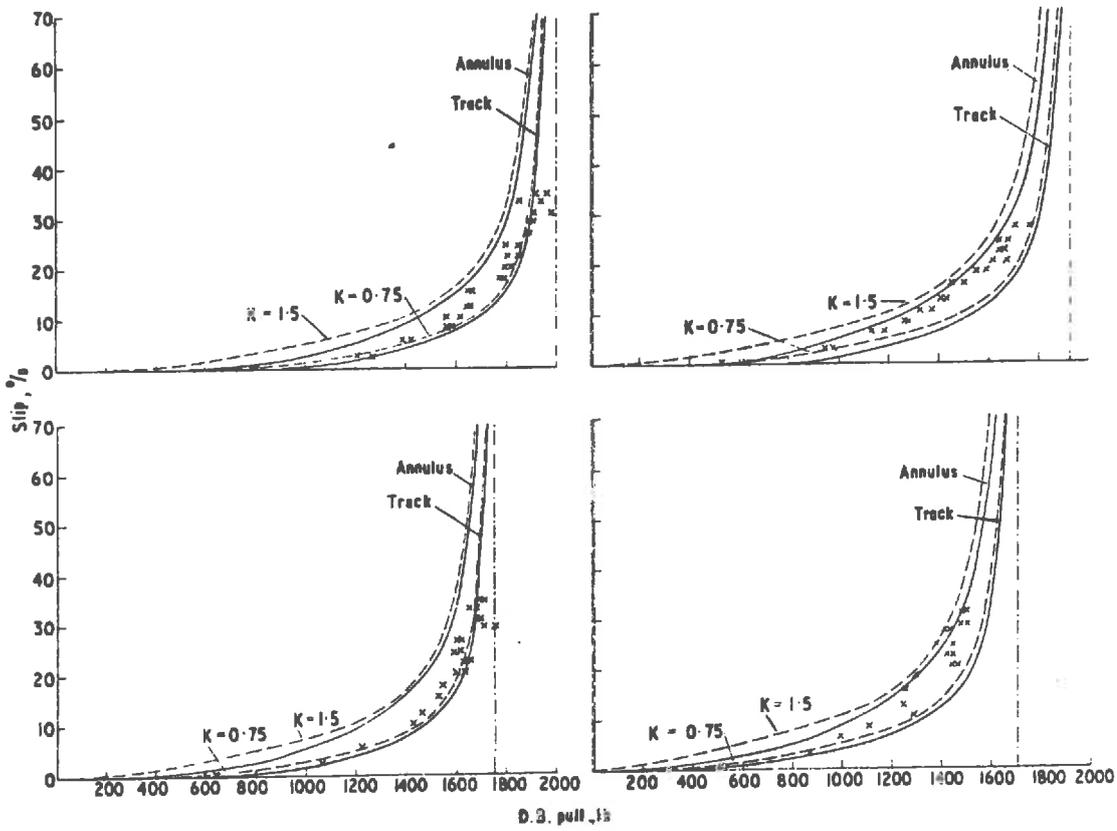


Figure V 24 16



Measured (points) and predicted performance of full-length (left) and $\frac{1}{4}$ -length tracks (right); (top) 10 in. wide; (bottom) 7 in. wide. Full lines - annulus or rigid track integration; broken lines - simplified Bekker equation; chain-dotted lines - Micklethwaite equation.

Figure V 24 23

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE V

- V.1. M.G. BEKKER, "Theory of land locomotion", Ann. Arbor. The University of Michigan Press (1956).
- V.2. E. HEGEDUS, "A Simplified Method for the Determination of Bulldozing Resistance" Land Locomotion Laboratory, Report N°RR22LL61, (Mai 1960)
- V.3. W.H. PERLOFF, "Mobility of Tracked Vehicles on Soft Soils", Proc. of the 2nd Int. Conf. of the Int. Soc. for Terrain-Vehicle System, CANADA 1966.
- V.4. J.P. ASTE, "Contribution à l'étude de la locomotion tous terrains sur chenilles", Thèse de 3ème Cycle, Faculté des Sciences de Grenoble (1967).
- V.5. E.T. SELIG, R.D. NELSON, "Observations of Soil Cutting with Blades", J. of Terramechanics, Vol.1 N°3 (1964).
- V.6. KACIGIN et GUSKOV, "The basis of Tractor Performance Theory", Journal of Terramechanics, Vol.5 N°3 (1968).
- V.7. GUSKOV, "The effect of Drawbar Pull on the Rolling Resistance of Track - Laying Tractors", Journal of Terramechanics, Vol.5 N°4 (1968).
- V.8. F.L. UFFELMANN, I. EVANS, "The Performance of Heavy Tracked Vehicles on Soft Cohesive Soils", Journal of Terramechanics, Vol.2 N°2 (1965).
- V.9. JANOSI, B. HANAMOTO, "The Analytical Determination of Drawbar Pull as a Fonction of Slip for Tracked Vehicles in Deformable Soils", Proc. of the 1st Int. Conf. of the Mechanics of Soil-Vehicle System, TURIN (1961).
- V.10. W.H. CLARK "Mobility Study for Drone Carriers" Report N°52. Land Locomotion Laboratory, (Avril 1959).

- V.11. B.M.D. WILLS, "The Measurement of Soil Shear Strength and Deformation Moduli and a Comparison of the Actual and Theoretical Performance of a Family of Rigid Tracks", Journal of Terramechanics, Vol.1, N°2 (1964).

CHAPITRE VIRAPPEL DES PRINCIPAUX RESULTATS

I.3.

On se trouve face à certaines difficultés lors de l'application des lois générales de la mécanique, du fait :

- centre de gravité d'un véhicule difficile à définir (toujours supposé situé à la mi-longueur des chenilles),
- on connaît mal le couple-moteur : on ne connaît que la puissance et par suite le couple-moteur dépend de la vitesse de translation de la chenille (ou encore de la vitesse de rotation du barbotin),
- en conclusion, on connaît mal en direction et intensité la résultante des actions du sol sur le véhicule.

III.1.3.

Toutes les expériences de cisaillement (boîte, anneau, etc...) sont concordantes et tous les auteurs admettent :

$$\tau = (c + p \operatorname{tg} \phi) (1 - e^{-\epsilon/k}) \quad \text{Fig. 3.3: signification de } k$$

Cette relation est en fait une simplification de celle de BEKKER, peu utilisable en locomotion tout terrain.

III.2.2.1.

Il a été fait une analyse comparative de tous les essais de plaque et de toutes les formules mathématiques cherchant à interpréter ces essais.

- . Si on se contente du palier de plasticité parfaite, la formule de TERZAGHI améliorée est suffisante :

$$p = \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_{\gamma} \cdot \lambda_{\gamma} + c \cdot \lambda_c \cdot N_c + \gamma \cdot D \cdot \lambda_q \cdot N_q$$

- . Si on veut interpréter la totalité de la courbe charge-enfoncement, la formule suivante a été proposée :

$$p = (p_0 + \mu \frac{D}{B}) (1 - e^{-\frac{K}{p_0} \frac{D}{B}})$$

Les constantes p_0 , μ et K peuvent être déterminées soit graphiquement soit algébriquement :

- graphiquement : p_0 ordonnée à l'origine de la droite de plasticité parfaite
 μ pente
 K pente à l'origine de la courbe charge-enfoncement.

- algébriquement : $p_0 = \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_{\gamma} \cdot \lambda_{\gamma} + c \cdot \lambda_c \cdot N_c$

$$\mu = \gamma \cdot B \cdot N_q$$

$$K = \frac{2E}{(1-\nu^2) C_f}$$

- . On a étudié les coefficients de formes λ_{γ} , λ_c , λ_q . Etant donné la forme actuelle des chenilles qui équipent les véhicules ($\frac{L}{B} > 6$ ou 7), on prendra toujours $\lambda_{\gamma} = \lambda_c = \lambda_q = 1$, sauf pour :

- 1e M29 WEASEL $\lambda_{\gamma} = 0,85$ $\lambda_q = \lambda_c = 1,05$ $\frac{L}{B} = 3,9$

- 1e D7 CATERPILLAR $\lambda_{\gamma} = 0,95$ $\lambda_q = \lambda_c = 1,04$ $\frac{L}{B} = 4,8$

- . On a rejeté la formulation de BEKKER, car se posent :

- le problème d'analyse dimensionnelle : les constantes ont des unités qui varient d'un sol à l'autre,

- les constantes varient pour un même sol alors qu'elles sont théoriquement caractéristiques d'un sol donné : k_c, k_ϕ, n

. On a rejeté les formules de MEYERHOF car trop compliquées et ne donnent en fait que le palier de plasticité parfaite, donnent les mêmes résultats que TERZAGHI mais sont d'un emploi moins commode car N_c, N_q, N_γ dépendent de ϕ et de $\frac{D}{B}$.

. La comparaison de la formule proposée avec les essais se trouve Fig. III.20, III.24, III.25.

III.2.2.1.B.β.

Dans le cas d'une plaque soumise à une force inclinée et centrée, nous avons tracé les courbes $T = f(W)$ pour 25 sols différents. Ces courbes sont utilisées pour déterminer l'effort de traction que peut développer un véhicule. Elles ne sont valables que pour des plaques enfoncées de 20 cm et de géométrie 250 x 50 cm sur un sol de densité 1,5 g/cm³.

III.2.2.2. Essais d'enfoncement de pénétromètre.

Les CI mesurés en milieu pulvérulent (billes de verre et sable, avec pointe ou sans pointe) sont très conformes aux CI théoriques déterminés dans le plan c, ϕ .

Les courbes de SMITH du W.E.S. ne sont pas à retenir; d'ailleurs cet auteur donne lui-même des CI mesurés, conformes aux nôtres qu'ils soient expérimentaux ou théoriques.

La Fig. III.41 est très probante à ce sujet : on constate que nos expériences et celles de SMITH en milieu pulvérulent concordent avec la formule de force portante de LE GALL. Par contre, le résultat extrapolé à partir des expériences de SMITH en milieu cohérent est nettement douteux.

V.2.1.2.

La définition du VCI théorique a été modifiée par rapport à celle d'ASTE qui ne le définissait qu'en milieu $\emptyset = 0$. Nous avons préféré le définir dans un domaine où les expériences sont plus fréquentes (Fig.V.21.1). On en déduit un VCI théorique 2,5 fois plus faible que le VCI du W.E.S. mais les 2 courbes MI-VCI sont rigoureusement homothétiques (Fig. V.21.3). Seuls les tanks M8 et M4AL sont aberrants

Comment expliquer le coefficient 2,5 ? (Remarque $\rightarrow \mathcal{L}$)
(inclinaison probable des contraintes alors que le calcul utilise l'hypothèse de contraintes normales).

V.2.2.1.

Il s'agit de retrouver théoriquement la courbe $\frac{T}{W}$ en fonction de CI-VCI, qui résulte de très nombreuses expériences du W.E.S. Fig. VI.1.

- Nous utiliserons d'abord le schéma de plasticité parfaite avec force inclinée et centrée.
- Puis la condition d'adhérence $\zeta \leq c$
- Puis tenant compte de la puissance limitée du moteur, nous avons trouvé un $\frac{T}{W}$ limite.

$$\zeta \times 2LB = \frac{P}{V_R} \quad \begin{array}{l} \text{puissance du moteur} \\ \text{vitesse de translation de la chenille et non du} \\ \text{véhicule} \end{array}$$

$$\text{Par suite, le rapport } \frac{T}{W} = \operatorname{tg} \delta = \frac{P}{W} \cdot \frac{1}{V_R}$$

Or, nous avons remarqué qu'en général la puissance unitaire (puissance rapportée à l'unité de poids du véhicule) était à peu près constante. Par suite, $\frac{T}{W}$ limite ne dépend que de la vitesse de translation de la chenille (Fig. VI.1).

V.2.2.2. Poids optimal - Effort disponible maximal

Nous utilisons les courbes tracées au § 2.2.1.B.β. On a pu tracer les courbes
 Wopt fonction de c, φ pour un véhicule donné (D7, D8, M76)
 Topt fonction de c, φ pour un véhicule donné.

On constate d'après les courbes qu'il est intéressant d'alourdir en milieu avec φ élevé. Plus φ est faible, moins l'effet de l'alourdissement du véhicule est sensible.

A la limite, pour φ = 0 tous les véhicules sont optimaux.

V.2.4.1. Résistance à l'avancement

On distingue deux sortes de résistance à l'avancement :

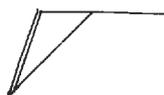
- butée due à la "marche en avant" $R_H = 2B \cdot \gamma \cdot D^2 K \gamma (\phi, \beta, \delta) \int_0^{D_m} p dD$
- force nécessaire à la déformation verticale du sol $R_H = 2B \int_0^{D_m} p dD$

Calcul de R_H



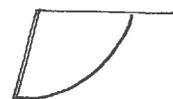
spirale

BEKKER-TERZAGHI



plan

HEGEDUS-COULOMB



cercle

PERLOFF-TAYLOR

En fait, toutes ces théories donnent des résultats très voisins, mais le gros problème est la valeur de δ.

Calcul de R'_H .

Il suffit de connaître $p = f(D)$ pour calculer $\int_0^{D_m} f(D) dD$. Nous avons utilisé naturellement $p = (p_0 + \mu \frac{D}{B}) (1 - e^{-\frac{k}{p_0} \frac{D}{B}})$

Pour le D7, sur un sol ($c = 0$ $\gamma = 1,5 \text{ g/cm}^2$, $\phi = 20^\circ$) on trouve $R'_H \simeq 10 R_H$. Or en toute logique il faudrait ajouter R'_H et R_H pour avoir la résistance totale à l'avancement. Mais si on dispose de nombreuses expériences pour se vérifier sur R_H , on n'en possède aucune sur R'_H et ce terme à l'air prépondérant. Donc la question reste posée sur R'_H . Il ne faut pas se contenter non plus d'intégrer TERZAGHI.

V.2.4.2. Effet du glissement

Tous les auteurs adoptent $H = 2B \int_0^L \zeta . dx$, avec $\zeta = (c+p \operatorname{tg}\phi)(1-e^{-\xi/K})$
 Ne pas confondre H avec T du § V.2.2.1. : T est calculé sans patinage avec $CI > VCI$
 H est calculé avec patinage avec $CI = VCI$

$$H = 2B \int_0^L (c + p \operatorname{tg}\phi)(1 - e^{-\xi/K}) dx$$

Le problème consiste à étudier : $p = p(x)$ distribution des contraintes normales

$\xi = \xi(x)$ distribution des déformations horizontales

Les expériences permettent de conclure en première approximation (PERLOFF, etc...) :

$$p = \text{cte.}$$

$$\xi = gx \quad g \text{ étant le glissement} = 1 - \frac{Va}{Vt}$$

On aboutit alors à la conclusion suivante :

Si $CI = VCI$, une chenille longue permettra de "tracter" en patinant moins qu'une chenille courte. Comme d'autre part la résistance à l'avancement est proportionnelle à B, à surface égale, on préférera une chenille étroite et longue.

Il faut faire attention cependant à la portance qui elle est proportionnelle à B.

FigVI1: Effort de traction disponible au crochet — Véhicules à chenilles

